Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi, 2021, Cilt 15 Sayı 38, Sayfa 1-28
Mediterranean Journal of Educational Research 2021, Volume 15 Issue 38, Page 1-28
https://doi.org/10.29329/mjer.2021.424.1

Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerinin TIMSS Standartlarına Göre İncelenmesi

Aysu Nur Benli [1], Burçin Gökkurt Özdemir [2]

Özet: Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmenlerinin matematiksel muhakeme becerilerinin TIMSS standartlarına göre incelenerek yeterliklerinin incelenmesidir. Bu araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırma açıklayıcı durum çalışması deseni niteliğindedir. Araştırmanın çalışma grubunu, Türkiye'nin Batı Karadeniz Bölgesinde bulunan bir ilin altı devlet okulunda aktif olarak çalışmakta olan 10 matematik öğretmeni (5 ortaokul, 5 lise) oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak, Çoban (2010) tarafından geliştirilen "Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinden" seçilen üç açık uçlu soru doğrudan görüşme formuna dâhil edilmiş, üç test sorusu da açık uçlu soru şeklinde düzenlendikten sonra görüşme formuna dâhil edilmiştir. Verilerin analizinde nitel veri analizi tekniklerinden yararlanılmıştır. Araştırmanın sonunda matematik öğretmenlerinin *analiz etme, karar verme* ve *genelleme yapma* boyutunda *rutin olmayan problem çözme* ve *bağlantılar oluşturma* boyutuna kıyasla daha yeterli oldukları görülmüştür. Elde edilen verilere genel olarak bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin lise matematik öğretmenlerine kıyasla TIMSS'nin boyutlarında daha yeterli oldukları tespit edilmiştir. Bununla birlikte bağlantılar kurma boyutunda lise matematik öğretmenlerinin daha doğru cevap verdikleri dikkat çekmiştir. Genel olarak matematik öğretmenlerinin çoğunun TIMSS'nin boyutlarında rutin olmayan problem çözme ve bağlantılar oluşturma açısından yeterli olmadığı, rutin olmayan problemi birden fazla çözme aşamasında zorlandıkları ortaya çıkmıştır.

Anahtar kelimeler: Matematiksel Muhakeme, TIMSS, Matematik Öğretmenleri

Geliş Tarihi: 21.04.2020 **–** **Kabul Tarihi:** 03.10.2021 – **Yayın Tarihi:** 30.12.2021

DOI: 10.29329/mjer.2021.424.1

AN EXAMINATION OF MATHEMATICS TEACHERS' MATHEMATICAL REASONING SKILLS ACCORDING TO TIMSS STANDARDS

Abstract: The purpose of the study is to examine the competencies of mathematics teachers' mathematical reasoning skills according to Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] (2003) standards. In this study, case study method was used as qualitative research approach. This research is a descriptive case study pattern. The study group is composed of 10 mathematics teacher (5 secondary schools, 5 high schools) who are actively working in six public schools in a city located at Turkey's western Black Sea Region. As the data collection tool, three open-ended questions selected from the "Mathematical Judgment Evaluation Scale"

[1] **Aysu Nur Benli,** Institute of Education Sciences, Bartın University, ORCID: 0000-0002-7890-4857

[2] **Burçin Gökkurt Özdemir,** Assoc. Prof. Dr., Mathematics and Science Education, Bartin University

Email: bgokkurt@bartin.edu.tr

developed by Çoban (2010) were included directly in the interview form, and three test questions were included in the interview form after they were arranged as open-ended questions. The data were analyzed using qualitative analysis techniques. At the end of the research, it was seen that mathematics teachers were more adequate in *analyzing, decision making and generalizing aspects* compared to *non-routine problem solving and forming connections* aspects. When the obtained data are analyzed in general, it is evaluated that middle school mathematics teachers are more adequate in terms of TIMSS compared to high school mathematics teachers. However, it was remarkable that high school mathematics teachers answered more accurately in aspect of establishing connections. In general, it has been revealed that most of the mathematics teachers are not sufficient in terms of non-routine problem solving and connections establishment in the aspects of TIMSS and they have difficulty in more than one phase in solving non-routine problem.

Keywords: Mathematical reasoning, TIMSS, mathematics teachers

GİRİŞ

Geçmişten günümüze bireylerin ve toplumun ihtiyaçları gün geçtikçe değişmiştir. Günümüzde bireylerin bilgiyi alıp vermeleri yerine düşünme becerilerine sahip olması, karşılaştıkları problemlere pratik ve daha kalıcı çözümler getirmeleri bir gereklilik haline gelmiştir (Seferoğlu ve Akbıyık, 2006). Değişen bu ihtiyaçlara uyum sağlamak için eğitim sisteminde de haklı olarak değişiklilere gidilmesine gerek duyulmuştur. Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013) öğretim programında yaptığı değişiklerde okuduğunu doğru anlamlandıran, problem çözebilen, muhakeme yapabilen, öğrenme-öğretme sürecinin farkında olan, süreç sonunda elde ettiklerini farklı durumlara da uyarlayabilen bireyler yetiştirmeye odaklanmıştır. Bağcı'ya (2015) göre matematiksel muhakeme yeteneği gelişmiş olan bireylerin, akıl yürütme, problem çözme gibi tüm zihinsel süreçlerde başarı göstermesi olağan bir durumdur.

Muhakeme becerisi literatürde pek çok araştırmacı tarafından farklı şekilde tanımlanmıştır. Leighton (2003) muhakemeyi doğru sonuca ulaşmak için bilgi, düşünce ve kanıtları birlikte düzenleme süreci olarak ifade etmektedir. Altun (2012) ise muhakemeyi bir süreç olarak tanımlamıştır. Bu süreç veriler üzerinde fikirler yürüterek sonuç oluşturma, ortak özelikleri fark etme ve yapılanları anlama becerilerinden oluşmaktadır (Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu, 2017). Rips (1994) muhakemeyi yeni bilgileri oluşturmak için eski bilgilerin kullanılması gereken zihinsel süreç olarak tanımlamıştır. Muhakemeye ilişkin yapılan başka bir tanımda Webster (1982) muhakemeyi bir hakikatten anlam çıkararak tutarlı bir şekilde düşünme olarak tanımlamıştır. Bir düşünce ne kadar ileri düzeyde olsa da akla ve mantığa uygun şekilde ele almıyorsa, temeli bilgiye dayanmıyorsa ve gerçekleşmiyorsa muhakeme olarak kabul edilemez (Umay, 2003).

Muhakeme yapan bireyler, konuya detaylarıyla hâkim olmakta, bir durumu inceledikten sonra bu durum hakkında akıl yürütebilmektedir. Ayrıca konuyu farklı boyutlarıyla ele alabilmekte, mantıklı varsayımlarda üretebilmekte, tahminlerde bulunabilmekte, düşüncelerini nedenlerle temellendirerek açıklayabilmekte ve ulaştığı sonuçlarını savunabilmektedirler (Çoban, 2010). Kısacası muhakeme bir durumun veya konunun tüm boyutları ile ele alınarak incelenmesidir. Matematik, muhakemenin en çok kullanıldığı alanlardan biridir (Umay, 2003). Öyle ki matematiksel genellemeleri kullanırken, bir konu hakkında yargılara ulaşırken ve bu yargıları geliştirmede en çok muhakeme becerisinden yararlanılır (Russell, 1999). Dünyayı matematik penceresinden "Neden" ve "Nasıl" soruları sorularak anlamaya yardımcı olan ve doğru sonuçlara ulaşmayı sağlayan, kişiye özgü kültürel ve üst düzey düşünme sürecine matematiksel muhakeme denir (Erdem ve Soylu, 2018). National Council of Teachers of Mathematics'e (NCTM) (1989) göre matematiksel muhakeme, matematiksel tahminler oluşturma, matematiksel tahminler geliştirme ve değerlendirme, elde ettiği matematiksel bilgileri çeşitli şekillerde sunma becerilerinden oluşur. Matematiksel muhakeme, temel bir beceriden daha fazlasıdır (Ball ve Bass, 2003). Matematiğin temelini oluşturan da matematiksel muhakemedir (Umay, 2003).

Matematik, doğası gereği muhakeme yapmayı gerektirir. Bu nedenle matematik öğrenme sürecinde muhakeme becerisinin geliştiği söylenebilir (Gürbüz ve Erdem, 2014). Neden?, Niçin? gibi sorulara karşılık olarak mantıklı sonuçlar elde etmek başka bir deyişle muhakemenin gelişimini sağlamak matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden birisidir (Altıparmak ve Öziş, 2005). MEB'de (2015) muhakeme akıl yürütme olarak tanımlanmış ve ortaokulun tüm kademelerinde matematik öğretim programında kazandırılması gereken matematiksel beceriler arasında ifade edilmiştir.

Matematiksel muhakemenin öğrenme üzerindeki önemli rolünü vurgulayan Ball ve Bass'a (2003) göre muhakeme olmadan matematiği anlamak sadece işlemsel veya yöntemsel olur. Ball ve Bass'a (2003) göre muhakeme, öğrencilerin özel durumlardan yola çıkarak genellemeler oluşturmalarına yardım eder. Ayrıca öğrencilerin matematiksel kavramlar ve işlemler arasındaki ilişkiler kurmalarına imkân verir. Muhakeme becerisinin öğrenciler tarafından kazandırılabilmesi için, öğrencilerin belli becerilere sahip olmaları gerekmektedir. Literatür incelendiğinde bu beceriler hakkında fikir birliğinin olmadığı ve matematiksel muhakeme becerisini değerlendirmede araştırmacılar tarafından farklı becerilerin ve niteliklerin öne sürüldüğü görülmektedir (Ev-Çimen, 2008; Marzona 2000; MEB, 2005; NCTM, 1989, 2000; Programme for International Student Assessment [PISA], 2005; Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS], 2003). Bu araştırmada matematiksel muhakemenin değerlendirilmesinde TIMSS'in (2003) çerçevesi ele alınmıştır. Çünkü TIMSS sınavlarında öğrencilerin matematiksel olarak aslında neyi bildiklerinden daha çok bilgiyi nasıl yorumladıkları ve günlük hayatlarına nasıl transfer edecekleri ile ilgilenilmektedir. Öğrencilerin bu bilgilerini transfer etme becerileri artarsa, Delice ve Sevimli (2010), uluslararası sınavlarda öğrencilerin başarı seviyelerinin artacağını dile getirmiştir. Bu araştırmada, TIMSS'in matematiksel muhakeme boyutları dikkate alındığından aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

TIMSS'in Matematiksel Muhakeme Boyutları

Analiz Etme: Öğrenciler, matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeli veya kullanabilmeli, bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri seçebilmeli, üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini zihninde canlandırabilmeli, problemlerin farklı yönlerini eşleştirebilmeli ve karşılaştırabilmeli, verilen bilgilerden geçerli sonuçlar ortaya koyabilmelidir. Dört köşesinde sayılar yazan bir dikdörtgen şeklindeki kâğıdın ilk olarak uzun kenarları üst üste gelecek şekilde katladıktan sonra oluşan kâğıt kısa kenarlar üst üste gelecek şeklide katlanırsa önden arkaya doğru köşelerde yazan sayıların neler olacağını zihinde canlandırabilmek analiz etme boyutuna bir örnektir.

Genelleme Yapma: Öğrenciler, problem çözme ve matematiksel düşünme yollarını kullanarak elde ettiği sonuçları daha genel durumlara uyarlayarak, genel terimlerle yeniden ifade ederek, genişletebilmelidirler. Örnek verilecek olursa genelleme boyutuna sahip birey verilen bir örüntün basamakları arasındaki ilişkiyi bulabilir ve bulduğu ilişkiyi genel terim olarak ifade edebilir.

Bağlantılar Oluşturma: Öğrenciler, sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel ifadeleri ve sonuçları başka bir sonuçla birleştirebilmeli, bilgiyi oluşturan bileşenler arasında bağlantılar kurmalı ve birbiriyle bağlantılı matematiksel fikirler arasında köprü oluşturmalıdırlar. Örnek verilecek olursa, sınav notlarının dağılımı ve aritmetik ortalamanın gösterildiği bir grafikte hangi sınıfın sınavdan başarılı oluğunu anlamak için grafik yorumlamaya dair bilgileri ve aritmetik ortalama hakkındaki bilgileri arasında bağlantılar oluşturması gerekmektedir.

Karar Verme: Öğrenciler, matematiksel özellikleri ve sonuçları kullanarak nedenleri ortaya koyduktan sonra durumun doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilmelidirler. Örnek verilecek olursa, yapılan bir çözümün doğru veya yanlış yapıldığını nedenleri ile birlikte açıklayabilir.

Rutin Olmayan Problemler Çözme: Öğrenciler, gerçek hayatla ilgili matematiksel problemlerini çözebilmeli, uygun matematiksel durum ve konuları farklı problemlerin çözümüne de uyarlayabilmelidir. Öğrencinin sadece formül uygulayarak çözemeyecekleri, problem üzerinde düşünmesini gerektiren problemleri çözmesi bu boyuta örnek olarak verilebilir.

Matematik eğitiminde yapılan çalışmalar öğrencilerin matematiksel muhakeme yapmaları ve matematiği anlamlı kılmaları üzerinde durmaktadır (NCTM, 2000). Aynı zamanda MEB tarafından 2018 yılında hazırlanan öğretim programında muhakeme becerisi öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler arasında yer almıştır. Muhakeme özellikle eğitim ve öğretim kurumlarının etkisiyle geliştirilebilir (Çoban, 2010). Dolayısıyla öğrencilere matematiksel muhakeme becerisinin kazandırılmasında matematik öğretmenine önemli görev düşmektedir. Çünkü matematiksel muhakeme sürecinde öğretmenin rehberliğine ihtiyaç duyulmaktadır (Brodie, 2010). Matematiksel muhakemeyi öğretmek amacıyla öğrencilere öğrenmeleri için fırsatlar yaratılmalıdır, bu fırsatların yaratılabilmesi için de öğretmenin de matematiksel muhakeme yapması gerekmektedir (Stacey, 2006).

Matematiksel muhakeme becerisinin kazandırılması veya geliştirilmesi amacıyla etkili ortamları ve fırsatları yaratan öğretmenler, matematiksel muhakemeyi etkili şekilde kullanan öğretmenlerdir (Çiftçi, 2015). Dolayısıyla öğretmen iyi bir muhakeme yeteneğine sahip olmalıdır ki öğrencisine muhakeme yeteneğine sahip olması için ortamlar yaratabilsin. İlgili literatür taraması kapsamında matematiksel muhakemeyle ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, matematik öğretmeni adaylarının matematiksel muhakeme düzeylerinin orta düzeyde olduğu (Öz ve Işık, 2018), öğrencilerin rutin olmayan problemler çözerken zorlandıkları (Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu, 2017) ve öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin etkili bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür (Bal İncebacak ve Ersoy, 2016). Benzer şekilde birçok araştırmacı, öğrencilerin muhakeme becerilerini kullanmalarında sıkıntı yaşadıklarını tespit etmiştir (Dituri, 2008; Lynn Junk 2005; Pilten, 2008; Umay ve Kaf, 2005). Bu durum matematik öğretmenlerinin muhakeme beceri düzeylerinin araştırılmasını gerekli kılmıştır. Çünkü bu becerinin kazanılmasında öğrencilere rehberlik eden öğretmenin kendisinin de bu beceriye sahip olması beklenmektedir. Literatüre bakıldığında öğretmenlerin muhakeme becerilerine ilişkin bir araştırmaya rastlanamadığı ve daha çok öğrenciler (Bal İncebacak ve Ersoy, 2018; Bostancı, 2019; Çoban, 2019; Danişman ve Erginer, 2017; Hwang, vd., 2017; Kara Çalışkan, 2019) ile 10-11 yaşındaki küçük çocuklarla çalışmalara (Barnes, 2019) rastlandığı göze çarpmaktadır. Bu nedenle bu araştırmada matematik öğretmenlerinin matematiksel muhakeme becerileri TIMSS'in (2003) ele aldığı beş boyuta göre değerlendirilmiştir.

YÖNTEM

Bu araştırma matematik öğretmenlerinin muhakeme beceri düzeylerini ortaya çıkarmak ve ne derecede kullandıklarını belirlemek amacıyla yapılmış ve araştırmada nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Nitel araştırma gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamı içinde gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması Christensen, Johnson ve Tunder'e (2015) göre bir olayın var olan durumu hakkında bilgi toplamak için kullanılır. Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin matematiksel muhakeme becerileri hakkında bilgi toplamak amaçladığından çalışmada Davey'in (1991) durum çalışması çeşitlerinden açıklayıcı durum çalışması kullanılmıştır.

Çalışma Grubu

Amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılan bu araştırma, Türkiye'nin Batı Karadeniz Bölgesinde bulunan bir ilin altı devlet okulunda çalışmakta olan 5 ortaokul matematik öğretmeni ve 5 lise matematik öğretmeni (6 bayan, 4 bay) ile yürütülmüştür. MEB'in (2018) matematik dersi öğretim programlarına bakıldığında matematiksel muhakeme hem ortaokul hem de ortaöğretim öğretim programında yer almaktadır. Bu nedenle çalışma grubunda hem ortaokul kademesinde hem de lise kademesinde çalışan öğretmenlerden seçilmesine dikkat edilmiştir.

Kolay ulaşılabilir durum örneklemesinde araştırmacı yakın ve erişilmesi kolay bir durum seçtiği için, bu örnekleme araştırmacıya hız ve pratiklik kazandıran bir örnekleme yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu nedenle çalışmaya katılan öğretmenler araştırmacının iletişimde olduğu ve gönüllü olan öğretmenlerden seçilmiştir. Öğretmenlerin isimleri etik kuralları nedeniyle gizli tutulmuştur. Ortaokul matematik öğretmenlerine rastlantısal olarak O1, O2, O3, O4, O5 kodları verilirken lise öğretmenlerine rastlantısal olarak L1, L2, L3, L4, L5 kodları verilmiştir. Çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin demografik özellikleri Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. Katılımcıların Demografik Özellikler

Kodlar	*Cinsiyet*	*Ders verdiği kademe*	*Mezun olunan okul türü*	*Yaş*	*Hizmet yılı*	*Muhakeme hakkında bilgisi*
O1	*Kadın*	*Ortaokul*	*Eğitim fakültesi*	*36*	*13*	*Var*
O2	*Kadın*	*Ortaokul*	*Eğitim fakültesi*	*44*	*21*	*Var*
O3	*Kadın*	*Ortaokul*	*Eğitim fakültesi*	*40*	*18*	*Var*
O4	*Erkek*	*Ortaokul*	*Eğitim fakültesi*	*38*	*17*	*Var*
O5	*Kadın*	*Ortaokul*	*Eğitim fakültesi*	*48*	*25*	*Yok*
L1	*Kadın*	*Lise*	*Fen edebiyat fakültesi*	*43*	*20*	*Yok*
L2	*Erkek*	*Lise*	*Eğitim fakültesi*	*49*	*27*	*Yok*
L3	*Erkek*	*Lise*	*Eğitim fakültesi*	*27*	*3*	*Var*
L4	*Erkek*	*Lise*	*Fen edebiyat fakültesi*	*25*	*2*	*Var*
L5	*Kadın*	*Lise*	*Fen edebiyat fakültesi*	*47*	*24*	*Yok*

Verilerin Toplanması

Veri toplama aracı olarak, Çoban (2010) tarafından geliştirilen "Matematiksel Muhakeme Değerlendirme Ölçeğinden" seçilen üç açık uçlu soru doğrudan görüşme formuna dâhil edilmiş, üç test sorusu da açık uçlu soru şeklinde düzenlendikten sonra görüşme formuna dâhil edilmiştir. Soruların seçilmesinde TIMSS'nin matematiksel muhakeme boyutlarının her birini ölçen soru olması göz önünde bulundurulmuştur. Analiz etme boyutuna ilişkin iki soruya yer verilmiştir nedeni araştırmada öğretmenlerin hem durumlar arasındaki ilişkiler kurması hem de verilen bilgilerden geçerli sonuçlar ortaya koyma becerileri incelenmek istenmesinden kaynaklanmaktadır.

Görüşme formunda öğretmenlerin problemleri çözmeleri ve çözüm yollarını açıklamaları beklenmiştir. Hazırlanan görüşme formu matematik eğitimi alanında bir uzmanın görüşleri doğrultusunda düzenlenmiştir. Yapılan düzenlemeler sonucunda bir öğretmenle pilot çalışma gerçekleştirilmiş, yapılan pilot çalışma sonucunda bir soru (*Matematiksel muhakeme hakkında bir örnek verebilir misiniz)* forma eklenmiş ve görüşme formu son halini almıştır. Görüşme formunun son haline Ek-1'de yer verilmiştir. Görüşme formundaki muhakeme becerisini ölçemeye yönelik olan altı sorunun TIMSS'nin (2003) beş boyutuna göre dağılımına Tablo 2'de yer verilmiştir.

Tablo 2. Görüşme Formunda Yer Alan Problemlerin TIMSS Muhakeme Boyutlarına Göre Dağılımı

TIMSS muhakeme boyutları	*Soru Numaraları*
Analiz Etme	*2,6*
Genelleme Yapabilme	*1*
Bağlantılar Oluşturma	*5*
Karar Verme	*4*
Rutin Olmayan Problem Çözebilme	*3*

Hazırlanan görüşme formu matematik öğretmenlerine yapılandırılmış görüşme tekniğiyle uygulanmıştır. Her bir görüşme bireysel olarak gerçekleştirilmiş olmakla birlikte 20 ile 30 dakika arasında sürmüştür. Görüşmelerden elde edilen veriler yazılı olarak kaydedilmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde betimsel ve içerik analiz yöntemleri kullanılmıştır. Görüşme formunda yer alan sorular değerlendirilirken ilk üç soru için betimsel analiz yapılmış ve Çoban (2010) tarafından hazırlanan değerlendirme rubriğindeki maddeler kodlar olarak kullanılmıştır. Geriye kalan üç soru için de araştırmacı tarafından oluşturulan kodlar kullanılmıştır. Bu kodlar Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Kodlar

Muhakeme boyutu	*Soru numarası*	*Kodlar*
Genelleme yapabilme	*1*	*Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar*
		Karelerin alanlarını yanlış bulup hiçbir genellemeye ulaşamayanlar
		Karelerin alanlarını bulurken hata yapıp hatalı genellemeye ulaşanlar
		Karelerin alanlarını doğru bulup örüntüyü fark edemeyerek genelleme yapamayanlar veya hatalı genelleme yapanlar.
		Karelerin alanlarını doğru bulup örüntüyü fark edip doğru genellemeye ulaşanlar
Analiz etme	*2*	*Soru hakkında hiç fikri olmayanlar*
		Araçların hızları arasındaki ilişkiyi yanlış yorumlayıp her bir seçenek için süreleri yanlış bulanlar
		Araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlamasına rağmen süreleri bulurken yanlış akıl yürüterek yanlış sonuca ulaşanlar
		Araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayıp süreleri doğru bulan ancak yanlış sonuca ulaşanlar
		Araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayıp süreleri bulup doğru akıl yürüterek doğru sonuca ulaşanlar
	6	*Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar*
		Sayılar arasındaki ilişkiyi yanlış belirleyenler
		Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı bulamayanlar
		Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı doğru bulup açıklayamayanlar
		Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı belirledikten sonra doğru bir biçimde açıklayanlar

Rutin olmayan problemler çözebilme	***3***	***Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar***
		Pastayı 4 defadan fazla keserek 8 parçaya ayırabilenler veya 8 parçaya ayırmayı başaramayanlar.
		Pastayı 4 defada 8 eşit parçaya bölenler.
		Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya sadece 1 yoldan bölenler.
		Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya sadece birden fazla yoldan bölenler
Karar verme	*4*	*Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar*
		Hatanın bulunulduğu adımı bulamayıp hata yoktur diyenler
		5. adımdaki hatayı bulamayıp 6. adımdaki hatayı bulanlar.
		5. ve 6. Adımdaki hatayı bulanlar.
		Hataların yerlerini doğru tespit edip doğru sonuca nasıl ulaşılması gerektiğini açıklayanlar
Bağlantılar oluşturma	*5*	*Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar*
		Sınıflar arasındaki sıralamayı yanlış yapanlar
		Sınıflar sırasındaki sıralamayı doğru yapanlar
		Sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yapıp nedenini kısmen açıklayanlar
		Sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yapıp nedeni tam biçimde açıklayanlar

Araştırmacı tarafından kodlama süreci bittikten sonra, veriler başka bir araştırmacı tarafından yeniden kodlanarak Miles ve Huberman'ın (1994) uyuşum yüzdesi hesaplanmıştır Yapılan hesaplama sonucunda tam bir uyum sağlanmıştır.

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde matematik öğretmenlerinin muhakeme süreçleri genelleme yapma, analiz etme, rutin olmayan problemler çözme, karar verme ve bağlantılar oluşturma boyutları altında incelenmiş ve bu boyutlara ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

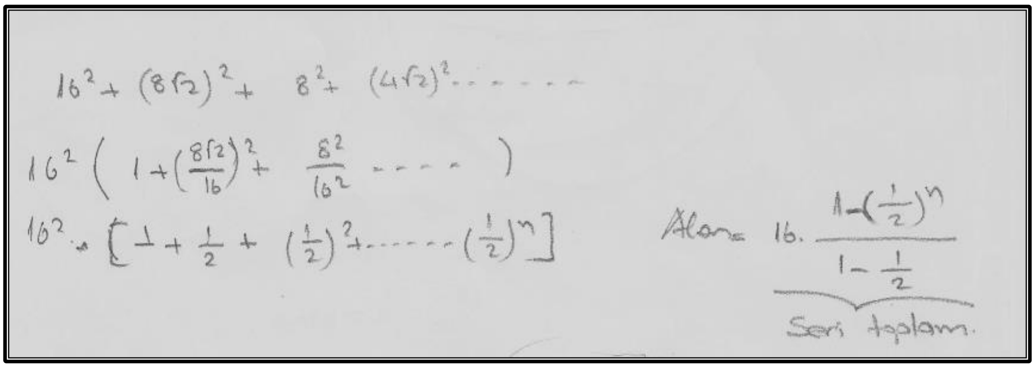
Genelleme Yapabilme Boyutuna İlişkin Elde Edilen Bulgular

Araştırmada genelleme boyutuna yönelik veri elde etmek için görüşme formundaki birinci soru kullanılmıştır. Bu sorudan elde edilen bulgulara Tablo 4'te yer verilmiştir.

Tablo 4. Birinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	***Öğretmen Kodları***	***f***
Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar	-	0
Karelerin alanlarını yanlış bulup hiçbir genellemeye ulaşamayanlar	-	0
Karelerin alanlarını bulurken hata yapıp hatalı genellemeye ulaşanlar	L3, L5	2
Karelerin alanlarını doğru bulup örüntüyü fark edemeyerek genelleme yapamayanlar veya hatalı genelleme yapanlar	O5, L1, L2	3
Karelerin alanlarını doğru bulup örüntüyü fark edip doğru genellemeye ulaşanlar	O1, O2, O3, O4, L4	5

Tablo 4'e bakıldığı zaman iki öğretmenin karelerin alanlarını bulurken hata yapıp hatalı genellemeye ulaştığı, üç öğretmenin karelerin alanlarını doğru bulduğu ancak örüntüleri fark edemeyerek hatalı genelleme yaptığı görülmüştür. Beş öğretmenin ise karelerin alanlarını doğru bulup örüntüyü fark ederek doğru genellemeye ulaştığı görülmektedir. Lise matematik öğretmenlerinin genellemeye ulaşmada ortaokul matematik öğretmenlerine göre zorluk yaşadıkları gözlenmiştir. Şekil'1 de hatalı genelleme yapan L2 kodlu öğretmenin çözümüne yer verilmiştir.



Şekil 1. L2 kodlu matematik öğretmenin birinci soruya ilişkin çözüm süreci

Birinci soruyla ilgili araştırmacı (A) ve L2 kodlu öğretmen arasında geçen konuşmalar ise şu şekildedir:

*"**A:** Sonuca ulaşırken izlediğiniz aşamaları açıklayabilir misiniz? Bu tarz problemlerle karşılaştınız mı?*

***L2:** Bu tür problemlerle pek karşılaşmıyoruz. Cevabımı şu şekilde açıklayayım. İlk olarak kareler her kenarın orta noktasından çizilerek oluşmaktadır. Bu durumda kenarda oluşan dik üçgende hipotenüsün uzunluğunu bulursam içteki karenin bir kenar uzunluğunu bulurum. En dıştaki karenin kenar uzunluğu 16 cm dolayısıyla dik üçgenin bir kenar uzunluğu 8cm olacaktır. Kenarları 8cm olan dik üçgenin hipotenüsün $8\sqrt{2}$ olduğunu biliyoruz. Diğer karede aynı şekilde bulunarak ilerlenir ama ben kenarların ne oranda küçüldüğünü buldum. Kenarlar $\frac{\sqrt{2}}{2}$ oranında küçülmektedir. Kenarların hangi oranda küçüldüğünü bulduktan sonra karelerin alanlarını buldum. İlk karenin alanı 16^2 ikinci karenin alanı $(8\sqrt{2})^2$ diğer karelerin alanlarını da bu şeklide bulduktan sonra topladım. Alanları toplamını 16^2 parantezine aldığımızda seriyi toplam olarak yazabilirim. Bu nedenle düzenleyerek seri toplam dizisi olarak yazdım…"*

L2 kodlu öğretmenin açıklamasına bakıldığında öğretmenin alanları aslında doğru bulduğu ama problemde isteneni yanlış anladığı bu nedenle genelleme yaparken hata yaparak yanlış genellemeye ulaştığı görülmüştür.

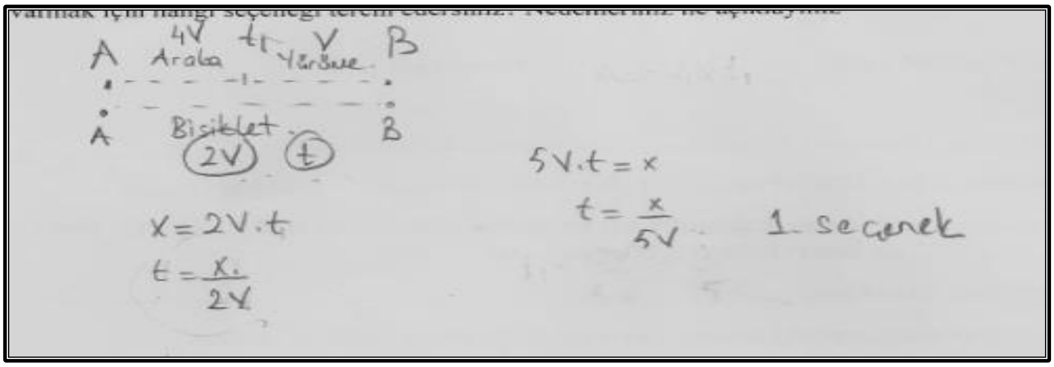
Analiz Etme Boyutuna Yönelik Elde Edilen Bulgular

Araştırmada analiz etme boyutuna ilişkin veri elde etmek için görüşme formunda yer alan ikinci ve altıncı sorular kullanılmıştır. İkinci sorudan elde edilen bulgulara Tablo 5'te yer verilmiştir. Altıncı sorudan elde edilen bulgulara ise Tablo 5'te yer verilmiştir.

Tablo 5. İkinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	*Öğretmen Kodları*	*f*
Soru hakkında hiç fikri olmayanlar	-	0
Araçların hızları arasındaki ilişkiyi yanlış yorumlayıp her bir seçenek için süreleri yanlış bulanlar	-	0
Araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlamasına rağmen süreleri bulurken yanlış akıl yürüterek yanlış sonuca ulaşanlar	O5, L1	2
Araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayıp süreleri doğru bulan ancak yanlış sonuca ulaşanlar	-	0
Araçların hızlarını arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayıp süreleri bulup doğru akıl yürüterek doğru sonuca ulaşanlar	O1, O2, O3, O4, L2, L3, L4, L5	8

Tablo 5 incelendiğinde, iki öğretmenin araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlamasına rağmen süreleri bulurken yanlış akıl yürüterek yanlış sonuca ulaştığı, diğer sekiz öğretmenin ise araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayıp, süreleri doğru bulduğu, akıl yürüterek doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Şekil 2'de araçların hızları arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayan ancak süreleri bulurken yanlış akıl yürüten L1 kodlu öğretmenin cevabına yer verilmiştir.



Şekil 2. L1 kodlu matematik öğretmenin ikinci soruya ilişkin çözüm süreci

Bu soruyla ilgili araştırmacı ve L1 kodlu öğretmen arasındaki konuşma şu şekildedir:

*"**A:** Sonuca nasıl ulaştığınızdan kısaca bahsedebilir misisiniz?*

***L1:** …Bu soruyu çözerken ilk önce iki seçenek içinde yolu çizdim. Birinci seçeneğe bakarsak A noktasından B noktasına giderken yarı yola kadar arabayla yani 4V hızla yarı yoldan sonra da yürüyerek yani V hızla gitmektedir. Yolu giderken ki hızını bulmam için arabayla giderken ki hızıyla yürürken ki hızını toplamam gerekiyor yani yol 5V hızla gidiliyor. Hızla zamanın çarpımının bize gidilen yolu verdiğini biliyorum. Bu nedenle bulduğum hızı hız x zaman =yol denklemine koyarsam ve zamanı bulmak için her iki tarafı da hıza bölersem birinci seçenekte geçen zamanı* $\frac{x}{5V}$ *olarak bulurum*

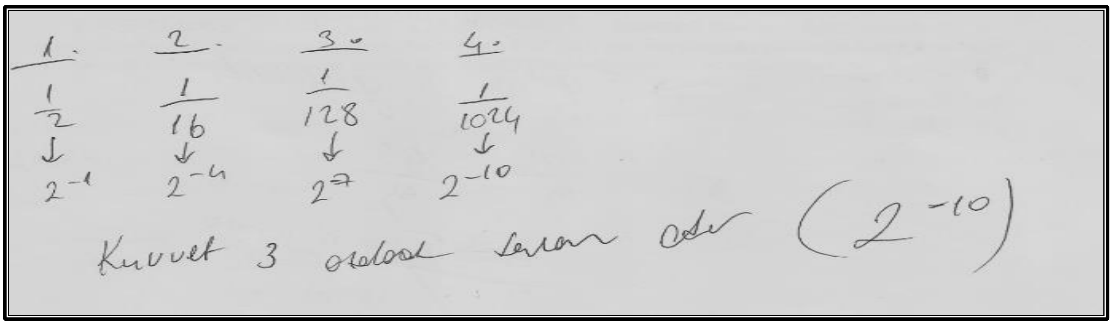
İkinci seçenekte ise A noktasından B noktasına bisikletle yani 2V hızda gidilmektedir. Yolunu tamamını bisikletle gittiği için toplamam gerekmiyor. Aynı yolu ikinci seçenekte de uygularsam geçen zamanın $\frac{x}{2V}$ *olduğunu bulurum. Zamanlara baktığımda payları eşit dolayısıyla paydası büyük olan değer daha küçüktür dolaysıyla birinci seçenekte bulduğum değer ikinci seçenekten küçüktür. Bu nedenle birinci seçeneği tercih ettiğimde daha hızlı gitmiş olurum."*

L1 kodlu öğretmenin açıklamasına bakıldığında öğretmenin hız zaman ve yol arasındaki matematiksel ilişkiyi kurmada sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Matematiksel durumlardaki objeler ve değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlemek ve kullanabilmek matematiksel muhakemenin analiz etme basamağında yer almaktadır. L1 kodlu öğretmen bu aşamalarda sıkıntı çektiğinden analiz etme boyutunda sıkıntılar çektiği söylenebilir.

Tablo 6. Altıncı Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	*Öğretmen Kodları*	*f*
Soru hakkında hiçbir fikri olmayanalar	-	0
Sayılar arasındaki ilişkiyi yanlış belirleyenler	-	0
Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı bulamayanlar	O1, L4	2
Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı doğru bulup açıklayamayanlar	O2, L1, L2	3
Sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirleyip gelecek ilk sayıyı belirledikten sonra doğru bir biçimde açıklayanlar	O3, O4, O5, L3, L5	5

Tablo 6 incelendiğinde, iki öğretmenin sayılar arasındaki ilişkiyi doğru belirlediği ancak ilk sayıyı bulamadığı görülmüştür. Üç öğretmen, sayılar arasındaki ilişkiyi doğru biçimde belirledikten sonra gelecek ilk soruyu doğru belirlemiş fakat açıklayamamıştır. Beş öğretmen ise sayılar arasındaki ilk ilişkiyi doğru belirlemiş, gelecek ilk sayıyı doğru bulmuş ve doğru açıklamışlardır. Sonuca doğru bir biçimde ulaşan O4 kodlu öğretmenin cevabına Şekil 3'te aynen yer verilmiştir.



Şekil 3. O4 kodlu matematik öğretmenin altıncı soruya ilişkin çözüm süreci

Altıncı soruya ilişkin O4 kodlu öğretmen ve araştırmacı arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

*"**A:** Cevaba ulaşırken izleğiniz aşamaları kısaca açıklayabilir misiniz?*

***O4**: …Burada verilen tüm sayılar ikinin kuvvetleri bu nedenle ilk olarak rasyonel olarak verilen sayıları üslü ifadelere çevirdim. Rasyonel sayılar üslü sayılara çevrilirken üs eksi oluyordu. Bu nedenle elde ettiğim yeni sayılar* 2^{-1}, 2^{-4}, 2^{-7}, 2^{-10} *olur. Üslü ifadelere bakıldığında üssün üç azalarak ilerlediği görülüyor. Sıradaki sayı* 2^{-10} *ya da* 2^{-10}*'un rasyonel gösterimi olan* $\frac{1}{1024}$ *olur. Verilen sayı örüntüsüne bakıldığında ilk sayı rasyonel ifade olarak verilmiş sonraki sayı üslü ifade olarak verilmiştir, bu nedenle sıradaki sayı üslü ifade olarak gösterilmelidir. Bu nedenle cevap* 2^{-10} *dur."*

O4 kodlu öğretmenin açıklamasına bakıldığında öğretmenin problemlerin farklı yönlerini eşleştirebildiği verilen bilgilerden geçerli sonuçlar ortaya koyabildiği görülmektedir. Bu durum O4 kodlu öğretmenin analiz etme aşamasında başarılı olduğunu göstermektedir.

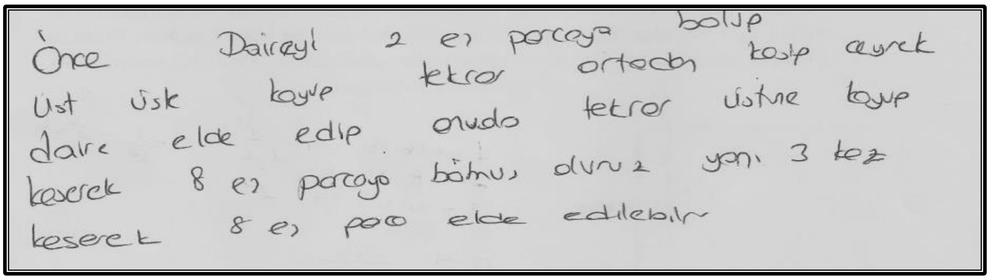
Rutin Olmayan Problem Çözme Boyutuna İlişkin Elde Edilen Bulgular

Araştırmada rutin olmayan problem çözmeye boyutuna ilişkin veri elde etmek için görüşme formunda yer alan üçüncü soru kullanılmıştır. Üçüncü sorudan elde edilen bulgulara Tablo 7'de yer verilmiştir.

Tablo 7. Üçüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	***Öğretmen Kodları***	***f***
Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar.	-	0
Pastayı 4 defadan fazla keserek 8 parçaya ayırabilenler veya 8 parçaya ayırmayı başaramayanlar.	O2, O4, L2	3
Pastayı 4 defada 8 eşit parçaya bölenler.	O1, L1, L3, L4	4
Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya sadece 1 yoldan bölenler.	O3, O5, L5	3
Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya birden fazla yoldan bölenler.	-	0

Tablo 7'ye bakıldığı zaman, üç öğretmenin pastayı 4 defadan fazla keserek 8 parçaya ayırabildikleri veya 8 parçaya ayırmayı başaramadıkları görülmüştür. Dört matematik öğretmeni pastayı dört defada keserek 8 parçaya ayırdıkları tespit edilmiştir. Üç öğretmenin pastayı sadece bir yoldan sekiz parçaya ayırdıkları görülmüştür. Pastayı 8 eş parçaya 3 defa keserek birden fazla yolla ayıran öğretmene rastlanamamıştır. Pastayı 4 defada eş parçaya ayırmak günlük hayatta en çok kullanılan yöntemdir. Bu nedenle bu yöntemi tercih eden öğretmen sayısı fazla olabilir. Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya bölen O3 kodlu öğretmenin soruya ilişkin çözüm süreci Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. O3 kodlu matematik öğretmenin üçüncü soruya ilişkin çözüm süreci

Üçüncü soruyla ilgili araştırmacı ve O3 kodlu öğretmen arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

*“**A:** Pastayı kaç kez keserek sekiz eşit parçaya böldüğünüzü kısaca açıklayabilir misiniz?*

***O3:** …önce daireyi iki eş parçaya bölü üst üste koydum daha sonra bu parçayı tekrar ortadan kesip dört eş parça elde ettim. Bu parçaları tekrara üst üste koyup ortadan kestiğimde 8 eş parça elde etmiş oldum.*

***A:** sekiz eşit parçaya bölmek için aklınıza gelen bir yöntem var mı?*

***O3:** maalesef yok.*

***A:** peki bu problemle daha önce karşılamış mıydınız?*

***O3:** evet, bu soruyla internette karşılaşmıştım. O zaman çok ilgimi çekmişti birkaç kez kendim keserek bulmaya çalışmıştım...”*

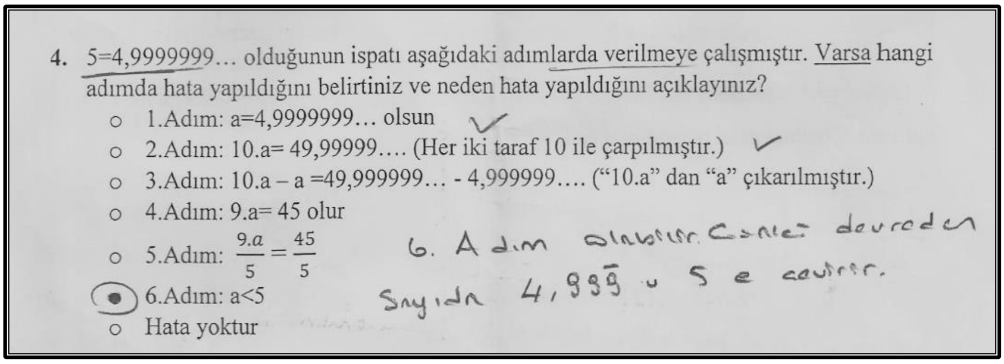
Karar Verme Boyutuna İlişkin Elde Edilen Bulgular

Araştırmada karar verme boyutuna ilişkin veri elde etmek için görüşme formunda yer alan dördüncü soru kullanılmıştır. Dördüncü sorudan elde edilen bulgulara Tablo 8’de yer verilmiştir.

Tablo 8. Dördüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	*Öğretmen Kodları*	*f*
Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar	-	0
Hatanın bulunulduğu adımı bulamayıp hata yoktur diyenler	L2	3
5. adımdaki hatayı bulamayıp 6. adımdaki hatayı bulanlar.	L4	4
5. ve 6. Adımdaki hatayı bulanlar.	L1, L5	3
Hataların yerlerini doğru tespit edip doğru sonuca nasıl ulaşılması gerektiğini açıklayanlar.	O1, O2, O3, O4, O5, L3	0

Tablo 8’de görüldüğü üzere, bir öğretmenin verilen sorudaki hatayı bulamadığı, iki öğretmenin hatanın yapıldığı ilk yeri yanlış buldukları görülmüştür. Yedi öğretmen hataların yerlerini doğru bulurken bu öğretmenlerden ikisi doğru sonuca nasıl ulaşılması gerektiğini açıklayamamıştır. 5. adımdaki hatayı bulamayıp 6. adımdaki hatayı bulan L4 kodlu öğretmenin çözüm sürecine Şekil 5’te yer verilmiştir.



4. 5=4,9999999… olduğunun ispatı aşağıdaki adımlarda verilmeye çalışmıştır. Varsa hangi adımda hata yapıldığını belirtiniz ve neden hata yapıldığını açıklayınız?

- 1.Adım: a=4,9999999… olsun ✓
- 2.Adım: 10.a= 49,99999…. (Her iki taraf 10 ile çarpılmıştır.) ✓
- 3.Adım: 10.a – a =49,999999… - 4,999999…. ("10.a" dan "a" çıkarılmıştır.)
- 4.Adım: 9.a= 45 olur
- 5.Adım: $\frac{9.a}{5} = \frac{45}{5}$
- 6.Adım: a<5
- Hata yoktur

6. Adım olabilir. Çünkü devreden sayıda $4,99\bar{9}$ u 5 e çevirir.

Şekil 5. L4 kodlu matematik öğretmenin dördüncü soruya ilişkin çözüm süreci

Çözüm süreci incelendiğinde L4 kodlu öğretmenin 5. adımdaki hatayı fark edemediği görülmektedir. Bu nedenle öğretmen karar verme aşamasında zorluk yaşamıştır.

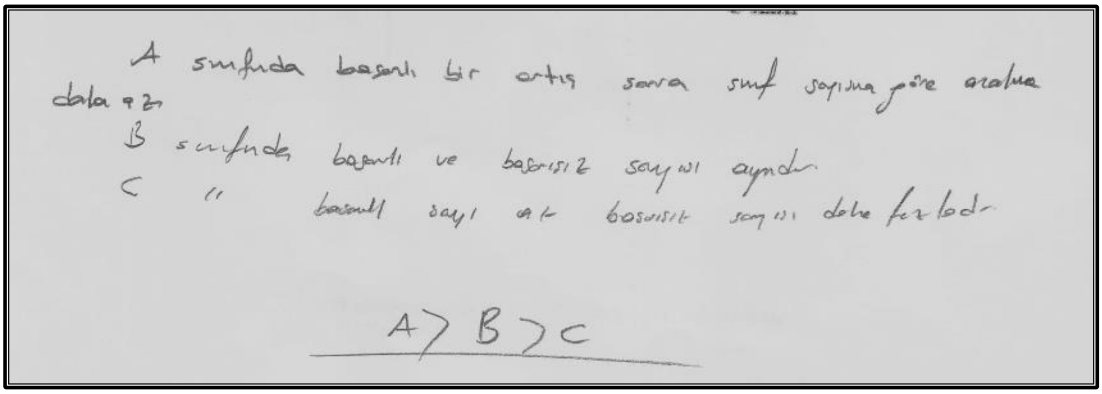
Bağlantılar Oluşturma Boyutuna İlişkin Elde Edilen Bulgular

Araştırmada bağlantılar oluşturma boyutuna ilişkin veri elde etmek için görüşme formunda yer alan beşinci soru kullanılmıştır. Beşinci sorudan elde edilen bulgulara Tablo 9'da yer verilmiştir.

Tablo 9. Beşinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

Kodlar	*Öğretmen Kodları*	*f*
Soru hakkında hiçbir fikri olmayanlar	O5	1
Sınıflar arasındaki sırlamayı yanlış yapanlar	O1, O4, L1, L5	4
Sınıflar sırasındaki sırlamayı doğru yapanlar fakat açıklama yapmayanlar.	L2	1
Sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yapıp nedenini kısmen açıklayanlar	O2, O3	2
Sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yapıp nedeni tam biçimde açıklayanlar.	L3, L4	2

Tablo 9'a bakıldığında, bir öğretmenin soru hakkında hiçbir fikri olmadığı, dört öğretmenin sınıflar arasındaki sıralamayı yanlış yaptıkları görülmüştür. Bir öğretmen sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yapmış ama açıklama kısmını yapamamıştır. İki matematik öğretmeni sınıflar arasındaki sıralamayı doğru yaptığı ama kısmen açıkladıkları görülmüştür. İki öğretmen ise sınıflar arasındaki sıralamaları doğru yapıp tam biçimde açıkladıkları görülmüştür. Soruya doğru bir biçimde cevap veren L3 kodlu öğretmenin cevabına Şekil 6'da aynen yer veriliştir.



Şekil 6. L3 kodlu matematik öğretmenin beşinci soruya ilişkin çözüm süreci L3 kodlu öğretmen ve araştırmacı arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

*"**A:** Sonuca nasıl ulaştığınızı kısaca açıklayabilir misiniz?*

***L3:** Bu tür sorularla diğerlerine göre daha az rastladım. Şöyle ifade edeyim. Grafiklerin tepe noktalarına ve aritmetik ortalamalarına bakıldığında A sınıfında başarısız sayısı yani ortalamadan daha düşük ala sayısı daha fazladır çünkü tepe değer ortalamadan daha yüksek bir değere denk gelir. Bu da sınıfin çoğunluğunun ortalamadan fazla aldığını göstermektedir.Bu sınıfa bakarsak tepe değer ve aritmetik ortalama eşittir bu da sınıfta başarılı ve başarısız kişi sayısının eşit olduğunu gösteririr. C sınıfina baktığımızda ise tepe değer aritmetik oralamadan daha düşük bir değere denk gelir. Dolayısıyla sınıftaki başarısız sayısı daha fazladır. İstatistik dersinde de bu tür sorularla karşılaşıyorduk."*

L3 kodlu öğretmenin açıklamasına bakıldığında istatistiksel bir terim olan tepe değer ifadesini kullandığı görülmektedir. Yani L3 kodlu öğretmen istatistik ve matematik arasında bağlantılar kurmuştur. Bu nedenle öğretmenin bağlantılar kurma aşamasıda başarılı olduğu söylenebilir. Öğretmenlerin demografik özellikleri dikkate alındığında, muhakeme becerilerine ilişkin benzer bulgular ortaya çıktığı, mezun oldukları fakülte ve aktif olarak çalıştıkları hizmet yılının muhakeme becerilerini etkilemediği tespit edilmiştir.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada ortaokul ve lise matematik öğretmenlerinin matematiksel muhakeme becerileri TIMSS standartlarına göre incelenmiştir. Yapılan analiz sonucunda, matematik öğretmenlerinin analiz etme, karar verme ve genelleme yapma boyutunda rutin olmaya problem çözme ve bağlantılar oluşturma boyutuna kıyasla daha yeterli oldukları görülmüştür. Elde edilen verilere genel olarak bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin lise matematik öğretmenlerine kıyasla TIMSS'nin boyutlarında daha yeterli oldukları tespit edilmiştir. Bununla birlikte bağlantılar kurma boyutunda lise matematik öğretmenlerinin daha doğru cevap verdikleri dikkat çekmiştir. Genel olarak matematik öğretmenlerinin çoğunun TIMSS'nin boyutlarında rutin olmayan problem çözme ve bağlantılar oluşturma açısından yeterli olmadığı, rutin olmayan problemi birden fazla çözme aşamasında zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bu çalışmaya paralel olarak Öz ve Işık (2018), öğretmen adaylarının muhakeme becerilerinin istenilen seviyede olmadığını ifade etmişlerdir. Bu sonucun ortaya çıkmasının sebebi olarak, öğretmenlerin bu tür problemlerle sık sık karşılaşmamaları ve derslerinde bunun gibi problemleri çözmemeleri gösterilebilir. Dominowski ve Bourne'nin (1994) analiz ve genelleme boyutundaki sorular ile karşılaşan öğrencilerin muhakeme yeteneklerinin gelişeceğini söylemesi bu açıklamayı destekler niteliktedir. Bu doğrultuda, öğrencilere bu soruların çözümünde yol gösterecek olan öğretmenlerin genelleme ve analiz boyutlarında başarılı olmaları gerekmektedir. Analiz boyutunu ölçmek için kullanılan ikinci soruya bakıldığında öğretmenlerin çoğunun, doğru bir biçimde muhakeme yaptığı iki öğretmenin ise doğru cevaba ulaşamadıkları görülmüştür. Bu iki öğretmenin hatalı muhakeme yapmasının sebebi hız ve yol arasındaki ilişkiyi doğru olarak analiz edememelerinden kaynaklanmıştır.

Rutin olmayan problem çözme boyutuna ilişkin bulgular incelendiğinde, öğretmenlerin genellikle rutin problem üzerinde muhakeme yapmada zorlandıkları görülmüştür. Pastayı 3 defada 8 eşit parçaya birden fazla yoldan bölen öğretmene rastlanamamıştır.

Karar verme boyutuna ilişkin dördüncü sorudan elde edilen bulgulara bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin tamamı doğru cevap verirken lise öğretmenlerinden birinin tam olarak doğru cevabı verdiği görülmektedir. Bunun sebebi ise lise öğretmenlerinin soruya baktıklarında küçüktür işareti gördükleri için diğer basamaklara bakmamasından kaynaklanmaktadır. Bu durumda yanlış cevap veren öğretmenlerin diğer basamaklar üzerine yeterince muhakeme yapamadıkları ve dikkatsizlik yaptıkları söylenebilir.

Öğretmenlerin en çok zorlandıkları soru ise bağlantılar kurma boyutuna ait olan beşinci sorudur. Öğretmenlerin bu soruda zorlanmasının sebeplerinden biri verilen grafikleri nasıl yorumlayacaklarını tam olarak anlayamamış olmalarından kaynaklanmaktadır. Bu da öğretmenlerin diğer sorulara kıyasla bu tür grafik sorularıyla karşılamamış olmalarından kaynaklı olabilir. Ayrıca beşinci soruya doğru olarak yanıt veren L3 kodlu öğretmenin doğru yanıt vermesinin sebebi olarak üniversitede aldığı istatistik dersinde bu tür sorularla deneyiminin olması gösterilebilir.

Öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişiminde öğretmenlerin rolü dikkate alınırsa, öğretmenlerin muhakeme becerilerinin gelişimine yönelik çalışmalarının arttırılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu araştırmada, öğretim programında kazandırılması gereken temel beceriler arasında muhakeme becerisi olmasına rağmen bazı öğretmenlerin muhakeme hakkında fikirlerinin olmaması şaşırtıcı sonuçlardan bir diğeridir. Bu bakımdan, öğretmenlerin öğretim programlarında kazandırılması gereken temel becerilerden haberdar olmaları, muhakeme becerilerini geliştirmeleri ve bu becerileri öğrencilere kazandırma konusunda çaba harcamaları önerilmektedir. Bu kapsamda, öğretmenler derslerinde ders kitaplarındaki, öğrencileri ezbere veya işlemsel öğrenmeye teşvik edecek rutin problemler yanında onların muhakeme yapmalarına fırsat verecek rutin olmayan problem çözme etkinliklerine yer vermeleri önerilmektedir. Bunun için de problemlerde sonuçtan ziyade sürece ağırlık vererek bu çalışmadaki problemlere benzer etkinlikler yaptırmaları ve problemleri birden fazla yoldan çözdürmeleri önerilmektedir. Bu sayede öğretmenler, öğrencilerinin muhakeme becerilerinin yanında kendilerinin de muhakeme becerileri gelişecektir.

Bu araştırma 10 öğretmenle yürütülmüş olup uygulama süresinin sınırlı olmasından dolayı öğretmenlerin muhakeme becerilerinin değerlendirilmesinde altı açık soru kullanılmıştır. Benzer çalışma daha geniş örneklemler ve daha kapsamlı veri toplama araçları ile çalışılarak nitel verilerin yanında nicel verilerin kullanılarak genel olarak öğretmenlerin muhakeme becerilerinin değerlendirilmesi önerilmektedir. Ayrıca bu araştırmada öğretmenlerin problemleri çözme sürecinde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu konu üzerinde çalışma yapacak araştırmacıların öğretmenlerin yaşadıkları zorlukların kaynağını belirlemeye ve bu zorlukların üstesinden gelmek için çalışmalar yapmaları önerilmektedir.

5.KAYNAKÇA

Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, *6*(1), 25-37.

Altun, M. (2012). *İlköğretim ikinci kademede (6., 7. ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel yayıncılık.

Bağcı., V. (2015). *Matematiksel muhakeme becerisinin ölçülmesinde klasik test kuramı ile genellenebilirlik kuramındaki farklı desenlerin karşılaştırılması.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ball, D. ve Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, G. Martin, and D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 27–44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bal-İncebacak, B. ve Ersoy, E. (2018). Ortaokul öğrencilerinin PISA soruları karşısında muhakeme etme becerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(2), 269-292.

Bal-İncebacak, B. ve Ersoy, E. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin TIMSS'e göre analizi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 9*(46), 474- 481.

Barnes, A. (2019) Perseverance in mathematical reasoning: the role of children's conative focus in the productive interplay between cognition and affect. *Research in Mathematics Education, 21(*3), 271-294.

Bostancı, Ü. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları ile geometrik akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırşehir.

Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. London: Springer Science+Business Media.

Christensen, B. L., Johnson, R. B. ve Turner, A.L. (2015). Research methotds desing and analysis. In A. Alpay (Çev. Ed.), *Qualitative and mixed methods research [Nitel ve Karma Araştırma Yöntemleri]*, (400- 434). Ankara: Anı Yayıncılık

Çiftci, Z. (2015). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Çoban, H. (2010). *Öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerileri ile biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasındaki ilişki.* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Tokat.

Çoban, H. (2019). *Farklılaştırılmış öğretim tasarımının öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine, biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerine ve problem çözme becerilerine etkisi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir.

Danişman, Ş. ve Erginer, E. (2017) The predictive power of fifth graders' learning styles on their mathematical reasoning and spatial ability, *Cogent Education, 4*(1), 1-18.

Davey, L. (2009). The application of case study evaluations.(Çev: Tuba Gökçek). *Elementary Education Online*, *8*(2), 1-3

Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Geometri problemlerinin çözüm süreçlerinde görselleme becerilerinin incelenmesi: ek çizimler, *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 31,* 83-102.

Dituri, P. (2013). *Proof and reasoning in secondary school algebra textbooks*. (Unpublised Doctoral thesis). Graduate School of Arts and Sciences, Columbia University: United States Code, ProQuest LLC.

Dominowski, R.L. ve Bourne, L.E. (1994). History of research on thinking and problem solving R. J. Sternberg. (Ed.). *Thinking and problem solving*. (pp.1-33). California: Academic Press.

Erdem, E. Ve Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. *Çukurova University Faculty of Education Journal*, *45*(1), 123-142

Ersoy, E. ve Bal-İncebacak, B. (2017). Mathematical reasoning skills of 7th grade students. *International Online Journal of Educational Sciences*, *9*(1), 262-275.

Ersoy, E., Yıldız, İ. ve Süleymanoğlu, E. (2017). 5.sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri üzerinebir çalışma. *Electronic Turkish Studies*, *12*(19), 179-194

Ev Çimen, E. (2008). *Matematik öğretiminde, bireye "matematiksel güç" kazandırmaya yönelik ortam tasarımı ve buna uygun öğretmen etkinlikleri geliştirilmesi.* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Hwang, J., Runnalls, C., Bhansali, S., Navaandamba, K. ve Mi Choi, K. (2017) "Can I do well in mathematics reasoning?" Comparing US and Finnish students' attitude and reasoning via TIMSS 2011. *Educational Research and Evaluation, 23*(7-8), 328-348.

Kara Çalışkan, A. L. (2019). 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin incelenmesi. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Leighton, J. P. (2003). Defining and describing reasoning. In J. P. Leighton and R. J. Sternberg (Eds.), *The nature of reasoning*. New York, NY: Cambridge.

Lynn Junk, D. (2005). *Teaching mathematics and the problems of practice: understanding situations and teacher reasoning through teacher perspectives*. (Unpublised Doctor of thesis). The University of Texas at Austin, Austin

Marzano, R. J. (2000). *Transforming classroom grading. alexandria*, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook. *(Second Edition).* California: SAGE Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2005). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu. Milli eğitim bakanlığı ortaöğretim matematik müfredatı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2015). *Ortaokul matematik dersi (5,6,7 ve 8. sınıflar) öğretim programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *Matematik dersi (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. sınıflar) öğretim programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: Virginia.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston, Va..

Öz, T. ve Işık, A. (2018). Matematik öğretmenliği öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerinin araştırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *5*(3) , 109-122**.**

Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretimin ilköğretim besinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara

Rips, L. J. (1994). *The psychology of proof: Deductive reasoning in human thinking*. Cambridge, MA: MIT.

Russell, S. J. (1999). Mathematical Reasoning in the elementary grades. Developing mathematical reasoning in grades K-12. (Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor), N*ational Council of Teachers of Mathematics, Reston:* Virginia.

Seferoğlu, S. ve Akbıyık, C. (2006). Eleştirel düşünme ve öğretimi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*, 193-200.

Stacey, K. (2006). *What is mathematical thinking and why is it important.* Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)—Lesson study focusing on mathematical thinking. Tokyo and Sapporo, Japan.

Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] (2003). Findings from IEA's TIMSS 2003 at the fourth and eighth grades. Martin, M. O., Mullis, I. V.S., Gonzales, E. J., & Chrostowski, S.J. (Eds.), *TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education*, Boston College.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 234-243.

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 188-195.

Webster. 1986. *Webster's third new international dictionary of the English language*. Chicago: Encyclopaedia Britannica, Inc.

Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı) Ankara: Seçkin yayıncılık.

EK-1

Tarih :

Sevgili katılımcı,

Bu görüşmenin amacı, matematiksel muhakemeye dair olan fikir ve tecrübelerinizi ortaya çıkarmaktır. Amacım kesinlikle sizin bilgi düzeyinizi saptamak değildir. Bu nedenle soruların yapabildiğiniz kadarını yapıp gerisini bırakmanız önemle rica olur. Görüşme matematiksel muhakeme becerisi kullanmayı gerektiren bazı sorulara yer verilmiştir.

Bu bilgiler kimseyle paylaşılmayacaktır. Araştırmaya yapmış olduğunuz katkıdan dolayı teşekkür ederim.

Cinsiyet: Kadın( ) Erkek( ) **Hizmet yılı:**

Yaş:

Branş: Ortaokul Matematik Öğretmeni( ) Lise Matematik Öğretmeni( )

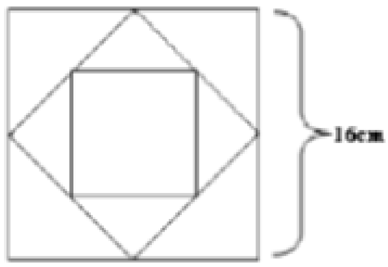
Mezun olunan okul: Eğitim Fakültesi( ) Fen-Edebiyat Fakültesi( ) Diğer( )
……………..…

Matematiksel muhakeme hakkında herhangi bir bilginiz var mı? Hayır ( ) Evet( )
…........................da bunun hakkında bilgi edindim.

Matematiksel muhakeme …...dır.

Matematiksel muhakeme kullanmayı gerektiren bir örnek verebilir misiniz?

1. Aşağıdaki şekil, her bir karenin kenarlarının orta noktaları belirlenip birleştirilerek elde edilen iç içe karelerden oluşmuştur. En dışta olan karelerin bir kenar uzunluğu 16 cm ise en içteki n. karenin alanını veren formülünü bulunuz. Bulurken izlediğiniz aşamaları ve sonucunuzu açıklayınız.



2. A şehrinden B şehrine gidiş için 2 farklı seçenek vardır.

1. Seçenek: Yarı yola kadar araba ile yarı yoldan sonra yürüyerek gidebilirsiniz.
2. Seçenek: Bütün yolu bisiklet ile gidebilirsiniz.

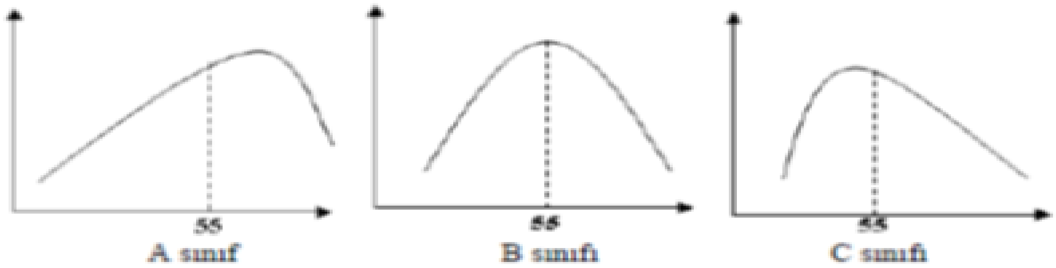
Arabanın hızı bisikletin hızının iki katı, bisikletin hızı da yaya yürümenin iki katıdır şehrine daha çabuk varmak için hangi seçeneği tercih edersiniz? Nedenlerinizi gerekçeleri ile açıklayınız.

3. Yuvarlak şeklinde bir pastayı en az kaç defa keserek 8 eşit parçaya ayırabiliriz. Nasıl kesmemiz gerektiğini nedenleri ile kısaca açıklayınız. Bulduğunuz farklı yollar varsa yazınız.

4. 5=4,9999999… olduğunun ispatı aşağıdaki adımlarda verilmeye çalışmıştır. <u>Varsa</u> hangi adımda hata yapıldığını belirtiniz ve neden hata yapıldığını açıklayınız?

- 1.Adım: a=4,9999999… olsun
- 2.Adım: 10.a= 49,99999…. (Her iki taraf 10 ile çarpılmıştır.)
- 3.Adım: 10.a – a =49,999999… - 4,999999…. (“10.a” dan “a” çıkarılmıştır.)
- 4.Adım: 9.a= 45 olur
- 5.Adım: $\frac{9.a}{5} = \frac{45}{5}$
- 6.Adım: a<5
- Hata yoktur

5. Aşağıda 3 tane sınıfın matematik sınav notlarından oluşturulan grafikler verilmiştir. Buna göre en başarılı sınıftan en başarılı sınıftan en başarısız sınıfa doğru sıralama nasıl olmalıdır? Nedenleri ile açıklayınız.



6. $\frac{1}{2}$, $(2)^{-4}$, $\frac{1}{128}$, ... şeklinde devam eden sayılar arasındaki ilişkiyi belirleyip gelecek ilk sayıyı bulunuz. Çözüme nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

AN EXAMINATION OF MATHEMATICS TEACHERS' MATHEMATICAL REASONING SKILLS ACCORDING TO TIMSS STANDARDS

EXTENDED SUMMARY

State of the Problem

Changes in science and technology need individuals who do not store information instead use information, transfer it to daily life and produce new information (Olkun & Toluk-Uçar, 2006). In order to follow the rapidly developing technology, individuals are expected to have high-level thinking skills (Sırtmaç, 2018). It is important that individuals have these skills, especially in mathematics lessons that require high level thinking. It is stated in the secondary school mathematics curriculum (Ministry of Education [MEB], 2018) that, learning mathematics is a comprehensive process. Furthermore, among the special objectives of the curriculum of the mathematics lesson it was emphasized that, it is necessary to educate students who can reason in the problem solving process and express their thoughts easily (MEB, 2018). In line with the 2023 Education Vision targets, in addition to the studies aimed at improving learning, it is stated that the purpose and the content of the exams in the education system will be rearranged in the context of the structure depending on the question types and the benefit it will provide, testing of reasoning, critical thinking, interpretation, prediction and similar mental skills will come to the fore.

Among these skills, reasoning, in other words discernment, comes to the forefront in the mathematics teaching process. Because individuals who make discernment have comprehensive knowledge of the issue in detail, and can analyze a situation after examining it. Moreover, they can scrutinize the issue in detail, come up with logical assumptions, make predictions, explain their thoughts by justification, and defend their conclusions (Çoban, 2010). Teachers, who create effective environments and opportunities for the purpose of gaining or developing mathematical reasoning skills are the ones who use mathematical reasoning effectively (Çiftçi, 2015). Therefore, if the teacher has a good reasoning ability, he/she provides the student with the necessary environment to have reasoning ability. In this context, in this research the competencies of mathematics teachers' mathematical reasoning skills were investigated according to Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] (2003) standards.

Research Method

Case study method, one of the qualitative research methods, was used in this research. This research is a descriptive case study pattern. The study group is composed of 10 mathematics teacher (5 secondary schools, 5 high schools) who are actively working in six public schools in a city located at Turkey's western Black Sea Region. As the data collection tool, 3 open-ended questions selected from the "Mathematical Judgment Evaluation Scale" developed by Çoban (2010) were included directly in the interview form, and 3 test questions were included in the interview form after they were arranged as open-ended questions. It was taken into consideration that the questions selected were of the question type that measures each of the mathematical reasoning aspects of TIMSS. The interview form prepared was applied to mathematics teachers using structured interview technique. Each interview was conducted individually, and lasted between 20 and 30 minutes. Descriptive analysis and content analysis methods were used to analyze the data. While evaluating the questions in the interview form, descriptive analysis was made for the first three questions and the items in the evaluation rubric prepared by Çoban (2010) were used as codes. For the remaining three questions the codes created by the researcher were used.

Expected / Temporary Results

At the end of the research, it was seen that mathematics teachers were more adequate in *analyzing, decision making and generalizing* aspects compared to *non-routine problem solving and forming connections* aspects. When the obtained data are analyzed in general, it is evaluated that middle school mathematics teachers are more adequate in terms of TIMSS compared to high school mathematics teachers. However, it was remarkable that high school mathematics teachers answered more accurately in aspect of establishing connections. In general, it has been revealed that most of the mathematics teachers are not sufficient in terms of non-routine problem solving and connections establishment in the aspects of TIMSS and they have difficulty in more than one phase in solving non-routine problem. As a result, considering the role of teachers in the development of students' reasoning skills, it is concluded that there is a need to increase the efforts to improve teachers' reasoning skills.