

---

# SIMULACIÓN DE DATOS PARA PREDICCIÓN DE EVENTOS EXTREMOS

---

Antonio Gómez Corral  
Fátima Palacios Rodríguez



Facultad de Ciencias Matemáticas  
Departamento de Estadística e IO

**Instituto de Salud Carlos III**  
Centro Nacional de Epidemiología  
Madrid, 20 de Febrero de 2020



- 1 Grupo de Modelos Estocásticos
- 2 Contribuciones a los Modelos Estocásticos en Epidemias
- 3 Nueva línea de investigación
- 4 Conclusiones

- 1 Grupo de Modelos Estocásticos
- 2 Contribuciones a los Modelos Estocásticos en Epidemias
- 3 Nueva línea de investigación
- 4 Conclusiones

- 1 Grupo de Modelos Estocásticos
- 2 Contribuciones a los Modelos Estocásticos en Epidemias
- 3 Nueva línea de investigación
- 4 Conclusiones

- 1 Grupo de Modelos Estocásticos
- 2 Contribuciones a los Modelos Estocásticos en Epidemias
- 3 Nueva línea de investigación
- 4 Conclusiones

# Miembros

- Carlos Escudero Liébana, *UNED*
- Antonio Gómez Corral, *Universidad Complutense de Madrid*, IP
- Martín López García, *University of Leeds*
- María Jesús López Herrero, *Universidad Complutense de Madrid*
- Fátima Palacios Rodríguez, *Universidad Complutense de Madrid*
- María Teresa Rodríguez Bernal, *Universidad Complutense de Madrid*
- Estudiantes pre-doctorales (María Gamboa, Diana Taipe, ...)

# Contribuciones a los Modelos Estocásticos en Epidemias

**PGC2018-097704-B-100**, Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, Plan Estatal de I+D

Investigadores externos

- Universidad Pontificia Comillas (Dr M Castro)
- University of Tsukuba (Dr T Phung-Duc)
- Università degli Studi di Salerno (Dr A Di Crescenzo)
- University of Leeds (Dra C Molina-Paris, Dr G Lythe, Dr M López-García)
- Universidad Nova de Lisboa (Dr F Chalub)
- Peter MacCallum Cancer Center Melbourne (Dra Sarah Russel)
- Centro de Edafología y Biología Aplicada del Segura CEBAS-CSIC (Dr PJ Martínez-García)

# Líneas de investigación en desarrollo

## 1 Modelos de epidemias con vacunación

- 1 Vacunación imperfecta en epidemias (UCM + UNLisboa)
- 2 Vacunación e inmunidad temporal en epidemias (UCM + UNLisboa)
- 3 Vacunación frente a la tuberculosis (UCM + UNLisboa + ULeeds)

## 2 Modelos de epidemias con múltiples tipos de infección

- 1 Mutación en modelos de epidemias con múltiples cepas (UCM + UNLisboa + ULeeds)
- 2 Transmisión vertical y horizontal en modelos de epidemias (UCM)
- 3 Co-infección en modelos de epidemias (UCM)



# Líneas de investigación en desarrollo

- 3 Métodos inspirados en teoría de colas y procesos relacionados aplicados a epidemias
  - 1 Uso de modelos de colas en epidemias e inmunología (UCM + UComillas + ULeeds + USalerno + UTsukuba)
  - 2 Generalización de la hipótesis clásica de exponencialidad (UCM + UComillas + ULeeds + USalerno)
  - 3 Procesos estocásticos generales en epidemias (UCM + ULeeds)
  
- 4 Inferencia en modelos de epidemias
  - 1 Estimación en modelos de epidemias con eventos modulados de Markov (UCM)
  - 2 Estimación Bayesiana en modelos de epidemias con dos tipos de infección (UCM)

# Líneas de investigación en desarrollo

## 5 Movilidad y transferencia de resultados

- 1 Formación y movilidad en instituciones de investigación (UCM)
- 2 Modelos de maduración de células T (UCM + UComillas + ULeeds + Melbourne)
- 3 Selección genética en programas de mejora de frutales (UCM + CEBAS-CSIC)



# “Aleatoriedad” en Epidemiología

- Descriptores vinculados a
  - Tiempos de primer paso, *hitting* probabilidades
  - Máximo nivel visitado antes del primer acceso a un nivel predeterminado
  - Régimen estacionario, régimen cuasi-estacionario

- Algunos ejemplos de aplicaciones a

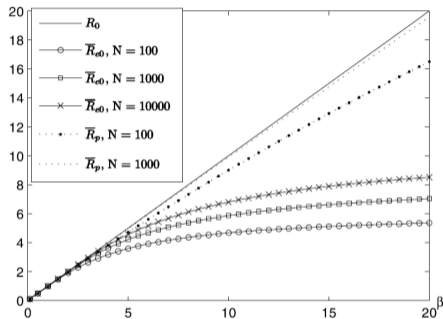


Figura 1: Cuantificación exacta del potencial de propagación,  $\mathcal{R}_{e,0}$  y  $\mathcal{R}_p$  versus  $\mathcal{R}_0$

Artalejo JR, López-Herrero MJ (2013) On the exact measure of disease spread in stochastic epidemic models. *Bulletin of Mathematical Biology* 75: 1031–1050

- Modelos con varias cepas de una bacteria

Gómez-Corral A, López-García M (2018) Perturbation analysis in finite LD-QBD processes and applications to epidemic models. *Numerical Linear Algebra with Applications* 2018: e2160.

Amador J, Armesto D, Gómez-Corral A (2019) Extreme values in SIR epidemic models with two strains and cross-immunity. *Mathematical Biosciences and Engineering* 16: 1992–2022.

Almaraz E, Gómez-Corral A (2019) Number of infections suffered by a focal individual in a two-strain SIS model with partial cross-immunity. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 42: 4318–4330.

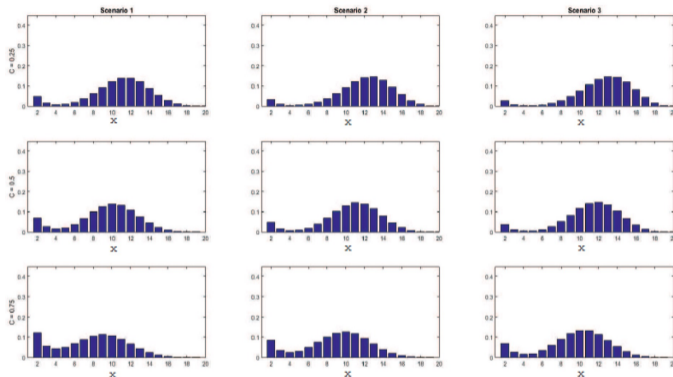
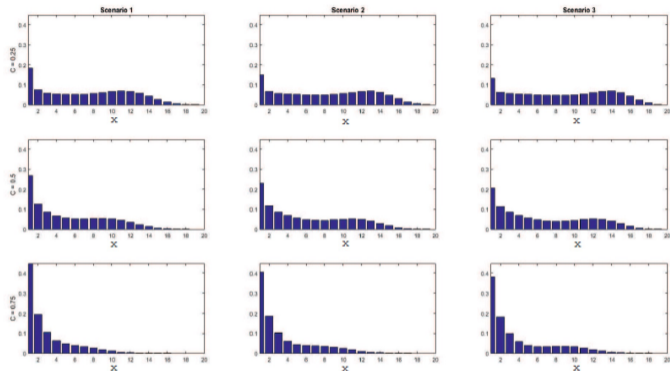


Figura 2: Función de probabilidad  $P_{(2,1,0)}(x)$  del número máximo de pacientes simultáneamente infectados por la bacteria durante un brote global (eje vertical) como una función de  $x \in \{2, \dots, N\}$  (eje horizontal), para los escenarios 1 – 3 y valores de  $c \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$  del coste fitness.



**Figura 3:** Función de probabilidad  $P(X_{max}(AR) = x | X(0) = (2, 1, 0))$  del número máximo de pacientes simultáneamente infectados por bacterias de la cepa AR durante un brote de la bacteria AR (eje vertical) como una función de  $x \in \{1, \dots, N - 1\}$  (eje horizontal), para los escenarios 1 – 3 y valores de  $c \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$  del coste fitness.



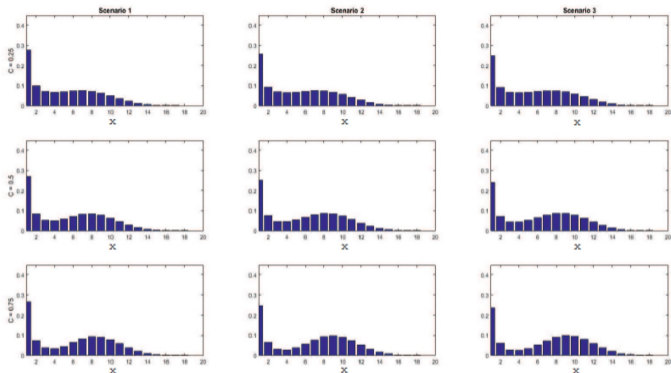


Figura 4: Función de probabilidad  $P(X_{max}(AS) = x | X(0) = (2, 1, 0))$  del número máximo de pacientes simultáneamente infectados por bacterias de la cepa AS durante un brote de la bacteria AS (eje vertical) como una función de  $x \in \{1, \dots, N - 1\}$  (eje horizontal), para los escenarios 1 – 3 y valores de  $c \in \{0.25, 0.5, 0.75\}$  del coste fitness.

## ■ Otros ámbitos de aplicación

Economou A, Gómez-Corral A, López-García M (2015) A stochastic SIS epidemic model with heterogenous contacts. *Physica A* 421: 78–97.

Almaraz E, Gómez-Corral A, Rodríguez-Bernal MT (2016) On the time to reach a critical number of infections in epidemic models with infective and susceptible immigrants. *BioSystems* 144: 68–77.

Artalejo JR, Gómez-Corral A, López-García M, Molina-París C (2017) Stochastic descriptors to study the fate and potential of naive T cell clonotypes in the periphery. *Journal of Mathematical Biology* 74: 673–708.

## ■ Otras herramientas estocásticas

Piecewise Markov deterministic processes

Stochastic differential equations

# Motivación

- **FLASH FLOOD**: daños materiales y humanos
- Datos para alimentar modelos de impacto
- Medidas de riesgo para zonas urbanas

# Eventos Extremos

- ¿Qué es un evento extremo?



- ¿Cómo se modelan?

## Teoría de Valores Extremos

# Eventos Extremos

- ¿Qué es un evento extremo?

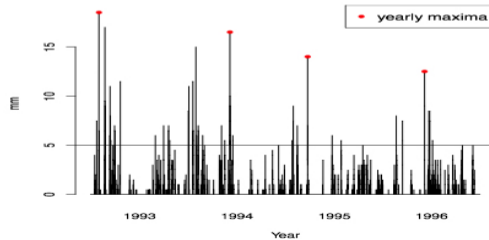


- ¿Cómo se modelan?

## Teoría de Valores Extremos

# Eventos Extremos

- Máxima por bloques: distribución de **Generalizada de Valores Extremos**
- Excedencia de un umbral: distribución de **Pareto**



# Solución

$\{X(z), z \in D\}$ , proceso espacio-temporal con  $z = (s, t)$

+

Teoría de Valores Extremos

=

**Simulaciones Estocásticas**

# Conjunto de datos COMEPHORE

- Señales de radares + Lluvias totales con pluviómetros
- Lluvia total en mm para cada hora
- Resolución espacial:  $1km \times 1km$
- Años: desde 1997 a 2007



# Conjunto de datos COMEPHORE

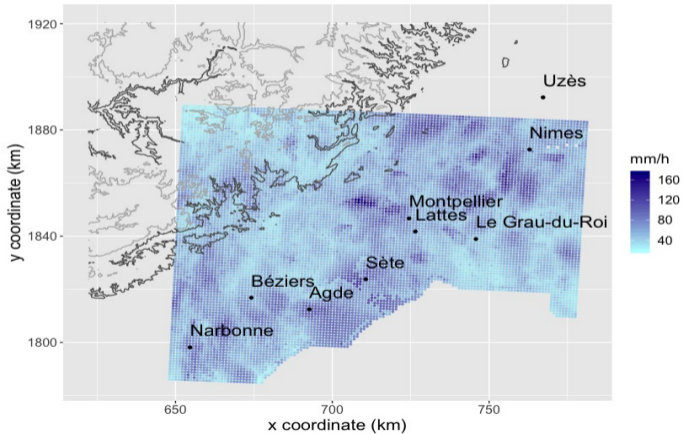


Figura 5: Lluvia máxima por cada coordenada.

# Caracterización de episodios extremos

- ¿Cómo definir la función de extremalidad?
  - ↪ Expertos y objetivos
  - ↪ Media espacio-temporal
- ¿Cómo se selecciona el umbral?
  - ↪ Estabilidad para la existencia de un umbral

# Caracterización de episodios extremos

- ¿Cómo definir la función de extremalidad?
  - ↪ Expertos y objetivos
  - ↪ Media espacio-temporal
- ¿Cómo se selecciona el umbral?
  - ↪ Estabilidad para la existencia de un umbral

# Metodología de simulación

- 1** Estandarización
- 2 Seleccionar los episodios extremos
- 3 Lifting
- 4 Vuelta a escala original

## Proceso de Pareto espacio-temporal

# Metodología de simulación

- 1 Estandarización
- 2 Seleccionar los episodios extremos
- 3 Lifting
- 4 Vuelta a escala original

## Proceso de Pareto espacio-temporal

# Metodología de simulación

- 1 Estandarización
- 2 Seleccionar los episodios extremos
- 3 Lifting
- 4 Vuelta a escala original

## Proceso de Pareto espacio-temporal

# Metodología de simulación

- 1 Estandarización
- 2 Seleccionar los episodios extremos
- 3 Lifting
- 4 Vuelta a escala original

## Proceso de Pareto espacio-temporal

# Metodología de simulación

- 1 Estandarización
- 2 Seleccionar los episodios extremos
- 3 Lifting
- 4 Vuelta a escala original

## Proceso de Pareto espacio-temporal



# Conjunto de datos COMEPHORE

Figura 6: Simulación del episodio más extremo: 2005-09-06 12:00.



# Generales

- Problema en Epidemiología: Predicción del instante de tiempo y del lugar de ocurrencia de un evento extremo
- Experiencia previa en Hidrología: Lluvias FLASH

# Similitudes

- Proceso espacio-temporal:  $X(s, t)$ 
  - Hidrología:  $s$  = coordenada en mapa,  $t$  = instante de tiempo
  - Epidemiología:  $s$  = ¿ubicación (centros de salud, hospitales,...)?,  $t$  = instante de tiempo
  
- Eventos extremos
  - Hidrología: lluvia acumulada en una ventana espacio-temporal sobrepasa un umbral
  - Epidemiología: ¿número de infectados por encima de un umbral?

# Similitudes

- Datos disponibles
  - Hidrología: lluvia diaria, Agencia Nacional de Meteorología de Francia
  - Epidemiología: ¿registro de infectados?, ¿RENAVE?
- Simulación de extremos
  - Hidrología: Proceso de Pareto espacio temporal
  - Epidemiología: ¿ ... ?

Antonio Gómez Corral, Fátima Palacios Rodríguez

**GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN**

**antonio\_gomez@mat.ucm.es**  
**fatima.palacios@ucm.es**

<http://blogs.mat.ucm.es/agomez-corrall>  
<http://blogs.mat.ucm.es/fpalacio>