GA による最適グループの編成

岡山理科大学　情報処理センター　岩崎　彰典
岡山理科大学　総合情報学部　宮地　功
尾上　誉幸

1. まえがき

小学校では仲間作り，仲の良いまとまりのある学級を作ることを目標にしている．学級において日常的にグループ学習をよく行っている．その学習グループは学習を進めるだけではなく，お互いに親密な人間関係を作るきっかけともなり大変重要である．

このような目的を達成するために，人間関係を定量的に測定する方法としてN人の人間集団の中で互いの好感度を測定して，$N \times N$ の人間関係行列を作ることができる．人間関係行列を用いて，この集団を K 個のグループに分け，最適なグループを編成する問題 Pを考える．

各グループの人数を L とすれば，N人の集団を K個のグループに分ける場合の数 μは，

$$\mu = \frac{{}_{N}C_{L} \times {}_{N-L}C_{L} \times \cdots \times {}_{N-(K-1)L}C_{N-(K-1)L}}{K!}$$

で与えられる．40 人を 10 グループに編成する場合は，

$$\mu = 3.546 \times 10^{29},$$

32 人を 8 グループに編成する場合，

$$\mu = 5.929 \times 10^{19},$$

24 人を 6 グループに編成する場合，

$$\mu = 4.518 \times 10^{12}$$

となる．これから，列挙法によって，現在のコンピュータを用いても実時間内で 24 人 6 グループ以上の組合せを求めることが不可能である． GA はランダム性を取り入れると同時に，解の構成法や演算手続きに問題固有の構造を導入することができる．また，一つの解から並列的に解の探索を行う．そして，複数の目的を同時に改善し，解を効率的に探索できる．そこで，遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて問題 P の解法を開発することにした．

問題 Pは次の 4 つの目的を最適化する多目的最適化問題である[1][5][6]．

(1)グループの選択強さの和をできるだけ大きくする
(2)グループの選択強さの最小値をできるだけ大きくする
(3)グループの選択数の和をできるだけ大きくする
(4)グループの選択数の最小値をできるだけ大きくする

本論文では，この問題 Pを定式化し，4 つの目的関数を最大化するように GA を適用する．

以下では，グループ編成問題を定式化し，ＧＡによる解の探索方法を述べる．そして，数値例を使って，得られた解について考察する．

2. グループ編成問題[1][5][6]

互いの好感度 r_{ij}を 0〜4 の 5 段階で評価する．0〜4 をそれぞれ「好感がない」「少し好感がある」「かなり好感がある」「大変好感がある」「ものすごく好感がある」を意味するものとする．

$$0 \leqq r_{ij} \leqq 4,\ r_{ij}:\text{整数},\ i=1,2,\ldots,N,\ j=1,2,\ldots,N.$$

また，相手を選択しているかどうかを b_{ij}で表す．

$$b_{ij}=\begin{cases}1, & r_{ij}>0\\ 0, & r_{ij}=0\end{cases}\qquad i=1,2,\ldots,N,\ j=1,2,\ldots,N.$$

グループ編成問題 Pは次式で表される．

$$\max \quad z_1=\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} r_{ij}\mathrm{x}_{ik}\mathrm{x}_{ik} \qquad (1)$$

$$\max \quad z_2=\min_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} r_{ij}\mathrm{x}_{ik}\mathrm{x}_{jk} \qquad (2)$$

$$\max \quad z_3=\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} b_{ij}\mathrm{x}_{ik}\mathrm{x}_{jk} \qquad (3)$$

$$\max \quad z_4=\min_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} b_{ij}\mathrm{x}_{ik}\mathrm{x}_{jk} \qquad (4)$$

$s.t.$

$$\mathrm{x}_{ik}=\begin{cases}0, & i\notin\{\text{グループ}k\}\\ 1, & i\in\{\text{グループ}k\}\end{cases}\qquad i=1,2,\ldots,N,\quad k=1,2,\ldots,K$$

$$\sum_{k=1}^{K}\mathrm{x}_{ik}=1,\quad i=1,2,\ldots,N$$

ここでは，人数 Nが(グループ数 K)×(その人数 L)に等しいとする．$N\neq K\times L$ である場合，$N+N'=K\times L$ となるように擬似的な人を N'人加えて，人間関係行列を次のようにする．

$$r_{ij}=0,\ i=N+1,N+2,\ldots,N+N',\ j=N+1,N+2,\ldots,N+N'$$

グループ編成後，その人を取り除くことにする．

3. 遺伝的アルゴリズム[1]

ＧＡでは，選択，交叉，突然変異の 3 つの遺伝的操作を確率的に行って問題を解く．まず，いくつかの個体を生成し，親となる 2 つの個体を選択し，交叉して，子となる個体を一つ作る．通常，このような操作を繰返す．問題 P においてグループを編成するために，通常の交叉を行うと致死遺伝子ができてしまう．その為，ここでは 2 つの個体を選択する代わりに，図 1 に示すように 1 つの個体の遺伝子を組み換え，新しい個体を生成する．まず，親となる個体にランダムな交叉位置①と②を決める．次に，交叉させる遺伝子の数 n をランダムに決める．交叉位置①と②から n 個の遺伝子のまとまりをそれぞれ S と T とする．S と T を交換して交叉を行い，子の個体を生成する．このような交叉を繰返して，新しい個体を生成する．

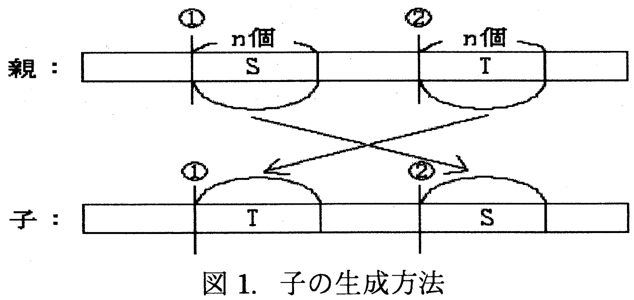

図 1. 子の生成方法

以上の操作を繰返して，個体を生成していく方法を図 2 に示す．実行可能な解として，最初の個体を一つ生成する．交叉位置と交叉させる遺伝子の数をランダムに決めて，最初の個体 1 から交叉させて，個体 2 を生成する．同様に個体 1 から交叉させて，個体 3 を生成する．個体 2 から個体 4 を生成する．このように個体を生成し，親となる個体から分裂するかたちで，個体の数を増やしていく．個体をM個生成するまでを 1 世代とする．その後，その中から最も適応度の高い個体を 1 つ選択し，次世代の親とする．1 世代の生成方法と同様にして，前の世代の最良の個体から子の個体を生成していく．このような個体生成を 1 万世代繰返す．この方法は，最良な解がそのまま子孫として残されていくのでエリート戦略になっている[7][8]．ここで，適応度 f を 1 つの目的関数で表し，4 個の適応度 f_1，f_2，f_3，f_4を考える．この個体生成方法によって，z_1に対応する適応度 f_1に基づいて，1 万世代の間個体生成を繰返して z_1についての近似最適解を求める．続いて，適応度 f_2，f_3，f_4についても，同様に 1 万世代の個体生成を繰返して解を求める．

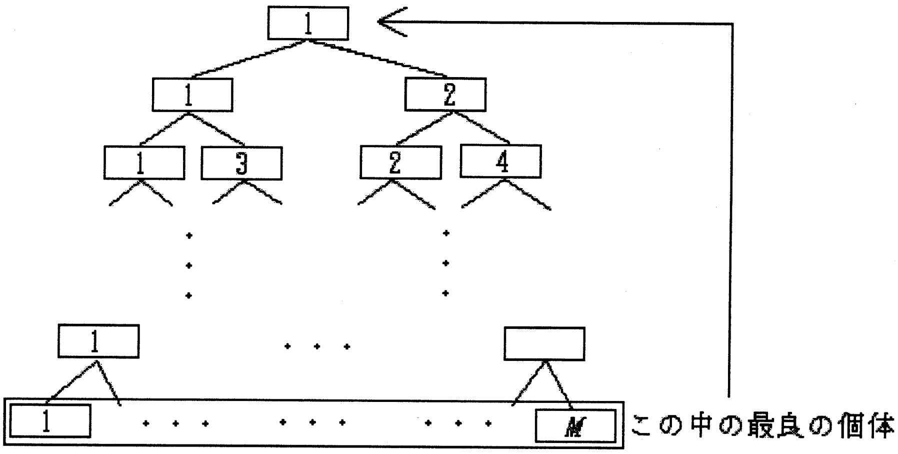

図 2．個体の生成方法の模式図

GAによる探索の処理の流れを次のように行う．1 世代に生成する個体の数を Mとする．Mは 2 の倍数を格納する．個体を生成して記憶するために，最初の位置を Left，最後の位置を Right に格納する．Center には Left と Right の中央値を常に格納する．個体の生成をする関数を Create()とし，アルゴリズムを擬似言語で以下に示す．

```
Left ← 1, Right ← M
DIMENSION 個体[M]
FUNCTION Create(Left, Right)
      Center ← (Left と Right の中央値)
      個体[Center] ← 個体[Left]に交叉を行ったもの
      IF (Center ≠ Right) THEN
            IF (Left < Center) THEN Create(Left, Center－1)
            IF (Center < Right) THEN Create(Center, Right)
      ENDIF
ENDFUNCTION
```

4．数値例

小学校では，仲の良いまとまりのある学級を作ることを目標にしている[3][4]．そこで，座席替えの際に並びたい度合の 5 段階のアンケートを数クラスを対象に実施した[1][5][6]．そのアンケート結果から人間関係行列を作成する．そのアンケートの中から数値例として，児童数 36 人の 2 学級 C1 と C2 に本アルゴリズムを，適用する．N=36，K=9，L=4，M=64 の場合，個体生成を 1 万世代繰返した．最後の 64 個の解の中で，採用できそうな解について，目的関数 z_1～z_4の値を表 1 に示す．また，それらの解の各グループの選択強さと選択数を表 2 に示す．

学級 C1 について「選択強さの和」と「選択強さの最小値」の関係を図 3 に示す．「選択数の和」と「選択数の最小値」の関係を図 4 に示す．図 3 と図 4 において，近似最適解と思われる解に記号 A～F を付けた．解 A～F は図 3 と図 4 において互いに対応している．図の中に使った記号◆，■，▲，○は，それぞれ適応度 f_1，f_2，f_3，f_4 について求めた解を示す．例えば，図 3 において解 A は，適応度 f_2 の基で求めた解であり，「選択強さの最小値」z_2 が最も大きい．その解 A は図 4 において「選択数の和」が小さいことがわかる．学級 C2 について，グループ編成した結果を図 5 と図 6 に示し，それぞれの解に記号 G～J，O，R，U～W を付け，2 つの図の記号は対応している．

学級	解	z1	z2	z3	z4
C1	A	253	26	89	7
	B	283	21	90	8
	C	320	17	97	7
	D	319	17	96	7
	E	269	19	99	9
	F	275	19	98	9
C2	G	280	29	90	9
	H	304	25	100	9
	I	326	23	100	9
	J	332	22	100	9
	O	347	23	103	9
	R	316	23	106	10
	U	308	21	105	10
	V	309	19	103	10
	W	301	21	100	8

表 1. 得られた解についての目的関数の値

表 2. 得られたグループの選択強さ，選択数，およびその最大差

学級	解		1班	2班	3班	4班	5班	6班	7班	8班	9班	最大差
C1	A	選択強さ	26	33	29	26	31	29	27	26	26	7
		選択数	9	11	10	11	10	12	7	10	9	5
	B	選択強さ	39	28	38	26	31	21	47	29	24	26
		選択数	11	11	10	8	9	10	12	9	10	4
	C	選択強さ	39	28	38	17	46	46	47	35	24	30
		選択数	11	11	10	7	12	12	12	12	10	5
	D	選択強さ	37	28	39	17	46	46	47	35	24	30
		選択数	11	11	11	7	12	12	12	12	8	5
	E	選択強さ	30	26	35	19	27	24	42	29	37	23
		選択数	9	11	12	11	12	9	12	11	12	3
	F	選択強さ	38	26	30	19	27	24	42	29	40	23
		選択数	12	11	9	11	12	9	12	11	11	3
C2	G	選択強さ	34	29	29	31	30	30	35	29	33	6
		選択数	12	10	8	10	10	9	11	10	9	4
	H	選択強さ	41	36	35	36	36	25	33	36	26	16
		選択数	12	12	12	10	12	9	10	12	11	3
	I	選択強さ	39	41	38	23	43	45	39	28	30	22
		選択数	12	12	12	9	12	12	12	10	9	3
	J	選択強さ	22	41	39	23	43	45	31	47	41	25
		選択数	9	12	12	9	12	12	11	12	11	3
	O	選択強さ	39	41	38	23	43	45	31	46	41	23
		選択数	12	12	12	9	12	12	11	12	11	3
	R	選択強さ	41	36	36	47	36	25	36	36	23	24
		選択数	12	12	12	12	12	10	12	12	12	2
	U	選択強さ	41	36	30	47	36	25	36	36	21	26
		選択数	12	12	11	12	12	10	12	12	12	2
	V	選択強さ	33	36	41	47	36	25	36	36	19	28
		選択数	11	12	12	12	12	10	12	12	10	2
	W	選択強さ	24	36	41	47	36	25	36	33	23	24
		選択数	10	12	12	12	12	10	12	10	12	2

問題 P を GA により求めた結果，図 3 より解 A は z_2 が最大であり，C は z_1 が最大である．また，図 4 より

解Eはz_3とz_4が最大である．解Cは，選択強さの和は最大であるが，選択強さの最小値は他の解より小さい．図4で見ると，解Cの選択数の和は解E，Fに次いで大きい．解Cについて9個の学習グループ内の人間関係を図7のブロック内に示す．並びたい度合は5段階で表しているが，0は「並びたくない」であるので矢印を省き，並びたい度合1～4を図7の右下に示す4種類の矢印で表す．矢印の数が選択数を表す．各班を構成する児童の出席番号をブロック内の四隅に示す．図7において4班の選択強さは17であり，他の班と比べて小さく，選択数も7であり小さい．4班は，友達関係が最も疎になっている．このようにそれぞれの解について友達関係を考える．

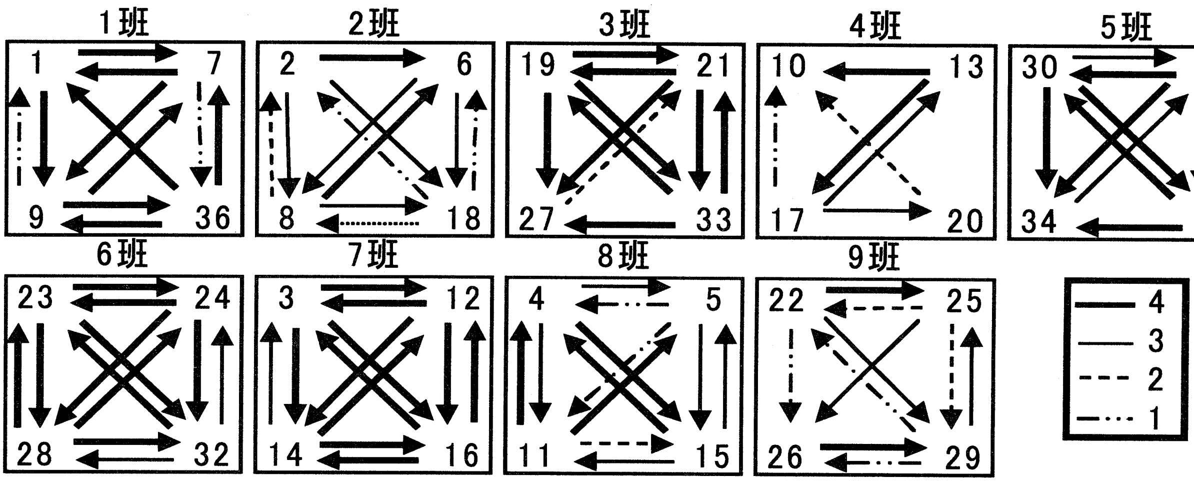

図7．解Cにおけるグループ内の友達関係図

5．まとめ

多目的で学習グループの編成を考え，定式化した．適切な学習グループの編成を行うために，GAによる解の探索方法を提案した．そのアルゴリズムを利用し，数値例として36人の2学級を9グループにグループ編成することを試み，得られた解を示して考察した．

ここでは，児童の男子と女子を区別せずにGAによる学習グループを編成した．学校で学級の児童をグループ編成するためには，児童の男女を考慮する必要がある．さらに，GAによる探索によって求めた解が，列挙法による厳密解にどの程度近い解であるのかを確かめ，GAによるグループ編成の最適化が有効であることを確かめなければならない．

参考文献

[1] 岩崎彰典,宮地功,尾上誉幸:GAによる学習グループの編成,電子情報通信学会技術研究報告,Vol.101,No.506,pp.73-78(2001)

[2] 河井芳文:ソシオメトリー入門,(1985) みずうみ書房.

[3] 宮地功,岸誠一:新しいソシオメトリックテスト用紙と新しい指標の提案,日本教育工学会研究報告集,JET**92**-6, pp.23-28(1992).

[4] 宮地功,岸誠一,小孫康平:間隔尺度測定に基づくソシオメトリックステストの提案と分析システムの開発,教育情報研究, Vol.**9**, No.2, pp.33-44(1993).

[5] 宮地功:学習グループ構成問題,日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集,pp.20-21 (1995).

[6] 宮地功:GAによる学習グループ構成問題の解法,日本OR学会春季研究発表会アブストラク集, pp.191-192 (1997).

[7] 坂和正敏,田中雅博:遺伝的アルゴリズム, pp.1-113(1995) 朝倉書店.

[8] 玉置久:遺伝的アルゴリズムと多目的最適化, 北野宏明編「遺伝的アルゴリズム２」, pp.71-87 (1995) 産業図書株式会社.

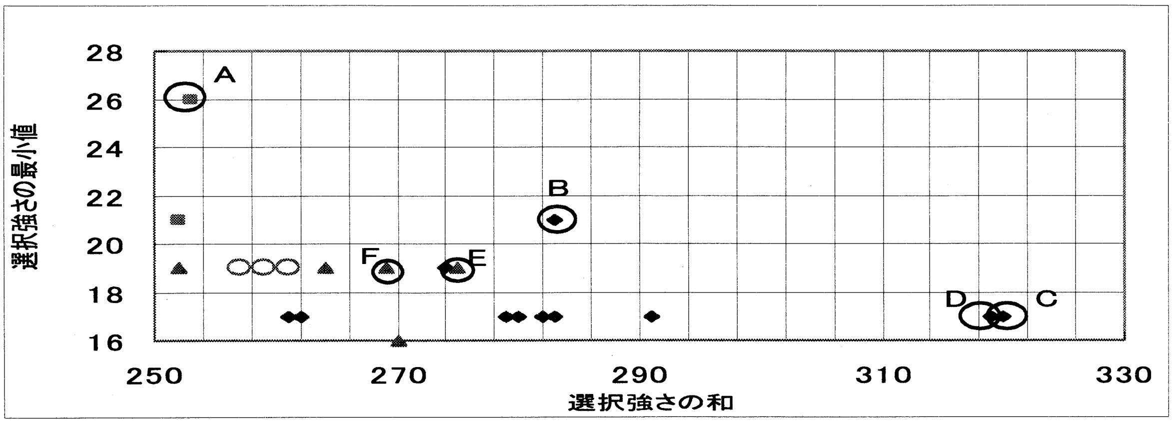

図 3. 学級 C1 の選択強さの和と選択強さの最小値との関係

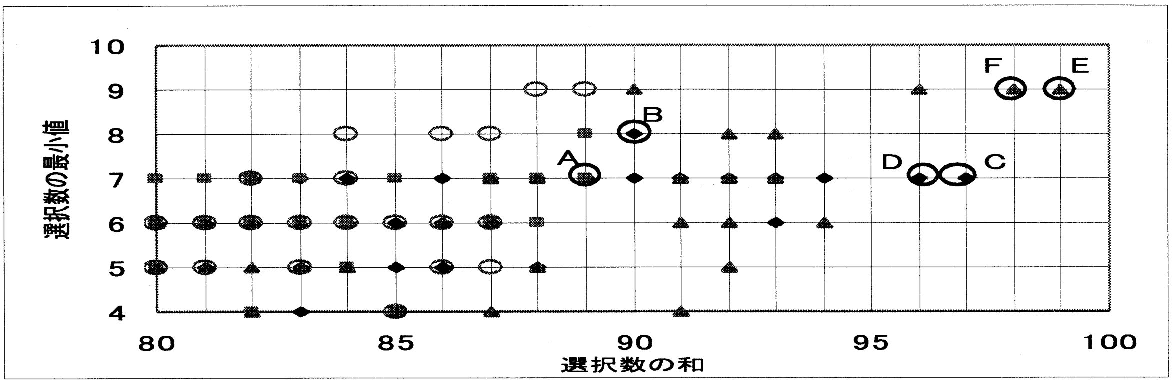

図 4. 学級 C1 の選択数の和と選択数の最小値との関係

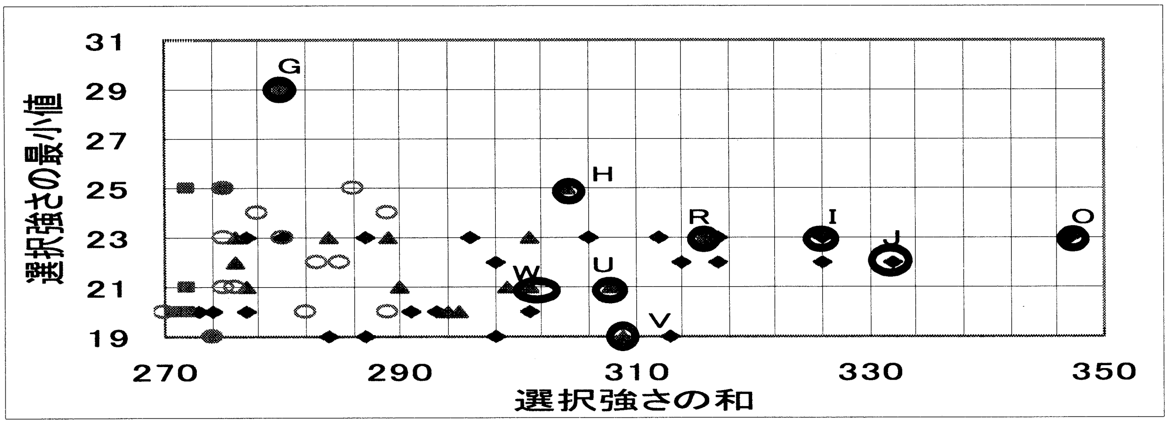

図 5. 学級 C2 の選択強さの和と選択強さの最小値との関係

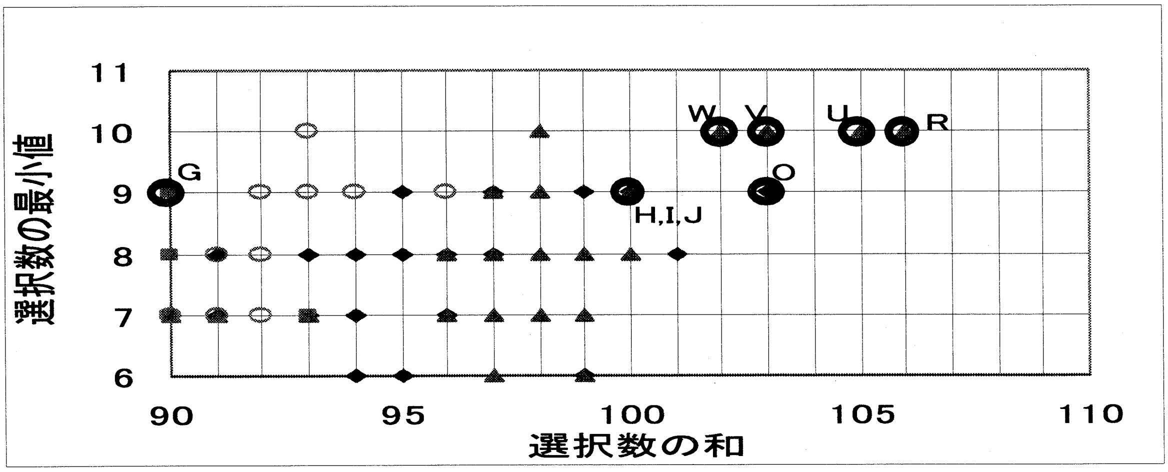

図 6. 学級 C2 の選択数の和と選択数の最小値との関係