



Universidad
de Alcalá

Enseñanza matemática al alumnado ciego

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO
ESPECIALIDAD MATEMÁTICAS

Presentado por:

D^a Sofía Cobo Garrido

Dirigido por:

Tutora: D^a Evangelina Herranz Prada

Cotutor: Dr. Alberto Lastra Sedano

Alcalá de Henares, a 09 de junio de 2021

Resumen

El propósito de este trabajo consiste en la elaboración de una propuesta didáctica para trabajar la asignatura de matemáticas en la Educación Secundaria con alumnado que presente una discapacidad visual. Para ello, comienza estudiando la evolución de la atención a la diversidad en nuestro país, así como el desarrollo a lo largo de la historia de la enseñanza a estudiantes ciegos. Además, se aportan una serie de herramientas y materiales manipulativos, con el objetivo de favorecer el aprendizaje en matemáticas de los estudiantes invidentes.

Palabras clave: Educación, Secundaria, discapacidad, ciegos, herramientas, manipulativo, matemáticas, estudiantes.

Abstract

The purpose of this study is to elaborate an educational proposal to work as a mathematics teacher in a Secondary School with students who have a visual disability. For this purpose, my study begins with the evolution and development of the inclusion of students with visual disabilities in our country. An additional part of this study provides manipulative tools and resources to assist the learning of blind students in mathematics.

Keywords: School, Secondary, disability, blind, tools, manipulative, mathematics, students.

Índice general

1. Introducción.....	5
1.1. Justificación del trabajo y objetivos.....	6
1.2. Estructura del trabajo	8
2. Fundamentación teórica	10
2.1. ¿Qué es la atención a la diversidad?	10
2.2. Evolución de la atención a la diversidad.....	11
2.2.1. Marco legislativo.....	13
2.3. Evolución de la enseñanza a alumnos ciegos	17
2.3.1. La ceguera en la educación a lo largo de la historia.....	17
2.3.2. La educación de ciegos y deficientes visuales en España.....	18
3. Recursos materiales.....	21
3.1. Orientaciones generales	21
3.1.1. Posición en el aula.....	21
3.1.2. Mesa auxiliar y toma de corriente	22
3.1.3. Conocimiento inicial del aula.....	22
3.1.4. Instrumental específico	22
3.2. Trabajo en el aula.....	23
3.3. Materiales para la enseñanza de las matemáticas	24
3.3.1. Herramientas para el alumnado ciego	24
3.3.2. Herramientas para el alumnado ciego y vidente	36
4. Conclusiones	48
Referencias	50
Anexo I.....	54
Anexo II	56
Anexo III.....	68

1. Introducción

Un estudio realizado por el Instituto Nacional de Estadística (INE) indicó que, en el año 2008, la población con discapacidad o limitación visual era de aproximadamente unas 850 mil personas, de las cuales aproximadamente 800 mil tienen una deficiencia visual mientras que el resto presenta ceguera total (véase gráfica 1).



Gráfica 1. Población con deficiencia visual y ceguera total en España en 2008 (INE).

La búsqueda de referencias bibliográficas sobre estudios más recientes desembocó en la necesidad de contactar con la Organización Nacional de Ciegos de España (ONCE). Elena Lanero Franco, responsable de la Unidad Central de Afiliación, proporcionó el número de afiliados en edades comprendidas entre los 12 y los 18 años, período que se corresponde con su etapa formativa en un Centro de Secundaria. Estos datos quedan recogidos en la Tabla 1.

EDAD	N.º AFILIADOS ONCE
12	275
13	278
14	279
15	291
16	287
17	314
18	310
TOTAL	2.034

Tabla 1. N.º de afiliados a la ONCE a 10 de mayo de 2021

El objetivo principal de las personas sin ningún resto visual es el acceso a la cultura y la participación de la misma. Según Montoro (1991, citado en Ipland y Parra, 2009), sabemos gracias a la Historia Universal de ciegos que tuvieron un papel relevante en el mundo de las artes, las ciencias, la política y la religión. Esta carencia no ha supuesto ningún obstáculo para que las personas con una deficiencia visual dejaran huella en distintas épocas.

Siempre se ha intentado ofrecer a los ciegos un código de lectura, pero esto no se hizo realidad hasta 1825, año en el que Louis Braille ideó un sistema de puntos en relieve. Este sistema también es conocido como cecografía, y es una herramienta útil para leer y escribir. En definitiva, brindar la posibilidad de acceder a la educación, a la cultura y a la información sin necesidad de usar el sentido de la vista tal y como se indica en la página web de la ONCE.

El tacto y el oído son los principales canales de acceso a la información para aquellas personas que sufren falta de visión. Por ello, los medios que adaptan la comunicación a estos sentidos son de vital importancia para los ciegos y los afectados de una discapacidad visual grave. El tacto es el medio de las personas con discapacidad visual para participar de la cultura y contribuir en ella. Además, es un ejercicio educativo ya que el conocimiento de un objeto requiere un análisis visual y táctil. El uso de las nuevas tecnologías ha sido y es una ayuda inestimable en la educación de los jóvenes con discapacidad visual. Su objetivo es facilitar el aprendizaje y la comprensión de distintos conceptos, aunque cuando nos referimos a los invidentes o personas con alguna deficiencia visual esto implica conferir una realidad a través del tacto. Esto también se puede conseguir gracias a distintos materiales manipulativos que se recogerán en el tercer punto del presente trabajo.

1.1. Justificación del trabajo y objetivos

Con todo lo anterior presente y teniendo en cuenta que la educación se reconoce y se recomienda conveniente para todas las personas, independientemente de si se posee una discapacidad o no, considero de vital importancia dar respuesta a la diversidad como punto de partida de la educación.

Para ello se cuenta con un marco legislativo como es el derecho universal de la educación, recogido en la Declaración de Derechos Humanos de 1948 en su artículo 26.1:

Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos (ONU, 1948).

También se trata de un derecho reconocido en la Declaración de Derechos del Niño de 1959, principio 7:

El niño tiene derecho a recibir educación, que será gratuita y obligatoria por lo menos en las etapas elementales. Se le dará una educación que favorezca su cultura general y le permita, en condiciones de igualdad de oportunidades, desarrollar sus aptitudes y su juicio individual, su sentido de responsabilidad moral y social, y llegar a un miembro útil de la sociedad (ONU, 1959).

Como se puede observar, no se hace ningún tipo de mención acerca de que el derecho de la educación es exclusivo para algunas personas, prescindiendo de otras. Sino que, por el contrario, la educación es un derecho esencial y básico para todo el mundo.

La finalidad de la educación escolar consiste en fomentar ciertas capacidades y dotar de determinados conocimientos al alumnado para que éste pueda ser capaz de convertirse en un miembro activo de una sociedad en continuo cambio.

En general los alumnos tienen necesidades educativas comunes que están expresadas en el currículo escolar. Sin embargo, no todo el alumnado se enfrenta del mismo modo a los aprendizajes en él fijados, ya que tienen aptitudes, preocupaciones y ritmos distintos que influyen en su aprendizaje. Cada estudiante tiene una necesidad educativa propia a la hora de acceder a las experiencias de aprendizaje necesarias para su socialización. Algunas de estas necesidades son atendidas por el profesorado bien a través de estrategias y materiales manipulativos, o diseñando actividades complementarias (Blanco, 1990).

Para dar respuesta a la diversidad se tiene que romper con la norma en la que todos los adolescentes aprenden de la misma manera y con los mismos recursos. Partiendo desde este punto, es importante organizar las situaciones de enseñanza personalizando las experiencias comunes de aprendizajes, sin olvidarnos de las necesidades particulares de cada uno. Esto puede permitir la incorporación de profesores de apoyo, facilitando así el proceso de aprendizaje de los estudiantes (Blanco, 1990).

El modelo de intervención educativa que se lleva a cabo con el alumnado ciego o con deficiencia visual grave en España es un modelo que posibilita su inclusión académica y social total. Se basa en la llamada inclusión educativa, norma que se recogerá en la actual legislación escolar (como se verá en el segundo punto del trabajo). Actualmente, más del 99% del alumnado con esta discapacidad lleva a cabo su formación en colegios ordinarios, siguiendo el currículo escolar oficial (ONCE, n. d.). Por todo ello, y con la curiosidad de investigar más acerca de este tema, decido realizar este trabajo, en el que me planteo los siguientes objetivos:

- Conocer las posibilidades de aprendizaje del alumnado con discapacidad visual.
- Investigar acerca de las herramientas que facilite la educación de este tipo de alumnado en matemáticas.
- Conocer más acerca de la historia de los ciegos en la educación española.
- Dar respuesta a la diversidad.
- Comprender las dificultades a las que se enfrenta este tipo de alumnado en su día a día.
- Aprender cómo resolver las necesidades de este tipo de alumnado de cara a mi futuro profesional.

1.2. Estructura del trabajo

El trabajo está dividido en cuatro puntos más una serie de anexos en los que se estudian distintos aspectos sobre la diversidad y donde se exponen ejemplos prácticos aplicables para enseñar matemáticas a personas ciegas o con deficiencia visual.

En el primer punto se hace una introducción en la cual se recogen el número de personas ciegas y afiliadas a la ONCE que hay en nuestro país, así como la justificación del trabajo y los objetivos que se buscan con este. Además, se hace una mención de los principales canales de información de las personas ciegas.

Por su parte, el segundo se centra en explicar la fundamentación teórica de este trabajo, centrándose en la definición de atención a la diversidad y la evolución de la misma en nuestro país, recorriendo las diferentes leyes educativas desde la Ley Moyano (1857) hasta la actual ley educativa (LOMCE). Asimismo, se hace lo propio con la evolución de la enseñanza a estudiantes ciegos, desde un marco más general y atravesando las diferentes etapas históricas y fuera de nuestras fronteras.

En el tercer punto se ofrece una serie de consideraciones generales a tener en cuenta en el caso de tener algún estudiante con discapacidad visual en el aula como, por

ejemplo, dónde debe situarse o el instrumental necesario que requiere para proporcionarle un mejor aprendizaje. Con respecto a esto último, se exponen distintas herramientas que puede emplear el estudiante en las clases de matemáticas, así como una serie de materiales manipulativos que pueden ser utilizados tanto por este como por alumnado que no presente dicha discapacidad. Con ello se pretende aportar distintas ideas sobre cómo enseñar matemáticas al alumnado ciego en un centro ordinario, atendiendo de esta manera a la diversidad.

Por último, en el cuarto punto expone las reflexiones y conclusiones sobre el trabajo realizado.

En cuanto a los anexos, este trabajo presenta un total de tres. El primero recoge información sobre el informe Warnock, mientras que el segundo y el tercero recopilan algunas tablas sobre el Sistema Braille en matemáticas y actividades que se pueden planear con uno de los materiales manipulativos expuestos en el punto tres del presente trabajo.

2. Fundamentación teórica

La educación especial ha cambiado en los últimos años. La atención específica a los estudiantes con discapacidad dio paso a un concepto más amplio alrededor de la idea de alumnado con necesidades educativas especiales. Utilizando como base este concepto se tuvo la intención de realizar una reforma educativa que hiciera posible la integración de los alumnos con discapacidad y que diera respuesta, al mismo tiempo, al resto del alumnado que presentaba alguna dificultad (Marchesi, Coll y Palacios, 1990).

Según Ortiz (1995), la educación especial consiste en atender a las personas con algún tipo de deficiencia, sobre todo del tipo sensorial. Unido al concepto de educación especial restringido, surge el concepto de educación especial en sentido amplio. Este incluye al alumnado que presentan problemas de aprendizaje o de conducta, provocando de este modo ampliar el radio de acción no sólo a los centros de educación especial sino a los de educación ordinaria. Hablar de educación especial es hablar de integración escolar y de todo un marco legal que se mantiene vigente en la actualidad. La escuela tiene la obligación de dar una respuesta a la diversidad, sin importar en ningún momento la naturaleza de la misma.

2.1. ¿Qué es la atención a la diversidad?

La diversidad es una expresión de las diferencias de cada individuo, manifestándose así unas necesidades educativas concretas. Este concepto no es fijo ya que depende de las capacidades e intereses del alumnado y, por lo tanto, son precisos distintos tipos de atención según la naturaleza de las necesidades que posea el estudiante. Este término está relacionado con el colectivo del alumnado en general, y no únicamente con la discapacidad o trastornos de conducta o de personalidad (Mateo 2010, citado en Camacho, 2017).

La diversidad es una realidad inherente al ser humano. Los Derechos Humanos y la evolución democrática han dado a lugar a importantes cambios en las instituciones sociales y consecuentemente a la institución escolar, provocando cuestionamientos en el concepto de la educación y transformaciones en su estructura interna (Ruíz Quiroga, 2010).

Para que el alumnado sea capaz de realizar un aprendizaje óptimo y relacionarse con la sociedad de manera satisfactoria es necesaria una atención pedagógica individualizada que dé respuesta a las necesidades educativas de cada estudiante.

El concepto de diversidad ha ido variando a lo largo de los últimos años, y actualmente se relaciona con las necesidades educativas propias de cada estudiante. Todo alumnado presenta necesidades educativas individuales, y serán determinantes a la hora de llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas surgen de las diferencias culturales, sociales y personales del alumnado (Ruíz Quiroga, 2010).

Cada ser humano es único, por lo que la diversidad existe en el momento en el que una persona manifieste una forma distinta de aprender y de interactuar con el medio. Para entender bien el concepto de diversidad debemos incidir en las características individuales de cada ser humano, como pueden ser las diferencias físicas, sensoriales, intelectuales o aquellas que tienen que ver con temas culturales.

Según Escudero y Martínez (2004, citado en Camacho, 2017), uno de los mayores retos que se presentan en la educación es cómo conseguir una educación de calidad que atienda a la diversidad, y cómo crear una educación inclusiva en la que todas las personas puedan disfrutar de una educación de calidad, tal y como se recoge en la Declaración de los Derechos Humanos y en nuestra Constitución.

2.2. Evolución de la atención a la diversidad

Actualmente nos encontramos en una sociedad en continuo cambio. Por ello, como docentes tenemos que estar preparados para dar una respuesta educativa a una sociedad marcada por la diversidad en la que todos los estudiantes tengan las mismas oportunidades a la hora de desarrollar sus capacidades.

En épocas anteriores, la educación buscaba la homogeneidad a la hora de crear los grupos-clase. Sin embargo, en los años 60 se produce un movimiento social que va a desencadenar grandes cambios en el ámbito de la educación especial. Los principales factores que ayudan a estos cambios son los siguientes (Marchesi, 1990):

- Nueva concepción de los trastornos del desarrollo y la deficiencia.
- Una perspectiva distinta de los procesos de aprendizaje y de las diferencias individuales.
- La revisión de la evaluación psicométrica.
- La presencia de un mayor número de profesores competentes.
- La extensión de la educación obligatoria.
- El abandono escolar.
- La valoración de las escuelas en educación especial.

- Las experiencias positivas de integración.
- La existencia de una corriente normalizadora en el enfoque de los servicios sociales.
- Los movimientos sociales a favor de la igualdad.

A raíz de ello, nace la educación especial, la cual se asume como un hecho positivo ya que significó la oportunidad de ofrecer una educación especializada a las personas con discapacidad. Esto generó profesorado más preparado, programas para mejorar el aprendizaje, materiales específicos y centros especiales, aunque esto último fue cuestionado en muchas ocasiones debido a que recibían a todos los estudiantes que el sistema regular rechazaba (Parra, 2011, citado en Camacho, 2017).

Como este tipo de educación no se terminaba de adaptar a las necesidades individuales de cada persona, se plantea la posibilidad de normalizar la educación y eliminar la diferenciación de los estudiantes que presentaban necesidades educativas, dando paso a la integración escolar. De esta manera se crea una escuela común en la que además de atender a la diversidad nos adaptaríamos a ella (Parra, 2011, citado en Camacho, 2017).

En los años 70 surge la escuela integradora en la que se fomentaba la utilización de una serie de medios educativos para adquirir los conocimientos necesarios para adentrarse en la sociedad. Con la implantación del informe Warnock (véase [Anexo 1](#)) se produjo un cambio característico en el ámbito educativo (Parra, 2010, citado en Camacho, 2017).

La educación integradora ha experimentado una evolución del concepto, en la que ha evolucionado desde la integración a inclusión, y de ahí a una educación inclusiva. Para llevar a cabo esta transición se han producido diferentes cambios. Mientras que la educación integradora se basaba en la normalización de la vida de los alumnos con necesidades educativas especiales, la exclusiva habla de la diversidad como un derecho humano y es entendida como normal. La integración se centra en proporcionar las herramientas necesarias al alumnado que lo necesite, la inclusión va más allá y se centra en conseguir la calidad educativa del sistema educativo (Valcarce 2011, citado en Camacho, 2017).

2.2.1. Marco legislativo

La atención a la diversidad ha experimentado una gran transformación a lo largo de los últimos años paralelamente a la historia, los cambios sociales y los distintos planteamientos pedagógicos, didácticos y organizativos, los cuales han provocado que se establezca una serie de leyes que acepten las necesidades educativas de las personas. A continuación, se va a realizar un breve recorrido por la legislación en España y se mostrará cómo se ha ido abordando el tema que nos atañe y cómo ha ido evolucionando desde la exclusión hasta la inclusión.

- **Ley de Instrucción Pública o Ley Moyano, 1857**

Es la primera ley educativa que regula la totalidad del sistema educativo español de una forma integral. En los tiempos anteriores, los jóvenes discapacitados no tenían ningún derecho a la educación. Desde entonces y hasta la promulgación de esta ley, tal y como nos comenta González Noriega (citado en García, 2017), algún pequeño avance se produjo.

Se reconocen en este período en España algunos avances, no generalizados, concretamente en los siglos XVIII y XIX, en la oferta educativa de las personas con discapacidad como son la creación en 1775 de la Escuela Real por Carlos IV, considerada la primera escuela pública para sordomudos, seguida de otra en Barcelona y la autorización de la enseñanza de ciegos en una sección del Colegio Nacional de Sordomudos (1835) (González Noriega, 2012)

En este período las personas que presentaban alguna deficiencia eran excluidas del sistema educativo por no ser consideradas capaces de acceder al aprendizaje. Sin embargo, con esta ley aparecen las primeras regulaciones legislativas en la educación obligatoria (desde los 6 a los 9 años de edad) para el alumnado con algún tipo de discapacidad. En el artículo 6 de la Ley de Instrucción Pública (más conocida como Ley Moyano) del 9 de septiembre de 1837 se recoge lo siguiente:

La primera enseñanza se dará, con las modificaciones convenientes, a los sordomudos y ciegos en los establecimientos especiales que hoy existen y en los demás que se crearán con este objeto: sin perjuicio de lo que se dispone en el artículo 108 de esta ley.

En el artículo 108, se hace referencia a la creación de escuelas específicas para el alumnado sordo, mudo y ciego, pero no se contempla en ningún momento otro tipo de discapacidades como la física o la psíquica. Asimismo, comenta que en las escuelas

ordinarias se atiende, en cuanto sea posible, a la educación de aquellos “desgraciados”.

A pesar de todo lo anterior, muy lentamente se irán produciendo avances. En 1910 se creará el Patronato Nacional de Sordomudos, Ciegos y Anormales. En 1917 se fundarán en Madrid y Barcelona las primeras escuelas especiales para “anormales”, tal y como se denominaba hace un siglo a las personas con discapacidad intelectual.

- **Ley General de Educación (LGE), 1970**

Esta ley acerca por primera vez la Educación Especial a los centros ordinarios como una modalidad educativa más, tratando a la atención a la diversidad de manera integral. Como se ha ido comentando anteriormente, la Educación Especial era atendida de forma marginal en centros sin ninguna regulación. El capítulo VII de dicha Ley se centra exclusivamente a la Educación Especial, y en su artículo 9 no sólo se dedica a hablar únicamente de personas discapacitadas, sino que también se refiere a aquellos jóvenes con altas capacidades.

La forma de atender a la Educación Especial se comenta en el artículo 51 de la citada ley y dice lo siguiente:

La educación de los deficientes e inadaptados, cuando la profundidad de las anomalías que padezcan lo haga absolutamente necesario se llevará a cabo en centros especiales, fomentándose el establecimiento de unidades de educación especial en Centros docentes de régimen ordinario para los deficientes leves cuando sea posible.

Tal y como se puede observar la Ley de 1970 organiza la Educación Especial como un sistema paralelo al ordinario y, por lo tanto, seguimos todavía con un modelo que apuesta por la separación.

Durante estos años se realizó un esfuerzo mayor por crear escuelas específicas y no en la creación de Educación Especial en centros ordinarios (Lorenzo, 2009, citado en García, 2017).

En 1975 se funda el Instituto Nacional de Educación Especial, anexo al Ministerio de Educación y se encargará únicamente del funcionamiento de la educación del alumnado con discapacidad. Tres años después de su fundación, se publicará un Plan Nacional de Educación Especial que desarrollará los principios basados en la Ley de 1970 e inspirará la posterior legislación (Lorenzo, 2009, citado en García, 2017).

- **Constitución Española de 1978, Artículo 49.**

Decreta la obligación de que los poderes públicos protejan a las personas con discapacidad. Este artículo va dirigido a las personas con una deficiencia física, sensorial y psíquica, es decir, a aquellos cuya discapacidad les impide participar con plenitud en la vida social.

- **Ley de Integración Social del Minusválido (LISMI), 1982**

Esta Ley surge a raíz del artículo 49 de la Constitución Española de 1978. Es la primera Ley en España relativa a las personas con alguna deficiencia y es la primera en considerar los principios de integración escolar. Esto se puede contemplar en su artículo 25:

La educación especial se impartirá en las instituciones ordinarias, públicas o privadas del sistema educativo general, de forma continuada, transitoria o mediante programas de apoyo (...).

- **Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE), 1990**

Esta ley estableció una reforma educativa y decretó innovaciones respecto a la Educación Especial. Instauro la escolarización en un solo sistema y propone un currículo abierto, de tal manera que pueda ser adaptado a las necesidades individuales de cada Comunidad Autónoma, ciudad o centro escolar. Esta ley incorpora el concepto de la diversidad, entendida como la aceptación de la heterogeneidad de un grupo-clase.

- **Ley Orgánica de Calidad Educativa (LOCE), 2002**

Esta Ley no llegó a implantarse, aunque varía un poco la estructura de la Ley anterior e incorpora un capítulo acerca de las “Necesidades Específicas Especiales”. En él se observa la igualdad de oportunidades, la incorporación al sistema educativo de los extranjeros, el alumnado con altas capacidades y a aquellos estudiantes que presentan necesidades educativas especiales.

- **Ley Orgánica de Educación (LOE), 2006**

El artículo 80 de la Ley Orgánica de Educación menciona la diversidad común de todo el alumnado. Señala que la atención a la diversidad es un principio básico de la enseñanza. A diferencia de la LOCE, el alumnado extranjero no se distingue del resto de estudiantes.

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de 2006, es una Ley de Reforma Educativa que incorpora la educación inclusiva y presenta algunas mejoras en cuanto

a la clasificación del alumnado que necesita una educación especial. Para mencionar a los estudiantes que necesitan una educación complementaria se utiliza el término “*Alumnado con necesidad específica de apoyo educativo*”. Además, por primera vez se hace mención del término de Educación Inclusiva. Por otra parte, establece los principios en los que se basa la Educación, en la que todo estudiante tiene los mismos derechos y oportunidades, y se elimina la exclusión educativa. El objetivo principal es que todo estudiante logre el éxito escolar, desarrollando sus capacidades ya sean individuales, sociales, intelectuales y emocionales, y así conseguir que todo alumnado se enfrente a la vida adulta.

- **Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), 2013**

Actualmente en España, la actividad educativa se guía por la LOMCE. Esta ley surge con la idea de establecer un sistema educativo de calidad, inclusivo e integrador cuyo objetivo final es ofrecer una igualdad de oportunidades a todo el alumnado, intentando que cada estudiante desarrolle sus capacidades.

Para dar una respuesta educativa acorde a cada estudiante, se establecen unas medidas curriculares individualizadas que aseguren su adecuado progreso.

- **Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre**

En el artículo 9 se alude al alumnado con necesidad educativa específica de apoyo educativo. En este se expone que aquel estudiante que necesite una atención educativa específica tiene el derecho de conseguir el máximo desarrollo de sus condiciones personales, y los objetivos marcados para el resto del alumnado. La atención educativa diferente a la común del resto de estudiantes puede determinarse por las siguientes circunstancias:

- Necesidades Educativas Especiales.
- Dificultades Específicas de Aprendizaje.
- Trastornos por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH).
- Altas capacidades.
- Incorporación tardía al sistema educativo.
- Condiciones personales.

2.3. Evolución de la enseñanza a estudiantes ciegos

2.3.1. La ceguera en la educación a lo largo de la historia

Las discapacidades sensoriales, incluida la ceguera, nunca han sido del agrado de la sociedad. Sin embargo, también se encuentran escritos que afirman lo contrario, ofreciendo respeto a aquellos filósofos o poetas ciegos. Por lo tanto, ante esta discapacidad encontramos dos formas de enfrentarla, por un lado, un sentimiento de misericordia, y por otro, como un castigo en las sociedades antiguas. Además, a las personas ciegas se les alejaba de la sociedad, y la mayoría de ellos vivían en la mendicidad (Ipland y Parra, 2009).

En la India, estaba permitido abandonar a los ciegos ya que se les consideraba impuros y, por lo tanto, debían ser expulsados de las ceremonias sagradas. En Egipto fueron tratados algo mejor, aunque la mayoría de ellos vivían en la mendicidad, sin embargo, otros desempeñaban oficios de músico. Los instrumentos más utilizados por las personas ciegas o con deficiencia visual fueron la flauta y el arpa. Además, eran alfareros, panaderos o fabricantes de papiros (Ipland y Parra, 2009).

El primer programa *educativo* documentado para ciegos se produjo en 970 a. C. en Egipto, en la Universidad de Al-Ashar. Este curso consistía en la memorización total del material a lo largo de 12 años (Kirtley, 1975, citado en Ipland y Parra, 2009).

En China, los ciegos se agruparon en cofradías durante el siglo II a.C. El objetivo principal de esta era ayudarse y luchar por sus derechos (Ipland y Parra, 2009).

En Grecia, se consideraba que los dioses habían otorgado a los ciegos la capacidad de adivinar. Por el contrario, en Esparta se les abandonaba o se les tiraba por el Monte Taigeto (Ipland y Parra, 2009).

En Roma, se les eliminaba ya que no eran aptos para proteger el país, sin embargo, años más tarde fueron acogidos por la caridad y realizaban algunos oficios, por ejemplo, masajistas en las termas (Ipland y Parra, 2009).

Como se puede comprobar, durante la Antigüedad las personas ciegas no recibían ningún tipo de educación, aunque se debe señalar que hubo un intento de crear un sistema de lecto-escritura (Dídimo de Alejandría) (Ipland y Parra, 2009).

En la Edad Media, la ceguera estaba relacionada con la pobreza y la mendicidad. Kreschmer (1925, citado en Ipland y Parra, 2009) nos informa que había mucha diferencia entre los que se dedicaban a la música y los que se encontraban abandonados y eran agrupados en asilos.

En el Renacimiento, Girolano Cardano (1517) creó una técnica que consistía en escribir las letras del alfabeto en madera para que los ciegos aprendieran a leer y a escribir. En la obra de Luís Vives (*De Subvenciones Pauperum*, 1525) se recoge la necesidad de incorporar profesionalmente a los ciegos (Ipland y Parra, 2009).

A pesar de la cantidad de personas con buenas intenciones, no había centros educativos para personas con esta discapacidad. A mediados del siglo XVIII, Valentin Haiy creó en 1784 el Institut National de Jeunes Aveugles. En esta escuela se trabaja con las letras del alfabeto en relieve. Louis Braille se propuso encontrar un método para ciegos (él lo era) que fuera más rápido y facilitara la lectura y escritura a los ciegos. Barbier (1822) ofreció a Braille un sistema de puntos y a partir de éste creó el sistema que actualmente conocemos como Sistema Braille. En un comienzo, no fue aceptado por el Instituto, pero siguió trabajando para mejorarlo y en 1829 aparece la primera edición de la obra de Braille: *Procedimiento para escribir las palabras, la música y el canto llano, por medio de puntos, para uso de los ciegos y dispuestos para ellos*. Finalmente, en 1844 este sistema fue admitido por el Instituto (Ipland y Parra, 2009).

La primera escuela que se creó en Estados Unidos para ciegos fue en Boston en 1829. Tras ella, surgieron otras escuelas en Nueva York (1831) y Filadelfia (1833). En el siglo XIX, los internados eran la única opción educativa. Howe y Johann Wilhem Klein cuestionaron este tipo de enseñanza y poco a poco se fue promoviendo la idea de que estudiaran en centros ordinarios (Ipland y Parra, 2009).

En referencia a los deficientes visuales, se creó en Londres en 1908 una clase específica para ellos ya que se creyó que estos niños no debían estar ni en una clase con ciegos totales ni en una con videntes. Esta clase era denominada *Myope School* (Ipland y Parra, 2009).

2.3.2. La educación de ciegos y deficientes visuales en España

Las actitudes sociales ante los ciegos y deficientes visuales han ido evolucionando, produciéndose cambios gracias a (Ipland y Parra, 2009, p. 456):

- Movimientos de asociaciones a favor de las personas con discapacidad.
- La aparición de nuevas técnicas de tratamiento.
- Divulgación de distintas investigaciones.
- Creación de servicios educativos.
- Nuevas normativas que les protege.

- Aparición de las nuevas tecnologías.

El 13 de diciembre de 1938 se crea la Organización Nacional de Ciegos (ONCE). Esta se encargó de unificar las escuelas especiales que había en nuestro país y fundó cuatro colegios en Madrid, Sevilla, Alicante y Pontevedra. Más tarde, creó una escuela en Barcelona, adscrito a un colegio público (Ipland y Parra, 2009).

La ONCE creó en marzo de 1983 las *Líneas Generales en materia de política educativa*. Algunas de estas son (Ipland y Parra, 2009, p. 457):

- **Áreas de actuación:**
 - Atención temprana.
 - Tratamiento especial a los estudiantes que poseen restos visuales.
 - Educación de los ciegos y deficientes visuales con otras deficiencias asociadas.
 - Apoyo a la educación integrada.
- Se pondría al servicio de la educación de los invidentes, tanto si asisten a colegios específicos como a los ordinarios, todos los medios disponibles.
- La Organización reconvierte sus centros en Centros de Recursos Educativos (CRES). A estos Centros se les asigna funciones educativas de orientación, seguimiento, evaluación y facilitación de recursos tanto para el alumnado como para los profesionales que los atienden, así como a la formación de los estudiantes que acuden a sus aulas.

Los Centros de Recursos Educativos estarán estructurados de la siguiente forma (Ipland y Parra, 2009, p. 457-458):

- Colegio Específico: se impartirá enseñanza y se desarrollarán programas de rehabilitación y estimulación visual.
- Unidad de Rehabilitación Visual: mediante material visual adecuado y técnicas se intentará aprovechar el resto visual que los educandos poseen.

- Unidad de Producción de Recursos: se adaptarán y producirán los textos escolares y otro material pedagógico especial para el alumnado ciego y deficiente visual.
- Equipo de Apoyo a la Educación Integrada, formado por profesionales especializados: psicólogo, pedagogo, trabajador social, tiflotécnico, técnico en rehabilitación básica, etc. Entre sus funciones se encontrarían el atender de forma itinerante a los alumnos invidentes o con problemas visuales graves, escolarizados en centros ordinarios. Además, deberán atender la atención temprana, así como la orientación y apoyo a los alumnos, a las familias y a los profesionales que los atienden.

La Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 3 de octubre de 1990 recogió los principios educativos de la legislación anterior y las nuevas tendencias pedagógicas determinando el nuevo planteamiento de la Educación que poco a poco se iría estableciendo en el país. La ONCE elaboró unas líneas básicas entre las que se encuentran (Iplan y Parra, 2009, p. 458):

- Proporcionar a los estudiantes ciegos y deficientes visuales materiales específicos y tecnológicos.
- Crear Centros de Recursos destinados a facilitar material específico al alumnado con necesidades educativas especiales.
- Que tanto los estudiantes como sus padres y los profesionales que les atiendan contarán con la orientación y apoyo necesarios.

3. Recursos materiales

El programa educativo dirigido al alumnado con discapacidad visual, tal y como me informa la ONCE y se recoge en el documento “Orientaciones para la intervención en el Área de Matemáticas, cubre los mismos objetivos generales que aparecen en el currículo ordinario que se indica en el Real Decreto 1105/2014, en el que se establece el Currículo Básico de la Educación Secundaria y Bachillerato (Alonso et al., 2015).

A pesar de seguir el mismo currículo que un estudiante vidente, este debe presentar una serie de adaptaciones, y por ello será necesario utilizar una serie de herramientas específicas y, en algunas ocasiones, adaptar las actividades que realizan el resto del alumnado, seleccionando las más representativas. Esto quiere decir, que es necesario adaptar el currículo para acercárselo a los estudiantes con una discapacidad visual, sin dar ningún contenido distinto al habitual.

Por otra parte, se cuenta con la ayuda de un profesor específico, mandado por la ONCE, que se encarga de asesorar al docente que imparte la asignatura de Matemáticas. Su labor es proporcionarle procedimientos didácticos, técnicas y formas de trabajo que le conducirá a obtener una mayor eficacia en la enseñanza de esta área al alumnado ciego o con deficiencia visual (Alonso et al., 2015).

En conclusión, la discapacidad visual no impide a un estudiante llegar a comprender los contenidos y técnicas matemáticas previstos para el nivel acordado. Para ello es necesario disponer del material necesario, que las actividades sean inclusivas y que se les ofrezca los mismos textos (adaptados) y material pedagógico que al resto del alumnado (Fernández, n. d.). Por ello, en este capítulo se recogen algunos de estos materiales que se pueden emplear tanto con el alumnado vidente como con aquellos estudiantes ciegos. Asimismo, se ofrecen aquellos instrumentos necesarios para la enseñanza del alumnado con discapacidad visual y algunas orientaciones generales que se deben tener en cuenta si alguna vez se tiene un alumno con esta discapacidad en el aula.

3.1. Orientaciones generales

3.1.1. Posición en el aula

Tal y como indica José Enrique Fernández del Campo (Fernández, 2019, p. 5), el estudiante con discapacidad visual debe tener su mesa en un lugar accesible para el docente y así pueda ayudarle cuando lo requiera, dibujarle en cualquier momento sobre

la hoja de caucho o comprobar su avance. Pero, este debe encontrarse junto con el resto del alumnado de su clase. En caso de que el estudiante padezca *resto visual* o una deficiencia visual debe sentarse en un lugar de la clase que sea adecuado para su visión: próximo a la pizarra, más cercano o lejano de la ventana, etc.

3.1.2. Mesa auxiliar y toma de corriente

El estudiante con discapacidad visual utilizará la misma mesa que el resto del alumnado, a no ser que por su deficiencia requiera el uso de una mesa especial, y se sentará junto a ellos. Sin embargo, es recomendable la utilización de una mesa adicional para que coloque los materiales que no utilice en ese momento (Fernández, 2019).

En el caso de que requiera el uso de algún dispositivo electrónico como, por ejemplo, un ordenador portátil, el estudiante debe situarse cerca de un enchufe (Fernández, 2019).

3.1.3. Conocimiento inicial del aula

Antes de comenzar las clases y sobre todo al inicio del curso, es recomendable que el estudiante ciego recorra acompañado por el docente u otro adulto el aula, de este modo tendrá conocimiento de los elementos que se encuentran en ella y como están distribuidos (Fernández, 2019).

Debe ser capaz de llegar a su sitio al entrar en el aula, y el itinerario de salida. Además, debe ser capaz de conocer el camino que le llevará desde la calle o patio al aula, y viceversa. Así como a otros lugares de interés del centro (Fernández, 2019).

3.1.4. Instrumental específico

El docente del grupo en el que se encuentra el estudiante con discapacidad visual debe tener conocimiento al principio del curso del material de trabajo que va a utilizar este alumno, así como su funcionamiento. Para ello, podrá consultar las dudas al profesor auxiliar o, incluso, al propio estudiante (Fernández, 2019).

Por otra parte, el estudiante con discapacidad visual debe contar con los libros de texto con antelación suficiente, así como con el material (fichas de ejercicios, gráficas, láminas, etc.) que va a trabajar. El objetivo final es que el alumnado se familiarice con ellos. Es recomendable que este material este transcrito en Braille, con las representaciones en relieve (Fernández, 2019).

Asimismo, es importante informar a quien corresponda de los errores de transcripción que se puedan detectar en los libros de texto de matemáticas, con el fin de no crear confusiones en los estudiantes (Alonso et al., 2015)

3.2. Trabajo en el aula

El docente de matemáticas debe tener en cuenta las siguientes consideraciones a la hora de impartir su asignatura, tal y como se recoge en “*Orientaciones para la intervención en el área de matemáticas*” (Alonso et al., 2015) y en “*Orientaciones para una atención inclusiva en el área de las matemáticas*” (Fernández, 2019):

- El trabajo que se lleve a cabo en la pizarra ya sea por parte del docente o de un estudiante debe ser verbalizado sin rodeos, leyendo todo lo que se va escribiendo e indicar aquello que se señale, subraye o tache. En la siguiente tabla se dan algunas indicaciones de lo que se debe evitar decir, con sus posibles correcciones:

Evitar	Debe decirse
Tomamos esto y lo multiplicamos por esto otro...	Tomamos el numerador, y lo multiplicamos por 6...
Lo que está en verde...	Lo que está en verde; o sea: $2x-3$
Éste y éste se van	-5 se va en las dos ecuaciones
Aquí divido por...	El primer miembro lo divido por...
Sustituyo por lo de arriba...	Sustituyo por 13^2
Aquí hay error de signo.	Aquí hay error de signo: en la ecuación que traspusimos términos, al pasar $4x$ lo hicimos sumando, en vez de restar...

Tabla 2. Listado de expresiones que se deben evitar junto con sus correcciones (Fernández, 2019, p. 9).

- Es importante que se le permita corregir los ejercicios por él mismo, ya sean dictadas las soluciones por el docente o por los compañeros. De este modo, será él mismo quien descubra los errores cometidos en su tarea.
- Las representaciones gráficas que se realicen en la pizarra deben ser descritas de manera clara y hacer un dibujo en relieve para el estudiante ciego. El profesor puede tenerlos preparados con antelación o se les puede dibujar en el momento, utilizando la goma de caucho, folios y bolígrafos de punta redonda que dibuje en relieve sin romper el papel. El dibujo en relieve no importa que no tenga las mismas características que el visual, lo importante es que se reflejen los

contenidos matemáticos: forma, posición relativa, tamaño relativo de sus elementos, etc.

- El docente facilitará el aprendizaje del alumnado ciego, poniéndole en una situación similar que al resto de estudiantes. Para ello, debe proporcionarle el material adaptado para que pueda seguir el desarrollo que está llevando a cabo en la pizarra: transcripción al Braille de las explicaciones pertinentes, elección de un ejercicio resuelto del libro de texto que el estudiante tiene adaptado, etc.
- Se debe preguntar al estudiante ciego si está siguiendo el desarrollo de la clase, haciéndole preguntas que nos permita comprobarlo, y que nos permita conocer si entiende lo que se está escribiendo en la pizarra y si lo está siguiendo.
- La salida del alumnado ciego a la pizarra, para resolver un ejercicio, puede ser sustituido por el desarrollo del ejercicio en voz alta y que el profesor u otro estudiante lo vaya escribiendo en la pizarra.

3.3. Materiales para la enseñanza de las matemáticas

El alumnado ciego presenta una adaptación del currículo, es decir, que no se modifican ni los criterios de evaluación ni los estándares de aprendizaje evaluables, por lo que únicamente será necesario la utilización de unos materiales específicos para enseñar matemáticas, tal y como se indicó anteriormente. Por ello, en este punto se recogerán herramientas que podrán ser utilizadas por los estudiantes ciegos para la toma de apuntes o la realización de un examen como, por ejemplo, la máquina de Perkins, además materiales manipulativos que pueden ser utilizados por personas videntes e invidentes, buscando de esta manera la inclusión de todos los estudiantes y, por lo tanto, la atención a la diversidad a la que nos referimos en el segundo punto.

3.3.1. Herramientas para el alumnado ciego

- **Máquina Perkins**

Este instrumento es imprescindible para el alumnado ciego total a la hora de trabajar matemáticas. Esta máquina fue creada por David Abraham, quien pertenecía al departamento de artes industriales de la Escuela para ciegos Perkins. Esta máquina permite la escritura en Braille y la característica más importante es que permite realizar una escritura de forma directa, es decir, que se puede escribir tal y como se lee y mucho más rápido, siendo esta una ventaja sobre la pauta y el punzón. Sin

embargo, no todo son ventajas, ya que el ruido que produce esta máquina es uno de los principales inconvenientes a la hora de tenerla en un aula (Gil, n. d.).

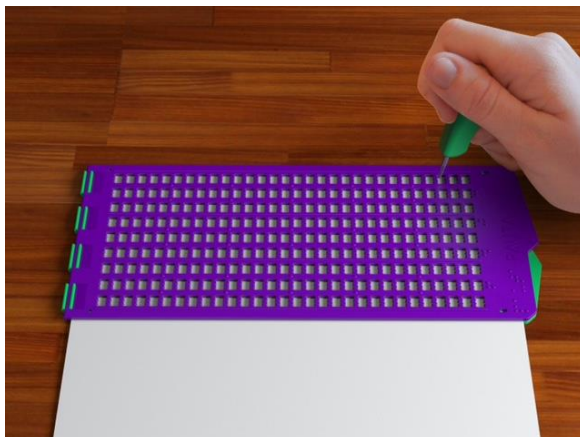


Fig.1. Pauta y punzón.

La máquina Perkins¹ está formada por un total de nueve teclas, seis de ellas están conectadas por seis punzones y pueden ser pulsadas a la vez y nos permite escribir en Braille de 6 puntos, una tecla espaciadora, otra para cambiar de línea y otra de retroceso. En la siguiente figura se describen los distintos elementos de una máquina de Perkins:



Fig.2. Elementos de una máquina Perkins (Gil, n. d.).

Las teclas del 1 al 6, como se ha dicho permite escribir en Braille de 6 puntos y pueden ser seleccionadas a la vez o de forma independiente. La tecla E es la que permite dejar un espacio entre las distintas palabras. La tecla representada con las

¹ El papel que se utilizará para la máquina Perkins tiene que ser resistente como, por ejemplo, una cartulina.

siglas RC sirve para retroceder. La tecla indicada con CL permite cambiar de línea al finalizar un renglón. La cabeza Braille (CB) es una pieza que se desplaza de izquierda a derecha mientras se escribe, o viceversa si se utiliza la palanca Pa. Las perillas (Pe) sirven para enrollar y desenrollar el papel, dependiendo del sentido en el que se giren. Por su parte, las palancas (PL) liberan o sujetan el papel, en función del sentido en el que se actúe sobre ellas. Los márgenes se pueden regular en la parte trasera de la máquina. El timbre se activa para avisar de que quedan 7 caracteres para llegar al margen derecho.

Además de las ventajas mencionadas anteriormente, la máquina de Perkins permite leer inmediatamente lo que se escribe ya que marca el relieve de puntos hacia fuera y no hacia dentro y, de esta manera, no sería necesario sacar el papel de la máquina.

Para realizar un buen funcionamiento de la máquina y tomar apuntes con rapidez es muy importante que se pongan los dedos en el lugar indicado.

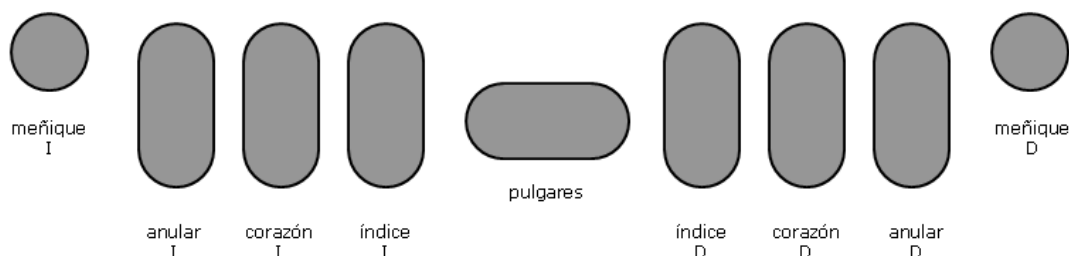


Fig.3. Posición de los dedos en la máquina Perkins (Gil, n. d.).

Otra consideración importante para tener en cuenta es la colocación del papel². Es importante conocer el procedimiento para sacar el papel (girando las perillas hacia fuera hasta que se paren o utilizar el cambio de línea y liberar el papel utilizando las palancas para poderlo retirar). La presión de las teclas numeradas del 1 al 6 debe ser simultánea para representar cada uno de los símbolos que se quiere marcar y una vez finalizada la escritura es necesario comprobar que las teclas se han recuperado para que la cabeza escritora siga funcionando. Asimismo, se debe tener en cuenta que al

² La explicación del procedimiento de colocación del papel queda recogida en el siguiente enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=5Ov9Vin6CRY>

cambiar de renglón se debe retroceder, mediante la palanca, hasta la posición inicial (lado izquierdo).

Esta máquina es muy útil para realizar operaciones matemáticas como por ejemplo se llevarían a cabo en el bloque de aritmética gracias al Braille matemático (ver Anexo 2).

Por otra parte, la máquina Perkins dispone de un sistema accesorio electrónico que permite la conversión de un texto en Braille a tinta, a través de una impresora, siendo este una gran ventaja para el profesorado que no conozca el Braille.

Además, existe el Braille hablado que permite procesar la información y crear ficheros como un ordenador. El teclado es muy parecido al de la máquina Perkins, pero en lugar de hacerlo sobre papel, se lleva a cabo electrónicamente. Luego esto puede ser reproducido gracias a un dispositivo de voz sintética, o bien imprimirlo en Braille (Ministerio de Educación, n. d.).



Fig.4. El Braille hablado o Braille'n Speak. ONCE.

- **Editor matemático Edico**

Edico es un editor científico inclusivo que permite al alumnado con discapacidad visual trabajar en el área de Ciencias. Con este editor, el estudiante puede leer, escribir, corregir y operar con expresiones de la misma manera que se lleva a cabo en un cuaderno. Edico es muy fácil de usar, por lo que puede ser usado desde cursos de Educación Primaria hasta la Universidad. La interfaz se encuentra disponible en distintos idiomas: castellano, catalán, euskera, gallego e inglés (Muñoz, Bermúdez, Guijarro, Carreño y Hernando, 2008).

Para utilizar este editor es necesario tener unos conocimientos básicos del manejo de ordenador, así como del teclado qwerty, aunque se puede usar con las teclas de la línea Braille. Esta aplicación puede ser utilizada con adaptaciones tiflotécnicas como, por ejemplo, JAWS. Esta se encarga de ir reproduciendo lo que se va escribiendo para que el estudiante tenga constancia de ello (Muñoz et al., 2008).

Se trata de una herramienta inclusiva, ya que facilita la inclusión del estudiante en el aula, resolviendo el problema de la comunicación escrita entre el docente y alumno con discapacidad visual, así como con el resto de los estudiantes, posibilitando de este modo el trabajo cooperativo. Es decir, el docente podrá ir revisando las notas que va tomando el estudiante ciego y ayudarlo cuando lo requiera, facilitando así su trabajo y, además, no requerirá el apoyo de un profesor auxiliar para que transcribir el Braille (Muñoz et al., 2008).

Con referencia a la interacción del estudiante con la aplicación, este recibe la información de la pantalla por voz y, al mismo tiempo, por el tacto, con una línea Braille, y, por otro lado, introduce la información con el teclado qwerty y a través del teclado de la línea Braille (Muñoz et al., 2008).

Edico tiene una serie de funcionalidades que simplifican el trabajo. Algunas de ellas se encargan de compensar las diferencias entre el código Braille como, por ejemplo, la linealidad y la simbología, que es gráfica y bidimensional (Muñoz et al., 2008).

Edico permite tener varias pestañas abiertas con distintos documentos, al estilo de un navegador web. Por otro lado, al cerrar la aplicación y volver a abrirla horas más tarde, se abren los documentos con los que se estaba trabajando anteriormente, manteniéndose la posición del cursor (Alonso, Estivill, Muñoz y Villar, 2020).

Edico cuenta con tres ventanas de visualización (Muñoz et al., 2008):

- Ventana del editor lineal: es en la que escribe el usuario y aparece la expresión visual en símbolos para ayudar a su interpretación. JAWS verbaliza el contenido científico y lo lee como “multiplicado por” en caso de ser un producto y no dice “asterisco”. Además, reconoce índices.
- Ventana gráfica: es en la que aparecen escritas las expresiones matemáticas en un formato visual para el docente.
- Ventana Braille: en ella se muestra la línea en la que está el usuario, transcrita a Braille de 6 u 8 puntos, según esté configurado.

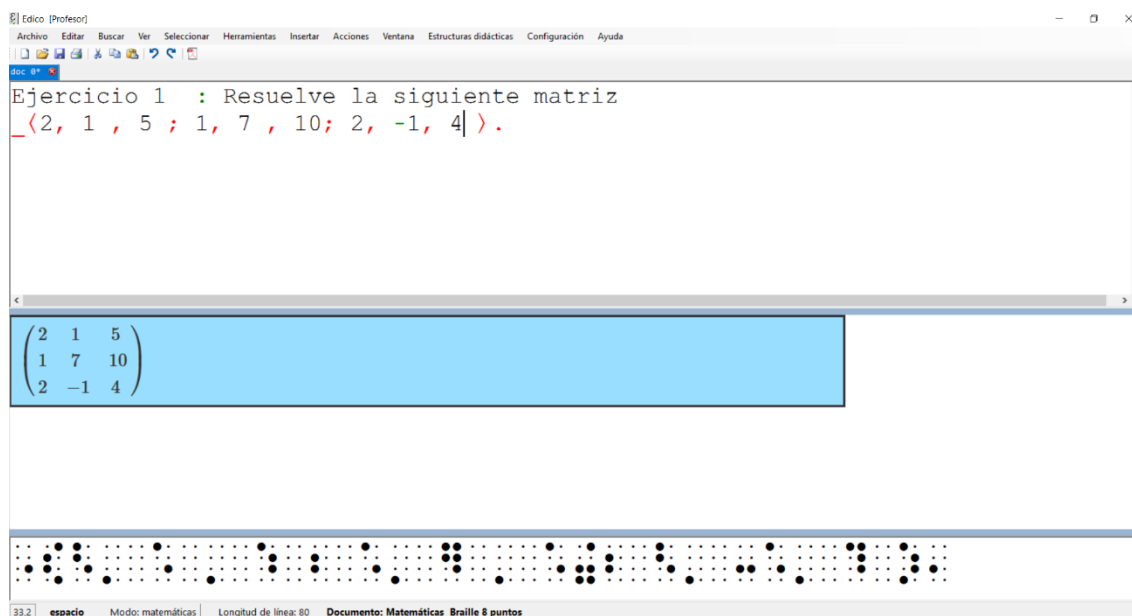


Fig.5. Editor matemático EDICO (ventanas).

Edico también cuenta con una calculadora científica que permite realizar los cálculos con solo seleccionar la expresión en el editor. Además, se puede deshabilitar el uso de la calculadora para el estudiante en el caso de que la actividad no permita su uso. Esto se puede llevar a cabo con el perfil del profesor (Muñoz et al., 2008).

Este editor cuenta con distintos perfiles: Profesor (administrador), Universidad, Bachillerato, Secundaria, Primaria y Primaria básico. El profesor puede crear tantos perfiles como quiera y podrá ocultar algunas herramientas como se ha mencionado en el párrafo anterior (Alonso et al., 2020).

Además, este editor permite importar archivos desde XHTML, MathML, Látex y Lambda. En el sentido contrario, se pueden exportar archivos en Látex, MathML, XHTML, braille de 6 y 8 puntos. También existe la posibilidad de generar un documento en formato pdf, y así poder corregir el ejercicio fácilmente.

Esta herramienta posibilita mucho a todos los integrantes del sistema educativo, pero no sólo sirve como cuaderno, sino que además tiene una opción “examen”, que puede ser utilizado por el docente para realizar los distintos controles. Para ello será necesario crear un nuevo usuario para que así no tenga acceso a determinadas herramientas como, por ejemplo, el uso de calculadoras matriciales.

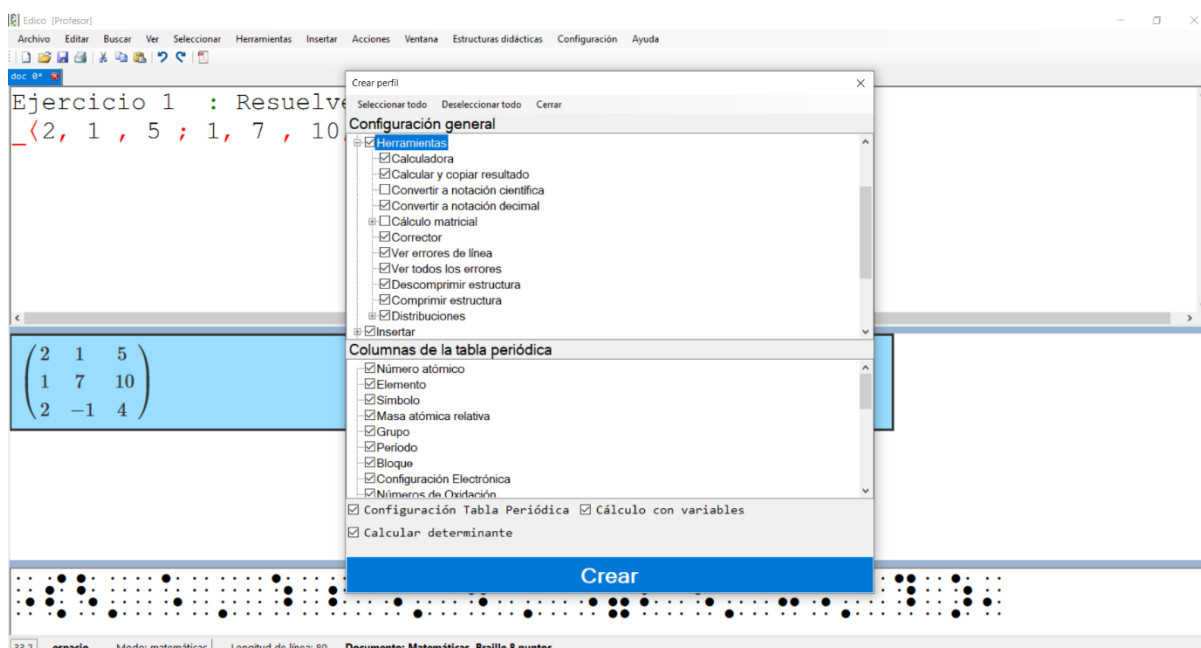


Fig.6. Creación de perfil modo examen del editor científico EDICO.

Una vez creado el examen, el estudiante tendrá que abrirlo de la forma habitual e indicará su nombre, de esta manera no se borrará el examen creado por el docente. La ventana principal cambia si él crea un documento nuevo, facilitando así la labor del docente ya que este puede observar si verdaderamente está realizando el examen. Este modo impide que el estudiante abra otros cuadernos con esta plataforma y, aunque puede salir de ella, EDICO detecta si lo hace y cuánto tiempo está fuera de ella³.

Este editor cuenta con un Manual de Instrucciones muy desarrollado que queda recogido en las referencias de este trabajo. Este documento⁴ está escrito por Alonso et al. (2020) y además cuenta con numerosos vídeos explicativos que se pueden localizar en la plataforma de YouTube, lo cual facilitaría su uso para el docente en caso de duda. En la Figura siguiente se puede visualizar a dos estudiantes ciegos utilizando dicho editor en la presentación de EDICO en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense (Madrid)⁵.

³ Todo esto se puede ver de forma más detallada en el siguiente vídeo:
<https://www.youtube.com/watch?v=r817WiMmJmw>.

⁴ El manual de instrucciones puede ser descargado en el siguiente enlace:
<https://educacion.once.es/noticias/guia-edico-editor-cientifico-once-para-matematicas>

⁵ La presentación del editor científico EDICO se puede visualizar en el siguiente enlace:
https://www.youtube.com/watch?v=8t_j7UIPdNM



Fig.7. Dos estudiantes ciegas utilizando EDICO.

- **Ejes cartesianos e instrumentos de medida**

En el “papel punteado” están representados los ejes cartesianos en líneas de puntos y los puntos correspondientes a coordenadas enteras. Existen hojas con los cuatro cuadrantes o con un único cuadrante (Alonso et al., 2015, p. 12).

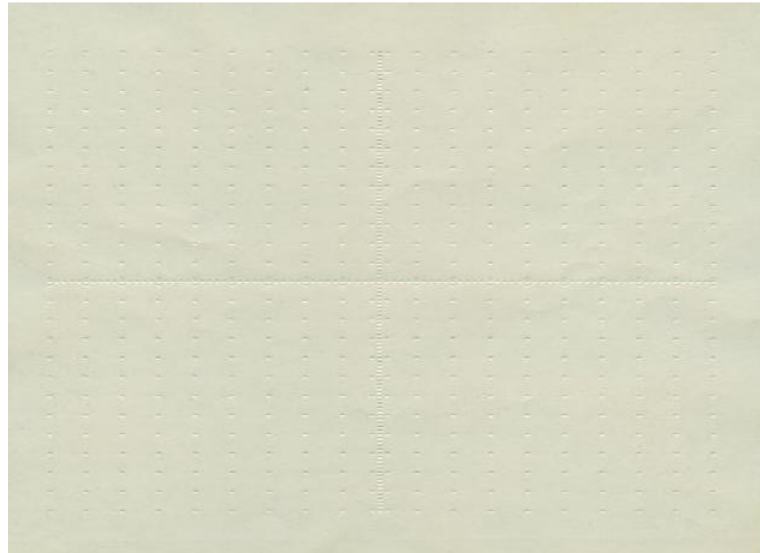


Fig.8. Papel punteado de cuatro cuadrantes. ONCE.

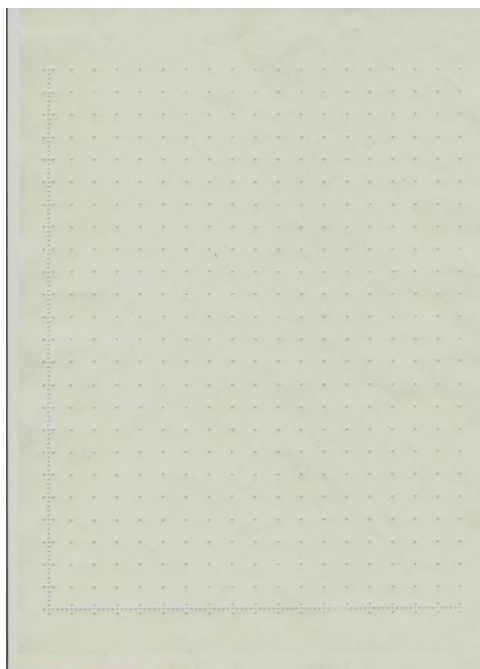


Fig.9. Papel punteado de un cuadrante. ONCE.

Aunque este papel lo venden en la tienda oficial de la ONCE, también se puede obtener con una impresora Braille, utilizando un papel ordinario; o bien ser fabricadas a mano, imprimiendo unos ejes de coordenadas, para después marcar los puntos con ayuda de la lámina de caucho (Fernández, 2019). En el caso de no disponer de ninguno de estos materiales, también es posible confeccionarlo tal y como indica Grinman (2012) con un cartón, acrílico de relieve y un bolígrafo sin tinta siguiendo estas indicaciones:

1. Se realizan sobre el cartón y con la ayuda del acrílico dos líneas perpendiculares que representarán los ejes de coordenadas.
2. Se marcan las unidades cada dos centímetros (para mayor comodidad) en los distintos ejes.
3. Con el bolígrafo sin tinta se realizan líneas punteadas por cada unidad de los ejes y en cada intersección se marca un punto.

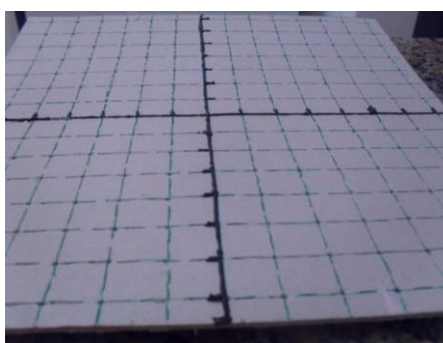


Fig.10. Ejes cartesianos (Grinman, 2012).

Al igual que con los ejes cartesianos, existen distribuidoras que venden instrumentos de medida como la regla o transportadores de ángulos para facilitar el trabajo de las personas con discapacidad visual. Sin embargo, también se puede adaptar una regla u otro instrumento de medida que tengamos en casa o que compremos y que, seguramente, sea más barato que el que se adquiere ya en relieve. Para acondicionar este instrumental, se precisa el que utilizaría cualquier estudiante vidente y unacrílico de relieve, trazando por cada centímetro (en caso de la regla) una raya con elacrílico y por cada 0.5 cm un punto. De esta manera el estudiante ciego será capaz de realizar mediciones. En el caso del transportador, se distribuirá una raya por cada 10 grados y un punto cada 5 grados (Grinman, 2012). Para emplear estas herramientas se pueden ayudar de “Blu tack” y así evitar que esta se desplace cuando realicen una recta.

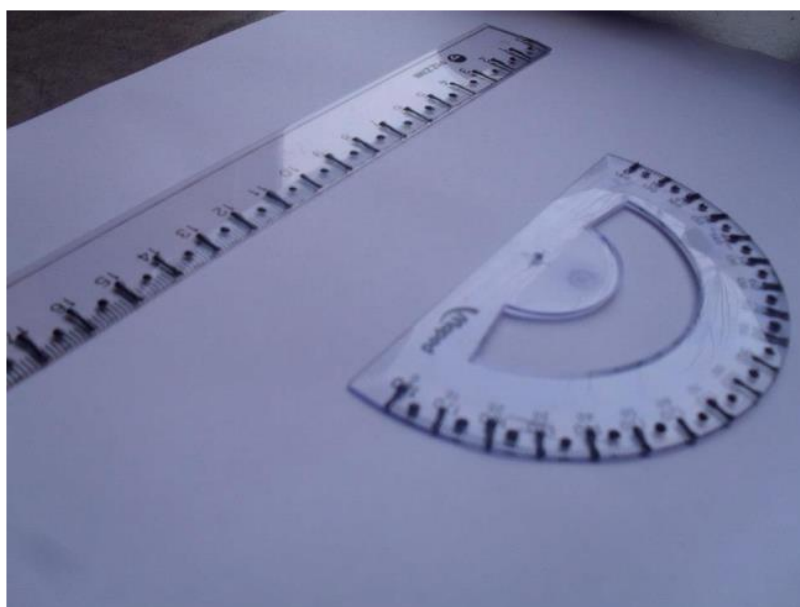


Fig.11. Regla y transportador en relieve (Grinman, 2012).

Este material puede ser utilizado en distintos cursos de la Educación Secundaria, aunque este trabajo se centrará únicamente en analizar el primer ciclo de la enseñanza Secundaria. Estos instrumentos serán empleados sobre todo durante el desarrollo del Bloque 4 de Funciones según el RD 1105/2014, cuyos contenidos, criterios de evaluación y EAE quedan recogidos en la siguiente tabla:

Contenidos	Criterios de evaluación	EAE
<p>Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados.</p> <p>El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas.</p> <p>Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta.</p> <p>Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta</p>	<p>1. Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>2. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto.</p> <p>3. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales.</p> <p>4. Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas.</p>	<p>1.1. Localiza puntos en el plano a partir de sus coordenadas y nombra puntos del plano escribiendo sus coordenadas.</p> <p>2.1. Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.</p> <p>3.1. Reconoce si una gráfica representa o no una función.</p> <p>3.2. Interpreta una gráfica y la analiza, reconociendo sus propiedades más características.</p> <p>4.1. Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación i de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.</p> <p>4.2. Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.</p> <p>4.3. Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.</p> <p>4.4. Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.</p>

Tabla 3. Contenidos, criterios de evaluación y EAE. RD 1105/2014.

Las actividades que se pueden llevar a cabo con estos materiales serán comunes tanto para el alumnado vidente como para el ciego, aunque con ciertas adaptaciones para estos últimos como el uso del Braille y representaciones en relieve. Algunas de estas actividades quedan recogidas en el Anexo 3 del presente trabajo.

- **Lámina de caucho**

La lámina de caucho fue difundida en los años 60 por la casa Perkins de Estados Unidos. Algunos modelos incorporan elementos para sujetar el papel, aunque esto encarece su coste. Para realizar rectas u otras funciones se pueden utilizar los bolígrafos clásicos. Las figuras que se tracen se reconocen en la misma cara del papel, facilitando así el trabajo al estudiante. Sin embargo, una desventaja es la dificultad que existe a la hora de localizar los puntos de incidencia, aunque esta se puede ver solucionada con los ejes de coordenadas. A pesar de esto, la lámina de caucho permite realizar representaciones y así conseguir que se hagan una idea de la forma que representa. Es suficiente con una lámina de un espesor aproximado de 4 mm y dimensiones no superiores a las de un folio. Esta lámina se puede adherir a otra más resistente como, por ejemplo, madera. Con esta lámina, un bolígrafo de punta gruesa y un folio, el estudiante será capaz de dibujar en la clase de Matemáticas. El folio puede ser el habitual que se emplea para escribir en tinta, aunque se ha comprobado que el papel reciclado es más útil (Fernández, 1986, p. 167-169).



Fig.12. Lámina de caucho.

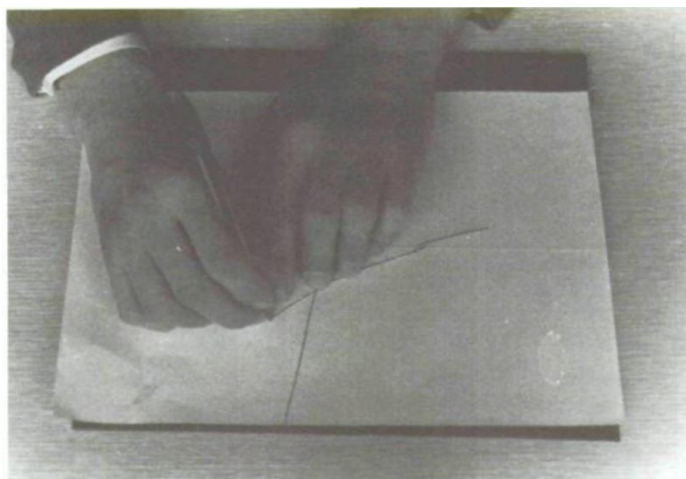


Fig.13. Dibujo sobre lámina de caucho (Fernández, 1986, p. 169).

Un estudiante ciego es capaz de aprender a explorar gráficas rápidamente y a dibujarlas por sí mismo. Obviamente influirán tanto su grado psicomotriz como las aptitudes propias (Fernández, 1986, p. 170). El profesor de apoyo debe entrenar al alumnado ciego en la realización de representaciones gráficas, antes de que se den las explicaciones en clase y así pueda seguirlas de una manera más eficaz (Alonso et al., 2015, p. 13).

3.3.2. Herramientas para el alumnado ciego y vidente

- **Mosaico algebraico:**

Los mosaicos algebraicos son fichas de formas diferentes que representan los números y las variables. Esta herramienta está relacionada totalmente con el sentido del tacto. Según Fernández del Campo (1996, citado en Fuentes, 2017, p. 139), los mosaicos fueron propuestos para el aprendizaje de los distintos conceptos relacionados con el Álgebra para los estudiantes ciegos. Sin embargo, también puede suponer una ventaja para el resto de la clase, posibilitando de esta manera su comprensión y, por lo tanto, su aprendizaje. Este consiste en un espacio dividido en dos zonas identificables donde se colocarán los distintos mosaicos. Es decir, no solo consiste en manipular las distintas fichas, sino que además dependen de la ubicación espacial (Fuentes, 2017, p. 139).

Esta herramienta está diseñada especialmente para 1º y 2º ESO, es decir, para los primeros cursos en los que se empieza a impartir Álgebra. Esto se debe a que esta herramienta limita las expresiones matemáticas que se pueden realizar. Sin embargo,

es un buen material para empezar a comprender conceptos como las ecuaciones de primer grado, así como el producto y suma de monomios (Fuentes, 2017, p. 140).

Los mosaicos pueden ser contruidos con goma eva, o con cartulina plastificada (para poder ser usada otros cursos). Las unidades están representadas con un cuadrado de área 1, la variable “x” o cualquier otra variable con un rectángulos de dimensiones 3 x 1, y la variable “x²” con un cuadrado 3 x 3. Para indicar el signo, se utilizarán mosaicos de texturas diferentes, por ejemplo, se puede usar goma eva para los positivos y cartulina plastificada para los negativos. En la figura 14 quedan representados los distintos mosaicos:

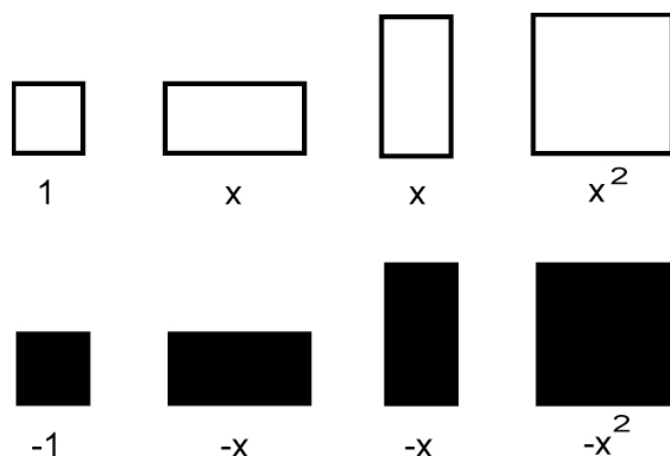


Fig.14. Representación gráfica de los mosaicos algebraicos (Fuentes, 2017, p. 141).

Es muy importante tener una diferencia entre ellos para que el estudiante ciego sea capaz de identificarlos. La tabla sobre la que se van a realizar las distintas ecuaciones puede ser una tabla de madera contrachapada, un cartón o cualquier material similar. Además, debe contar con una línea que va a dividir la tabla en dos partes iguales, dibujada bien con acrílico de relieve o, por el contrario, colocarse una especie de palillo que el estudiante pueda identificar y relacionar con el signo “=”, tal y como se muestra en la Figura 15 (Fuentes, 2017, p. 141):

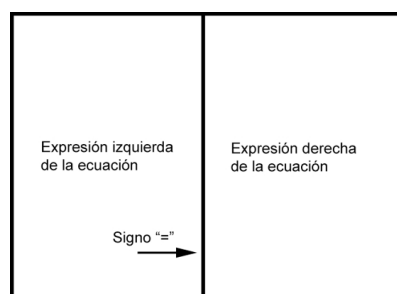


Fig.15. Disposición de la tabla para resolver ecuaciones (Fuentes, 2017, p. 142).

Para el cálculo de polinomios y monomios la disposición de la base será totalmente diferente, tal y como se indica a continuación:

	Factor-Cociente
Factor-Divisor	Producto-Dividendo

Fig.16. Disposición de la tabla para realizar operaciones con polinomios (Fuentes, 2017, p. 142).

Una vez analizadas las distintas distribuciones, se va a contar cómo realizar ecuaciones, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y factorización con la ayuda del mosaico algebraico.

- **Representación de una expresión algebraica, sumas y restas.** Para representar la expresión $2(-x^2 - 2x + 3)$, se colocan las fichas correspondientes a la expresión que se encuentra entre paréntesis y se repite tantas veces como indica el factor que multiplica (2). Si se quisiera sumar otro polinomio, se añaden los distintos mosaicos correspondientes y se agrupan según la ficha. En el caso de tener dos fichas iguales, pero con distinta textura, es decir, con distinto signo, entonces las fichas se retiran del tablero.

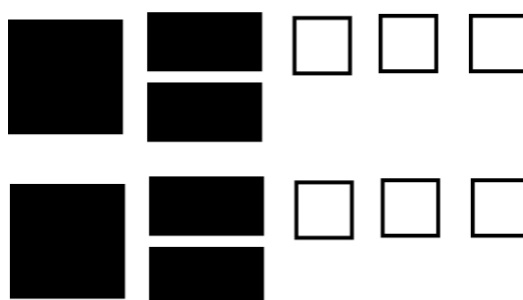


Fig.17. Representación con mosaicos de la expresión $2(-x^2 - 2x + 3)$ (Fuentes, 2017, p. 143).

- **Resolución de ecuaciones de primer grado.** Para resolver ecuaciones se colocan los mosaicos correspondientes a cada lado de la igualdad, según corresponda. Por ejemplo, si se quiere resolver la siguiente ecuación $x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 2$, los mosaicos están colocados como se muestra en la figura 18. Para determinar la solución de la ecuación se agregan la misma cantidad de mosaicos de cada lado de la ecuación, pero con signo contrario (esto se puede visualizar en la figura 19). En la figura 20 se muestra el resultado final de la ecuación.

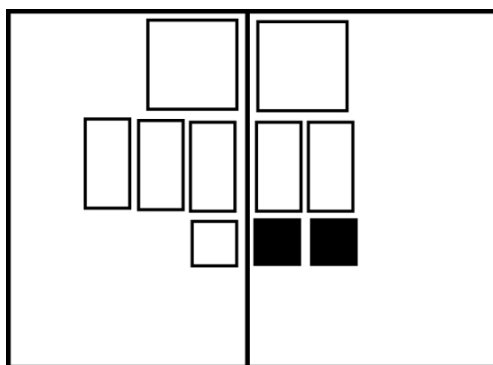


Fig.18. Representación de la ecuación $x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 2$ (Fuentes, 2017, p. 144).

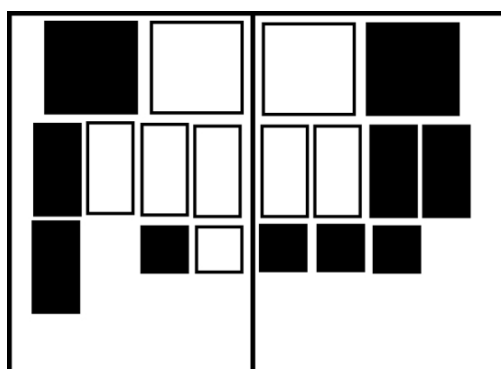


Fig.19. Mosaicos agregados a ambos lados de la igualdad para eliminar términos (Fuentes, 2017, p. 144).

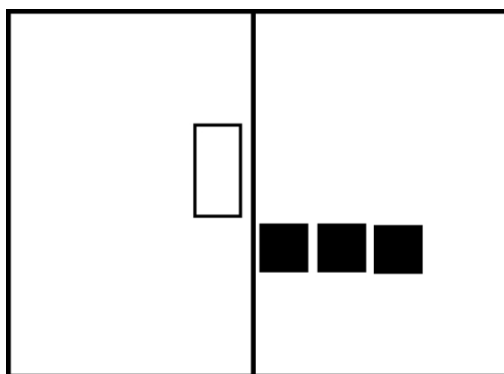


Fig.20. Solución de la ecuación (Fuentes, 2017, p. 145).

- **Producto de polinomios.** Si se quiere resolver el producto $(x + 2)(2x - 3)$, entonces se colocan los factores a la izquierda y en la parte superior de la tabla base, como se ilustra a continuación:

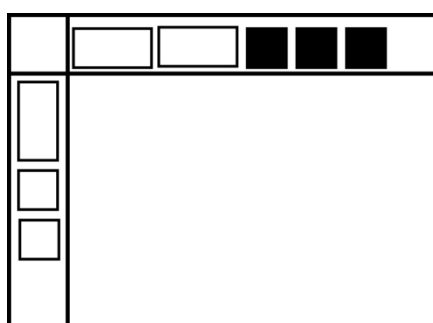


Fig.21. Disposición de los mosaicos para resolver $(x + 2)(2x - 3)$ (Fuentes, 2017, p. 145).

Una vez que se han colocado los factores, se procede a realizar el producto de la siguiente manera: cada ficha colocada en el lado izquierdo se multiplica por cada una de las situadas en la parte superior de la base. El resultado se sitúa en la intersección del renglón y la columna entre ambas fichas. La figura 22 recoge el resultado de dicha multiplicación. Una vez terminada, se retiran la misma cantidad de fichas positivas que de negativas del mismo tipo (Fig. 23). Finalmente, se suman los mosaicos de cada tipo y se obtiene el resultado del producto.

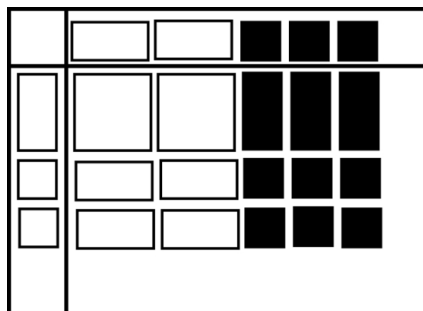


Fig.22. Mosaicos generados tras realizar las multiplicaciones (Fuentes, 2017, p. 146).

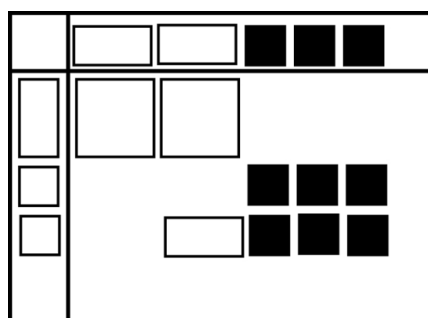


Fig.23. Resultados del producto $(x + 2)(2x - 3)$ (Fuentes, 2017, p. 146).

- **Factorización de polinomios.** La factorización consiste en determinar los tamaños de los lados de la figura. Existe la posibilidad de que al factorizar una expresión no contenga los mosaicos suficientes para formar la figura adecuada. En este caso se pueden añadir mosaicos positivos y negativos, sin alterar la expresión original. En este caso, se va a factorizar la expresión $2x^2 + x - 3$, dado que no es posible completar un rectángulo o un cuadrado (Fig. 24). De esta manera, se puede contemplar que, si se agregan cuatro fichas, dos x y dos $-x$, se forma un rectángulo (Fig. 25). Para obtener los lados de esta figura, se coloca el primer término de cada factor, que al multiplicarlos se obtenga el mosaico correspondiente del rectángulo. Es decir, para obtener x^2 podemos multiplicar $x \cdot x$, o también $-x \cdot (-x)$. Al intentar obtener los mosaicos restantes, los estudiantes se darán cuenta si han elegido la opción correcta.

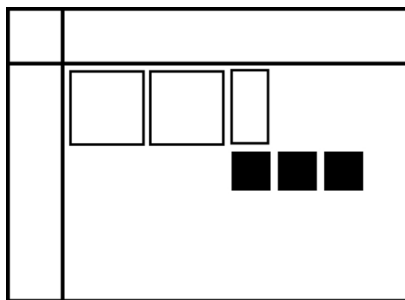


Fig.24. Colocación de los mosaicos de $2x^2 + x - 3$ (Fuentes, 2017, p. 147).

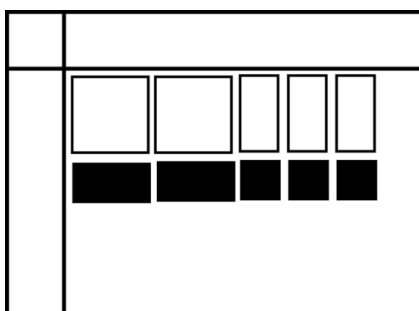


Fig.25. Rectángulo formado tras agregar un par de x y $-x$ (Fuentes, 2017, p. 147).

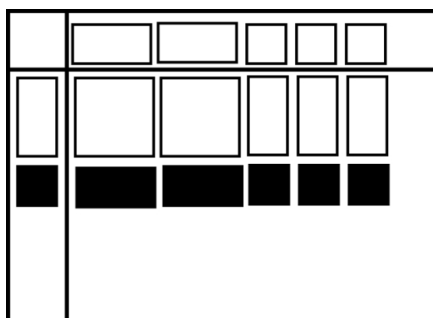


Fig.26. Factorización de la expresión $2x^2 + x - 3$ (Fuentes, 2017, p. 148).

- **Cociente de polinomios.** Para realizar la división se va a considerar que el numerador es el área de un cuadrado o un rectángulo cuyo tamaño de sus lados son el denominador y el cociente. Para llevar a cabo el cociente es necesario completar un cuadrado o un rectángulo, agregando los mosaicos adecuados. La figura 27 muestra la disposición de la división $(x^2 + 2x - 3)/(x + 3)$. Como se puede observar, lo primero que se tiene que hacer es completar el rectángulo, para ello se añadirán dos fichas (x y $-x$). La figura 28 refleja el área completa del rectángulo. En la figura 29 queda recogido el resultado de la división.

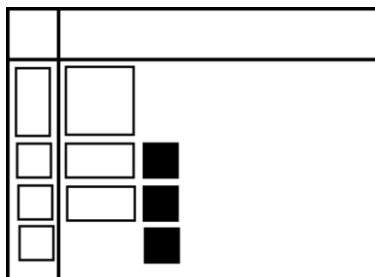


Fig.27. Disposición de los mosaicos para $(x^2 + 2x - 3)/(x + 3)$ (Fuentes, 2017, p. 148).

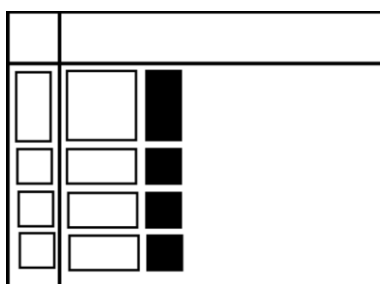


Fig.28. Rectángulo completo tras añadir x y $-x$ (Fuentes, 2017, p. 149).



Fig.29. Resultado de la división $(x^2 + 2x - 3)/(x + 3)$ (Fuentes, 2017, p. 149).

- **Figuras geométricas de madera y huecas**

Este tipo de material es muy útil a la hora de enseñar una parte imprescindible de la geometría como son las figuras geométricas (prisma, pirámide, cilindro, cono, etc.). Con los distintos bloques de madera, los estudiantes videntes e invidentes serán capaces de deducir cuántos vértices tiene un prisma cuya base es hexagonal, entre otras características. Este proceso será llevado de manera diferente por cada uno de los estudiantes: en el caso del alumnado vidente se utilizará el sentido de la vista, mientras que el invidente lo hará a través del tacto. Por otra parte, gracias a las figuras geométricas huecas, arroz y policubos, serán capaces de deducir las fórmulas de los volúmenes de las distintas figuras geométricas como son el prisma o el cilindro, al

darse cuenta de que con tres conos con la misma base y altura se puede rellenar un cilindro, y del mismo modo se puede realizar con tres pirámides y un prisma. El uso de los policubos permitirá la creación de un prisma y, de ese modo, el alumnado será capaz de deducir el volumen de ese cuerpo geométrico. Con la ayuda de otros materiales de características similares, serán capaces de calcular las áreas de estos cuerpos geométricos, gracias a la posibilidad de obtener su desarrollo plano. Sumando las áreas de los distintos polígonos del desarrollo, se obtiene el área total del cuerpo geométrico.



Fig.30. Figuras geométricas huecas para cálculo de volúmenes.



Fig.31. Figuras geométricas de madera.



Fig.32. Figuras geométricas con desarrollo plano.



Fig.33. Policubos.

- **Geoplano:**

El geoplano es un material manipulativo utilizado en matemáticas formado por un tablero de madera o plástico, con varios pivotes que forman una cuadrícula o una circunferencia. Con él, los estudiantes serán capaces de construir figuras geométricas, descubrir sus propiedades, aprender las fórmulas de las áreas de los distintos polígonos, descubrir el perímetro o incluso resolver problemas matemáticos (Martín, n. d.).



Fig.34. Geoplanos de distintos tipos.

Algunas actividades que se pueden plantear con los distintos geoplanos son las siguientes:

Ejercicio 1: Con la ayuda de unas gomas y el geoplano circular crea un círculo de radio 4 cm (ten en cuenta que cada pivote está separado del otro por 1 cm) y determina su área y la longitud de la circunferencia que lo forma.

Ejercicio 2: Ayúdate de tu geoplano y unas gomas para crear un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 2 y 5 cm. ¿Cuánto mide su hipotenusa? ¿Sus lados guardan una relación? (Usa el teorema de Pitágoras para comprobarlo)

Ejercicio 3: Ayudándote del geoplano, calcula el área y perímetro de un rombo de lado 2 cm.

Ejercicio 4: Calcula cuánto mide la diagonal de un rectángulo de base 4 cm y altura 2 cm. Ayúdate del geoplano para deducirlo.

Ejercicio 5: Determina la altura de un triángulo equilátero de lado 2 cm y calcula su área. Puedes ayudarte del geoplano.

Ejercicio 6: Crea una figura plana irregular y calcula su área descomponiéndola en figuras simples.

Estas actividades forman parte de los contenidos, criterios de evaluación y EAE de 1º y 2º de la ESO, según el RD 1105/2014, tal y como se puede observar en la siguiente tabla:

Contenidos	Criterios de evaluación	EAE
<p>Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales.</p> <p>Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.</p> <p>Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.</p> <p>Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras.</p> <p>Justificación geométrica y aplicaciones.</p>	<p>1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico y abordar problemas de la vida cotidiana.</p> <p>2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado.</p> <p>3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras y el significado geométrico, y emplearlo para resolver problemas geométricos.</p>	<p>1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares.</p> <p>1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a casa uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.</p> <p>1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.</p> <p>2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real.</p> <p>2.2. Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo.</p> <p>3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras.</p> <p>3.2. Aplica el Teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares.</p>

Tabla 3. Contenidos, criterios de evaluación y EAE. RD 1105/2014.

4. Conclusiones

En este trabajo se presentan recomendaciones y distintas herramientas que se pueden emplear en la enseñanza de matemáticas a estudiantes ciegos, junto con otros materiales que también se pueden utilizar con el alumnado vidente. Con ello se pretende dar respuesta a la diversidad y, como consecuencia, aprender cómo resolver las distintas necesidades de este alumnado y hacerle partícipe de la educación en una escuela ordinaria, es decir, aquella en la que conviven estudiantes con necesidades de aprendizaje muy variadas. Con este fin, se han aportado distintas herramientas tecnológicas y materiales manipulativos que pueden ser empleados con todo tipo de estudiantes para facilitar su enseñanza, y de esta manera integrar a todo el alumnado en las aulas.

Durante el desarrollo de este trabajo he tenido la oportunidad de aplicar todo aquello que aprendí en la asignatura de “Atención a la diversidad”. En esta materia, trabajamos la importancia de atender a la diversidad en el centro en el que nos encontremos, así como aspectos que la favorezcan. Asimismo, esta asignatura nos ofrece algunas recomendaciones que faciliten el trabajo de todos los estudiantes, comprendiendo las dificultades que tienen algunos de ellos a la hora de trabajar. Por ejemplo, una de las adaptaciones que se pueden emplear, es dejarles más tiempo para resolver un examen. Esta medida puede ser tomada tanto para los estudiantes que presenten déficit de atención, como para aquellos que tengan una deficiencia visual total o parcial. También tuve la oportunidad de investigar acerca de las distintas herramientas que pueden facilitar el trabajo a las personas ciegas en el aprendizaje de las matemáticas, e incluso buscar un uso de los materiales manipulativos enseñados durante la asignatura de “Taller de matemáticas” para el alumnado ciego. El empleo de las nuevas tecnologías es un gran apoyo para todos los estudiantes, pero sobre todo para aquel que presenta una discapacidad visual ya que facilita su trabajo en el aula, al poder tomar apuntes como el resto de los estudiantes, gracias al editor matemático Edico o la máquina Perkins.

Con este trabajo se ha podido conocer cómo aprenden las matemáticas los estudiantes ciegos con la ayuda de Jaime Muñoz Carenas (profesor de matemáticas en un instituto para ciegos), Gabriela Grinman (profesora de matemáticas en Argentina) y Alba de Toro Nozal (ciega desde el nacimiento). Estos fueron respondiendo todas las dudas planteadas acerca de la enseñanza a estudiantes ciegos y explicaban detalladamente todo lo que les pedía, ya que la falta de recursos en internet impedía que progresara la labor de investigación.

Por otra parte, también ha sido posible adentrarse más en la historia de la diversidad y comprender el largo camino que aún queda por recorrer en la enseñanza de ciegos en un centro ordinario. Esto se debe a la falta de preparación de los docentes para atender al alumnado que presenta esta discapacidad. A pesar de ello, se cuenta con la ayuda inestimable de la ONCE, que permitiría sacar el curso adelante. Sin embargo, considero que sería imprescindible esta preparación ya que la mayoría de los docentes de nuestro país no sabría cómo abordar la enseñanza de un estudiante ciego en las aulas, impidiendo un buen desarrollo de la clase desde el comienzo del curso. Por ello, se espera que este trabajo pueda facilitar u orientar en esta labor a los docentes que se enfrenten por primera vez a esta situación.

Para concluir, quiero destacar la importancia que tienen el uso de materiales manipulativos en el aula de matemáticas. Estos conducen a una mejor actitud hacia esta asignatura, permitiendo desarrollar estrategias para resolver problemas y crear actividades matemáticas, más estimulantes que realizar los ejercicios que se indican en el libro de texto. Hay que tener en cuenta que muchos materiales manipulativos, como por ejemplo el dominó o el uso de cartas para el bloque de probabilidad, pueden ser empleados con los estudiantes ciegos a través de unas adaptaciones, por ejemplo, con el uso del Braille. Como futura docente, soy consciente de la gran labor que tengo por delante junto con el resto de mis compañeros, ya que en nuestras manos se encontrará el futuro, y tenemos que ser capaces de intentar que aprendan y se adapten a una sociedad en continuo cambio. Por ello, creo que el uso de este tipo de herramientas permitirá llevar a cabo un mayor aprendizaje ya que les permitirá comprender los distintos conceptos y no solo la memorización de estos, y que tarde o temprano acabarán olvidando. Para finalizar, me gustaría citar a Benjamin Franklin que dice lo siguiente:

“Dímelo y lo olvidaré, enséñame y puede que lo recuerde, involúcrame y aprenderé”

Referencias

- Alonso Sendín, A., Barrios Merchán, J.M., Fernández del Campo, J.E., Muñoz Carenas, J., Valencia Ciordia, M.^a A., Villar Pérez, J.M. (2015). Áreas curriculares de especial dificultad. *Orientaciones para la intervención en el Área de Matemáticas*. ONCE.
- Alonso Sendín, A.M., Estivill Masip, P., Muñoz Carenas, J. y Villar Pérez, J.M. (2020). *Manual de usuario de Edico Matemáticas*. ONCE
- Blanco, R. (1990). La atención a la diversidad en el aula y las adaptaciones del currículo. En Marchesi, A., Coll, C. y Palacios, J. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación 3. Trastornos del desarrollo y necesidades educativas especiales* (pp. 411-437). Madrid: Alianza Editorial.
- Camacho Marante, I. (2017). *Atención a la diversidad: Evolución legal y visión profesional* (Trabajo Fin de Máster). Universidad de La Laguna, Facultad de Educación, España.
- Constitución Española, de 1978. Título I: De los derechos y los deberes fundamentales.
- Cre Once Barcelona-Credv-Matemáticas (2020). *Modo examen-Edico* [Archivo de vídeo]. Recuperado de: <https://www.youtube.com/watch?v=r817WiMmJmw>
- Fernández del Campo, J.E. (2004). *Braille y matemática*. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE).
- Fernández del Campo, J.E. (1986). *La enseñanza de la matemática a los ciegos*. Madrid: ONCE.
- Fernández del Campo, J.E. (n. d.). *Matemática y estudiantes con discapacidad visual*. Recuperado de: <https://disvimat.net>
- Fernández del Campo, J.E. (2019). *Orientaciones para una atención inclusiva en el área de las matemáticas*. Extensibles a STEM (Ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas).
- Fuentes Vargas, C. (2017). Estrategia didáctica para el aprendizaje de conceptos algebraicos en estudiantes con discapacidad visual. *Integración: Revista sobre discapacidad visual*, 71, 137-151.
- García Rubio, J. (2017). Evolución legislativa de la educación inclusiva en España. *Revista Nacional e Internacional de Educación Inclusiva*, 10 (1), pp. 251-264.

Gil Angulo, J.M. (n. d.). *La máquina Perkins: definición, elementos y funcionamiento*.

Recuperado de:

http://agrega.educacion.es/repositorio/22052014/28/es_2014052212_9151631/la_mquina_perkins_definicion_elementos_y_funcionamiento.html

Gil Angulo, J.M. (n. d.). *Braille papel* [Archivo de vídeo]. Recuperado de:

<https://www.youtube.com/watch?v=5Ov9Vin6CRY>

Grinman, G.J. (2012). *Recursos para la Enseñanza de las Ciencia y la Matemática*.

Recuperado de:

<https://bloginfed.educativa.org/wp-content/uploads/2014/12/Geometr%C3%ADa-Invidentes-.pdf>

Instituto Nacional de Estadística (2008). *Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud*.

Resultados nacionales: cifras absolutas. Encuesta de Discapacidad, Autonomía Personal y Situaciones de Dependencia 2008. Recuperado de:

<https://www.ine.es/jaxi/Datos.htm?path=/t15/p418/a2008/hogares/p01/modulo1/10/&file=01010.px - ¡tabs-grafico>

Ipland García, J. y Parra Cañadas, D. (2009). La formación de ciegos y discapacitados visuales: visión histórica de un proceso de inclusión. En Berruezo Albéniz, M.R. y Conejero López, S. (Eds.), *El largo camino hacia una educación inclusiva: aportaciones desde la historia de la educación* (pp. 453-462). Pamplona-Iruña: Universidad Pública de Navarra.

Ley 13/1982, de 7 de abril, de integración social de los minusválidos. *Boletín Oficial del Estado*, 103, 30 de abril de 1982, pp. 11106-11112.

Ley 14/1970, de 4 de agosto, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 187, 6 de agosto de 1970, pp. 12525-12546.

Ley de Instrucción Pública, de 9 de septiembre de 1857. Recuperado de:

https://personal.us.es/alporu/historia/ley_moyano_texto.htm

Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. *Boletín Oficial del Estado*, 238, 4 de octubre de 1990, pp. 28927-28942.

Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 307, 24 de diciembre de 2002, pp. 45188-45220.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, 4 de mayo de 2006, pp. 17158-17207.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295, 10 de diciembre de 2013, pp. 97858-97921.

- Marchesi, A. (1990). Del lenguaje de la deficiencia a las escuelas inclusivas. En Marchesi, A., Coll, C. y Palacios, J. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación 3. Trastornos del desarrollo y necesidades educativas especiales* (pp. 21-43). Madrid: Alianza Editorial.
- Marchesi, A., Coll, C. y Palacios, J. (1990). *Desarrollo psicológico y educación 3. Trastornos del desarrollo y necesidades educativas especiales*. Madrid: Alianza Editorial.
- Martín, M. (n. d.). *El geoplano, un recurso genial*. Recuperado de:
<https://aprendiendomatematicas.com/el-geoplano/>
- Ministerio de Educación (n. d.). Educación inclusiva: discapacidad visual. *Módulo 5: El sistema Braille*. Recuperado de:
http://www.riate.org/version/v1/materiales_en_prueba/e_inclusiva_discapacidad/pdf/m5_dv.pdf
- Muñoz Carenas, J., Bermúdez Cabra, A., Guijarro Mata-García, M., Carreño Gea., P. y Hernando Hernández, D. (2018). Edico. *Integración: Revista digital sobre discapacidad visual*, 72, 100-108.
- ONCE (n. d.). *Educación inclusiva*. Recuperado de:
<https://www.once.es/servicios-sociales/educacion-inclusiva>
- ONCE (n. d.). *El Braille: lectura, aprendizaje, alfabeto y signos*. Recuperado de:
<https://www.once.es/servicios-sociales/braille>
- Ortiz González, M.^a C. (1995). Las personas con necesidades educativas especiales. Evolución histórica del concepto. En Verdugo Alonso, M.A. (dir.), *Personas con discapacidad. Perspectivas psicopedagógicas y rehabilitadoras*. Madrid: Siglo XXI de España Editores, S.A.
- ONU (1948). *La Declaración Universal de Derechos Humanos*. Recuperado de:
<https://www.un.org/es/about-us/universal-declaration-of-human-rights>
- ONU (1959). *Declaración Universal de los Derechos del Niño*. Recuperado de:
<https://www.humanium.org/es/declaracion-de-los-derechos-del-nino-texto-completo/>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el Currículo Básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3, 3 de enero de 2015, pp. 169-546.

Ruíz Quiroga, P. M. (2010). La evolución de la atención a la diversidad del alumnado de educación primaria a lo largo de la historia. *Temas para la Educación: Revista Digital para profesionales de la enseñanza*, (8), pp. 1-15. Recuperado de: <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7241.pdf>

Anexo I

El informe Warnock fue encargado en 1974 por el secretario de Educación del Reino Unido a una comisión de expertos presidida por Mary Warnock, y publicado en 1978. Gran parte de sus propuestas fueron recogidas años más tarde en la legislación inglesa y se extendieron posteriormente a la mayoría de los sistemas educativos (Marchesi, 1990).

El informe reconoce que agrupar las dificultades de los estudiantes en categorías fijas no es beneficioso para nadie, y señala cuatro razones principales (Marchesi, 1990, p. 28):

- Muchos estudiantes están afectados por varias discapacidades.
- Las categorías dificultan a la hora de conocer qué tipo de educación es la necesaria, ya que promueven la idea de que todo el alumnado que está en la misma categoría tiene las mismas necesidades educativas.
- Las categorías, cuando son base para la provisión de recursos, no los proporcionan a aquellos estudiantes que no se ajustan a la categoría fijada
- Las categorías etiquetan al alumnado de forma negativa.

Hay que considerar que este informe fue bastante restrictivo en relación con la integración, ya que marcó tres condiciones básicas: la capacidad de la escuela integradora para responder a las necesidades especiales del alumnado; la compatibilidad de esta decisión con la educación efectiva de los compañeros con los que se va a educar; y la utilización de la administración de los recursos educativos de manera efectiva. La estrategia integradora que surge del informe Warnock es sobre todo un cambio en la forma de proporcionar los recursos educativos, con un panorama más integrador, y no tanto una reforma de la educación (Marchesi, 1990).

El informe Warnock destacó tres formas de integración: física, social y funcional. La integración física se obtiene cuando las clases de educación especial se construyen en el mismo lugar que la escuela ordinaria, pero mantienen una organización independiente, aunque pueden compartir espacios como, por ejemplo, el patio. La integración social implica la existencia de clases especiales en la escuela ordinaria, realizando actividades comunes con el resto del alumnado, como juegos y actividades extraescolares. Finalmente, la integración funcional es la integración más completa ya que el alumnado con necesidades educativas especiales participa a tiempo parcial o completo en las aulas normales y participan como uno más en las dinámicas del centro (Marchesi, 1990).

En resumen, este informe confirma que no hay que transformar a una persona con necesidades educativas especiales en “normal”, sino que hay que aceptarla con sus necesidades y ofrecerles los mismos derechos que a los demás y así potenciar sus capacidades. Asimismo, se dejó de utilizar la palabra “minusválido” para referirnos a una persona con discapacidad, y se empezó a promover el término de Necesidades Educativas Especiales (NEE). Se intentaría no etiquetar a ninguna persona con el término de discapacidad, sino hacer alusión a que presenta una necesidad específica de educación (Parra, 2010, citado en Camacho, 2017).

Anexo II

El Sistema Braille es limitado de signos ya que con los 6 puntos de una celdilla sólo resultan $2^6 = 64$ caracteres distintos (incluyendo el “*espacio en blanco*”). Para cubrir las necesidades de otros símbolos se recurrió a los “*signos compuestos*”; en concreto, la utilización de caracteres que, antepuestos a otros, les proporciona un significado distinto del que tendrían aislado (Fernández, 2004).

Las 10 primeras letras del abecedario Braille (a-j), precedidas del prefijo de número, se convierte en *cifras arábigas* (Fernández, 2004):











Tinta	Braille	
	Notación	Códigos
1		3456,1
2		3456,12
3		3456,14
4		3456,145
5		3456,15
6		3456,124
7		3456,1245
8		3456,125
9		3456,24
0		3456,245

Tabla II.1. Los dígitos en Braille.

El interés por simplificar la expresión, simplificar la lectura y escritura, llevaron a adjudicar al *prefijo de número* la condición de *clave*. En general, el valor de conversión de letras en números se emite a través de (Fernández, 2004):

- Las diez primeras letras de abecedario.
- El punto de separación en grupos de 3 cifras.
- La coma decimal.
- Ciertos convenios locales para otros signos.

Tinta	Braille	
	Notación	Códigos
11	$\mathbb{1}\mathbb{1}$	3456,1,1
12	$\mathbb{1}\mathbb{2}$	3456,1,12
51	$\mathbb{5}\mathbb{1}$	3456,15,1
2002	$\mathbb{2}\mathbb{0}\mathbb{0}\mathbb{2}$	3456,12,245, 245,12
2.345	$\mathbb{2}\mathbb{.}\mathbb{3}\mathbb{4}\mathbb{5}$	3456,12,3, 14,245,15
1.600.000	$\mathbb{1}\mathbb{.}\mathbb{6}\mathbb{0}\mathbb{0}\mathbb{.}\mathbb{0}\mathbb{0}\mathbb{0}$...,3, ...,3, ...
1,25	$\mathbb{1}\mathbb{,}\mathbb{2}\mathbb{5}$...,2, ...
$1,\widehat{25}$	$\mathbb{1}\mathbb{,}\mathbb{2}\mathbb{5}$...,2,2, ...
$1,\widehat{25}$	$\mathbb{1}\mathbb{,}\mathbb{2}\mathbb{5}$...,2, ...,2, ...
$\overline{1},25$	$\mathbb{1}\mathbb{,}\mathbb{2}\mathbb{5}$	3456,1 + 36, ...
$\underline{3},04$	$\mathbb{3}\mathbb{,}\mathbb{0}\mathbb{4}$	3456,14 + 6, ...

Tabla II.2. Representación de números enteros y decimales.

Los dos últimos ejemplos representan la expresión de logaritmos con característica negativa y mantisa⁶ positiva.

A continuación, se recogen otras expresiones matemáticas en Braille de algunos bloques que se imparten en la asignatura de Matemáticas: Aritmética, Álgebra, Análisis y Geometría. Se pueden encontrar más tablas como las siguientes en el documento de Fernández (2004).

⁶ La mantisa es la diferencia entre un número y su parte entera, es decir, su parte fraccionaria.

Tinta	Braille	
	Representación	Códigos
$\frac{a}{b}$		1,256,12
$\frac{a}{b}$		1,6,2,12
$a \div b$		1,25,12
$a:b$		
$\frac{3}{4}$		3456,25,145
$\frac{3}{4}$		3456,14,256,3456,145
$3 \div 4$		3456,14,6,2,3456,145
$3:4$		3456,14,25,3456,145

Tabla II.3. Representación de fracciones enteras.

Tinta	Equivalencia	Braille	
		Representación	Códigos
5%	$5/100$		3456,15,456,356
5‰	$5/1000$		3456,15,456,356,356

Tabla II.4. Porcentajes y tanto por mil.

Conjunto numérico	Notación Tinta	Braille	
		Representación	Códigos
Naturales	N		456,1345
Enteros	Z		456,1356
Fraccionarios (frac. ent.)	F		456,124
Decimales (finitos)	D		456,145
Racionales	Q		456,12345
Reales	R		456,1235
Complejos	C		456,14

Tabla II.5. Los conjuntos numéricos.

Operación	Notación Tinta	Braille	
		Notación	Códigos
Suma	+		235
Resta	-		36
Alternativa de suma algebraica	±		235,25,36
Multiplicación	×		236
	·		236
			3
División	÷		256
	:		256
	/		6,2

Tabla II.6. Signos de operaciones aritméticas.

Relación	Notación Tinta	Braille	
		Notación	Códigos
igualdad	=	⠠=	2356
desigualdad	≠	⠠≠	45,2356
equivalencia	≡	⠠≡	2356,2356
menor que	<	⠠<	246
menor o igual que	≤	⠠≤	246,2356
no menor que	⋈	⠠⋈	45,246
no menor ni igual que	≢	⠠≢	45,246,2356
mayor que	>	⠠>	135
mayor o igual que	≥	⠠≥	135,2356
no mayor que	⋉	⠠⋉	45,135
no mayor ni igual que	≧	⠠≧	45,135,2356
mucho menor que	<<	⠠<<	246,246
mucho mayor que	>>	⠠>>	135,135
aproximadamente igual a	≈	⠠≈	4,2356
a divisor de b	a b	⠠a b	.,456,0,.
a divisor primo de	a ∝ b	⠠a ∝ b	.,456,256,.
múltiplo de 6	6̇	⠠6̇	4,3456,...
múltiplo de P	Ṗ	⠠Ṗ	4,46,...
múltiplo de p	ṗ	⠠ṗ	4,5,...
valor absoluto de z	z	⠠ z 	456,0,.,456
valor absoluto de la diferencia	a ÷ b	⠠a ÷ b	...,46,36,...

Tabla II.7. Signos de relación en los conjuntos numéricos.

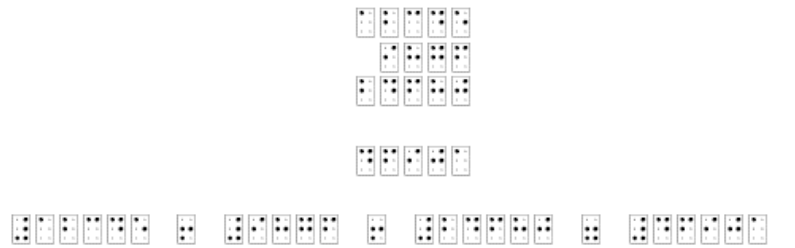
$ \begin{array}{r} 12345 \\ + 9876 \\ \hline 24680 \\ \hline 46901 \end{array} $ $12345 + 9876 + 24680 = 46901$


Tabla II.8. Suma de enteros: realización en Braille.

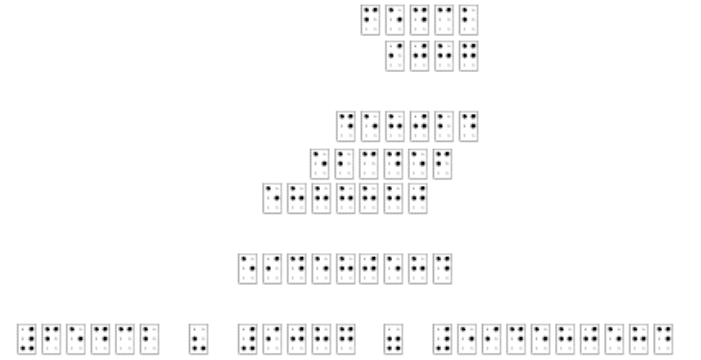
$ \begin{array}{r} 65432 \\ \times 9087 \\ \hline 458024 \\ 523456 \\ 5888880 \\ \hline 594580584 \end{array} $ $65432 \times 9087 = 594580584$


Tabla II.9. Multiplicación de enteros: realización en Braille.

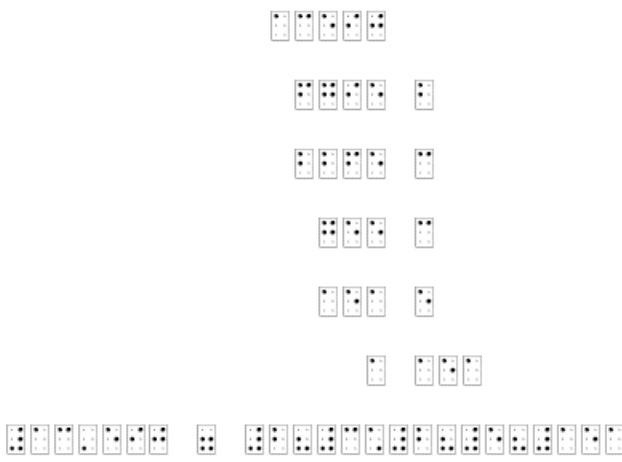
$ \begin{array}{r l} 13590 & 2 \\ 6795 & 3 \\ 2265 & 3 \\ 755 & 5 \\ 151 & 151 \\ 1 & \end{array} $ $13590 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 151$


Tabla II.10. Descomposición en factores primos.

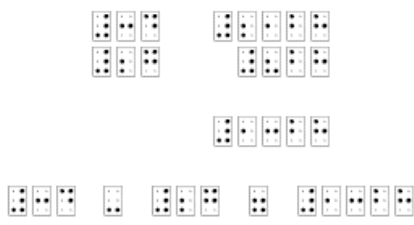
$\frac{3}{4} - \frac{2}{7} = \frac{21 - 8}{28} = \frac{13}{28}$


Tabla II.11. Diferencia de fracciones: realización en Braille.

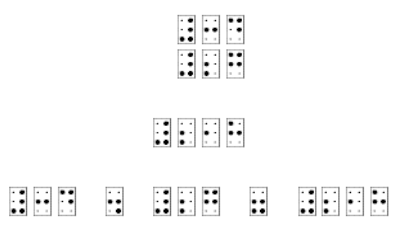
$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{21}{8}$


Tabla II. 12. División de fracciones: realización en Braille.

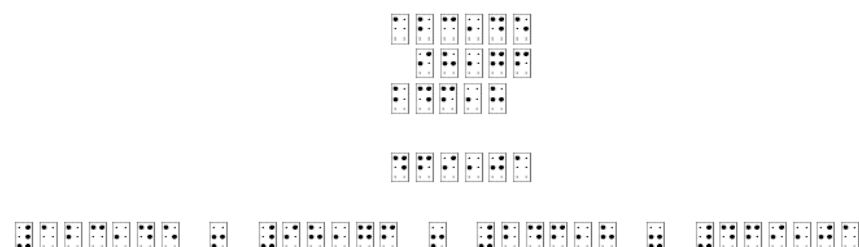
$\begin{array}{r} 123,45 \\ 98,76 \\ + 246,8 \\ \hline 469,01 \end{array}$ <p>$123,45 + 98,76 + 246,8 = 469,01$</p>


Tabla II. 13. Adición de expresiones decimales: realización en Braille.








Concepto	Notación Tinta	Braille	
		Notación	Códigos
Sucesión	(x,y,z)		126,..,2,0,..,345
Progresión aritmética	:-		46,25
Progresión geométrica	:-:		46,25,13
Factorial	x!		...,45,3
Número combinatorio	$\binom{m}{n}$		46,126,..,25,..,345
Sumatorio	$\sum_{i=2}^{i=6}$		45,234,...., 156
Productorio	$\prod_{n=2}^{n=6}$		45,1234,....,156

Tabla II. 14. Sucesiones y cálculos iterados.

Tinta	Braille		Valor repres.
	Correcto	Incorrecto	
3a			31
3x			3x
ax			ax
3ax			31x
			3 ^a x
3xa			3xa

Tabla II. 15. Expresiones algebraicas simples.

Tinta	Braille
$\frac{x}{3}$	
$\frac{3}{x}$	
$\frac{x^2}{3}$	
$\frac{3}{x^2}$	
$\frac{a^2}{x^n}$	

Tabla II. 16. Fracciones algebraicas sencillas.

Tinta	Braille	
	Representación	Códigos
$\sqrt{3}$		1246,156,...
\sqrt{x}		1246,156,...
$\frac{2}{\sqrt{x}}$...
$\frac{\sqrt{x}}{2}$...
$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a}}$...

Tabla II.17. Radicales sencillos.

Tinta	Braille
$5x^3 - 4x^2 + 2x - 1$	
$3 + \sqrt{x}$	
$2 \frac{\sqrt{2}}{x}$	
$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$	
$x_1 + \sqrt{x_2}$	

Tabla II.18. Expresiones algebraicas incluyendo subíndices.

Tinta		=	<	≤	>	≥	≠
Braille	Notación						
	Códigos	2356	246	246,2356	135	135,2356	45,2356

Tabla II.19. Signos de relación entre expresiones algebraicas.

Concepto	Representación tinta	Braille	
		Representación	Códigos
Tiende a	$x \rightarrow a$	$\dots \rightarrow \dots$	1346,25,2,1
n crece indefinidamente (tiende a inf.)	$n \rightarrow \infty$	$\dots \rightarrow \infty$	25,2,3456,1256
Límite, cuando x tiende a c	$\lim_{x \rightarrow c}$	$\lim_{x \rightarrow c}$	123,24,134,3 ...,156,.
Límite por la izquierda	$\lim_{x \rightarrow a^-}$	$\lim_{x \rightarrow a^-}$...,36,3,156
	$\lim_{x \uparrow a}$	$\lim_{x \uparrow a}$..,456,1,..,156
Límite por la derecha	$\lim_{x \rightarrow a^+}$	$\lim_{x \rightarrow a^+}$...,235,3,156
	$\lim_{x \downarrow a}$	$\lim_{x \downarrow a}$.,456,3,..,156
Límite superior	$\overline{\lim}$	$\overline{\lim}$	4,14,...
Límite inferior	$\underline{\lim}$	$\underline{\lim}$	6,36,...
Derivada total respecto de x	$\frac{d}{dx}$	$\frac{d}{dx}$	145,256,26, .,145,..,35
	D_x	D_x	46,145,34,.
Derivada parcial (respecto de x)	∂	∂	456,145,256, 26,456,145, .,.,35
Operador nabla	∇	∇	4,12456
Operador laplaciana	Δ	Δ	456,236

Tabla II.20. Notaciones frecuentes en Análisis Matemático.

Concepto	Representación tinta	Braille	
		Representación	Códigos
Integral indefinida	\int	\int	12346,156
Integral doble	\iint	\iint	12346,12346, .,156
Integral definida entre a y b	\int_a^b	\int_a^b	12346,..,25, .,.,156

Tabla II.21. Notaciones frecuentes en Análisis Matemático (continuación).

Concepto	Notación tinta	Braille	
		Notación	Códigos
Vector	\vec{a}	⠠⠁⠶	25,2,1
	a	⠠⠁	35,1,35
Vector opuesto	\overleftarrow{a}	⠠⠁⠶⠠	5,25,1
	$-\vec{a}$	⠠⠠⠠⠠⠠⠠	36,25,2,1
Vector resultado	$\vec{3a}$	⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	25,2,26,...,35
	$\vec{f(t)}$	⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	25,2,...
Vector fijo	\overrightarrow{AB}	⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	25,2,26,...,35
Vector libre (clase de equipolencia con repres.)	$[\overrightarrow{AB}]$	⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠⠠	12356,25,2,... 23456

Tabla II.22. Vectores.

Anexo III

Algunos ejercicios que se pueden llevar a cabo con los ejes cartesianos y los instrumentos de medida son los siguientes:

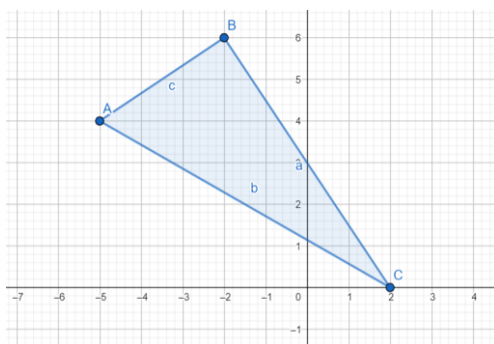
Ejercicio 1. Traza un ángulo de 68° y construye su bisectriz. Comprueba con el transportador que los ángulos obtenidos son de 34° .

Ejercicio 2. Dibuja un triángulo rectángulo con un ángulo de 68° .

Ejercicio 3. Representa los puntos A (5,7), B (-1,3), C (-3,-1) y D (2,-4).

Ejercicio 4. Halla los puntos simétricos de los puntos del ejercicio 3 respecto de los ejes de coordenadas y escribe sus coordenadas.

Ejercicio 5. Escribe las coordenadas de los vértices del siguiente triángulo:



Ejercicio 6. Representa sobre los ejes de coordenadas la recta $y = 2x + 1$.

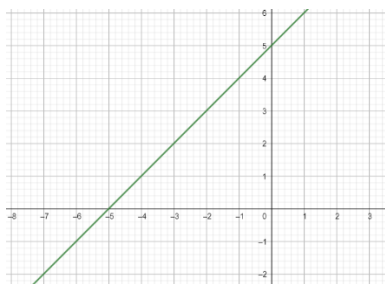
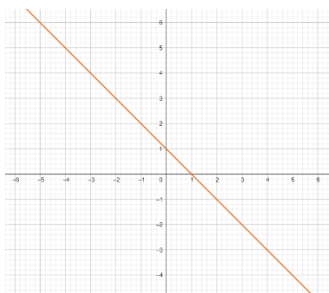
Ejercicio 7. Identifica cada función con su gráfica correspondiente:

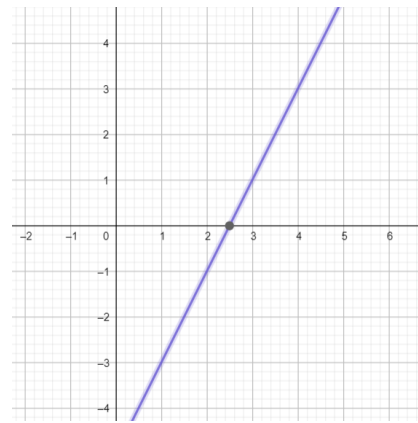
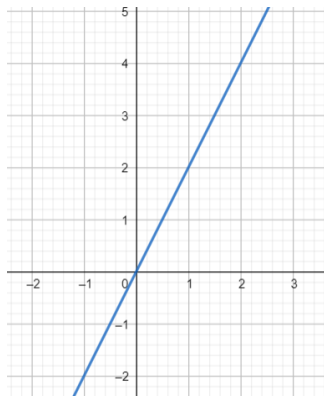
i) $y = x + 5$

ii) $y = 2x$

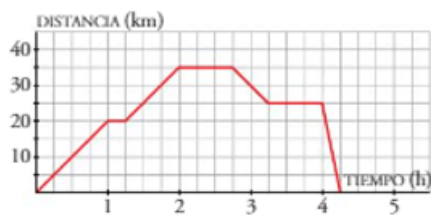
iii) $y = 1 - x$

iv) $y = 2x - 5$





Ejercicio 8. Lucía ha salido con su bicicleta, pero a la vuelta ha sufrido una avería y no ha podido continuar. Ha tenido que llamar a su padre para que la recoja con el coche. Observa el gráfico que representa su recorrido y responde a las preguntas.



- ¿Cuántos kilómetros recorre Lucía en la primera hora?
- ¿Cuánto tiempo permanece parada en el hotel?
- ¿A qué distancia estaba de casa cuando se le ha estropeado la bici?
- ¿Cuánto tiempo ha durado el trayecto en coche?