

# Solución del problema de múltiples agentes viajeros resuelto mediante técnicas heurísticas

## Solving the multiple traveling salesmen problem solved by heuristics

Eliana Mirledy Toro Ocampo<sup>1\*</sup>, Rubén Iván Bolaños<sup>2</sup>, Mauricio Granada Echeverri<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Docente Asociada, Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira, Risaralda, Colombia.  
elianam@utp.edu.co

<sup>2</sup>Joven investigador, Estudiante de maestría Ingeniería eléctrica, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, Risaralda, Colombia.  
ribolanos@utp.edu.co

<sup>3</sup>Docente Asociado, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, Risaralda, Colombia.  
magra@utp.edu.co

**Resumen**—En este artículo se presentan algunos aspectos importantes a tener en cuenta en la toma de decisiones en la gestión logística haciendo especial énfasis en la red de distribución. Bajo esa óptica se identifica el problema del  $m$ -TSP, se enumeran algunas de sus aplicaciones y se presenta una revisión bibliográfica de técnicas heurísticas para la solución del mismo. Se propone una metodología que combina una heurística constructiva con heurísticas de mejoramiento, los resultados se obtienen tomando como base una instancia de la literatura especializada que permite evaluar el desempeño de 6 estrategias de búsqueda local.

**Palabras clave**—gestión logística heurísticas, problema de múltiples agentes viajeros.

**Abstract**— This article presents some important aspects to be considering in making decisions in logistics management with special emphasis on the distribution network. Under this perspective it identifies the problem of  $m$ -TSP, then some of its applications are enumerated and it presents a literature review of heuristics for its solution. We propose a methodology that combines a constructive heuristic improvement heuristic, the results are obtained based on a body of literature which evaluates the performance of six local search strategies.

**Key Word** — heuristics, logistics management, multiple travel salesman problem.

### I. INTRODUCCIÓN

En la cadena de suministro se agrupan todas las actividades asociadas al flujo y transformación de bienes desde las materias primas hasta productos listos para ser enviados al consumidor final. Muchas de las investigaciones en el campo de la logística y la distribución se han realizado desde la óptica de los problemas de ruteo, entre ellos se destaca la solución del problema del agente viajero (TSP), *travel salesman problem* y sus extensiones, debido a gran variedad de aplicaciones.

En este documento se muestra el transporte como elemento esencial en la toma de decisiones en la cadena de suministro, se aborda una generalización del TSP [1], el problema del  $m$ -TSP ( $m$  agentes viajeros), como un problema de optimización matemática combinatorial que debe ser resuelto un gran número de veces en las operaciones diarias de las organizaciones. Se muestra un panorama de sus aplicaciones y se presenta una metodología que permite medir el desempeño de seis estrategias heurísticas de búsqueda local, identificando las rutas necesarias que visiten todos los nodos de la red, teniendo como objetivo la minimización de la distancia total recorrida. La comparación de las estrategias de búsqueda local se realiza sobre una instancia de prueba de la literatura especializada que cuenta con 75 nodos a visitar y una ciudad origen, punto de inicio y finalización de los  $m$  agentes viajeros.

Este artículo tiene la siguiente estructura, en la sección 2 se aborda el tema del transporte en la cadena de suministro y se identifica el problema de  $m$ -TSP, en la sección 3 se describe el problema de  $m$ -TSP desde la formulación matemática hasta sus aplicaciones en diversas áreas, en la sección 4 se presenta un panorama de las técnicas heurísticas para resolver el problema, en la sección 5 se presenta una metodología híbrida basada en heurísticas, en la sección 6 se presentan los resultados obtenidos a partir de una instancia de la literatura y finalmente se presentan las conclusiones y opciones de trabajos futuros.

### II. EL TRANSPORTE EN LA CADENA DE SUMINISTRO

Cada vez más los clientes requieren de productos y servicios personalizados. Los clientes demandan tiempos de entrega más rápidos y más precisos; debido a ello las empresas deben contar con un sistema formal de planeación estratégica que le permita tomar las decisiones oportunas mediante la utilización

de técnicas y métodos de planificación por medio del manejo de información actualizada a lo largo de cada eslabón de su cadena logística. La importancia que representa para las empresas contar con un buen sistema de transporte que garantice el suministro oportuno de insumos así como también la entrega en el tiempo y lugar requerido por sus clientes. La toma de decisiones en la cadena de suministro es esencial para el desarrollo eficiente de las actividades de la organización y se deben basar en un estudio juicioso de las necesidades del cliente, todo esto se integra en una estrategia de diferenciación y permite posicionarse en su mercado, que requiere aspectos como: flexibilidad, personalización, tiempo de entrega, cercanía con el cliente. En la tabla 1 se hace un resumen de algunos aspectos claves que deben resolverse en la gestión logística, en las funciones de almacenamiento, manipulación del almacenamiento y transporte desde las ópticas estratégica, táctica y de operaciones.

Almacenamiento		
<b>Estrategia</b>	<b>Planeamiento</b>	<b>Operaciones</b>
¿En qué lugar?	¿Rentar o comprar?	¿Personal?
¿Manejo?	¿Localización?	¿Horas trabajadas?
¿Propio o arrendado?	¿Capacidad?	¿Turnos?
¿Tamaño del depósito?	¿Disposición? ¿Equipo?	¿Horas extras?
<b>Manipulación del almacenamiento</b>		
<b>Estrategia</b>	<b>Planeamiento</b>	<b>Operaciones</b>
¿Políticas de materias primas?	¿Tamaño de los pallets o contenedores?	¿Productos en stock?, ¿Qué proveedor?, ¿Cantidad deseable en stock?
¿Políticas de materiales disponibles?	¿Localización y control del inventario?  ¿Procesamiento de la orden? ¿Métodos de manipulación?	¿Qué proveedor? ¿Políticas para realizar pedidos?
<b>Transporte</b>		
<b>Estrategia</b>	<b>Planeamiento</b>	<b>Operaciones</b>
Reposición de inventario en la bodega/transporte	¿Comprar o rentar vehículos?	¿Qué tipo de vehículos se deben usar?
¿Distribución a los clientes?	¿Flota homogénea o heterogenea? ¿Cuántos?	¿Zona o región asignada por vehículo?
¿Qué canales de distribución?	¿Vehículos para entregas? Tamaños?	<b>Rutas de los vehículos</b>
¿Qué canales de distribución usar?	¿Qué unidades de carga?	Planes de mantenimiento.

¿Elección de los medios de transporte?	¿Tipo de vehículos?	¿Cómo hacer el programa de cargas?
¿Entregas directas?	¿Programación de entregas?	¿Recepción y chequeo de mercancías?
¿Contratar flota externa?	¿Cuántos Conductores tienen disponibles?	¿Programación de los vehículos?

Tabla 1. Aspectos claves en la gestión logística.

A. Elementos de una red de distribución.

En cualquier red de distribución hay aspectos importantes como:

- i) Hacer que los productos o servicios estén disponibles para los consumidores.
- ii) Cumplir con las cuotas de ventas determinadas en unidades monetarias y/o en número de clientes atendidos.
- iii) Eliminar los problemas relacionados con la distribución. Tales como tamaño de los vehículos, tiempos de entrega, etc.
- iv) El nivel de servicio de los clientes debe ser mejorado continuamente.
- v) Los costos generales y logísticos deben ser minimizados.
- vi) El intercambio de información debe ser preciso y oportuno para generar planes de contingencia.
- vii) Ubicación de los depósitos centrales. Se debe tener en cuenta que en ellos se realizan las actividades de cargue y descargue de mercancías.

Algunos parámetros que se deben tener en consideración son: los costos asociados al tamaño del depósito y a la elección del sitio donde se ubica, los tiempos de transporte desde y hacia los clientes, factores asociados a la actividad misma tales como daños y pérdidas de las mercancías transportadas.

B. Tipologías de las rutas

**Pétalo o moño:** Cada vehículo atiende consumidores específicos. Normalmente se utiliza para clientes dispersos con menos demanda que la del vehículo asignado. Volumen de demanda baja o mediana. Tiempos de servicios bajos o medianos. Áreas urbanas o semi-urbanas. Entregas Postales, servicios Courier, reparto de periódicos, buses escolares, Recolección de basuras.

**Radial:** Cada vehículo atiende uno o un limitado número de consumidores. Usualmente se usa para consumidores con gran demanda (cercana o igual a la capacidad del vehículo). Volumen de demanda medio y alto. Tiempos de servicio medios ó altos. Usualmente áreas semiurbanas o rurales. Los mismos consumidores diariamente en la ruta. Ejemplos: Transporte de contenedores, ruteamiento de camiones.

**Periférico:** Cada vehículo atiende a clientes dispersos geográficamente con gran densidad de demanda (áreas o ejes comerciales). Volumen de demanda medio y bajo. Tiempos de servicio medios y bajo. Áreas urbanas de gran densidad.

Usualmente el mismo grupo de clientes. Ejemplos: Rutas troncales, Transporte ferroviaria.

C. Políticas en la definición de rutas

Las políticas de rutas basadas en la ubicación geográfica, demanda, características de programación, las que son específicas para cada empresa o cada consumidor. Pueden ser fijas, variables o mixtas.

**Fijas.** Los vehículos visitan áreas y consumidores específicos ciertos días, la demanda de los consumidores se adapta a la programación de las rutas. La ventaja es la gran calidad del servicio, los consumidores conocen la hora y el día del servicio pero puede ser que las rutas no puedan reaccionar a cambios imprevistos de la demanda o solicitudes adicionales de los clientes. Bajo esta estrategia está el problema de los carteros, suministros de mini-mercados en áreas rurales y reparto de periódico.

**Variables.** Las rutas se diseñan con base en demandas conocida. Las ventajas de este tipo de políticas se basan en una buena respuesta a variaciones de la demanda, se minimizan los costos y distancias de las rutas así como la cantidad de vehículos necesarios. Las desventajas es que los tiempos de servicio pueden variar, los consumidores no conocen el tiempo actual de servicio, cada día la carga de la ruta se debe diseñar. Las empresas que utilizan este tipo de política son las empresas de servicios Courier, servicios de taxis.

**Mezcladas.** Las políticas de ruteamiento son seguidas por la flota de vehículos. La mejor política es aplicable donde sea necesario. Cada área o consumidor se trata de acuerdo a sus características específicas. Gran utilización de los vehículos. Las desventajas radican en la mayor dificultad para administrar y organizar la operación debido a que se tiene una complicada red de rutas.

D. Tipos de depósitos

La recolección, distribución, cargue, descargue, clasificación y almacenamiento se ejecuta en la estación terminal o depósito. De acuerdo al tipo y volumen de operaciones se define la topología de red más adecuada para cada organización. El problema del *m*-TSP aparece entonces en este panorama y dependiendo de la aplicación específica aparecerán variantes en cuanto a la cantidad y tipos de depósitos, al número de agentes viajeros (vehículos), cumplimiento de restricciones como ventanas de tiempo, distancias viajadas, número mínimo de visitas de cada vendedor, la máxima o mínima distancia que los agentes viajeros pueden cubrir, tiempos de atención de cada cliente, periodicidad de las visitas, etc [2]. En la tabla 2 se presentan algunas ventajas y desventajas con respecto a los tipos de

depósito y en las figuras 1, 2 se presenta las redes que consideran depósitos independiente y múltiples depósitos.

Topología de tipos de depósito	Ventajas	Desventajas
<b>Depósitos independientes</b>	Gran utilización del depósito debido a la alta concentración de mercancías.	Las distancias viajadas entre las fuentes y los destinos pueden incrementarse.
<b>Varios depósitos</b>	Los depósitos pueden estar conectados entre sí. Ofrecen un mejor servicio al cliente debido a que están más cerca de los nodos de demanda.	La existencia de múltiples depósitos incrementa los costos de instalación y los costos de inventario
<b>Múltiples depósitos jerarquizados</b>	Hay diferentes tipos de depósitos. Puntos de recolección y distribución que conectan estaciones de transbordo las cuales operan en una línea de recorrido. Atractivo para distribuir mercancías de pequeño tamaño como correspondencia.	Grandes costos de operación e instalación.

Tabla 2. Topología de tipos de depósito

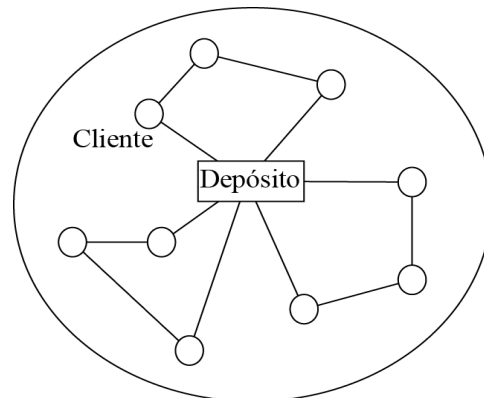


Figura 1. Depósito Independiente- múltiples agentes viajeros.

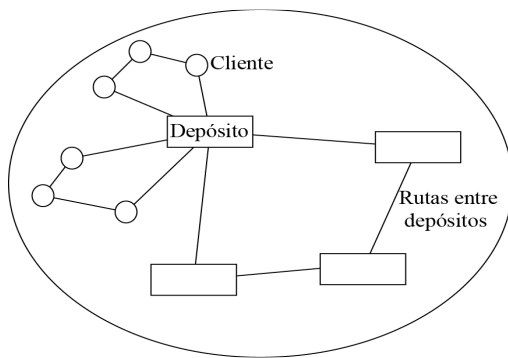


Figura 2. Múltiples depósitos- múltiples agentes viajeros

### III. Problema de m-TSP

El problema del  $m$ -TSP puede definirse un grafo completo  $G=(V, A)$ , donde  $V$  es un conjunto compuesto por  $n+1$  vértices y  $A=\{(i,j): i,j \in V, i \neq j\}$  el conjunto de arcos. El vértice cero hace referencia al depósito o ciudad de origen donde los  $m$  agentes viajeros (vehículos) están ubicados. Para cada arco  $(i,j) \in A$  existe un costo  $C_{ij}=d_{ij}$ , donde  $d_{ij}$  corresponde a la distancia entre los nodos  $i$  y  $j$ . La solución del problema consiste en encontrar las rutas de los  $m$  agentes viajeros, teniendo en cuenta que cada ruta empieza y termina en el depósito y además cada nodo puede ser visitado una única vez, el objetivo es minimizar el costo total de visitar todos los clientes.

El  $m$ -TSP puede ser utilizado para resolver las variantes del problema de ruteamiento de vehículos, entre ellos calcular el mínimo número de vehículos requeridos para atender un conjunto de clientes en el problema de VRP que tiene en cuenta restricciones de distancia [3, 4]. Adicionalmente se menciona en el VRPPD (*vehicle routing problem with Pick up and delivery*), problema de ruteamiento que considera entregas y recogidas [5]. Si se consideran que la atención debe realizarse en intervalos de tiempo específico se habla del VRPPDTW (*Vehicle routing problem with Pick-up and delivery*) [6].

#### A. Aplicaciones del problema $m$ -TSP y conexiones con otros problemas.

Las aplicaciones del  $m$ -TSP aparecen principalmente en varios problemas de ruteamiento y programación, algunas aplicaciones reportadas en la literatura se presentan:

*i) Programación de impresión de periódicos (Printing press scheduling):* Existen cinco pares de cilindros entre los cuales rollos de papel por ambos lados son impresos simultáneamente. Existen tres clases de formas, llamadas de 4-6-8 páginas, las cuales son usadas para imprimir las ediciones. El problema de programación consiste en decidir cuál de los tamaños se debe programar y en qué cantidad [7,8].

*ii) Ruteamiento de rutas escolares (School bus vehicle routing problem, SBRP):* Ángel en [9] trató el problema de programación de rutas escolares como una variante del problema de  $m$ -TSP con algunas restricciones adicionales. La función objetivo consiste en minimizar el número de rutas teniendo en cuenta que la longitud de las rutas sean lo más cortas posibles, que no se tengan sobrecupos en los buses y adicionalmente que se cumpla con el horario de ingreso a la escuela.

*iii) Problema de programación de grupos o tripulaciones (Crew Scheduling problem).* Una aplicación aparece en sistemas de información entre diferentes áreas de un banco, donde la central necesita recoger documentos ó dineros y debe programar las rutas de los equipos de mensajería que garanticen un costo mínimo [10].

*iv) Problema de programación de entrevistas (Interview Scheduling problem):* En [11] los autores proponen una aplicación de  $m$ -TSP con variaciones entre distintos periodos, para la programación de entrevistas entre agentes turísticos y proveedores de la industria del turismo cuyo objetivo es determinar las rutas de cada agente turístico al conjunto de proveedores.

*v) Problema de programación de laminadores calientes (Hot Rolling Scheduling problem):* En la industria del hierro y el acero, las órdenes son programadas sobre un laminador en caliente en el que los costos de preparación de la producción deben ser minimizados. Las órdenes son tratadas como ciudades y las distancias entre dos ciudades se toman como un costo de penalización por el cambio entre dos órdenes. [12]

*vi) Problema de planificación de misiones (Mission planning problem):* La programación de misiones consiste en encontrar la ruta óptima para cada soldado (o planeador) para lograr los objetivos de la misión en el mínimo tiempo posible. Esta es una variante del  $m$ -TSP donde hay  $m$  planeadores que deben regresar al punto de partida. Esta aplicación incluye construcción, reconocimiento militar [13], oficina de correos automatizada, robots de rescate ó robots autómatas [14] y exploración planetaria ó aeronaves no tripuladas [15].

*vii) Diseño del sistema global de navegación por satélite topografía redes. GNSS (The design of global navigation satellite system).* El GNSS es un sistema de satélite basado en espacio el cual cubre todas las ubicaciones de la tierra, es importante en aplicaciones reales tales como prevención y administración de desastres, medio ambiente, monitoreo agrícola, estado de tiempo, etc. El objetivo es determinar las posiciones geográficas de puntos desconocidos sobre los cuales debe usarse el satélite. Cuando se tienen múltiples receptores ó múltiples periodos de tiempo se ubican los receptores para realizar una serie de observaciones, el problema de encontrar la mejor orden de sesiones de los receptores puede ser formulado como un  $m$ -TSP [16].

B. Formulación matemática

Se considera un grafo  $G = (V, A)$  donde  $V$  es el conjunto de nodos y  $A$  es el conjunto de arcos. A cada arco  $(i, j) \in A$ , se le asocia un costo ó una distancia  $c_{ij}$ . Se asume que el depósito se encuentra ubicado en el nodo 0 y que hay  $m$  agentes viajeros en el mismo. Se define una variable binaria  $x_{ij}$  que toma el valor de 1 si el arco  $(i, j)$  es incluido en el tour y toma el valor de 0 en caso contrario. Para cada sub-tour se consideran restricciones de eliminación, se define una variable entera  $\mu_i$  que indica la posición del nodo  $i$  en el tour, adicionalmente se define un valor  $p$  que indica el máximo número de nodos que pueden ser visitados por cada agente viajero.

$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} * x_{ij} \tag{1}$$

s.a.

$$\sum_{j \in V: (0,j) \in A} x_{0j} = m \tag{2}$$

$$\sum_{j \in V: (j,0) \in A} x_{j0} = m \tag{3}$$

$$\sum_{i \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \tag{4}$$

$$\sum_{j \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \tag{5}$$

$$u_i - u_j + p * x_{ij} \leq p - 1 \quad \forall 1 \leq i \neq j \leq n \tag{6}$$

La ecuación (1) Corresponde a la minimización de costos totales por visitar los arcos  $x_{ij}$ . La ecuación (2) corresponde a que cada agente viajero sale del depósito. La ecuación (3) indica que cada agente viajero regresa al depósito. La ecuación (4) garantiza que exactamente un tour ingrese a cada nodo. La ecuación (5) garantiza que exactamente un tour salga de cada nodo. La ecuación (6) incluyen las restricciones de eliminación de subtours de Miller-Tucker-Zemlin [17].

La literatura incluye varias alternativas de modelamiento, algunas de ellas incluyen variables de dos índices, puramente binarias [18], Una formulación de variables de tres índices basada en árboles de grado  $k$  donde el depósito tiene exactamente  $k$  arcos adyacentes. Esta formulación se considera como límite inferior para el VRP [19].

IV. Heurísticas para resolver el VRP adaptadas al  $m$ -TSP

Las heurísticas para resolver el problema  $m$ - TSP Se dividen en: de dos fases, de construcción y de mejora iterativa.

Para las de dos fases divide el problema en dos etapas: una de asignación de clientes a vehículos y otra la determinación del orden de la visita.

Las de construcción son estrategias golosas que resuelven el problema dividido en etapas y en cada una de ellas va eligiendo la alternativa más económica. Las de mejora iterativa inician con una respuesta como punto de partida y mediante movimientos entre clientes dentro de una ruta o entre rutas explora el espacio de soluciones

A. Heurísticas de dos fases: Asignar primero, rutear después

Asignación: Se generan grupos de clientes o clusters teniendo en cuenta restricciones de capacidad de los vehículos disponibles ó el número máximo de clientes por ruta.

Ruteamiento: Para cada cluster se crea una ruta que visite todos los clientes.

Asignar primero, rutear después. En estos métodos lo que se hace es que primero se busca generar grupos de clientes, que estarán en una misma ruta en la solución final. Luego, para cada grupo, se crea una ruta que visite a todos sus clientes. Las restricciones de capacidad del agente viajero se tienen en cuenta en la primera etapa.

Dentro de este grupo están la heurística de barrido o sweep [20,21,22]. En dicha heurística los grupos se forman girando una semirrecta con origen en el depósito e incorporando los clientes barridos por dicha semirrecta hasta que se viole la restricción de capacidad como se muestra en la figura 3.

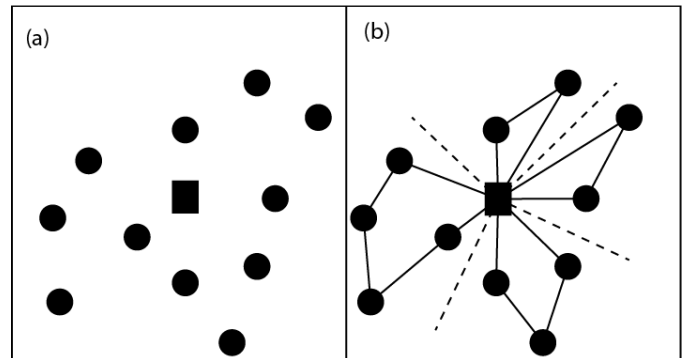


Figura 3. Asignar primero, rutear después: a) Asignación. b) Ruteamiento.

Rutear primero, asignar después [23]. En estos métodos también se encuentra la solución en dos fases. Primero se calcula una ruta que visita a todos los clientes resolviendo un TSP, sin respetar las restricciones del problema, para después, dividir dicha ruta en varias, cada una de las cuales es factible. Como se muestra en la figura 4.

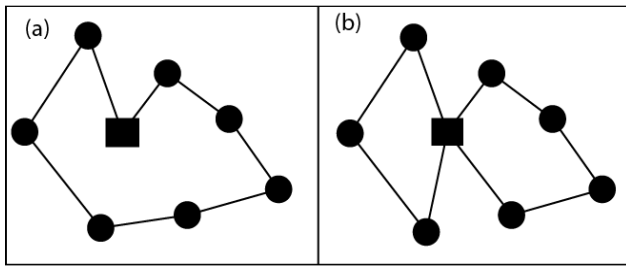


Figura 4. Rutear primero, Asignar después: a) Ruteamiento.  
b) Asignación.

En la metodología que se propone en este artículo se utiliza la estrategia de rutear primero, asignar después.

## B. Heurísticas de construcción

Este tipo de técnica inicia con el problema y una solución vacía, a partir de ella se va construyendo una solución factible que se va revisando paso a paso.

Dentro de este grupo aparecen: la heurística del ahorro [24], heurísticas de inserción paralela y secuencial [25].

Cualquier heurística de inserción para el TSP puede ser utilizada para el VRP siempre que se verifique la factibilidad antes de realizar las inserciones. Por un compendio de heurísticas para el TSP puede consultarse el trabajo de Bodin, Golden, Assad, y Ball [26, 27, 28, 29].

### Vecino más cercano (VC), $O(n^2)$

Este es la más sencilla y simple de las heurísticas para resolver el TSP. La clave de este algoritmo es visitar el próximo nodo más cercano y consiste en los siguientes pasos: 1. Seleccione el nodo más cercano, 2. Encuentre el nodo no visitado más cercano y visítelo, 3. ¿Se tiene algún nodo sin visitar? si la respuesta es sí repita el paso 2, 4. Regrese a la primera ciudad.

### Heurísticas Intraruta o de mejoramiento del tour.

Se busca optimizar el tour encontrado, a través de diferentes estrategias. Para el caso m-TSP las variaciones se realizan sobre cada ruta de forma individual.

En la figura 5 se identifican 2 rutas,  $R_1 = \{1, 3, 6, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 2, 5, 8\}$  sobre las que se explicaran las heurísticas intra-ruta.

- **Reinserción:** Se elige un cliente para ser removido de su posición actual y se ubica entre dos nodos adyacentes. Por ejemplo de  $R_1$  se cambia de posición la ciudad 1 y se genera una nueva ruta Con la secuencia 3-1-6-4
- **Or-Opt2:** Se extraen dos clientes adyacentes de su posición actual y se ubican en una posición diferente. De  $R_1$  se cambian de posición las ciudades 1 y 3 y se genera una nueva ruta con la secuencia 6-1-3-4.
- **Or-Opt3:** Se extraen 3 clientes adyacentes de su posición actual y se insertan en una posición diferente, sin modificar el orden entre ellos. De  $R_1$  se

toman las ciudades 1-3-6 y se ubican después de la ciudad 4, la nueva ruta es 4-1-3-6.

- **2-Opt:** Se seleccionan dos arcos no adyacentes que son eliminados. Luego se agregan dos arcos nuevos que reconecten nuevamente la ruta. De  $R_2$  se eliminan los arcos (2,5) y (8,7) y se agregan los arcos (2,8), y (5,7), la nueva  $R_2$  es 7-2-8-5.
- **Intercambio:** Se toman dos clientes cualesquiera dentro de la ruta y se intercambian sus ubicaciones. Se toma la ciudad 7 de la ruta  $R_2$  y se cambia con la ciudad 8, la nueva ruta generada está dada por 8-2-5-7.

### Heurísticas Inter-ruta

Corresponden a estrategias de mejoramiento de las rutas actuales donde se realizan intercambios de nodos de la ruta  $R_i$  con la ruta  $R_j$ . A continuación se muestran ejemplos para cada una de las estrategias de inter-rutas a partir de las rutas,  $R_1 = \{1, 3, 6, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 2, 5, 8\}$  de la figura 5.

- **Shift (1,0):** Un cliente de la  $R_i$  es insertado en la ruta  $R_j$ . se elige el cliente 3 de la ruta 1 y se inserta en la ruta 2 entre las ciudades 7 y 2, las nuevas rutas son:  $R_1 = \{1, 6, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 3, 2, 5, 8\}$
- **Swap (1,1):** Se elige una ciudad  $k$  de la ruta  $R_i$  y una ciudad  $l$  de la ruta  $R_j$  y se intercambian de una ruta a otra. Si se elige la ciudad 6 de la ruta 1 y se elige el cliente 2 de la ruta 2, las nuevas rutas son  $R_1 = \{1, 3, 2, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 6, 5, 8\}$ .
- **Shift (2,0):** Se eligen dos clientes de la ruta  $R_i$  y se ubican en la ruta  $R_j$ . Se eligen las ciudades 3 y 6 de la ruta 1 y se ubican en la ruta 2, las nuevas rutas son  $R_1 = \{1, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 2, 5, 8, 3, 6\}$
- **Swap (2,1):** Se eligen 2 ciudades de la ruta  $R_i$ , se toma una ciudad de la ruta  $R_j$  y se intercambian. De  $R_1$  se toma las ciudades 1 y 3 de  $R_2$  se toma la ciudad 5, las nuevas rutas originadas son  $R_1 = \{5, 6, 4\}$  y  $R_2 = \{7, 2, 1, 3, 8\}$ .
- **Swap (2,2):** Se eligen 2 nodos de las rutas  $R_i$  y  $R_j$  y se intercambian. Tomando las ciudades 6 y 4 de  $R_1$  y las ciudades 2 y 5 de  $R_2$ , las nuevas rutas son  $R_1 = \{1, 3, 2, 5\}$  y  $R_2 = \{7, 6, 4, 8\}$ .

## V. METODOLOGÍA

Para resolver el problema se planteó la siguiente metodología:

1. Se crean 75 secuencias de ciudades, sin incluir la ciudad origen, a partir de la heurística del vecino más cercano.
2. Cada una de las secuencias es dividida en rutas, teniendo en cuenta el número máximo de ciudades que cada agente viajero puede visitar y se evalúa el costo de cada una de las rutas, según la ecuación (1). la ventaja de este tipo de codificación garantiza que la respuesta que se entrega satisface todo el conjunto de

restricciones. En la figura 5 a manera de ejemplo se muestra una alternativa que debe atender 8 nodos, cada segmento del vector representa el conjunto de clientes que cada agente viajero debe atender con su respectiva secuencia.

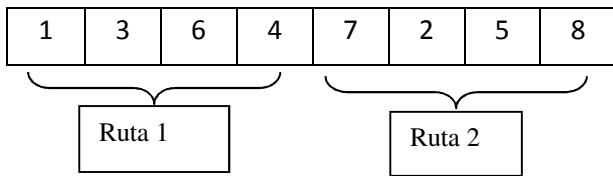


Figura 5. Ejemplo de codificación de una alternativa de solución.

3. Cada una de las rutas es mejorada con las siguientes estrategias de búsqueda local, una a la vez:
  - Shift (1,0)
  - Shift(2,0)
  - Swap(1,1)
  - Swap(2,1)
  - Swap(2,2)
  - 2-Opt

Las estrategias de búsqueda local son aplicadas sobre cada secuencia de forma exhaustiva hasta que no se encuentren mejoras en la función objetivo.

4. Con el fin de evaluar el desempeño de cada una de las estrategias de búsqueda local, cada una de las secuencias es mejorada con cada una de las estrategias de búsqueda local por separado, para cada secuencia el proceso se repite 100 veces, obteniendo 100 soluciones por cada secuencia y para cada estrategia de búsqueda local.
5. Con los valores obtenidos anteriormente se encuentra una solución promedio para cada secuencia mejorada con cada una de las estrategias de búsqueda local. Finalmente se obtiene un segundo promedio que me entrega la solución promedio de todas las secuencias con cada una de las estrategias de búsqueda local.

## VI. RESULTADOS

La metodología es aplicada sobre una instancia de la literatura especializada (pr76 TSPLIB) [30], que contiene 75 ciudades a visitar y una ciudad depósito de donde deben partir y a donde deben regresar cada uno de los agentes viajeros. Las soluciones encontradas satisfacen la restricción del número máximo de ciudades que debe visitar cada agente viajero y entregan cinco rutas en promedio.

La figura 6 muestra el tiempo promedio en que cada estrategia de búsqueda local tarda en encontrar una solución de buena calidad, aquí se puede observar que la estrategia shift (1,0) es

la de mayor esfuerzo computacional 0.94 segundos, pero es la que entrega mejores resultados 183.828.

El valor promedio de la solución de inicio encontrada con la heurística del vecino más cercano, sin aplicar ninguna estrategia de búsqueda local es de 547.724,2. En la figura 7 se muestra el valor promedio de la solución obtenida con cada estrategia de mejoramiento de búsqueda local y se puede observar que al aplicar cualquiera de ellas los resultados mejoran ostensiblemente incluso en la de peor desempeño la heurística 2-Opt cuyo valor promedio es de 266381 aplicar esa estrategia representa una mejora del 56%.

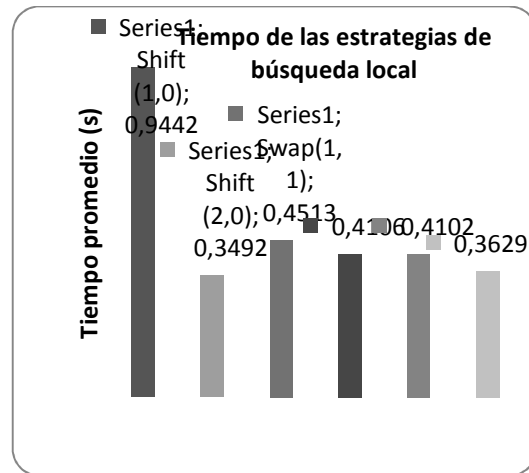


Figura 6. Tiempo promedio de ejecución para cada estrategia de búsqueda local

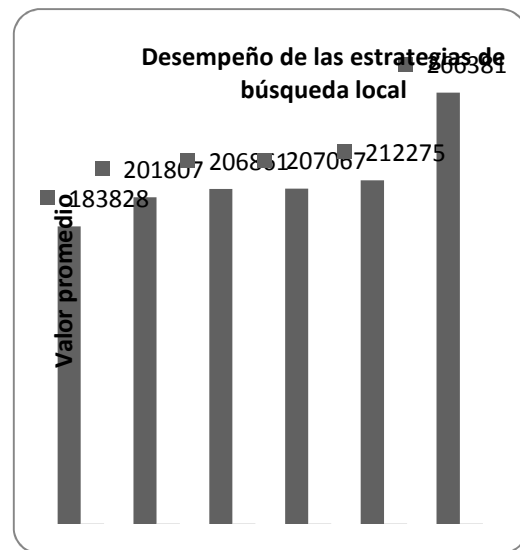


Figura7. Solución promedio encontrada con cada estrategia de búsqueda local

## VII. CONCLUSIONES

Se implementó una metodología que combina heurísticas con el fin de determinar el desempeño de ellas, se eligen seis

estrategias de búsqueda local, que son aplicadas al mejoramiento de rutas para el problema  $m$ -TSP después de obtener una solución de inicio con la heurística del vecino más cercano.

Con base en los resultados obtenidos, se concluye que la estrategia que presenta mejor desempeño, ya que permite encontrar soluciones de mejor calidad en la estrategia denominada Shift (1,0), sin embargo también se muestra que dicha estrategia es la que requiere mayor tiempo computacional para obtener buenos resultados.

En términos generales todas las estrategias implementadas mejoran la solución de inicio significativamente, lo que indica que la combinación de heurísticas logran encontrar un espacio de soluciones promisorio donde se localizan respuestas de buena calidad.

En trabajos futuros se propone realizar una metodología que permita aplicar todas las estrategias de búsqueda local a la vez, en orden del desempeño mostrado en este artículo, de tal forma que cada secuencia sea mejorada y se encuentren soluciones de mayor calidad.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación (COLCIENCIAS) por el soporte financiero brindado mediante el programa de Jóvenes Investigadores, convocatoria año 2013, proyecto JI7-13-3.

#### REFERENCIAS

- [1]. A.E Carter, C.T. "Ragsdale. A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms". *European Journal of Operational Research* (175). 2006. pp.246-257.
- [2]. I. Kara, T. Bektas. "Integer linear programming formulations of multiple salesman problems and its variations". *European Journal of Operational Research* (174). 2006. pp.1449-1458
- [3]. G.Laporte, Y. Norbert, M. Desrochers Optimal routing under capacity and distance restrictions. *Operations Research* 33(5). 1985. pp. 1050-1073.
- [4]. E. Hadjiconstatinou, D Roberts. "Routing under uncertainty: an application in the scheduling of field service engineers." In: Paolo Toth, Daniele Vigo, editors. *The Vehicle routing problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia, 2002. pp. 331-352.
- [5]. K.S. Ruland, E.Y. Rodin. "The pickup and delivery problem." *Computers and Mathematics with Applications* 33(12) .1997. pp.1-13.
- [6]. S. Mitrovic-Minic, R. Krishnamurti, G. Laporte "Double-horizon based heuristics for the dynamic pickup and delivery problem with time windows." *Transportation Research* 28(8).2004.pp.669-685.
- [7]. S.Gorenstein. " Printing press scheduling for multi-edition periodicals." *Management Science* 16(6): B. 1970. 373-383.
- [8]. A.E.Carter, C.T Ragsdale. Scheduling pre-printed newspaper advertising inserts using genetic algorithms. *Omega* 30(6). 2002. pp.415-421.
- [9]. Angel R. D.,Caudle WL, Noonan R, Whinston A.1972. Computer assisted school bus scheduling. *Management Science* (18). 279-288.
- [10]. J.A. Svestka. V.E. Huckfelt. "Computational experience with an m-salesman traveling salesman algorithm." *Management Science* 19(7). 1973.pp.790-799.
- [11]. K.C. Gilbert, R.B. Hofstra "A new multiperiod multiple traveling salesman problem with heuristic and application to a scheduling problem." *Decisions Sciences* 23.1992.pp. 250-259.
- [12]. L.Tang, J. Liu, A Rong, Z Yang."A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shanghai Baoshan Iron & Steel Complex". *European Journal of Operational Research* (124). 2000.pp. 267-282.
- [13]. B. Brummit, A.Stentz "Dynamic mission planning for multiple mobile robots". *Proceedings of the IEEE international conference on robotics and automation*, April 1996.
- [14]. Z. Yu, L. Jinhai, G. Guochang, Z .Rubo, Y.Haiyan. "An implementation of evolutionary computation for path planning of cooperative mobile robots." *Proceedings of the fourth world congress on intelligent control and automation*, vol 3, 2002.pp.1798-1802.
- [15]. J.L. Ryan,T.G. Bailey, J.T. Moore, W.B. Carlton. "Reactive Tabu Search in unmanned aerial reconnaissance simulations". *Proceedings of the 1998 winter simulation conference*. Vol 1. 1998. pp. 873-879.



- [16]. H.A. Saleh, R. Chelouah. "The design of the global navigation satellite system surveying networks using genetic algorithms". Engineering Applications of Artificial Intelligence 2004. 17. pp.111-122.
- [17]. C.E. Miller, A.W. Tucker, R.A. Zemlin. "Integer Programming formulation of traveling salesman problems". Journal of Association for Computing Machinery. 7.1960.pp. 326-329.
- [18]. G. Laporte, Y. Norbert. "A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem." Journal of the Operational Research Society. 31. 1980. pp.1017-1023.
- [19]. N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth. "Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations." Mathematical Programming.20.1981. pp.255-282.
- [20]. A. Wren. "Computers in transport planning and operation." New York: Ian Allan. 1971
- [21]. A. Wren y A. Holliday. "Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points". Operational Research Quarterly 23. 1972. pp.333-344.
- [22]. B. Gillett y L. Miller ."A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem." Operational Research 22. 1974.pp.340-349.
- [23]. J. Beasley. "Route first-cluster second methods for VRP". Omega.vol 11. 1983.pp.403-408.
- [24]. G. Clarke y J. Wright. "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points." Operations Research 47. 1964. pp.568-581.
- [25]. R. H. Mole, y S. R Jameson. "A sequential route-building algorithm employing a generalized saving criterion". Operation Research Quarterly 11. 1976.pp. 503-511.
- [26]. Bodin, L., Golden, B., Assad, A., y Ball, M. "Routing and scheduling of vehicles and crews - the state of the art". Computers and Operations Research 101983.pp. 63-211.
- [27]. Corona J. "Hiperheurísticas a través de programación genética para la resolución de problemas de ruteo de vehículos. Disertación de maestría en ciencias en sistemas inteligentes. Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey.2005
- [28]. S. Lin, W. Kernighan. "An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem". Operations Research 21, 1973.pp 498-516.
- [29]. I. Or. "Traveling salesman-type combinatorial optimization problems and their relation to the logistics of regional blood banking." Ph.D. thesis. Northwestern University - Evanston. 1976.
- [30]. <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/tsp/>