

**Гомон П. С., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

### **ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ДІАГРАМИ «МОМЕНТ–КРИВИНА» ПІДСИЛЕНИХ БАЛОК З ДЕРЕВИНИ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ**

**Розроблено алгоритм побудови діаграми «момент–кривина» для підсиленого згинального дерев'яного елемента прямокутного перерізу. Показано приклад побудови таких діаграм. Наведено порівняння теоретичних та експериментальних досліджень. Наведено графік залежності висоти стиснутої зони від зміни кривини перерізу. Встановлено, що підсилення дерев'яного елемента прямокутного перерізу в стиснутій та розтягнутій зоні сприяє збільшенню несучої здатності.**

**Ключові слова:** діаграма «момент–кривина»; дерев'яний елемент; підсилення; несуча здатність; напружено-деформований стан; стиснута та розтягнута зона.

Постановка проблеми та аналіз останніх публікацій. Деревина – це матеріал, який зустрічається у всіх сферах нашого життя, особливо при будівництві та реконструкції промислових, цивільних, гідротехнічних та сільськогосподарських будівель і споруд. Дерев'яні елементи можуть працювати за різних видів навантаження. Найчастіше зустрічаються згинальні елементи, в основному балки, крокви, ферми, арки та інші. Такі елементи можуть експлуатуватися досить довгий час. Але в певних випадках потребують підсилення, як в стиснутій, так і розтягнутій зонах. Таке підсилення може бути як за допомогою сталевих арматури, так і за допомогою стрічок.

Питаннями підсилення дерев'яних елементів та конструкцій займалися такі вітчизняні та закордонні вчені, як Демчина Б.Г. [1], Сурмай М.І. [2], Гомон Св. Ст. [3], Рощина С. І. [4], Wdowiak A. [5], De la Rosa Garcia P. [6], Donadon B.F. [7] та багато інших.

В минулих наших роботах ми детально описали методику експериментальних досліджень та отримані результати [8–11]. В даній роботі ми зупинимось на питанні особливостей побудови діаграми

«момент–кривина» підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу та наведемо приклад.

Метою роботи є побудова діаграм «момент–кривина» підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу.

Методика досліджень. Порядок побудови діаграми «момент–кривина» для підсилених елементів з деревини прямокутного перерізу [12]:

1) встановлюємо дійсний напружено-деформований стан підсиленого дерев'яного елемента прямокутного перерізу (рис. 1);

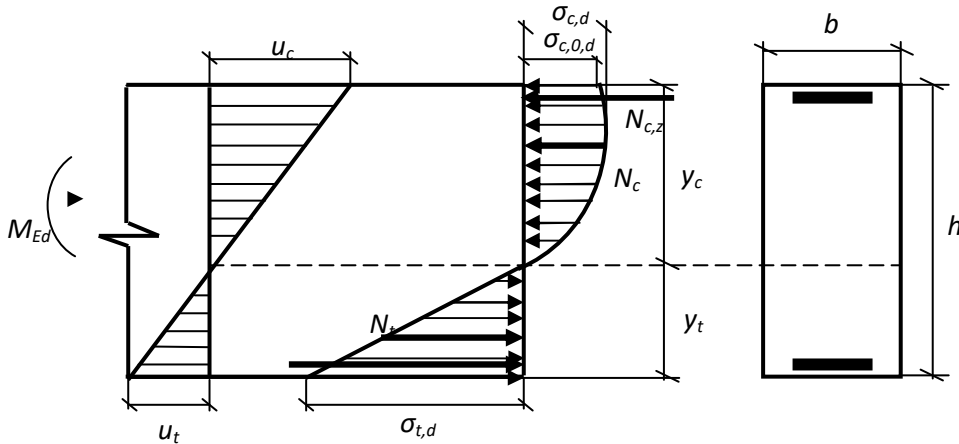


Рис. 1. Напружено-деформований стан дерев'яного підсиленого елемента

2) записуємо рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в нормальному перерізі;

3) наводимо напруження в розтягнутій та стиснутій зонах дерев'яного елемента;

4) записуємо зусилля розтягу та стиску в даному перерізі;

5) наводимо згинальний момент від нейтральної лінії для розтягнутої та стиснутої зон;

6) визначаємо внутрішні зусилля, що сприймає підсилення в стиснутій та розтягнутій зонах

Детально методика побудови діаграми «момент–кривина» для підсилених елементів з деревини прямокутного перерізу наведено в [12].

Алгоритм побудови діаграми «момент–кривина» наведений на рис. 2.

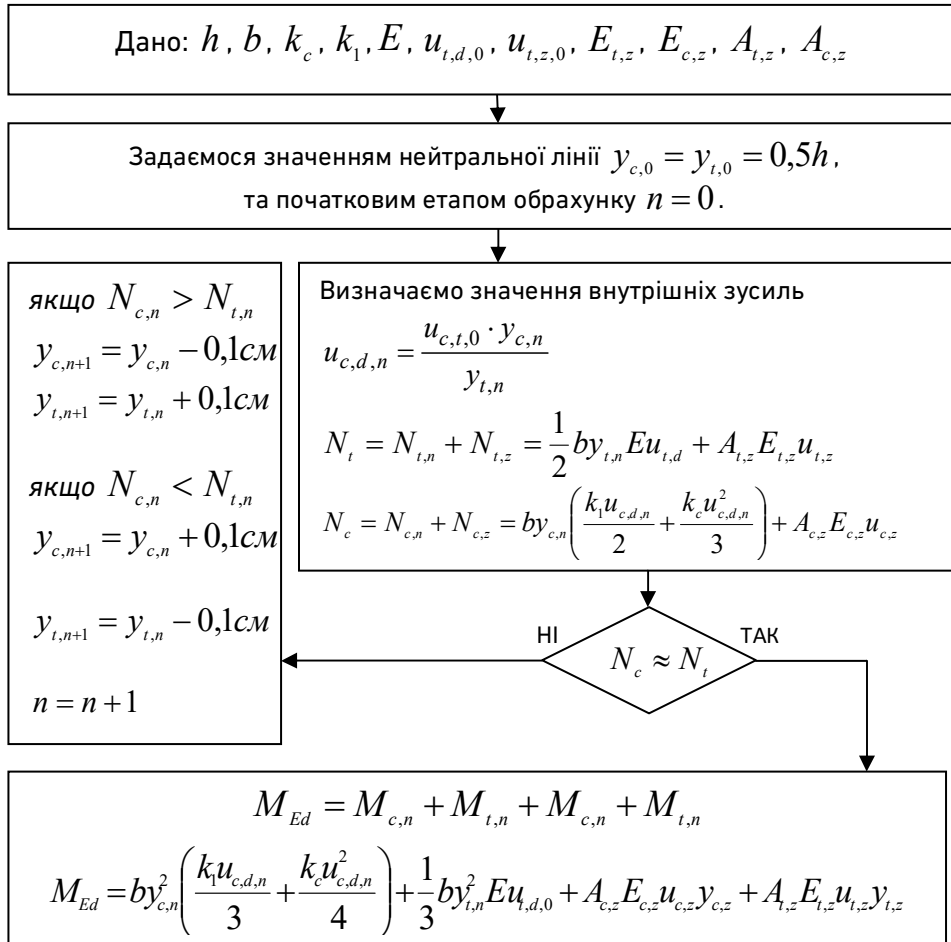


Рис. 2. Алгоритм побудови діаграми «момент–кривина» для підсиленого дерев'яного елемента

Результати досліджень. Вихідні дані прийняті з дослідження згинального елемента підсиленого в стиснутій зоні арматурою та в розтягнутій зоні стрічкою Sika Carbo Dur.

Поперечний переріз експериментально та теоретично досліджуваної балки наведено на рис. 3.

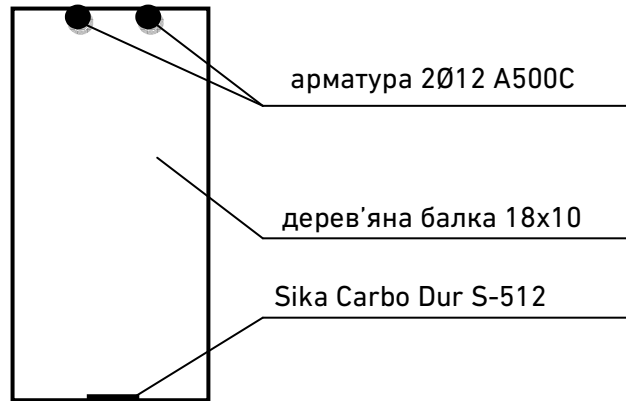


Рис. 3. Поперечний переріз досліджуваної балки

Вихідні дані для розрахунку :

1) деревина сосни з такими фізичними характеристиками:

$E_{0,05} = 12900 \text{ МПа}$  – початковий модуль пружності на розтяг деревини;  $u_{c,fin,d} = 0,00491$  – критичні відносні деформації деревини на стиск;  $u_{c,fin,t} = 0,00754$  – критичні відносні деформації деревини на розтяг;  $k_1 = 2756$  – коефіцієнт полінома I;  $k_2 = 38920$  – коефіцієнт полінома II;  $f_{c,o,d} = 49 \text{ МПа}$  – граничне значення напружень, що може сприйняти деревина;  $b = 10 \text{ см}$  – ширина перерізу;  $h = 18 \text{ см}$  – висота перерізу.

2) характеристики арматури в стиснутій зоні:

$2\text{Ø}12 \text{ А}500\text{С}$   $A_s = 2,26 \text{ см}^2$  – площа перерізу двох стержнів арматури;  $E_s = 20700 \text{ МПа}$  – модуль пружності арматури.

3) характеристики стрічки в розтягнутій зоні:

$b_b = 2,5 \text{ см}$  – ширина стрічки;  $t_b = 0,12 \text{ см}$  – товщина стрічки;  $E_s = 17000 \text{ МПа}$  – модуль пружності стрічки.

На основі алгоритму (рис. 2) та [12] будуємо діаграми «момент–кривина» для всіх досліджуваних елементів (рис. 4).

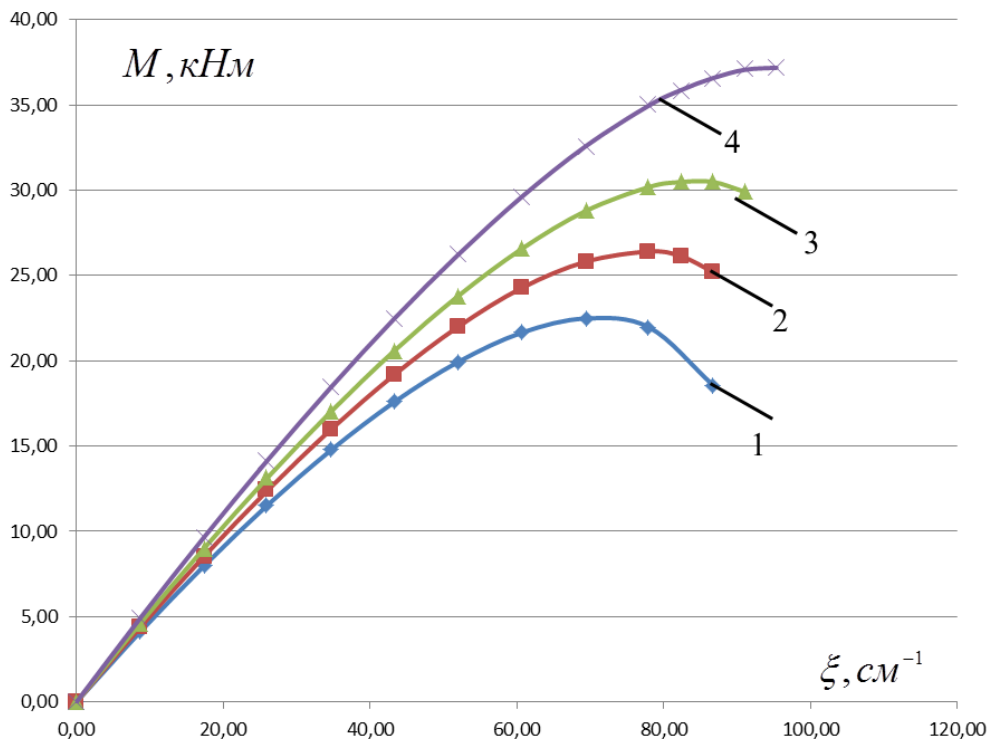


Рис. 4. Діаграма «момент-кривина»: 1) для балок без додаткового армування; 2) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 12 мм; 3) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 16 мм; 4) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 20 мм

Порівняння теоретичних та експериментальних досліджень наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняння теоретичної та експериментальної несучої здатності балок

№ з/п	Марка балки	Згинальний момент теорет. (максим.) кНм	Згинальний момент експерим. (максим.) кНм	Δ, %	Макс. відносні деформації $\epsilon \times 10^{-4}$	
					Стиснута зона	Розтягнута зона
1	Б-1	22,48	23,85	5,74	55	49
2	Б-2	26,4	26,55	0,57	62,01	54,99
3	Б-3	30,41	31,95	4,82	68,64	61,36

Також наведемо графік залежності висоти стиснутої зони від

зміни кривини перерізу (рис. 5).

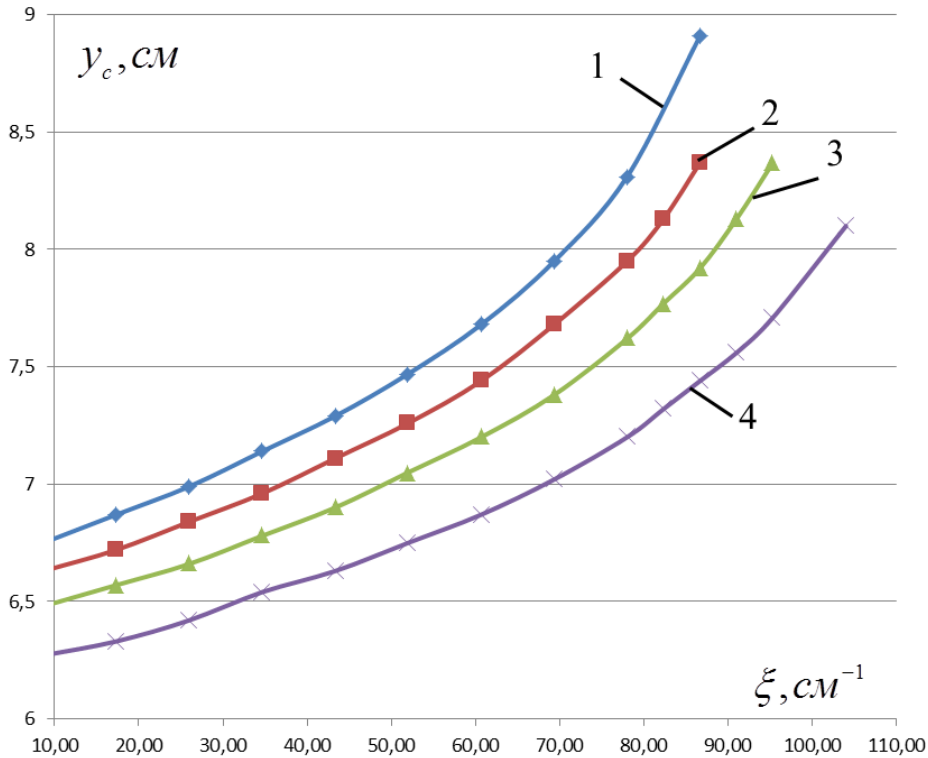


Рис. 5. Графік залежності висоти стиснутої зони від зміни кривини перерізу : 1) для балок без додаткового армування; 2) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 12 мм; 3) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 16 мм; 4) для балки з армуванням арматурою в стиснутій зоні діаметром 20 мм

Порівняння ефективності збільшення несучої здатності перерізу від застосування армування зазначено в табл. 2.

Таблиця 2

Порівняння ефективності збільшення несучої здатності перерізу від застосування армування

№ з/п	Марка балки	Згинальний момент теорет. (максим.), кНм	Армування стиснутої зони, $\text{cm}^2$	Армування розтягнутої зони, $\text{cm}^2$	Відсоток армування перерізу, %	Збільшення несучої здатності, кНм	$\Delta$ , %
1	Б-1	22,48	-	-	-	-	-
2	Б-2	26,4	3,38	0,3	2,25	3,92	17,43

продовження табл. 2

3	Б-3	30,41	5,78	0,3	3,85	7,93	35,3
4	-	37,18	10	0,3	6,67	14,7	65,39

Також побудуємо діаграми «момент–кривина», які отримані теоретичним та експериментальним шляхом (рис. 6).

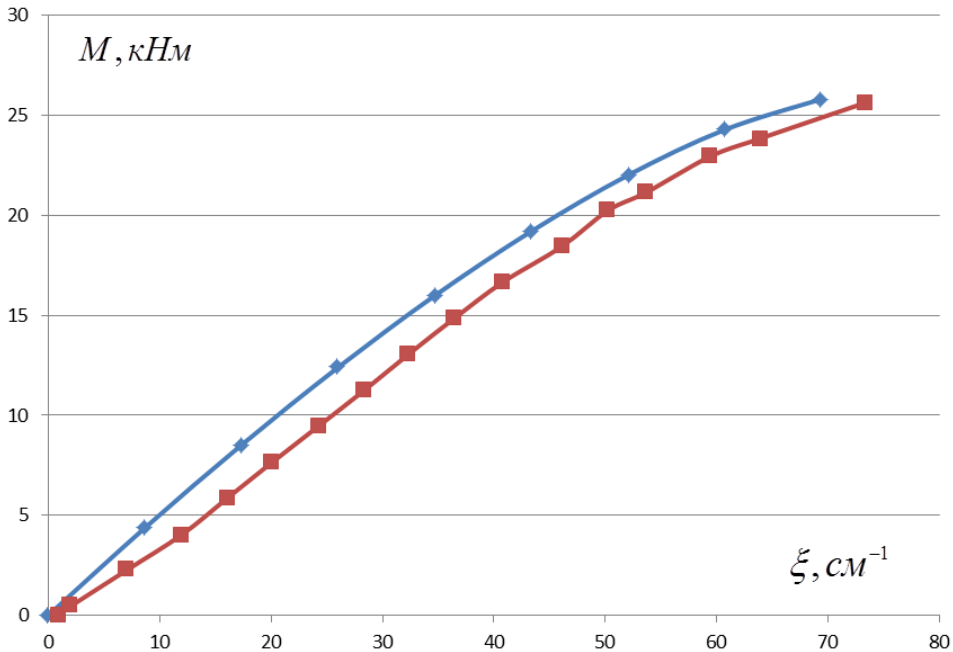


Рис. 6. Порівняння графіків «момент–кривина»: 1) графік отриманий теоретичним розрахунком 2) графік отриманий випробування балки

### Висновки:

1. Розроблено алгоритм побудови діаграми «момент–кривина» для підсиленого згинального дерев'яного елемента.
2. Показано приклад побудови діаграми «момент–кривина» для підсиленої та непідсиленої дерев'яної балки.
3. Наведено порівняння теоретичних та експериментальних досліджень.
4. Наведено графік залежності висоти стиснутої зони від зміни кривини перерізу.
5. Встановлено, що підсилення дерев'яного елемента в стиснутій та розтягнутій зоні сприяє збільшенню несучої здатності.

1. Експериментальне дослідження роботи дощатоклеєних балок армованих металевою та неметалевою арматурою / Демчина Б. Г., Орешкин Д. О., Сурмай М. І., Кравз А. Р., Бляхар Т. Й. *Вісник Національного університету «Львівська Політехніка»*. Сер. Теорія і практика будівництва. № 697. Львів, НУЛП, 2010. С. 87–92. 2. Результати дослідження зчеплення металевої, базальтопластикової та склопластикової арматури з клеєною деревиною / Сурмай М. І., Сурмай Б. І., Кравз А. Р., Бляхар Т. Й., Іленков Ю. А. *Матеріали IV Міжнародної конференції молодих вчених GAC-2011*. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. С. 90–91. 3. Gomon S. S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Vereshko O., Melnyk Yu., Boyarska I. (2020). Rigidity of combined reinforced glued wood beams. *AD ALTA: Journal of Interdisciplinary Research*. 11(1). Pp. 131–133. 4. Roshchina S., Lukin M., Lisyatnikov M., Koscheev A. The phenomenon for the wood creep in the reinforced glued wooden structures. *MATEC Web Conf.* 2018. 245, 03020. 5. Wdowiak A., Brol J. Effectiveness of Reinforcing Bent Non-Uniform Pre-Stressed Glulam Beams with Basalt Fibre Reinforced Polymers Rods. *Materials* 2019. 12, 3141. 6. De la Rosa García P., Cobo Escamilla A., Nieves González Garcia M. Bending Reinforcement of Timber Beams with Composite Carbon Fiber and Basalt Fiber Materials. *Compos. Part B Eng.* 2013. 55, Pp. 528–536. 7. Donadon B. F., Mascia N. T., Vilela R., Trautwein L. M. Experimental Investigation of Glued-Laminated Timber Beams with Vectran-FRP Reinforcement. *Eng. Struct.* 2020, 202, 109818. 8. Sobczak-Piąstka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P. and Karavan V. (2020). Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. *Buildings*. 10, 92. 9. Gomon S., Karavan V., Gomon P. and Sobczak-Piąstka J. Complete deflections of glued beams in the conditions of oblique bend for the effects of low cycle loads. *AIP Conference Proceedings* 2077. 2019. 020021. 10. Гомон С. С., Гомон П. С., Поліщук М. В. Напружений стан балок із клеєної деревини з комбінованим армуванням. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 47–56. 11. Гомон Св. Св., Гомон П. С. Побудова дійсних діаграм механічного стану деревини «σ-ε» суцільного перерізу ялини та берези за жорсткого режиму випробувань. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2020. Вип. 38. С. 321–330. 12. Гомон П. С., Савицький В. В., Поліщук М. . Розрахунок напружено-деформованого стану підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 221–229.

## REFERENCES:

1. Eksperymentalne doslidzhennia roboty doshchatokleienykh balok armovanykh metalevoiu ta nemetalevoiu armaturoiu / Demchyna B. H., Oreshkyn D. O.,



Surmai M. I., Kravz A. R., Bliakhar T. I. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska Politekhniky»*. Ser. *Teoriia i praktyka budivnytstva*. № 697. Lviv, NULP, 2010. S. 87–92. **2.** Rezultaty doslidzhennia zcheplennia metalevoi, bazaltoplastykovoї ta skloplastykovoї armatury z kleienoiu derevynoiu / Surmai M. I., Surmai B. I., Kravz A. R., Bliakhar T. Y., Ilenkov Yu. A. *Materialy IV Mizhnarodnoi konferentsii molodykh vchenykh GAC-2011*. Lviv : Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniky, 2011. S. 90–91. **3.** Gomon S. S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Vereshko O., Melnyk Yu., Boyarska I. (2020). Rigidity of combined reinforced glued wood beams. *AD ALTA : Journal of Interdisciplinary Research*. 11(1). Pp. 131–133. **4.** Roshchina S., Lukin M., Lisyatnikov M., Koscheev A. The phenomenon for the wood creep in the reinforced glued wooden structures. *MATEC Web Conf.* 2018. 245, 03020. **5.** Wdowiak A., Brol J. Effectiveness of Reinforcing Bent Non-Uniform Pre-Stressed Glulam Beams with Basalt Fibre Reinforced Polymers Rods. *Materials* 2019. 12, 3141. **6.** De la Rosa García P., Cobo Escamilla A., Nieves González Garcia M. Bending Reinforcement of Timber Beams with Composite Carbon Fiber and Basalt Fiber Materials. *Compos. Part B Eng.* 2013. 55, Pp. 528–536. **7.** Donadon B. F., Mascia N. T., Vilela, R., Trautwein L. M. Experimental Investigation of Glued-Laminated Timber Beams with Vectran-FRP Reinforcement. *Eng. Struct.* 2020, 202, 109818. **8.** Sobczak-Piastka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P. and Karavan V. (2020). Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. *Buildings*. 10, 92. **9.** Gomon S., Karavan V., Gomon P. and Sobczak-Piastka J. Complete deflections of glued beams in the conditions of oblique bend for the effects of low cycle loads. *AIP Conference Proceedings 2077*. 2019. 020021. **10.** Homon S. S., Homon P. S., Polishchuk M. V. Napruzhenyi stan balok iz kleienoi derevyny z kombinovanim armuvanniam. *Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy*. Rivne : NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 47–56. **11.** Homon Sv. Sv., Homon P. S. Pobudova diisnykh diahram mekhanichnoho stanu derevyny « $\sigma$ -u» sutsilnoho pererizu yalyny ta berezy za zhorstkoho rezhymu vyprobovan. *Resursoekonomni materialy, konstruktivni, budivli ta sporudy*. Rivne : NUVHP, 2020. Vyp. 38. S. 321–330. **12.** Homon P. S., Savytskyi V. V., Polishchuk M. Rozrakhunok napruzhenodeformovanoho stanu pidsylenykh derevinykh balok priamokutnoho pererizu. *Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy*. Rivne : NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 221–229.

---

**Homon P. S., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor**  
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

### **"MOMENT–CURVE" DIAGRAM DRAWING PECULIARITIES FOR REINFORCED WOOD BEAMS WITH RECTANGULAR CROSS-SECTION**

**A detailed analysis of recent research on this issue. It was found that the reinforcement was mainly carried out in one of the zones of the bending wooden element – compressed or stretched. The method of theoretical and experimental researches with reinforcement of wooden beams with rectangular section in compressed and stretched zones is worked out in detail. Large-scale experimental and theoretical studies to research the strength and deformability of the studied beams. An algorithm for constructing a "moment-curve" diagram for a reinforced wooden bending element of rectangular cross-section has been developed.**

**The order of construction of the diagram "moment-curve" for the strengthened wood elements with rectangular form is resulted. Features and an example of construction of such diagrams for all investigated types of beams are established. The initial data for the calculation are given, in particular, the strength and deformation characteristics of wood materials, reinforcement, Sika Carbo Dur tape (critical deformations, ultimate strength and initial modulus of elasticity) are given. A comparison of theoretical and experimental studies of such elements is given. The actual stress-strain state of a reinforced wooden element with rectangular cross-section in compressed and stretched zones is established and shown. The graph of the dependence of the height of the compressed zone on the change of the curvature of the section for all investigated reinforced and unreinforced wooden beams is given. It has been established that the reinforcement of a wooden element with rectangular cross-section contributes to the increase of bearing capacity due to reinforcement with steel reinforcement and Sika Carbo Dur S-512 tape. It has been found that the most effective way to reinforce bending wooden elements is to reinforce in compressed and stretched areas at the same time.**

**Keywords:** moment-curve diagram; wooden element; reinforcement; bearing capacity; stress-strain state; compressed and stretched zone.

**Гомон П. С., к.т.н., доцент** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

### **ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММЫ «МОМЕНТ–КРИВИЗНА» УСИЛЕННЫХ БАЛОК ИЗ ДРЕВЕСИНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**

**Разработан алгоритм построения диаграммы «момент-кривизна» для усиленного изгибающего деревянного элемента прямоугольного сечения. Показан пример построения таких диаграмм. Приведено сравнение теоретических и экспериментальных исследований. Приведен график зависимости высоты сжатой зоны от изменения кривизны сечения. Установлено, что усиление деревянного элемента в сжатой и растянутой зоне прямоугольного сечения способствует увеличению несущей способности.**

***Ключевые слова:* диаграмма «момент-кривизна»; деревянный элемент; усиление; несущая способность; напряженно-деформированное состояние; сжатая и растянутая зона.**

---