



# Contrainte de capacité et développement des marques de distributeur : une analyse de la loi Raffarin

Marie-Laure Allain, Laurent Flochel

## ► To cite this version:

Marie-Laure Allain, Laurent Flochel. Contrainte de capacité et développement des marques de distributeur : une analyse de la loi Raffarin. Working Paper du GATE 2001-01. 2001. <halshs-00180016>

**HAL Id: halshs-00180016**

**<https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00180016>**

Submitted on 17 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Centre National  
de la Recherche  
Scientifique

**GATE**  
**Groupe d'Analyse et de Théorie**  
**Économique**  
UMR 5824 du CNRS



## DOCUMENTS DE TRAVAIL - WORKING PAPERS

**W.P. 01-01**

### **Contrainte de capacité et développement des marques de distributeur : une analyse de la loi Raffarin**

Marie-Laure Allain, Laurent Flochel

2001

GATE Groupe d'Analyse et de Théorie Économique  
UMR 5824 du CNRS  
93 chemin des Mouilles – 69130 Écully – France  
B.P. 167 – 69131 Écully Cedex  
Tél. +33 (0)4 72 86 60 60 – Fax +33 (0)4 72 86 60 90  
Messagerie électronique [gate@gate.cnrs.fr](mailto:gate@gate.cnrs.fr)  
Serveur Web : [www.gate.cnrs.fr](http://www.gate.cnrs.fr)

Contrainte de capacité et développement des marques de distributeur :  
une analyse de la loi Raffarin

Capacity constraints and development of own brands : an analysis of  
the Raffarin law

Marie-Laure Allain<sup>1</sup>  
CREST-LEI<sup>3</sup>  
ENSAE

Laurent FLOCHEL<sup>2</sup>  
GATE<sup>4</sup>  
Université Lumière Lyon 2

WP 01-1

**Abstract**

Cet article tente d'expliquer l'impact ambigu de la loi Raffarin sur les relations entre producteurs et distributeurs, en montrant qu'elle exerce deux effets opposés sur le partage du profit entre les secteurs amont et aval. Nous proposons un modèle permettant d'appréhender l'influence d'une contrainte de capacité sur les choix de référencement d'un distributeur, et notamment sur sa décision d'introduire ou non une marque propre menaçant la situation de monopole du producteur. Nous montrons que, seule, l'imposition d'une limitation de la taille des magasins peut renforcer le pouvoir des producteurs face aux distributeurs, mais qu'associée à une barrière à l'entrée en aval, elle ne permet plus d'améliorer le pouvoir de négociation des producteurs.

**Keywords:** contrainte de capacité, relations verticales, loi Raffarin, marques de distributeurs.

**Résumé**

In this paper, we try to explain the ambiguous impact of the Raffarin law on the relationships between manufacturers and retailers. We show that the law has two conflicting effects on the share of profit between upstream and downstream firms. We study the influence of a capacity constraint on the development of own brands by retailers. We show that, when entry is free at the retailers' level, a restriction of the retailers' capacity, as imposed by the Raffarin law, can improve producers' profit. But barriers to entry on the downstream market remove this effect.

**Mots-cles:** capacity constraint, vertical relationships, Raffarin law, own brands.

**JEL classification:** K21, L13, L42

---

<sup>1</sup>Nous remercions Bruno Deffains, David Encaoua, Anne Perrot, Pierre Picard, Patrick Rey et Bernard Salanié pour leurs commentaires.

<sup>2</sup>flochel@gate.cnrs.fr

<sup>3</sup>Timbre J 120, 3 avenue Pierre Larousse, 92 245 Malakoff Cedex, France, allain@ensae.fr

<sup>4</sup>Groupe d'Analyse et de Théorie Economique, UMR 5824 du CNRS - 93, chemin des mouilles, 69130 Ecully - France. Tel: +33 472 86 60 60, Fax: +33 472 86 60 90

# 1 Introduction

Le développement récent des marques de distributeurs a contribué au renforcement du pouvoir de la grande distribution vis-à-vis de ses fournisseurs. Ces gammes de produits de consommation courante, qui ne portent plus la marque de leur producteur, mais sont vendus sous le nom de l'enseigne qui les commercialise ou sous un nom que les consommateurs peuvent facilement assimiler à cette enseigne, sont maintenant présentes dans toutes les plus grandes chaînes de distribution en France. D'après l'enquête mensuelle de conjoncture auprès des ménages réalisée par l'INSEE en avril 1998, 72 % des ménages fréquentant des grandes surfaces achètent régulièrement des produits vendus sous marque de distributeur, et seulement 13 % de ces consommateurs ignorent les particularités de ces produits. La part de marché des marques propres atteignait ainsi 14,1 % des ventes en 1996, sur l'ensemble des produits alimentaires vendus en grandes surfaces (d'après l'institut Nielsen).

Ce développement des marques de distributeur a modifié profondément les relations entre la grande distribution et ses fournisseurs. En particulier, la présence prioritaire de ces produits dans les rayons des distributeurs limite la place disponible pour les autres marques. L'introduction des marques de distributeur est souvent interprétée comme un moyen pour les grandes chaînes de distribution de restreindre l'accès des producteurs au linéaire, c'est-à-dire à la place allouée aux produits dans les rayons, que l'on considère parfois comme une ressource essentielle<sup>5</sup>. En effet, la taille des magasins étant limitée, les distributeurs ne peuvent présenter dans leurs rayons qu'un nombre restreint de références pour chaque produit.

Or la loi Raffarin<sup>6</sup>, en vigueur depuis 1996, impose un contrôle des ouvertures de magasins au-delà d'un seuil de 300 m<sup>2</sup>, ainsi que des extensions de magasins existants. Cette modification réglementaire a nettement freiné la croissance de l'offre de linéaire. L'un des objectifs affichés de cette loi était de limiter la puissance de la grande distribution face à ses fournisseurs, ce qui peut sembler paradoxal si l'on considère le linéaire comme une ressource essentielle, dont la limitation renforce le pouvoir de son détenteur. Dans ce contexte, il est intéressant de déterminer quel effet la limitation des extensions de surface des magasins de la grande distribution, que nous interprétons comme une limitation de la capacité des distributeurs, exerce sur les rapports entre les distributeurs et leurs fournisseurs. Nous nous concentrons sur un seul aspect, la restriction de la capacité des distributeurs, sans prendre en compte l'aspect "barrière à l'entrée" de la loi : nous tentons ainsi de dissocier ces deux aspects afin de mieux cerner les effets exercés par la contrainte de capacité sur les relations entre producteurs et distributeurs. Nous proposons à cette fin un modèle permettant d'appréhender l'influence d'une contrainte de capacité sur les choix de référencement d'un distributeur, et notamment sur sa décision d'introduire ou non une marque propre.

Dans un premier temps, nous analysons l'impact de l'introduction d'une contrainte de capacité sur le partage du profit au sein d'une chaîne de monopoles, dans laquelle le distributeur peut développer une marque propre. Dans ce cadre, nous montrons que la contrainte de capacité réduit la possibilité

---

<sup>5</sup>Voir à ce sujet Glais (1998).

<sup>6</sup>Loi du 5 juillet 1996 relative au développement et à la promotion du commerce et de l'artisanat.

pour le distributeur de développer une marque propre, et diminue donc son profit. Cependant, elle nuit également au producteur, en limitant ses débouchés. Dans un second temps, nous examinons quel pourrait être l'impact d'une mesure limitant la taille des magasins, si elle n'était pas assortie, comme dans la loi Raffarin, de l'imposition d'une barrière à l'entrée dans le secteur de la distribution. Nous introduisons alors une concurrence entre les distributeurs, en considérant un modèle de libre entrée sur le marché aval. Pour le producteur, l'effet restrictif des contraintes de capacité des distributeurs est alors contrebalancé par l'augmentation du nombre de distributeurs présents sur le marché aval. Nous montrons que dans certains cas, le producteur a intérêt à ce que les distributeurs soient soumis à une contrainte de capacité. En termes de politique économique, notre modèle suggère ainsi que la suppression des mesures instaurant des barrières à l'entrée dans le secteur de la distribution pourrait permettre à la loi Raffarin de remplir son objectif initial, c'est-à-dire de rééquilibrer les relations verticales en faveur des producteurs.

## 2 Influence d'une contrainte de capacité sur une chaîne de monopoles

On considère une structure verticale composée initialement de deux monopoles en chaîne : un producteur, produisant un bien de qualité  $q_H$ , et un distributeur. Le producteur ne dispose pas d'un accès direct aux consommateurs et doit passer par le distributeur pour vendre sa production. Il fait face à un coût marginal de production constant, noté  $c$ . Le distributeur a la possibilité de commercialiser un bien substituable de qualité inférieure  $q_L$  ( $q_L < q_H$ ), qu'il peut se procurer à un prix égal à son coût marginal de production constant  $\gamma$ , sur un marché concurrentiel.<sup>7</sup> L'hypothèse selon laquelle la qualité (objective ou perçue) du bien vendu sous marque de distributeur est inférieure à la qualité de la marque nationale, qui est couramment faite dans la littérature sur les marques de distributeurs<sup>8</sup>, semble refléter assez fidèlement la réalité, même si les distributeurs s'efforcent d'améliorer progressivement la qualité objective et la réputation de leurs marques propres, pour en faire des produits comparables aux marques nationales. On suppose que  $\gamma < c$  : le coût de production du bien de qualité haute est plus élevé que celui du bien de qualité basse. Les paramètres  $q_H$ ,  $q_L$ ,  $c$ , et  $\gamma$  sont exogènes.

La demande provient d'un continuum de consommateurs, dont le nombre total est normalisé à 1, et qui ont chacun une disponibilité marginale à payer pour la qualité  $\theta$ ,  $\theta$  étant uniformément distribué sur l'ensemble des consommateurs entre 0 et 1. L'utilité d'un consommateur qui achète un bien de qualité  $q$  au prix  $p$  est donnée par

$$U(p, q) = \theta q - p$$

---

<sup>7</sup>Nous assimilons ce produit à un bien vendu sous marque de distributeur, mais l'analyse s'appliquerait également à n'importe quel produit "sans marque", ou du moins sans marque réputée, produit par une frange concurrentielle de producteurs sans aucun pouvoir de négociation.

<sup>8</sup>Voir en particulier Mills (1995), Caprice (1998) ou Bontems, Monnier et Réquillart (1998).

Pour que la demande soit positive pour les deux biens, on suppose que  $q_H \geq c$  et  $q_L \geq \gamma$ .

On considère le jeu suivant :

A la première étape, le producteur de la marque nationale fixe son prix de gros  $w$ .

A la deuxième étape, le distributeur, connaissant  $w$ , prend la décision de référencer ou non chacune des deux marques qu'il est susceptible de vendre aux consommateurs, c'est-à-dire sa marque propre et le bien produit par le producteur, que l'on appellera désormais marque nationale. Il fixe alors les prix des biens qu'il distribue :  $p_H$  pour la marque nationale et  $p_L$  pour la marque propre.

A la troisième et dernière étape, chaque consommateur achète une unité du bien qu'il préfère, à condition que cet achat lui donne une utilité positive.

On cherche les équilibres de Nash en sous-jeux parfaits et en stratégies pures de ce jeu.

## 2.1 Les fonctions de demande

On est en présence de différenciation verticale par la qualité, donc on sait que si  $p_H \leq p_L$ , tous les consommateurs préféreront la marque nationale à la marque de distributeur. On peut donc se restreindre au cas où  $p_H \geq p_L$  afin de déterminer les demandes s'adressant aux deux biens lorsque les deux peuvent coexister.

On suppose pour commencer que les deux biens sont proposés aux consommateurs aux prix  $p_H$  et  $p_L$ . Le consommateur indifférent entre les deux biens a une disponibilité marginale à payer pour la qualité  $\bar{\theta}$  donnée par :

$$\bar{\theta} = \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}$$

Le consommateur indifférent entre consommer le bien de qualité basse et ne pas consommer a la disponibilité marginale à payer pour la qualité  $\underline{\theta}$  donnée par :

$$\underline{\theta} = \frac{p_L}{q_L}$$

On note  $D_H(p_H, p_L)$  la demande s'adressant à la marque nationale, et  $D_L(p_H, p_L)$  la demande s'adressant à la marque de distributeur, en fonction des prix des deux biens. On déduit des calculs de  $\bar{\theta}$  et  $\underline{\theta}$  les expressions suivantes des demandes, lorsque les deux biens sont proposés sur le marché :

- si  $p_H - p_L \geq q_H - q_L$ ,  $D_H = 0$ ;
- si  $p_H - p_L \leq q_H - q_L$ ,  $D_H = 1 - \bar{\theta} = 1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}$ ;

De même,

- si  $\frac{p_L}{q_L} \geq \text{Min}(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}, 1)$ ,  $D_L = 0$ ;
- si  $0 \leq \frac{p_L}{q_L} \leq \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} \leq 1$ ,  $D_L = \bar{\theta} - \underline{\theta} = \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L}$ ;
- si  $\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} \geq 1$ ,  $D_L = 1 - \underline{\theta} = 1 - \frac{p_L}{q_L}$ .

Si seule la marque nationale est distribuée, le consommateur indifférent entre consommer le bien de marque nationale et ne rien acheter a une disponibilité marginale à payer pour la qualité  $\hat{\theta} = \frac{p_H}{q_H}$ . La demande pour la marque nationale s'écrit :

$$D_H(p_H) = \text{Max}\{0, 1 - \frac{p_H}{q_H}\}.$$

Si seule la marque de distributeur est distribuée, le consommateur indifférent entre consommer le bien de marque de distributeur ou rien a une disponibilité marginale à payer pour la qualité  $\hat{\theta} = \frac{p_L}{q_L}$ . La demande pour la marque de distributeur s'écrit :

$$D_L(p_L) = \text{Max}\{0, 1 - \frac{p_L}{q_L}\}.$$

## 2.2 Choix de référencement du distributeur

Les fonctions de demande étant maintenant connues, on peut résoudre le jeu par induction vers l'amont. A l'issue de la deuxième étape, le prix de gros  $w$  est fixé, et le distributeur doit choisir les produits qu'il référence et leur prix de vente. Pour déterminer la configuration de référencement choisie par le distributeur, on compare son profit maximal en fonction de  $w$  et de sa capacité  $K$  dans les trois situations possibles : s'il ne référence que la marque nationale (stratégie que l'on associera par la suite à l'indice MN), on notera le profit maximal qu'il peut atteindre  $\Pi_D^{MN}(w, K)$  ; s'il référence les deux biens (stratégie que l'on associera par la suite à l'indice 2), on notera son profit maximal  $\Pi_D^2(w, K)$  ; et enfin, s'il ne référence que sa marque propre (stratégie que l'on associera par la suite à l'indice MDD), on notera son profit maximal  $\Pi_D^{MDD}(w, K)$ . On étudie maintenant successivement ces trois cas.

### 2.2.1 Le distributeur ne référence que la marque nationale

Dans cette première situation, on suppose que le distributeur a choisi de ne vendre que le bien produit par le producteur. Dans ce cas, la demande qui s'adresse à ce bien est :

$$D_H(p_H) = \text{Max}\{0, 1 - \frac{p_H}{q_H}\}.$$

Si  $w \geq q_H$ , le distributeur ne peut pas fixer  $p_H$  en deça de  $w$ , donc la demande qui s'adresse à la marque nationale est nulle. Si, au contraire,  $w \leq q_H$ , le distributeur peut choisir un prix  $p_H$ , dans l'intervalle  $[w, q_H]$ , qui lui assure une marge et une demande positives. Le choix de ce prix dépend de sa contrainte de capacité : le distributeur se heurte à cette contrainte seulement si  $K \leq 1 - \frac{p_H}{q_H}$ .

Le profit du distributeur, dans le cas où il ne bute pas sur sa contrainte de capacité, s'écrit :

$$\Pi_D^{MN}(w) = (p_H - w) \left( \frac{q_H - p_H}{q_H} \right).$$

Ce profit atteint son maximum en  $p_H^* = \frac{w + q_H}{2}$ . Dans ce cas la demande qui s'adresse au distributeur est :

$$D_H(p_H^*) = \frac{q_H - w}{2q_H}.$$

Donc le distributeur sature sa contrainte de capacité si  $K \leq D_H(p_H^*)$ , soit  $w \leq q_H(1 - 2K)$ . Dans ce cas<sup>9</sup>, l'expression du profit du distributeur s'écrit :

$$\Pi_D^{MNC}(w) = (p_H - w)K$$

et le distributeur fixe son prix de détail afin d'obtenir une demande de taille  $K$ . En résumé, le prix de détail fixé par le distributeur et le profit qu'il réalise sont les suivants :

- si  $w \geq q_H$ , le distributeur n'achète pas le bien,
- si  $q_H \geq w \geq q_H(1 - 2K)$ ,  $p_H^* = \frac{w+q_H}{2}$  et  $\Pi_D^{MN}(w) = \frac{1}{q_H}(\frac{q_H-w}{2})^2$ ,
- si  $0 \leq w \leq q_H(1 - 2K)$ ,  $p_H^{*c} = q_H(1 - K)$  et  $\Pi_D^{MNC}(w) = Kq_H(1 - K) - Kw$ .

### 2.2.2 Le distributeur ne référence que sa marque propre

On s'intéresse maintenant au cas où le distributeur choisit de ne référencer que sa marque propre. Il fait alors face à la demande suivante :

$$D_L(p_L) = \text{Max}\{0, 1 - \frac{p_L}{q_L}\}.$$

Si le distributeur ne bute pas sur sa contrainte de capacité, son profit s'écrit de la façon suivante :

$$\Pi_D^{MDD} = (p_L - \gamma)(\frac{q_L - p_L}{q_L}).$$

Ce profit est maximum pour  $p_L^* = \frac{q_L + \gamma}{2}$ . Dans ce cas, la demande qui s'adresse à la marque propre du distributeur est :

$$D_L(p_L^*) = \frac{q_L - \gamma}{2q_L}.$$

Le distributeur bute donc sur sa contrainte si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ . Dans ce cas, il fixe son prix de détail afin que la demande s'ajuste à sa capacité  $K$  :  $p_L^{*c} = q_L(1 - K)$ . En résumé, le prix de détail fixé par le distributeur et le profit qu'il réalise sont les suivants :

- si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ ,  $p_L^* = \frac{q_L + \gamma}{2}$  et  $\Pi_D^{MDD} = \frac{1}{q_L}(\frac{q_L - \gamma}{2})^2$
- si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ ,  $p_L^{*c} = q_L(1 - K)$  et  $\Pi_D^{MDDc} = Kq_L(1 - K) - K\gamma$ .

### 2.2.3 Le distributeur référence les deux marques

Enfin, le distributeur peut choisir de proposer les deux marques dans ses rayons. Dans ce cas, il doit fixer les deux prix pour maximiser son profit. Pour que les deux biens puissent simultanément faire face à des demandes positives, les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\begin{aligned} p_H - p_L &\leq q_H - q_L \\ \frac{p_L}{q_L} &\leq \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}. \end{aligned}$$

Ces deux conditions garantissent aux deux produits de faire face à des demandes positives dans la situation où le distributeur propose les deux produits. On suppose que ces conditions sont vérifiées,

<sup>9</sup>On remarque que la contrainte de capacité ne s'exerce que si  $K \leq \frac{1}{2}$ .



et on s'assurera *ex post* qu'elles le sont bien à l'équilibre du sous-jeu. Dans ce cas, si le distributeur n'est pas contraint par sa capacité, son profit s'écrit :

$$\Pi_D^{MN,MDD} = (p_H - w)\left(1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L}\right) + (p_L - \gamma)\left(\frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L}\right).$$

Ce profit est maximum pour les prix suivants :

$$\begin{aligned} p_H &= \frac{q_H + w}{2} \\ p_L &= \frac{q_L + \gamma}{2}. \end{aligned}$$

Les conditions de positivité des demandes imposent<sup>10</sup> alors :

$$\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L.$$

En effet, si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \geq w$ , le distributeur a intérêt à fixer des prix tels que la marque de distributeur fait face à une demande nulle. Au contraire, si  $w \geq \gamma + q_H - q_L$ , le distributeur fixe des prix tels que la marque nationale n'est plus demandée par les consommateurs.

En outre, la contrainte de capacité du distributeur l'empêche de pratiquer les prix optimaux que l'on vient de définir si la demande totale pour les deux biens dépasse sa capacité, c'est-à-dire si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ . Dans ce cas, il cherche à maximiser son profit sous contrainte que la demande totale soit inférieure ou égale à  $K$ . Le programme de maximisation n'admet de solution intérieure que si

$$K \geq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}.$$

Pour des valeurs de  $K$  inférieures à cette limite, le distributeur a intérêt à ne distribuer que la marque nationale, car les prix qui maximisent son profit entraînent une demande nulle pour sa marque propre.

En résumé, si  $q_H \geq c$ ,  $q_L \geq \gamma$ , et  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ , le distributeur peut distribuer les deux marques. Dans ce cas, il fixe les prix et réalise les profits suivants :

- si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ ,

$$\begin{aligned} p_H^{2nc} &= \frac{q_H + w}{2} \\ p_L^{2nc} &= \frac{q_L + \gamma}{2} \\ \Pi_D^{2nc} &= \frac{q_H - w}{4} \left( \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{q_H - q_L} \right) + \frac{q_L - \gamma}{4q_L} \left( \frac{q_L w - q_H \gamma}{q_H - q_L} \right) \end{aligned}$$

- si  $\frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)} \leq K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ ,

$$\begin{aligned} p_H^{2c} &= \frac{q_H - q_L + w - \gamma}{2} + q_L(1 - K) \\ p_L^{2c} &= q_L(1 - K) \\ \Pi_D^{2c} &= \frac{(w - \gamma)^2}{4(q_H - q_L)} + \frac{1}{4}(q_H - q_L(1 - 2K))^2 - 2(w - \gamma) - 4\gamma w \end{aligned}$$

<sup>10</sup>Notons que l'on a toujours  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq \gamma + q_H - q_L$ , car  $\gamma \leq q_L$ .

- si  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}$ , le distributeur préfère ne pas référencer sa marque propre.

### 2.2.4 Choix de la stratégie de référencement optimale par le distributeur

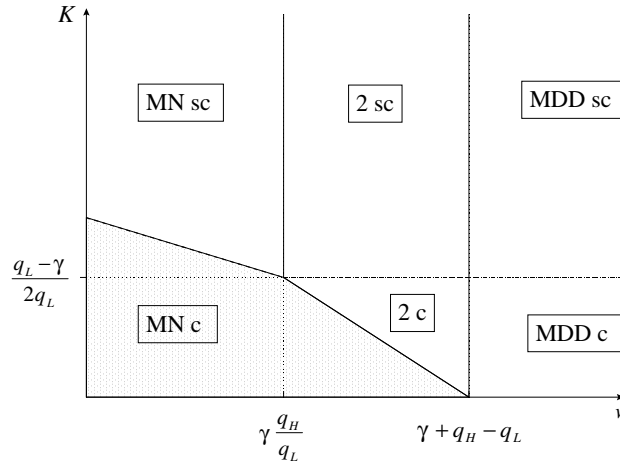
A la deuxième étape, le distributeur choisit sa stratégie de référencement optimale en comparant les profits que lui apportent les différentes situations. Ces choix sont résumés dans le lemme suivant.

**Lemme 1** *Le distributeur choisit les stratégies de référencement suivantes :*

- (i) si  $w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ , le distributeur ne référence que la marque nationale,
- (ii) si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,
  - si  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}$ , le distributeur ne référence que la marque nationale,
  - si  $K \geq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}$ , le distributeur référence les deux biens,
- (iii) si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ , le distributeur ne référence que sa marque propre.

**Preuve :** voir annexe 1. ■

Le graphique suivant donne, dans le plan  $(w, K)$ , une représentation des choix de référencement optimaux du distributeur.



Légende :

Le symbole signifie :  $\begin{cases} MN & \text{seule la marque nationale est référencée} \\ MDD & \text{seule la marque de distributeur est référencée} \\ 2 & \text{les deux marques sont référencées} \end{cases}$

L'indice qui suit signifie :

$\begin{cases} c & \text{le distributeur bute sur sa contrainte de capacité} \\ nc & \text{le distributeur ne bute pas sur sa contrainte de capacité} \end{cases}$

Les résultats obtenus montrent que le distributeur fait face à un arbitrage. Vendre les deux biens lui permet de segmenter la demande en pratiquant une discrimination entre les consommateurs, et donc de vendre plus cher la marque nationale aux consommateurs prêts à payer pour la qualité. Mais dans le cas où il est soumis à une contrainte de capacité, il peut renoncer à servir toute la demande, et choisir de ne vendre que le bien de qualité haute : il a le choix entre vendre les deux biens et faire payer plus cher le bien de qualité haute, ou ne vendre que la marque nationale à un prix homogène. On voit que si le prix de gros  $w$  est trop élevé (*iii*), le distributeur préfère ne vendre que sa marque propre. Inversement, si le prix de gros est faible (*i*), alors la marque de distributeur n'est pas assez compétitive face à la marque nationale, et le distributeur préfère ne vendre que celle-ci, quelle que soit sa contrainte de capacité. En revanche, pour des valeurs intermédiaires du prix de gros (*ii*), lorsque les deux produits peuvent coexister sur le marché, la contrainte de capacité peut jouer en faveur de la marque nationale : pour un même prix de gros, une capacité faible incite le distributeur à renoncer à vendre sa marque propre.

Ainsi, la contrainte de capacité du distributeur rend sa menace d'introduction d'une marque propre moins crédible. Ces résultats sont liés à l'hypothèse selon laquelle la qualité de la marque de distributeur est plus faible que celle de la marque nationale. En effet, on voit qu'un distributeur contraint en capacité préfère ne distribuer que la marque nationale, de qualité supérieure à la marque propre. La contrainte de capacité introduit un biais en faveur de la marque nationale : pour des valeurs du prix de gros qui rendraient possibles la coexistence des deux biens sur le marché, un distributeur qui est soumis à une forte contrainte de capacité va choisir de ne référencer que la marque nationale, alors que pour le même prix de gros, un distributeur disposant d'une forte capacité aurait introduit une marque propre.

### 2.3 Choix du prix de gros par le producteur

A la première étape, le producteur choisit son prix de gros afin de maximiser son profit, en anticipant le choix de référencement du distributeur. L'annexe 2 détaille le programme de maximisation du producteur, et donne le prix de gros et la configuration d'équilibre du marché en fonction des paramètres. Le lemme suivant résume les configurations du marché à l'équilibre.

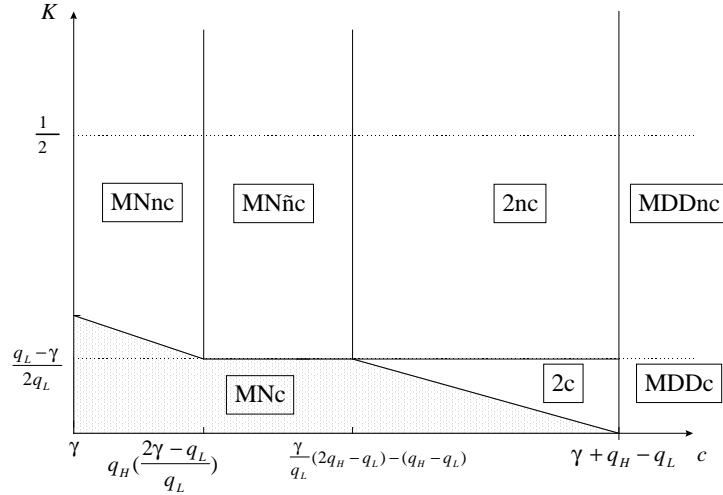
**Lemme 2** *A l'équilibre du sous-jeu commençant à la deuxième étape, à  $K$  fixé, les configurations du marché sont les suivantes :*

- si  $\gamma \leq c \leq q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1)$ , le distributeur ne référence que la marque nationale, et il est contraint par sa capacité si et seulement si  $K \leq \frac{q_H - c}{4q_H}$  ;
- si  $q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1) \leq c \leq \frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L)$ , le distributeur ne référence que la marque nationale. Il est contraint par sa capacité si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ , et n'est plus contraint par cette capacité mais doit pratiquer un prix limite pour empêcher la marque de distributeur d'être introduite sur le marché si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$  ;
- si  $\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$  :
  - si  $K \leq \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)}$ , le distributeur ne référence que la marque nationale et il est contraint par sa capacité,

- si  $\frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)} \leq K$ , le distributeur référence les deux biens. Dans ce cas, il est contraint par sa capacité si et seulement si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$  ;
- si  $\gamma + q_H - q_L \leq c$ , le distributeur ne référence que sa marque propre.

Preuve : voir annexe 2. ■

Le graphique suivant illustre la configuration du marché à l'équilibre, en fonction du coût de production de la marque nationale et de la capacité du distributeur.



**Remarque** : on a représenté sur le graphique le cas où  $\gamma \leq q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right)$ , qui nécessite l'hypothèse suivante :

$$\gamma \geq \frac{q_H q_L}{2q_H - q_L}$$

Pour une discussion de cette hypothèse, voir l'annexe 3.

Lorsque le coût de production de la marque nationale est trop élevé ( $c - q_H \geq \gamma - q_L$ ), elle n'est jamais distribuée car elle n'est pas viable face à la marque de distributeur, qui lui est préférée par tous les consommateurs en raison de son rapport qualité-prix<sup>11</sup> nettement supérieur. Au contraire, lorsque le coût de production de la marque nationale est faible relativement à celui de la marque de distributeur, seule la marque nationale est distribuée, pour des raisons semblables. Dans cette zone cependant, on peut noter un effet intéressant : lorsque les coûts du producteur sont intermédiaires ( $q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \leq c \leq \frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L)$ ), alors le producteur ne peut plus pratiquer son prix de monopole. En effet, la menace d'introduction d'une marque de distributeur l'incite à pratiquer un prix limite pour empêcher l'entrée de ce concurrent potentiel.

<sup>11</sup>Un calcul rapide montre en effet que dans cette zone, le prix de gros minimum pratiqué par le producteur ne permet pas au distributeur de pratiquer un prix de détail tel que le rapport qualité-prix serait en faveur du bien de marque nationale :  $w \geq c \Rightarrow p_H \geq \frac{q_H + c}{2}$ , donc  $\frac{q_H}{p_H} \leq \frac{2q_H}{q_H + c} \leq \frac{2q_H}{q_L + \gamma} \leq \frac{q_L}{p_L}$ .

Les deux marques ne peuvent coexister que si les coûts du producteur appartiennent à l'intervalle  $[\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L), \gamma + q_H - q_L]$ . Dans ce cas, la contrainte de capacité peut empêcher l'introduction de la marque de distributeur. En effet, le distributeur ne propose sa marque propre que lorsqu'il ne bute pas sur sa contrainte de capacité en ne distribuant que la marque nationale. Finalement, on obtient le résultat suivant : il existe une zone de l'espace des paramètres  $(\gamma + q_H - q_L \leq c \leq q_H)$  dans laquelle la marque nationale, qui serait viable seule, est toujours exclue par l'introduction de la marque de distributeur. Mais tant que la marque nationale est viable face à la marque de distributeur, c'est-à-dire tant que  $c \leq \gamma + q_H - q_L$ , il existe un niveau de capacité en-deça duquel seule la marque nationale est distribuée.

**Proposition 1** *Dans une chaîne de monopoles, la contrainte de capacité freine le développement des marques de distributeurs.*

**Preuve :** corollaire du lemme 2. ■

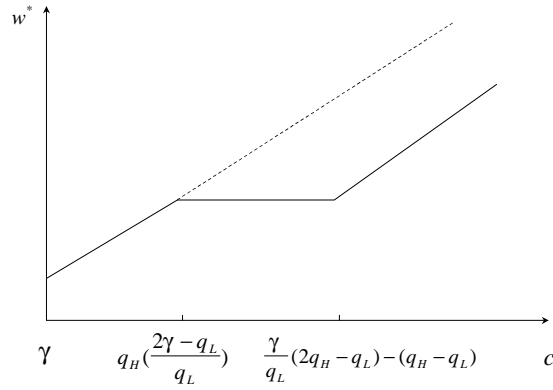
Cette première conclusion semble laisser penser que les contraintes de capacité imposées aux distributeurs favorisent les producteurs, en limitant la possibilité pour les distributeurs d'introduire des marques propres. Cependant, des capacités de distribution limitées restreignent également la quantité de bien que peut écouler le producteur. La section suivante est consacrée à l'étude de ces deux effets.

## 2.4 Statique comparative

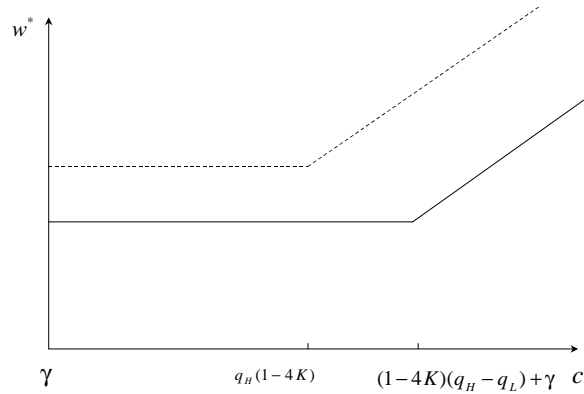
On étudie la variation du prix de gros et du profit du producteur, en fonction du coût de production de la marque nationale. On raisonne à capacité  $K$  du distributeur fixée, en faisant varier le coût de production du bien de qualité haute  $c$ .

### 2.4.1 Variations du prix de gros

L'évolution du prix de gros pratiqué par le producteur dépend de la capacité du distributeur. Lorsque la capacité est assez élevée, et qu'elle ne contraint pas le distributeur, le prix de gros du producteur croît avec son coût de production  $c$ , sauf dans la zone où il pratique le prix-limite pour se protéger contre l'entrée de la marque de distributeur. Ce prix-limite est indépendant de  $c$ , et plus  $c$  augmente, plus il devient coûteux pour le producteur de se protéger de l'entrée. Au-delà d'un certain seuil, le producteur n'a plus intérêt à lutter contre l'entrée de la marque de distributeur, et il augmente son prix de gros. Le graphique suivant illustre ce cas en donnant la variation de  $w^*$  avec  $c$  pour  $K \geq \frac{1}{4}$ . On a représenté en pointillé le prix de gros qui serait pratiqué par le producteur en situation de monopole, c'est-à-dire si la marque de distributeur n'existait pas, et en continu le prix de gros pratiqué par le producteur soumis à la menace d'entrée de la marque de distributeur.



Dans la zone de capacité basse, en revanche, le producteur maintient le même prix de gros jusqu'à ce que son coût soit trop important pour qu'il puisse empêcher l'entrée de la marque de distributeur. Le graphique suivant illustre ce cas en donnant la variation de  $w^*$  avec  $c$  pour  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ . On a également tracé en pointillé le prix de gros qui serait pratiqué par le producteur si la marque de distributeur n'existait pas<sup>12</sup>.



### 2.4.2 Variations des profits

On étudie maintenant les profits des firmes en fonction de la capacité du distributeur.

**Proposition 2** *Dans une chaîne de monopoles, les profits du producteur et du distributeur sont croissants en la capacité du distributeur.*

<sup>12</sup>Notons que la position relative des deux seuils au-delà desquels le prix de gros augmente dans les deux cas varie :  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{4q_L} \Leftrightarrow (1 - 4K)(q_H - q_L) + \gamma \leq (1 - 4K)q_H$ . Cependant, dans tous les cas, on a toujours un prix de gros  $w^*$  inférieur au prix de gros de monopole.

**Preuve** : voir annexe 4. ■

L'étude de la variation des profits des firmes en fonction des paramètres du modèle relativise la conclusion obtenue dans la proposition 3. En effet, si la limitation de la capacité du distributeur réduit son pouvoir de négociation en empêchant l'introduction d'une marque propre, elle n'augmente pas pour autant le profit du producteur. Deux effets s'opposent : d'une part, la limitation de la capacité du distributeur empêche l'introduction d'une marque propre, ce qui profite au producteur qui peut ainsi rester en position de monopole. Cet effet renforce *a priori* le poids du producteur dans le rapport de force avec son distributeur. Mais d'autre part, la limitation de la capacité du distributeur limite aussi les débouchés du producteur, qui ne peut plus écouler la quantité optimale de bien. Le second effet l'emporte sur le premier, et le profit du producteur est croissant en  $K$  pour de faibles valeurs de  $K$ , puis constant. Ces résultats sont robustes en tarif binôme (voir annexe 5).

## 2.5 Choix de la capacité du distributeur

On a jusqu'à présent raisonné en considérant que la capacité du distributeur est un paramètre exogène. Cependant, il serait intéressant de déterminer l'ordre de grandeur des valeurs de la capacité qui empêchent l'introduction d'une marque de distributeur, et de voir si ces valeurs pourraient correspondre à un choix rationnel du distributeur. A cette fin, on construit une extension du jeu étudié.

La construction de l'extension du jeu tente de retracer schématiquement le déroulement des faits en France, afin d'illustrer l'impact de la loi Raffarin sur le comportement des entreprises. Cette loi a été votée alors que le développement des marques de distributeurs était en plein essor, et que l'on prévoyait une croissance forte des ventes à venir pendant quelques années. Cette loi a freiné brutalement l'expansion des grandes surfaces qui cherchaient encore à accroître leur surface de vente. Afin de ne pas entrer dans la complexité d'un jeu dynamique, on modélise le déroulement des événements de la façon suivante. On suppose que le distributeur construit son magasin avant de savoir qu'il pourra développer sa marque propre, ce qui correspond grossièrement à la situation des entrepreneurs qui ont construit des super- ou des hypermarchés dans les années 1980. On suppose également qu'à cette étape, le distributeur n'anticipe pas qu'une contrainte réglementaire va l'empêcher d'adapter par la suite sa capacité. Il choisit donc une capacité  $K$ , qui représente la quantité maximale de bien qu'il peut commercialiser. On suppose, en reprenant une hypothèse couramment adoptée<sup>13</sup>, que le choix d'une capacité  $K$  engendre un coût fixe de construction  $\varepsilon K$  proportionnel à la capacité choisie. Après avoir choisi sa capacité, le distributeur apprend qu'il a la possibilité de se lancer dans la commercialisation de sa marque propre, mais qu'il est contraint par la nouvelle loi à ne pas augmenter sa capacité : le choix de la capacité est donc irréversible, mais le distributeur ignore cette irréversibilité au moment où il prend la décision. On modélise ce scénario en rajoutant au jeu précédent l'étape préalable suivante : le distributeur choisit sa capacité  $K$ . Il apprend ensuite l'existence du bien de qualité basse  $q_L$ , qu'il a la possibilité de se procurer à son

---

<sup>13</sup>Voir par exemple Kreps et Scheinkman (1983)

coût marginal de production  $\gamma$ , et de commercialiser sous marque de distributeur. Les contraintes réglementaires l'empêchent désormais de modifier sa capacité.

On a jusqu'à présent raisonné à capacité du distributeur fixée. Il reste maintenant à déterminer les équilibres en partant de la première étape du jeu. Cette étape supplémentaire permet de vérifier que les valeurs des capacités pour lesquelles l'interdiction d'agrandir les magasins entraîne un effet d'exclusion des marques de distributeurs peuvent correspondre à un choix rationnel du distributeur en information imparfaite<sup>14</sup>. En particulier, nous savons d'après le lemme 2 qu'une capacité  $K$  inférieure à la valeur  $\frac{q_H - c}{4q_H}$  ne permet pas de distribuer les deux biens sans contrainte, mais freine au contraire le développement de la marque de distributeur. Nous montrons que le distributeur choisit toujours, à la première étape du jeu, une capacité inférieure à cette valeur.

A la première étape, le distributeur choisit sa capacité afin de maximiser son profit dans la configuration où il ne commercialise que la marque nationale. En effet, il n'a pas connaissance à cette étape de la possibilité qu'il aura ultérieurement de développer sa marque propre. L'annexe 6 résout le programme du distributeur à cette étape du jeu, et montre qu'il choisit toujours une capacité  $K \leq \frac{q_H - c}{4q_H}$ .

Ainsi, par la suite, lorsque le distributeur apprend qu'il a la possibilité de commercialiser le produit de qualité basse sous sa marque propre, ce choix se révèle toujours contraignant, car la contrainte s'exerce pour des capacités supérieures ou égales à  $\frac{q_H - c}{4q_H}$ . L'impossibilité de pouvoir agrandir son magasin, liée à l'application de la loi Raffarin, nuit alors au distributeur, et l'oblige à choisir entre développer sa marque propre ou commercialiser plus de produit de qualité haute. Les problèmes que l'on a mis en évidence dans la suite du jeu se posent alors, et en particulier, la contrainte de capacité peut freiner l'introduction des marques de distributeurs.

Ainsi, on montre que la limitation réglementaire de la capacité du distributeur ne profite ni au producteur, ni au distributeur. On peut cependant signaler une limite de ce modèle. Dans la mesure où un seul distributeur peut écouler sa production, le producteur est également rationné sur la quantité qu'il peut vendre, or la prise en compte de l'existence de plusieurs distributeurs en concurrence en aval pourrait permettre de limiter cet effet de rationnement direct. Intuitivement, plus la capacité réglementaire est faible, plus le nombre de distributeurs viables sur le marché est élevé : l'augmentation du nombre de distributeurs en aval pourrait alors offrir au producteur des débouchés suffisants. La partie suivante développe cette intuition en considérant la libre entrée sur le marché de la distribution. Cette étude ne rentre pas exactement dans le cadre de la législation française, puisqu'actuellement, la loi Raffarin associe des barrières à l'entrée réglementaires à la limitation des capacités des distributeurs : seuls les magasins<sup>15</sup> de moins de 300 m<sup>2</sup> peuvent entrer sans contrainte, les magasins plus grands devant obtenir une autorisation administrative, ce qui revient à une barrière à l'entrée partielle. Mais l'objectif de cette section est de dissocier ces deux

---

<sup>14</sup>On rappelle que le distributeur ignore, au moment où il fait le choix de sa capacité, qu'il aura ultérieurement la possibilité de développer une marque propre, et qu'une loi va lui interdire d'agrandir son magasin.

<sup>15</sup>Ces magasins sont également ceux qui échappent à la limitation des autorisations d'extension de surface de vente, puisqu'ils peuvent s'étendre librement jusqu'au seuil des 300 m<sup>2</sup>.



éléments, afin de voir si le gel des extensions de grandes surfaces, qui correspond à la contrainte de capacité imposée dans notre modèle, peut exercer un effet bénéfique à l'un des niveaux de la chaîne verticale, et en particulier sur le producteur, indépendamment de l'existence d'une barrière à l'entrée.

### 3 Concurrence et libre entrée sur le marché de la distribution.

Dans cette section, le producteur reste en situation de monopole sur le marché du bien de qualité haute, mais le secteur aval est ouvert à la concurrence. On suppose ainsi que les distributeurs peuvent entrer librement et simultanément sur le marché aval, et que chaque entrant fait face à un coût fixe d'entrée, irrécupérable, qui ne dépend que de sa capacité, et que l'on note  $f(K)$ . Une fois entrés, les distributeurs se font concurrence à la Cournot. On fait l'hypothèse que la capacité  $K$  de chaque distributeur est exogène, tous les distributeurs ayant la même capacité. Un raisonnement de statique comparative sur  $K$  nous permettra ensuite de déterminer quels niveaux de la contrainte de capacité avantagent le producteur, et quels niveaux avantagent au contraire les distributeurs.

On considère le jeu suivant :

Première étape : libre entrée des distributeurs. Le nombre de distributeurs présents sur le marché à l'issue de cette étape est noté  $n$ .

Deuxième étape : le producteur de la marque nationale fixe son prix de gros  $w$ .

Troisième étape : les distributeurs prennent leurs décisions de référencement et se font concurrence en quantités.

On cherche les équilibres sous-jeux parfaits, en stratégies pures et symétriques de ce jeu.

#### 3.1 Détermination des fonctions inverses de demande.

Pour déterminer les fonctions de demande dans ce nouveau cadre, on utilise une méthode similaire à celle développée dans la première partie. On présente donc brièvement la démarche, sans entrer dans les calculs qui ne présentent pas d'intérêt particulier. On considère que  $n$  distributeurs sont entrés à la première étape du jeu : ils sont alors en concurrence à la Cournot. On raisonne à  $n$  fixé. Soit  $y_i^H$  (resp.  $y_i^L$ ) la quantité de bien de qualité haute (respectivement basse) offerte par le distributeur  $i$  lorsqu'il référence les deux biens. Comme dans le cas de la chaîne de monopoles, les deux biens ne peuvent être simultanément offerts que si l'hypothèse suivante est vérifiée :

$$\frac{p_L}{q_L} \leq \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} \leq 1$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \sum_i y_i^H &= 1 - \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} \\ \sum_i y_i^L &= \frac{p_H - p_L}{q_H - q_L} - \frac{p_L}{q_L} \end{aligned}$$

Ce qui revient à :

$$\begin{aligned}
p_L &= q_L(1 - \sum_i (y_i^H + y_i^L)) \\
p_H &= q_H(1 - \sum_i y_i^H) - q_L \sum_i y_i^L
\end{aligned}$$

### 3.2 Choix des stratégies de référencement

On cherche maintenant à déterminer les stratégies de référencement optimales des distributeurs, en raisonnant à nombre de distributeurs fixé. Les méthodes utilisées pour déterminer les stratégies optimales de référencement des firmes sont les mêmes que dans le cas de la chaîne de monopoles.

Le profit du distributeur  $i$  qui distribue la quantité  $y_i^H$  de bien de qualité haute et  $y_i^L$  de bien de qualité basse est donné par l'expression suivante :

$$\pi_i = (p_H - w)y_i^H + (p_L - \gamma)y_i^L$$

On peut anticiper que le producteur ne vendra pas le bien de qualité haute à un prix qui lui assure un profit négatif, donc on se restreint au cas où  $w \geq c$ .

La détermination des stratégies optimales de référencement des distributeurs est détaillée dans l'annexe 7. L'équilibre symétrique du sous-jeu commençant à la troisième étape du jeu, à  $w$ ,  $n$  et  $K$  fixés, correspond aux stratégies suivantes des distributeurs :

(i) si  $w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ , le distributeur ne référence que la marque nationale.

Dans ce cas, il est contraint par sa capacité si et seulement si  $K \leq \frac{q_H - w}{(n+1)q_H}$ .

(ii) si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,

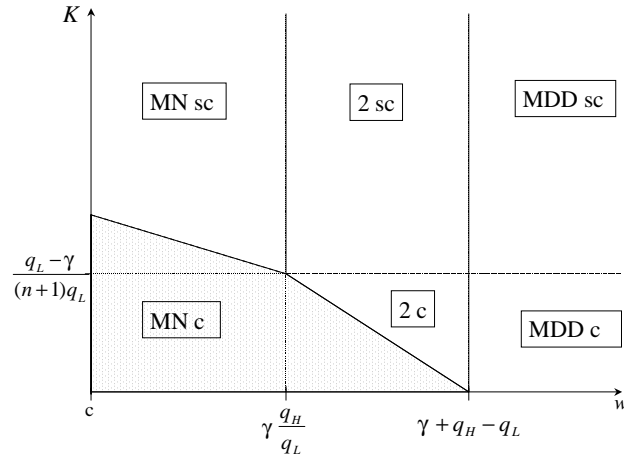
- si  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}$ , le distributeur ne référence que la marque nationale.

- si  $K \geq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)}$ , le distributeur référence les deux biens. Dans ce cas, il est contraint

par sa capacité si et seulement si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$

(iii) si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ , le distributeur ne référence que sa marque propre. Dans ce cas, il est contraint par sa capacité si et seulement si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$

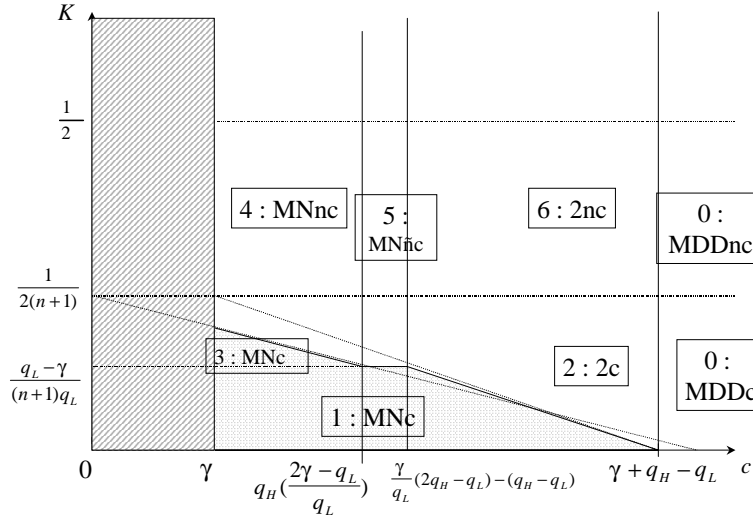
Les stratégies de référencement des distributeurs à l'équilibre symétrique du sous-jeu commençant à la troisième étape du jeu, sont résumées sur le schéma suivant :



### 3.3 Détermination du prix de gros par le producteur de marque nationale

On peut maintenant déterminer le profit du producteur en fonction du prix de gros qu'il choisit de pratiquer à la deuxième étape du jeu. Plusieurs zones doivent être distinguées dans le plan  $(w, K)$  : dans chaque zone, les distributeurs adoptent à l'équilibre une stratégie de référencement donnée. L'annexe 9 présente un récapitulatif de l'expression du profit du producteur, dans chaque zone délimitant les stratégies optimales de référencement des distributeurs dans le plan  $(w, K)$ , en fonction de son prix de gros et du nombre de distributeurs présents sur le marché aval.

On en déduit, dans chaque zone, la valeur du prix de gros  $w$  qui maximise le profit du producteur, en fonction du nombre de distributeurs présents sur le marché aval. Les résultats sont présentés dans l'annexe 9. Le graphique suivant illustre les configurations du marché à l'équilibre du sous-jeu partant de la deuxième étape du jeu, à  $n$  fixé, dans le plan  $(c, K)$ , et sous l'hypothèse  $\gamma \geq \frac{q_H q_L}{2q_H - q_L}$ . On remarquera que ces configurations sont proches de celles que l'on observait avec un seul distributeur en aval.



L'annexe 10 donne, dans chaque zone du plan  $(c, K)$ , l'expression du profit du producteur et de chaque distributeur à l'équilibre du sous-jeu. On vérifie immédiatement qu'à  $n$  fixé, le profit du producteur est croissant en  $K$  : les résultats de la première section restent donc vrais avec un nombre exogène quelconque de distributeurs en aval. Cependant, le nombre de distributeurs présents sur le marché est endogène, et le profit du producteur peut ainsi varier avec  $n$ .

L'objet de l'étude est d'analyser l'impact de la restriction de capacité sur la concurrence entre marque nationale et marque de distributeur. On ne s'intéresse donc pas aux zones où l'un seulement des deux biens est viable sur le marché. Pour la détermination des équilibres du jeu, on restreint l'étude à la zone de l'espace des paramètres dans laquelle les deux biens sont susceptibles de coexister sur le marché, c'est-à-dire la zone définie par :

$$\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$$

D'après les notations utilisées en annexe, cette hypothèse restreint l'étude aux zones 2, 6, et partiellement 1.

### 3.4 Nombre d'entrants sur le marché aval et équilibre de libre-entrée

On cherche maintenant à déterminer le nombre de distributeurs qui entrent sur le marché aval à la première étape du jeu. A cette étape, les distributeurs anticipent parfaitement les décisions qui seront prises par les différents joueurs aux étapes suivantes, et en particulier le prix de gros qui sera pratiqué par le producteur en fonction du nombre de distributeurs. Le nombre de firmes entrant sur le marché (que l'on suppose, pour simplifier, réel) est alors donné par la condition de nullité du profit de chaque distributeur. Cette condition détermine de façon implicite le nombre de distributeurs présents sur le marché à l'équilibre de libre entrée. Afin de permettre la détermination du nombre de distributeurs

présents sur le marché, que l'on note  $n^*$ , on fait l'hypothèse simplificatrice<sup>16</sup> suivante :

$$f(K) = K$$

Enfin, la résolution de la première étape du jeu permet de déterminer, dans le plan  $(c, K)$ , les zones dans lesquelles les politiques de référencement des distributeurs sont fixées. On montre que l'espace des paramètres considéré se divise en trois zones. Dans chaque zone, l'équilibre symétrique du jeu correspond à une configuration du marché dans laquelle les distributeurs choisissent une stratégie de référencement optimale.

**Lemma 3** *Dans la zone où les deux biens peuvent être commercialisés en même temps par les distributeurs, c'est-à-dire pour les valeurs de  $c$  comprises dans l'intervalle  $[\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L), \gamma + q_H - q_L]$ , il existe quatre zones dans le plan  $(c, K)$ , délimitées par les frontières  $K_0$ ,  $K_1(c)$  et  $K_2(c)$ , dans lesquelles les stratégies de référencement des distributeurs à l'équilibre du jeu sont les suivantes :*

- si  $K \leq K_0$ , aucun distributeur n'entre sur le marché à la première étape.
- si  $Max\{0, K_0\} \leq K \leq K_1(c)$ , les distributeurs présents sur le marché<sup>17</sup> ne commercialisent que la marque nationale, ils sont contraints par leur capacité.
- si  $Max\{0, K_0, K_1(c)\} \leq K \leq K_2(c)$ , les distributeurs présents sur le marché référencent les deux biens, et la contrainte de capacité ne porte que sur la quantité de marque de distributeur commercialisée.
- si  $K \geq K_2(c)$ , les distributeurs présents sur le marché référencent les deux biens, et ne sont pas contraints par leur capacité.

**Preuve :** voir l'annexe 10. ■

On s'intéresse maintenant à l'effet de la contrainte de capacité sur le profit des firmes. On mène une étude de statique comparative, comme dans le cas de la chaîne de monopoles, et on étudie les variations du profit des firmes en fonction de la capacité  $K$  du distributeur.

**Proposition 3** *Lorsque la qualité de la marque de distributeur est faible ( $q_L \leq 1 + \gamma$ ), le profit du producteur est croissant en  $K$  pour  $K$  inférieur à  $K_1$ , puis constant ; lorsque cette qualité prend des valeurs intermédiaires ( $1 + \gamma \leq q_L \leq \frac{2q_H(1+\gamma)}{1+c+q_H}$ ), il existe une valeur de la capacité du distributeur qui maximise le profit du producteur ; et lorsque la qualité de la marque de distributeur est relativement élevée ( $q_L \geq \frac{2q_H(1+\gamma)}{1+c+q_H}$ ), le profit du producteur est décroissant en  $K$ , et le producteur a intérêt à ce que la capacité des distributeurs soit la plus petite possible.*

<sup>16</sup>Nos résultats sont généralisables à d'autres fonctions de coût d'installation  $f(K)$ , mais les frontières sont modifiées et certaines zones peuvent alors disparaître.

<sup>17</sup>Voir dans l'annexe 10 la discussion sur le nombre de distributeurs qui entrent sur le marché lors de la première étape du jeu.

**Preuve :** voir annexe 11. ■

On voit ainsi que le résultat obtenu dans le cadre de la chaîne de monopoles n'est plus toujours vrai : le profit du producteur n'est plus toujours croissant en la capacité du distributeur. En effet, lorsque la qualité de la marque de distributeur est faible, l'effet de rationnement du producteur lié à la limitation de la capacité de chaque distributeur, que l'on avait mis en évidence dans la section précédente dans le cadre de la chaîne de monopoles, l'emporte. Dans ce cas, la contrainte de capacité nuit au producteur<sup>18</sup>. En revanche, lorsque la qualité de la marque de distributeur est élevée ( $q_L \geq \frac{2q_H(1+\gamma)}{1+c+q_H}$ ), le producteur est menacé par l'entrée de la marque de distributeur, et l'effet stratégique de dissuasion de l'entrée de la MDD l'emporte sur l'effet de rationnement. Le producteur préfère alors commercialiser son produit par un grand nombre de petits distributeurs qui ont une très faible capacité, et qui ne peuvent donc pas introduire la marque de distributeur. Dans ce cas, la limitation de la capacité des distributeurs favorise donc le producteur. Pour des valeurs intermédiaires de la qualité  $q_L$ , les deux effets s'opposent et il existe une valeur optimale de la capacité qui maximise le profit du producteur.

Combinée à la libre entrée sur le marché de la distribution, la limitation de la capacité des distributeurs peut donc exercer un effet bénéfique sur le producteur. Cependant, l'hypothèse de libre entrée des distributeurs est forte, dans la mesure où des barrières à l'entrée relativement importantes existent dans le secteur de la distribution, liées à la fois à l'effet de réputation des grands réseaux, et à la saturation du marché de la distribution en France. En outre, ces barrières naturelles ont été renforcées par la loi Raffarin, qui a, de fait, instauré des barrières à l'entrée légales.

## 4 Conclusion

Ce modèle nous permet d'étudier l'impact d'une contrainte de capacité imposée aux distributeurs sur les profits des producteurs et des distributeurs. Nous montrons que, dans le cadre d'une chaîne de monopoles, l'imposition d'une contrainte de capacité au distributeur nuit aux deux firmes. En particulier, la menace d'introduction de la marque propre oblige dans certains cas le producteur à limiter son prix de gros pour éviter l'entrée de la marque concurrente, mais la contrainte de capacité ne renforce pas cet effet, dans la mesure où elle ne s'exerce jamais au détriment de la marque nationale. En effet, l'hypothèse d'une différenciation par la qualité entre la marque nationale et la marque de distributeur, que nous avons retenue car elle reflète bien la réalité, fait que le distributeur n'a jamais intérêt à utiliser la limitation de l'espace disponible dans ses rayons pour accroître la pression concurrentielle sur le producteur de la marque nationale, mais au contraire fait porter toute la contrainte sur la quantité de marque de distributeur qu'il met en vente. Ainsi, cette contrainte ne présente aucun avantage pour lui. En outre, le producteur se trouve rationné dans ses débouchés, et souffre également de la contrainte. Dans le cadre d'une chaîne de monopoles avec différenciation

---

<sup>18</sup>Le profit des distributeurs est toujours nul, étant donné l'hypothèse de libre entrée et le fait que l'on considère que le nombre de firmes en aval est réel.

verticale des marques, on ne peut donc pas considérer que la limitation de la capacité du distributeur avantage l'un des niveaux de la chaîne verticale.

En revanche, lorsque l'on introduit de la concurrence entre distributeurs, le problème de la capacité limitante pour le producteur ne se pose plus. L'effet négatif pour le producteur de la limitation de la capacité de chaque distributeur est contrebalancé par l'augmentation du nombre de distributeurs. Un modèle de libre entrée en aval nous permet de formaliser cet effet. On montre que, dans ce cadre, la contrainte de capacité du distributeur peut avantager le producteur, dans la mesure où, dans certains cas, le profit du producteur devient décroissant en la capacité des distributeurs au-delà d'un certain seuil. Empêcher l'extension de la surface des magasins au-delà de cette valeur pourrait alors être une mesure en faveur des producteurs.

Cet effet de limitation de la surface des magasins existe dans la loi Raffarin, qui soumet les extensions de surface des magasins de plus de 300 m<sup>2</sup> à un contrôle très strict et limitant. Cet aspect de la loi pourrait ainsi, dans certains cas, être bénéfique aux producteurs. Mais la loi Raffarin a imposé, en même temps qu'une contrainte de capacité des distributeurs, une limitation très stricte de l'entrée sur le marché de la grande distribution. Cette limitation de l'entrée annule l'effet décrit, car on a vu que les résultats obtenus dans le cadre de la chaîne de monopoles se généralisaient immédiatement au cas de la concurrence en aval : lorsque le nombre de distributeurs est exogène, le profit des firmes en amont comme en aval augmente avec la capacité des distributeurs. Ainsi, l'aspect "barrière à l'entrée" de la loi Raffarin l'empêche de remplir son objectif de rééquilibrage des relations verticales en faveur des producteurs. En conclusion, notre analyse laisse penser que, si la loi Raffarin profite aux distributeurs, c'est plus en freinant la concurrence en aval, qu'en limitant le linéaire disponible. En termes de politique de la concurrence, si l'objectif des pouvoirs publics est de limiter la puissance des distributeurs face à leurs fournisseurs, notre modèle suggère qu'il pourrait être plus adéquat de dissocier les deux aspects de la loi Raffarin, et de supprimer les mesures qui reviennent à instaurer des barrières à l'entrée pour ne conserver que les mesures concernant la limitation de la surface des magasins.

Bien entendu, la démarche que nous avons adoptée présente des limites. En particulier, notre modèle ne prend pas en compte le seuil de 300 m<sup>2</sup> qui différencie deux classes de distributeurs : les "petits" qui peuvent s'agrandir jusqu'à 300 m<sup>2</sup>, et entrer librement sur le marché, et les "grands", qui sont soumis à des restrictions concernant à la fois l'entrée et les possibilités d'extension de surface. Nous n'avons considéré qu'une seule catégorie de distributeurs, les "grands", sans prendre en compte le fait qu'une frange concurrentielle de distributeurs de plus faible capacité existait également. En outre, la limitation de la capacité des magasins ne limite pas forcément la capacité d'achat des distributeurs, dans la mesure où ceux-ci se regroupent en général pour effectuer leurs achats. Les centrales d'achat permettent ainsi aux distributeurs de mettre en commun leurs capacités d'achat, et les producteurs font en fait face à un petit nombre de centrales d'achat qui ne reflètent pas forcément la concurrence que peuvent se livrer en aval des distributeurs indépendants<sup>19</sup>. La prise en compte de

---

<sup>19</sup>C'est en particulier le cas pour les "groupements d'indépendants", comme Leclerc, Super U ou Intermarché en France.

ces phénomènes permettrait de généraliser notre première approche, afin de soutenir une réflexion plus vaste sur les effets réels des lois régissant les relations entre producteurs et distributeurs.

## 5 Bibliographie

Bontems, P., S. Monnier et V. Réquillart (1998) "Strategic Effects of Private Labels", *European Review of Agricultural Economics*.

Caprice, S. (1999) "Intégration verticale en présence d'une source alternative d'approvisionnement", *mimeo* CREST-LEI.

Glais, M. (1998) "Infrastructures et autres ressources essentielles au regard du droit de la concurrence", *Revue d'Economie Industrielle* n° 85, pp. 85-116.

INSEE Première n°609 (1999) "Fidélité à l'enseigne, fidélité à la marque : le choix des consommateurs".

Kreps, D. et J. Scheinkman (1983) "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes", *Bell Journal of Economics*, 14, 326-337.

Mills, D. (1995) "Why Retailers Sell Private Labels", *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 4, 3, 509-528

Mussa, M. et S. Rosen (1978) "Monopoly and Product Quality", *Journal of Economic Theory*, 18, pp. 301-317.

Raju, J.S., R. Sethuraman et S.K. Dhar (1995) "The Introduction and Performance of Store Brands", *Management Science*, Vol. 41, No. 6, 957-978.

Rey, P. (1997) "Impact des accords verticaux entre producteurs et distributeurs", *Revue Française d'Economie*, Vol. 12; N. 2, 3-55.



# Annexes

## Annexe 1. Choix de la stratégie de référencement optimale par le distributeur

On détermine les stratégies optimales de référencement du distributeur dans les zones du plan  $(w, K)$ .

Le distributeur a le choix entre trois stratégies : distribuer seulement la marque nationale (stratégie  $MN$ ), distribuer seulement la marque de distributeur (stratégie  $MDD$ ), ou distribuer les deux biens (stratégie 2). Le profit du distributeur dans chacun de ces trois cas s'écrit de la façon suivante, en fonction de  $w$  et  $K$  :

◆ si le distributeur ne distribue que la marque nationale :

$$\Pi_D^{MN}(w) = \begin{cases} Kq_H(1-K) - Kw & \text{si } \begin{cases} 0 \leq w \leq q_H(1-2K) \\ q_H(1-2K) \leq w \leq q_H \\ q_H \leq w \end{cases} \\ \frac{1}{q_H} \left( \frac{q_H-w}{2} \right)^2 & \\ 0 & \end{cases}$$

◆ si le distributeur ne distribue que la marque de distributeur :

$$\Pi_D^{MDD}(w) = \begin{cases} Kq_L(1-K) - K\gamma & \text{si } \begin{cases} K \leq \frac{q_L-\gamma}{2q_L} \\ K \geq \frac{q_L-\gamma}{2q_L} \end{cases} \\ \frac{1}{q_L} \left( \frac{q_L-\gamma}{2} \right)^2 & \end{cases}$$

◆ si le distributeur distribue les deux biens :

Cette configuration n'est possible que si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ . : hors de cette zone, le distributeur fixe toujours ses prix de façon à annuler l'une ou l'autre demande.

$$\Pi_D^2 = \begin{cases} \Pi_D^{MN}(w) \text{ si } K \leq \frac{q_H-q_L-w+\gamma}{2(q_H-q_L)} \\ \frac{(w-\gamma)^2}{4(q_H-q_L)} + \frac{1}{4}(q_H-q_L)(1-2K)^2 - 2(w-\gamma) - 4\gamma w \text{ si } \frac{q_H-q_L-w+\gamma}{2(q_H-q_L)} \leq K \leq \frac{q_L-\gamma}{2q_L} \\ \frac{q_H-w}{4} \left( \frac{q_H-q_L+\gamma-w}{q_H-q_L} \right) + \frac{q_L-\gamma}{4q_L} \left( \frac{q_L w - q_H \gamma}{q_H-q_L} \right) \text{ si } K \geq \frac{q_L-\gamma}{2q_L} \end{cases}$$

Pour chacune des trois stratégies du distributeur, la fonction de profit associée à cette stratégie est définie par morceaux dans le plan  $(w, K)$ . Le plan est ainsi découpé en 11 zones. La comparaison des profits engendrés par les trois stratégies dans chacune de ces zones donne les stratégies optimales suivantes:

◆ si  $w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ , il ne distribue que la marque nationale. Il est contraint par sa capacité ssi  $K \leq \frac{q_H-w}{2q_H}$ .

◆ si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,

- si  $K \leq \frac{q_H-q_L+\gamma-w}{2(q_H-q_L)}$  il ne distribue que la marque nationale, et il est contraint par sa capacité ;

- si  $\frac{q_H-q_L+\gamma-w}{2(q_H-q_L)} \leq K \leq \frac{q_L-\gamma}{2q_L}$ , il distribue les deux biens et il bute sur sa contrainte de capacité ;

- si  $K \geq \frac{q_L-\gamma}{2q_L}$  il distribue les deux biens sans contrainte de capacité.

◆ si  $w \geq \gamma + q_H - q_L$ , le distributeur ne référence que sa marque propre. Il est contraint par sa capacité ssi  $K \leq \frac{q_L-\gamma}{2q_L}$ .

## Annexe 2. Preuve du lemme 2

Le producteur anticipe la réaction du distributeur à la deuxième étape du jeu, en fonction de  $w$ . Son profit s'écrit donc, en fonction de  $w$  :

• si  $K \leq \frac{q_L-\gamma}{2q_L}$  :

- si  $0 \leq w \leq (1-2K)(q_H-q_L) + \gamma$ ,  $\Pi_P^{MNc} = (w-c)K$

- si  $(1-2K)(q_H-q_L) + \gamma \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,  $\Pi_P^{2c} = (w-c) \left( \frac{q_H-q_L-w+\gamma}{2(q_H-q_L)} \right)$

- si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ ,  $\Pi_P^{MDDc} = 0$

- si  $\frac{q_L - \gamma}{2q_L} \leq K \leq \frac{1}{2}$  :
  - si  $0 \leq w \leq (1 - 2K)q_H$ ,  $\Pi_P^{MNc} = (w - c)K$
  - si  $(1 - 2K)q_H \leq w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ ,  $\Pi_P^{MNc} = (w - c) \left( \frac{q_H - w}{2q_H} \right)$
  - si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,  $\Pi_P^{2nc} = (w - c) \left( \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)} \right)$
  - si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ ,  $\Pi_P^{MDDnc} = 0$
- si  $K \geq \frac{1}{2}$  :
  - si  $0 \leq w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ ,  $\Pi_P^{MNc} = (w - c) \left( \frac{q_H - w}{2q_H} \right)$
  - si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,  $\Pi_P^{2nc} = (w - c) \left( \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{2(q_H - q_L)} \right)$
  - si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ ,  $\Pi_P^{MDDnc} = 0$

Recherche du prix de gros optimal en fonction de  $(K, c)$ .

**Premier cas : faible capacité du distributeur ( $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ )**

si  $c \leq (1 - 4K)(q_H - q_L) + \gamma$ , alors  $w^* = (1 - 2K)(q_H - q_L) + \gamma$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MNc} &= K[(1 - 2K)(q_H - q_L) + \gamma - c] \\ \Pi_D^{MNc} &= K[Kq_H + (1 - 2K)q_L - \gamma]\end{aligned}$$

- si  $(1 - 4K)(q_H - q_L) + \gamma \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ , alors  $w^* = \frac{q_H - q_L + c + \gamma}{2}$  est les deux produits sont vendus. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{2c} &= \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{8(q_H - q_L)} \\ \Pi_D^{2c} &= K[(1 - K)q_L - \gamma] + \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{16(q_H - q_L)}\end{aligned}$$

- si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , alors la marque nationale n'est pas viable, donc elle n'est pas distribuée, et à l'équilibre le profit du producteur est nul.

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MDDc} &= 0 \\ \Pi_D^{MDDc} &= Kq_L(1 - K) - K\gamma\end{aligned}$$

**Second cas : valeurs intermédiaires de la capacité du distributeur.  $\left(\frac{q_L - \gamma}{2q_L} \leq K \leq \frac{1}{2}\right)$**

- si  $c \leq (1 - 4K)q_H$ , alors  $w^* = q_H(1 - 2K)$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MNc} &= q_H K(1 - 2K) - cK \\ \Pi_D^{MNc} &= K^2 q_H\end{aligned}$$

- si  $(1 - 4K)q_H \leq c \leq q_H \left(\frac{2\gamma}{q_L} - 1\right)$ , alors  $w^* = \frac{q_H + c}{2}$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MNc} &= \frac{(q_H - c)^2}{8q_H} \\ \Pi_D^{MNc} &= \frac{1}{q_H} \left( \frac{q_H - c}{4} \right)^2\end{aligned}$$

- si  $q_H \left(\frac{2\gamma}{q_L} - 1\right) \leq c \leq q_L - \gamma + q_H \left(\frac{2\gamma}{q_L} - 1\right)$ , alors  $w^* = \gamma \frac{q_H}{q_L}$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MN\tilde{c}} &= \left( \gamma \frac{q_H}{q_L} - c \right) \left( \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \right) \\ \Pi_D^{MN\tilde{c}} &= q_H \left( \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \right)^2\end{aligned}$$

- si  $q_L - \gamma + q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ , alors  $w^* = \frac{\gamma + c + q_H - q_L}{2}$  et les deux biens sont distribués. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{2nc} &= \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{8(q_H - q_L)} \\ \Pi_D^{2nc} &= \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{16(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{4q_L}\end{aligned}$$

- si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , alors la marque nationale n'est pas viable face à la marque de distributeur. Seule cette dernière est distribuée, et le profit du producteur est nul.

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MDDnc} &= 0 \\ \Pi_D^{MDDnc} &= \frac{1}{q_L} \left(\frac{q_L - \gamma}{2}\right)^2\end{aligned}$$

### Troisième cas : capacité élevée du distributeur ( $K > 1/2$ )

- si  $c \leq q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1)$ , alors  $w^* = \frac{q_H + c}{2}$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MNc} &= \frac{(q_H - c)^2}{8q_H} \\ \Pi_D^{MNc} &= \frac{(q_H - c)^2}{16q_H}\end{aligned}$$

- si  $q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1) \leq c \leq q_L - \gamma + q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1)$ , alors  $w^* = \gamma \frac{q_H}{q_L}$  et seule la marque nationale est distribuée. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MN\tilde{c}} &= (\gamma \frac{q_H}{q_L} - c) \left(\frac{q_L - \gamma}{2q_L}\right) \\ \Pi_D^{MN\tilde{c}} &= q_H \left(\frac{q_L - \gamma}{2q_L}\right)^2\end{aligned}$$

- si  $q_L - \gamma + q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ , alors  $w^* = \frac{\gamma + c + q_H - q_L}{2}$  et les deux biens sont distribués. Les profits des firmes sont alors

$$\begin{aligned}\Pi_P^{2nc} &= \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{8(q_H - q_L)} \\ \Pi_D^{2nc} &= \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{16(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{4q_L}\end{aligned}$$

- si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , alors la marque nationale n'est pas viable et seule la marque de distributeur est vendue. Le profit du producteur est nul.

$$\begin{aligned}\Pi_P^{MDDnc} &= 0 \\ \Pi_D^{MDDnc} &= \frac{1}{q_L} \left(\frac{q_L - \gamma}{2}\right)^2\end{aligned}$$

### Annexe 3. Statique comparative

On va montrer que les profits du producteur et du distributeur sont croissants en  $K$ .

- Si  $\gamma \leq c \leq q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1)$

Le profit du producteur et du distributeur valent :

$$\Pi_P(K) = \begin{cases} K((1-2K)(q_H - q_L) + \gamma - c) \\ K(q_H(1-2K) - c) \\ \frac{(q_H - c)^2}{8q_H} \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \leq K \leq \frac{q_H - c}{4q_H} \\ \frac{q_H - c}{4q_H} \leq K \end{cases}$$

$$\Pi_D(K) = \begin{cases} K(Kq_H + (1-2K)q_L - \gamma) \\ K^2 q_H \\ \frac{1}{q_H} \left( \frac{q_H - c}{4} \right)^2 \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \leq K \leq \frac{q_H - c}{4q_H} \\ \frac{q_H - c}{4q_H} \leq K \end{cases}$$

Ces deux fonctions définies par morceaux sont continues, croissantes en  $K$  sur  $[0, \frac{q_L - \gamma}{4q_H}]$ , puis constantes.

- Si  $q_H(\frac{2\gamma}{q_L} - 1) \leq c \leq \frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L)$  :

$$\Pi_P(K) = \begin{cases} K((1-2K)(q_H - q_L) + \gamma - c) \\ (\gamma \frac{q_H}{q_L} - c)(\frac{q_L - \gamma}{2q_L}) \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \end{cases}$$

$$\Pi_D(K) = \begin{cases} K(Kq_H + (1-2K)q_L - \gamma) \\ q_H \left( \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \right)^2 \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \end{cases}$$

Ces deux fonctions définies par morceaux sont continues, croissantes en  $K$  pour  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ , puis constantes.

- Si  $\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$  :

$$\Pi_P(K) = \begin{cases} K((1-2K)(q_H - q_L) + \gamma - c) \\ \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{8(q_H - q_L)} \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)} \\ K \geq \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)} \end{cases}$$

$$\Pi_D(K) = \begin{cases} K[Kq_H + (1-2K)q_L - \gamma] \\ K[(1-K)q_L - \gamma] + \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{16(q_H - q_L)} \\ \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{16(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{4q_L} \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)} \\ \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{4(q_H - q_L)} \leq K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \leq K \end{cases}$$

Ces deux fonctions définies par morceaux sont continues, croissantes en  $K$  pour  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ , puis constantes.

- Si  $\gamma + q_H - q_L \leq c$  :

La marque nationale n'est pas distribuée, donc le profit du producteur est toujours nul.

Le profit du distributeur s'écrit :

$$\Pi_D(K) = \begin{cases} Kq_L(1-K) - K\gamma \\ \frac{1}{q_L} \left( \frac{q_L - \gamma}{2} \right)^2 \end{cases} \quad si \begin{cases} K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \\ K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L} \end{cases}$$

La fonction définie par morceaux est bien continue, croissante pour  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ , puis constante.

## Annexe 5. tarification non linéaire

Nous considérons dans cette annexe le cas dans lequel le producteur propose un contrat à prendre ou à laisser au distributeur sous la forme d'un tarif non linéaire. Nous nous restreignons ici au cas de tarifs non linéaires non discriminants. Ceci signifie que le producteur propose le même contrat, que le distributeur référence uniquement la marque nationale ou concomitamment sa propre marque de distributeur. Dans notre cadre, le producteur ne peut faire mieux qu'en proposant un tarif binôme comprenant une partie fixe (la franchise) et une partie variable (le prix de gros unitaire). La séquentialité du jeu est inchangée. Le producteur propose son contrat au distributeur. Celui-ci choisit alors de référencer ou non la marque nationale et sa propre marque de distributeur. Il détermine également les prix de vente de chacun des biens.

### Programme du producteur

Le programme du producteur, lorsqu'il a intérêt à proposer un contrat au distributeur, s'écrit :

$$\begin{aligned} \max_{w,F} \Pi_P &= (w - c)D_H(p_H, p_L) + F \\ \text{sc} \quad &: \quad \Pi_D^{ref} - F \geq \Pi_D^{MDD} \end{aligned}$$

avec  $\Pi_D^{ref} = \max\{\Pi_D^{MN}, \Pi_D^2\}$  le profit du distributeur lorsqu'il référence la marque nationale. Notons que le choix du distributeur entre référencer les deux biens ou uniquement la marque nationale est inchangé par rapport à la situation dans laquelle le producteur lui propose un tarif linéaire. En effet, son profit est identique à une constante près (représentée par la partie fixe). Ceci est vrai uniquement parce que le producteur ne peut proposer de tarifs binômes discriminants.

La contrainte de participation du distributeur est nécessairement saturée et le programme du producteur se réécrit:

$$\begin{aligned} \max_w \Pi_P &= (w - c)D_H(p_H, p_L) + \Pi_D^{ref} - \Pi_D^{MDD} \\ &= (p_H - c)D_H(p_H, p_L) + (p_L - \gamma)D_L(p_H, p_L) - \Pi_D^{MDD} \end{aligned}$$

Zone 1 :  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$

Si le distributeur ne référence que sa MDD, il est contraint par sa capacité car  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$ . S'il veut voir son produit référencé, le producteur doit lui laisser un profit au moins égal à son profit de réservation, soit  $\Pi_D^{MDDC} = K[(1 - K)q_L - \gamma]$ . Notons que la capacité d'introduire une MDD garantit au distributeur un profit de réservation positif.

Le profit du producteur lorsqu'il propose un contrat au distributeur s'écrit

$$\Pi_P + \Pi_D^{MDDC} = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} = [(p_H^c - c)K \text{ si } w \leq \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \\ \Pi_P^{2C} = (p_H^{2c} - c)D_H + (p_L^c - \gamma)(K - D_H) \\ \text{si } \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \leq w \leq \gamma + q_H - q_L \\ \Pi_P^{MNC} = (p_H^c - c)K \\ \text{si } \gamma + q_H - q_L \leq w \leq q_H(1 - 2K) \text{ et } K \leq (q_L - \gamma)/2q_H \\ \Pi_P^{MN} = (p_H - c)D_H \\ \text{si } w \geq \max\{q_H(1 - 2K), \gamma + q_H - q_L\} \end{cases}$$

ce qui se réécrit

$$\Pi_P + \Pi_D^{MDDC} = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} = [(1 - K)q_H - c]K \text{ si } w \leq \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \\ \Pi_P^{2C} = \frac{(q_H - q_L + w + \gamma - 2c)(q_H - q_L + \gamma - w)}{4(q_H - q_L)} + K[q_L(1 - K) - \gamma] \\ \text{si } \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \leq w \leq \gamma + q_H - q_L \\ \Pi_P^{MNC} = [(1 - K)q_H - c]K \\ \text{si } \gamma + q_H - q_L \leq w \leq q_H(1 - 2K) \text{ et } K \leq (q_L - \gamma)/2q_H \\ \Pi_P^{MN} = (q_H + w - 2c)(q_H - w)/4q_H \\ \text{si } w \geq \max\{q_H(1 - 2K), \gamma + q_H - q_L\} \end{cases}$$

Ce profit est continu en  $w = \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L)$ . La maximisation de ce profit conduit au résultat suivant :

(i) Si  $c \leq \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L)$ ,  $w^* = (1 - 2K)(q_H - q_L)$  et seule la marque nationale est référencée, le distributeur est contraint par sa capacité;

(ii) Si  $\gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ ,  $w^* = c$  et les deux marques sont référencées, le distributeur est contraint par sa capacité ;

(iii) Si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , seule la marque de distributeur est référencée, le distributeur est contraint par sa capacité.

On vérifie en effet que si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , alors  $\max\{\Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDDC}, \Pi_P^{2C} - \Pi_D^{MDDC}\} < 0$ . Le producteur préfère alors ne pas distribuer son produit.

$\Pi_P^{2C}$  atteint son maximum en une solution intérieure *ssi*  $\gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ . Par continuité en  $w = \gamma + (1 - 2K)(q_H - q_L)$ , on en déduit (i) et (ii).

- Zone 2 :  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{2q_L}$

Lorsque le distributeur ne référence que sa MDD, il n'est pas contraint par sa capacité de distribution. Son profit de réservation est alors  $\Pi_D^{MDD} = (q_L - \gamma)^2 / 4q_L$ .

Le profit du producteur lorsqu'il propose un contrat au distributeur s'écrit

$$\Pi_P + \Pi_D^{MDD} = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} = (p_H^c - c)K \text{ si } w \leq q_H(1 - 2K) \text{ et } K \leq 1/2 \\ \Pi_P^{MN} = (p_H - c)D_H \text{ si } \max\{q_H(1 - 2K), 0\} \leq w \leq \gamma q_H / q_L \\ \Pi_P^{2SC} = (p_H^2 - c)D_H + (p_L - \gamma)D_L \text{ si } \gamma q_H / q_L \leq w \leq \gamma + q_H - q_L \\ \Pi_P^{MN} = (p_H - c)D_H \text{ si } w \geq \gamma + q_H - q_L \end{cases}$$

ce qui se réécrit

$$\Pi_P + \Pi_D^{MDD} = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} = [(1 - K)q_H - c]K \\ \text{si } w \leq q_H(1 - 2K) \text{ et } K \leq 1/2 \\ \Pi_P^{MN} = (q_H + w - 2c)(q_H - w) / 4q_H \\ \text{si } \max\{q_H(1 - 2K), 0\} \leq w \leq \gamma q_H / q_L \\ \Pi_P^{2SC} = \frac{1}{2(q_H - q_L)}(q_H + w - 2c)(q_H - q_L + \gamma - w) \\ \quad + \frac{1}{4q_L(q_H - q_L)}(q_L - \gamma)(q_L w - q_H \gamma) \\ \text{si } \gamma q_H / q_L \leq w \leq \gamma + q_H - q_L \\ \Pi_P^{MN} = (q_H + w - 2c)(q_H - w) / 4q_H \\ \text{si } w \geq \gamma + q_H - q_L \end{cases}$$

Ce profit est continu en  $w = q_H(1 - 2K)$  et en  $w = \gamma q_H / q_L$ . Le résultat de sa maximisation conduit à :

(i) Si  $c \leq q_H(1 - 2K)$ ,  $0 \leq w^* \leq q_H(1 - 2K)$  et seule la marque nationale est référencée, le distributeur est contraint par sa capacité.

(ii) Si  $c \geq q_H(1 - 2K)$ ,

Si  $q_H(1 - 2K) \leq c \leq \gamma q_H / q_L$ ,  $w^* = c$  et seule la marque nationale est référencée, sans contrainte de capacité du distributeur.

Si  $\gamma q_H / q_L \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ , les deux marques sont référencées, sans contrainte de capacité du distributeur.

Si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , seule la marque de distributeur est référencée, sans contrainte de capacité du distributeur.

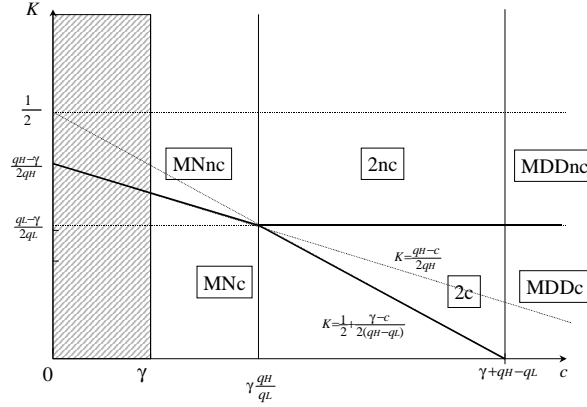
Preuve :

$\Pi_P^{MN}$  admet son maximum en la solution intérieure  $w^* = c$  *ssi*  $q_H(1 - 2K) \leq c \leq \gamma q_H / q_L$ .

$\Pi_P^{2SC}$  admet son maximum en la solution intérieure  $w^* = c$  *ssi*  $\gamma q_H / q_L \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ .

Si  $c \geq \gamma + q_H - q_L$ , alors  $\max \Pi_P = 0$  en  $w = \gamma + q_H - q_L$ . Le producteur n'a alors pas intérêt à faire distribuer son produit. ■

Le choix du producteur peut alors être résumé par le graphique suivant.



### Statique comparative en K

Nous pouvons à présent mener une statique comparative du profit du producteur et de celui du distributeur en fonction de la capacité de distribution. Celle-ci conduit à la proposition suivante

**Proposition 4** *Les profits du producteur et du distributeur sont croissants en K.*

Preuve :

#### Profit du producteur.

- $c \leq \gamma q_H / q_L$

Le profit du producteur s'écrit

$$\Pi_P = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDDC} = K[(1-K)q_H - c] - K[(1-K)q_L - \gamma] \\ \text{si } K \leq (q_L - \gamma)/2q_L \\ \\ \Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDD} = K[(1-K)q_H - c] - (q_L - \gamma)^2/4q_L \\ \text{si } (q_L - \gamma)/2q_L \leq K \leq (q_H - c)/2q_H \\ \\ \Pi_P^{MN} - \Pi_D^{MDD} = (q_H - c)^2/4q_H - (q_L - \gamma)^2/4q_L \\ \text{si } K \geq (q_H - c)/2q_H \end{cases}$$

Il est aisé de montrer que ce profit est continu et que

$$\begin{aligned} \arg \max \Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDDC} &= 1/2 + (\gamma - c)/2(q_H - q_L) < (q_L - \gamma)/2q_L \\ \arg \max \Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDD} &= (q_H - c)/2q_H \end{aligned}$$

Le profit du producteur est donc croissant en la capacité de distribution K.

- $\gamma q_H / q_L \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$

Le profit du producteur s'écrit

$$\Pi_P = \begin{cases} \Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDDC} = K[(1-K)q_H - c] - K[(1-K)q_L - \gamma] \\ \text{si } K \leq 1/2 + (\gamma - c)/2(q_H - q_L) \\ \\ \Pi_P^{2C} - \Pi_D^{MDDC} = K[(1-K)q_L - \gamma] + \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{4(q_H - q_L)} - K[(1-K)q_L - \gamma] \\ = (q_H - q_L + \gamma - c)^2/4(q_H - q_L) \\ \text{si } 1/2 + (\gamma - c)/2(q_H - q_L) \leq K \leq (q_L - \gamma)/2q_L \\ \\ \Pi_P^2 - \Pi_D^{MDD} = (q_H - q_L + \gamma - c)(q_H - c)/4(q_H - q_L) \\ + (q_L - \gamma)(q_L c - q_H \gamma)/4q_L(q_H - q_L) - (q_L - \gamma)^2/4q_L \\ = (q_H - q_L + \gamma - c)^2/4(q_H - q_L) \text{ si } K \geq (q_L - \gamma)/2q_L \end{cases}$$

Seul  $\Pi_P^{MNC} - \Pi_D^{MDDC}$  dépend de  $K$ , et atteint son maximum en  $K = 1/2 + (\gamma - c)/2(q_H - q_L)$ . Le profit du producteur est donc croissant en  $K$ .

- $c \leq \gamma + q_H - q_L$

Dans cette zone, seule la marque de distributeur est référencée et le profit du producteur est nul.

### Profit du distributeur

Le profit du distributeur est égal à son profit de réservation, soit :

$$\Pi_D = \begin{cases} \Pi_D^{MDDC} = K[(1-K)q_L - \gamma] & \text{si } K \leq (q_L - \gamma)/2q_L \\ \Pi_D^{MDD} = (q_L - \gamma)^2/4q_L & \text{si } K \geq (q_L - \gamma)/2q_L \end{cases}$$

Il est immédiat de montrer que ce profit atteint son maximum en  $K \geq (q_L - \gamma)/2q_L$ .

### Annexe 6. Choix de la capacité du distributeur

A la première étape, le distributeur choisit sa capacité afin de maximiser son profit dans la configuration où il ne commercialise que la marque nationale.

Dans cette configuration, à  $K$  fixé, si l'on suppose que le distributeur n'est pas contraint par sa capacité, son programme est le même que dans le cas étudié à la section 3.2.1, et il choisit en fonction du prix de gros  $w$  de pratiquer le prix de détail  $p_H$  suivant, qui lui donne le profit  $\Pi_D^c(w)$  :

$$\begin{aligned} p_H &= \frac{w + q_H}{2} \\ \Pi_D^c(w, K) &= \frac{1}{q_H} \left( \frac{q_H - w}{2} \right)^2 - \varepsilon K \end{aligned}$$

Le producteur, anticipant cette réaction, fixe alors le prix de gros  $w = \frac{q_H + c}{2}$ . En conséquence, le distributeur fixe le prix de détail  $p_H = \frac{3q_H + c}{4}$ . La demande est alors  $\frac{q_H - c}{4q_H}$ , et donc le distributeur n'a aucun intérêt à choisir une capacité supérieure à cette valeur, puisqu'il n'anticipe pas d'augmentation de la demande.

Si le distributeur choisit une capacité plus faible  $K < \frac{q_H - c}{4q_H}$ , son profit est alors :

$$\Pi_D^c(w, K) = K(1 - K)q_H - K(w + \varepsilon).$$

Le producteur fixe son prix de gros en anticipant ce comportement, et le profit du distributeur s'écrit :

$$\Pi_D^c(K) = K(Kq_H + (1 - 2K)q_L - \gamma - \varepsilon).$$

Le distributeur compare ces deux fonctions de profit pour choisir une capacité contraignante ou pas. On étudie la fonction  $\Pi_D^c(K)$  en  $K$  :

◆ si  $(q_H - 2q_L) \geq 0$ ,  $\Pi_D^c(K)$  est convexe. On a  $\Pi_D^c(0) = 0$  et  $\Pi_D^c(\frac{q_H - c}{4q_H}) > 0$ , donc  $\Pi_D^c(K)$  est croissante sur l'intervalle  $[0, \frac{q_H - c}{4q_H}]$ , et le distributeur choisit dans ce cas la capacité  $K = \frac{q_H - c}{4q_H}$ .

◆ si  $(q_H - 2q_L) \leq 0$ ,  $\Pi_D^c(K)$  est concave et atteint son maximum pour  $\hat{K} = \frac{q_L - \gamma - \varepsilon}{2(2q_L - q_H)}$ . On a  $\hat{K} \leq \frac{q_H - c}{4q_H} \Leftrightarrow \{\varepsilon \leq q_L - \gamma \text{ ou } c \leq \frac{q_H}{4q_L - 2q_H}(4(\gamma + \varepsilon) - 2q_H)\}$ , et dans ce cas le distributeur choisit une capacité inférieure à  $\frac{q_H - c}{4q_H}$ . Dans le cas contraire, le distributeur choisit une capacité égale à  $\frac{q_H - c}{4q_H}$ .

Ainsi, dans tous les cas, le distributeur choisit une capacité inférieure ou égale à  $\frac{q_H - c}{4q_H}$ .

### Annexe 7. Stratégies optimales de référencement des distributeurs en concurrence

La méthode de détermination des candidats à l'équilibre symétrique du sous-jeu commençant à la troisième étape du jeu, à  $n$  et  $w$  fixés, est la même que dans le cas de la chaîne de monopoles. Chaque distributeur a le choix entre trois stratégies de référencement, consistant à référencer les deux biens, seulement la marque nationale, ou seulement la marque de distributeur. On cherche d'abord à déterminer sous



quelles conditions chaque distributeur a intérêt à commercialiser les deux biens. Le programme du distributeur  $i$ , qui commercialise la quantité  $y_i^H$  de bien de qualité haute et  $y_i^L$  de bien de qualité basse, sans être soumis à une contrainte de capacité, s'écrit :

$$\underset{y_i^H, y_i^L}{Max} (q_H(1 - \sum_{j=1}^n y_j^H) - q_L \sum_{j=1}^n y_j^L - w)y_i^H + y_i^L(1 - \sum_{j=1}^n (y_j^H + y_j^L) - \gamma)$$

A l'équilibre symétrique, sans contrainte de capacité, tous les distributeurs commercialisent la même quantité de bien de qualité haute ( $\forall i \in \{1, \dots, n\}, y_i^H = y^H$ ) et la même quantité de bien de qualité basse ( $\forall i \in \{1, \dots, n\}, y_i^L = y^L$ ). La solution du programme donne alors :

$$\begin{aligned} y^{H*} &= \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \\ y^{L*} &= \frac{wq_L - \gamma q_H}{(n+1)q_L(q_H - q_L)} \end{aligned}$$

Un distributeur distribue effectivement la marque nationale si et seulement si  $y^H \geq 0$ , soit  $w \leq q_H - q_L + \gamma$ .

Un distributeur distribue effectivement sa marque propre si et seulement si  $y^L \geq 0$ , soit  $w \geq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ .

Lorsqu'un distributeur peut commercialiser les deux biens, c'est-à-dire lorsque  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq q_H - q_L + \gamma$ , il bute sur sa contrainte de capacité si et seulement si  $y^{H*} + y^{L*} \geq K$ , soit :

$$K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}.$$

Dans ce cas, on résout le programme de maximisation du profit du distributeur sous la contrainte  $y^H + y^L = K$ , et on trouve les quantités optimales suivantes :

$$\text{- si } K \leq \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)}$$

$$\begin{cases} y^H = K \\ y^L = 0 \end{cases}$$

$$\text{- si } \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \leq K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$$

$$\begin{cases} y^H = \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \\ y^L = K - y^H \end{cases}$$

Enfin, on résout le programme de maximisation du profit d'un distributeur dans le cas où il n'a pas intérêt à distribuer sa marque propre (lorsque  $w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ ) et dans le cas où il a intérêt à ne commercialiser que sa marque propre ( $w \geq q_H - q_L + \gamma$ ). On trouve finalement que le seul candidat à l'équilibre symétrique du sous-jeu, en fonction de  $K$  et de  $w$ , est le suivant :

(i) si  $w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$ , chaque distributeur ne référence que la marque nationale.

Dans ce cas,

$$\text{- si } K \leq \frac{q_H - w}{(n+1)q_H}, \begin{cases} y^H = K \\ y^L = 0 \end{cases}$$

$$\text{- si } K \geq \frac{q_H - w}{(n+1)q_H}, \begin{cases} y^H = \frac{q_H - w}{q_H(n+1)} \\ y^L = 0 \end{cases}$$

(ii) si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ ,

- si  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{(n+1)(q_H - q_L)}$ , chaque distributeur ne référence que la marque nationale :

$$\begin{cases} y^H = K \\ y^L = 0 \end{cases}$$

- si  $\frac{q_H - q_L - w + \gamma}{(n+1)(q_H - q_L)} \leq K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$ , chaque distributeur référence les deux biens et est contraint par sa capacité :

$$\begin{cases} y^H = \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \\ y^L = K - y^H \end{cases}$$

- si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$ , chaque distributeur référence les deux biens sans contrainte de capacité :

$$\begin{cases} y^H = \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \\ y^L = \frac{wq_L - \gamma q_H}{(n+1)q_L(q_H - q_L)} \end{cases}$$

(iii) si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ , chaque distributeur ne référence que sa marque propre.

- si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$ , il est contraint par sa capacité :

$$\begin{cases} y^H = 0 \\ y^L = K \end{cases}$$

- si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$ , il n'est pas contraint par sa capacité :

$$\begin{cases} y^H = 0 \\ y^L = \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L} \end{cases}$$

Les stratégies optimales sont donc définies selon un découpage du plan  $(w, K)$  en sept zones. Il reste maintenant à vérifier que ces stratégies soutiennent effectivement des équilibres symétriques des sous-jeux de la troisième étape. On montre à cet effet que, dans chaque zone, chaque distributeur n'a pas intérêt à dévier unilatéralement de ces stratégies de référencement en offrant un assortiment différent des autres distributeurs. Dans chaque zone, deux comparaisons doivent donc être effectuées. Cette démarche étant répétitive, on ne présente ici qu'une vérification, dans l'une des zones du plan.

On se place par exemple dans la zone définie par les inégalité suivante :  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$ , et  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{(n+1)(q_H - q_L)}$ . On a vu que dans cette zone le seul candidat à l'équilibre symétrique est tel que tous les distributeurs ne commercialisent que la marque nationale, en quantité  $K$ . On va vérifier qu'aucun distributeur n'a intérêt à dévier de cette stratégie.

Supposons que le distributeur 1 dévie et commercialise également sa marque propre, en quantité  $y_1^L$ , et vende la quantité  $y_1^H$  de marque nationale. Chaque distributeur  $j$ ,  $j \in \{2, \dots, n\}$  offre la quantité  $K$  de marque nationale, et ne référence pas la marque de distributeur. La programme du distributeur 1 est alors :

$$\underset{y_1^H, y_1^L}{Max} y_1^H (q_H (1 - y_1^H - (n-1)K) - w - q_L y_1^L) + y_1^L (q_L (1 - y_1^H - y_1^L - (n-1)K) - \gamma)$$

$$\text{sous contrainte } y_1^H + y_1^L \leq K$$

Supposons que la contrainte n'est pas saturée, les conditions du premier ordre donnent alors les quantités optimales suivantes:

$$\begin{aligned} y_1^H &= \frac{\gamma - w}{2(q_H - q_L)} + \frac{1 - (n-1)K}{2} \\ y_1^L &= \frac{1}{2q_L} \frac{wq_L - \gamma q_H}{q_H - q_L} \end{aligned}$$

qui sont telles que  $y_1^H + y_1^L \geq K$ , ce qui contredit l'hypothèse que la contrainte n'est pas saturée. On doit donc résoudre le programme avec la contrainte saturée  $y_1^H + y_1^L = K$ , et on obtient alors les quantités optimales suivantes :

$$\begin{aligned} y_1^H &= K - y_1^L \\ y_1^L &= \frac{1}{2(q_H - q_L)} (w - \gamma + (1 + nK)(q_H - q_L)) \end{aligned}$$

et  $y_1^L \geq 0 \Leftrightarrow K \geq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{n(q_H - q_L)}$ , or on a supposé que  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{(n+1)(q_H - q_L)} \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{n(q_H - q_L)}$ . En outre, pour tout  $K$  vérifiant  $K \leq \frac{q_H - q_L - w + \gamma}{n(q_H - q_L)}$ , on a  $\Pi_1$  de degré 2 en  $y_1^L$ , et  $\left. \frac{\partial \Pi_1}{\partial y_1^L} \right|_{y_1^L=0} \leq 0$ , donc la stratégie optimale du distributeur 1 est d'offrir les quantités suivantes :

$$\begin{aligned} y_1^H &= K \\ y_1^L &= 0 \end{aligned}$$

On vérifie par la même méthode que le distributeur 1 n'a pas non plus intérêt, dans ce cadre, à offrir seulement sa marque propre. Donc, si tous les autres distributeurs ont pour stratégie de ne distribuer que la marque nationale en offrant chacun une quantité  $y_H = K$ , la meilleure réponse du distributeur 1 est d'adopter la même stratégie. On a montré que dans la zone étudiée, la stratégie définie soutient bien un équilibre de Nash symétrique du sous-jeu.

On vérifie de même que dans chaque zone, aucune déviation unilatérale n'est profitable, donc les stratégies définies plus haut soutiennent bien le seul équilibre de Nash symétrique du sous-jeu commençant à la troisième étape, en fonction de  $n$  et de  $w$ .

### Annexe 8. Prix de gros optimal dans le cas de la libre entrée des distributeurs

On peut récapituler l'expression du profit du producteur ainsi, chaque zone délimitant une stratégie de référencement des distributeurs :

◆ Pour  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$

$\Pi^P = nK(w - c)$  si  $w \leq \gamma + (q_H - q_L)(1 - (n+1)K)$  et les distributeurs commercialisent seulement la marque nationale, en butant sur leur contrainte de capacité.

$\Pi^P = n \left( \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \right) (w - c)$  si  $\gamma + (q_H - q_L)(1 - (n+1)K) \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$  et chaque distributeur distribue les deux biens, la contrainte de capacité portant sur la quantité de marque de distributeur vendue.

$\Pi^P = 0$  si  $w \geq \gamma + q_H - q_L$ , et chaque distributeur ne référence que la marque propre.

◆ Pour  $\frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L} \leq K$

$\Pi^P = nK(w - c)$  si  $w \leq q_H(1 - (n+1)K)$  et les distributeurs commercialisent seulement la marque nationale, en butant sur leur contrainte de capacité.

$\Pi^P = n \frac{q_H - w}{(n+1)q_H} (w - c)$  si  $q_H(1 - (n+1)K) \leq w \leq \gamma \frac{q_H}{q_L}$  et les distributeurs commercialisent seulement la marque nationale, sans buter sur leur contrainte de capacité.

$\Pi^P = n \left( \frac{q_H - q_L + \gamma - w}{(n+1)(q_H - q_L)} \right) (w - c)$  si  $\gamma \frac{q_H}{q_L} \leq w \leq \gamma + q_H - q_L$  et chaque distributeur distribue les deux biens, sans buter sur sa contrainte de capacité.

$\Pi^P = 0$  si  $\gamma + q_H - q_L \leq w$ , et seule la marque de distributeur est commercialisée.

La maximisation du profit du producteur permet de déterminer le prix de gros optimal  $w^*$  en fonction du nombre de distributeurs présents sur le marché aval. Sept zones du plan  $(c, K)$  doivent être distinguées en fonction des stratégies optimales de référencement des distributeurs. On retrouve exactement les conditions d'existence des zones détaillées dans l'annexe 3.

**Zone 0** :  $c \geq \gamma + q_H - q_L$

la marque nationale n'est pas distribuée, le producteur l'anticipe et ne produit pas.

◆ Si  $K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$  :

**Zone 1** :  $c \leq \gamma + q_H - q_L - 2(n+1)K(q_H - q_L) \rightarrow w^* = \gamma + (q_H - q_L)(1 - (n+1)K)$

Dans la zone 1, seule la marque nationale est distribuée à l'équilibre et la contrainte de capacité limite la quantité distribuée.

**Zone 2** :  $\gamma + q_H - q_L - 2(n+1)K(q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L \rightarrow w^* = \frac{q_H - q_L + \gamma + c}{2}$

Dans la zone 2, les deux marques sont référencées, et la contrainte de capacité limite la quantité totale distribuée.

◆ Si  $K \geq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}$  :

**Zone 3** :  $c \leq q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right)$  et  $K \leq \frac{q_H - c}{2(n+1)q_H} \rightarrow w^* = q_H(1 - (n+1)K)$

Dans la zone 3, seule la marque nationale est distribuée à l'équilibre et la contrainte de capacité limite la quantité distribuée. Cette zone n'existe que si  $q_L \leq 2\gamma$ .

$$\text{Zone 4 : } c \leq q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \text{ et } K \geq \frac{q_H - c}{2(n+1)q_H} \rightarrow w^* = \frac{q_H + c}{2}$$

Dans la zone 4, seule la marque nationale est distribuée, sans contrainte de capacité.

$$\text{Zone 5 : } q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \leq c \leq \frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \rightarrow w^* = \gamma \frac{q_H}{q_L}$$

Dans la zone 5, seule la marque nationale est distribuée, et le producteur adopte un prix de gros "limite" pour éviter l'entrée de la marque de distributeur sur le marché.

$$\text{Zone 6 : } \frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L \rightarrow w^* = \frac{q_H - q_L + \gamma + c}{2}$$

Dans la zone 6, les deux marques sont distribuées et la contrainte de capacité n'influence pas les quantités distribuées.

### Annexe 9 . Profits des firmes aux deux niveaux du marché

Les profits des firmes

à l'équilibre symétrique du sous-jeu partant de la deuxième étape, à  $n$  fixé, sont les suivants :

$$\text{Zone 0 : } c \geq \gamma + q_H - q_L$$

$$\Pi^P = 0$$

En outre,

$$\text{- si } K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}, \Pi^D = Kq_L(1 - nK) - K\gamma - f(K)$$

$$\text{- si } K \geq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L}, \Pi^D = \frac{1}{q_L} \left( \frac{q_L - \gamma}{n+1} \right)^2 - f(K)$$

la marque nationale n'est pas distribuée, le producteur l'anticipe et ne produit pas.

$$\blacklozenge \text{ Si } K \leq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L} :$$

$$\text{Zone 1 : } c \leq \gamma + q_H - q_L - 2(n+1)K(q_H - q_L)$$

$$\Pi^P = nK(\gamma - c + (q_H - q_L)(1 - (n+1)K))$$

$$\Pi^D = K(q_H K + q_L(1 - (n+1)K) - \gamma) - f(K)$$

Dans la zone 1, seule la marque nationale est distribuée à l'équilibre et la contrainte de capacité limite la quantité distribuée.

$$\text{Zone 2 : } \gamma + q_H - q_L - 2(n+1)K(q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$$

Dans la zone 2, les deux marques sont référencées, et la contrainte de capacité limite la quantité totale distribuée.

$$\Pi^P = \frac{n}{(n+1)(q_H - q_L)} \left( \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{2} \right)^2$$

$$\Pi^D = \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{4(n+1)^2(q_H - q_L)} + K(q_L(1 - nK) - \gamma) - f(K)$$

$$\blacklozenge \text{ Si } K \geq \frac{q_L - \gamma}{(n+1)q_L} :$$

$$\text{Zone 3 : } c \leq q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \text{ et } K \leq \frac{q_H - c}{2(n+1)q_H} \rightarrow w^* = q_H(1 - (n+1)K)$$

$$\Pi^P = nK[q_H(1 - (n+1)K) - c]$$

$$\Pi^D = K^2 q_H - f(K)$$

Dans la zone 3, seule la marque nationale est distribuée à l'équilibre et la contrainte de capacité limite la quantité distribuée.

$$\text{Zone 4 : } c \leq q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \text{ et } K \geq \frac{q_H - c}{2(n+1)q_H} \rightarrow w^* = \frac{q_H + c}{2}$$

Dans la zone 4, seule la marque nationale est distribuée, sans contrainte de capacité.

$$\begin{aligned} \Pi^P &= \frac{n}{(n+1)q_H} \left( \frac{q_H - c}{2} \right)^2 \\ \Pi^D &= \frac{(q_H - c)^2}{4q_H(n+1)^2} - f(K) \end{aligned}$$

$$\text{Zone 5 : } q_H \left( \frac{2\gamma - q_L}{q_L} \right) \leq c \leq \frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \rightarrow w^* = \gamma \frac{q_H}{q_L}$$

$$\begin{aligned} \Pi^P &= \frac{n}{n+1} \left( \frac{q_L - \gamma}{q_L} \right) \left( \frac{\gamma q_H - c q_L}{q_L} \right) \\ \Pi^D &= \frac{q_H (q_L - \gamma)^2}{[(n+1)q_L]^2} - f(K) \end{aligned}$$

Dans la zone 5, seule la marque nationale est distribuée, et le producteur adopte un prix de gros "limite" pour éviter l'entrée de la marque de distributeur sur le marché.

$$\text{Zone 6 : } \frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L \rightarrow w^* = \frac{q_H - q_L + \gamma + c}{2}$$

$$\begin{aligned} \Pi^P &= \frac{n}{(n+1)(q_H - q_L)} \left( \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{2} \right)^2 \\ \Pi^D &= \frac{1}{(n+1)^2} \left( \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{4(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{q_L} \right) - f(K) \end{aligned}$$

Dans la zone 6, les deux marques sont distribuées et la contrainte de capacité n'influence pas les quantités distribuées.

#### Annexe 10 . Détermination de l'équilibre de libre entrée.

On détermine le nombre de distributeurs entrant sur le marché à la deuxième étape du jeu, dans les zones du plan  $(c, K)$  définies précédemment, qui vérifient la condition suivante :

$$\frac{\gamma}{q_L} (2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$$

On se restreint donc aux zones 1, 2 et 6. Dans chaque zone, l'équilibre de libre entrée est tel que la dernière entreprise qui entre sur le marché fait un profit nul. Pour simplifier, on suppose que le nombre de firmes présentes sur le marché est réel. On suppose également que  $f(K) = K$ , et on suppose  $K > 0$ .

◆ Dans la **zone 1**, la condition de nullité du profit de chaque distributeur implique :

$$n^* = \frac{K(K(q_H - q_L) + q_L - \gamma) - K}{q_L K^2}$$

Tout d'abord, on définit à quelle condition ce nombre de firmes est strictement positif :  $n^* \geq 0 \Leftrightarrow K \geq \frac{1 + \gamma - q_L}{q_H - q_L} = K_0$ . Donc lorsque  $K \leq K_0$ , aucun distributeur n'entre sur le marché à la première étape du jeu.

Ensuite, on vérifie que le nombre de firmes défini ainsi respecte bien les conditions d'existence de la zone 1. Dans cette zone, la condition<sup>20</sup> suivante doit être vérifiée :

$$n + 1 \leq \frac{\gamma + q_H - q_L - c}{2K(q_H - q_L)}$$

<sup>20</sup>Cette condition suffit par ailleurs pour que le profit du producteur soit positif.

Soit, en tenant compte de l'expression de  $n^*$  :

$$\frac{Kq_H + q_L - \gamma - 1}{q_L K} \leq \frac{\gamma + q_H - q_L - c}{2K(q_H - q_L)}$$

$$\Leftrightarrow K \leq K_1(c)$$

avec

$$K_1(c) = \frac{q_L(q_H - q_L + \gamma - c) - 2(q_H - q_L)(q_L - \gamma - 1)}{2q_H(q_H - q_L)}$$

On voit immédiatement que  $K_1(c)$  est décroissant en  $c$ .

Il reste à déterminer à quelle condition  $K_1 \geq 0$

$$K_1(c) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2q_H(1 + \gamma) + q_L(-2 - c - \gamma - q_H + q_L) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow c \leq c_0$$

avec

$$c_0 = \frac{2q_H}{q_L}(1 + \gamma) + q_L - q_H - 2 - \gamma$$

On montre facilement que  $c_0 \geq \frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L)$ . En outre,  $c_0 \leq \gamma + q_H - q_L \Leftrightarrow 1 + \gamma \leq q_L$ . La frontière  $K_1(c)$  peut donc couper l'axe des abscisses avant la borne droite de la zone étudiée, selon les valeurs de  $\gamma$ . Un graphique récapitulatif à la fin de l'annexe illustre les différents cas possibles.

De même, on montre que

$$K_1(c) \geq K_0$$

$$\Leftrightarrow c \leq q_H + q_L - \gamma - 2$$

On a :  $q_H + q_L - \gamma - 2 \leq \gamma + q_H - q_L \Leftrightarrow q_L \leq 1 + \gamma$

et :  $q_H + q_L - \gamma - 2 \geq \frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \Leftrightarrow q_L \frac{q_H - q_L}{q_H} \geq q_L$ .

En conclusion, lorsque  $K \leq K_1(c)$ , le jeu admet un équilibre sous-jeu parfait, tel que le nombre de distributeurs qui entrent à la première étape est  $\text{Max}\{0, E(n^*)\}$ . Chaque distributeur entré à la première étape choisit de ne distribuer que la marque nationale, et est contraint par sa capacité : on retrouve ensuite les équilibres du sous-jeu déterminés précédemment, dans la zone 1.

On remarque que, si  $q_L \geq 1 + \gamma$ ,  $n^*(K)$  est décroissant en  $K$  et  $n^* \xrightarrow{K \rightarrow 0} +\infty$  : plus la capacité de chaque distributeur est faible, plus le nombre de distributeurs pouvant entrer sur le marché est grand, ce qui est logique. En revanche, si  $q_L \leq 1 + \gamma$ ,  $n^*(K)$  prend la valeur 0 pour  $K \in [0, K_0]$ , puis est croissant en  $K$  : dans ce cas, si le nombre  $n$  de firmes en aval est fixé, le profit de chaque distributeur est décroissant en  $K$  au voisinage de  $K = 0$ , donc plus  $K$  est élevé, moins l'activité de distribution est profitable, et moins le nombre de distributeurs pouvant entrer sur le marché est élevé. C'est dû au fait que les coûts fixes d'installation sont proportionnels à  $K$ , et que pour de petites valeurs de  $K$ , leur effet direct négatif sur le profit l'emporte sur l'effet direct positif de la capacité.

◆ Dans la **zone 2**, la nullité du profit d'un distributeur à l'équilibre de libre entrée détermine  $n$  implicitement, après le changement de variable  $N = n + 1$  :

$$(q_H - q_L + \gamma - c)^2 + 4(N)^2(q_H - q_L)K(q_L(1 - (N - 1)K) - \gamma - 1) = \Phi(N) = 0 \quad (1)$$

On montre facilement que la fonction  $\Phi(N)$ , de degré 3 en  $N$ , admet une racine réelle  $N^*$  et deux complexes. Donc l'équation 1 définit bien le nombre  $n^* = N^* - 1$  d'entrants à l'équilibre. En outre,  $n^* \geq 0 \Leftrightarrow \Phi(1) \geq 0 \Leftrightarrow K \geq K_0$ . Donc lorsque  $K \leq K_0$ , aucun distributeur n'entre sur le marché à la première étape du jeu.

Il reste à déterminer dans quelle zone de l'espace des paramètres la valeur de  $n^*$  ainsi définie respecte bien la définition de la zone 2. On cherche donc à quelles conditions les deux contraintes suivantes sont remplies :

$$K \leq \frac{q_L - \gamma}{N^* q_L} \quad (2)$$

$$q_H - q_L + \gamma - c \leq 2N^* K(q_H - q_L) \quad (3)$$

Soient  $a = \frac{q_L - \gamma}{K q_L}$  et  $b = \frac{q_H - q_L + \gamma - c}{2K(q_H - q_L)}$ . L'hypothèse  $\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c$  implique que  $b \leq a$ . En outre, on a :  $2 \Leftrightarrow N^* \leq a$ , et  $3 \Leftrightarrow N^* \geq b$ .

Pour que les conditions souhaitées soient vérifiées, il suffit donc de montrer que  $\Phi(a)\Phi(b) \leq 0$ . On fixe les valeurs de  $c$  et  $\gamma$ , et on montre facilement que  $\Phi(a)\Phi(b)$  est un polynôme de degré 2 en  $K$ ,  $\Psi(K)$ , convexe en  $K$ , et qui admet deux racines,  $K_1(c)$  et  $K_2(c)$ . On a :

$$K_2(c) = \frac{4(\gamma - q_L)^2(q_H - q_L)}{q_L((c - \gamma)^2 q_L + (q_H - q_L)(4\gamma^2 - 2c q_L - 6\gamma q_L + q_H q_L + 3q_L^2))}$$

On montre que  $K_2(c) \geq 0$  sur la zone de l'espace des paramètres que l'on étudie. En outre,  $K_2(c)$  est croissante en  $c$  sur  $[\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L), \gamma + q_H - q_L]$  et admet un maximum en  $c = \gamma + q_H - q_L$ . Enfin, en  $c = \frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L)$ , on a  $K_1(c) = K_2(c) = \frac{1}{q_H} \geq K_0$ . Or on a vu que  $K_1(c)$  était décroissant en  $c$  sur l'intervalle considéré, donc on a toujours sur cet intervalle  $K_1(c) \leq K_2(c)$ . En outre, on a toujours  $K_0 \leq K_2(c)$ , donc dans la zone 2 on a toujours  $n^* \geq 0$ .

En conclusion, lorsque  $K_1(c) \leq K \leq K_2(c)$ , le jeu admet un équilibre sous-jeu parfait, tel que le nombre de distributeurs qui entrent à la première étape est  $Max\{0, E(n^*)\}$ . où  $n^*$  est défini par l'équation 1. Chaque distributeur entré à la première étape choisit de distribuer les deux marques, et la contrainte de capacité limite seulement la quantité de marque de distributeur commercialisée : on retrouve ainsi les équilibres du sous-jeu déterminés précédemment, dans la zone 2.

◆ Dans la **zone 6**, la nullité du profit à l'équilibre de libre entrée détermine le nombre  $n$  de distributeurs qui entrent à l'équilibre :

$$(n + 1)^2 = \frac{1}{K} \left( \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{4(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{q_L} \right) \quad (4)$$

Ce nombre est toujours positif. On cherche à quelles conditions le nombre de firmes défini ainsi respecte bien les conditions d'existence de la zone 2. La condition nécessaire et suffisante d'existence de la zone 2 est la suivante :

$$\begin{aligned} n + 1 &\geq \frac{1}{K} \left( \frac{q_L - \gamma}{q_L} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{(q_H - q_L + \gamma - c)^2}{4(q_H - q_L)} + \frac{(q_L - \gamma)^2}{q_L} &\geq \frac{(q_L - \gamma)^2}{K q_L^2} \end{aligned} \quad (5)$$

On montre que  $5 \Leftrightarrow K \geq K_2(c)$ .

En conclusion, lorsque  $K \geq K_2(c)$ , le jeu admet un équilibre en sous-jeu parfait, tel que le nombre de distributeurs qui entrent à la première étape est  $Max\{0, E(n^*)\}$ . où  $n^*$  est défini par l'équation 4. Chaque distributeur entré à la première étape choisit de distribuer les deux marques, sans contrainte de capacité : on retrouve ainsi les équilibres du sous-jeu déterminés précédemment, dans la zone 6.

## Annexe 11 . Profit du producteur à l'équilibre de libre-entrée

Dans la zone  $\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L) \leq c \leq \gamma + q_H - q_L$ , le profit du producteur est défini par :

- pour  $K \in ]Max\{0, K_0\}, K_1(c)]$  :

$$\Pi^P = \Psi(K) = \frac{(K(q_H - q_L) + q_L - 1 - \gamma)(-K q_H^2 - (1 + c)q_L + q_H(1 + K q_L + \gamma))}{q_L^2}$$

- pour  $K \leq \text{Max}\{0, K_0\}$ ,  $\Pi^P(K) = \begin{cases} 0 \\ \lim_{K \rightarrow 0} \Psi(K) \end{cases}$  si  $\begin{cases} K_0 > 0, \text{ soit } q_L < 1 + \gamma \\ K_0 \leq 0, \text{ soit } q_L \geq 1 + \gamma \end{cases}$   
- pour  $K \geq K_1(c)$  :  $\Pi^P = \Psi(K_1)$

$\Psi(K)$ , de degré 2 en  $K$ , admet un maximum en  $K = \widehat{K} = \frac{-(1+c)q_L + q_H(2+2\gamma - q_L)}{2q_H(q_H - q_L)}$ , et ce maximum est toujours positif :  $\Psi(\widehat{K}) = \frac{1}{q_H} \left( \frac{q_L(q_H - 1 - c)}{2} \right)^2$ .

Le profit du producteur admet donc un maximum en  $K$  sur l'intervalle  $[\text{Max}\{0, K_0(\gamma)\}, K_1(c)]$  si et seulement si  $0 \leq \widehat{K} \leq K_1(c)$ , soit :

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{-(1+c)q_L + q_H(2+2\gamma - q_L)}{2q_H(q_H - q_L)} \leq \frac{q_L(q_H - q_L + \gamma - c) - 2(q_H - q_L)(q_L - \gamma - 1)}{2q_H(q_H - q_L)} \\ &\Leftrightarrow \frac{q_L(1+c+q_H)}{2q_H} \leq 1 + \gamma \leq q_L. \end{aligned}$$

Pour récapituler :

- si  $q_L \leq 1 + \gamma$ , le profit du producteur est croissant en  $K$ , puis constant à partir de  $K = K_1$ ,
- si  $1 + \gamma \leq q_L \leq \frac{2q_H(1+\gamma)}{1+c+q_H}$ , le profit du producteur admet un maximum en  $\widehat{K}$  dans l'intervalle  $[0, K_1]$ ,
- si  $q_L \geq \frac{2q_H(1+\gamma)}{1+c+q_H}$ , alors  $\widehat{K} \leq 0$  et le profit du producteur est décroissant en  $K$  sur  $]0, K_1]$  et admet une limite finie positive lorsque  $K$  tend vers 0. En effet, dans cette zone, deux effets s'opposent : lorsque  $K$  diminue, le profit réalisé par le producteur avec chaque distributeur tend vers 0, mais le nombre  $n^*$  de distributeurs tend vers l'infini, et la limite du profit  $\Pi^P(K)$  lorsque  $K$  tend vers 0 est finie et positive :

$$\lim_{K \rightarrow 0} \Psi(K) = \frac{(q_L - 1 - \gamma)}{q_L^2} (q_H(1 + \gamma) - q_L(1 + c)).$$

On vérifie facilement que cette expression est positive pour tout  $c \in [\frac{\gamma}{q_L}(2q_H - q_L) - (q_H - q_L), \widehat{c}]$ , où  $\widehat{c}$  est tel que  $K_1(\widehat{c}) = 0$ .