

GENERACIÓN DE SEÑALES SENOIDALES MEDIANTE PWM Y FILTROS ACTIVOS DE SEGUNDO ORDEN

Sinusoidal Signal Generation using PWM and Second-Order Active Filters

RESUMEN

En este documento se presentan los resultados obtenidos al realizar el diseño de un sistema capaz de generar ondas senoidales a partir de *PWM*, basado en microcontrolador y filtros activos de segundo orden. El estudio inicia en el desarrollo del software que permite generar la onda modulada por ancho de pulso en el microcontrolador, continuando con el diseño de los filtros activos de segundo orden en configuración *Sallen-Key*, pasando por las simulaciones en *Proteus®*, y finalizando con su implementación en *protoboard*.

PALABRAS CLAVES: Filtros activos, microcontrolador, modulación por ancho de pulso, respuesta en frecuencia.

ABSTRACT

This document presents the results obtained when designing a system capable of generating sine wave from PWM, based on microcontroller and second-order active filters. The study started in software development that generates the wave pulse width modulated by the microcontroller, continuing with the design of active filter second order Sallen-Key configuration, through simulations in Proteus®, and ending with implementation in protoboard.

KEYWORDS: Active filters, microcontroller, pulse width modulation, frequency response.

1. INTRODUCCIÓN

Son muchas y muy importantes las aplicaciones que tiene *PWM* en el control de sistemas electrónicos, por ello los autores del presente artículo han desarrollado una aplicación específica completa en la que se realiza la conversión *D/A* de una señal a través de *PWM*, llevando al lector desde la definición de los conceptos básicos hasta la implementación en un circuito real del sistema diseñado.

2. PWM

La modulación por ancho de pulso (también conocida como *PWM*, por sus siglas en inglés *Pulse Width Modulation*) de una señal o fuente de energía es una técnica en la cual se modifica el ciclo de trabajo de una señal periódica (típicamente se emplea sobre señales sinusoidales o cuadradas), ya sea para transmitir información a través de un canal de comunicaciones o para controlar la cantidad de energía que se envía a una determinada carga [1].

El ciclo de trabajo de una señal periódica D se define a través del cociente entre el ancho relativo de su parte positiva W y el período de la señal T , tal como se muestra en la ecuación 1:

JIMMY ALEXANDER CORTÉS

Ingeniero Electricista
MSc. Instrumentación Física
Profesor Asociado
jacoper@utp.edu.co

JOSÉ ANDRÉS CHAVES

Ingeniero Electricista
Especialista en Pedagogía
MSc. Instrumentación Física
Profesor Asociado
Universidad Tecnológica de Pereira
jachaves@utp.edu.co

EDWIN ANDRÉS QUINTERO

Ingeniero Electrónico
Especialista en Pedagogía
MSc. Instrumentación Física
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
equintero@utp.edu.co

$$D = \frac{W}{T} \quad (1)$$

Donde:

D : Es el denominado ciclo de trabajo (típicamente definido en porcentaje).

W : Es el tiempo en que la función es positiva (ancho del pulso).

T : Es el período de la señal.

En la Figura 1, se observan los parámetros T y W que definen a D para una señal periódica.

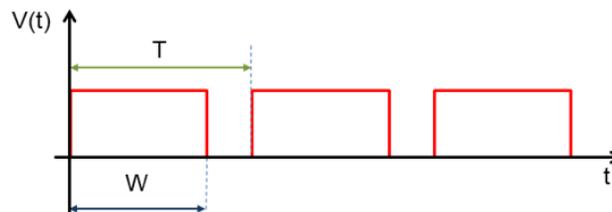


Figura 1. Parámetros T y W para una señal periódica.

En la Figura 2, se observan algunos ejemplos de señales con sus respectivos ciclos de trabajo D .

La modulación *PWM* suele implementarse en muchos circuitos integrados (por ejemplo en microcontroladores,

DSP's, *FPGA's*, entre otros) y sus aplicaciones están orientadas fundamentalmente al control de: fuentes conmutadas, velocidad de motores, la posición de un servomotor, elementos termoelectrónicos, interruptores electrónicos (usados para interrumpir una señal bajo el control de otra), sensores en ambientes ruidosos, convertidores *D/A*, entre otros.

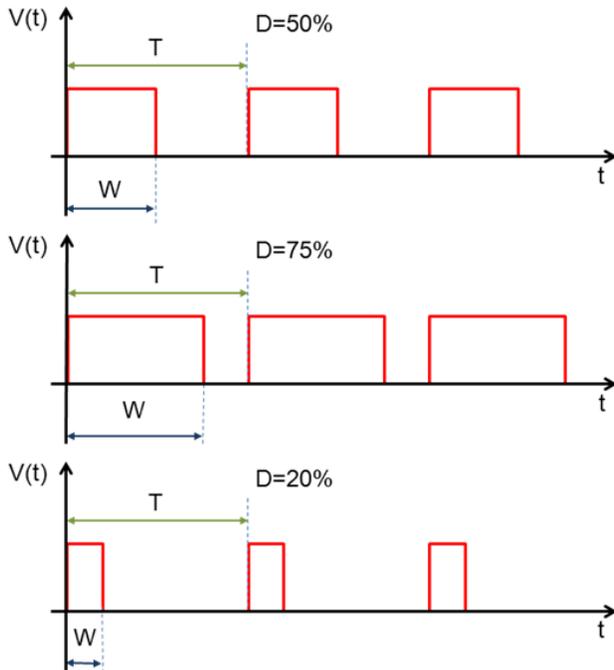


Figura 2. Ejemplos de señales con sus respectivos ciclos de trabajo D .

2.1. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA PWM EN LA GENERACIÓN DE ONDA SENOIDAL

En la Figura 3¹ se identifica una señal sinusoidal (señal análoga continua en el tiempo) superpuesta sobre una señal digital (de tipo discreto, pulsante) en la que puede apreciarse que para valores máximos positivos de la señal seno, el ancho del pulso correspondiente (resaltado en un círculo) es también máximo. Posteriormente, a medida que la amplitud decrece en el seno también lo hace el ancho en el pulso correspondiente, situación que continúa hasta que el seno alcanza el nivel más bajo (máximo negativo), el cual queda asociado al menor valor de ancho de pulso, evento que se repite en el tiempo, verificándose que para cada valor de señal existe un correspondiente ancho de pulso.

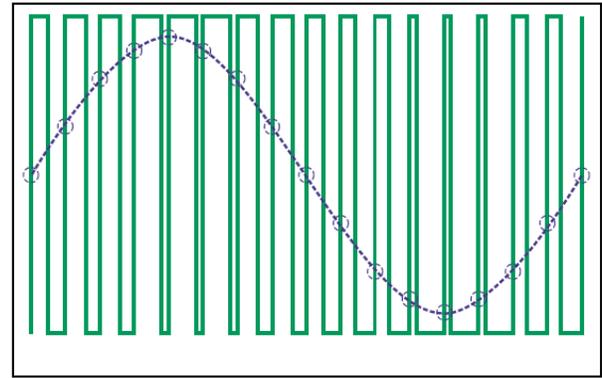


Figura 3. PWM aplicado a una señal Sinusoidal [2].

3. GENERACIÓN DE PWM EN MICROCONTROLADOR PIC16F887

Para la generación de una onda senoidal con microcontrolador, es necesario inicialmente desarrollar un algoritmo que permita obtener una señal modulada por ancho de pulso en uno de los puertos de salida del dispositivo electrónico. Para el proyecto presentado en este documento, se utilizó un microcontrolador de la familia *Microchip*®, referencia *PIC16F887* [3]. En la figura 4 es posible apreciar el código desarrollado en *MikroC Pro Pic*®. La señal final es presentada en el bit 2 del puerto C del microcontrolador. Este código contiene los ciclos de retardo necesarios para generar una señal PWM con una frecuencia fundamental de 10 kHz.

```
// microcontroller : P16F887A
// PWM module is set on RC2 Pin No 17.

unsigned short i;
float frecuencia;
float angular;
float seno;
float periodo;
float paso;
int trabajo;
const pi=3.1416;
const muestras=100;

void main()
{
    PORTC = 00;           // Set PORTC to $FF
    TRISC = 0;           // PORTC is output
    Pwm1_Init(10000);    // Initialize PWM module
    frecuencia=100;
    periodo=1/frecuencia;
    angular=2*pi*frecuencia;
    paso=periodo/muestras;
    Pwm1_Start();       // Start PWM
    while (1)           // Endless loop
    {
        for (i=0; i<=muestras;i++)
        {
            seno=sin(angular*i*paso);
            trabajo=(seno)*muestras;
            Pwm1_Set_Duty(abs(trabajo));
            //delay_ms(trabajo);
        }
    }
}
```

Figura 4. Código en *MikroC Pro Pic*® para la generación de PWM en el microcontrolador *PIC16F887*.

4. FILTRADO PASA BANDA DE LA SEÑAL PWM

Una vez generada la señal modulada por ancho de pulso en el microcontrolador, es necesario realizar su filtrado pasa banda con frecuencia central de 10 kHz con el

¹ Imagen tomada de: Eric Gaalaas, Class D Audio Amplifiers: What, Why, and How, [en línea] http://www.analog.com/library/analogdialogue/archives/40-06/class_d.pdf (consultado el 7 de abril de 2011).

objetivo de obtener la señal senoidal deseada. Para la presente investigación, la etapa de filtrado pasa banda se realizó mediante filtros pasa bajos y pasa altos activos *Sallen-Key* de segundo orden y conectados en cascada; con frecuencias de corte de 15 kHz y 5 kHz respectivamente.

4.1. FILTRO SALLEN-KEY PASA BAJOS

Del estudio de los filtros pasivos es posible definir la función de transferencia de un filtro de segundo orden mediante la expresión:

$$H_{LPF}(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \frac{\omega_c}{Q}s + \omega_c^2} \quad (2)$$

Expresión en la cual ω_c identifica la frecuencia de corte del filtro, mientras que Q hace referencia al factor de calidad del mismo [4].

Se considerará ahora el circuito presentado en la figura 5, al cual se le conoce como celda de *Sallen-Key*, en el que los elementos Y_1 a Y_5 representan admitancias que pueden proceder de resistencias, condensadores o inductores [5].

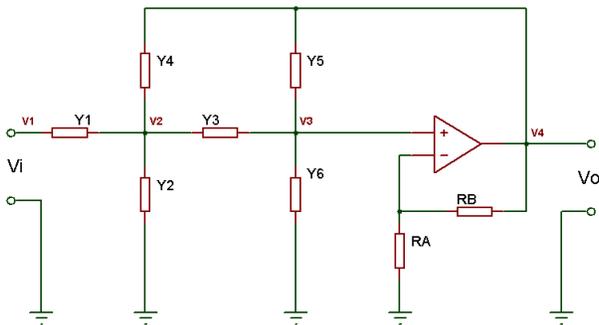


Figura 5. Circuito *Sallen-Key*.

A partir de la matriz definida de admitancias del circuito de la figura 2, es posible concluir que la función de transferencia del mismo está dada por:

$$A_v = \frac{\mu Y_1 Y_2}{(Y_1 + Y_2 + Y_4)(Y_3 + Y_5 + Y_6) + Y_2(Y_5 + Y_6) - \mu[Y_3 Y_4 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)]} \quad (3)$$

En donde el término μ hace referencia a la ganancia de la red no inversora dada por R_A y R_B [6]:

$$v_4 = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) v_3 \quad (4)$$

$$v_o = v_4 \quad (5)$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) v_3 \quad (6)$$

$$v_o = \mu v_3 \quad (7)$$

$$\mu = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) \quad (8)$$

Ahora bien, si se desea que la red presentada en la figura 2 actúe como filtro pasa bajos, es necesario igualar su ganancia (ecuación 3) con la función de transferencia del

selector de bajas frecuencias (ecuación 2). Para lograr esta operación es posible realizar las siguientes consideraciones:

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}; Y_2 = \frac{1}{\infty}; Y_3 = \frac{1}{R_3}; Y_4 = C_4 S; Y_5 = \frac{1}{\infty}; Y_6 = C_6 S$$

Con lo cual la tensión de la red *Sallen-Key* (ecuación 3) toma la forma:

$$A_v = \mu \frac{1}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_4} + \frac{1}{R_3 C_6} + \frac{1}{R_3 C_4} - \frac{\mu}{R_3 C_6}\right) s + \frac{1}{R_1 R_3 C_4 C_6}} \quad (9)$$

Si se realiza una comparación entre la ecuación 9 y la ecuación 2, es posible concluir que:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{R_1 R_3 C_4 C_6} \quad y \quad \frac{\omega_c}{Q} = \left(\frac{1}{R_1 C_4} + \frac{1}{R_3 C_6} + \frac{1}{R_3 C_4} - \frac{\mu}{R_3 C_6}\right)$$

Además, si en la ecuación anterior se considera que se cumplen las siguientes condiciones:

$$R_1 = R_3 = R \quad y \quad C_4 = C_6 = C$$

Entonces se obtiene finalmente:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad (10)$$

$$\mu = 3 - \frac{1}{Q} \quad (11)$$

4.1.1. DISEÑO DEL FILTRO PASA BAJOS

Para efectos del filtrado paso bajos de segundo orden, se estableció una frecuencia de corte f_c de 15 kHz, es decir, una ω_c de 94,288 krad/s. Con el objetivo de configurar la frecuencia deseada en la red *Sallen-Key*, según la ecuación 10, es necesaria una R de 1,061 kΩ para un C de 0,01 μF. En cuanto al factor de calidad Q , con el fin de evitar sobre-impulsos en la función de transferencia, se establece el valor típico de 0,707, el cual se puede lograr con $R_A = 10$ kΩ y $R_B = 5,8$ kΩ. La figura 6 presenta el filtro pasa bajos de segundo orden diseñado.

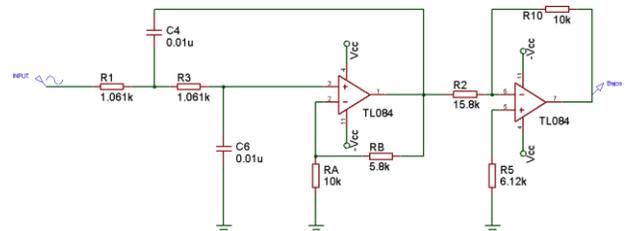


Figura 6. Filtro pasa bajos de segundo orden en configuración *Salle-Key*, para una frecuencia de corte de 15 kHz.

4.2. FILTRO SALLEN-KEY PASA ALTOS

Según la teoría de los filtros pasivos, es posible expresar la función de transferencia de un selector de altas frecuencias de la siguiente forma:

$$H_{HPF}(S) = \frac{S^2}{S^2 + \frac{\omega_c}{Q}S + \omega_c^2} \quad (12)$$

Ahora bien, si lo que se quiere es transformar la red *Sallen-Key* presentada en la figura 5, en un filtro activo de segundo orden, es necesario considerar:

$$Y_1 = C_1S; Y_2 = \frac{1}{\infty}; Y_3 = C_3S; Y_4 = \frac{1}{R_4}; Y_5 = \frac{1}{\infty}; Y_6 = \frac{1}{R_6}$$

Con lo cual la ecuación (9) se convierte en:

$$A_V = \frac{\mu S^2}{S^2 + \left(\frac{1}{C_3R_6} + \frac{1}{C_1R_4} + \frac{1}{C_1R_6} - \frac{\mu}{C_1R_4}\right)S + \frac{1}{R_4R_6C_1C_3}} \quad (13)$$

Al igual que para el filtro pasa bajos, es posible considerar que:

$$R_6 = R_4 = R \quad \text{y} \quad C_1 = C_3 = C$$

Obteniéndose finalmente:

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad (14)$$

$$\mu = 3 - \frac{1}{Q} \quad (15)$$

4.2.1. DISEÑO DEL FILTRO PASA ALTOS

Con el objetivo de obtener un filtro pasa altos de frecuencia de corte en 5 kHz, es posible elegir un valor de C de 0,01 μF, con lo cual se obtiene un valor de R de 3,183 kΩ. Al igual que para el caso del filtro pasa bajos, se establece un factor de calidad Q de 0,707, para lo cual se hace RA=10 kΩ y RB=5,8 kΩ. El filtro pasa altos diseñado se presenta en la figura 7.

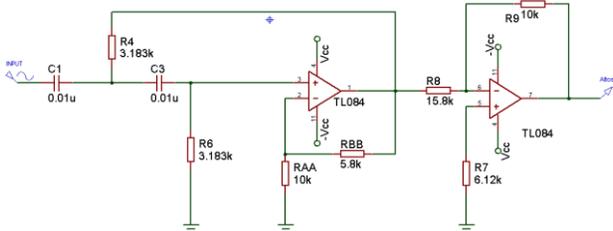


Figura 7. Filtro pasa altas de segundo orden en configuración *Salle-Key*, para una frecuencia de corte de 5 kHz.

4.3. FILTRO PASA BANDA

Para obtener el filtro pasa banda final a partir de un pasa altas y un pasa bajos, basta simplemente con realizar la conexión en cascada de los dos subsistemas diseñados anteriormente. La figura 8 presenta el filtro pasa banda final obtenido siguiendo estos principios.

5. SIMULACIONES

En este apartado se presentarán las simulaciones del sistema de generación de onda senoidal a partir de *PWM*,

utilizando un microcontrolador conectado a redes *Sallen-Key* que actúan como filtros activos de segundo orden, contruidos a partir de amplificadores operacionales TL084.

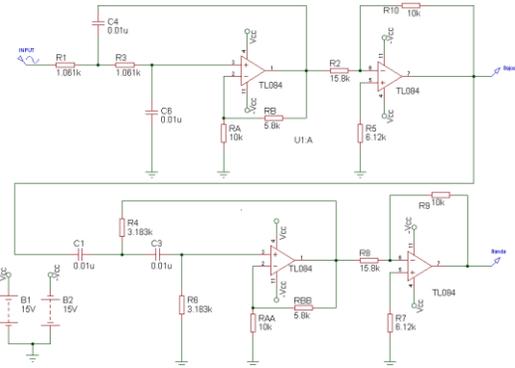


Figura 8. Filtro pasa banda con frecuencia de central de 10 kHz, frecuencia inferior de 5 kHz y frecuencia superior de 15 kHz.

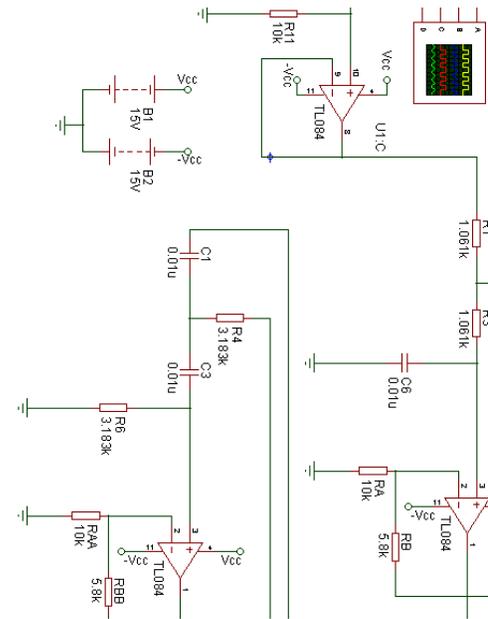


Figura 9. Diseño final realizado.

Todas las simulaciones fueron desarrolladas en la herramienta informática *Proteus*®. La figura 9 presenta el sistema final desarrollado, en el cual es posible apreciar el microcontrolador *PIC16F887* en la parte superior, el cual genera la señal modulada en *PWM* por el pin N° 17. Posteriormente, esta señal ingresa al filtro pasa bajos con frecuencia de corte de 15 kHz, para luego ser filtrada mediante un pasa altos configurado en 5 kHz. De esta manera, al final del sistema se obtiene una señal senoidal de 10 kHz, correspondiente al componente fundamental de la señal PWM. Por su parte, las figuras 10, 11 y 12 presentan las respuestas en frecuencia para los filtros pasa bajos, pasa altas, y pasa banda, respectivamente. Obsérvese que una vez se conectan en cascada los dos primeros filtros, se obtiene el filtro pasa banda final con una frecuencia central de 10 kHz.

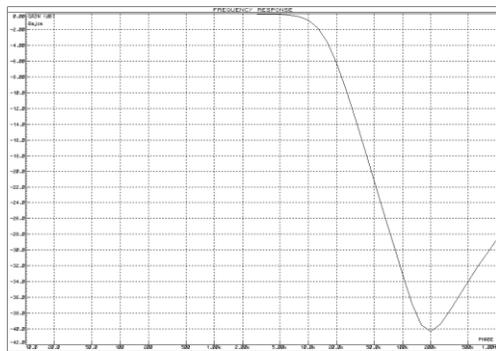


Figura 10. Respuesta en frecuencia del filtro pasa bajas de segundo orden.

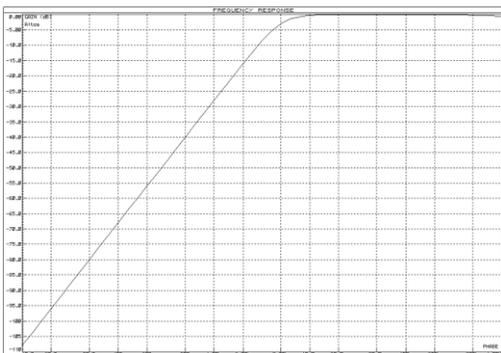


Figura 11. Respuesta en frecuencia del filtro pasa altas de segundo orden.

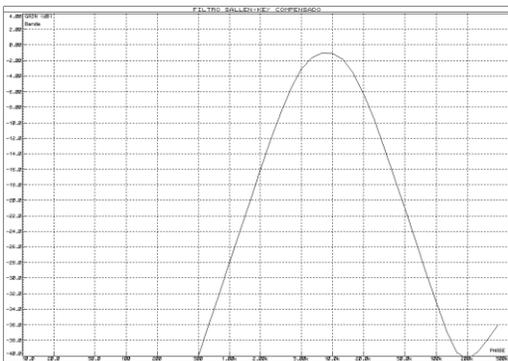


Figura 12. Respuesta en frecuencia del filtro pasa banda con una frecuencia central de 10 kHz.

En la figura 13 es posible observar en el dominio temporal la señal modulada en *PWM* en el osciloscopio del simulador. Se trata de una señal cuadrada unipolar cuyo ancho de pulso varía de acuerdo al dato a modular. Por su parte, la figura 14 presenta el espectro de la señal *PWM* mostrada en la figura 13. Nótese que esta señal posee un componente fundamental en 10 kHz. Una vez realizado el filtrado pasa banda, en el simulador se obtuvo una señal senoidal de 10 kHz, la cual se presenta en la figura 15.

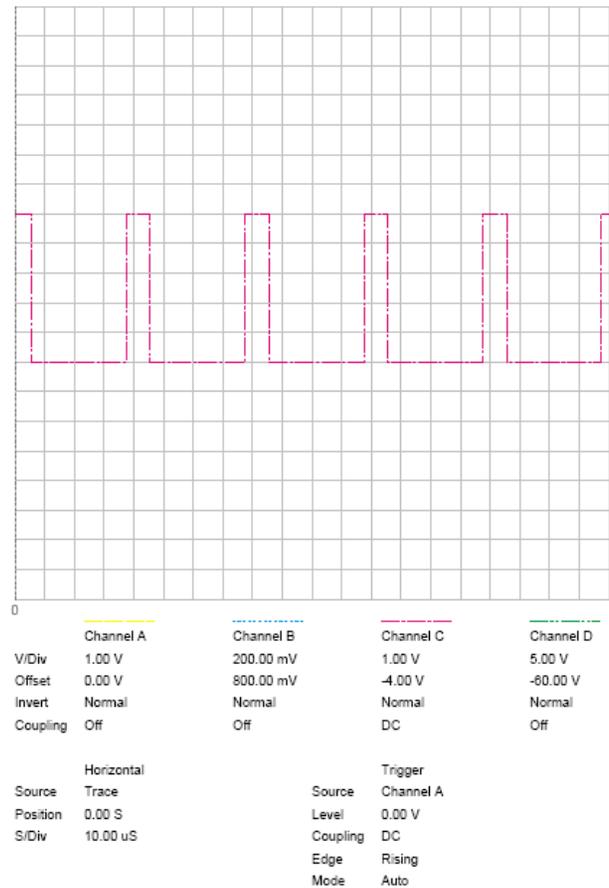


Figura 13. Señal *PWM* en el osciloscopio del generador.

6. MONTAJE

Superada la etapa de simulación, se procedió a realizar el montaje del sistema desarrollado. La figura 16 presenta una captura de las señales *PWM* y su espectro, mientras que la figura 17 contiene la señal senoidal generada. Las señales fueron capturadas con un osciloscopio del laboratorio de electrónica de la Universidad Tecnológica de Pereira. Nótese la similitud con respecto a las señales obtenidas durante la etapa de simulación.

7. CONCLUSIONES

Además de las conocidas aplicaciones de la modulación por ancho de pulso en el control de motores y en la transmisión de información mediante portadoras digitales, este documento presenta una aplicación consistente en la generación de funciones senoidales, la cual es bastante atractiva gracias a que logra integrar de manera precisa la electrónica digital, representada por el microcontrolador, con la electrónica analógica, la cual aparece en escena mediante los filtros activos de segundo orden que permiten extraer el componente espectral fundamental de la señal *PWM*. Así pues, la modulación por ancho de pulso se establece como una técnica de modulación bastante útil en la generación de tonos sonoros a partir de señales digitales, las cuales

fundamentan la obtención de ondas de voz basadas en circuitos electrónicos. Estos sistemas podrían ser de gran utilidad en el control inteligente de procesos, domótica, robótica, etc.

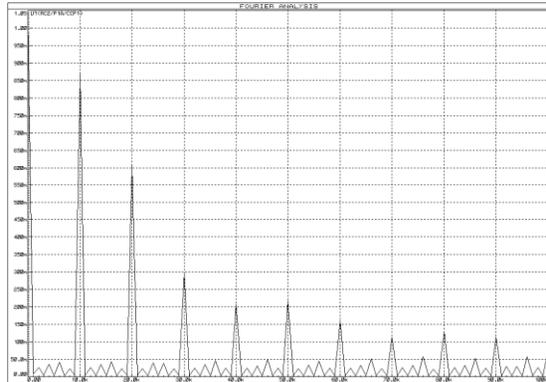
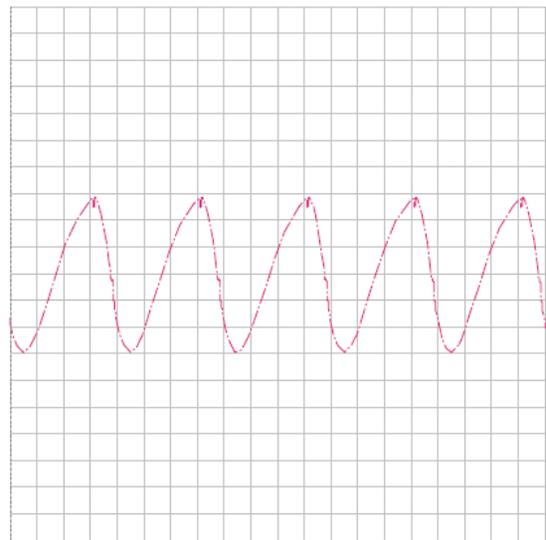


Figura 14. Espectro de la señal PWM.



	Channel A	Channel B	Channel C	Channel D
V/Div	1.00 V	200.00 mV	200.00 mV	5.00 V
Offset	0.00 V	0.00 V	0.00 V	-60.00 V
Invert	Normal	Normal	Normal	Normal
Coupling	Off	Off	DC	Off
Source	Horizontal		Trigger	
Position	Trace		Channel A	
S/Div	10.00 uS		Level	0.00 V
			Coupling	DC
			Edge	Rising
			Mode	Auto

Figura 15. Señal senoidal generada a partir de PWM.

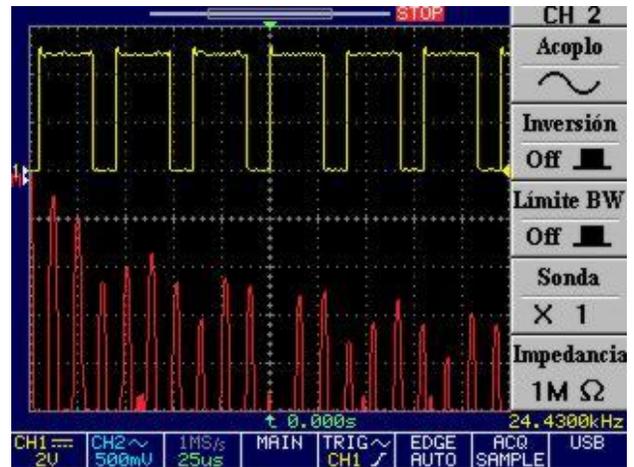


Figura 16. Señal PWM y su espectro en el laboratorio.

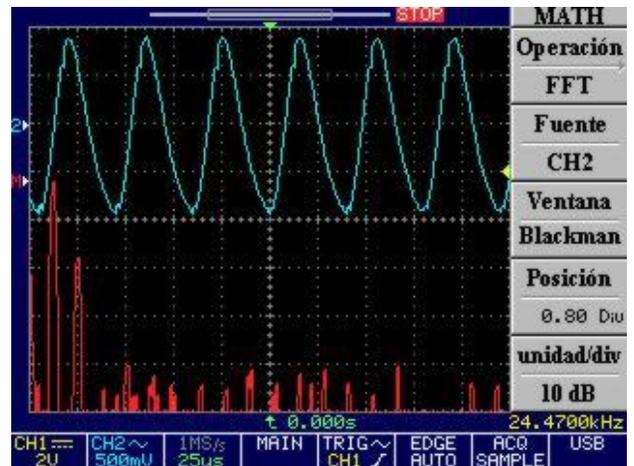


Figura 17. Señal senoidal generada en el laboratorio a partir de PWM.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] http://es.wikipedia.org/wiki/Modulaci%C3%B3n_por_ancho_de_pulsos
- [2] Imagen tomada de: Eric Gaalaas, Class D Audio Amplifiers: What, Why, and How, [en línea] http://www.analog.com/library/analogdialogue/archives/40-06/class_d.pdf (consultado el 7 de abril de 2011)
- [3] *MicroChip PIC16F887 Microcontroller Data Sheet*, MicroChip Corporation, 2006.
- [4] Robert B. Northrop, *Analog Electronic Circuits*, I Edición, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [5] Robert Spence, *Tolerance Desing of Electronic Circuits*, I Edición, Imperial College Press, 1988.
- [6] Luis E. Avendaño, *Sistemas Electrónicos Analógicos: Un Enfoque Matricial*, Primera Edición, Centro de Publicaciones UTP, 2007.