

## EFFECTO DE LA UTILIZACION DE ARBOLES HUECOS EN LA COMPACIDAD DE REDUCTORES MECANICOS DE UN PASO

### Effect of the use of holes axes in the Compactness of mechanical reducers of a step

#### RESUMEN

El documento trata las diferentes facetas constructivas para el aligeramiento de maquinaria, integrando posteriormente el estudio de ejes huecos. Plantea el concepto de igual resistencia para configuraciones de arboles huecos, luego estudia la incidencia de estos en el diseño de reductores de velocidad de un paso, para una serie de reductores de velocidad definida.

Se realiza la evaluación de los elementos componentes del reductor mecánico y con estos se dimensionan los ejes de los reductores, se evalúa el peso obtenido para cada reductor, variando los arboles de salida con diferentes relaciones de  $\lambda = dh/d$  que van desde  $\lambda = 1$  para arboles macizos a  $\lambda = 1.1, 1.3, 1.5$  para ejes huecos, se calcula la variación de masa para cada uno de los elementos constitutivos de los reductores, proporcionando una idea general de la incidencia de la utilización de arboles huecos en la compactidad de reductores de velocidad de un paso. El trabajo es complementado con el estudio de la resistencia de una carcaza tipo tomada al azar y se evalúa por MEF para determinar su efecto sobre la resistencia mecánica de esta.

**PALABRAS CLAVES:** Carcazas, Compactidad, Ejes huecos, Masa, MEF (Método de elementos finitos), Potencia, Reductor Mecánico, Resistencia

#### ABSTRACT

*The document treats the different constructive facets for the machinery lightening, integrating the study later on holes axes. To establish the concept of same resistance for configurations of holes axes, then studies the incidence of these in the design of speed reducers of a step, for a series of speed reducers defined.*

*To realize the evaluation of the component elements of the mechanical reducer and with these dimension the axes of the reducers, the weight is evaluated obtained for each reducer, varying the out axes with different relationships of  $\lambda = dh/d$  that they go from  $\lambda = 1$  for solid axes to  $\lambda = 1.1, 1.3, 1.5$  for holes axes, the variation of mass is calculated for each one of the constituent elements of the reducers, providing a general idea of the incidence of the use of holes axes in the compactness of speed reducers to a step. The work is complemented with the study of the resistance to a frame type taken at random and it is evaluated by MFE to determine its effect on the mechanical resistance of this.*

**KEYWORDS:** *Frame, Compactness, holes Axes, Mass, MFE (Method of finite elements), Power, Mechanical Reducer, Resistance.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

En todos los elementos constitutivos de un elemento de maquina la reducción de peso, la búsqueda de una geometría adecuada y uso de material se convierte en una de las prioridades mas importantes del proceso de diseño y manufactura, en el caso de los reductores mecánicos de

velocidad esta discusión se afronta desde diversas ópticas una de ellas es el uso de materiales de avanzada y la otra, motivo de la discusión es la optimización de la geometría.

Se toma como hipótesis fundamental del estudio la siguiente "La compactidad de los reductores mecánicos

#### OSCAR ARAQUE DE LOS RIOS

Ingeniero Mecánico, M Sc Prof.  
del Depto de Ing. Mecánica  
Universidad de Ibagué  
(Colombia)  
ojaraque@unibague.edu.co  
ojaraque@yahoo.com.mx

#### JUAN JOSE CABELLO ERAS

Ingeniero Mecánico, Ph.D.  
Viceministro de Educación  
(Cuba)  
jcabello@reduniv.edu.cu

de un paso varia significativamente con el uso de arboles huecos ''

Inicialmente se selecciona la relación de variación de diámetros más adecuada y posteriormente se compara como afecta esta variación geométrica a los elementos constitutivos del reductor de velocidad, finalmente como estos cambios afectan la resistencia de las carcazas utilizando MEF.

## 2. TEMATICA TRATADA

La introducción de diversos materiales, y la optimización de la geometría obliga a los constructores de elementos de maquinas a mejorar las técnicas de aligeramiento de maquinaria. Son múltiples los beneficios que esta técnica trae para el proceso de diseño, entre otros se encuentra la eliminación de material innecesario en las piezas de maquinas, lo cual conlleva a una disminución de peso en maquinaria, ahorro en dinero para la fabricación de altos márgenes de producción y mejoramiento del diseño constructivo de elementos de maquinas.

Una forma de lograrlo en el caso de los reductores mecánicos de velocidad de un paso parametrizados según [1] es utilizando ejes huecos, de los cuales se distinguen algunas particularidades

### 2.1 Resistencia y rigidez de arboles huecos

De acuerdo con los resultados obtenidos en [8] en un árbol la magnitud de las tensiones que surgen en la sección transversal estan definidas por el modulo de resistencia a la flexión (Wf) y el modulo de resistencia a la torsión (Wt) [3,6-7] realizando una comparación entre el modulo de resistencia a la flexión para arboles macizos y huecos e introduciendo el valor  $C = do/d$

$$Wf_{\text{macizo}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$Wf_{\text{hueco}} = \frac{\pi \cdot d^3 (1 - c^4)}{32}$$

donde:  $C_{\text{ideal}} = do/d$

para el caso de una sección circular sin entallas de ningún tipo. (d: diámetro exterior, do: diámetro hueco)

Para este análisis se realizo un programa de computación [2], que partiendo de un árbol macizo de un diámetro determinado, va incrementando progresivamente la relación (do/d) y calcula para cada una de las relaciones la variación de (Wf) y del área de la sección transversal (A) con respecto al árbol macizo. De acuerdo con este criterio se realizaron las curvas características para diferentes configuraciones en los arboles manteniendo el criterio de diámetro exterior del árbol hueco fijo (d) y se llego a la siguiente conclusión con la condición de una disminución en Wf no mayor de 12%.

#### ✓ Árbol de sección circular

$C_{\text{ideal}} = 0.57$  la disminución del área es superior del 12% y el modulo de resistencia a la flexión disminuye en un 11%

#### ✓ Árbol de sección circular con chavetero

$C_{\text{ideal}} = 0.54$  el área disminuye en mas de un 30% mientras que el modulo de resistencia a la flexión 10%

En el caso de ejes sin chavetero es posible determinar en los árboles huecos igual resistencia que los macizos a partir de la siguiente expresión [1-7]:

$$d = dm \sqrt[3]{1/1 - c^4}$$

donde:

d : diámetro exterior del árbol hueco  
dm : diámetro del árbol macizo  
c = (do/d)

A medida que aumenta la relación  $c = do/d$  aumenta la disminución del área estando limitado este incremento por la resistencia del chavetero

### 2.1 Análisis de la rigidez de los árboles huecos

En [8] se exponen los criterios y expresiones fundamentales que se utilizan en la comprobación de la rigidez de los árboles, este análisis se utiliza cuando es necesario que las deformaciones no sean mayores que las admisibles y los parámetros fundamentales para la determinación de la rigidez son el momento de inercia a la flexión ( $I_x$ ) y el momento de inercia a la torsión ( $I_p$ ). Al realizar la valoración de estos parámetros se obtuvieron los siguientes resultados.

#### ✓ Árbol de sección circular con chavetero

$c > 0.55$  el área disminuye en mas de un 32% mientras que el momento de inercia a la flexión disminuye en 10%

$c > 0.56$  el área disminuye en mas de un 33% mientras que la disminución del momento de inercia a la torsión es mayor del 10%

#### ✓ Árbol macizo y hueco de igual resistencia con chavetero

A medida que aumenta la relación  $c = do/d$  aumenta la disminución del área estando limitado este incremento por la rigidez del chavetero.

## 3. SERIE DE REDUCTORES DE VELOCIDAD DE UN PASO

### 3.1 Determinación de la serie a diseñar

Inicialmente se determinan los parámetros de la serie de reductores a diseñar y de acuerdo a lo establecido en [10], la serie estará compuesta por cuatro potencias 5, 10, 15, 20 kW y tres relaciones de transmisión 3, 6, 8. Por lo

que se incluirán 12 reductores de engranes cilíndricos de un paso, serán diseñados con árboles macizos en los que se variara el árbol de salida para diferentes relaciones de árboles huecos, según la relación de variación de diámetros establecida.

**3.2 Diseño de árboles huecos**

Para el diseño de estos elementos se toma como referencia los datos obtenidos en [8], para el criterio de igual resistencia entre árboles huecos y macizos.

$$W_{\text{hueco}} = W_{\text{macizo}} \tag{3}$$

Para la relación entre los diámetros del árbol hueco

$$c = \frac{d_o}{d_h} \tag{4}$$

$d_o$  = Diámetro interior del árbol hueco  
 $d_h$  = Diámetro exterior del árbol hueco

$$\frac{\pi}{32} d_h^3 (1 - c^4) = \frac{\pi}{32} d^3 \tag{5}$$

$$\frac{d^3}{d_h^3} = (1 - c^4)$$

Se ingresa el factor  $\lambda$  que relaciona los diámetros exteriores del árbol hueco y macizo.

$$\lambda = \frac{d_h}{d} \tag{6}$$

$d$  = Diámetro del árbol macizo, entonces

$$\frac{1}{\lambda^3} = 1 - c^4 \tag{7}$$

$$1 - \frac{1}{\lambda^3} = c^4$$

por lo tanto se obtienen las siguientes expresiones para  $c$  y para  $\lambda$

$$c = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{\lambda^3}} \tag{8}$$

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{1}{1 - c^4}} \tag{9}$$

Utilizando una variación en los valores de  $\lambda$  de 1.1, 1.3 y 1.5

$$c = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{1.1^3}} = 0.71 \tag{10}$$

$$c = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{1.3^3}} = 0.86 \tag{11}$$

$$c = \sqrt[4]{1 - \frac{1}{1.5^3}} = 0.92 \tag{12}$$

En la figura 1 se muestra la configuración geométrica de los árboles huecos, para los reductores de velocidad variando las relaciones de  $c$  y  $\lambda$ , y adaptados a sus

respectivos rodamientos; es importante resaltar que la utilización de estos solo se hará en el eje de salida.

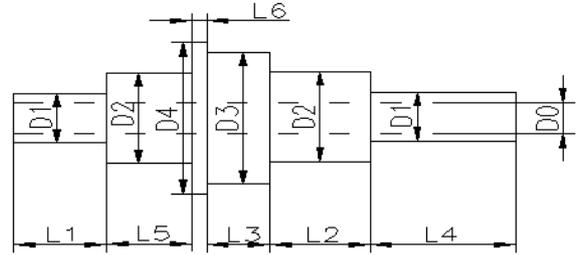


Figura 1. Dimensionamiento definitivo de árboles huecos

La influencia general de los elementos que conforman el reductor como son los ejes, engranajes, rodamientos y carcazas, beneficia la reducción de masa y están consignados en [10], de manera general la masa de los reductores mecánicos de un paso varía como se muestra a continuación.

**3.3 Análisis de la masa total de los reductores**

En la Tabla 1 se muestran las magnitudes de masa para cada uno de los reductores que formaron parte del estudio, para los que se ha tenido en cuenta el efecto de la masa de la carcasa del reductor, la masa total de los engranajes, la masa total de los árboles de entrada y salida y el efecto de la masa de los rodamientos para los árboles de entrada y salida.

	POTENCIA 5 kW			POTENCIA 10 kW		
	i= 3	i= 6	i= 8	I= 3	i= 6	I= 8
Relación $\lambda=1$ y $C=0$ , kg	12.02	17.76	23.79	16.59	26.30	35.91
Relación $\lambda=1.1$ y $C=0.71$ , kg	11.79	17.44	23.56	16.32	25.85	35.44
Relación $\lambda=1.3$ y $C=0.86$ , kg	11.71	17.29	23.23	16.13	25.56	35.14
Relación $\lambda=1.5$ y $C=0.92$ , kg	11.89	17.45	23.58	16.28	26.03	35.59

	POTENCIA 15 kW			POTENCIA 20 kW		
	i= 3	i= 6	i= 8	I= 3	i= 6	I= 8
Relación $\lambda=1$ y $C=0$ , kg	20.63	40.72	49.62	26.87	43.38	66.07
Relación $\lambda=1.1$ y $C=0.71$ , kg	20.60	40.27	48.95	26.71	42.68	65.09
Relación $\lambda=1.3$ y $C=0.86$ , kg	20.22	39.95	48.92	26.25	41.85	63.96
Relación $\lambda=1.5$ y $C=0.92$ , kg	20.10	40.07	48.61	26.40	41.86	64.76

Tabla 1. Masa total de cada uno de los reductores de velocidad

La reducción del peso en la mayoría de los casos se da en unos márgenes pequeños, esto debido a que la masa de las carcazas tendió a aumentar por el aumento del diámetro ocupado por las pestañas de los alojamientos de los rodamientos, al igual que la masa de los rodamientos

Se establece entonces que el peso de los árboles esta entre el 2% y 5% del peso total de los reductores.

#### 4. ANALISIS DE COMPACIDAD

Se entiende por compacidad a la relación existente entre la potencia suministrada y la masa total del reductor (Pot Kw/ M Kg), en la Tabla 2 se muestran las magnitudes de compacidad obtenidas para las relaciones de velocidad  $i=3$ ,  $i=6$ ,  $i=8$

Para  $i=3$

(Pot/Masa)	$\lambda=0$	$\lambda=1.1$	$\lambda=1.3$	$\lambda=1.5$
<b>5 kW/MKG</b>	0.4159422	0.4239839	0.4270012	0.1860867
<b>10 kW/MKG</b>	0.6027364	0.6127564	0.6200435	0.3744407
<b>15 kW/MKG</b>	0.7271352	0.7280422	0.7419425	0.5713676
<b>20 kW/MKG</b>	0.7443467	0.7488814	0.9952626	0.7575155

Para  $i=6$

(Pot/Masa)	$\lambda=0$	$\lambda=1.1$	$\lambda=1.3$	$\lambda=1.5$
<b>5 kW/MKG</b>	0.2816108	0.2866315	0.2891143	0.2864739
<b>10 kW/MKG</b>	0.3802093	0.3868951	0.3912685	0.3842459
<b>15 kW/MKG</b>	0.3683332	0.3724765	0.3754458	0.3743141
<b>20 kW/MKG</b>	0.4610781	0.4686167	0.4778767	0.4777454

Para  $i=8$

(Pot/Masa)	$\lambda=0$	$\lambda=1.1$	$\lambda=1.3$	$\lambda=1.5$
<b>5 kW/MKG</b>	0.2101626	0.2122601	0.2152686	0.2120315
<b>10 kW/MKG</b>	0.2784623	0.2821774	0.2845363	0.2810023
<b>15 kW/MKG</b>	0.3023218	0.3054164	0.306635	0.3085531
<b>20 kW/MKG</b>	0.3027152	0.307248	0.312391	0.3088259

Tabla 2. Compacidad del sistema para cada una de las relaciones de transmisión.

Se observa que el aumento de la compacidad para las diferentes relaciones de transmisión y  $\lambda$  es muy pequeña y no lo suficientemente significativa como para obtener valores de compacidad grandes.

#### 5. ANALISIS DE RESISTENCIA DE LA CARCAZA

Para facilitar el análisis y con el fin de determinar la influencia de utilizar cojinetes con mayor diámetro exterior sobre la resistencia de la carcasa se emplea el análisis del campo de tensiones mediante el método de elementos finitos MEF, para uno de los reductores tipo en este caso el de 10 kW de potencia y relación de transmisión  $i=8$ . En la figura 2 se ilustran las restricciones impuestas a la tapa y base, los cálculos de las reacciones se realizaron previamente.

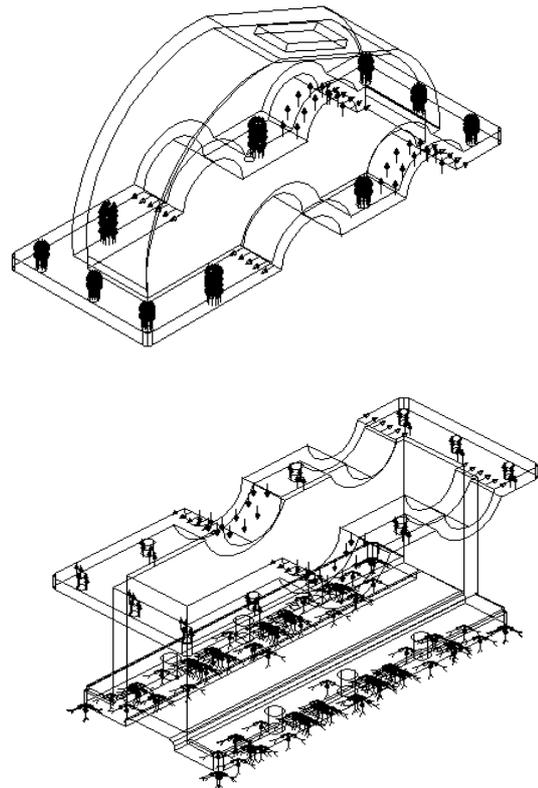


Figura 2. Distribución de restricciones en tapa y base de la carcasa tipo

En el modelo se observa que una de las fuerzas externas aplicada es la reacción vertical en los cojinetes del árbol de entrada, esta es igual a la mitad de la fuerza tangencial en los engranajes y tiende a levantar la tapa, las otras fuerzas son las reacciones horizontales en los arboles, también se establecen las restricciones de movilidad debidas a los tornillos.

La evaluación de los campos de tensiones concluye que no sufre una variación significativa como resultado de aumentar el diámetro de los alojamientos y que las tensiones picos y máximas sufren incrementos localizados del orden de los 2 MPa. En la figura 3 se puede observar esta tendencia.

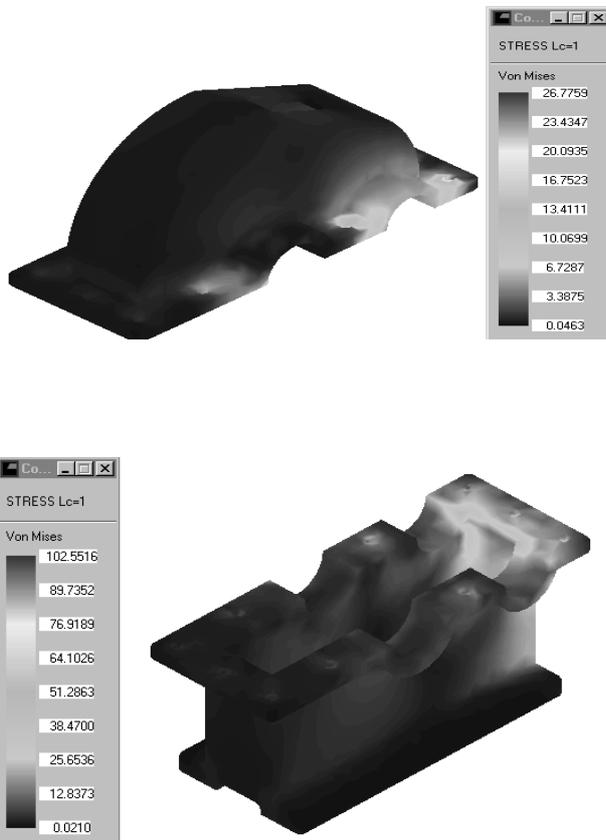


Figura 3. Campo de tensiones en tapa y base de la carcaza tipo

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- ✓ La utilización de arboles huecos con incrementos de hasta un 50% no incide significativamente en la compacidad de reductores mecánicos de un paso.
- ✓ El aumento del diámetro del alojamiento de los cojinetes en las carcazas incrementa en valores menores al 5% el peso de las carcazas debido al incremento del diámetro de la pestaña
- ✓ La utilización de arboles huecos en la salida de los reductores mecánicos de un paso produce disminución del peso de los arboles del orden del 30%.
- ✓ El incremento del diámetro de los alojamientos de los cojinetes no produce variaciones significativas en el campo de tensiones de la carcaza.
- ✓ El peso de los arboles esta entre 1 y 3% del peso total de los reductores, por lo que no incide notablemente en el peso del reductor

Se recomienda ampliar el estudio para relaciones mayores a  $\lambda = 1.5$  y otros tipos de reductores. Realizar un estudio sobre la optimización del diseño de carcazas como vía principal de reducción del peso y aumento de la compacidad

### 6. BIBLIOGRAFÍA

[1] Departamento de Mecánica Teórica y Aplicada, Atlas de Diseño de Elementos de Maquinas Editorial Pueblo y Educación, 1ª Parte, 1990. Pag. 80, 81.

[2] MECHANICAL DESKTOP , Desktop inc. Version 3. 2002.

[3] ANURIEV, V. Manual del Constructor de Maquinaria, Editorial MIR, Moscu 1985

[4] DOBROVOLSKI V, ZABLONSKI K, RADCHIK A, ERLIJ L. Elementos de Maquinas. 584 paginas, Editorial MIR, , Moscu, 1991.

[5] OBERGS, E. Manual Universal de la Técnica Mecánica. Editorial Labor. Edic 21, 1984

[6] BEER, Ferdinand P. Mecánica de Materiales. Editorial Mc Graw Hill, Edición 3, 2004

[7] SHIGLEY, Joseph E. Diseño en Ingeniería Mecánica. Editorial Mc Graw Hill, Edición 6, 2002

[8] ARAQUE , Oscar. CABELLO, Juan. Estudio sobre la resistencia y rigidez de ejes huecos. Revista Scientia et Technica Año XII, No 30, Pag 219 – 224. UTP. Mayo de 2006

[9] AVALLONE E, BAUMEISTER T. Marks Manual del Ingeniero Mecánico. Editorial Mc Graw Hill, Edición 9, 1998

[10] ARAQUE , Oscar. CABELLO, Juan. Determinación del peso de reductores mecánicos de un paso utilizando ejes huecos. Revista Scientia et Technica Año XIII, No 34, Pag 291 – 296. UTP. Mayo de 2007

[11] NORTON, Robert. Diseño de Maquinas. Editorial Prentice Hall, Edición 1, 1999

[12] HIBBELER, R.C. Mecánica de Materiales. Editorial Prentice Hall, Edición 6, 2006

[13] ORLOV, P. Ingeniería de Diseño. 2 ed. Moscu. Editorial Mir, 1975. P.297

[14] FEODOSIEV, V.I, Resistencia de Materiales Editorial Pueblo y Educación. 1974, Tomo I, 305 pág. Tomo II, 375 pág

**Observaciones generales:**

En el proceso de selección de artículos para publicar, se realiza una evaluación inicial para determinar si el trabajo cumple con los términos y observaciones presentadas en este documento. En la segunda evaluación se evalúa su contenido y aporte por parte de evaluadores calificados de acuerdo al área correspondiente.

**Los artículos que no llenen los requisitos de la convocatoria en cuanto a formato, no serán tenidos en cuenta para su publicación y serán descartados en la evaluación inicial.**

Este documento de ejemplo, en Microsoft Word, para la elaboración de artículos para la revista SCIENTIA ET TECHNICA podrá ser descargado de la página:

<http://www.utp.edu.co/scientia>

Haciendo clic en la pestaña *Formatos*.

**Presentación de trabajos:**

Los artículos deben venir acompañados por los formatos de datos del autor, el cual se puede descargar en la página *web* de la revista <http://www.utp.edu.co/scientia> haciendo clic en la pestaña *Formatos*. Estos formatos deben entregarse impresos y en **formato electrónico** (Word) en el CD del artículo. También pueden ser enviados por correo electrónico a [scientia@utp.edu.co](mailto:scientia@utp.edu.co). Los datos allí consignados serán incorporados en la Base Bibliográfica *Publindex* de Colciencias.

Los artículos deben estar presentados en el formato de la revista, el cual se puede descargar en la página *web* de la revista <http://www.utp.edu.co/scientia> haciendo clic en la pestaña *Formatos*. El no uso de este formato descalifica el artículo y no será tenido en cuenta en la convocatoria. Se debe enviar una copia impresa en blanco y negro y un CD con el artículo. También puede ser enviado por correo electrónico a [scientia@utp.edu.co](mailto:scientia@utp.edu.co).

**Envío de artículos**

Los trabajos se deben dirigir a la Vicerrectoría Académica de la Universidad Tecnológica de Pereira en las fechas en que están abiertas las convocatorias, la dirección es:

Vicerrectoría Académica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Vereda La Julita  
Pereira (Colombia)

También se pueden enviar a los correos electrónicos:  
[scientia@utp.edu.co](mailto:scientia@utp.edu.co)  
[scientia.utp@gmail.com](mailto:scientia.utp@gmail.com)