Buletin Ilmiah Math. Stat dan Terapannya (Bimaster)
Volume 11, No.3 (2022), hal 393-402

CADANGAN PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY* UNTUK TINGKAT SUKU BUNGA *VASICEK*

Rina, Neva Satyahadewi, Hendra Perdana

INTISARI

Cadangan premi adalah besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam masa pertanggungan. Metode perhitungan cadangan premi yang mengikutsertakan biaya operasional atau menggunakan premi kotor (bruto) adalah metode Premium Sufficiency. Pada penelitian ini dicari formula perhitungan cadangan premi asuransi jiwa dwiguna dengan metode Premium Sufficiency menggunakan tingkat suku bunga Vasicek. Pada dasarnya ketika seseorang mendaftar sebagai peserta asuransi, tidaklah terdaftar pada usia genap per tahun, sehingga pada penelitian ini menggunakan usia pecahan dalam penerapannya. Pada proses perhitungan cadangan premi, metode Premium Sufficiency menyertakan biaya penutupan polis baru dan biaya pemeliharaan premi setelah masa asuransi. Studi kasus yang digunakan yaitu seorang peserta asuransi laki-laki yang berusia 25 tahun 5 bulan dengan masa pertanggungan 5 tahun. Besar santunan yang akan diterima tertanggung adalah Rp30.000.000,-. Tahapan penelitian ini terlebih dahulu mencari nilai tunai anuitas, menentukan nilai premi, sehingga didapatlah nilai cadangan premi asuransi jiwa dwiguna. Berdasarkan studi kasus yang digunakan, nilai cadangan premi yang dihasilkan pada tahun pertama adalah sebesar Rp4.911.076,-. Adapun nilai cadangan premi yang dihasilkan pada bulan pertama Rp0,- dan pada bulan kedua sebesar Rp206.268,-. Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai perhitungan cadangan premi menggunakan metode Premium Sufficiency untuk usia pecahan terus mengalami kenaikan setiap periodenya.

Kata Kunci: *Premium Sufficiency, Vasicek, Usia Pecahan*

PENDAHULUAN

Asuransi jiwa adalah perjanjian asuransi yang memberikan jasa dalam pertanggungan yang dikaitkan dengan hidup atau meninggalnya seseorang [1]. Salah satu produk asuransi jiwa adalah asuransi jiwa dwiguna, yang merupakan kombinasi dari asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka. Asuransi jiwa dwiguna merupakan produk asuransi jiwa yang memberikan dua manfaat, yaitu proteksi jiwa selama jangka waktu yang ditentukan atau pembayaran diberikan apabila pemegang polis hidup.

Pada dunia asuransi jiwa, besarnya jumlah santunan tergantung pada nilai premi, yaitu sejumlah uang yang harus dibayar oleh tertanggung kepada perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi dalam menghindari kerugian terutama ditahun-tahun awal, maka metode cadangan prospektif maupun retrospektif perlu dikembangkan dengan menyertakan biaya-biaya operasional perusahaan dalam perhitungannya. Besarnya biaya tambahan merupakan rahasia perusahaan, premi yang perhitungannya ditambahkan dengan biaya inilah yang disebut premi kotor (*bruto*). Premi kotor jumlahnya lebih besar dari premi bersih, selisih antara premi kotor dan premi bersih disebut sebagai *loading* (biaya). *Loading* yang diterima perusahaan asuransi jiwa digunakan untuk biaya pemeliharaan administrasi pemegang polis, juga merupakan sumber pendapatan bunga yang digunakan untuk keperluan cadangan [2].

Pembayaran premi dan tunai manfaat adalah pembayaran jangka panjang sehingga tingkat suku bunga yang digunakan akan mengalami perubahan karena berbagai faktor. Faktor-faktor yang mempengaruhi perubahan tingkat suku bunga diantaranya inflasi, dan pertumbuhan ekonomi [3]. Oleh karena itu, diperlukan tingkat suku bunga yang bersifat fluktuatif dalam penentuan nilai premi.

Model tingkat suku bunga yang berfluktuatif diantaranya adalah model tingkat suku bunga *Vasicek*, yaitu model yang memprediksi pergerakan tingkat suku bunga untuk waktu berikutnya dengan melihat pergerakan tingkat suku bunga sebelumnya [4]. Model tingkat suku bunga *Vasicek* berubah-ubah sepanjang waktu. Namun, perubahan tingkat suku bunga tersebut akan selalu bergerak menuju titik keseimbangan, fenomena ini disebut sebagai *mean reverting*.

Apabila tertanggung telah membayarkan premi kepada perusahaan, maka selanjutnya perusahaan asuransi berkewajiban menyiapkan cadangan premi untuk memenuhi uang pertanggungan atau santunan. Cadangan premi adalah besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam masa pertanggungan. Nilai cadangan premi diperoleh dari selisih nilai tunai premi dan nilai uang pertanggungan [2].

Pada dasarnya ketika seseorang mendaftar sebagai peserta asuransi, biasanya tidak mendaftar pada usia genap per tahun. Namun, bisa jadi tertanggung terdaftar ketika usia dalam tahun lebih beberapa bulan. Usia ini disebut sebagai usia pecahan yang dalam penelitian ini menggunakan asumsi *Uniform Distribution of Death* (UDD). Berdasarkan uraian sebelumnya, penelitian ini mengkaji perhitungan cadangan premi pada asuransi jiwa dwiguna dengan metode prosektif *Premium Sufficiency*, yaitu metode perhitungan cadangan premi asuransi berdasarkan asumsi premi kotor yang memperhitungkan biaya usaha, seperti biaya penutupan polis baru, biaya pengumpulan premi, dan biaya pemeliharaan [5].

ASURANSI JIWA DWIGUNA

Nilai aktuaria sekarang untuk asuransi jiwa berjangka adalah [2]:

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{t+1}\, {}_t p_x \; q_{x+t} \tag{1}$$

dengan:

$A^{1}_{x:\overline{n}|}$: nilai sekarang aktuaria asuransi jiwa berjangka n tahun.

v^{k+1} : Faktor diskonto periode $(k+1)$.

${}_k p_x$: peluang seseorang yang sekarang berusia x tahun akan hidup sampai $x+k$ tahun.

q_{x+k} : peluang seseorang yang sekarang berusia $(x+k)$ tahun akan meninggal satu tahun kemudian.

Nilai sekarang aktuaria *(actuarial present value)* untuk asuransi ini dengan menggunakan *equivalence premium principle* diberikan oleh [2]:

$$A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = \left(v^{n}\right) {}_n p_x \tag{2}$$

dengan:

$A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1}$: nilai sekarang aktuaria asuransi jiwa dwiguna murni n tahun.

v^n : faktor diskonto n tahun.

${}_n p_x$: peluang seseorang yang sekarang berusia x tahun akan hidup sampai $x+n$ tahun.

Berdasarkan Persamaan (1) dan (2), diperoleh nilai sekarang aktuaria untuk asuransi jiwa dwiguna sebagai berikut [2]:

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|} &= A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} \\ &= \left(\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\, {}_t p_x \; q_{x+t} \right) + v^{n}\, {}_n p_x \end{aligned} \tag{3}$$

Persamaan (3) dapat digeneralisasikan untuk merumuskan nilai sekarang aktuaria asuransi jiwa dwiguna pada pemegang polis berusia x tahun y bulan menjadi:

$$
\begin{aligned}
A_{x+y:\overline{n}|} &= A^{1}_{x+y:\overline{n}|} + A_{x+y:\overline{n}|}^{\;\;\;\;1} \\
&= \left(\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\, {}_t p_{x+y}\; q_{(x+y)+t} \right) + v^n\, {}_n p_{x+y} \\
&= \left(\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \frac{1-(y+t)q_x}{1-yq_x} q_{(x+y)+t} \right) + v^n \frac{1-(y+n)q_x}{1-yq_x} \\
&= \frac{1}{1-yq_x} \left(v^n (1-\left(y+n\right)q_x) + \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left(1-\left(y+t\right)q_x\right) q_{(x+y)+t} \right)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Berdasarkan Persamaan (4) dapat dinyatakan bahwa semakin kecil nilai tingkat suku bunga dan semakin tua usia seseorang, maka nilai asuransi jiwa dwiguna dengan usia pecahan akan semakin besar.

TINGKAT SUKU BUNGA *VASICEK*

Model tingkat suku bunga *Vasicek* berbentuk persamaan diferensial dengan bentuk umum [6]:

$$dr(f) = \alpha\left(\beta - r(f)\right)df + \theta dW(f),\; r(0) = r_0 \tag{5}$$

dengan:

$r(f)$	:	model tingkat suku bunga *Vasicek* pada saat ke- f
α	:	kecepatan menuju titik keseimbangan.
β	:	titik keseimbangan *(equilibrium)*.
$W(f)$	:	proses *Wiener*.
f	:	satuan waktu untuk tingkat suku bunga *Vasicek*.
θ	:	pergerakan fluktuatif dari model tingkat suku bunga *Vasicek*.

Berdasarkan Persamaan (5) dapat dicari solusi model tingkat suku bunga *Vasicek* yaitu $r(f)$, dengan mengalikan kedua ruas dengan $e^{f\alpha}$, diperoleh:

$$r(f) = r_0 e^{-\alpha f} + \beta\left(1-e^{-\alpha f}\right) + \theta\int_0^f e^{\alpha(h-f)} dW(h) \tag{6}$$

sehingga dari Persamaan (5) dan (6) diperoleh ekspektasi model tingkat suku bunga *Vasicek,* yaitu:

$$E\left[r(f)\right] = r_0 e^{-\alpha f} + \beta\left(1-e^{-\alpha f}\right) \tag{7}$$

Model tingkat suku bunga *Vasicek* mempengaruhi besarnya anuitas yang dibayarkan pada nilai faktor diskonnya. Faktor diskon untuk model tingkat suku bunga *Vasicek* dinyatakan dengan:

$$v^{t+1} = \prod_{f=1}^{t+1} \frac{1}{1+E\left(r(f)\right)} \tag{8}$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan Persamaan (7) ke Persamaan (8), diperoleh faktor diskon saat tahun ke- f untuk model tingkat suku bunga *Vasicek* sebagai berikut:

$$v^t = \prod_{f=1}^{t} \frac{1}{1+r_0 e^{-\alpha f} + \beta\left(1-e^{-\alpha f}\right)} \tag{9}$$

dengan menggunakan estimasi maksimum *likelihood* diperoleh nilai estimasi untuk parameter β dan α pada Persamaan (9) sebagai berikut:

$$\beta=\frac{r_y r_{xx}-r_x r_{xy}}{n\left(r_{xx}-r_{xy}\right)-\left(r_x^2-r_x r_y\right)} \tag{10}$$

dan

$$\alpha=-\frac{1}{\Delta f}\ln\frac{r_{xy}-\beta r_x-\beta r_y+n\beta^2}{r_{xx}-2\beta r_x+n\beta^2} \tag{11}$$

dengan:

n	:	banyak tahun perubahan tingkat suku bunga yang diamati.
r_x	:	jumlah tingkat suku bunga hingga tahun ke-$(n-1)$.
r_y	:	jumlah tingkat suku bunga hingga tahun ke-n .
r_{xx}	:	jumlah kuadratik tingkat suku bunga hingga tahun ke-$(n-1)$.
r_{xy}	:	jumlah tingkat suku bunga ke-n dikalikan dengan tingkat suku bunga ke-$(n-1)$.

ANUITAS JIWA

Anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan setiap selang waktu dan lama tertentu secara berkelanjutan. Untuk memperoleh nilai peluang hidup dan peluang meninggal untuk usia pecahan x tahun y bulan, pada penelitian ini perhitungannya menggunakan asumsi *UDD*. Asumsi *UDD* menyatakan bahwa $S(x+y)$ merupakan fungsi survival dari peserta asuransi yang berusia x tahun y bulan, linear pada interval $(x, x+1)$ untuk $0\le y<1$ dan dinyatakan dalam bentuk [7]:

$$S(x+y)=(1-y)S(x)+yS(x+1) \tag{12}$$

Akibatnya, dari Persamaan (12) diperoleh hubungan [7]:

$$l_{(x+y)}=l_x-y\,d_x \tag{13}$$

dengan $l_{(x+y)}$ menyatakan jumlah orang yang masih hidup hingga usia x tahun y bulan, l_x menyatakan jumlah orang yang masih hidup hingga usia x tahun dan $0\le y<1$.

Berdasarkan Persamaan (13) peluang seseorang yang berusia x tahun y bulan akan hidup hingga t tahun yang akan datang menjadi [7]:

$${}_t p_{(x+y)}=\frac{1-(y+t)q_x}{1-yq_x} \tag{14}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka adalah anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan setiap awal periode secara berkala selama jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [5]:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=\sum_{t=0}^{n-1}v^t\,{}_t p_x \tag{15}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk seseorang yang berusia x tahun y bulan, dengan menggunakan asumsi *UDD* dan Persamaan (13) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{(x+y):\overline{n}|} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_t p_{(x+y)} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \frac{1-(y+t)q_x}{1-yq_x} \\ &= \frac{1}{1-yq_x} \sum_{t=0}^{n-1} v^t \left(1-(y+t)q_x\right) \end{aligned} \tag{16}$$

dengan:

x	:	Seorang yang berusia *x* tahun.
$x+y$	:	Seorang yang berusia *x* tahun *y* bulan.
t	:	Satuan waktu.
$S(x+y)$	:	Fungsi survival dari seseorang yang berusia *x* tahun *y* bulan.
$l_{(x+y)}$	:	Banyaknya orang yang hidup pada usia *x* tahun *y* bulan.
d_x	:	Banyaknya orang yang meninggal pada usia *x* tahun *y* bulan.
${}_t p_{(x+y)}$	:	Probabilitas seseorang yang sekarang berusia *x* tahun *y* bulan akan hidup sampai $(x+y)+t$ tahun.

Berdasarkan Persamaan (16) dapat dinyatakan bahwa semakin kecil nilai tingkat suku bunga dan semakin tua usia seseorang, maka nilai anuitas awal berjangka dengan usia pecahan akan semakin besar.

PREMI

Premi adalah sejumlah uang yang harus dibayarkan setiap periode oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi sesuai dengan nominal yang telah ditetapkan. Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni dengan uang pertanggungan dibayarkan segera sebesar 1 satuan pembayaran [8], dinyatakan dengan:

$$A_{x:\overline{n}|} = A^{1}_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1}, \tag{17}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = v^n \, {}_n p_x + \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \, {}_{t|} q_x. \tag{18}$$

Berdasarkan Persamaan (17) dan (18), premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk seseorang yang berusia x tahun y bulan dapat dinyatakan dengan:

$$A_{(x+y):\overline{n}|} = \frac{1}{1-yq_x}\left(v^n \left(1-(y+n)q_x\right) + q_x \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \right) \tag{19}$$

Premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna merupakan premi yang dibayarkan setiap tahunnya selama jangka waktu pertanggungan. Dalam artikel ini digunakan asuransi jiwa dwiguna, dinotasikan dengan ${}_m P_{x:\overline{n}|}$, m menyatakan lamanya masa pembayaran premi $(m<n)$. Jika uang pertanggungan dibayarkan segera sebesar 1 satuan pembayaran maka premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dinyatakan dengan [2]:

$${}_m P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}} \tag{20}$$

Berdasarkan asumsi *UDD*, premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk seseorang yang berusia x tahun y bulan dinyatakan sebagai berikut:

$$
{}_{m}P_{(x+y):\overline{n}|} = \frac{\dfrac{1}{1-yq_x}\left(\left(1-\left(y+n\right)q_x\right)v^n + q_x\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}}\right)}{\dfrac{1}{1-yq_x}\sum_{t=0}^{m-1} v^t\left(1-\left(y+k\right)q_x\right)} \qquad (21)
$$

Berdasarkan Persamaan (21) dapat dinyatakan bahwa semakin besar nilai premi tunggal asuransi dan semakin kecil nilai anuitas jiwa, maka nilai premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan usia pecahan akan semakin besar.

CADANGAN PROSPEKTIF DENGAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Pada metode *Premium Sufficiency*, dalam menentukan cadangan premi asuransi jiwa dwiguna dengan dilakukan dengan modifikasi dimana perhitungan nilai sekarang pembayaran waktu yang akan datang ditambah dengan biaya operasional. Adapun biaya operasional tersebut terdiri dari biaya penutupan polis baru (a'), biaya komisi agen setiap pengumpulan premi (λ), biaya pemeliharaan premi selama masa pembayaran (γ), dan biaya pemeliharaan premi setelah masa pembayaran sampai habis masa pertanggungan (γ'). Pada metode *Premium Sufficiency*, perhitungan cadangan premi diperoleh dari selisih antara nilai sekarang dari pengeluaran pada waktu yang akan datang dengan nilai sekarang dari pendapatan pada waktu yang akan datang.

Terlebih dahulu dibahas mengenai nilai sekarang dari semua pengeluaran di waktu yang akan datang dengan metode *Premium Sufficiency* pada asuransi jiwa dwiguna untuk pemegang polis berusia x tahun, masa pembayaran m tahun setelah berjalan k tahun dengan $k<m$ dirumuskan sebagai [5]:

$$
A_{x+k:\overline{n-k}|} = A_{x+k:\overline{n-k}|} + \lambda\, {}_{m}P^{*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|} + \gamma\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|} + \gamma'\left(\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} - \ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|}\right) \qquad (22)
$$

Selanjutnya dibahas nilai sekarang total pendapatan di waktu yang akan datang dengan metode *Premium Sufficiency* pada asuransi jiwa dwiguna untuk pemegang polis berusia x tahun, jangka waktu n tahun, masa pembayaran premi m tahun setelah berjalan k tahun sebagai berikut [5]:

$$
P_x^{(a')} = {}_{m}P^{*}_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|} \qquad (23)
$$

Sehingga didapat persamaan nilai cadangan premi dengan metode *Premium Sufficiency* pada asuransi jiwa dwiguna sebagai berikut [5]:

$$
{}_{k}^{m}V^{(ps)}_{x:\overline{n}|} = A_{x+k:\overline{n-k}|} - \left({}_{m}P_{x:\overline{n}|} + \frac{a'}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\right)\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|} + \gamma'\left(\ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} - \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}\ddot{a}_{x+k:\overline{m-k}|}\right) \qquad (24)
$$

Dari Persamaan (24) dapat digeneralisasikan untuk pemegang polis berusia x tahun y bulan. Berikut adalah nilai cadangan premi metode *Premium Sufficiency* pada asuransi jiwa dwiguna pada pemegang polis berusia $(x+y)$ dengan x dalam tahun dan y dalam bulan $(0\le y<1)$, dengan jangka waktu n tahun dan masa pembayaran premi m tahun diperoleh:

$$
\begin{aligned}
{}_{k}^{m}V^{(ps)}_{(x+y):\overline{n}|} = {} & A_{(x+y)+k:\overline{n-k}|} - \left({}_{m}P_{(x+y):\overline{n}|} + \frac{a'}{\ddot{a}_{(x+y):\overline{m}|}}\right)\ddot{a}_{(x+y)+k:\overline{m-k}|} \\
& + \gamma'\left(\ddot{a}_{(x+y)+k:\overline{n-k}|} - \frac{\ddot{a}_{(x+y):\overline{n}|}}{\ddot{a}_{(x+y):\overline{m}|}}\ddot{a}_{(x+y)+k:\overline{m-k}|}\right)
\end{aligned} \qquad (25)
$$

dengan:

$_{k}^{m}V_{(x+y):\overline{n}|}^{(ps)}$: Cadangan *premium sufficiency* pada tahun ke-*k*, untuk asuransi jiwa dwiguna dimana tertanggung berusia x tahun y bulan, masa pertanggungan asuransi *n* tahun dan pembayaran premi selama *m* tahun.

$A_{(x+y)+k:\overline{n-k}|}$: nilai sekarang aktuaria untuk asuransi jiwa berjangka n tahun setelah berjalan k tahun.

$_{m}P_{(x+y):\overline{n}|}$: premi *netto* asuransi jiwa dwiguna untuk seorang yang berusia x tahun y bulan.

$\ddot{a}_{(x+y):\overline{n}|}$: nilai sekarang anuitas awal dari anuitas berjangka *n* tahun untuk pemegang polis berusia x tahun y bulan

$\ddot{a}_{(x+y):\overline{m}|}$: nilai sekarang anuitas awal dari anuitas berjangka untuk pemegang polis berusia x tahun y bulan dengan pembayaran m tahun.

$\ddot{a}_{(x+y)+k:\overline{m-k}|}$: nilai sekarang anuitas awal dari berjangka untuk pemegang polis berusia x tahun y bulan dengan masa pembayaran m tahun setelah berjalan *k* tahun.

$\ddot{a}_{(x+y)+k:\overline{n-k}|}$: nilai sekarang anuitas awal dari anuitas asuransi jiwa berjangka untuk pemegang polis berusia x tahun y bulan dengan masa pertanggungan n tahun setelah berjalan *k* tahun.

STUDI KASUS

Musibah tidak dapat dipastikan kejadiannya dalam kehidupan seseorang, baik waktu maupun jenis musibah yang dialami. Musibah mungkin tidak dapat dihindari, tapi seseorang dapat memperkecil risiko dari musibah yang dialami. Menyadari hal tersebut, seorang pria berusia 25 tahun 5 bulan memutuskan untuk mengikuti program asuransi jiwa. Jenis asuransi jiwa yang ia pilih adalah asuransi jiwa dwiguna dengan masa pertanggungan 5 tahun dan masa pembayaran premi 5 tahun. Besar santunan yang akan diterima adalah sebesar Rp30.000.000,-. Perhitungan nilai asuransi menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2019 dengan model tingkat suku bunga *Vasicek*.

Pihak perusahaan asuransi harus dengan bijak mengelola premi yang dibayarkan oleh tertanggung. Selain untuk dikembalikan dalam bentuk santunan, premi juga digunakan untuk biaya operasional perusahaan, yaitu [10]:

1. Biaya penutupan polis baru sebesar 2,5% dari uang santunan,
2. Biaya pemeliharaan setelah masa pembayaran premi sebesar 0,13% dari uang santunan..

Untuk mengestimasi parameter dan tingkat suku bunga *Vasicek* pada studi kasus ini akan digunakan data observasi dari tingkat suku bunga BI r*ate* dari tahun 2009 sampai 2019 seperti yang tertera pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. BI *Rate*

Tahun	**BI *Rate***	**Tahun**	**BI *Rate***	**Tahun**	**BI *Rate***
2009	0,0715	2013	0,0648	2017	0,0456
2010	0,0650	2014	0,0754	2018	0,0510
2011	0,0658	2015	0,0752	2019	0,0583
2012	0,0577	2016	0,0600		

Dari tingkat suku bunga pada Tabel 1 dengan menggunakan Persamaan (9) dan (10) diperoleh:

$$\begin{aligned}R_x &= \sum_{t=1}^{11} i_{t-1}\\ &= 0,0715+0,0650+\ldots+0,0583\\ &= 0,6904\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_y &= \sum_{t=1}^{11} i_{t}\\ &= 0,0650+0,0658+\ldots+0,0583\\ &= 0,6190\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_{xx} &= \sum_{t=1}^{11} i_{t-1}^2\\ &= 0,0051+0,0042+\ldots+0,0034\\ &= 0,0442\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_{yy} &= \sum_{t=1}^{11} i_{t}^2\\ &= 0,0042+0,0043+\ldots+0,0034\\ &= 0,0391\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
R_{xy} &= \sum_{t=1}^{11} i_{t-1} i_t \\
&= 0,0046 + 0,0043 + \ldots + 0,0030 \\
&= 0,0396
\end{aligned}
$$

Perhitungan dilakukan menggunakan data BI *rate* dengan R_x menyatakan kumulatif BI *rate* dari tahun 2009 hingga 2019, dan R_y menyatakan kumulatif BI *rate* dari tahun 2010 hingga 2019. Menggunakan hasil perhitungan yang telah didapatkan, maka dihitung nilai estimasi parameter β dan α dengan metode MLE sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\beta &= \frac{0,6190 \times 0,0442 - 0,6904 \times 0,0396}{11\left(0,0442 - 0,0396\right) - \left(0,6904^2 - 0,0396\right)} \\
&= 0,0277
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\alpha &= -\frac{1}{0,1} \ln\left(\frac{0,0396 - 0,0277\left(0,6904 + 0,6190\right) + 11 \times 0,0277^2}{0,0442 - 2 \times 0,0277 \times 0,6904 + 11 \times 0,0277^2}\right) \\
&= 2,0486
\end{aligned}
$$

dengan memilih $r_0 = 0,0583$ menggunakan Persamaan (6) sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
E\left[r(f)\right] &= r_0 e^{-\alpha f} + \beta\left(1 - e^{-\alpha f}\right) \\
&= 0,0583 \times 0,8148 + 0,0051 \\
&= 0,0526
\end{aligned}
$$

Sehingga dengan menstubstitusi nilai $E\left[r(f)\right]$, faktor diskon pada Persamaan (8) dapat dinyatakan sebagai:

$$
v_{\text{vasicek}}^{0} = \left(\frac{1}{1 + 0,0526}\right)^{0} = 1,0000
$$

$$
v_{\text{vasicek}}^{0} = \left(\frac{1}{1 + 0,0526}\right)^{1} = 0,9500
$$

$$
\vdots
$$

$$
v_{\text{vasicek}}^{60} = \left(\frac{1}{1 + 0,0526}\right)^{60} = 0,0462
$$

PERHITUNGAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Cadangan premi *Premium Sufficiency* tahun ke-*k*, untuk asuransi jiwa dwiguna n tahun dan tertanggung berusia 25 tahun 5 bulan (25,4167 tahun) dengan pembayaran premi selama 5 tahun yang dibayarkan diawal bulan dinotasikan dengan ${}^{m}_{k}V^{(ps)}_{(x+y):\overline{n}|}$. Berdasarkan Persamaan (28) maka dicari nilai cadangan preminya:

$$
{}^{5}_{k}V^{(ps)}_{(25+5):\overline{5}|} = A_{(25+0,4167)+k,} - \left({}_{5}P_{(25+0,4167):\overline{5}|} + \frac{a'}{\ddot{a}_{(25+0,4167):\overline{5}|}}\right)\ddot{a}_{(25+0,4167)+k}, \qquad k = 1, 2, \ldots, 5
$$

Misal dicari nilai cadangan premi untuk tahun ke-1, maka:

1. Premi tunggal seorang berusia 25 tahun 5 bulan, dengan jangka waktu pertanggungan selama (5-1) tahun.

$$A_{(25+5)+1:\overline{5-1}|} = \left[\sum_{k=0}^{5-1-1} Bv^{k+1}({}_k p_{(25+0,4167)+1})(q_{(25+0,4167)+1+k})\right] + Bv^{5-1}({}_{5-1} p_{(25+0,4167)+1})$$
$$= \left[\sum_{k=0}^{3} Bv^{k+1}({}_k p_{(26+0,4167)})(q_{(26+0,4167)+k})\right] + Bv^{4}({}_{4} p_{(26+0,4167)})$$
$$= 28.149.155$$

2. Premi tahunan seorang berusia 25 tahun 5 bulan, dengan jangka waktu pertanggungan (n) selama 5 tahun dan jangka waktu pembayaran (m) 5 tahun.

$$ {}_5P_{(25+5):\overline{5}|} = \frac{BA_{(25+0,4167):\overline{5}|}}{\ddot{a}_{(25+0,4167):\overline{5}|}} = \frac{\left[\left(\sum_{k=0}^{5-1} Bv^{k+1}\, {}_k p_{(25+0,4167)} q_{(25+0,4167)+k}\right) + Bv^{k}\, {}_5 p_{(25+0,4167)}\right]}{\sum_{k=0}^{5-1} v^k\, {}_k p_{(25+0,4167)}}$$
$$= 516.297$$

3. Perhitungan parameter a' dibagi anuitas awal

$$\frac{a'}{\ddot{a}_{(x+y):\overline{m}|}} = \frac{a' \times B}{\sum_{k=0}^{m-1} v^k({}_k p_{(x+y)})} = \frac{a' \times B}{\sum_{k=0}^{4} v^k({}_k p_{(25+0,4167)})}$$
$$= 13.748$$

4. Anuitas awal seorang berusia 25 tahun 5 bulan dengan jangka waktu (m-1).

$$\ddot{a}_{(25+5)+1:\overline{5-1}|} = \sum_{k=0}^{5-1-1} v^k({}_k p_{(25+0,4167)}) = \sum_{k=0}^{3} v^k({}_k p_{(25+0,4167)})$$
$$= 43,5564$$

Berdasarkan perhitungan, diperoleh nilai cadangan premi tahun ke-1 hingga tahun ke-5 untuk seorang berusia 25 tahun 5 bulan, dengan masa pertanggungan asuransi 5 tahun, serta masa pembayaran 5 tahun.

$${}^{5}_{1}V_{(25+5):\overline{5}|} = A_{(25+0,4167)+1:\overline{5-1}|} - \left({}_5P_{(25+0,4167):\overline{5}|} + \frac{a'}{\ddot{a}_{(25+0,4167):\overline{5}|}}\right)\ddot{a}_{(25+0,4167)+1:\overline{5-1}|}$$
$$= 28.149.154 - (516.297 + 17.219)43,5564$$
$$= 4.911.076$$

Selanjutnya dilampirkan simulasi perhitungan nilai cadangan premi asuransi jiwa dwiguna ke dalam Tabel 2:

Tabel 2. Nilai Cadangan Premi dengan Metode *Premium Sufficiency*

Bulan	Tahun ke-1 (Rp)	Tahun ke-2 (Rp)	Tahun ke-3 (Rp)	Tahun ke-4 (Rp)	Tahun ke-5 (Rp)
1	0	5.381.761	11.095.641	16.806.204	22.578.150
2	206.268	5.852.408	11.576.126	17.280.986	23.054.834
3	679.499	6.325.427	12.064.803	17.760.540	23.538.079
4	1.139.999	6.803.606	12.535.208	18.242.187	24.019.224
5	1.611.507	7.265.068	13.010.850	18.724.693	24.502.747
6	2.082.829	7.736.044	13.496.286	19.209.821	24.986.713
7	2.542.942	8.225.551	13.964.566	19.691.694	25.460.889
8	3.011.592	8.694.638	14.438.421	20.181.261	25.946.754
9	3.493.225	9.172.562	14.917.830	20.646.434	26.420.514
10	3.970.818	9.655.174	15.388.931	21.118.710	26.916.815
11	4.446.890	10.131.802	15.860.460	21.608.223	28.169.044
12	4.911.076	10.614.678	16.332.701	22.092.784	30.000.000

Berdasarkan Tabel 2 dapat diketahui nilai cadangan premi asuransi jiwa dwiguna dengan metode *Premium Sufficiency* pada bulan pertama terdaftar sebagai peserta asuransi adalah Rp0,-, dan pada bulan kedua diketahui nilai cadangan preminya sebesar Rp206.268,-. Jika diakumulasikan pada satu tahun pertama diperoleh nilai cadangan premi sebesar Rp4.911.076,-.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh nilai cadangan premi yang pada tahun pertama adalah sebesar Rp4.911.076,-, dengan nilai cadangan premi pada bulan kedua tahun pertama adalah sebesar Rp206.268,-. Adapun nilai cadangan premi pada bulan ketiga tahun pertama adalah sebesar Rp679.499,-, sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai cadangan premi asuransi jiwa dwiguna menggunakan metode *Premium Sufficiency* untuk usia pecahan dengan tingkat suku bunga *Vasicek* terus mengalami kenaikan setiap waktunya. Cadangan premi asuransi jiwa dwiguna dengan usia pecahan menjadi lebih besar dibanding cadangan premi dengan usia bulat. Hal ini dikarenakan semakin sering pembayaran premi dalam setahun, menyebabkan semakin besarnya biaya (*loading*) yang dikeluarkan sehingga mempengaruhi besar nilai premi *bruto* yang dibayarkan.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Effendie, A. R. *Pengantar Matematika Aktuaria*. Universitas Gajah Mada: Yogyakarta. 2010.
[2]. Futami, T. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I.* Tokyo: Incorporated Foundation oriental Life Insurance Cultural Development Center. 1993.
[3]. Hendriyanto, F. *Penerapan Model Vasicek Pada Premi Bersih Asuransi Jiwa Dwiguna (Endowment*). UIN Sunan Kalijaga. Yogyakarta. 2018.
[4]. Bayazit, D. *Yiel Curve Estimation and Prediction with Vasicek Model.* The Midle East Technical University, Ankara. 2004.
[5]. Futami, T. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II.* Tokyo: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center. 1994.
[6]. Sari, R. Cadangan Asuransi Jiwa Dwiguna Semikontinu Untuk Usia Pecahan Dengan Metode *New Jersey*. *JOM FMIPA Riau,* 2016.Vol 1(2).
[7]. Finan, M. B. *A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L*. Arkansas Tech University, Arkansas. 2013.
[8]. Dickson, D.C.M., M.R. Hardy, & H.R. Waters. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York. 2009.
[9]. Bowers, N.L., H.U. Geerber., J.C. Hickman., D.A. Jones, & C.J. Nesbitt. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, Schaumhurg. 1997.
[10]. Oktavian, M. R. Kajian Metode Zillmer, Full Preliminary Term dan Premium Sufficiency dalam Menentukan Cadangan Premi pada Asuransi Jiwa Dwiguna. *Jurnal Matematika UNAND*, 2014. Vol 3(4) hal 160-167.

RINA : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak
rinarina@student.untan.ac.id
NEVA SATYAHADEWI : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak
neva.satya@math.untan.ac.id
HENDRA PERDANA : Jurusan Matematika FMIPA Untan, Pontianak
hendra.perdana@math.untan.ac.id