ISSN (print): 0853-8301; ISSN (online): 2745-777X
Available online at https://ejournal.unib.ac.id/index.php/triadik DOI:
https://doi.org/10.33369/triadik.v20i2. 20929
page: 79-94

INTEGRAL TENTU SEBAGAI JUMLAH RIEMANN DAN ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL TES

Hanifah H

Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan MIPA
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Tujuan penelitian untuk mengetahui jenis kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal tes jumlah Riemann. Metode penelitian adalah penelitian *ex post facto*. Analisis kesalahan menggunakan panduan Soejadi. Subjek penelitian adalah mahasiswa kelas A semester 3 Prodi Matematika, FKIP UNIB TA 2018/2019 yang berjumlah 38 orang. Instrumen penelitian adalah lembar tes. Hasil penelitian adalah: Soal 1) jawaban : benar = 57,8 %; salah = 42,1 %, ∅ = 0 %; Soal 2). Jawaban: benar =.26,3%; ∅ =5,2 %, salah = 68,4 %; Soal 3). Jawaban: benar = 60,5 %; = 10,5 %, salah =28,9 %; Soal 4). Jawaban: benar = 60,5% ; ∅ = 13,1 %; salah = 26,3%. Jenis kesalahan: soal no 1) 31,3 % fakta; 68,8 % prinsip. Soal no 2) 19,2 % Fakta, 76,9% operasi; soal no 3) 100 % operasi; soal no 4) 100 % salah operasi.

Kata Kunci; Jumlah Rieman, Kesalahan: Fakta, Konsep, Prinsip, Operasi

INTEGRAL AS RIEMANN SUM, AND ANALYSIS OF STUDENT MISTAKE COMPLETING THE PROBLEM TEST

Hanifah H

Mathematics Education Study Program, Department of Mathematics and Natural Sciences
Faculty of Teacher Training and Education, University of Bengkulu

ABSTRACT

The purpose of the study was to determine the type of student error answering the Riemann sum test. The research method is ex post facto research. Error analysis using Soejadi's guide. The subject of the research was the students of class A semester 3 of Mathematics Study Program, FKIP UNIB FY 2018/2019, amounting to 38 people. The research instrument was a test sheet. The results of the study are: Problem 1) answer: true = 57.8%; false = 42.1%, ∅ = 0%; Problem 2). Answer: true = .26.3%; ∅ = 5.2%, wrong = 68.4%; Problem 3). Answer: true = 60.5%; = 10.5%, wrong = 28.9%; Problem 4). Answer: true = 60.5%; ∅ = 13.1%; false = 26.3%. Type of error: question no 1) 31.3% facts; 68.8% principle. Problem 2) 19.2% Facts, 76.9% operations; Question 3) 100% operation; Question 4) 100% wrong operation.

Keywords; Number of Rieman, Mistakes: Facts, Concepts, Principles, Operations

I. PENDAHULUAN

Kalkulus Integral adalah matakuliah wajib yang ditawarkan di Jurusan Matematika di semua Perguruan Tinggi di Indonesia. Adapun topik bahasan pada mata kuliah ini meliputi: integral sebagai anti turunan, integral tentu, teorema dasar kalkulus, penerapan integral, fungsi transenden, teknik pengintegralan dan integral tak wajar. Pada Program Studi S1 Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP), Universitas Bengkulu (Unib), Kalkulus Integral diberi bobot 4 (3-1) SKS. Model pembelajaran yang diterapkan pada pembelajaran kalkulus Integral adalah Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Teori: Aksi, Proses, Objek, Skema (Model APOS) yang memiliki sintak dengan fase: Orientasi, Praktikum, Diskusi Kelompok Kecil, Diskusi Kelas, Latihan dan Evaluasi (Hanifah, 2016). Masing-masing fase diberi waktu sebagai berikut: fase orientasi 20 menit, praktikum 50 menit, diskusi kelompok kecil 50 menit, diskusi kelas 50 menit, dan latihan/evaluasi 30 menit. Semua kegiatan dilaksanakan di kelas. Mahasiswa dibagi kedalam kelompok kecil yang heterogen yang terdiri dari 3 – 4 orang tiap kelompok. Pada fase praktikum, mahasiswa membawa Laptop sehingga fase Praktikum mahasiswa bisa melaksanakannya di kelas.

Model APOS, merupakan penyempurnaan dari Model Pembelajaran Kalkulus Berdasarkan Teori APOS (MPK-APOS) yang telah dinyatakan valid, praktis dan efektif (Hanifah, 2015). Untuk mendukung terlaksananya Model APOS, diperlukan Lembar Kerja Berbasis Model APOS. Pada tahun akademik 2017/2018 pada matakuliah Kalkulus Integral juga telah diterapkan Model APOS yang didukung oleh Lembar Kerja berbasis Model APOS. Lembar Kerja tersebut disempurnakan dan dijadikan Buku Ajar Kalkulus Integral Berbasis Model APOS (Hanifah, 2018). Berbeda dengan Lembar Kerja yang dipakai pada tahun 2017/2018, dimana lembar kerja baru dibagikan diawal setiap perkuliahan berlangsung, buku ajar tersebut pada perkuliahan perdana dibagikan kepada masing-masing kelompok dan boleh dibawa pulang. Disamping buku ajar tersebut, setiap mahasiswa diwajibkan memiliki buku sumber utama yaitu Buku Kalkulus edisi ke 9 karangan Purcell dan kawan-kawan (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010).

Integral tentu sebagai limit jumlah Riemann dikonstruksi sebagai perumuman dari konsep luas` daerah. Kondisinya tidak perlu fungsi f kontinu dan bernilai tak negatif pada selang tertutup [a,b] (Martono, 1999), (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010).

Misalkan fungsi f terdefenisi pada selang tertutup [a,b].

1. Buatlah partisi P untuk [a,b] dengan titik-titik pembagian

$a = x_0 < x_1 < x_2 < .... < x_{i-1} < x_i < .... < x_n = b$

Selang bagian ke-i dari partisi P adalah $[x_{i-1}, x_i]$, i = 1,2,.. ,n, yang panjang selangnya $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$. Panjang partisi P, ditulis $\|P\|$, didefenisikan sebagai $\|P\| = \max_{1 \le i \le n} \Delta x_i$

1. Pilihlah $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$, i = 1,2,...,n kemudian bentuklah jumlah $\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$, yang dinama kan jumlah Riemann dari fungsi f pada [a, b].
2. Perhatikanlah limit jumlah Riemann untuk $\|P\| \to 0$, yaitu $\lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$.

Jika limit ini ada, fungsi f dikatakan terintegralkan Riemann pada selang [a, b], dan ditulis

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i .$$

Jika limit ini tidak ada, fungsi f tidak terintegralkan Riemann pada [a,b].

Berdasarkan hal tersebut (Martono, 1999) mendefinisikan Integral Tentu sebagai berikut

Definisi. Integral tentu dari suatu fungsi f pada selang tertutup [a,b], ditulis dengan lambang $\int_a^b f(x)\,dx$, didefinisikan sebagai $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$, bila limit ini ada.

Kompetensi yang diharapkan setelah mempelajari Kalkulus Integral adalah mahasiswa mampu menggunakan Kalkulus Integral sebagai suatu alat dalam proses pemecahan dan penyelesaian berbagai masalah dalam ilmu pengetahuan dan teknologi, serta dapat mempelajari bahan matematika tingkat berikutnya yang berbasiskan Kalkulus Integral sebagai alat bantu. Kalkulus merupakan suatu mata kuliah dasar yang perlu dikuasai dengan baik oleh mahasiswa sains dan rekayasa agar dapat mempelajari bahan matematika tingkat berikutnya (Martono, 1999).

Sasaran yang hendak dicapai setelah mahasiswa belajar Kalkulus dengan baik adalah memperoleh pengetahuan dasar dan pola pikir matematika, dalam bentuk: (1) tertatanya pola berfikir ilmiah yang kritis, logis, dan sistematis; (2) terlatihnya daya nalar dan kreativitas setelah mempelajari berbagai strategi dan taktik dalam pemecahan masalah Kalkulus; (3) terlatih dalam merancang model matematika sederhana; (4) terampil dalam teknis matematika yang baku dengan didukung oleh konsep, penalaran, rumus, dan metode yang benar (Martono, 1999).

Pembelajaran dalam konteks Kurikulum 2013 diorientasikan untuk menghasilkan insan Indonesia yang produktif, kreatif, inovatif, dan afektif melalui penguatan sikap (tahu mengapa), keterampilan (tahu bagaimana), dan pengetahuan (tahu apa) yang terintegrasi. Orientasi ini dilandasi oleh adanya kesadaran bahwa perkembangan kehidupan dan ilmu pengetahuan abad ke-21, telah terjadi pergeseran ciri dibanding dengan abad sebelumnya. Sejumlah ciri abad ke-21 tersebut adalah bahwa abad ke-21 merupakan abad informasi, komputasi, otomasi, dan komunikasi (Abidin, 2016).

APOS merupakan suatu teori pembelajaran yang dikhususkan untuk pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi, yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok kecil, dan memperhatikan konstruksi-konstruksi mental yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memahami suatu konsep matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan APOS (Dubinsky & McDonald, 2001), (Arnawa, 2009), (Suryadi, 2010). Model APOS adalah model pembelajaran yang terpusat pada mahasiswa (*Student Center Learning/SCL)* dan berbantuan komputer. Penggunaan komputer adalah sebagai alat bantu untuk mengontruksi materi oleh mahasiswa (Arnawa, 2009). Ide dasar dari *student-centeredness* adalah siswa mungkin tidak hanya memilih apa yang akan dipelajari, tetapi bagaimana dan mengapa topik itu mungkin menarik untuk dipelajari (Harsono, 2008). SCL merupakan strategi pembelajaran yang menempatkan mahasiswa sebagai subyek/peserta didik yang aktif dan mandiri, dengan kondisi psikologik sebagai *adult learner*, bertanggung jawab sepenuhnya atas pembelajarannya, serta mampu belajar *beyond the classroom*. Dengan prinsip-prinsip ini maka para mahasiswa diharapkan memiliki dan menghayati jiwa *life-long learner* serta menguasai *hard skills* dan *soft skills* yang saling mendukung. Di sisi lain, para dosen beralih fungsi menjadi fasilitator, termasuk sebagai mitra pembelajaran, tidak lagi sebagai sumber pengetahuan utama (Harsono, 2008). Pada SCL dosen bertindak sebagai pembimbing yang akan memberikan *scaffolding* bila dibutuhkan mahasiswa. *Scaffold* adalah dukungan yang diberikan guru atau lingkungan belajar kepada pelajar untuk membantunya dalam berbagai tugas kognitif, mulai dari pemahaman tugas dan penguasaan keterampilan hingga penyelesaian masalah. Perancah adalah fitur penting dari teori pembangunan sosial Vygotsky (1962), yang berfokus pada peran interaksi sosial dan bantuan yang diberikan kepada pelajar di zona perkembangan proksimal (ZPD). Teori ini berpendapat, untuk mencapai perkembangan penuh ZPD, membutuhkan interaksi sosial melalui bimbingan ahli dan kolaborasi rekan (Doering & Veletsianos, 2007).

Pembelajaran Kalkulus Integral adalah pembelajaran yang terpusat pada mahasiswa dengan menerapkan Model APOS yang terdiri dari fase: Orientasi, Praktikum, Diskusi Kelompok Kecil, Diskusi Kelas, Latihan dan Evaluasi. Pada fase Praktikum, mahasiswa bekerja pada Laptop dan menggunakan program aplikasi Maple. Berikut ini contoh perintah Maple untuk melukis suatu fungsi dan menghitung luas daerah menurut poligon dalam

- **restart; with(plots):**
- **with(student):**
  #Perintah untuk mengosongkan memori; perintah agar grafik bias dilukis; perintah agar luas polygon bias dihitung dll
- **f:=x->x^2; a:=0; b:=4; n:=2;**
  #Perintah untuk menuliskan fungsi f(x) = x^2 *, untuk a=0, b =4 dan banyak partisi n = 2*
- **leftbox(f(x),x=0..4,2);**
  #Perinta huntuk melukis luas daerah berdasarkan polygon kiri untuk a=0 dan b=4 dengan jumlah partisi n = 2
- **Delta := (b-a)/n;**
  #Perintah untuk menghitung lebar partisi
- **x[k] := k*Delta;**
  # Perintah untuk menentukan nilai fungsi di titik x_k **/*
- **Sum(f(x[k])*Delta,k=0..(n-1)): % = simplify(value(%));**
  # Perintah untuk menghitung jumlah luas masing-masing segi empat dalam bentuk lambang sigma, dan perintah untuk menghitung hasilnya untuk k=0 sampai k=(n-1)/*
- **leftsum(f(x),x = a..b,n): Luas := evalf(%,10)**
  *# Perintah untuk menghitung luas`daerah berdasarkan jumlah luas polygon kiri), dan perintah untuk menampilkan hasilnya dalam bentuk bilangan desimal. */*

Gambar 1. Contoh Perintah Maple untuk Poligon (Hanifah, 2018)

Bila program pada gambar 1 dieksekusi maka akan dihasilkan gambar daerah beserta poligon dan nilainya. Berikut ini adalah contoh perintah Maple untuk menghitung Jumlah Riemann yang menjadi cikal bakal lambang integral tentu.

- **restart; with(Student[Calculus1]):**
- **f:=x->-x^2+4; a:= -1; b:=3;**
- **RiemannSum(f(x), x= -1..3, method = midpoint, output = animation);**
  # Perintah untuk membuat grafik dari Jumlah Rieman, dengan titik sampel adalah titik tengah. Keluaran dari perintah tersebut adalah animasi grafik untuk beberapa harga n.
  # untuk menyaksikan animasinya klik gambar yang anda peroleh, ganti nilai FPS=1, klik panah untuk mulai.
- **Int(f(x),x= -1..3)=int(f(x),x= -1..3);**
  # perintah untuk menghitung jumlah Riemann dan hasilnya.
- **Int(f(x),x= -1..3)=evalf(int(f(x),x= -1..3));**
  # perintah untuk menghitung jumlah Riemann dan hasilnya.

Gambar 2. Contoh Perintah Maple tentang Jumlah Riemann. (Hanifah, 2018)

Bila perintah tersebut dieksekusi, maka akan diperoleh jawaban dari perintah Maple. Jawaban Maple tersebut menjadi sumber belajar oleh mahasiswa dalam mengkonstruksi materi tentang menghitung luas daerah menggunakan poligon dalam, dan poligon luar. Menghitung Jumlah Riemann dengan titik tengah sebagai titik sampel, dan menghitung Jumlah Riemann dengan titik sampel yang ditentukan. Mahasiswa harus bisa membedakan kapan Jumlah Riemann bernilai positif, nol, atau negatif. Di samping belajar dari jawaban Maple, mahasiswa juga membaca buku sumber wajib. Pada fase diskusi kelompok kecil, mahasiswa diarahkan mendiskusikan hasil eksekusi Maple, dan kemudian mahasiswa diminta untuk menyelesaikan soal serupa tetapi tanpa bantuan komputer yaitu secara manual. Pada fase Diskusi Kelas, kelompok yang terpilih diminta untuk menjelaskan bagaimana cara melukis grafik fungsi, mengarsir daerah di bawah fungsi dengan batasan tertentu, kemudian menjelaskan bagaimana cara menghitung Jumlah Riemann menggunakan integral. Indikator keberhasilan mahasiswa adalah mahasiswa mampu menyelesaikan soal tentang Jumlah Rieman menggunakan limit dan sigma, dan bisa menggunakan integral tentu secara manual atau tanpa bantuan komputer.

Demi mengatasi supaya mahasiswa TA 2018/2019 tidak melakukan hal yang sama dengan mahasiswa TA 2017/2018, pada fase Orientasi dosen/asisten memberikan bantuan (*scaffolding)* berupa pengarahan bagaimana caranya melukis grafik secara manual. Bantuan diberikan pada fase Orientasi ini mengikuti saran dalam (Hanifah, 2017). Pada fase Diskusi Kelas kelompok mahasiswa yang terpilih untuk presentasi, diminta untuk menjelaskan bagaimana cara mereka melukis grafik, menentukan titik sampel, mengarsir daerah yang memenuhi syarat, baru kemudian menjelaskan bagaimana cara menyelesaikan soal untuk Jumlah Riemann. Mereka menjelaskannya dengan baik. Kelompok lain memperhatikannya dengan serius. Dari pengamatan selama perkuliahan berlangsung, fase Diskusi Kelas adalah fase yang ditunggu oleh sebagian besar mahasiswa. Mereka selalu serius menyimak penjelasan dari kelompok yang presentasi. Saran mahasiswa untuk perbaikan pengajaran adalah perpanjang waktu diskusi kelas, karena mereka baru mengerti materi setelah dijelaskan oleh suatu kelompok di depan kelas.

Berdasarkan pengalaman mengasuh matakuliah Kalkulus Integral dengan menerapkan Model APOS yang didukung oleh Lembar Kerja berbasis Model APOS, masih banyak mahasiswa yang kesulitan dalam menyelesaikan soal tentang Integral Tentu sebagai Jumlah Riemann. Kesulitan tersebut terjadi karena beberapa alasan, diantaranya adalah mahasiswa kesulitan: 1) melukis grafik; 2) membagi grafik berdasarkan jumlah partisi; 3) menentukan titik sampel; 4) menentukan nilai fungsi; 5) menghitung limit jumlah partisi, menentukan integral tentu sebagai limit jumlah Riemann. Untuk itu dipandang perlu untuk mengadakan penelitian dengan cara melakukan analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang integral tentu sebagai jumlah Riemann.

Kesulitan dalam melukis grafik tidak saja berpengaruh pada penghitungan integral tentu sebagai jumlah Riemann, tetapi juga berpengaruh pada materi selanjutnya yaitu menghitung luas daerah dan volume benda putar. Berdasarkan pengalaman mengasuh mata kuliah Kalkulus Integral dengan menerapkan Model APOS dan didukung oleh Lembar Kerja Berbasis Model APOS pada TA 2017/2018, setelah dilaksanakan post-tes terutama pada materi yang berhubungan dengan melukis grafik, melukis daerah dibawah kurva, dan melukis volume benda putar, banyak mahasiswa yang membuat kesalahan. Bentuk kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa diantaranya adalah : 1). Gambar hasil benda putar sudah ada tetapi salah dalam menentukan hasil benda putar untuk satu keping, 2) Salah menentukan sumbu putar, 3) Salah mengarsir benda putar yang terbentuk, 4) Gambar tidak lengkap, 5) Tidak pandai menggambar, 6) Salah batas interval yang dipilih, 7) Salah rumus yang dipilih, 8) Salah hitung, 9) Tidak selesai menjawab, dan 10) Tidak menjawab. Langkah perbaikan yang dilakukan waktu itu adalah dengan mengadakan pembelajaran ulang secara konvensional bagaimana caranya melukis garis, melukis daerah di bawah fungsi, melukis hasil benda putar (Hanifah, 2017).

Jenis-jenis kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika adalah sebagai berikut. 1) Kesalahan fakta adalah kekeliruan dalam menuliskan konvensi-konvensi yang dinyatakan dengan simbol-simbol matematika. Contoh kesalahan dalam mengubah permasalahan ke dalam bentuk model matematika, kesalahan dalam menuliskan simbol-simbol matematika, 2) Kesalahan konsep adalah kesalahan dalam menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek. Konsep yang dimaksud dalam matematika dapat berupa definisi. Contoh: kesalahan dalam mendefinisikan konsep dan menerapkan konsep kedalam soal, 3) Kesalahan operasi adalah kekeliruan dalam pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika yang lain. Contoh kesalahan dalam menjumlahkan, mengurangkan, dan kesalahan dalam operasi matematika lainnya, dan 4) Kesalahan prinsip adalah kesalahan dalam mengaitkan fakta atau beberapa konsep. Contoh kesalahan dalam menggunakan rumus maupun teorema serta kesalahan dalam menggunakan prinsip-prinsip sebelumnya (Soedjadi, 2000). Jenis dan indikator kesalahan dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Pedoman Analisis Kesalahan Jawaban Mahasiswa

Jenis kesalahan	Indikator
Kesalahan Fakta	– Salah dalam menggunakan lambang/simbol – Salah dalam menggunakan aturan yang telah disepakati para ahli – Salah menggunakan data yang telah ditentukan dalam soal – Salah menggunakan data yang diperoleh dari hasil perhitungan
Kesalahan Konsep	– Salah dalam memahami konsep yang berkaitan dengan materi pada soal, seperti konsep variabel, koefisien, dan konstanta dalam membuat kalimat/model matematika
Kesalahan Operasi	– Salah dalam melakukan operasi hitung seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian – Salah melakukan prosedur atau langkah-langkah dalam menyelesaikan soal
Kesalahan Prinsip	– Salah menggunakan rumus-rumus, teorema, maupun metode yang digunakan untuk menyelesaikan soal.

Untuk mengetahui hasil belajar dan kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang integral tentu sebagai Jumlah Riemann, maka diadakanlah postes. Berikut ini adalah soal beserta indikator keberhasilannya

Tabel 2. Soal dan Indikator Keberhasilan

No	**Soal**	**Indikator Keberhasilan**
1	Lukislah daerah A yang dibatasi oleh garis y = 2x – 4, sumbu x, garis x = 1 dan	Mahasiswa dapat melukis grafik y = 2x – 4, dan dapat mengarsir daerah di bawah f (x) yang dibatasi oleh garis x=1 dan x=5

	garis x = 5	
2	Lukislah Jumlah Riemann untuk n = 4, titik sampel = titik tengah pada daerah A soal 1	Mahasiswa mampu membagi daerah A pada soal 1 menjadi 4 bagian dengan partisi yang sama besar, dengan titik sampel adalah titik tengah. Hasilnya berupa 4 buah (poligon) Riemann
3	Kemudian hitunglah Jumlah Riemann soal 2.	Mahasiswa mampu menghitung luas masing-masing (poligon) Riemann, kemudian menjumlahkan seluruh luas (poligon) Riemann sehingga diperoleh jumlah Riemann
4	Hitunglah Jumlah Riemann soal 2 untuk n = ∞	Mahasiswa mampu menghitung julmah Riemann menggunakan limit dan sigma untuk n = ∞

II METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang dilakukan adalah menggunakan penelitian *ex post facto*, yaitu menurut Sugiyono (2012) *ex post facto* merupakan suatu penelitian yang dilakukan untuk meneliti peristiwa yang telah terjadi dan kemudian merunut ke belakang untuk mengetahui faktor-faktor yang dapat menimbulkan kejadian tersebut. Untuk menganalisa kesalahan digunakan pedoman analisis kesalahan seperti pada Gambar 3.

Subjek Penelitian

Subjek penelitian adalah semua mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika kelas A semester 3 FKIP UNIB TA 2018/2019 yang berjumlah 38 orang.

Jenis Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif diperoleh melalui angket, dan lembar tes. Data kualitatif didapatkan dari angket terbuka, atau dari kritik dan saran perbaikan yang diberikan secara tertulis.

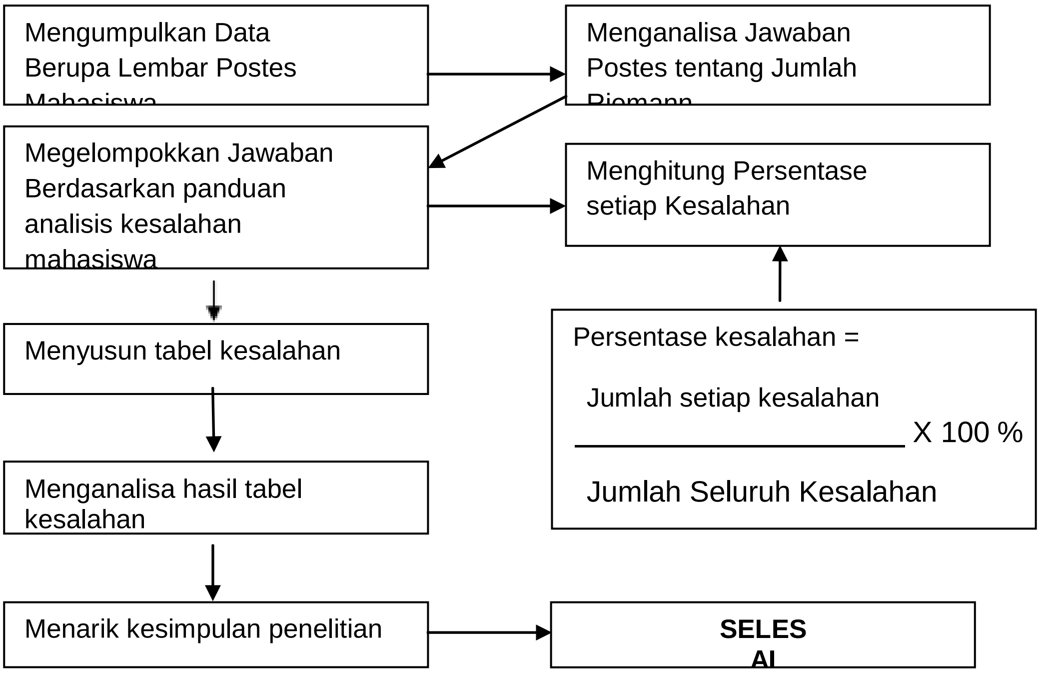
Instrumen Penelitian

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, maka instrumen yang dibutuhkan pada penelitian ini adalah:

1. Lembar Tes tentang Jumlah Riemann.

Analisis Data Hasil Tes tentang Jumlah Riemann

Setelah dilaksanakan Tes dilakukan pemeriksaan jawaban mahasiswa. Untuk jawaban yang salah dilakukan analisis kesalahan menurut Soejadi (2000). Prosedur penelitian dapat dilihat pada gambar 1 berikut ini:



Gambar 3. Prosedur Penelitian

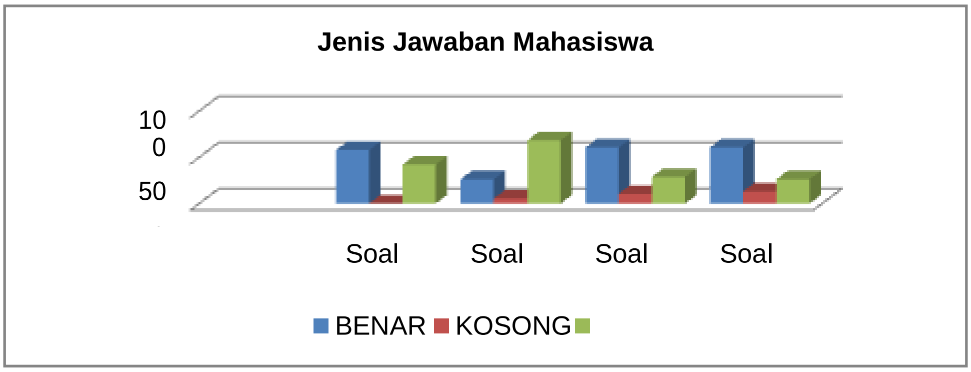
III. HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Hasil

Tes tentang Jumlah Riemann berlangsung berbarengan dengan pelaksanaan UTS. Dalam hal ini soal UTS memuat tentang Jumlah Riemann. Setelah dilaksanakan UTS, kemudian diperiksa hasilnya, kemudian dilakukan analisis kesalahan mahasiswa dalam menjawab khusus untuk soal yang berhubungan dengan Jumlah Riemann. Secara umum hasil UTS setelah lembar jawaban UTS mahasiswa diperiksa, diperoleh hasil sebagai berikut: 39,47 % mendapat nilai dengan kategori tinggi; 28,95 % mendapat nilai dengan kategori sedang, 31,58 % mendapat nilai dengan kategori rendah. Nilai rata-ratanya adalah 59,5. Nilai tertinggi 100, nilai terendah 10. Hasil tersebut masih jauh dari memuaskan. Berdasarkan hal tersebut maka dipandang perlu untuk melakukan analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal UTS Kalkulus Integral terutama tentang Jumlah Riemann.

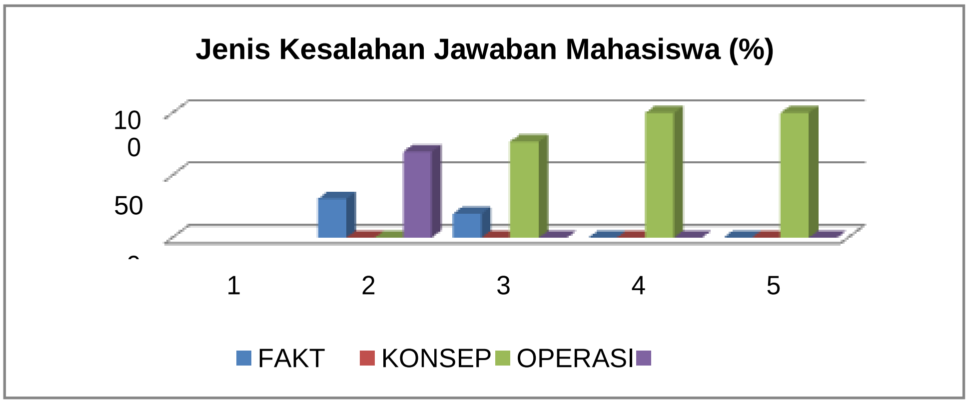
Sebagai tolok ukur dalam melaksanakan analisis kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal tentang jumlah Rieman, digunakan indikator seperti pada tabel 2 di atas. Setelah jawaban mahasiswa khusus untuk soal tentang Jumlah Riemann diperiksa, maka diperoleh informasi seperti yang tertera pada Gambar 5 berikut.

Hasil analisis jenis jawaban mahasiswa dalam bentuk grafik adalah seperti gambar 4



Gambar 4. Jenis Jawaban mahasiswa

Setelah dilakukan analisis kesalahan jawaban mahasiswa diperoleh hasil dalam bentuk grafik seperti pada gambar 5



Gambar 5. Jenis Kesalahan Jawaban Mahasiswa

Bentuk kesalahan yang dilakukan mahasiswa bila dikaitkan dengan indikator keberhasilan siswa dalam menyelesaikan masing-masing soal diantaranya adalah sebagai berikut.:

No Soal	**Jenis Kesalahan**	**Bentuk Kesalahan**
1	Fakta	Tidak pakai aturan dalam melukis Tidak pandai melukis grafik
	Prinsip	Salah menentukan batas bawah dari grafik Daerah A tidak diarsir Salah daerah yang diarsir

		Daerah A sudah dilengkapi dengan poligon
2	Operasi	Salah titik Sampel Salah menentukan nilai fungsi di titik sampel pada grafik Salah gambar Riemannya Titik sampel bukan titik tengah tetapi titik ujung kanan Tidak membuat poligon
3	Fakta Operasi	Salah rumus Salah hitung Salah aturan untuk Jumlah Riemann Tidak pandai menggunakan rumus
4	Operasi	Salah hitung dalam menyelesaikan sigma Salah hitung dalam menyelesaikan Limit Jumlah Riemann Belum selesai dikerjakan

b. Pembahasan

Berdasarkan hasil analisis jenis jawaban mahasiswa berdasarkan gambar 4 terlihat bahwa soal no 3 dan soal no 4 tentang menghitung jumlah Riemann untuk $n = 4$ dan untuk $n = \infty$ menjadi soal yang paling banyak dijawab benar oleh mahasiswa yaitu sebanyak 60,53 % untuk masing-masingnya. Soal no 4 adalah soal yang paling sulit dari semua soal tersebut karena untuk menyelesaikan soal tersebut, mahasiswa harus mampu menggunakan konsep limit, dan konsep sigma. Konsep tersebut tidak mudah dan harus melalui banyak latihan. Ini menunjukkan bahwa mahasiswa aktif belajar.

Selanjutnya soal no 2 menjadi soal yang paling banyak dijawab salah oleh mahasiswa yaitu 68,42 %. Secara logika soal ini merupakan soal yang paling mudah dari soal lainnya. Mencengangkan begitu mengetahui bahwa soal no 2 soal yang banyak dijawab salah oleh mahasiswa. Padahal untuk menyelesaikan soal tersebut, mahasiswa cukup tahu bagaimana cara menentukan titik sampel, berapa nilai fungsi di titik sampel, berapa lebar partisi, dan berapa banyak partisi, dan bagaimana cara melukis (poligon) Riemann tersebut.

Kembali ke soal no 3 dimana yang menjawab benar adalah sebanyak 60,53 %. Padahal soal ini berkaitan erat dengan soal nomor 2. Ketika diamati jawaban mahasiswa, sepertinya mahasiswa tidak melihat grafik untuk menjawabnya. Yang dilakukan mahasiswa untuk menyelesaikan soal nomor 3 adalah: menghitung lebar partisi, menentukan titik sampel, menghitung nilai fungsi, menghitung luas masing-masing poligon, dan kemudian menjumlahkan luas semua poligon yang berjumlah sebanyak 4 tersebut.

Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa: 1) melakukan penghitungan jumlah Riemann baik yang mudah yaitu untuk n = 4 misalnya, maupun yang sulit yaitu untuk n = ∞ bisa dilakukan mahasiswa tanpa kesalahan; 2) melukis grafik suatu fungsi, daerah di bawah fungsi yang terbatas di bawah dan di atas, serta melukis poligon pada suatu daerah di bawah fungsi merupakan pekerjaan yang sangat sulit bagi mahasiswa. Bantuan yang diberikan pada fase Orientasi oleh dosen, dan bantuan yang diberikan oleh suatu kelompok pada fase diskusi kelas, belum mampu menolong mahasiswa untuk bisa melukis grafik dan daerah dibawah suatu fungsi serta poligonnya.

Untuk memastikan mengapa mahasiswa mengalami kesulitan dalam melukis grafik, maka diajukan pertanyaan ke beberapa orang mahasiswa yaitu: “Apakah kesulitan menggambar grafik terjadi karena waktu SMP atau SMA tidak ada diajar melukis oleh guru? Atau guru tidak pernah meminta melukis grafik? “. Berikut ini adalah jawaban dari beberapa mahasiswa.

- EB: Saat di sekolah guru sudah menjelaskan mengenai cara melukis grafik, hanya saja masih sederhana dan bersifat umum, siswa mengalami kesulitan saat melukis grafik karena kurang minat, kurang dilatih, kurang diulang, kurang mengembangkan lagi pembelajaran yang sudah diajarkan di bangku sekolah.
- MY : Sewaktu SMP dan SMA guru mengajarkan cara melukis hanya saja grafik di SMP dan SMA lebih sederhana dibandingkan grafik saat kuliah dan kurangnya ketelitian saya saat menggambar grafik.
- FNS. Selama SMP dan SMA diajarkan oleh guru. Namun, tidak terlalu mendetail, hanya yang mudah saja. Dan jika ada kesulitan dan kurangnya ketelitian dalam melukis grafik itu karena saya sendiri yang kurang memahami

- DDY. Waktu SMP dan SMA guru mengajarkan melukis grafik, namun karena saya sendiri yang kurang teliti makanya sering salah.

Kesulitan melukis grafik tersebut juga dialami mahasiswa dari kampus UNDANA seperti yang disimpulkan oleh Imelda Hendriani Eku Rimo (2018). Berdasarkan hasil analisis data yang diperoleh dari subyek penelitian serta pembahasan hasil penelitian, diperoleh simpulan bahwa mahasiswa pendidikan fisika FKIP Undana mengalami 3 jenis kesulitan dalam memahami materi volume benda putar yaitu

a. kesulitan memahami konsep seperti salah menerapkan metode yang dipakai, salah menentukan
batas atas dan batas bawah integral tertentu yang sesuai dengan soal dan salah menentukan
fungsi yang tepat untuk diintegralkan

b. kesulitan ketelitian perhitungan, seperti tidak teliti dalam melakukan perhitungan mengalikan
bilangan positif dengan bilangan negatif dan menguadratkan suatu fungsi

c. kesulitan representasi gambar

IV SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Setelah data diolah diperoleh informasi bahwa

Soal 1). Prosentase yang menjawab benar adalah 57,89 % ; menjawab salah adalah 42,11 % dan tidak menjawab 0 %; Soal 2). Prosentase yang menjawab benar =.26,32%; kosong =5,26 %, salah = 68,42 %; Soal 3). Prosentase yang menjawab benar = 60,53 %; kosong = 10,53 %, salah =28,95 %; Soal 4). Prosentase yang menjawab benar = 60,53% ; kosong = 13,16 %; salah = 26,32%. Jenis kesalahan untuk soal no 1) 31,25 % salah fakta; 68,75 % salah prinsip. Soal no 2) 19,23 % salah Fakta, 76,92 % salah operasi; soal no 3) 100 % salah operasi; soal no 4) 100 % salah operasi. Kesalahan fakta atau prinsip terjadi untuk soal berupa melukis grafik. Kesalahan operasi terjadi pada penyelesaian penghitungan Jumlah Riemann.

Saran

Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan bahwa mahasiswa masih bisa menghitung Jumlah Rieman tanpa melukis grafik dengan benar. Tetapi mahasiswa akan mendapat kesulitan memahami konsep hasil benda putar suatu daerah, baik mengelilingi sumbu x maupun mengelilingi sumbu y. Untuk itu dosen harus bisa mengarahkan mahasiswa sehingga mampu melukis grafik. Salah satu cara adalah meminta salah seorang mahasiswa melukis di depan kelas, dan menjelaskannya. Serta memberi sanksi yang tegas bagi mahasiswa yang tidak berusaha untuk bisa melukis grafik.

DAFTAR PUSTAKA

Artikel Jurnal

Arnawa.(2009). Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarka Teori APOS. Padang: FMIPA.UNAND. http://jms.fmipa.itb.ac.id/jms/article/viewFile/238/248

Doering, A., & Veletsianos, G. (2007). "Multi-Scaffolding Learning Environment: an analysis of scaffolding and its impact on cognitive load and problem-solving ability", in Journal of Educational Computing Research, 37(2), 2007, p.107-129.

Harsono, (2008). "Student-Centered Learning di Perguruan Tinggi. Jurnal Pendidikan Kedokteran dan Profesi Kesehatan Indonesia" in Jurnal Pendidikan Kedokteran dan Profesi Kesehatan Indonesia Vol.3 No.1 , Maret 2008

Imelda Hendriani Eku Rimo (2018). Analisis Kesulitan Mahasiswa Pendidikan Fisika FKIP-UNDANA Dalam Memahami Materi Volume Benda Putar. http://ejournal.unitomo.ac.id/index.php/mipa ISSN 2337-9421 (cetak) / ISSN 2581-1290 (online). http://dx.doi.org/10.25139/smj.v6i2.1155

Buku

Abidin, Yunus (2016) *Desain Sistem Pembelajaran Dalam Konteks Kurikulum 2013. Cetakan Ketiga.* Refika Aditama. Bandung

Dimiyati dan Mudjiono (1994) *Belajar dan Pembelajaran. Jakarta*: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departeman Pendidikan dan Kebudayaan.

Hanifah. (2018). *Buku Ajar Kalkulus Berbasis Model APOS Berbantuan Maple.* FKIP UNIB Press

Hanifah. (2016) *Model APOS Inovasi Pada Pembelajaran Matematika*. FKIP UNIB Press.

Martono (1999). *Kalkulus*. Bandung: Erlangga.

Soedjadi (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia. Konstantasi Keadaan Masa Kini Menuju harapan Masa Depan*. Jakarta. DekDikBud

Sugiyono (2012). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung. Alfabeta.

Varberg, Purcell, Rigdon (2010). *Kalkulus.* Edisi 9. Bandung. Erlangga

Prosiding

Hanifah, & Irsal (2017). Collage Students' Errors In Solving Volumes Of Solids Of Revolution Problems And The Scaffolding Given In Model Apos Learning. Conference Proceeding BICSE – 2017, ISBN : 978-602-8043-84-7

Internet

Dubinsky & McDonald. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research

Suryadi. (2010). Menciptakan Proses Belajar Aktif: Kajian Dari Sudut Pandang Teori Belajar Dan Teori Didaktik1. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika di UNP , 9 Oktober 2010 http://didi suryadi.staf.upi.edu/files/2011/06/MENCIPTAKAN-PROSES-BELAJAR-AKTIF.pdf

Disertasi

Hanifah. (2015). Pengembangan Model Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. Disertasi. Pascasarjana UNP. Tidak dipublikasikan. Bengkulu.