Multi-représentations

Gilles Aldon

Ifé (Institut français de l'éducation, Ecole Normale Supérieure de Lyon),

S2HEP, Université Lyon 1

Introduction

Dans cet article, je souhaite développer, à travers la multi-représentation, le rôle de la technologie dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Les représentations d'objets mathématiques sont inhérentes à l'activité mathématique, lorsqu'on cherche un problème, lorsqu'on enseigne les mathématiques ou lorsqu'on les apprend. La technologie apporte des registres nouveaux de représentation de ces objets qui enrichissent et complexifient les registres existants. Les apports de la technologie pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ne peuvent s'entendre sans une prise en compte de cette complexification des rapports des sujets aux objets mathématiques en jeu.

Par ailleurs, l'évolution des technologies et leurs usages dans et en dehors de la classe pose le problème de leur intégration dans l'ensemble des ressources des enseignants et des élèves.

Les questions qui se posent alors concernent les rapports entre les apprentissages et les usages des technologies. Sans chercher à répondre complètement à ces questions, je souhaite examiner les conditions permettant de conduire les acteurs à des utilisations réfléchies des technologies.

Le signe, le signifiant et le signifié

Travailler avec un objet mathématique impose de travailler avec certaines de ses représentations et, pour parodier Magritte (dessin 1), 1 est différent de un. Ce n'est qu'un signe, parmi d'autres, qui désigne, représente le nombre un, tout comme d'autres symboles, dans d'autres registres peuvent aussi représenter ce même nombre. Contrairement à ce qui se passe dans l'art, les signes en mathématiques se doivent d'être opérationnels, c'est à dire efficients à l'intérieur d'une représentation. Il est toujours possible d'utiliser d'autres symboles, mais la familiarité que l'on a avec les symboles est particulièrement importante pour atteindre à travers eux le sens de l'objet représenté. Un simple décalage dans ces représentations peut rendre difficiles des prises de décisions sur des objets pourtant familiers. L'exemple des deux multiplications de la figure 2 illustre bien ce décalage : s'il est assez facile de se convaincre que la première multiplication est juste en vérifiant l'ordre de grandeur, le chiffre des unités, en faisant éventuellement une « preuve par 9 », il est beaucoup plus délicat de savoir si la seconde, écrite en base huit est exacte. Les indices, au sens de Peirce (1978/1938), ne sont plus présents, la contiguïté du signe et de l'objet n'est plus assurée, les traces sensibles du phénomène étudié (ici une multiplication) ne permettent plus l'expression directe de l'objet représenté.

$$\begin{array}{r} 2375 \\ \times \quad 7 \\ \hline 16625 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2375 \\ \times \quad 7 \\ \hline 21353 \end{array}$$

Figure 2: Multiplications en base 10 et 8

Les objets mathématiques que les mathématiciens manipulent ont des représentations diverses et le travail du mathématicien ne se fait pas sur les objets mais sur certaines de leurs représentations : « *Des représentations sémiotiques sont des productions constituées de signes appartenant à un système de représentation qui a ses propres contraintes de signifiance et de fonctionnement.* »

(Duval 1991, page 234)

Les objets mathématiques peuvent alors être considérés comme la classe d'équivalence de leurs représentations modulo la relation d'équivalence dans l'ensemble des représentations définie par : deux représentations sont en relation si elles sont des représentations d'un même objet mathématique. Cette remarque a deux conséquences essentielles :

- un objet mathématique peut être maîtrisé dans un contexte et étranger ou difficile dans un autre (c'est ce qu'illustre l'exemple des deux multiplications).
- la conversion d'un registre de représentation à un autre est essentiel pour appréhender un objet mathématique, ce qui demande un travail de traduction qui à la fois fait perdre des éléments de signification mais aussi en rajoute ; en modifiant le signifiant, c'est à dire la façon de désigner l'objet, on modifie, on enrichit on complète le signifié, l'objet désigné.

L'exemple du théorème de collage (Barnsley 1993) me semble particulièrement intéressant pour illustrer ces deux remarques ; il peut être présenté dans une forme très mathématique et opérationnelle, compréhensible avec une connaissance suffisante de l'analyse et à condition, bien sûr, de connaître les concepts utilisés (IFS, distance de Hausdorff,...). Pour comprendre ce théorème il est cependant indispensable d'avoir une interprétation, une traduction de son sens dans un langage naturel ou à travers une illustration. L'exemple de ce théorème est intéressant en ce sens que la lecture première du texte du théorème ne va pas de soi, même avec de bonnes connaissances mathématiques, et nous plonge dans une situation souvent mal vécue par les élèves : le peu d'indices auxquels se raccrocher amène alors soit à apprendre et à réciter par cœur sans comprendre, soit à « décrocher ». La traduction dans un registre différent rajoute du sens, là où elle enlève de la rigueur et de l'opérationnalité.

Théorème : Soit (X,d) un espace métrique complet et L un ensemble compact. Soit ε un réel strictement positif. En choisissant un IFS $(X, w_1, w_2, \dots, w_N)$ de facteur de contraction k $(0<k<1)$ de telle sorte que

$$h\left(L, \bigcup_{n=1}^{N} w_n(L)\right) \leq \epsilon$$

où *h* est la distance de Hausdorff, alors, le point fixe A de l'IFS est tel que :

$$h(L, A) \leq \frac{\epsilon}{1-k}$$

Dans un registre de la langue naturelle, ce théorème nous dit que pour trouver un attracteur dont le point fixe est proche d'un ensemble donné, on peut considérer un ensemble de transformations du plan, contractantes, de telle sorte que la réunion (le collage) des images de l'ensemble donné ne soit pas trop éloigné du point fixe visé. Enfin, traduit pour un cas particulier les dessins de la figure 3 montrent les quatre transformations permettant d'atteindre le point fixe, la « fougère » de Barnsley.

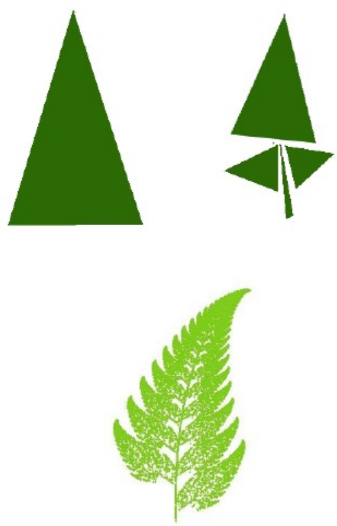

Figure 3 : La fougère de Barnsley

Ainsi, cet objet complexe peut être appréhendé à travers des représentations différentes qui s'éclairent les unes les autres et permettent une cohérence globale tout en ayant chacune son propre domaine de développement : il est en effet impossible de comprendre l'énoncé du théorème sans un recul suffisant en analyse, tout comme il est impossible d'entamer une démonstration en partant du seul registre de la langue naturelle, et il semble impossible de généraliser à d'autres ensembles avec la seule traduction graphique de la figure 3.

Les hypothèses et le cadre théorique

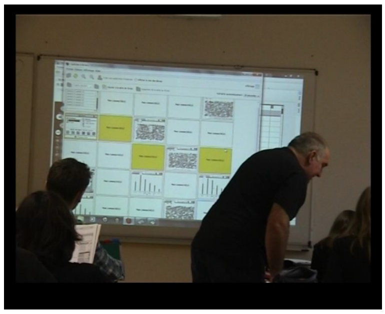

Figure 4 : Mur de calculatrice

Les hypothèses qui fondent notre travail sont alors que les technologies offrent des possibilités de représentations multiples qui facilitent la compréhension des objets mathématiques en jeu. En particulier, et en suivant les travaux d'Arzarello et Robutti (2010), les technologies permettent un jeu entre une multi-représentation interne en offrant des applications permettant de représenter les objets mathématiques avec différentes applications mais aussi de façon externe en proposant pour le professeur une possibilité de mise en regard des travaux des élèves comme il est illustré sur la figure 4 où l'ensemble des écrans des calculatrices des élèves de la classe est projeté au tableau.

Les cadres théoriques qui me serviront de guide tendent à considérer la place des outils dans l'activité humaine, que j'adapterai au cas particulier de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. La genèse instrumentale (Rabardel 1995) appliquée aux outils utilisés dans la classe de mathématiques permet de modéliser les rapports entre les acteurs et le savoir dans le cadre de l'utilisation d'artefacts. Les artefacts sont des éléments médiateurs de l'activité et sont transformés par l'activité en même temps qu'ils s'insèrent dans une pratique. Cette médiation incite à étudier les artefacts non pas seulement à partir de leurs propriétés mais surtout à partir du statut que les sujets leur attribuent, et construisent au cours de leur activité pour le transformer progressivement dans un long cheminement en un instrument. Dans les faits, une organisation invariante, un procédé général se construit dans un processus d'appropriation doublement orienté du sujet vers l'artefact (l'instrumentalisation) et de l'artefact vers le sujet (l'instrumentation). Cette approche instrumentale concernant les artefacts technologiques utilisés dans la classe de mathématiques a déjà été largement étudiée et développée dans le contexte de la classe de mathématiques (Artigue 1997a ; Artigue 1997b ; Drijvers 2001 ; Trouche 2007 ; Drijvers et Trouche 2008). Cependant, la technologie, dans cette approche, n'est considérée que dans ses dimensions de calculs et de représentation, or actuellement, les technologies possèdent également des propriétés de stockage d'information et de communication. Ces propriétés justifient que l'on s'y intéresse non seulement comme des artefacts tendant à devenir des instruments mais aussi comme des ressources à disposition des professeurs et des élèves tendant à devenir des documents dans un processus que le cadre théorique de la genèse documentaire (Gueudet et Trouche, 2010) tend à modéliser en prolongeant l'approche instrumentale ; les ressources des élèves et des professeurs, considérées au sens large (« une copie d'élève, les interactions dans la classe, un conseil donné par un collègue, constituent également des ressources pour le professeur. » (Gueudet et Trouche 2008, page 1)) tendent à devenir des documents interprétés par un destinataire dans une tâche particulière et associée à des schèmes d'utilisation. Tout comme dans la genèse instrumentale, cette transformation est un long processus qui se construit dans un double mouvement d'instrumentation et d'instrumentalisation, les ressources modifiant les comportements des acteurs et les acteurs transformant les ressources pour leurs propres usages et à des fins déterminées. Ces phénomènes sont directement liés au contexte et à l'environnement dans lesquels ils s'exercent, que ce soit au niveau local (la classe, l'école) ou à un niveau global (l'institution, la société, la politique éducative).

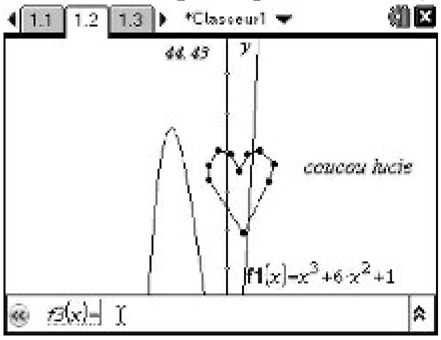

Figure 5 : Calculatrice comme instrument de communication

C'est ainsi que pour étudier les multi-représentations offertes par les technologies, il me semble important de ne pas seulement s'arrêter sur les propriétés de représentation et de calculs, mais aussi de considérer les propriétés d'organisation des idées, de créativité et de communication qui participent à la mise en place des représentations externes des objets mathématiques étudiés.

La figure 5 montre un écran de la calculatrice d'une élève sur laquelle les possibilités de représentation d'objets géométriques ont été détournées pour envoyer un message. Cet exemple anecdotique n'en est pas moins significatif de l'appropriation des propriétés de l'artefact à des fins documentaires.

Ces considérations théoriques ont des applications pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, et si on considère les dynamiques présentes dans la classe de mathématiques, les cadres présentés dans ce paragraphe constituent des outils de compréhension des phénomènes observés dans un contexte d'utilisation de la technologie dans la classe de mathématiques. L'environnement technologique participe à la dynamique propre élève-savoir et enrichit le système de ressources des élèves parallèlement à celui du professeur. Le terme « parallèlement » pouvant alors s'entendre de deux façons différentes : comme indiquant une construction conjointe allant dans une même direction et débouchant sur une dynamique collective ou bien *des* constructions qui ne se rencontrent pas et demeurent à un niveau privé. L'observation sur le long terme de la place des technologies dans l'ensemble documentaire des élèves et des professeurs complète et explique des phénomènes locaux d'usage des technologies. Des incompréhensions entre les acteurs peuvent être mises à jour provenant de genèses « parallèles », comme par exemple, dans la gestion par le professeur et les élèves des propriétés de stockage de l'information (Aldon, 2011b). Les propriétés documentaires (Pédauque, 2006) des nouvelles générations d'ordinateurs de mémorisation et d'organisation des idées, de créativité et de communication peuvent demeurer à un niveau privé ou être construites collectivement, facilitant ainsi la multi-représentation externe des objets manipulés. Le lien existant entre les genèses documentaires des technologies à disposition des acteurs et les possibilités d'usage pour l'apprentissage des multi-représentations ne peut se construire que sur le long terme en prenant en compte les propriétés documentaires des technologies.

Pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

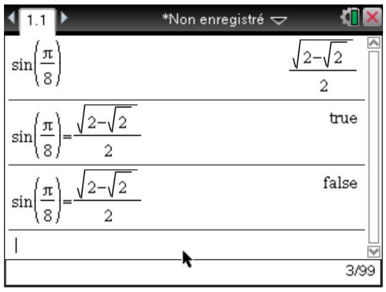

Figure 6: Valeur exacte, valeur approchée

Pour illustrer la transformation des objets mathématiques à travers l'usage des technologies, je voudrais partir de quelques exemples. Sur l'écran de la figure 6 et suivant les réglages internes de la calculatrice (ici une TI-Nspire de Texas Instruments), la valeur calculée de sin(π/8) est considérée comme exacte ou non. Il y a conversion dans le registre de représentation de la machine qui ne peut pas être compris sans une compréhension préalable des modes de représentations des objets mathématiques de façon interne. De la même façon qu'en mathématiques, des signes peuvent avoir des significations différentes (pensons par exemple à → qui dans un contexte de calcul de limite se comprendra comme « tend vers » et dans un contexte de fonction, comme « de l'ensemble de départ, vers l'ensemble d'arrivée »), les calculatrices utilisent des symboles identiques pour exprimer des opérations différentes ou bien utilisent deux symboles différents pour la même opération. C'est le cas illustré dans la figure 7 où le signe égal prend une signification d'affectation, ou d'identité, l'affectation étant par ailleurs représentée dans une autre application par le signe « := ». Suivant le cadre, le signe prend des significations différentes. Pour continuer avec l'exemple de la fonction définie dans cet exemple, la représentation graphique peut prendre des aspects surprenants et en tout cas contradictoires (figure 8). Dans ce cas, l'utilisation du logiciel peut provoquer une nouvelle réflexion et créer de nouveaux problèmes conduisant à expliquer les phénomènes observés. Tout ceci fait bien sûr référence à des travaux connus et renvoie notamment au concept de transposition informatique (Balacheff, 1994) qui prend en compte la transformation du savoir à enseigner en lien avec les modélisations et ~~de~~ l'implémentation des objets mathématiques. Entre l'univers externe et ses modes de représentation, l'univers interne de la machine et sa propre syntaxe, l'interface, visible par l'utilisateur est

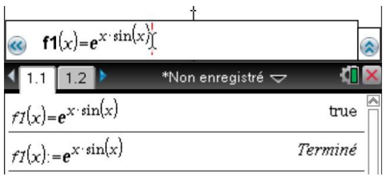

Figure 7 : Différente signification d'un même signe

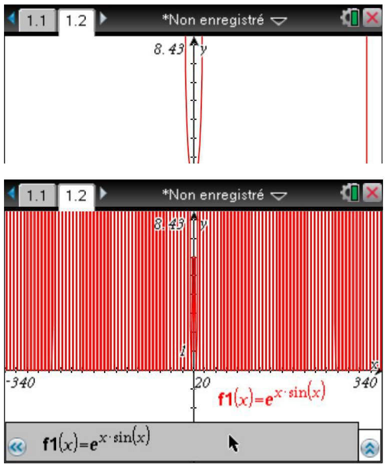

Figure 8 : Représentations graphiques contradictoires

un modèle différent et la distance entre la connaissance de référence et la connaissance implémentée nécessite une transposition au même titre que les savoirs savants sont transposés pour atteindre les savoirs enseignés.

Les potentialités des technologies permettent de s'appuyer sur les différentes applications en inter-relation pour enrichir les registres de représentation des objets mathématiques étudiés. Il est cependant fondamental de pouvoir transformer une situation mathématique riche en une situation didactique féconde. Cette transformation passe par la mise en place d'un milieu :

« Nous entendons par milieu ce que le professeur doit mettre en place pour permettre l'apprentissage mathématique : objets matériels ou non, état des connaissances, documents et supports de nature variée, organisation des interactions etc. » (Durand-Guerrier, 2010)

On considère ce milieu dans un sens large prenant en compte non seulement les objets matériels mis à disposition des élèves, les outils, les ressources mais aussi les connaissances des élèves particuliers en projetant la situation sur la classe effective. Mais aussi, pour que les potentialités des technologies deviennent des outils favorisant l'apprentissage, il est nécessaire que le professeur coordonne, orchestre (Trouche, 2005) et partage les responsabilités dans les situations didactiques. L'exemple de la situation suivante permet d'éclairer ces nécessaires choix. Il s'agit d'un problème proposé par le marquis de l'Hospital dans son *Analyse des infiniment petits* (1676) et repris dans le projet e-CoLab[1]:

A l'extrémité d'une règle de 1 mètre, on attache un fil de 0,4 mètre, dont l'autre extrémité se termine par une poulie. Un second fil, de longueur 1 mètre, attaché à la deuxième extrémité de la règle, passe derrière la poulie et se termine par un poids. La position d'équilibre du système est obtenue lorsque le poids est à sa plus basse position.

Cette situation a été construite dans (Aldon, 2011) comme une situation favorisant la prise de responsabilité des élèves quant à la modélisation du problème. (Voir en annexe le scénario proposé)

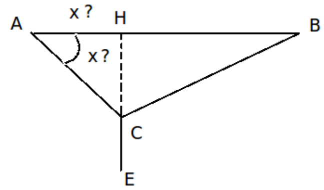

Figure 9 : La poulie de l'Hospital

Le problème de statique doit être mathématisé et le choix de la modélisation conduit à des solutions différentes ; la géométrie dynamique permet de s'intéresser à la nature des objets mathématiques et à leurs degrés de liberté. ainsi, par exemple, le point C est contraint à appartenir à un arc de cercle de centre A, le point E à un segment porté par la perpendiculaire à la droite (AB) passant par C, etc. La réflexion sur la construction de la figure dans une application de géométrie dynamique conduit à une réflexion sur les relations existantes entre les grandeurs et à la description des contraintes de la figure qui peut amener des choix différents ; par exemple, en posant la distance AH ou l'angle HAC comme variable. Chacun de ces choix permet la description et conduit à des études de fonctions différentes :

AM=x et la distance HE s'exprime : $HE_x = \sqrt{0{,}16 - x^2} + 1 - \sqrt{1{,}16 - 2\mathrm{x}}$

∠HAC=x et la distance HE s'exprime : $HE_x = 1 - \sqrt{1{,}16 - 0{,}8\cos x} + 0{,}4\sin x$

---

1 e-CoLab : expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques est un projet de recherche impliquant des chercheurs et des enseignants des IREM de Lyon, Paris 7 et Montpellier 2 et coordonné par l'Institut Français de l'Éducation. Ce projet a débouché, notamment sur la publication pour les professeurs de mathématiques (Aldon, 2009, 2010, 2011)

Deux fonctions différentes conduisent à une solution unique au problème posé. Ainsi, et pourvu que le choix du modèle soit laissé à l'initiative des élèves, la confrontation dans la classe de mathématiques des choix effectués illustre les possibilités données par la technologie de multi-représentations externes et conduit à modifier le système de ressources des élèves et participe, en ce sens, à la réorganisation de leurs apprentissages.

Conclusion

Les questions posées dans l'introduction des rapports entre l'usage des technologies et les apprentissages des mathématiques ont été abordées sous l'angle des possibilités offertes par les technologies d'enrichissement des systèmes de représentation des objets mathématiques dans le jeu de modélisation et de conversion entre les applications disponibles en renvoyant à trois éléments fondamentaux de l'organisation du travail des élèves dans un environnement technologique :

1. l'orchestration où le professeur est comparé à un chef d'orchestre qui met en place les conditions nécessaires à l'expression de tous,
2. la multi-représentation interne qui permet à travers les usages d'applications en relation les unes avec les autres de donner du sens aux objets mathématiques en les éclairant sous des angles différents,
3. la multi-représentation externe qui favorise la comparaison et la confrontation des stratégies mises en place dans la classe et qui favorise une réorganisation des connaissances.

Il paraît, par ailleurs, de plus en plus difficile de faire abstraction à l'intérieur de l'école des évolutions de la technologie et de ses usages quotidiens en dehors de l'école. La technologie peut devenir un allié de l'enseignement pour peu que soit pris en compte :

- les genèses documentaires des enseignants et des élèves,
- les propriétés documentaires des artefacts,
- les possibles décalages entre les trajectoires des élèves et des professeurs dans la dynamique de la classe.

Bibliographie

Aldon, G. (Ed.) (2009). *Mathématiques dynamiques en seconde*, Hachette-Education

Aldon, G. (Ed.) (2010). *Mathématiques dynamiques en première*, Hachette-Education

Aldon, G. (Ed.) (2011). *Mathématiques dynamiques en terminale*, Hachette-Education

Aldon, G. (2011b). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique : construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident*, thèse de doctorat, Université Lyon 1.

Artigue, M. (1997a). *Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des mathématiques au lycée.* DIDIREM, IREM Paris VII.

Artigue, M. (1997b). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 133-169.

Arzarello, F. & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments. Dans P. Drijvers & H.-G. Weigand (Éds.), *The role of handheld technology in the mathematics classroom* (T. 42, pp. 715731). ZDM Mathematics Education.

Balacheff N. (1994) La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique. In Artigue M. et al. (eds) *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Recherche en didactique des mathématiques.

Barnsley, M., Ervin, V., Hardin, D. & Lancaster, J. (1985). Solution for an inverse problem for fractals and other sets. Dans *National academy of science*, 83.

Drijvers, P. (2001). Concevoir différents statuts des lettres dans la résolution d'un système avec le calcul formel : le rôle de l'instrumentation. Dans J.-B. Lagrange & D. Lenne (Éds.), *Calcul formel et apprentissage des mathématiques* (pp. 61-72). Paris INRP.

Drijvers, P. & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments : a theoretical framework behind the orchestra metaphor. Dans G. Blume & M. Heid (Éds.), *Research on technology ans the teaching and learning of mathematics* (T. 2, pp. 363-392). Charlotte NC.

Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, 22-3, 233261.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2-3, 7-33.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers ? *Education Studies in Mathematics*, 71, 199-218.

Pedauque, R.T. (2006). *Le document à la lumière du numérique,* C & F éditions, Caen

Peirce, C. (1938/1978) *Ecrits sur le signe*, Le Seuil, Paris.

Rabardel, P. (1995). *L'homme et les outils contemporains*. A. Colin.

Trouche, L. (2005). *Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations.* Recherches en Didactique des Mathématiques, 2005, 25-1, 91-138

Trouche, L. (2007). Approche instrumentale, didactique des mathématiques et environnements informatisés d'apprentissage, genèse de processus d'intégration théorique. Dans *Séminaire invité au laboratoire Conception, Création, Compétences et Usages*, *Ergonomie et Psychologie, Université Paris 8*.

Annexe

Cette situation est extraite de (Aldon, 2011)

Consignes données aux élèves

Le Marquis de L'Hospital publia en 1696 « Analyse des infiniment petits », ouvrage dont est extrait le problème suivant.
« À l'extrémité d'une règle de 1 mètre, on attache un fil de 0,4 mètre, dont l'autre extrémité se termine par une poulie. Un second fil de longueur 1 mètre, attaché à la deuxième extrémité de la règle, passe derrière la poulie et se termine par un poids. La position d'équilibre du système est obtenue lorsque le poids est à sa plus basse position. »

Le but du problème est de déterminer cette position d'équilibre après un choix de variable pertinent, de façon approchée dans un premier temps grâce à une démarche expérimentale, puis de façon exacte.

Partie A. Analyse géométrique de la situation

Réaliser sur une feuille un *dessin* illustrant la situation proposée.

Réfléchir à la construction en géométrie dynamique de la figure associée : nature des objets à construire, chronologie de la construction.

Partie B. Étude expérimentale

Consignes **1.1 Géométrie**

Créer un nouveau classeur nommé « Poulie de l'Hospital Nom Prénom.tns » et ouvrir une page de géométrie.

1. Construire la figure modélisant la situation proposée : s'appuyer sur les idées dégagées dans la partie A en les faisant évoluer au besoin afin d'obtenir une construction cohérente.
2. Construire la trace du point représentant le poids pour les différentes positions possibles de la poulie.

En agissant sur les points mobiles et en observant la trace affichée, tester la cohérence de la construction.

Pause débat

3. Conjecturer la position d'équilibre du poids en la repérant par rapport à la règle.
4. La modélisation de la position du poids nécessite une prise d'initiative : le choix d'une variable ; proposer un choix ; après l'avoir fait valider, réaliser les constructions nécessaires et effectuer les *mesures* correspondantes, l'une liée à l'objet variable, l'autre à « l'altitude » du point D.

Pause débat

5. Enregistrez chacune des deux mesures retenues précédemment sous un nom lié à l'objet mesuré.

Consignes **1.2 Tableur & Listes**

1. Insérer une page Tableur & listes.
2. Réaliser une *capture de données automatique* pour chacune des mesures enregistrées.
3. Le tableau de valeurs obtenu permet-il de préciser la conjecture établie sur la position d'équilibre ?

Consignes **1.3 Graphiques**

Insérer une page Graphiques
Construire le nuage de points associé aux données recueillies.
Situer dans le nuage le point correspondant à la position d'équilibre et vérifier la cohérence des différentes réponses apportées grâce à la figure de géométrie dynamique, au tableur et au nuage de points.

Partie C. Étude théorique

Afin de modéliser le problème, exprimer algébriquement la position du poids en fonction de la variable choisie.

Consignes **1.4 Graphiques**

Insérer une page Graphiques
Représenter graphiquement la fonction obtenue, en proposant un choix judicieux de fenêtre d'affichage.
Vérifier la cohérence entre le graphique et le nuage de points ; en cas de contradiction, revoir le calcul algébrique !
Affiner si possible la conjecture sur la position d'équilibre.

Quid de la solution exacte ? Étudier la fonction obtenue et conclure quant à la position cherchée.

Scenario testé dans une classe de Terminale scientifique

Ce que fait le prof	Ce que font les élèves	Temps
1ère séance en demi-classe		
L'enseignant distribue la fiche élève. Le professeur vérifie auprès de chaque élève la cohérence de la construction et aide aux manipulations le cas échéant. Difficultés attendues, entraînant l'échec de la construction dynamique : - la reconnaissance du statut des différents objets de la construction : lesquels sont-ils libres, lesquels sont-ils liés ? - la chronologie de la construction.	Les élèves s'approprient la situation et construisent la figure en géométrie dynamique.	25 min
Pause débat Le professeur repère parmi les travaux des élèves les constructions n'ayant pas pris en compte l'ensemble des contraintes concernant le point associé à la poulie. L'enseignant organise alors un débat afin d'éclairer la situation et d'obtenir un algorithme de construction valide.	L'un des élèves concernés présente sa construction.	15 min
	Les élèves manipulent la figure de façon à formuler la conjecture demandée ; dans la perspective de modéliser la situation, ils font un	5 min

	choix de variable et effectuent les mesures attendues.	
Pause débat L'enseignant gère le débat afin de valider les choix proposés.	A tour de rôle les élèves proposent leurs différents choix, de la variable d'une part, de la grandeur mesurant l' « altitude » d'autre part.	10 min
2ème séance en demi-classe		
L'enseignant s'assure que les manipulations sont correctement effectuées. L'enseignant aide à donner du sens à la grandeur observée (si le nuage de points semble présenter un maximum, c'est que la distance entre la règle et le point d'équilibre est elle-même maximum).	Les élèves capturent les données correspondant à leurs choix effectués lors de la séance précédente ; ils précisent leur conjecture quant au repérage de la position d'équilibre. Après avoir réalisé le nuage de points associé aux données, les élèves situent le point correspondant à la position d'équilibre ; ils vérifient la cohérence des réponses apportées dans les différents cadres au problème posé.	20 min
L'enseignant aide, lorsque cela est nécessaire, à comprendre comment se manifeste la cohérence, et le cas échéant apporte une aide afin de remédier aux erreurs de calcul.	Les élèves déterminent algébriquement l'expression de la position du poids en fonction de la variable choisie. Ils tracent la représentation graphique de la fonction obtenue ; afin de vérifier leurs calculs algébriques ils examinent la cohérence entre le graphique obtenu et le nuage de points précédent.	15min
Les élèves devront terminer cette étude pour la séance suivante en devoir à la maison.	L'étude de la fonction obtenue est commencée en vue d'apporter la réponse exacte au problème proposé.	20min
3ème séance (partielle) en classe entière		
Lors d'une séance ultérieure après correction des travaux des élèves, le professeur présente une synthèse des		

différentes fonctions étudiées par les élèves. L'application de calcul formel permet de présenter rapidement l'étude de ces fonctions. L'utilisation de l'éditeur mathématique dynamique peut être particulièrement judicieuse. Un débat autour de l'interprétation des réponses apportées par le logiciel permet d'éclairer le lien entre les différentes variables lors de la position d'équilibre. Le temps imparti à cette synthèse peut varier suivant le nombre de fonctions retenues par les élèves pour modéliser le problème.	Les élèves vérifient leur travail et apportent les corrections nécessaires.	De 20 à 30 min