



Universidad
Zaragoza



Facultad de Ciencias
Universidad Zaragoza

TRABAJO DE FIN DE GRADO
GRADO EN FÍSICA

**MODIFICACIONES EN EL ESPECTRO DE FOTONES
CÓSMICOS DE ALTA ENERGÍA DEBIDAS A UNA
CINEMÁTICA DEFORMADA RELATIVISTA**

AUTOR:

Ángel Vincueria Cuartas

DIRECTORES:

José Manuel Carmona
José Javier Relancio

Departamento de Física Teórica
Zaragoza, 27 de junio de 2021

Resumen

La física de ultra alta energía está a punto de entrar en una nueva era gracias a los impresionantes resultados de experimentos como el *Large High Altitude Air Shower Observatory* (LHAASO), llegando a detectar fotones de hasta 1,4 PeV (10^{15} eV). En esta línea, en el presente trabajo vamos a estudiar posibles efectos de nueva física que podrían deberse a que los fotones de alta energía experimentan un espacio-tiempo cuántico. En el trabajo consideraremos teorías que van más allá de la cinemática de Relatividad Especial motivadas por los recientes estudios de posibles efectos observables a bajas energías como consecuencia de una teoría de gravedad cuántica, la llamada fenomenología de gravedad cuántica. En concreto estudiaremos la modificación en la propagación de fotones de alta energía, y en particular su recorrido libre medio, al considerar un escenario que deforma la cinemática de relatividad especial conocido como Relatividad Doblemente Especial.

Summary

Ultra-high-energy physics is about to enter a new era thanks to the impressive results of experiments such as the *Large High Altitude Air Shower Observatory* (LHAASO), detecting photons of up to 1,4 PeV (10^{15} eV). Along these lines, in the present work we are going to study possible effects of new physics that could be due to the fact that high-energy photons experience a quantum space-time. In the work we will consider theories that go beyond the kinematics of Special Relativity motivated by recent studies of possible observable effects at low energies as a consequence of a theory of quantum gravity, the so-called quantum gravity phenomenology. Specifically, we will study the modification in the propagation of high-energy photons, and in particular their mean free path, when considering a scenario that deforms the kinematics of special relativity known as Doubly Special Relativity.

*Muchas gracias a mis directores
José M. Carmona y J. Javier Relancio,
así como al profesor José L. Cortés
y a Maykoll A. Reyes por su gran
ayuda en este trabajo.*

Índice de contenidos

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Rayos gamma	2
1.3. Objetivos	4
2. Producción de pares	4
2.1. Evaluación de la sección eficaz	5
2.2. Evaluación de la opacidad óptica	6
2.3. Cálculo del camino libre medio	9
3. Violación de la invariancia de Lorentz	11
4. Relatividad especial deformada	13
4.1. Cálculo del recorrido libre medio en DSR	15
5. Conclusiones	18
6. Bibliografía	21

Lista de acrónimos y abreviaturas

- GR: Relatividad General
- QM: Mecánica Cuántica
- SR: Relatividad Especial
- LIV: Violación de Invariancia Lorentz
- CMB: Fondo cósmico de microondas
- DSR: Relatividad Doblemente Especial
- DCL1: First-order deformed composition law, definido en Eq. (32)
- UHECR: Rayos cósmicos de ultra alta energía
- LHC: Large Hadron Collider
- LIGO: Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory
- AGN: núcleo de galaxia activo
- GRB: gamma ray burst
- Fermi-LAT: Fermi Large Area Telescope
- IACT: Imaging Atmospheric (or Air) Cherenkov Telescopes
- HESS: High Energy Stereoscopic System
- MAGIC: Major Atmospheric Gamma Imaging Cherenkov Telescopes
- VERITAS: Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System
- HAWC: High Altitude Water Cherenkov
- LHAASO: Large High Altitude Air Shower Observatory
- WCDA: Water Cherenkov Detector Array
- KM2A: Kilometer Square Array
- WFCTA: Wide Field-of-view Cherenkov Telescope Array
- EBL: Fondo de luz extragaláctico
- RB: Fondo de radio
- LI: Invariancia Lorentz

Lista de símbolos

- γ : Fotón de alta energía
- γ_b : Fotón de fondo
- E : Energía del fotón de alta energía
- ε : Energía del fotón de baja energía
- s : Invariante relativista “s” (corresponde a la energía al cuadrado en el sistema de referencia centro de masas)
- m_e : Masa del electrón en eV/c^2
- ε^{thr} : Energía umbral
- $\sigma_{\gamma\gamma}$: Sección eficaz del proceso producción de pares
- Φ : Flujo de fotones
- τ_γ : Opacidad óptica
- z_s : Corrimiento al rojo
- E_{obs} : Energía del fotón detectado
- $P_{\gamma \rightarrow \gamma}$: Probabilidad de supervivencia del fotón
- n_γ : Densidad espectral de fotones de fondo
- λ_γ : Camino libre medio para el fotón en la producción de pares
- \bar{E} : Energía del fotón de alta energía adimensional
- $\bar{\varepsilon}$: Energía del fotón de baja energía adimensional
- \bar{s} : Invariante relativista “s” adimensional
- Λ : Escala de nueva física
- \tilde{s} : Invariante relativista deformado
- $\tilde{\lambda}$: Camino libre medio deformado

1. Introducción

1.1. Motivación

Desde que a principios del siglo pasado se formularon las teorías de la Relatividad General (GR) y de la Mecánica Cuántica (QM), muchos físicos teóricos han intentado encontrar una única teoría capaz de explicar las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. En esta línea, el desafío se encuentra en la unificación de la Relatividad General y la Teoría Cuántica de Campos, es decir, formular una teoría de gravedad cuántica.

Ambas teorías reinan por separado en sus respectivos marcos de aplicación. El origen de su incompatibilidad viene del papel que juega el espacio-tiempo en ellas: en relatividad general es una variable dinámica mientras que en teoría cuántica de campos es un marco estático. En ambos casos, sin embargo, la teoría de la relatividad especial (SR) juega un papel esencial para definir las simetrías de ese espacio-tiempo.

La relatividad especial ha dado muy buenos resultados al ser sometida a varios tests para comprobar su validez. Pero, ¿podría ser que la SR fuera en realidad una aproximación a bajas energías de una teoría más completa? En este trabajo consideraremos teorías que van más allá de SR motivados por la fenomenología de gravedad cuántica, centrada en analizar posibles consecuencias observacionales de modelos de gravedad cuántica. Este campo empezó a considerarse a finales de los años 90 y en las últimas décadas ha ido cobrando relevancia gracias al desarrollo de la astronomía multimensajera. Este tipo de teorías implican correcciones a altas energías de forma que se recupere la formulación de SR para bajas energías.

A lo largo del trabajo emplearemos dos tipos de teorías más allá de SR. La primera es la Violación de Invariancia Lorentz (LIV), donde se añaden términos a la relación de dispersión de SR que sólo son apreciables a altas energías. En esta teoría no hay un principio de relatividad, es decir, existe un observador privilegiado y no hay transformaciones, como las de Lorentz en SR, que mantengan la invariancia entre distintos observadores. Las leyes físicas se formulan para ese observador privilegiado, que normalmente se escoge como aquel observador que ve de forma isotrópica el fondo cósmico de microondas (CMB). La segunda es la Deformación de Relatividad Especial o Relatividad Doblemente Especial (DSR), donde se proponen también cambios en la relación de dispersión de SR y además una modificación de las leyes de composición de energía y momento. Aquí sí que se mantiene un principio de relatividad, pero conservando dos invariantes, la velocidad de la luz y una nueva escala de energía, de ahí el nombre “doblemente especial”. Las transformaciones ya no serían como las de Lorentz de SR, sino unas que mantengan el nuevo principio de relatividad.

La escala a la que uno esperaría posibles efectos de gravedad cuántica es del orden de la energía de Planck $\approx 1,22 \cdot 10^{28}$ eV. Tal magnitud de energías nos es ahora inalcanzable en experimentos terrestres, y por eso los rayos cósmicos de ultra alta energía (UHECR) generados en aceleradores astronómicos, que pueden llegar a alcanzar energías hasta siete órdenes de magnitud por encima de las obtenidas en el *Large Hadron Collider* (LHC) [1], son los utilizados para realizar diversos tests de SR. Pese a que estos UHECR no alcanzan la energía de Planck, las partículas que los forman recorren distancias astronómicas hasta ser detectados en la Tierra, de modo que al recorrer semejantes distancias los posibles efectos de gravedad cuántica se verían amplificados.

Un ejemplo de esta amplificación sería el retraso en el tiempo de propagación de fotones de alta energía. Como se sugiere en la Ref. [2], fotones con energía suficientemente alta podrían estar explorando el espacio-tiempo cuántico, y su propagación podría sufrir correcciones debidas a gravedad cuántica, haciendo que su velocidad en el vacío fuera diferente de c . Así, fotones de baja y alta energía viajarían a diferentes velocidades, lo que ocasionaría retrasos entre fotones de diferentes energías que no existen en relatividad especial. Aunque el retraso sea muy pequeño, se acumularía a lo largo de la propagación, de modo que el efecto podría ser observable si la fuente de dichos fotones está suficientemente alejada de nosotros.

Junto a los UHECR, los neutrinos, las ondas gravitacionales y los rayos gamma son conocidos como mensajeros cósmicos. En la última década dos descubrimientos fundamentales han abierto nuevas ventanas de observación del Universo. Uno de ellos es la detección de ondas gravitacionales tras la fusión de dos agujeros negros realizada por el *Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory* (LIGO); cabe resaltar que durante décadas muchos científicos, incluido Einstein, consideraban imposible observar dichas ondas. El otro es la detección de los primeros neutrinos de alta energía de origen cósmico por *IceCube*, un gigantesco detector de un kilómetro cúbico de tamaño en el hielo antártico del Polo Sur. Estas observaciones marcan una nueva era de la astronomía multimensajera [3] que, aunque todavía es un campo joven, podría revolucionar nuestro entendimiento de la física fundamental. Cada uno de estos mensajeros cósmicos tiene su origen en procesos distintos y, por lo tanto, llevan información sobre diferentes mecanismos que ocurren en su fuente. Además, los mensajeros también difieren ampliamente en cómo llevan esta información hasta los detectores en la Tierra.

En adelante, nos centraremos en el estudio de un único mensajero cósmico, los rayos gamma. Estos rayos gamma (o fotones de alta energía) se originan en los eventos más violentos y altamente energéticos del Universo, como *jets* de agujeros negros supermasivos en los núcleos activos de las galaxias (AGN) [4], explosiones de supernovas [5], o fusiones de estrellas de neutrones binarias [6], entre otros. Estos dos últimos se agrupan en los conocidos como *gamma ray burst* (GRB).

1.2. Rayos gamma

El ser humano es sensible a una pequeña parte del espectro electromagnético, conocido como espectro visible; si nos vamos a frecuencias o energías más altas tenemos el ultravioleta, los rayos X y por último, los más energéticos, los rayos gamma.

En comparación con la astronomía convencional, los rayos gamma son increíblemente energéticos. En la práctica esto se traduce en que no se pueden focalizar con lentes; no podemos hacer como con longitudes de onda del visible: construir un telescopio muy grande con lentes y espejos y detectar rayos gamma directamente. Las técnicas que se usan en la detección de rayos gamma se parecen más a las usadas en el LHC que a los telescopios convencionales. Un fotón de un rayos gamma, en presencia de un medio, puede crear un par electrón-positrón, $\gamma \rightarrow e^+ e^-$, donde un fotón se divide en un par electrón-positrón, y como se verá a continuación, este fenómeno se usa en la detección de rayos gamma.

La detección de rayos gamma de alta energía implica superar varios desafíos. El primero de ellos es que la atmósfera es ópticamente gruesa para longitudes de onda cortas, por lo que es difícil observar los rayos gamma desde la superficie de la Tierra. El segundo es que la cantidad de

fotones de rayos gamma que llega es pequeña en comparación con los fotones ópticos. Debido a estos problemas, actualmente los fotones de rayos gamma se pueden detectar utilizando dos tipos de experimentos:

1. Telescopios espaciales, que detectan directamente los fotones al no verse limitados por la atmósfera terrestre, como el satélite *Fermi Large Area Telescope* (Fermi-LAT), que fue lanzado en Junio del 2008 y puede detectar fotones en un rango de $2 \cdot 10^7$ eV a $3 \cdot 10^{11}$ eV. La detección se basa en la creación de pares, los rayos gamma llegan al *tracker*, una parte donde hay unas placas de silicio, y al impactar se crea un par electrón-positrón. Estas partículas se detectan en un calorímetro situado tras el *tracker* donde se mide su energía pudiendo así reconstruir la energía del rayo gamma original. Como en el espacio ocurren muchos otros procesos que pueden hacer que el calorímetro detecte electrones y positrones, como los rayos cósmicos, Fermi-LAT cuenta con un detector de anticoincidencia para discernir los rayos gamma. El satélite apunta aproximadamente a un quinto del cielo, y debido a su rotación es capaz de ver toda la esfera celeste cada 3 horas [7].
2. Telescopios terrestres, que detectan de forma indirecta la radiación de Cherenkov que se produce debido a las cascadas electromagnéticas. Estas instalaciones se conocen como *Imaging Atmospheric (or Air) Cherenkov Telescopes* (IACT). Algunos ejemplos son: el *High Energy Stereoscopic System* (HESS) en Namibia, que detecta fotones en un rango de 10^{10} eV a 10^{13} eV, el *Major Atmospheric Gamma Imaging Cherenkov Telescopes* (MAGIC) en las Islas Canarias, que detecta fotones en un rango de $3 \cdot 10^{10}$ eV a 10^{15} eV, o el *Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System* (VERITAS) en Arizona, que detecta fotones en un rango de $5 \cdot 10^{10}$ eV a $5 \cdot 10^{13}$ eV [8]. Normalmente los telescopios terrestres estudian fuentes como los AGN por su periodicidad, y los telescopios espaciales estudian GRB porque son más impredecibles y de gran variabilidad. Sin embargo, la primera detección de un rayo gamma de alta energía por encima de 0,2 TeV ocurrió en MAGIC en el 14 de Febrero de 2019 tras recibir una alerta del detector de GRBs del satélite *Swift* [9]. Cuando un rayo gamma interactúa con un núcleo atmosférico, generalmente se produce un par electrón-positrón. A su vez, estos electrones y positrones pueden interactuar con otros átomos generando una cascada de partículas. Algunas de estas partículas viajan a una velocidad ultrarrelativista y emiten luz por radiación Cherenkov, que se produce cuando partículas viajan más rápido que la velocidad de la luz en un medio. Esta luz Cherenkov depende de la energía de la partícula y del medio en el que se esté propagando; así, detectando esta radiación se puede reconstruir la información de la partícula original. De esta manera, los espejos ópticos de los telescopios reflejan la luz Cherenkov y la recogen en una cámara que contiene tubos fotomultiplicadores, digitalizando la imagen. Esta técnica se utiliza en el observatorio *High Altitude Water Cherenkov* (HAWC) en Méjico, formado por un conjunto de tanques de agua que actúan como detectores Cherenkov. En este caso la cascada de partículas se produce en el agua y mediante fotodetectores en el fondo de los tanques el experimento es capaz de detectar fotones de 10^{11} eV a 10^{14} eV [10]. Además hay que destacar la colaboración *Large High Altitude Air Shower Observatory* (LHAASO) en la provincia china de Sichuan, que consiste en tres detectores interconectados: *Water Cherenkov Detector Array* (WCDA), *Kilometer Square Array* (KM2A) y *Wide Field-of-view Cherenkov Telescope Array* (WFCTA). Recientemente LHAASO ha anunciado la detección de más de 530 fotones con energías superiores a 10^{14} eV y hasta $1,4 \cdot 10^{15}$ eV de 12 fuentes de

rayos gamma de ultra alta energía dentro de la Vía Láctea, aceleradores astrofísicos llamados *PeVatrons* por analogía con el *TeVatron* (un acelerador de partículas circular operativo desde 2011 en *Fermilab* cerca de Chicago), con una significancia estadística superior a 7 desviaciones estándar [11].

1.3. Objetivos

La detección de rayos gamma de altas energías va a abrir una nueva ventana de observación del Universo en los próximos años que puede ayudarnos a explorar posibles efectos de nueva física, como una teoría cuántica de la gravedad. El objetivo de este trabajo se engloba dentro de la fenomenología de gravedad cuántica. Vamos a estudiar cómo diversas correcciones a la teoría de SR debidas a gravedad cuántica, como por ejemplo modificaciones a la relación de dispersión (la relación entre energía y momento) de partículas en su propagación en el espacio-tiempo cuántico, podrían observarse debido a procesos de amplificación (como el mencionado anteriormente para el caso de tiempos de vuelos de fotones) y de manera indirecta mediante la interacción de rayos gamma con los fondos (ver 2.1) de fotones de baja energía que llenan el Universo.

En concreto, nos centraremos en la producción de pares debida a la interacción de los rayos gamma con el CMB, ya que es un fondo “limpio” en el sentido de que se conoce de forma teórica, a diferencia de otros que se tienen que determinar de forma experimental con grandes incertidumbres asociadas. Además, en experimentos recientes como el ya mencionado LHAASO se han detectado energías del orden del PeV [11], justo dentro del rango de energías donde el CMB es el fondo más relevante en la pérdida de energía del fotón incidente.

2. Producción de pares

Los fotones de alta energía que forman los rayos gamma, γ , interactúan con los fotones de fondo poco energéticos, γ_b , que impregnan el Universo, mediante un proceso llamado producción de pares, $\gamma \gamma_b \rightarrow e^+ e^-$, donde el fotón de alta energía colisiona con un fotón del fondo, aniquilándose y produciendo un par electrón-positrón. En la figura 1 se muestra el diagrama de Feynman del proceso.

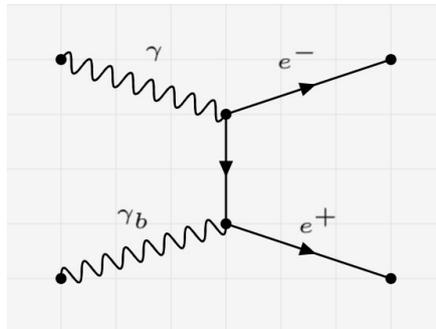


Figura 1: Diagrama de Feynman del proceso de producción de pares. γ es el fotón incidente de alta energía, γ_b es el fotón de fondo de baja energía, e^+ es el positrón y e^- es el electrón.

Este proceso reduce el flujo de rayos gamma, ya que parte de los fotones interactúan con el fondo. La probabilidad de que un fotón sea absorbido depende su energía y de la distancia que

recorra.

2.1. Evaluación de la sección eficaz

La energía mínima necesaria del fotón de fondo para desencadenar una producción de pares, denominada energía umbral, varía en función de la energía del fotón incidente. Para obtenerla recurrimos al invariante s , que es una cantidad relacionada con la energía total y el momento del sistema, la cual es la misma en todos los sistemas de referencia relacionados mediante transformaciones de Lorentz.

Para un sistema compuesto por dos partículas cuyos momentos forman un ángulo θ , representado en la figura 2, es:

$$s = (E_1 + E_2)^2 - \|c \vec{p}_1 + c \vec{p}_2\|^2, \quad (1)$$

donde $\vec{p}_1 = (p_1, 0, 0)$ y $\vec{p}_2 = (p_2 \cos \theta, p_2 \sin \theta, 0)$; así, $\|c \vec{p}_1 + c \vec{p}_2\|^2 = \|(c p_1 + c p_2 \cos \theta, c p_2 \sin \theta, 0)\|^2$.

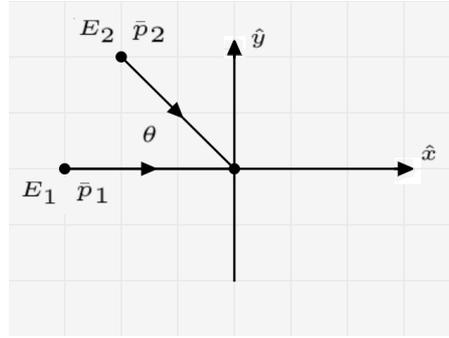


Figura 2: Esquema del choque entre la partícula 1, con energía E_1 y momento p_1 , y la partícula 2 con E_2 y p_2 , que forman entre sí un ángulo θ .

Si las partículas no tienen masa, $E = c \cdot p$, y podemos escribir:

$$s = (c p_1 + c p_2)^2 - (\sqrt{(c p_1 + c p_2 \cos \theta)^2 + (c p_2 \sin \theta)^2})^2. \quad (2)$$

Desarrollando, se obtiene:

$$s = c^2 2 p_1 p_2 (1 - \cos \theta) = 2 E_1 E_2 (1 - \cos \theta). \quad (3)$$

El caso a tratar es el de un fotón de un rayo gamma, con energía $E_1 = E$, que colisiona con un fotón perteneciente a un fondo, con energía $E_2 = \varepsilon$. La energía mínima para producir un par electrón-postitrón es $s = (2 m_e c^2)^2$, siendo m_e la masa del electrón en eV/c^2 , que corresponde a la situación en la que ambas partículas se producen en reposo. El proceso será posible cuando

$$\varepsilon > \varepsilon^{thr} = \frac{2 m_e^2 c^4}{E (1 - \cos \theta)}. \quad (4)$$

Suponiendo una colisión frontal de fotones, es decir, $\theta = \pi$, para la cual el valor de s es máximo, la ecuación (4) se escribe de la siguiente manera:

$$\varepsilon^{thr} = \frac{(m_e c^2)^2}{E}, \quad (5)$$

donde ε^{thr} es la energía umbral. Cuanto más energético sea el fotón procedente del rayo gamma, menor ha de ser ser la energía del fotón del fondo.

La sección eficaz de la producción de pares se conoce como *Breit-Wheeler cross-section* y toma la siguiente forma [12-14]:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(E, \varepsilon, \theta) = \frac{2\pi\alpha^2}{3m_e^2} W(\beta), \quad (6)$$

siendo

$$W(\beta) = (1 - \beta^2) \left[2\beta(\beta^2 - 2) + (3 - \beta^4) \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right], \quad (7)$$

con $\alpha = 1/137$, y β es la velocidad del electrón y del positrón desde el centro de masas, que viene dada por:

$$\beta(s) = \sqrt{1 - \frac{4m_e^2 c^4}{s}}, \quad (8)$$

donde $s = 2\varepsilon E (1 - \cos \theta)$ es el invariante relativista. Así, β se puede escribir como:

$$\beta(\varepsilon, E, \theta) = \sqrt{1 - \frac{2m_e^2 c^4}{\varepsilon E (1 - \cos \theta)}}. \quad (9)$$

Analizando la ecuación (6) encontramos el máximo de la sección eficaz $\sigma_{\gamma\gamma}^{max} \approx 1,70 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ para un valor de $\beta \approx 0,70$. Suponiendo colisiones frontales, es decir, $\theta = \pi$, y sustituyendo estos valores en la ecuación (9), obtenemos que la sección eficaz es máxima para fotones del fondo con energía:

$$\varepsilon(E) \approx \frac{500 \text{ GeV}}{E} \text{ eV}. \quad (10)$$

De esta forma, podemos distinguir el fondo de luz extragaláctica (EBL), que es el fondo más relevante para fotones incidentes con energías entre 10^9 y 10^{14} eV, abarcando los fotones en el infrarojo, visible y ultravioleta, el fondo cósmico de microondas (CMB), en el rango 10^{14} - 10^{19} eV, y el fondo de radio (RB), en el rango 10^{19} - 10^{22} eV [12].

Una de las conclusiones que arrojan experimentos de rayos gamma de altas energías como la colaboración HESS [5] es que el EBL observado parece ser inferior al estimado por modelos como el *minimal EBL model*, es decir, el Universo es más transparente a los rayos gamma de lo esperado, lo que se conoce como *pair production anomaly* [12]. Estos sorprendentes resultados podrían ser una señal de nueva física; en concreto, de una modificación de la SR que podría ser causada por efectos de gravedad cuántica, como veremos en secciones posteriores.

2.2. Evaluación de la opacidad óptica

La interacción entre los rayos γ y los fotones del fondo mediante producción de pares lleva a una supresión exponencial del flujo de fotones intrínseco, Φ . De esta forma, el flujo observado vendrá dado por la siguiente expresión:

$$\Phi_{obs}(E) = \exp\{-\tau_\gamma(E, z_s)\} \Phi(E(z_s), z_s), \quad (11)$$

donde $\tau_\gamma(E, z_s)$ es la opacidad óptica, z_s el corrimiento al rojo de la fuente y $E(z_s) = E(1 + z_s)$ es la energía del fotón emitido por la fuente.

Al operar con distancias extremadamente grandes, lo que es necesario al tratar con rayos gamma provenientes de objetos muy distantes en el Universo, hay que tener en cuenta que el Universo se expande. Esta expansión es acelerada, de modo que cuanto más lejano esté un objeto de nosotros, mayor será la expansión del espacio que nos separa.

La longitud de onda asociada a las partículas también se expande, disminuyendo así su frecuencia y su energía. Para cuantificar este efecto se define el corrimiento al rojo z_s como la diferencia relativa entre la longitud de onda en la fuente, λ_s , y la detectada en el experimento, λ_0 ,

$$z_s(t) = \frac{\lambda_s(t) - \lambda_0}{\lambda_0}. \quad (12)$$

De aquí en adelante, la coordenada z_s , *redshift*, se usará para medir las distancias a las que se encuentren las fuentes de rayos gamma.

Reescribimos la ecuación (11) como la probabilidad de supervivencia del fotón en función de la opacidad óptica:

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma}(E_{obs}, z_s) = \exp\{-\tau_\gamma(E_{obs}, z_s)\}. \quad (13)$$

Podemos calcular la opacidad óptica por unidad de tiempo según la Ref. [13, 14] como el producto de la sección eficaz de la interacción por la densidad diferencial de fotones del fondo, y por la diferencia de las componentes de la velocidad en la dirección del fotón incidente, obteniendo la siguiente expresión

$$\frac{d\tau_\gamma}{dt} = \sigma_{\gamma\gamma}(E(z), \varepsilon, \theta) dn_\gamma(\varepsilon) \Delta v(\theta), \quad (14)$$

donde τ_γ es la opacidad óptica para fotones de energía E que atraviesan un gas isótropo de fotones con una densidad espectral $n_\gamma(\varepsilon)$, es decir, el número de fotones del fondo por unidad de volumen en el intervalo de energía entre ε y $\varepsilon + d\varepsilon$. $n_\gamma(\varepsilon)$ es la suma de la contribución de los distintos fondos de fotones de baja energía: EBL, CMB y RB.

La fracción entre el diferencial de ángulo sólido correspondiente a un cono de ángulo diferencial entre θ y $\theta + d\theta$, $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$, y el ángulo sólido total, $\Omega = 4\pi$, es $\frac{1}{2} \sin\theta d\theta$. Esta es la fracción de volúmenes entre el cono y la esfera total, y para una distribución isótropa, será la fracción de fotones que se mueven en ese cono diferencial.

Por tanto, como $n_\gamma(\varepsilon)$ es el número de fotones por unidad de volumen (por unidad de intervalo de energía), el número de fotones por unidad de volumen en ese cono diferencial (por unidad de intervalo de energía) es $n_\gamma(\varepsilon) \frac{1}{2} \sin\theta d\theta$, y el número de fotones por unidad de volumen en ese cono diferencial con energías entre ε y $\varepsilon + d\varepsilon$, viene dado por:

$$dn_\gamma = n_\gamma(\varepsilon) \frac{1}{2} \sin\theta d\theta d\varepsilon. \quad (15)$$

La velocidad relativa entre el fotón de alta energía y el fotón de baja energía a lo largo de la dirección del primero es $\Delta v = c(1 - \cos\theta)$. De esta manera, si multiplicamos por $1/c$ la ecuación (14) se obtiene la probabilidad de absorción por unidad de camino recorrido:

$$\frac{d\tau_\gamma}{dl} = \frac{d\tau_\gamma}{dt} \frac{1}{c} = \int \int \frac{1}{2} \sigma_{\gamma\gamma}(E(z), \varepsilon, \theta) n_\gamma(\varepsilon) (1 - \cos\theta) \sin\theta d\theta d\varepsilon. \quad (16)$$

Claramente $\tau_\gamma(E, z_s)$ aumenta con z_s , ya que la probabilidad de sobrevivir del fotón es menor cuanto mayor sea la distancia a la fuente de rayos gamma.

Como resultado de integrar la probabilidad de absorción por unidad de camino, ecuación (16), a todo el recorrido entre fuente y detector, se obtiene:

$$\tau_\gamma(E, z_s) = \int_0^{z_s} dz \frac{dl(z)}{dz} \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \frac{1 - \cos\theta}{2} \int_{\varepsilon^{thr}}^\infty d\varepsilon n_\gamma(\varepsilon, z) \sigma_{\gamma\gamma}(E(z), \varepsilon, \theta), \quad (17)$$

donde $n_\gamma(\varepsilon, z)$ es la densidad espectral de los fotones de fondo, que en general depende de z . Para el CMB, que se comporta como un emisor de cuerpo negro a una temperatura $T_0(1+z)$, $T_0 = 2,73$ K [15], toma la siguiente forma [13]:

$$n_\gamma(\varepsilon, z) = (\hbar c)^{-3} (\varepsilon/\pi)^2 (e^{\varepsilon/kT_0(1+z)} - 1)^{-1}, \quad (18)$$

y $\sigma_\gamma(E(z), \varepsilon, \theta)$ es la sección eficaz de la producción de pares, con $E(z) = E(1+z)$.

La primera integral es la contribución de la expansión del Universo en la distancia que ha viajado el fotón, $l(z)$, desde la fuente hasta el detector, por unidad de *redshift* z . Así:

$$\frac{dl(z)}{dz} = \frac{c}{H_0} \frac{1}{(1+z)\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1+z)^3}}, \quad (19)$$

donde $H_0 \approx 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ es la constante de Hubble, mientras que según la Ref. [16] $\Omega_\Lambda = \Lambda_v/3H_0^2 = 0,692 \pm 0,012$ siendo Λ_v la constante de energía del vacío, y $\Omega_m = \rho_m/\rho_{cr} = 0,308 \pm 0,012$ son las fracciones de densidad de energía oscura y materia respecto a la densidad crítica del universo, $\rho_{cr} \approx 3H_0^2/8\pi G$, con G la constante de gravitación universal [17].

La segunda integral trata la dependencia angular entre las dos partículas que forman un ángulo θ dentro del rango $[-\pi, \pi]$, y la tercera integral da cuenta de la relación con la densidad de fotones del fondo, $n_\gamma(\varepsilon(z), z)$, que es la suma de las contribuciones del EBL, CMB y el RB. Como se verá más adelante, la contribución principal del fondo de fotones va a venir por parte del CMB, pudiendo descartar los otros dos fondos a la hora de calcular la opacidad óptica.

La energía $\varepsilon^{thr}(E(z), \theta)$ afecta a la opacidad óptica, siendo esta menor para umbrales de energía mayores al disminuir el recinto de integración, y en contra mayor para umbrales menores [18].

Si consideramos fuentes cercanas, con $z_s \ll 1$, podemos despreciar la expansión del universo. En este caso podemos definir el camino libre medio para el fotón en la producción de pares correspondiente a la época actual del Universo, λ_γ , que viene dado por

$$\frac{1}{\lambda_\gamma(E)} \approx \frac{\tau_\gamma(E)}{D} \approx \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \frac{1 - \cos \theta}{2} \int_{\varepsilon^{thr}}^\infty d\varepsilon n_\gamma(\varepsilon) \sigma_{\gamma\gamma}(E, \varepsilon, \theta), \quad (20)$$

donde D es la distancia a la fuente:

$$D = \int_0^{z_s} dz \frac{dl(z)}{dz} \approx \int_0^{z_s} dz \frac{c}{H_0} = z_s \frac{c}{H_0}.$$

De esta forma, cuanto menor sea la opacidad óptica, mayor será el camino libre medio y menor será la absorción de los rayos gamma por parte del fondo.

Los resultados en [12] obtenidos para la opacidad óptica para valores de $z_s \leq 3$ hasta valores de $D \approx cz_s/H_0 \approx 4 \text{ kpc}$, es decir, $z_s \approx 10^{-6}$, se muestran en la figura 3. En ella podemos ver que un fotón de 1 PeV, por ejemplo, tiene una probabilidad de supervivencia del 37% si proviene de una distancia de unos 10 kpc, mientras que esa probabilidad cae al 1% si proviene de una distancia de unos 40 kpc. Esta información es relevante al analizar los *PeVatrones* del interior de nuestra galaxia (que tiene un tamaño típico de unos 34 kpc).

Como se ha comentado antes, si nos centramos en Universo local ($z_s \ll 1$), podemos descartar efectos de expansión, y utilizar el recorrido libre medio del fotón en lugar de la opacidad óptica

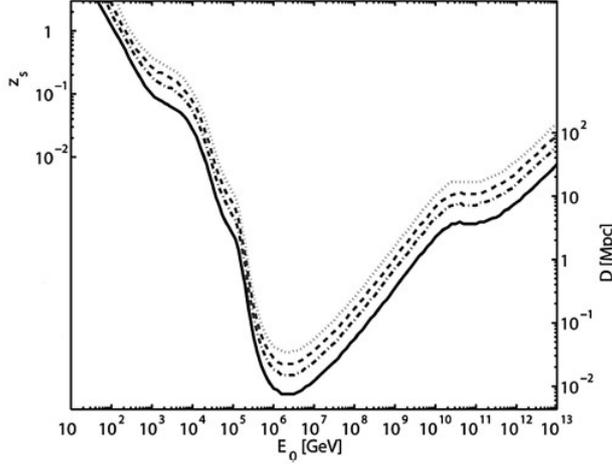


Figura 3: Distancias a las cuales la opacidad óptica toma valores fijos en función de la energía del fotón observado, E_{obs} . El eje vertical da cuenta de la distancia, a la izquierda en z_s , y en el lado derecho en D [Mpc] (cuando z_s es mucho menor que uno). La curva sólida corresponde a $\tau_\gamma = 1$ con una probabilidad de supervivencia $P_{\gamma \rightarrow \gamma}(E, z_s) \approx 0,37$; las siguientes hacia arriba corresponden a $\tau_\gamma = 2$ y $P_{\gamma \rightarrow \gamma} \approx 0,14$, a $\tau_\gamma = 3$ y $P_{\gamma \rightarrow \gamma} \approx 0,05$, y a $\tau_\gamma = 4,6$ y $P_{\gamma \rightarrow \gamma} \approx 0,01$. Para distancias $D < 8$ kpc la probabilidad de supervivencia del fotón es mayor de 0,37 para cualquier valor de E_{obs} [12].

para cuantificar la transparencia del Universo. De esta manera, para una distancia de $D \approx 4$ kpc ($z_s \approx 10^{-6}$), la Ref. [12] obtiene los resultados de la figura 4 para λ_γ en función de la energía del fotón incidente, E_{obs} .

En la figura 4 se observa que para el rango de energías del EBL, λ_γ es mucho mayor que para el rango de energías del CMB o del RB. Por tanto, dependiendo de E_{obs} , la absorción puede ser extremadamente grande, como pasa en torno a 10^6 GeV (rango de energía del CMB), o irrelevante, como pasa para cualquier valor de E_{obs} a distancias menores de $D < 4$ kpc. También se observa una mayor transparencia a altas energías. Por eso el fondo dominante es el RB, que tiene una mayor densidad que el EBL o el CMB. Pero la sección eficaz $\sigma_{\gamma\gamma}(E, E_{obs})$ disminuye cuando E_{obs} aumenta, de forma que los choques son menos probables, resultando en una menor opacidad.

Con todo esto se puede argumentar que, a la hora de calcular numéricamente la opacidad óptica según la ecuación (17), la contribución a la densidad espectral de fotones del fondo va a ser principalmente del CMB, más que de del EBL o el RB, si consideramos energías en el rango de 10^{14} eV a 10^{19} eV.

2.3. Cálculo del camino libre medio

Una vez conocidos los distintos ingredientes para calcular la opacidad óptica podemos pasar a calcular el recorrido libre medio. En adelante, usaremos unidades naturales, $c = 1$, $\hbar = 1$, como es práctica habitual en física de partículas.

El objetivo principal de este trabajo es considerar las posibles modificaciones debidas a una cinemática relativista deformada en experimentos actuales y futuros de detección de rayos gamma de alta energía.

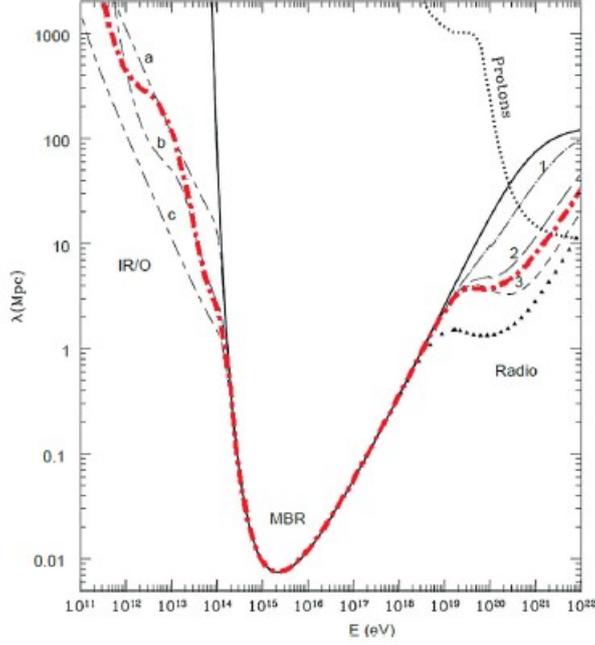


Figura 4: En rojo el camino libre medio, λ , para fotones por producción de pares para el Universo local $z_s \approx 0$. Para una energía en torno a $E \approx 10^{15}$ eV el recorrido libre medio es mínimo [12].

Un aspecto importante en la estimación de dichos efectos es el valor de la densidad numérica de fotones a considerar para cada fondo, ya que en función de la energía del fotón incidente, este interactuará preferentemente con uno u otro. Para el EBL estos valores se calculan de forma experimental, por lo que hay que tener en cuenta las incertidumbres de los distintos experimentos, que actualmente son bastante grandes [19]. Por otro lado, el CMB se comporta como un emisor de cuerpo negro y la densidad espectral es conocida. Por todo esto, el CMB es el fondo de fotones elegido para nuestro estudio.

En unidades naturales y para $z_s \ll 1$, la ecuación (18) toma la siguiente forma :

$$n_\gamma(\varepsilon) = (\varepsilon/\pi)^2 (e^{\varepsilon/kT_0} - 1)^{-1}. \quad (21)$$

Para calcular λ_γ partimos de la ecuación (20), que consta de una doble integral que depende del ángulo que forman los dos fotones en la interacción, θ , de la energía del fotón incidente, E , y de la energía del fotón de fondo, ε . Desde el punto de vista físico y de cara a futuros análisis, resulta más interesante tener la integral en función del invariante relativista $s = 4E\varepsilon(1 - \cos\theta)/2$; por eso realizamos el siguiente cambio de variable:

$$\frac{1 - \cos\theta}{2} \rightarrow \frac{s}{4E\varepsilon}, \quad d\left(\frac{1 - \cos\theta}{2}\right) = \frac{1}{4E\varepsilon} \cdot ds. \quad (22)$$

Así, las variables s y ε se mueven en los siguientes rangos:

$$4m_e^2 \leq s < \infty, \quad \frac{s}{4E} \leq \varepsilon < \infty. \quad (23)$$

Podemos reescribir la ecuación (20) como:

$$\frac{1}{\lambda_\gamma(E)} = 2 \int_0^1 d\left(\frac{1 - \cos\theta}{2}\right) \frac{1 - \cos\theta}{2} \int_{\frac{m_e^2/E}{(1 - \cos\theta)/2}}^\infty d\varepsilon n_\gamma(\varepsilon) \sigma_{\gamma\gamma}(E, \varepsilon, \theta)$$

$$= \frac{1}{8E^2} \int_{4m_e^2}^{\infty} ds s \sigma_{\gamma\gamma}(s) \int_{s/(4E)}^{\infty} d\varepsilon \frac{1}{\varepsilon^2} n_{\gamma}(\varepsilon). \quad (24)$$

Para realizar un cálculo numérico es conveniente manejar variables adimensionales, por lo que definimos:

$$\bar{s} = \frac{s}{4m_e^2}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{kT}, \quad \bar{E} = \frac{E}{m_e^2/(kT)} \approx \frac{E}{1,1 \text{ PeV}}, \quad (25)$$

donde $kT = 2,35 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$, y $m_e^2 = 2,61 \cdot 10^{11} \text{ eV}^2$. Estos cambios de variable traen consigo un cambio los límites de integración:

$$1 \leq \bar{s} < \infty, \quad \frac{\bar{s}}{\bar{E}} \leq \bar{\varepsilon} < \infty. \quad (26)$$

Finalmente obtenemos una expresión más compacta para el recorrido libre medio, λ_{γ} , que viene dada por:

$$\frac{1}{\lambda_{\gamma}(E)} = \frac{4\alpha^2(kT)^3}{3m_e^2\pi} \frac{1}{\bar{E}^2} \int_1^{\infty} d\bar{s} \bar{s} W(\bar{s}) \int_{\bar{s}/\bar{E}}^{\infty} d\bar{\varepsilon} (e^{\bar{\varepsilon}} - 1)^{-1}, \quad (27)$$

siendo $W(\bar{s}) = W(\beta(\bar{s}))$ la parte adimensional de la sección eficaz de producción de pares según la ecuación (7).

Antes de realizar el cálculo numérico podemos intentar resolverlo como un ‘problema de Fermi’, estimando el orden de magnitud del problema mediante las constantes que aparecen. Como las variables son adimensionales podemos suponer que cuando \bar{E} es del orden de la unidad la doble integral no arroja un valor desorbitado, por lo que las constantes darán el orden de magnitud del cálculo.

Despejando de la ecuación (25), si $\bar{E} \approx 1$, entonces $E \approx 10^{15} \text{ eV}$. Si nos fijamos en la figura 4, para ese valor de la energía se tiene que $\lambda \approx 10^{-2} \text{ Mpc}$. Al calcular el valor del recorrido libre medio según la ecuación (27), y suponiendo que la doble integral dará valores cercanos a la unidad para esta energía, tenemos:

$$\lambda_{\gamma}(E = 10^{15} \text{ eV}) = \frac{3m_e^2\pi}{4\alpha^2(kT)^3} \cdot 1 = 8,79 \cdot 10^{26} \text{ eV}^{-1} = 5,72 \cdot 10^{-3} \text{ Mpc}. \quad (28)$$

Ahora podemos llevar a cabo el cálculo numérico de la ecuación (27). Para poner de manifiesto que hemos reproducido los cálculos de que aparecen en [12] vamos a superponer nuestros resultados sobre la figura 4, obteniendo así la figura 5.

Además podemos observar que el resultado de la estimación coincide en gran medida con el cálculo computacional.

A energías superiores a $E = 10^{20} \text{ eV}$, nuestra curva (azul) se separa de la línea negra continua que, según [12], corresponde al CMB. Ello se debe a que la referencia [12] está incluyendo procesos adicionales a la creación de pares, como la doble producción de pares [20, 21], que aparecen a tales energías. Podemos confiar en la veracidad de nuestros resultados, ya que coinciden con los obtenidos por otros autores, como en [22].

3. Violación de la invariancia de Lorentz

En SR, la Invariancia Lorentz (LI) implica que un fotón (partícula sin masa) viaja siempre a la velocidad c en el vacío, independientemente de su energía. Al estar usando unidades naturales,

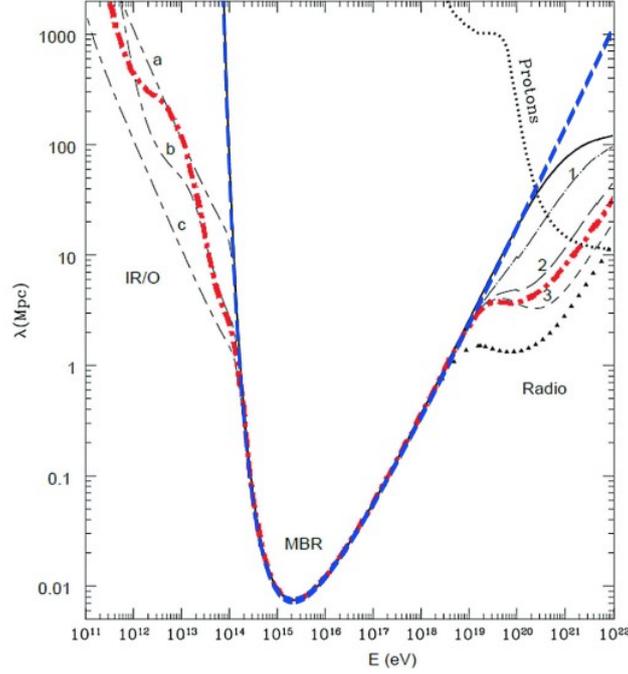


Figura 5: En azul nuestros resultados para el recorrido libre medio en el rango de energías del CMB y en rojo los resultados de [12]

la velocidad de una partícula con masa es siempre menor que uno, $v < 1$. Es útil introducir el *momento*, p , de una partícula, dado por $p = E \cdot v$. De esta forma, el momento de un fotón es igual a su energía, $p = E$, mientras que para una partícula con masa el momento es menor que su energía, $p < E$. De hecho, la relación entre energía y momento depende de la masa, y se denomina relación de dispersión,

$$m^2 = E^2 - p^2, \quad (29)$$

de modo que $p = E$ cuando $m = 0$.

Una posible LIV induciría modificaciones en la relación de dispersión (29), a la que se le añadiría un término, quedando de la siguiente forma para el caso de los fotones

$$E^2 - p_\gamma^2 = \pm |\delta_{\gamma,n}| E^{n+2}, \quad (30)$$

con $\delta_{\gamma,n} = \alpha_\gamma^n / M^n$, donde α_γ^n es el parámetro de la LIV de orden n para los fotones y M es la escala de energías de la nueva física, que si uno supone que es causada por efectos de gravedad cuántica es natural identificarla con la energía de Planck $\approx 1,22 \cdot 10^{28}$ eV. De este modo, aparece una corrección a la relación de dispersión para altas energías debida a LIV, mientras que para bajas energías este efecto es despreciable. El término \pm implica dos posibles casos, el sublumínico ($-$) o el superlumínico ($+$), relativos a la velocidad de la luz en el vacío c de SR.

La corrección de LIV a la relación de dispersión, ecuación (30), implica un cambio en la energía mínima necesaria para la producción de pares, ecuación (4), ingrediente que aparece como límite de integración en la expresión que da el recorrido libre medio (20), y que ahora toma la forma

$$\varepsilon^{thr} = \frac{m_e^2}{E} - \frac{1}{4} (\pm \delta_{\gamma,n}) E^{n+1}. \quad (31)$$

La energía umbral para la interacción en LIV para el caso sublumínico ($-$) es mayor respecto a la considerada en LI, mientras que disminuye para el caso superlumínico ($+$). En estudios de este tipo sobre la LIV se consideran los cambios producidos en la energía umbral, ε^{thr} , mientras que la sección eficaz de la interacción, $\sigma_{\gamma\gamma}$, no se ve alterada a la hora de calcular la opacidad óptica según la ecuación (14) [23]. Las consecuencias de estos fenómenos podrían llevar a variaciones medibles en la atenuación del flujo de rayos gamma debido a la interacción con los fotones de fondo. En [18] se muestran los efectos de LIV en el flujo de rayos gamma obteniendo los resultados que se pueden ver en la figura 6.

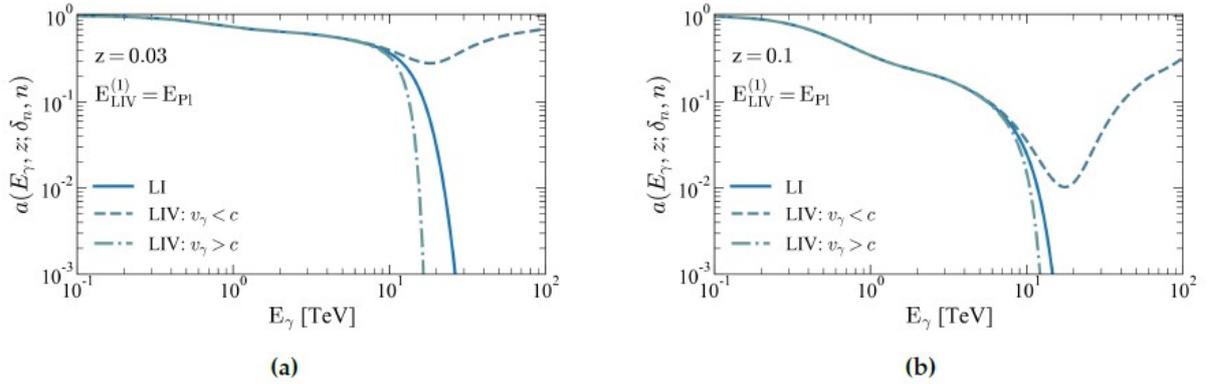


Figura 6: Probabilidad de supervivencia de fotones para los casos de LI y LIV, con una energía de escala LIV igual a la energía de Planck, y a una distancia de $z_s = 0,03$ (a) y $z_s = 0,1$ (b). Cuando LIV es sublumínico el flujo se recupera, mientras que en el caso superlumínico el flujo se reduce. La modificación debida a LIV es más fuerte para valores de z_s mayores [18].

En la figura 6 se muestra $a = \exp\{-\tau_\gamma\}$, definida anteriormente como la probabilidad de supervivencia del fotón en función de la energía en el rango del EBL, donde el modelo utilizado es el de [24].

Se consideran tres casos, el de LI, y las dos posibilidades de LIV en cuanto a la velocidad. Para el supuesto LIV sublumínico el flujo de rayos gamma es mayor que para LI, mientras que para el supuesto LIV superlumínico el flujo de rayos gamma se reduce antes que para el caso LI, por lo que para el escenario sublumínico los rayos gamma interactúan menos con el fondo que para el LI o el LIV superlumínico.

Anteriormente se ha comentado que el EBL medido es menor que el esperado. Una posible LIV sublumínica implicaría una menor interacción de los rayos gamma con el fondo, es decir, un nivel de EBL menor.

4. Relatividad especial deformada

En apartados anteriores se ha hablado de violación de la LI. Una de sus consecuencias es que los sistemas de referencia ya no son invariantes, es decir, habría un observador privilegiado. Esto contradice el primer postulado de SR, según el cuál las leyes de la física son las mismas en todos

los sistemas de referencia inerciales.

Para evitar esto vamos a considerar una deformación de la LI, la teoría de DSR, en vez de una violación. Esta deformación implica una cinemática distinta donde se sigue cumpliendo el primer postulado pero cambia el principio de relatividad. Ahora, la relación entre la energía y el momento de las partículas, así como sus leyes de composición, serán distintas.

La deformación típica de DSR viene codificada por una relación de dispersión energía-momento que depende de una escala de alta energía (la misma para cualquier observador inercial) junto con transformaciones de Lorentz deformadas, las cuales preservan la forma de la relación de dispersión. Los generadores de estas transformaciones de Lorentz deformadas siguen satisfaciendo el álgebra ordinaria de Lorentz, pero las transformaciones de Lorentz actúan no linealmente sobre los momentos. Esta no linealidad implica que ya no se puede definir el momento total de dos partículas como la suma de los momentos de cada partícula. Es necesario introducir una ley de composición deformada que dependa de la mencionada nueva escala, siendo este el ingrediente principal de las teorías de DSR [25].

En concreto, el modelo de DSR que se va a considerar, conocido como *First-order Deformed Composition Law* (DCL1) [26], arroja las siguientes ecuaciones dependientes de Λ , la escala de nueva física, para las leyes de composición de la energía y de los momentos para un sistema de dos partículas:

$$E_T = E_i + \left(1 \pm \frac{E_i}{\Lambda}\right) E_j, \quad \vec{p}_T = \vec{p}_i + \left(1 \pm \frac{E_i}{\Lambda}\right) \vec{p}_j, \quad (32)$$

siendo la relación de dispersión

$$m^2 = \frac{E^2 - \vec{p}^2}{1 \pm \frac{E}{\Lambda}}. \quad (33)$$

Vemos que debido a la forma particular que toma la relación de dispersión, las partículas sin masa no presentan una velocidad dependiente de la energía, por lo que la propagación libre de fotones no se ve modificada. De la relación de dispersión podemos leer el invariante deformado:

$$\tilde{s} = \frac{E_T^2 - \|\vec{p}_T\|^2}{1 \pm \frac{E_T}{\Lambda}}. \quad (34)$$

En el caso de que el cociente $E_i/\Lambda \rightarrow 0$, uno recupera las ecuaciones usuales de SR.

En la producción de pares dos fotones chocan formando un ángulo θ , (figura 2); así, cada fotón tiene $\vec{p}_i = (p_i, 0, 0)$ y $\vec{p}_j = (p_j \cos \theta, p_j \sin \theta, 0)$. Desarrollando la ecuación (34), se tiene:

$$\tilde{s} = \frac{2 E_i E_j (1 - \cos \theta)}{1 \pm \frac{E_j}{\Lambda}}. \quad (35)$$

En SR, el invariante relativista s es único, mientras que en DSR las energías E_i y E_j pueden corresponder tanto al fotón incidente, E , como al fotón del fondo, ε , así que tenemos dos posibles canales para que ocurra la producción de pares:

$$\tilde{s}_1 = \frac{2 E \varepsilon (1 - \cos \theta)}{1 \pm \frac{\varepsilon}{\Lambda}}, \quad (36)$$

$$\tilde{s}_2 = \frac{2 \varepsilon E (1 - \cos \theta)}{1 \pm \frac{E}{\Lambda}}. \quad (37)$$

La energía del fotón de fondo es mucho menor que la energía del fotón incidente y en comparación con la escala de altas energías tenemos que $\varepsilon/\Lambda \rightarrow 0$. De esta manera, la ecuación (36) en DSR coincide con el invariante en SR:

$$\tilde{s}_1 \approx 2 E \varepsilon (1 - \cos \theta). \quad (38)$$

En cuanto al posible signo (\pm), para el caso negativo ($-$), si $E > \Lambda$ se obtiene un invariante relativista negativo, lo cual no tiene sentido ya que el invariante es definido positivo; si identificamos E con la energía que miden los detectores, querría decir que en el caso ($-$) nunca podría observar fotones de energía por encima de E , quedando pues la energía acotada a $E < \Lambda$. Pensando en posibles efectos observables con una Λ del orden de energías que puedan explorarse en un futuro más o menos cercano, vamos a descartar este caso y a partir de aquí nos centraremos en el caso positivo ($+$).

Para realizar el cálculo numérico del recorrido libre medio, no es necesario volver a calcular nada, ya que se puede tratar el nuevo invariante \tilde{s}_2 como el de SR pero con una energía para el fotón incidente E' :

$$\tilde{s}_2 = \frac{2 \varepsilon E (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E}{\Lambda}} = 2 \varepsilon E' (1 - \cos \theta), \quad \text{donde} \quad E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{\Lambda}}. \quad (39)$$

Las funciones (36) y (39) son la misma función evaluada en puntos distintos, en E y E' respectivamente:

$$s(E) = 2 \varepsilon E (1 - \cos \theta), \quad (40)$$

$$\tilde{s}_1 = s(E) = 2 \varepsilon E (1 - \cos \theta), \quad \tilde{s}_2 = s(E') = 2 \varepsilon E' (1 - \cos \theta). \quad (41)$$

4.1. Cálculo del recorrido libre medio en DSR

Rescatando la ecuación (27), y suponiendo que ambos canales son igualmente probables, ahora el inverso del recorrido libre medio vendrá dado por el promedio de los inversos de los recorridos libres medios para cada invariante \tilde{s}_1 y \tilde{s}_2 :

$$\frac{1}{\tilde{\lambda}(E)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda(E)} + \frac{1}{\lambda(E')} \right). \quad (42)$$

Así, dando distintos valores para la nueva escala Λ , se puede calcular el recorrido libre medio con la misma rutina de cálculo. Los valores encontrados para el recorrido libre medio en DSR, $\tilde{\lambda}(E)$, se muestran junto a los de SR, $\lambda(E)$, en la figura 7. Los valores escogidos para la nueva escala se dan en función de $E_0 = 1,99526$ PeV, que corresponde a la energía para la que $\lambda(E)$ es mínimo.

Si hacemos el límite de E' cuando la energía tiende a infinito:

$$\lim_{E \rightarrow \infty} \frac{E}{1 + \frac{E}{\Lambda}} = \Lambda, \quad (43)$$

vemos que la ecuación (42) toma la siguiente forma:

$$\frac{1}{\tilde{\lambda}(\infty)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda(\infty)} + \frac{1}{\lambda(\Lambda)} \right). \quad (44)$$

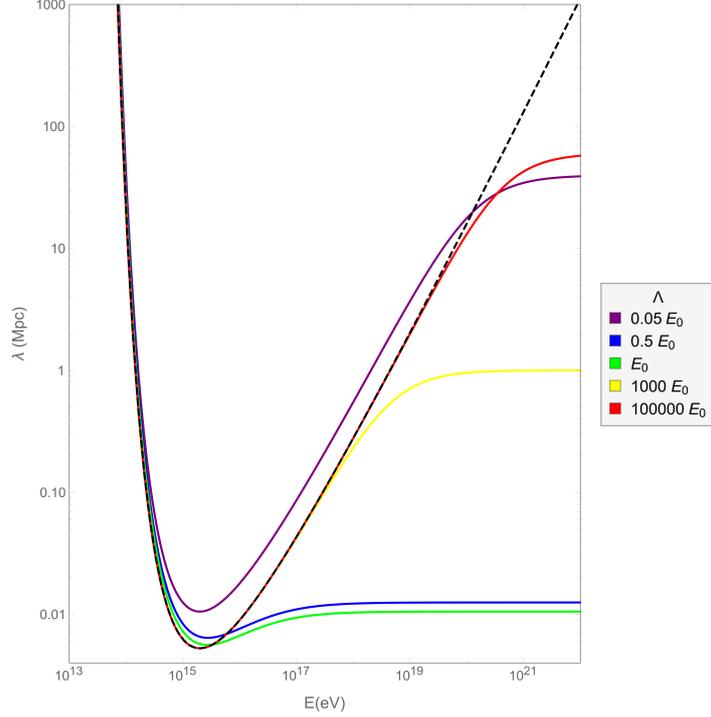


Figura 7: Recorrido libre medio para fotones en función de la energía. La curva negra a rayas corresponde al caso de recorrido libre medio en SR, $\lambda(E)$, y las curvas sólidas corresponden al recorrido libre medio deformado en DSR, $\tilde{\lambda}(E, \Lambda)$, para distintos valores de la nueva escala Λ en función de E_0 .

El recorrido libre medio en SR, $\lambda(E)$, es una función monótona creciente si $E > E_0$, por lo que cuando la energía tiende a infinito, $\lambda(E)$ también. Así, el primer sumando tiende a cero y se obtiene que el recorrido libre medio en DSR, $\tilde{\lambda}(E)$, tiende a un valor constante cuando la energía va a infinito:

$$\tilde{\lambda}(\infty) = 2 \lambda(\Lambda). \quad (45)$$

De esta manera, como $\lambda(E)$ es una función convexa con un mínimo absoluto en E_0 , las constantes a las que tiende $\tilde{\lambda}(E)$ para energías altas toman valores mayores para valores de la escala Λ menores si $\Lambda < E_0$. Cuando $\Lambda > E_0$ este orden se invierte, y valores de la escala mayores dan constantes mayores. El valor de $\tilde{\lambda}(\infty)$ más bajo corresponde a $\Lambda = E_0$.

El punto de corte entre las curvas de $\lambda(E)$ y de $\tilde{\lambda}(E)$ arroja la siguiente condición:

$$\frac{1}{\lambda(E)} = \frac{1}{\tilde{\lambda}(E)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda(E)} + \frac{1}{\lambda(E')} \right). \quad (46)$$

Desarrollando la expresión y llamando E^* a la energía que la satisface obtenemos:

$$\lambda(E^*) = \lambda(E^{*'}), \quad \text{donde} \quad E^{*' } = \frac{E^*}{1 + \frac{E^*}{\Lambda}}. \quad (47)$$

La energía a la cual se produce el corte entre las curvas del recorrido libre medio en SR y en DSR, $E^*(\Lambda)$, depende del valor de la escala. En la ecuación (47) uno ve que $E^{*'}$ es menor que E^* . Al ser E_0 el punto de inflexión de $\lambda(E)$, para que se satisfaga la ecuación (47), las energías

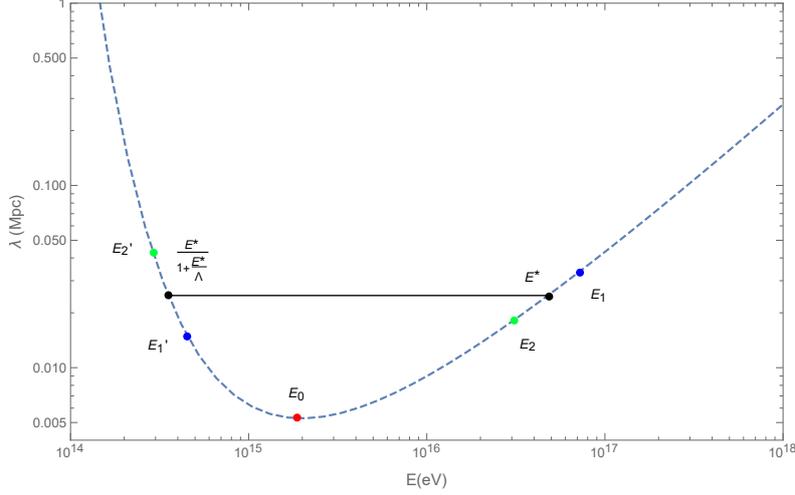


Figura 8: El punto rojo corresponde al mínimo de $\lambda(E)$; los puntos negros corresponden a dos energías distintas, $E^*(\Lambda)$ y $E^{*\prime}(\Lambda)$, que para un valor concreto de Λ dan el mismo valor para $\lambda(E)$; los puntos azules y verdes corresponden a energías mayores y menores que la energía de corte $E^*(\Lambda)$.

E^* y $E^{*\prime}$ deben estar a la derecha e izquierda de E_0 respectivamente, como aparece en la figura 8.

A una energía dada, para saber si considerando DSR el universo va a ser más o menos transparente que en SR, tenemos que mirar si dicha energía es mayor o menor que $E^*(\Lambda)$. Tenemos dos casos:

1. $E > E^*(\Lambda)$. Si escogemos una energía por encima de $E^*(\Lambda)$, por ejemplo E_1 en la figura 8, al ser Λ un parámetro fijo, la energía E_1' es mayor que $E^*(\Lambda)$ y como se encuentran en la zona previa al punto de inflexión E_0 :

$$\lambda(E_1) > \lambda\left(\frac{E_1}{1 + \frac{E_1}{\Lambda}}\right) \rightarrow \frac{1}{\tilde{\lambda}(E_1)} > \frac{1}{\lambda(E_1)} \rightarrow \tilde{\lambda}(E_1) < \lambda(E_1). \quad (48)$$

Para energías mayores que $E^*(\Lambda)$ el recorrido libre medio en DSR es menor que el recorrido libre medio en SR, es decir, el universo es más transparente considerando SR que DSR.

2. $E < E^*(\Lambda)$. Si escogemos una energía por debajo de $E^*(\Lambda)$, por ejemplo E_2 en la figura 8, la energía E_2' es mayor que $E^*(\Lambda)$ y, de nuevo, como se encuentran en la zona previa al punto de inflexión E_0 tenemos que:

$$\lambda(E_2) < \lambda\left(\frac{E_2}{1 + \frac{E_2}{\Lambda}}\right) \rightarrow \frac{1}{\tilde{\lambda}(E_2)} < \frac{1}{\lambda(E_2)} \rightarrow \tilde{\lambda}(E_2) > \lambda(E_2). \quad (49)$$

Para energías menores que $E^*(\Lambda)$ el recorrido libre medio en DSR es mayor que el recorrido libre medio en SR, el universo es más opaco considerando SR que DSR.

La solución a la ecuación (47) no se puede encontrar de manera analítica, por lo que la resolvemos numéricamente dibujando en la figura 9 las curvas $|\lambda(E) - \lambda(E')|$ para distintos valores de la escala Λ .

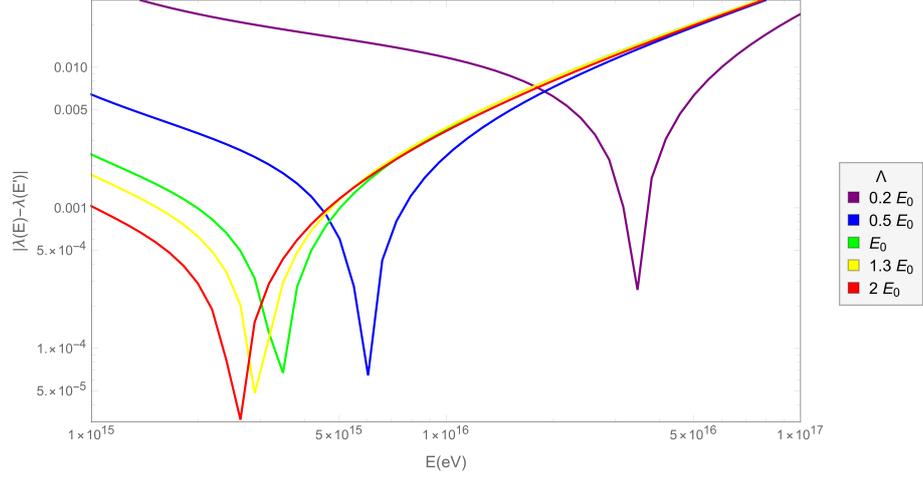


Figura 9: Las curvas representan la diferencia entre el recorrido libre medio evaluado en E y E' para diferentes valores de la escala. Las energías a las cuales esta diferencia es prácticamente cero corresponden a la solución de la ecuación (47), es decir, a $E^*(\Lambda)$.

De la figura 9 se puede extraer la conclusión de que la energía de corte $E^*(\Lambda)$ es mayor conforme la escala Λ toma valor menores y es menor cuanto mayor es Λ .

Para observar todo lo anterior con mayor claridad volvemos a mostrar $\lambda(E)$ y $\tilde{\lambda}(E)$ en la figura 10, pero esta vez dando valores de Λ cercanos a E_0 y mostrando un rango de energías menor.

En la figura 10 podemos comprobar que los distintos puntos de corte entre el recorrido libre medio para SR, $\lambda(E)$, y DSR, $\tilde{\lambda}(E)$, ocurren para energías mayores conforme menor es la escala de la deformación Λ , y siempre para energías mayores que E_0 . Además, las energías de corte en la figura 10 coinciden en función de Λ con las energías de los mínimos de las curvas mostradas en la figura 9.

También comprobamos en la gráfica el comportamiento explicado en las ecuaciones (48) y (49): para energías menores que la energía de corte, $E^*(\Lambda)$, $\tilde{\lambda}(E)$ toma valores mayores que $\lambda(E)$ independientemente del valor de Λ , siendo el universo más transparente según DSR que SR; para energías mayores que $E^*(\Lambda)$ se observa el comportamiento inverso, el universo es más opaco para DSR que SR.

5. Conclusiones

En este trabajo hemos intentado buscar las consecuencias de posibles efectos de nueva física en la propagación de rayos gamma de alta energía. En las figuras 7 y 10 se ha mostrado cómo cambiaría el recorrido libre medio de los rayos gamma si consideramos DSR, en concreto la deformación DCL1. Pero, para poder saber si el fondo de fotones cósmicos está interaccionando de una forma distinta a la que nosotros pensamos, por ejemplo debido a las deformaciones de SR consideradas, tendríamos que estar seguros de cómo emite la fuente. En realidad no tenemos esta información de forma exacta y tan solo disponemos de diversos modelos astrofísicos que determinan el flujo

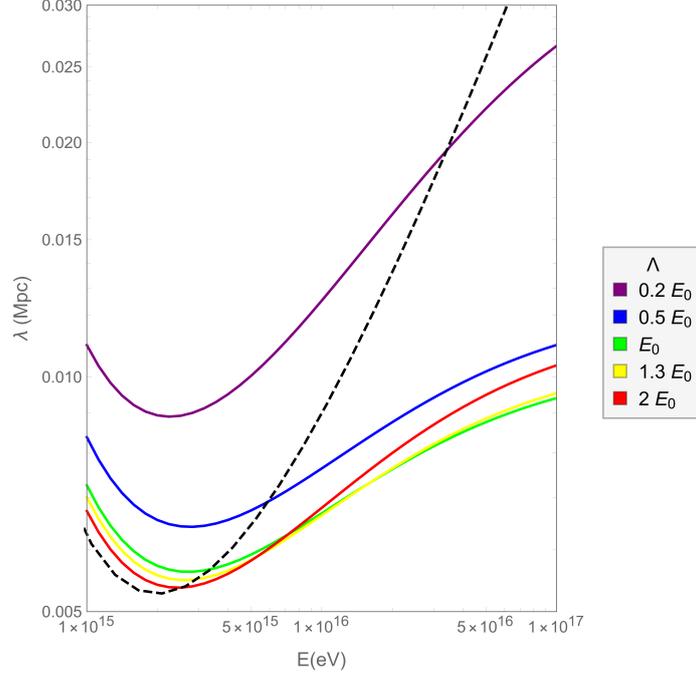


Figura 10: Recorrido libre medio para fotones en función de la energía. La curva negra a rayas corresponde al caso de recorrido libre medio en SR, $\lambda(E)$, y las curvas sólidas corresponden al recorrido libre medio deformado en DSR, $\tilde{\lambda}(E, \Lambda)$, para distintos valores de la nueva escala Λ en función de E_0 .

intrínseco de fotones, $\Phi(E, z)$ en la ecuación (11). Esta es una limitación a la hora de poner cotas a la nueva física o de favorecerla como alternativa al escenario de relatividad especial.

En todo caso, serán las observaciones experimentales las que respaldarán un escenario u otro. El rango de energías estudiado en el trabajo, en el que el fondo de radiación cósmica domina sobre otros fondos electromagnéticos, va de $10^{14,5}$ eV a 10^{19} eV, energía a la que el fondo de radio empieza a ser relevante. Como vemos en la figura 10, el comportamiento de la transparencia a fotones de alta energía puede ser muy diferente en el caso de DSR respecto al caso convencional de relatividad especial a partir de energías del orden de 10 PeV. Pese a que en los últimos años distintos experimentos como HESS, MAGIC, VERITAS o HAWC han mejorado las observaciones en física de altas energías, durante la realización de este trabajo este rango de energías entorno al PeV (10^{15} eV) y superiores era inaccesible. No obstante, recientemente se han publicado los resultados del observatorio LHAASO, llegando a detectar 530 fotones con una energía superior a 0,1 PeV y hasta 1,4 PeV, procedentes de 12 fuentes de rayos gamma de ultra alta energía dentro de la Vía Láctea, aceleradores astrofísicos llamados *PeVatrons* [11]. Estos impresionantes resultados marcan el inicio de una nueva era en la física de ultra alta energía, poniendo de manifiesto la existencia *PeVatrons* en nuestra galaxia que podrán ser estudiados por la siguiente generación de telescopios.

En esta línea, gracias a que las energías accesibles por los experimentos son cada vez mayores, los resultados mostrados en este trabajo pueden ser relevantes para explorar efectos de nueva física, como ya se ha hecho en [27, 28] para el caso de LIV.

Al considerar una modificación de la cinemática relativista en el proceso de producción de pares

en el marco de DSR, que contiene una ley de composición no conmutativa, aparecen dos canales, es decir, dos posibles procesos distintos. Además, el efecto de dicha modificación es que, en un canal, el invariante relativista, s que aparece en la sección eficaz depende ahora de una energía “ficticia”, E' , que depende de la energía del fotón incidente, E , y de la escala considerada, Λ . En el otro canal, como la energía del fotón del fondo, ε , va a ser ridículamente pequeña en comparación con la energía de la escala, $\varepsilon/\Lambda \rightarrow 0$, la expresión del invariante será la misma que en SR. El inverso del recorrido libre medio deformado ha resultado así ser el promedio de los inversos del recorrido libre medio en SR evaluados en E y E' .

Aunque en el trabajo se ha considerado una deformación concreta de SR, DCL1, el método usado para conocer cómo afectaría al recorrido libre medio un posible efecto de DSR es generalizable a otras cinemáticas deformadas relativistas, aunque en general no suceda la “magia simple” que en el caso de DCL1 ha permitido relacionar el recorrido libre medio a una energía en DCL1 con el recorrido libre medio a otra energía en SR. También, aunque hayamos realizado los cálculos en el rango de energías del CMB, la estrategia utilizada en el trabajo es extrapolable al resto del espectro electromagnético: sólo habría que tener en cuenta la densidad de fotones correspondiente en cada uno de los fondos de fotones de baja energía. Es más, también podemos generalizar el método a otros procesos de dos partículas, lo que abriría la puerta a nuevos efectos de astropartículas en el marco de DSR.

En resumen, hemos desarrollado un procedimiento sistemático para calcular los efectos de posibles deformaciones de SR en el recorrido libre medio de fotones de alta energía. En futuros trabajos se podría generalizar el cálculo para los otros fondos nombrados anteriormente aparte del CMB y explorar otro tipo de deformaciones de SR diferentes de DCL1.

6. Bibliografía

- [1] Luis A. Anchordoqui. «Ultra-High-Energy Cosmic Rays». En: *Phys. Rept.* 801 (2019), págs. 1-93. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.01.002. arXiv: 1807.09645 [astro-ph.HE].
- [2] G. Amelino-Camelia y col. «Tests of quantum gravity from observations of gamma-ray bursts». En: *Nature* 393 (1998), págs. 763-765. DOI: 10.1038/31647. arXiv: astro-ph/9712103 [astro-ph].
- [3] Imre Bartos y Marek Kowalski. *Multimessenger Astronomy*. 2399-2891. IOP Publishing, 2017. ISBN: 978-0-7503-1369-8. DOI: 10.1088/978-0-7503-1369-8. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/978-0-7503-1369-8>.
- [4] Markus Bottcher, Daniel E. Harris y Henric Krawczynski, eds. *Relativistic jets from active galactic nuclei*. 2012. ISBN: 978-3-527-41037-8.
- [5] H. Abdalla y col. «H.E.S.S. first public test data release». En: (oct. de 2018). DOI: 10.5281/zenodo.1421098. arXiv: 1810.04516 [astro-ph.HE].
- [6] H. Abdalla y col. «TeV gamma-ray observations of the binary neutron star merger GW170817 with H.E.S.S.». En: *Astrophys. J. Lett.* 850.2 (2017), pág. L22. DOI: 10.3847/2041-8213/aa97d2. arXiv: 1710.05862 [astro-ph.HE].
- [7] W. B. Atwood y col. «The Large Area Telescope on the Fermi Gamma-ray Space Telescope Mission». En: *Astrophys. J.* 697 (2009), págs. 1071-1102. DOI: 10.1088/0004-637X/697/2/1071. arXiv: 0902.1089 [astro-ph.IM].
- [8] B. S. Acharya y col. *Science with the Cherenkov Telescope Array*. WSP, nov. de 2018. ISBN: 978-981-327-008-4. DOI: 10.1142/10986. arXiv: 1709.07997 [astro-ph.IM].
- [9] V. A. Acciari y col. «Bounds on Lorentz invariance violation from MAGIC observation of GRB 190114C». En: *Phys. Rev. Lett.* 125.2 (2020), pág. 021301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.021301. arXiv: 2001.09728 [astro-ph.HE].
- [10] Miguel A. Mostafá. «The High-Altitude Water Cherenkov Observatory». En: *Braz. J. Phys.* 44 (2014). Ed. por Ronald Cintra Shellard, págs. 571-580. DOI: 10.1007/s13538-014-0225-7. arXiv: 1310.7237 [astro-ph.HE].
- [11] F. A. Aharonian Zhen Cao. «Ultrahigh-energy photons up to 1.4 petaelectronvolts from 12 gamma-ray Galactic sources». En: *Nature* 594 (mayo de 2021), págs. 33-36. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03498-z>.
- [12] Alessandro De Angelis, Giorgio Galanti y Marco Roncadelli. «Transparency of the Universe to gamma rays». En: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 432 (2013), págs. 3245-3249. DOI: 10.1093/mnras/stt684. arXiv: 1302.6460 [astro-ph.HE].
- [13] Robert J. Gould y Gerard P. Schreder. «Pair Production in Photon-Photon Collisions». En: *Phys. Rev.* 155 (1967), págs. 1404-1407. DOI: 10.1103/PhysRev.155.1404.
- [14] A I Nikishov. «Absorption of High-Energy Photons in the Universe». En: *Journal of Experimental and Theoretical Physics* 14 (1961), pág. 313. URL: <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/14/2/p393?a=list>.
- [15] D. J. Fixsen y col. «The Cosmic Microwave Background spectrum from the full COBE FIRAS data set». En: *Astrophys. J.* 473 (1996), pág. 576. DOI: 10.1086/178173. arXiv: astro-ph/9605054.

- [16] C. Patrignani y col. «Review of Particle Physics». En: *Chin. Phys. C* 40.10 (2016), pág. 100001. DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
- [17] Maykoll A. Reyes Hung, J. M. Carmona Martínez y J. J. Relancio Martínez. «Indicaciones de nueva física en el espectro de neutrinos cósmicos». En: (2018). URL: <https://zaguan.unizar.es/record/77750>.
- [18] Humberto Martinez-Huerta, Rodrigo Guedes Lang y Vitor de Souza. «Lorentz Invariance Violation Tests in Astroparticle Physics». En: *Symmetry* 12.8 (2020), pág. 1232. DOI: 10.3390/sym12081232.
- [19] A. Dominguez y col. «Extragalactic Background Light Inferred from AEGIS Galaxy SED-type Fractions». En: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 410 (2011), pág. 2556. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.17631.x. arXiv: 1007.1459 [astro-ph.CO].
- [20] S. V. Demidov y O. E. Kalashev. «Double Pair Production by Ultra High Energy Cosmic Ray Photons». En: *J. Exp. Theor. Phys.* 108 (2009), págs. 764-769. DOI: 10.1134/S1063776109050057. arXiv: 0812.0859 [astro-ph].
- [21] R. J. Protheroe y P. A. Johnson. «Propagation of ultrahigh-energy protons over cosmological distances and implications for topological defect models». En: *Astropart. Phys.* 4 (1996), pág. 253. DOI: 10.1016/0927-6505(95)00039-9. arXiv: astro-ph/9506119.
- [22] Luis Anchordoqui y col. «Ultrahigh-energy cosmic rays: The State of the art before the Auger Observatory». En: *Int. J. Mod. Phys. A* 18 (2003), págs. 2229-2366. DOI: 10.1142/S0217751X03013879. arXiv: hep-ph/0206072.
- [23] Rodrigo Guedes Lang, Humberto Martinez-Huerta y Vitor de Souza. «Limits on the Lorentz Invariance Violation from UHECR astrophysics». En: *Astrophys. J.* 853.1 (2018), pág. 23. DOI: 10.3847/1538-4357/aa9f2c. arXiv: 1701.04865 [astro-ph.HE].
- [24] A. Dominguez y col. «Extragalactic Background Light Inferred from AEGIS Galaxy SED-type Fractions». En: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 410 (2011), pág. 2556. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.17631.x. arXiv: 1007.1459 [astro-ph.CO].
- [25] J. M. Carmona, J. L. Cortes y F. Mercati. «Relativistic kinematics beyond Special Relativity». En: *Phys. Rev. D* 86 (2012), pág. 084032. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.084032. arXiv: 1206.5961 [hep-th].
- [26] J. M. Carmona, J. L. Cortés y J. J. Relancio. «Relativistic deformed kinematics from locality conditions in a generalized spacetime». En: *Phys. Rev. D* 101.4 (2020), pág. 044057. DOI: 10.1103/PhysRevD.101.044057. arXiv: 1912.12885 [hep-th].
- [27] Hao Li y Bo-Qiang Ma. «Threshold anomalies of ultra-high energy cosmic photons due to Lorentz invariance violation». En: (mayo de 2021). arXiv: 2105.06647 [hep-ph].
- [28] Chengyi Li y Bo-Qiang Ma. «Ultrahigh-energy photons from LHAASO as probes of Lorentz symmetry violations». En: (mayo de 2021). arXiv: 2105.07967 [astro-ph.HE].