

Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL

Electric energy transmission systems planning using AMPL

Laura Monica Escobar Vargas, Alejandro Duque Gomez, Jose Nicolas Melchor gutierrez, Antonio Hernando Escobar Zuluaga

Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira

lamoescobar@utp.edu.co

aduque55@utp.edu.co

jnmelchor@utp.edu.co

aescobar@utp.edu.co

Resumen— Se analizan los resultados obtenidos al resolver distintos modelos matemáticos que representan el problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, a través del programa de modelamiento matemático AMPL y los *solvers* de optimización CPLEX y KNITRO. Los resultados obtenidos son comparados con soluciones óptimas conocidas de la literatura especializada para los sistemas de prueba utilizados. Se presenta una alternativa de prueba de modelos de planeamiento de la transmisión utilizando programas de modelamiento y *solvers* existentes como un paso previo a la implementación de dichos modelos usando *solvers* propios, basados en técnicas metaheurísticas y exactas, que resuelvan problemas de la vida real de gran tamaño y complejidad, que los *solvers* comerciales no logran resolver.

Palabras clave— AMPL, métodos de solución exactas. Planeamiento de sistemas de transmisión, *solvers*.

Abstract— The results obtained by modeling the transmission expansion planning problem using the mathematical modeling software AMPL and solving it using the optimization software packages CPLEX and KNITRO are analyzed. The obtained results are compared with optimal solutions from different test systems found in the literature. An alternative test to the mathematical models that uses modeling software and commercial solvers is presented as a previous step to the implementation of those models using self-made solvers based on metaheuristics and exact techniques that can solve the real life complex problem that the commercial solver can't solve.

Key Word — AMPL, exact solution methods, solvers, transmission expansion planning.

I. INTRODUCCIÓN

En el problema del planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica, a largo plazo, se determina la cantidad y ubicación de líneas y transformadores que deben ser adicionados para el

correcto funcionamiento del sistema de potencia, dado un escenario de generación y demanda proyectado en un periodo de 10 o más años.

Este problema se encuentra en la categoría de problemas no lineales enteros mixtos de difícil solución. El modelo del problema puede ser escrito de forma que pueda resolverse usando técnicas de programación lineal sucesiva o de programación lineal entera. En el caso de las técnicas lineales sucesivas, el proceso es guiado por técnicas heurísticas. El problema es multimodal, lo que implica la presencia de múltiples soluciones subóptimas.

Este problema ha sido resuelto, en los casos en que puede encontrarse la solución óptima, usando técnicas heurísticas, metaheurísticas, exactas y combinaciones de las anteriores. Garver [1] fue el primero en proponer un modelo basado en el concepto de flujo de carga y también el primero en sugerir el uso de conceptos de optimización para resolver este problema.

Más adelante se desarrollaron métodos de optimización matemática exacta que combinan programación lineal y programación dinámica [2], y los métodos heurísticos constructivos basados en sensibilidad [3].

En este artículo se presenta la solución al problema de planeamiento de la expansión del sistema de transmisión usando 4 modelos básicos: el modelo de transporte, híbrido lineal, lineal disyuntivo y de flujo de carga DC, los cuales se implementan en el lenguaje de modelamiento matemático AMPL y se resuelven usando los paquetes de optimización (*solvers*) CPLEX y KNITRO. A lo largo de este artículo se muestran las ventajas que trae consigo el uso de AMPL y los *solvers* en el análisis preliminar de un problema de optimización de alta complejidad como lo es el planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión.

Se presenta un procedimiento que resulta exitoso cuando se resuelven problemas de planeamiento de complejidad baja y

media, permitiendo un análisis previo del impacto que puedan producir distintas modificaciones al modelo del problema, como un paso previo a la implementación de metodologías de solución que usan técnicas robustas de programación lineal entera (PLE) y programación no lineal entera (PNLE), como las técnicas híbridas basadas en la combinación de metaheurísticas y técnicas exactas eficientes. El análisis preliminar de los impactos que produce en la solución, las variantes propuestas a los modelos, permite al investigador implementar procedimientos robustos, que requieren de tiempos largos de desarrollo e implementación en computador, usando los modelos ya evaluados y que los *solver* comerciales no logran resolver en problemas de la vida real de gran tamaño y complejidad.

II. CONTENIDO

A. Modelamiento matemático

Se utilizan diversos tipos de modelos, utilizados en la literatura especializada, para la representación de los sistemas eléctricos de transmisión: el modelo de transportes, el modelo DC, el modelo híbrido lineal y el modelo lineal disyuntivo.

1) Modelo de transportes.

Fue el primer modelo matemático propuesto para el problema de planeamiento de la transmisión de energía eléctrica [1]. Con este modelo se dio inicio a la sistematización de los diferentes problemas de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica. El modelo de transportes surge como una alternativa al modelo de flujo de carga AC, que presenta grandes dificultades para ser resuelto con las técnicas de optimización existentes, cuando se usa para representar el problema de planeamiento. Se trata de un modelo relajado donde sólo se exige el cumplimiento de la primera ley de Kirchhoff.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$Sf + g = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^o + n_{ij}) \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ entero, } f_{ij} \text{ irrestricto}$$

Dónde:

C_{ij} , es el costo de un circuito que puede ser adicionado entre los nodos i-j.

n_{ij} , numero de circuitos adicionados entre los nodos i-j

S , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

\bar{n}_{ij} , es el número máximo de adiciones permitidas en el corredor i-j.

n_{ij}^o , numero de circuitos existentes en la red inicial en el corredor i-j.

f_{ij} , flujo de potencia total en el corredor i-j.

\bar{f}_{ij} , flujo máximo en un circuito del corredor i-j.

S , es la matriz incidencia nodo-rama

g_i , generación del nodo i.

d_i , demanda del nodo i.

2) Modelo híbrido lineal:

Es un modelo intermedio entre el modelo de transportes y el modelo de flujo de carga DC. En este caso, se aplica la primera ley de Kirchhoff a las adiciones de circuitos en corredores nuevos y en corredores existentes. A los circuitos que ya se encuentran en la red base se les aplica la primera y la segunda ley de Kirchhoff.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (2)$$

s.a.

$$S' f' + S_o f_o + g = d$$

$$f_{ij}^o = (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij} n_{ij}^o$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{f}_{ij} x_{ij}$$

$$n_{ij} \leq (\bar{n}_{ij} - n_{ij}^o)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij}$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i$$

$$\theta_k = 0; \quad k : \text{índice del nodo de referencia}$$

$$n_{ij} \text{ entero.}$$

$$g_i, f_{ij}, \theta_i, \text{ Irrestrictos.}$$

Dónde:

C_{ij} , costo de construcción de un circuito entre los nodos i y j.

n_{ij} , numero de circuitos adicionados entre los nodos i-j

S , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

f_{ij} , flujo de potencia activa entre los nodos i y j.

\overline{f}_{ij} , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos i y j .

g_i , generación del nodo i .

d_i , demanda del nodo i .

θ_i , ángulo de la tensión en el nodo i .

γ_{ij} , susceptancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

x_{ij} , reactancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

Ω , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

3) Modelo DC

En este modelo se aplican las dos leyes de Kirchhoff tanto a los circuitos existentes en la red base como a los circuitos adicionados en corredores nuevos o existentes. Para permitir encontrar una solución en los casos en que no existe suficiente capacidad de transmisión, se agrega un generador ficticio en cada nodo de carga.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \quad (3)$$

s.a.

$$sf + g + r = d$$

$$f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0)\gamma_{ij} = 0$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \overline{f}_{ij} x_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq g_{i\max}$$

$$r_i \leq d_i$$

$$\theta_k = 0 \rightarrow \text{slack}$$

$$n_{ij} \rightarrow \text{entero}$$

$$g_i, \theta_i, r_i, f_{ij} \rightarrow \text{real}$$

Donde:

C_{ij} , costo de construcción de un circuito entre los nodos i y j .

n_{ij} , numero de circuitos adicionados entre los nodos i - j

α , parámetro de penalización. Busca que la generación ficticia en la solución final sea mínima (nula).

r_i , generación ficticia en el nodo i .

s , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

f_{ij} , flujo de potencia activa entre los nodos i y j .

\overline{f}_{ij} , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos i y j .

g_i , generación del nodo i .

d_i , demanda del nodo i .

θ_i , ángulo de la tensión en el nodo i .

γ_{ij} , susceptancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

x_{ij} , reactancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

Ω , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

Ω_1 , conjunto de nodos del sistema con carga.

4) Modelo Lineal Disyuntivo:

Es una modificación del modelo DC, que es un modelo no lineal entero mixto, para convertirlo en un problema lineal entero con variables binarias. Esto se logra reemplazando los términos cuadráticos por relaciones lineales independientes con variables binarias.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k=1}^{n_{\max}} C_{ij} Y_{ijk} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \quad (4)$$

s.a.

$$sf + g + r = d$$

$$f_{ijk} - (\theta_i - \theta_j)\gamma_{ij} = M(1 - Y_{ijk})$$

$$f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j)n_{ij}^0\gamma_{ij} = 0$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \overline{f}_{ij} x_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq g_{i\max}$$

$$r_i \leq d_i$$

$$\theta_k = 0 \rightarrow \text{slack}$$

$$Y_{ijk} \rightarrow \text{binario}$$

$$g_i, \theta_i, r_i, f_{ij} \rightarrow \text{real}$$

Donde:

C_{ij} , costo de construcción de un circuito entre los nodos i y j .

Y_{ijk} , variable de decisión. Representa un circuito conectado entre los nodos i y j .

α , parámetro de penalización. Busca que la generación ficticia en la solución final sea mínima (nula).

r_i , generación ficticia en el nodo i .

s , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

f_{ij} , flujo de potencia activa entre los nodos i y j .

\overline{f}_{ij} , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos i y j .

g_i , generación en el nodo i .

d_i , demanda en el nodo i .

θ_i , desfase angular de la tensión en el nodo i .

γ_{ij} , susceptancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

M , parámetro de valor muy grande que permite la inclusión de la 2LK asociada a la variable binaria cuyo valor sea 1.

n_{ij} , cantidad de circuitos construidos entre los nodos i y j .

x_{ij} , reactancia de la línea conectada entre los nodos i y j .

Ω , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

Ω_1 , conjunto de nodos del sistema con carga.

En este modelo se debe determinar un valor adecuado del parámetro M para el correcto funcionamiento del sistema de solución del problema. Este valor se ajusta mediante pruebas de ensayo y error para cada caso particular.

B. AMPL y Solvers

AMPL (*A Mathematical Programming Language*) es un lenguaje de modelamiento algebraico para problemas de optimización diseñado e implementado para ayudar al usuario a desarrollar y probar modelos de programación matemática. Permite la definición de variables enteras y variables continuas.

Una de las mayores ventajas que ofrece AMPL es la facilidad de síntesis que permite, ya que se asemeja en gran medida a la forma tradicional de escribir el problema de optimización (Función Objetivo y restricciones).

El planteamiento de un problema de optimización en AMPL cuenta con la siguiente estructura básica:

- Definición de conjuntos: Formados por los elementos del problema que definen el tamaño de los vectores y matrices que son ingresados al *solver*. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se usaron como conjuntos el número de barras y corredores del sistema.
- Definición de parámetros: Valores constantes característicos del sistema. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se definieron como parámetros la generación y la demanda de las barras, capacidad, reactancia y costo de las líneas de transmisión, cantidad de circuitos existentes y número máximo de circuitos existentes por corredor.
- Declaración de variables: Son las incógnitas del problema a resolver. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se declararon como variables el número de circuitos a adicionar, la generación y el racionamiento.

- Definición de la función objetivo: Es la función que relaciona las variables del problema a ser optimizadas.
- Definición de restricciones: Son expresiones matemáticas de igualdad o desigualdad que limitan el valor de las variables del problema. Según el modelo se definieron como restricciones la primera y la segunda ley de Kirchhoff, límites de generación, corte de carga y límite de circuitos por corredor.

Es de resaltar que la implementación de esta estructura en AMPL comparada con la misma implementación en lenguajes de programación convencionales (C++, Fortran, MATLAB) es mucho más sencilla, reduciendo considerablemente el número de líneas de código y el esfuerzo de construcción.

Un *solver* es un programa matemático (disponible en forma de librería o como programa independiente) que resuelve un problema matemático. Los *solvers* cuentan con algoritmos para solucionar diferentes tipos de problemas y son especializados.

AMPL constituye la interfaz entre el usuario y el *solver* (técnica exacta de solución que se desea utilizar). Una vez el usuario realiza la descripción del problema en AMPL, se indica el *solver* que se desea emplear. El problema es traducido por el AMPL a un formato que el *solver* pueda comprender y el AMPL recibe la solución entregada por el *solver* y se la presenta al usuario usando formatos simples. AMPL soporta una gran cantidad de *solvers*, incluidos CPLEX y KNITRO, empleados en este artículo, y que resuelven problemas de optimización de PLE y PNLE.

CPLEX es un programa de computador desarrollado por IBM capaz de resolver problemas de programación lineal (PL) y problemas de programación lineal entera (PLE) usando el método SIMPLEX o sus variantes, el método de punto interior y métodos de programación lineal entera como *Branch and Cut*. Este *solver* fue empleado para los modelos de planeamiento de expansión de sistemas de transmisión del tipo lineal (Transportes, Híbrido lineal y lineal distyuntivo).

KNITRO (*Nonlinear Interior point Trust Region Optimization*), por otro lado, es un *solver* especializado en problemas de optimización matemática de programación no lineal entera (PNLE). Aunque también cuenta con la capacidad de resolver problemas de programación lineal. KNITRO cuenta con tres algoritmos básicos para solucionar los problemas de optimización, entre los que se encuentra el método de punto interior. Este *solver* fue empleado para el modelo DC, ya que este modelo es no lineal.

III. PRUEBAS Y RESULTADOS

Todos los modelos fueron representados a partir del lenguaje de modelamiento matemático AMPL y se usaron los paquetes de

optimización matemática CPLEX (para los modelos de Transportes, Híbrido Lineal y Lineal disyuntivo) y KNITRO (para el modelo DC) como técnicas de solución.

Cada modelo fue analizado para los sistemas de prueba Garver (6 nodos y 15 líneas candidatas), y sur Brasileiro (46 nodos y 79

líneas candidatas). Según permitiera o no el sistema de prueba, se resolvió el problema tanto para el caso con redespacho como para el caso sin redespacho.

Sistema Garver con redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
Costo de inversión (10³ US \$)	110	110	130	110
Adiciones en corredores	n ₂₋₆ : 3 n ₃₋₅ : 1	n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 3	n ₂₋₃ : 1 n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 3	n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 3

Tabla 1. Resultados para el sistema Garver con redespacho

Sistema Garver sin redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
Costo de inversión (10³ US \$)	200	200	200	200
Adiciones en corredores	n ₁₋₅ : 1 n ₂₋₆ : 4 n ₄₋₆ : 2	n ₂₋₆ : 3 n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 3	n ₂₋₆ : 4 n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 2	n ₂₋₆ : 4 n ₃₋₅ : 1 n ₄₋₆ : 2

Tabla 2. Resultados para el sistema Garver sin redespacho

Sistema Sur Brasileiro con redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
Costo de inversión (10³ US \$)	53334	63163	72870	72870
Adiciones en	n ₃₃₋₃₄ : 1 n ₂₀₋₂₁ : 2 n ₄₂₋₄₃ : 1	n ₂₀₋₂₃ : 1 n ₂₀₋₂₁ : 2 n ₄₂₋₄₃ : 1	n ₂₋₅ : 1 n ₁₃₋₂₀ : 1 n ₂₀₋₂₃ : 1	n ₂₋₅ : 1 n ₁₃₋₂₀ : 1 n ₂₀₋₂₃ : 1

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
Costo de inversión (10³ US \$)	127272	141350	154420	154420
Adiciones en corredores	n ₁₄₋₂₂ : 1 n ₁₈₋₁₉ : 1 n ₂₀₋₂₁ : 1 n ₄₂₋₄₃ : 2 n ₅₋₁₁ : 2 n ₂₅₋₃₂ : 1 n ₃₁₋₃₂ : 1 n ₂₈₋₃₁ : 1 n ₂₈₋₃₀ : 1 n ₂₆₋₂₉ : 2 n ₂₈₋₃₁ : 1 n ₄₆₋₁₁ : 1 n ₂₄₋₂₅ : 2	n ₂₀₋₂₁ : 1 n ₄₂₋₄₃ : 2 n ₄₆₋₆ : 1 n ₂₅₋₃₂ : 1 n ₃₁₋₃₂ : 1 n ₂₈₋₃₁ : 1 n ₂₈₋₃₀ : 1 n ₂₆₋₂₉ : 2 n ₂₄₋₂₅ : 2 n ₂₉₋₃₀ : 1 n ₅₋₆ : 1	n ₂₀₋₂₁ : 1 n ₄₂₋₄₃ : 2 n ₄₆₋₆ : 1 n ₁₉₋₂₅ : 1 n ₃₁₋₃₂ : 1 n ₂₈₋₃₀ : 1 n ₂₆₋₂₉ : 3 n ₂₄₋₂₅ : 2 n ₂₉₋₃₀ : 2 n ₅₋₆ : 2	n ₂₀₋₂₁ : 1 n ₄₂₋₄₃ : 2 n ₄₆₋₆ : 1 n ₁₉₋₂₅ : 1 n ₃₁₋₃₂ : 1 n ₂₈₋₃₀ : 1 n ₂₆₋₂₉ : 3 n ₂₄₋₂₅ : 2 n ₂₉₋₃₀ : 2 n ₅₋₆ : 2
corredores	n ₅₋₁₁ : 2 n ₄₆₋₁₁ : 1	n ₄₆₋₆ : 1 n ₅₋₆ : 2	n ₂₀₋₂₁ : 2 n ₄₂₋₄₃ : 1 n ₄₆₋₆ : 1 n ₅₋₆ : 2	n ₂₀₋₂₁ : 2 n ₄₂₋₄₃ : 1 n ₄₆₋₆ : 1 n ₅₋₆ : 2

Tabla 4. Resultados para el sistema Sur Brasileiro con redespacho

Sistema Sur Brasileiro sin redespacho

Tabla 5. Resultados para el sistema sur Brasileiro sin redespacho

Al comparar los resultados obtenidos para los sistemas Garver y sur brasileiro con los obtenidos en la referencia [4], se puede observar que para el sistema Garver con redespacho, se presentó una adición de línea no óptima en el modelo DC. Para el caso sin redespacho, se lograron reproducir los resultados óptimos.

Para el sistema sur brasileiro con redespacho, se obtuvieron soluciones idénticas para los modelos de transportes e híbrido lineal. Para el caso del modelo DC y el lineal disyuntivo, se obtuvo una respuesta ligeramente mayor (el circuito entre los nodos 2 y 5 no hace parte de la solución óptima).

Cabe resaltar que en el modelo lineal disyuntivo debe determinar un valor adecuado del parámetro *M* para el correcto funcionamiento del sistema de solución del problema. Este valor se ajusta mediante pruebas de ensayo y error para cada caso particular.

A pesar de que cada modelo tiene bien establecida su función objetivo y sus restricciones, a la hora de plantear estos modelos en AMPL se debe ser cuidadoso de no plantear restricciones redundantes. Para el caso del problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, este inconveniente se presentó específicamente en el modelo de flujo de carga DC

al incluir tanto las restricciones de primera y segunda ley de Kirchhoff junto con las de capacidad de transmisión de potencia activa de los circuitos. Ya que esta última está implícita dentro de las dos primeras.

IV. CONCLUSIONES

Se implementó y se encontró la solución óptima en la mayoría de los casos para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, implementando los modelos matemáticos en el software de moldeamiento AMPL y solucionándolos con los paquetes de optimización matemática CPLEX y KNITRO.

El uso de un lenguaje de modelamiento matemático como lo es AMPL, reduce significativamente la complejidad de construcción del modelo del problema en comparación con los lenguajes de programación. De manera complementaria, el uso de *solvers* elimina la necesidad de programar una técnica de solución.

KNITRO, el *solver* empleado para resolver los problemas planteados con el modelo DC debido a su no linealidad (CPLEX solo maneja problemas del tipo lineal) resultó poco eficiente a la hora de entregar una respuesta óptima. Sin embargo, es capaz de entregar respuestas factibles de buena calidad, por lo que su aplicación no puede ser descartada.

De igual manera para el modelo lineal disyuntivo, se observó la influencia del valor a ser seleccionado para M , el cual es considerado un número bastante grande. Para cada computador se encontró un valor de M con el cual el *solver* lograba llegar a la solución óptima, por lo cual si el usuario no conoce la solución óptima del problema a ser resuelto, debe realizar varios ajustes y determinar la mejor solución encontrada. Aun así se llegó a la conclusión de que el valor óptimo para M se encuentra dentro del rango de 10^7 y 10^9 , siendo más común el valor de 10^8 .

Debido a que los *solvers* contienen técnicas de solución exactas, a la hora de enfrentarse a problemas de optimización combinatorial de gran tamaño y complejidad tienden a quedar atrapados en soluciones óptimas locales. Sin embargo, estas técnicas pueden ser empleadas como herramientas de apoyo a técnicas de solución más robustas como las técnicas Metaheurísticas de optimización. También resultan útiles a la hora de realizar pruebas a modelos nuevos o a variaciones de un modelo existente, aplicándolas a sistemas de prueba de tamaño moderado, o para verificar rápidamente que una solución planteada como óptima cumple en realidad con todas las restricciones planteadas por el modelo con el que fue resuelto (comprobando si hay o no racionamiento en el sistema).

Otros casos donde la solución del problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión usando AMPL ha mostrado eficacia son: Determinar la influencia de considerar múltiples escenarios de generación y demanda [9]. Determinar la influencia de la aplicación de restricciones especializadas [10] o la determinación de componentes principales mediante criterios de sensibilidad [11], proyectos en los que se está trabajando actualmente.

REFERENCIAS

- [1] Garver, L.L., "Transmission Network Estimation Using Linear Programming," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-89, pp. 1688 - 1697, Sept. 1970.
- [2] Dusonchet, Y.P. and El-Abiad, A.H., "Transmission planning using discrete dynamic optimization" *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-92, n 4, p. 1358-1371, 1973.
- [3] Monticelli, A. et al. "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion"., PAS-101, n 10, p. 3919-3925, 1982.
- [4] Haffner S.L.: "O Planejamento de Expansao dos Sistemas Elétricos no Contexto de um Ambiente Competitivo", Tesis de Doctorado, FEEC Unicamp, Julio de 2000.
- [5] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A.: "Modelos Usados en el Planeamiento de la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica". Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia); Universidad Tecnológica de Pereira. 2010.
- [6] Gallego R.A., Escobar A.H., Toro E.M.: "Programación Lineal y Flujo en redes". Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia); Universidad Tecnológica de Pereira. 2010.
- [7] Escobar, A. H., "Planeamiento Dinámico de la Expansión de Sistemas de Transmisión Usando Algoritmos Combinatoriales.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2002.
- [8] Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W., "AMPL: A modeling Language for Mathematical Programming". Second Ed. Brooks /Cole -Thomson Learning. 2003.
- [9] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A., "Transmission Network Expansion Planning Considering Uncertainty in Generation and Demand", Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2008 IEEE/PES.
- [10] Sousa, A.S., Asada, E.N., "Uma Nova Abordagem Branch and Cut Aplicada ao Problema de Planejamento da Expansão de Redes de Transmissão de Grande Porte" *Sba Controle & Automação*. 2012, vol 23, n 1, p.108-119.
- [11] Dominguez A.H., "Planeamiento de la Expansión de Redes de Transmisión Basado en Cambio de Nivel de Tensión.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2012.