



**Universidad Zaragoza**

TRABAJO FIN DE GRADO:  
ESTUDIO DE SOLUCIONES PARA MITIGAR  
INUNDACIONES EN EL RÍO EBRO  
MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA



*Grado en Física*

**Autor:** Pablo Vallés Oliván

**Directoras:** Pilar García Navarro, Isabel Echeverribar Pérez

**Departamento Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos**

# Índice

<b>1. Introducción y objetivos</b>	<b>2</b>
1.1. Dominio de estudio . . . . .	3
<b>2. Ecuaciones del flujo</b>	<b>5</b>
2.1. Modelo 2D . . . . .	5
2.2. Modelo 1D . . . . .	6
<b>3. Resolución de las ecuaciones</b>	<b>7</b>
3.1. Esquema numérico 1D . . . . .	8
3.2. Condiciones iniciales . . . . .	9
3.3. Condiciones de contorno . . . . .	10
<b>4. Modelización de un embalse</b>	<b>12</b>
4.1. Discretización 1D . . . . .	13
4.2. Modelo de balance de volumen (0D) . . . . .	13
<b>5. Regulación del nivel de un embalse</b>	<b>14</b>
<b>6. Resultados</b>	<b>15</b>
6.1. Comparación de modelos 1D y 2D con datos reales en el río Ebro . . . . .	15
6.1.1. Avenida 2015 . . . . .	17
6.1.2. Avenida 2018 . . . . .	19
6.2. Comparación del modelo 1D con el modelo acoplado 1D-0D . . . . .	19
6.2.1. Caso simplificado . . . . .	20
6.2.2. Caso Ebro: avenida 2015 . . . . .	21
6.3. Implementación de algoritmos PID en modelo 1D y en el modelo acoplado 1D-0D . .	22
6.3.1. Caso simplificado . . . . .	23
6.3.2. Caso Ebro: avenida 2015 . . . . .	24
<b>7. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>25</b>
<b>Referencias</b>	<b>26</b>

## 1. Introducción y objetivos

En la actualidad, uno de los desastres naturales que más muertes causa son las inundaciones, siendo en España el segundo desastre natural que más muertes ha provocado (209)<sup>1</sup> entre 2000 y 2019 según datos de Protección Civil. No sólo son pérdidas humanas lo que acarrea la presencia de estos eventos, también traen pérdidas naturales, económicas o paisajísticas. Sólo en 2020, las inundaciones generaron a nivel mundial unas pérdidas estimadas de aproximadamente 78000 millones de dólares<sup>2</sup>. Las principales causas de estos desastres son la deforestación, la variabilidad del clima que da lugar a eventos como son precipitaciones extremas o fusión de nieves que provocan el desbordamiento del cauce, y el incremento de las zonas urbanizadas en terrenos inundables.

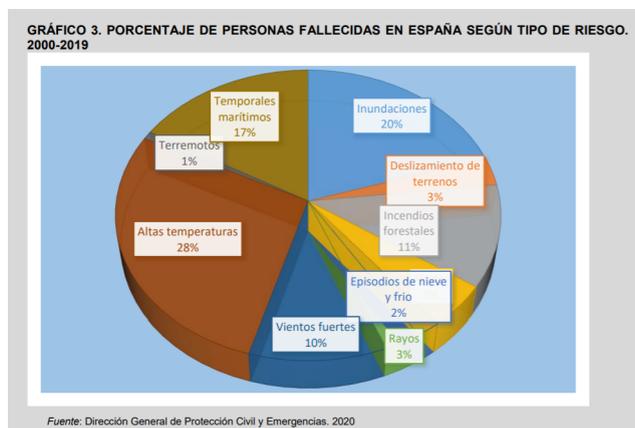


Figura 1: Porcentaje de causas de mortalidad por desastres naturales en España entre 2000 y 2019.

Las crecidas, o eventos de avenida, son aquellos períodos de tiempo en los cuales el caudal de un río alcanza valores muy elevados en comparación con su valor promedio anual. En consecuencia, es en estos períodos donde existe mayor probabilidad de que el incremento del caudal provoque un aumento del nivel del río lo suficientemente elevado como para producir la inundación de los terrenos adyacentes, de zonas urbanizadas y de otras infraestructuras tanto naturales como artificiales. Se justifica así la necesidad de desarrollar modelos predictivos que proporcionen información acerca de la evolución temporal y espacial de estos eventos y ayuden a cuantificar los daños provocados. Para ello, los modelos de resolución numérica de las ecuaciones que gobiernan el flujo en lámina libre son una herramienta útil, que se ha ido desarrollando y mejorando en las últimas décadas ([3], [4], [8], [10] y [11]).

Dada la complejidad del estudio de este tipo de flujos, es necesario incorporar aproximaciones que faciliten la resolución de las ecuaciones. Las distintas hipótesis consideradas dan lugar a conjuntos de ecuaciones que conforman los distintos modelos. A pesar de que el fenómeno de una inundación asociada a la crecida en un río es esencialmente 3D, es habitual estudiarlo a gran escala promediando las ecuaciones en la vertical (aproximación 2D); e incluso, considerando el promedio en la sección transversal para reducir el fenómeno a una aproximación 1D ([11]). Los distintos modelos permiten representar un mismo fenómeno, pudiendo diferenciarse en la precisión de sus resultados y en su ámbito de validez.

El modelo de aguas poco profundas es una aproximación que se usa ampliamente para simular

<sup>1</sup>Subdirección General de Prevención, Planificación y Emergencias. Fallecidos por riesgos naturales en España en 2019. 2020.

<sup>2</sup><https://www.efe.com/efe/espana/economia/las-perdidas-economicas-por-desastres-climaticos-superan-los-220-000-millones/10003-4448355>

flujos geofísicos de superficie. Estas situaciones suelen implicar dominios de gran tamaño y escalas de tiempo prolongadas. Las aplicaciones prácticas requieren un compromiso entre precisión espacial y eficiencia computacional. Para lograr la resolución espacial necesaria, en muchos casos se necesitan mallas de cálculo bastante finas, por lo que se requiere más almacenamiento de datos, aumentando proporcionalmente el número de operaciones y reduciendo el tamaño de paso de tiempo permitido para cálculos explícitos.

Los objetivos principales del trabajo se resumen a continuación:

- Comparar los resultados obtenidos del tramo medio del río Ebro mediante un modelo 2D, cuyos datos ya han sido obtenidos con anterioridad ([4]), con los datos obtenidos mediante un modelo 1D. La modelización 1D pierde el detalle de la llanura de inundación, pero, sin embargo, el consumo computacional es mucho menor en comparación con el modelo 2D. Se comprobará la calidad de los resultados 1D y los tiempos de cálculo de ambos modelos.
- Proponer un modelo simplificado para el flujo en el embalse. Debido a la particularidad del tramo simulado y del embalse de Mequinenza, se pretende no discretizar la zona embalsada, con el fin de evaluar el embalse de forma global mediante modelos de balance de volumen, comprobando si los resultados obtenidos se asemejan a los que proporciona el modelo 1D y comparando los tiempos de computación de ambas simulaciones.
- Implementar un algoritmo PID como medida de control del nivel del embalse, permitiendo verificar la robustez de los modelos y condiciones de contorno empleados.

Para la simulación, se utilizan los programas PEKA1D ([1]) y PEKA2D ([2]), desarrollados por el Departamento de Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos. Las tareas realizadas para el presente trabajo forman parte del proyecto de investigación del Grupo de Hidráulica Computacional de la Universidad de Zaragoza, Herramientas eficientes de alta precisión para la simulación y control de flujos, PGC2018-094341-B-I00, cuyo objetivo es el desarrollo de un código propio de simulación para la predicción y control de fenómenos en flujos complejos.

### 1.1. Dominio de estudio

La cuenca hidrográfica del Ebro es la extensión donde se tiene como drenaje natural el río Ebro, siendo su superficie de 85334 km<sup>2</sup>, lo que representa el 17% del territorio peninsular<sup>3</sup>. Las simulaciones realizadas durante este trabajo van a estar localizadas en el tramo del Ebro ubicado entre Zaragoza y la presa de Mequinenza, lo que supone más de 200 kilómetros de cauce y 721.92 km<sup>2</sup> de superficie aproximadamente. A lo largo de este tramo se sitúan diversas estaciones gestionadas por la Confederación Hidrográfica del Ebro (CHE). Estas estaciones recogen la evolución del caudal y del nivel en continuo (quinceminutal), y se encuentran ubicadas en Pina, Villafranca y Gelsa. Las estaciones miden únicamente nivel, y estiman el caudal que atraviesa cada sección.

Esta región es de especial interés, ya que en ella han ocurrido numerosos daños debido a las grandes avenidas que sufre el Ebro con cierta periodicidad. Entre ellas, destacan la de 2007, que obligó a cortar la carretera autonómica A-1007, y la de 2015 (Figura 2), que inundó la A-1107 y hundió la autopista autonómica (ARA-1) en Villafranca<sup>4</sup>. A su vez, es una zona de gran importancia debido a la presencia del embalse de Mequinenza y a la regulación de su presa. Así, mientras que en el inicio de la región simulada existe una amplia zona inundable, la región final está caracterizada por las paredes verticales que limitan el cauce. La dinámica del río varía hasta que el agua alcanza prácticamente el reposo al llegar al embalse, que supone unos 75 kilómetros del cauce simulado.

<sup>3</sup>Según los datos de la Confederación Hidrográfica del Ebro.

<sup>4</sup>[www.heraldo.es/noticias/aragon/2018/04/12/crecidas-del-ebro-las-ultimas-riadas-aragon-1234800-300.html](http://www.heraldo.es/noticias/aragon/2018/04/12/crecidas-del-ebro-las-ultimas-riadas-aragon-1234800-300.html)



(a) Área inundada en la avenida de 2015. (Fuente: EFE) (b) No inundada a día de hoy. (Fuente: Mapquest)

Figura 2: Visión satélite de una región del cauce ubicada a la altura de Osera de Ebro.

### Embalse de Mequinenza

El embalse de Mequinenza (Figura 3), mayor embalse de toda la comunidad de Aragón, recibe su nombre debido a la localización en la que se ubica la presa que limita su extensión y nivel. El área en planta de la superficie de la lámina de agua de este embalse es de unas 7540 hectáreas, mientras que su capacidad máxima alcanza los 1530 hm<sup>3</sup>. El anterior valor se obtiene cuando el nivel del embalse es el máximo permitido por cuestiones de seguridad, nivel denominado como nivel máximo normal (N.M.N.), que en el caso del embalse de Mequinenza es de 121 metros. Sus usos principales son en el sector hidroeléctrico, siendo una fuente de energía eléctrica, y en el sector agrícola, proporcionando riego a los extensiones de explotación agrícola cercanas.

La presa de Mequinenza (Figura 4) tiene una cota de coronación de 124 metros. Presenta un único aliviadero de 6 compuertas ubicado a una cota de 106.5 metros por donde descarga el agua, consiguiendo aumentar o reducir el nivel del embalse en función del valor de caudal que expulsa, estando el límite técnico de descarga en 11000 m<sup>3</sup>/s. Las compuertas que conforman el aliviadero se abren y cierran para regular el volumen embalsado conforme a diversos objetivos pero, principalmente, para laminar las avenidas y garantizar la generación hidroeléctrica. La presa cuenta además con un desagüe, cuya función es la descarga constante de agua independientemente de cual sea el nivel del embalse, y cuya capacidad es de 160 m<sup>3</sup>/s.<sup>5</sup>



Figura 3: Visión satélite del tramo final del embalse de Mequinenza. (Fuente: Mapquest)

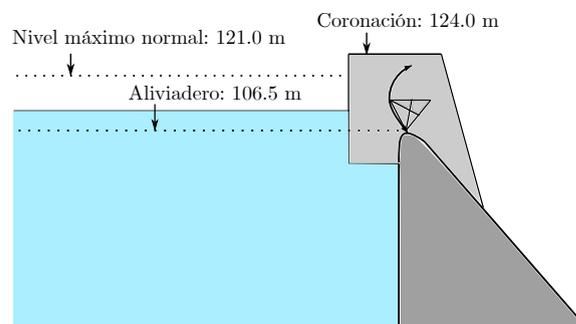


Figura 4: Esquema de la presa de Mequinenza con las cotas más significativas.

<sup>5</sup>Los datos del embalse y de la presa de Mequinenza son proporcionados por la Confederación Hidrográfica del Ebro.

## 2. Ecuaciones del flujo

Se debe formular un modelo que permita describir el flujo mediante un conjunto de ecuaciones. Los modelos mecánicos habituales de tipo Euleriano llevan implícita la hipótesis del medio continuo<sup>6</sup>, al basarse en el concepto de volumen de control. Un volumen de control es una región que puede ser finita o infinitesimal, móvil o inmóvil, y que contiene materia fluida. Si se trabaja con volúmenes de control finitos, se obtienen ecuaciones de flujo en forma integral. En el caso de un modelo basado en volúmenes de control infinitesimales, las ecuaciones de flujo se obtendrán directamente en forma diferencial. Las ecuaciones de flujo pueden obtenerse en forma conservativa (volumen de control inmóvil) o en forma no conservativa (volumen de control móvil). Ambos tipos de ecuaciones de flujo se formulan tomando una descripción Euleriana del campo fluido, basada en la definición de variables en cada punto del espacio que evolucionan en el tiempo. Esta descripción viene dada de forma general por las ecuaciones de Navier-Stokes, conformadas por la ecuación de continuidad, las ecuaciones de cantidad de movimiento que se fundamentan en la 2<sup>o</sup> ley de Newton, y por la ecuación de conservación de la energía que proviene de la 1<sup>o</sup> ley de la termodinámica. Sin embargo, si las variaciones de densidad son despreciables, se desacopla la ecuación de conservación de la energía de las de conservación de masa y cantidad de movimiento, que resultan suficientes para conocer cómo evoluciona el flujo. Estas ecuaciones se presentan en el Anexo A.

Las características del problema que nos ocupa justifican la aproximación de flujo promedio bajo la hipótesis de aguas poco profundas. Un flujo se puede clasificar como flujo de aguas profundas o poco profundas en función de la relación entre el calado y la longitud de onda de las ondas que se producen en la superficie libre del flujo en cuestión. El análisis de órdenes de magnitud de los distintos términos de la ecuación de cantidad de movimiento vertical bajo esta aproximación conduce a:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (1)$$

donde  $p$  es la presión,  $z$  es la coordenada de la vertical,  $\rho$  es la densidad de masa por unidad de volumen del fluido y  $g$  la aceleración debida a la gravedad. La consecuencia principal es una distribución hidrostática de presión y la eliminación de la información relativa a la componente  $z$  de la velocidad, siendo esta la hipótesis principal del modelo de aguas poco profundas, que cumplen las ondas de avenida de un río.

### 2.1. Modelo 2D

Para la obtención de las ecuaciones de flujo en aproximación de aguas poco profundas en dos dimensiones, se debe partir de las ecuaciones de flujo en tres dimensiones y promediarlas a lo largo de la columna líquida para transformarlas a ecuaciones en dos dimensiones, transformación que viene detallada en el Anexo A.

La ecuación diferencial de continuidad relaciona el calado  $h$  con las componentes de la velocidad promedio  $u$  y  $v$  en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

Las ecuaciones diferenciales de cantidad de movimiento que, al describir un flujo bidimensional, serán dos, incorporan la influencia de la fuerza motriz de la gravedad y la fuerza de fricción en el

---

<sup>6</sup>La hipótesis del medio continuo es aquella que considera que las magnitudes fluidas que describen un fluido se distribuyen en el espacio de forma continua, sin tener en cuenta la estructura molecular del fluido.

segundo término:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = gh(S_{ox} - S_{fx}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial(hv^2)}{\partial y} = gh(S_{oy} - S_{fy}) \quad (4)$$

donde  $S_{ox}$  y  $S_{oy}$  son las componentes del gradiente de la superficie del fondo  $z_b(x, y)$  y vienen dadas por las expresiones:

$$S_{ox} = -\frac{\partial z_b}{\partial x} \quad S_{oy} = -\frac{\partial z_b}{\partial y} \quad (5)$$

$S_{fx}$  y  $S_{fy}$  son las fuerzas de fricción expresadas como pendientes de una superficie de energía:

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (6)$$

con  $n$  el coeficiente de Manning, que indica la resistencia que sufre un flujo por la rugosidad de las paredes que lo confinan, cuyos valores empíricos se proporcionan en referencias tabulados y obtenidos experimentalmente ([15]).

Las expresiones (2), (3) y (4) en forma conservativa se pueden escribir también en forma matricial:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial y} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (7)$$

con:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2/2 \\ huv \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2/2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{S}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh[S_{ox} - S_{fx}] \\ gh[S_{oy} - S_{fy}] \end{pmatrix} \quad (9)$$

## 2.2. Modelo 1D

Las ecuaciones de flujo en aproximación de aguas poco profundas en una dimensión se obtienen mediante un promediado en la sección transversal del cauce. El sistema resultante de las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento se puede escribir de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (10)$$

donde:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} A \\ Q \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} Q \\ Q^2/A + gI_1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ g[I_2 + A(S_0 - S_f)] \end{pmatrix} \quad (11)$$

siendo  $Q$  el caudal,  $A$  el área transversal mojada:

$$A(x) = \int_0^h \sigma(x, \eta) d\eta \quad (12)$$

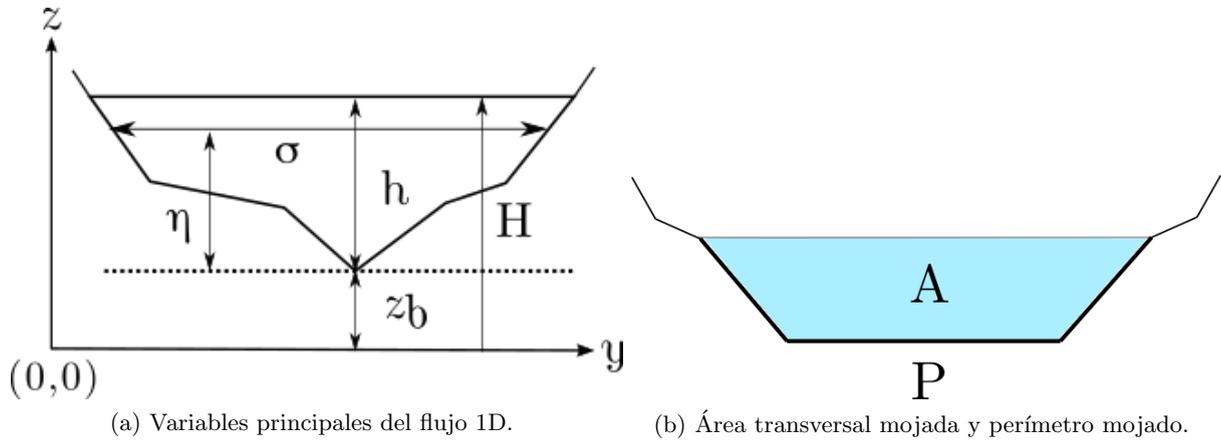
donde  $\eta$  es la coordenada en la profundidad y  $\sigma(x, \eta)$  la anchura de sección (Figura 5a).  $S_0$  es la pendiente del fondo en la dirección longitudinal del cauce:

$$S_0 = -\frac{\partial z_b}{\partial x} \quad (13)$$

y  $S_f$  la pendiente de fricción, presentada a continuación mediante la ley empírica de Manning:

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (14)$$

donde  $R$  es el radio hidráulico, que se define como el cociente entre el área transversal mojada  $A$  y el perímetro mojado  $P$  (Figura 5b), y  $n$  es el coeficiente de Manning ([15]).



(a) Variables principales del flujo 1D.

(b) Área transversal mojada y perímetro mojado.

Figura 5: Esquema de las variables físicas en una sección transversal al cauce.

Las variables aún no definidas son la fuerza de presión hidrostática ( $I_1$ ) y la fuerza de presión debida a la variación de la anchura longitudinal ( $I_2$ ):

$$I_1(x) = \int_0^h (h - \eta) \sigma(x, \eta) d\eta \quad I_2(x) = \int_0^h (h - \eta) \frac{\partial \sigma(x, \eta)}{\partial x} d\eta \quad (15)$$

### 3. Resolución de las ecuaciones

Tanto el sistema (7) como el (10) deben ser resueltos mediante métodos numéricos al ser ecuaciones diferenciales no lineales sin solución analítica. El esquema numérico empleado es el de volúmenes finitos *upwind* explícito, basado en el Riemann Solver de Roe ([12], [13] y [14]). Este esquema numérico parte de (7) o (10) que de forma general pueden expresarse:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \mathbf{E} = \mathbf{S} \quad (16)$$

siendo  $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{G} \end{pmatrix}$  en un modelo 2D, donde  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{G}$  están dadas por (8) y (9); y  $\mathbf{E} = \mathbf{F}$  en un modelo 1D, con  $\mathbf{F}$  dada por la expresión (10). Integrando (16) en un volumen o celda  $\Omega$ :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\nabla} \mathbf{E}(\mathbf{U}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{S}(\mathbf{U}) d\Omega \quad (17)$$

Aplicando el teorema de la divergencia a la expresión (17), se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{U} \, d\Omega + \oint_{\partial\Omega} \mathbf{E}(\mathbf{U}) \cdot \hat{n} \, dl = \int_{\Omega} \mathbf{S}(\mathbf{U}) \, d\Omega \quad (18)$$

donde  $\partial\Omega$  es el contorno del volumen y  $\hat{n}$  es el vector unitario normal al volumen  $\Omega$  definido en sentido saliente del contorno. Discretizando de forma temporal y espacial (18) se obtiene la base del método numérico en volúmenes finitos. Se detallan a continuación algunos aspectos relevantes del procedimiento en el caso 1D. En el Anexo B se dan algunos más y se presenta la formulación 2D.

### 3.1. Esquema numérico 1D

Debido al carácter hiperbólico de las ecuaciones en derivadas parciales, el método se apoya en las propiedades de la matriz Jacobiana del flujo:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial(\mathbf{E} \cdot \hat{n})}{\partial \mathbf{U}} \xrightarrow{1 \text{ dimensión}} \mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ c^2 - u^2 & 2u \end{pmatrix} \quad (19)$$

cuyos valores propios son:

$$\lambda_1 = u - c \quad \lambda_2 = u + c \quad (20)$$

con  $u$  y  $c$  dadas por:

$$u = \frac{Q}{A} \quad c = \sqrt{g A/B} \quad (21)$$

donde se recuerda que  $A$  es el área transversal mojada y  $B$  la anchura de la superficie libre. La velocidad  $c$  caracteriza la celeridad de las ondas infinitesimales de deformación de la superficie y se usa junto a  $u$  para definir el número adimensional de Froude:

$$Fr = \frac{u}{c} \quad (22)$$

que permite clasificar flujos lentos o subcríticos ( $Fr < 1$ ) y flujos rápidos o supercríticos ( $Fr > 1$ ).

El esquema numérico en una dimensión es formulado para la actualización de una celda  $i$  entre el tiempo  $t^n$  y el tiempo  $t^{n+1}$ , donde se tienen en cuenta las contribuciones a derecha e izquierda de flujos y términos fuentes  $\tilde{\gamma}$  de las intercaras de la celda. Se presentan así las ecuaciones de flujo (10) discretizadas tanto espacial como temporalmente<sup>7</sup>:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t_{1D}}{\Delta x} \left[ \sum_{m=1}^2 (\tilde{\lambda}^+ \tilde{\gamma} \tilde{\mathbf{e}})_{i-1/2}^m + \sum_{m=1}^2 (\tilde{\lambda}^- \tilde{\gamma} \tilde{\mathbf{e}})_{i+1/2}^m \right]^n \quad (23)$$

siendo  $\tilde{\lambda}$  y  $\tilde{\mathbf{e}}$  respectivamente los valores propios y vectores propios de la matriz Jacobiana,  $\tilde{\mathbf{J}}$ , de flujo evaluada en la pared, y donde  $\Delta x$  es el tamaño de la celda, tal y como se observa en la Figura 6. Los valores propios se separan en sus partes positiva y negativa:

$$\tilde{\lambda}_{i+1/2}^{\pm m} = \frac{1}{2} (\tilde{\lambda} \pm |\tilde{\lambda}|)_{i+1/2}^m \quad (24)$$

En (23) la estabilidad numérica exige que el paso de tiempo  $\Delta t_{1D}$  venga restringido por la condición CFL:

$$\Delta t_{1D} = \text{CFL} \min_{m,k} \left( \frac{\Delta x}{|\tilde{\lambda}_k^m|} \right) \quad (25)$$

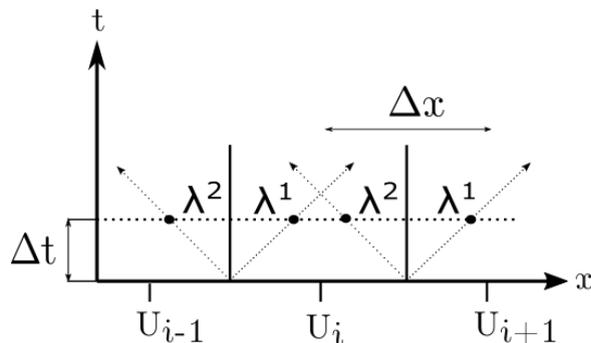


Figura 6: Esquema numérico con discretización espacial y temporal.

donde  $0 \leq CFL \leq 1$  para mantener la estabilidad en el esquema numérico ([9]).

La evolución de las variables depende de los valores que éstas tenían en el paso de tiempo anterior. Por tanto, es necesario introducir una condición inicial, que aporte la información para que pueda evolucionar el sistema.

La evolución de las variables depende de las contribuciones de las celdas vecinas que llegan a través de las paredes. Sin embargo, tanto la primera celda como la última sólo tendrán contribución por una de sus intercaras, al carecer de otra celda que complete la información para la evolución de sus variables. De esta forma, es evidente la necesidad de imponer condiciones de contorno en el sistema para completar la información en las celdas límite. El número de condiciones de contorno necesarias en cada extremo depende de si el flujo es subcrítico ( $u < c$ ) o supercrítico ( $u > c$ ). Lo habitual en un tramo como el del Ebro es que el flujo se desarrolle en régimen subcrítico como ilustra la Figura 7. En esta figura, se puede comprobar cómo la primera celda (0) y la última ( $N-1$ ) sólo presentan una contribución (onda asociada a un valor propio) por parte del esquema numérico, de ahí la necesidad de introducir una condición contorno aguas arriba y aguas abajo que complementen mediante el valor propio que falta la expresión (23).

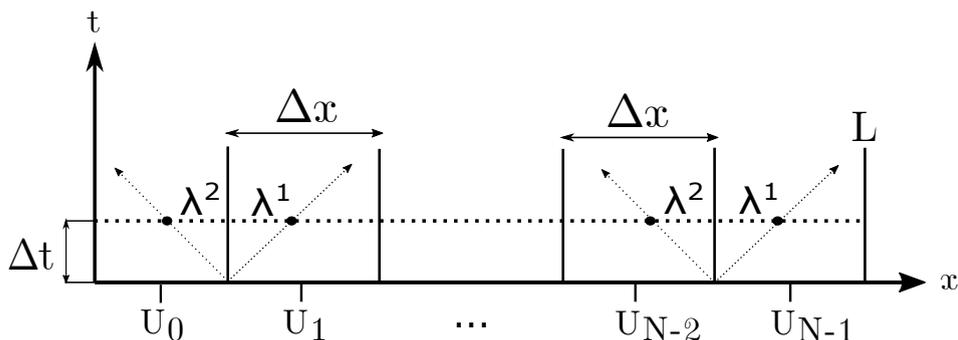


Figura 7: Esquema numérico discretizado a un único paso temporal donde se hace énfasis en la necesidad de la imposición de las condiciones de contorno en el sistema.

### 3.2. Condiciones iniciales

La condición inicial de una simulación impone las condiciones en las que se encuentra el flujo cuando el esquema comienza a calcular. Se presentan a continuación los casos más habituales de condiciones iniciales en flujos transitorios.

<sup>7</sup>Las variables con tilde representan el valor promedio en los límites de cada celda.

### Caso seco

En la condición inicial de caso seco las variables hidráulicas de caudal y calado son cero en el instante inicial en todo el tramo simulado. Esta condición es la habitual para generar un estado estacionario:

$$Q_i^0 = A_i^0 = 0 \quad \forall i \quad (26)$$

### Flujo estacionario

El caso simulado parte con un flujo estacionario en el instante inicial de la simulación al usar esta condición inicial. Un flujo estacionario se obtiene cuando las variables hidráulicas adquieren un valor constante a lo largo del tiempo, introduciendo así un caudal igual y constante elegido por el usuario en todo el tramo simulado. Esta condición inicial permite introducir hidrogramas que parten de caudales elevados, así como obtener un inicio de la simulación más similar a lo que ocurre en los momentos previos a una avenida.

$$Q_i^0 = Q_{cte} \quad \forall i \quad (27)$$

### Hot Start

La condición inicial *Hot Start* es aquella que permite iniciar el caso desde una situación previamente simulada. El requisito para tener una evolución estable de las variables es mantener la misma malla de cálculo en el caso previamente simulado y el que se desea simular. Se utiliza frecuentemente para retomar simulaciones que no han finalizado.

## 3.3. Condiciones de contorno

En la aplicación fluvial, las condiciones de contorno dan información sobre cómo los flujos entran y salen del dominio de cálculo. Debido a la importancia de las condiciones de contorno, se introducen a continuación las más usadas en problemas hidráulicos transitorios. Se debe diferenciar entre condiciones de contorno aguas arriba y condiciones de contorno aguas abajo. Las primeras son aquellas que se imponen en la primera celda de la malla de cálculo y proporcionan información sobre el régimen de entrada del flujo, mientras que las segundas son las que se imponen en la última celda y aportan información sobre cómo el flujo abandona el dominio de cálculo.

### Hidrograma

La condición de contorno de hidrograma es la más habitual aguas arriba, imponiéndose por tanto a la entrada del caso a simular. Consiste en una función de caudal  $Q(t)$  que evoluciona en el tiempo. La información que esta condición aporta es transportada con el paso del tiempo por el esquema numérico a lo largo de toda la malla de cálculo.

En el caso del río Ebro, estos hidrogramas se obtienen a partir de las mediciones de caudal realizadas en los puntos de aforo o estaciones ubicadas a lo largo del cauce (Figura 10), siempre y cuando las mediciones  $Q_0 = f(t)$  utilizadas hayan sido obtenidas en las inmediaciones de la entrada del tramo simulado.

### Curva de aforo

Una curva de aforo es una condición descrita mediante una relación de calado y caudal,  $Q(h)$ . Suelen aplicarse como condiciones de contorno aguas abajo. Las curvas de aforo utilizadas en este

trabajo se han obtenido a partir de medidas simultáneas de caudal y calado de las estaciones de aforo prefijadas a lo largo del río.

### Flujo uniforme

En la condición de contorno de flujo uniforme se impone, localmente, un régimen de flujo particular en el cual las variables hidráulicas velocidad y calado son tales que la pendiente longitudinal del tramo es paralela a la pendiente de la superficie libre del flujo:

$$S_0 = S_f \quad (28)$$

lo que implica:

$$Q_{out}^{n+1} = \frac{A(h_{N-1})R(h_{N-1})^{2/3}\sqrt{S_0}}{n} \quad (29)$$

### Vertedero

Conseguir una condición de contorno aguas abajo realista con el caso que se pretende simular es fundamental para la evolución de las variables en casos de flujo transitorio. La condición de contorno de vertedero impone una pared con una apertura en la parte superior que puede tener forma circular, triangular, trapezoidal, entre otras. En función de la forma de esa apertura, el caudal de salida a través de ella varía. Es posible demostrar que, aceptando ciertas simplificaciones, el caudal de salida de un vertedero con forma trapezoidal sigue la expresión ([6]):

$$Q_{out} = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d b H_w^{3/2} + \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\alpha/2) C_d H_w^{5/2} \quad (30)$$

donde  $H_w = H - h_{Crest}$  es el grosor de la lámina de agua por encima de la cresta del vertedero,  $\alpha$  el doble del ángulo que conforman los lados laterales del trapecio con la vertical,  $b$  la anchura de la base menor del trapecio (Figura 8) y donde el valor que adquiere la constante de gasto  $C_d$  en nuestro caso es  $C_d = 0.611$  ([7]). Se puede comprobar que, en el caso de tener sencillamente un vertedero rectangular,  $\alpha = 0$ ; mientras que, si se tiene un vertedero triangular,  $b = 0$  y  $180^\circ > \alpha > 0^\circ$ .

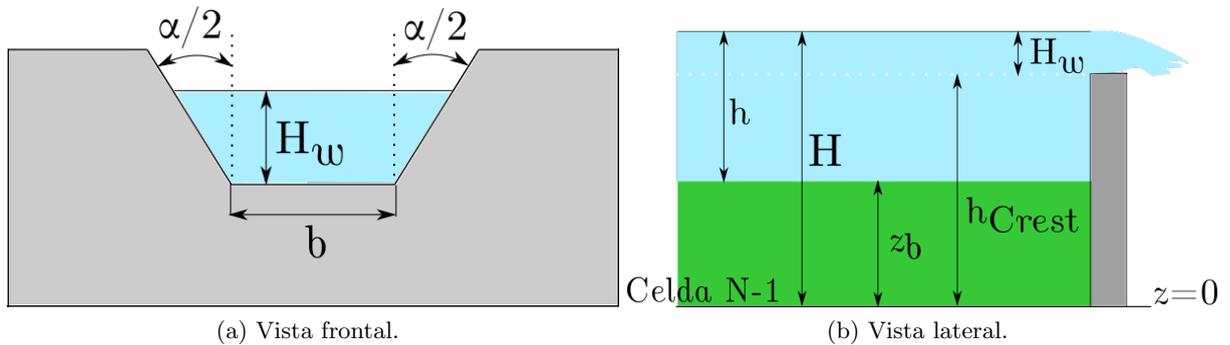


Figura 8: Esquema de la condición de contorno de vertedero.

En función del valor que adquiera  $H_w$  en la última celda del dominio durante la simulación, que es la que se ve afectada por la condición de contorno, se calculará el flujo de salida por el vertedero. Cuando el nivel de esta celda está por debajo de la apertura de la compuerta:

$$h_{Crest} > H_{N-1}^n \rightarrow H_w^n \leq 0 \quad (31)$$

Entonces el caudal de la última celda será:

$$Q_{out}^{n+1} = 0 \quad (32)$$

no permitiendo una salida de caudal, y por tanto, aumentando el nivel del embalse mientras siga llegando un caudal de entrada. Cuando el nivel esté por encima de la apertura del vertedero:

$$H_{N-1}^n > h_{Crest} \rightarrow H_w^n > 0 \quad (33)$$

Entonces, el caudal de la última celda será:

$$Q_{out}^{n+1} = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d b (H_w^n)^{3/2} + \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) C_d (H_w^n)^{5/2} \quad (34)$$

Para evitar cuestiones de inestabilidad en el esquema numérico, en la condición en la que existe caudal de salida se introduce una tolerancia  $\xi$ , de la forma que para tener caudal de salida se debe cumplir:

$$H_{N-1}^n > h_{Crest} \rightarrow H_w^n > \xi \quad (35)$$

donde, en nuestro caso, se usa  $\xi = 10^{-12}$  metros.

Esta condición de contorno no representa con exactitud la forma con la que el caudal se expulsa por una presa como la de Mequinenza (Figura 4). Sin embargo, al no estar implementada ninguna condición de contorno de presa y al ofrecer resultados similares a los que podría proporcionar una presa, se usará esta condición de contorno aguas abajo en el tramo medio del río Ebro.

## 4. Modelización de un embalse

Un embalse es una región del cauce en donde el agua se encuentra prácticamente en reposo, presentando un nivel de la superficie libre de la lámina de agua aproximadamente igual en todo el área que ocupa. La escasa velocidad presente en este tramo hace que sea cuestionable si es necesario discretizar el embalse en un modelo 1D trazando secciones transversales a lo largo de su longitud (Figura 9a), o si representarlo globalmente como una región sin detalle del movimiento (0D, Figura 9b, entre  $L'$  y  $L$ ) es más que suficiente para obtener la información hidráulica fundamental, ahorrando así un elevado tiempo computacional. En este trabajo se comparan ambas metodologías: la representación completa del embalse y río discretizada en 1D (Figura 9a); y el acoplamiento de un modelo 1D para el río con un modelo 0D para el embalse (Figura 9b).

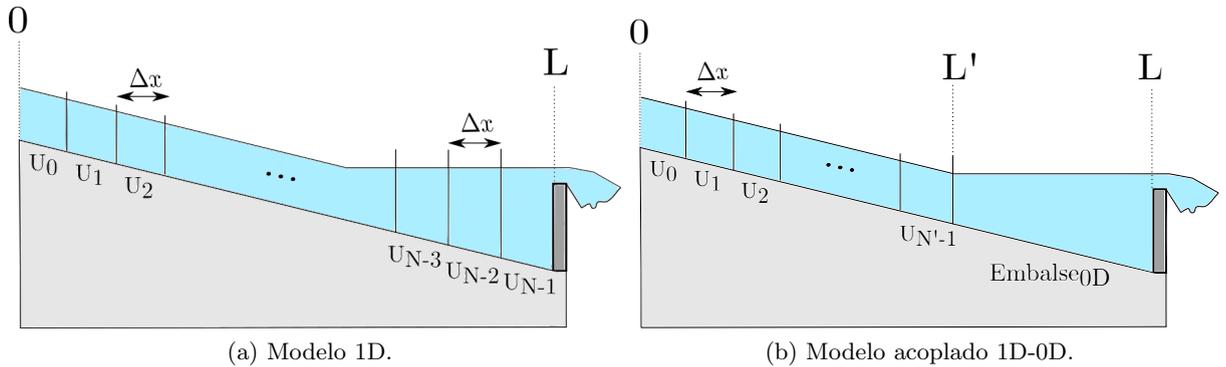


Figura 9: Esquema de región con embalse y río.

### 4.1. Discretización 1D

La opción de discretizar el embalse 1D consiste en asumir el embalse como una parte del río con un calado mayor, de manera que puede discretizarse sólo en una dimensión de forma global. El dominio a discretizar irá desde  $x = 0$  hasta  $x = L$  (ver Figura 9a).

### 4.2. Modelo de balance de volumen (0D)

En la modelización de flujos casi en reposo, como el de una región embalsada, es común renunciar a resolver la cantidad de movimiento y, por tanto, a conocer la evolución de la velocidad. Los modelos basados en este planteamiento son modelos agregados que establecen el estudio de ciertas regiones mediante la formulación integral de la conservación de la masa. El método de Puls modificado ([5]) se fundamenta en la hipótesis de considerar que la superficie libre del embalse permanece siempre horizontal, que el volumen embalsado es función de la cota superficial ( $V = V(H)$ ) y que el caudal de salida es también función de la cota superficial ( $Q_{out} = Q_{out}(H)$ ). La variación de volumen embalsado vendrá determinada por la diferencia entre el caudal en la entrada,  $Q_{in}$ , y en la salida del embalse, de la forma:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (36)$$

Al discretizar la expresión (36) temporalmente:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V^{n+1} - V^n}{t^{n+1} - t^n} = \frac{Q_{in}^{n+1} + Q_{in}^n}{2} - \frac{Q_{out}^{n+1} + Q_{out}^n}{2} \quad (37)$$

de la forma que, al poderse descomponer la variación de volumen como  $\Delta V = S^n(H^{n+1} - H^n)$  donde  $S$  es la superficie del embalse ( $S = f(H)$ ), se puede escribir:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S(H)^n(H^{n+1} - H^n)}{t^{n+1} - t^n} = \frac{Q_{in}^{n+1} + Q_{in}^n}{2} - \frac{Q_{out}^{n+1} + Q_{out}^n}{2} \quad (38)$$

por lo que se puede obtener, despejando (38), la evolución temporal del nivel del embalse  $H$ :

$$H^{n+1} = H^n + \frac{\Delta t}{S(H)^n} \left( \frac{Q_{in}^{n+1} + Q_{in}^n}{2} - \frac{Q_{out}^{n+1} + Q_{out}^n}{2} \right) \quad (39)$$

Es el nivel obtenido mediante la expresión (39) el que se impone en  $L'$  (Figura 9). La resolución de la ecuación diferencial (38) se puede plantear si se conoce la función  $Q_{in}(t)$  y la relación entre  $Q_{out}$  y el volumen  $V$ .

Aunque el caudal de entrada al embalse estará totalmente relacionado con el hidrograma de entrada que se utilice, el caudal de salida del embalse dependerá de la estructura de salida que se tenga al final del embalse. Teniendo en cuenta que es la presa de Mequinenza la estructura con la que termina el tramo del río Ebro simulado, la condición de contorno aguas abajo (en el final del cauce) impuesta será una condición de vertedero. Así, el caudal  $Q_{out}$  que complementa al modelo 0D vendrá dado a partir de la expresión (30).

Teniendo en cuenta que sólo la región que conforma el embalse será estudiada mediante un modelo 0D, mientras que el resto del tramo será analizado mediante una discretización 1D, se llamará a este modelo modelo 1D-0D (Figura 9b) por el acoplamiento de ambos modelos. Para la comparación entre el modelo 1D y el modelo 1D-0D, se debe tener un mismo  $\Delta x$ , por lo que, al variar la longitud de la malla de cálculo entre ambos modelos, el número de celdas de uno y otro modelo no tiene que ser el mismo.

La obtención de las funciones  $S(H)$  se debe realizar de distinta forma si se tiene un caso simple geoméricamente o si se tiene un caso con una geometría más compleja, como es el caso del río Ebro, donde su cauce estará caracterizado por una serie de secciones transversales irregulares. La obtención de estas funciones se muestra en el Anexo C.

## 5. Regulación del nivel de un embalse

Las compuertas de un embalse no permanecen fijas en el tiempo, sino que varían en función de la necesidad de descargar más o menos cantidad de agua. Existen multitud de criterios para la regulación del nivel en un embalse a través de la presa: desde criterios energéticos o de abastecimiento para riegos, hasta criterios de seguridad durante una avenida. La apertura y cierre de las compuertas se regula de forma manual actualmente. En este trabajo se estudia automatizar el movimiento de compuertas a través de un algoritmo de control PID para el caso de regulación por seguridad durante las avenidas, fijando el nivel que debe tener el embalse para evitar que sobrepase un determinado límite.

Un algoritmo de control se trata de un procedimiento que provoca que una variable, como puede ser el nivel del embalse, cumpla los requisitos que el usuario exige, produciendo cambios en determinados parámetros que condicionan la evolución de dichas variables o entradas, como puede ser la apertura de la presa. Las variaciones de las variables que hagan cumplir los requisitos exigidos vienen determinadas por un controlador de tipo Proporcional Integral Derivativo (PID). El fundamento de este controlador es que el cálculo de las variaciones que se deben imponer para cumplir los requisitos se basa en el error, siendo éste la diferencia entre el valor de la variable y el valor objetivo de la misma. De esta forma, a partir de este error se caracterizan los tres términos que conforman el algoritmo:

- **Término Proporcional:** Relaciona de forma proporcional los órdenes que se deben imponer sobre el sistema con los valores de la variable que caracteriza el error.
- **Término Integral:** Los órdenes impuestas por el controlador se imponen teniendo en cuenta la historia de tiempos del error, aspecto que se consigue integrando el error.
- **Término Derivativo:** Los órdenes impuestas mediante este controlador se realizan a partir de la velocidad de variación de la variable de entrada.

La ecuación que describe el controlador PID en el caso que se va a tratar se define:

$$h_{Crest}(t) = K \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right\} = P + I + D \quad (40)$$

donde  $e(t)$  es el error de control ( $e(t) = H_{ref} - H(t)$ ) donde  $H_{ref}$  es el valor objetivo (o *setpoint*) del nivel y  $H(t)$  es el valor del nivel en un determinado momento  $t$ ,  $K$  es el denominado factor de proporcionalidad,  $T_d$  es el tiempo diferencial y  $T_s$  es el tiempo de integración.

Teniendo en cuenta que este algoritmo se debe introducir en el esquema numérico, se presenta a continuación su forma discretizada, cuya obtención viene descrita en el Anexo D:

$$h_{Crest}(t^n) = \alpha_1 K \left( 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e(t^n) - \alpha_2 K \left( 1 + \frac{2T_d}{T_s} \right) e(t^{n-1}) + \alpha_3 K \frac{T_d}{T_s} e(t^{n-2}) \quad (41)$$

donde  $e(t^n) = H_{ref}(t^n) - H(t^n)$ ,  $e(t^{n-1}) = H_{ref}(t^{n-1}) - H(t^{n-1})$  y  $e(t^{n-2}) = H_{ref}(t^{n-2}) - H(t^{n-2})$  siendo  $n$  el paso temporal actual; y donde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  son los pesos de cada uno de los pasos

temporales que tiene en cuenta el controlador. Los valores que se imponen a  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  y  $T_s$  condicionan la evolución de  $h_{Crest}$  y, por tanto, la velocidad con la que la variable a modificar alcanza la consigna. Determinar los valores óptimos para conseguir el valor deseado  $H_{ref}$  es un aspecto vital a la hora de usar algoritmos de control, no sólo para optimizar, sino también para estabilizar, ya que valores erróneos de los parámetros del controlador pueden derivar en inestabilidades en el sistema. La forma de obtención de estos parámetros se presenta en el Anexo D.

## 6. Resultados

En este apartado se presentan los resultados más relevantes de los distintos estudios que se han realizado durante este trabajo:

- En primer lugar, se comparan resultados del tramo del Ebro Zaragoza-Mequinzenza simulado en 1D, con simulaciones bidimensionales previamente realizadas por el Grupo de Hidráulica Computacional (UZ) y con medidas reales tomadas por las estaciones de aforo (Figura 10).
- Una vez verificada la capacidad del modelo 1D para representar el río, se hacen simulaciones de eventos de avenida que comparen la discretización completa del río en 1D con el modelo 1D-0D, que discretiza el río únicamente hasta el comienzo del embalse (ver Figura 9b), quedando representado éste a través de una condición de contorno que asume únicamente variaciones de volumen. Para la mejor comprensión de la nueva condición de contorno, estas simulaciones se llevan a cabo tanto en un caso test controlado, como en el caso de Ebro.
- Finalmente, con la nueva condición de contorno calibrada y verificada, se muestran resultados de las simulaciones del embalse añadiendo una condición de contorno con control PID de la presa, tanto para el modelo completo como para el que modeliza el embalse en 0D a través de la condición de contorno.

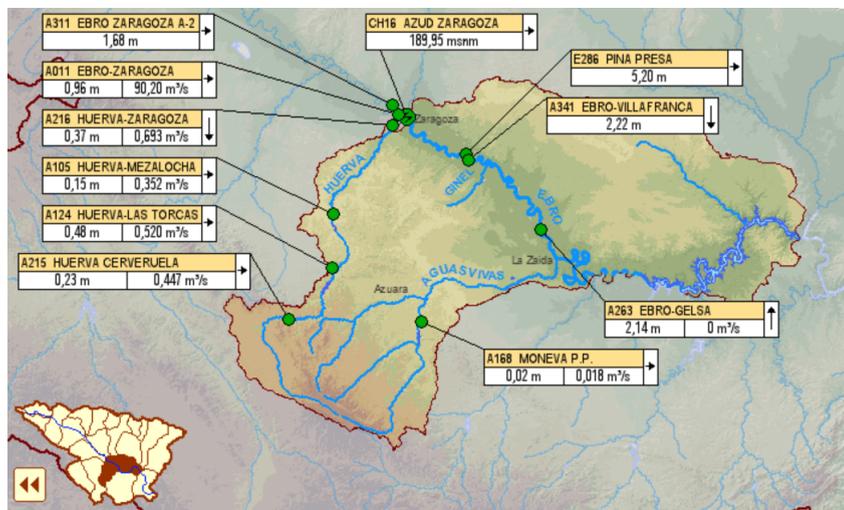


Figura 10: Estaciones presentes en la zona simulada, donde se incluye además aquellas pertenecientes al río Huerva. (Fuente: SAIH)

### 6.1. Comparación de modelos 1D y 2D con datos reales en el río Ebro

Para realizar la simulación de un determinado tramo, se debe preparar en primer lugar la malla de cálculo con la que trabajará el esquema numérico. Esta malla tiene diferencias considerables

entre un modelo 2D y un modelo 1D dadas las características de cada uno de estos modelos. En un modelo 2D, la malla es una triangulación del dominio  $(x,y)$  de interés que lleva asociados valores uniformes por celda de elevación del terreno y rugosidad. Los triángulos pueden ser de tamaño variable y adaptarse a la topografía del terreno. Se genera la malla a partir de un MDT en formato RASTER.

En una malla de cálculo unidimensional, el tramo simulado se discretiza en un conjunto de celdas a lo largo del cauce que tienen contribución únicamente de la celda anterior y de la siguiente, excepto en los casos límite del inicio y del final del tramo, en donde se debe recurrir a condiciones de contorno. Las celdas que conforman la malla están equiespaciadas a una distancia  $\Delta x$ . Nótese que un mayor número de celdas supone una discretización del tramo más precisa, por lo que la simulación será una mejor aproximación del espacio continuo. Sin embargo, un mayor número de celdas supone no sólo un mayor número de operaciones en el esquema numérico para caracterizar las variables hidráulicas en cada paso temporal, sino también una reducción del propio paso de tiempo, que depende del tamaño de celda (ver ecuación (25)), implicando un consumo computacional mayor. Es por ello que se debe buscar un número de celdas óptimo en función de los criterios que se buscan en la simulación. La malla 1D se genera a partir de información topográfica de la forma de secciones transversales.

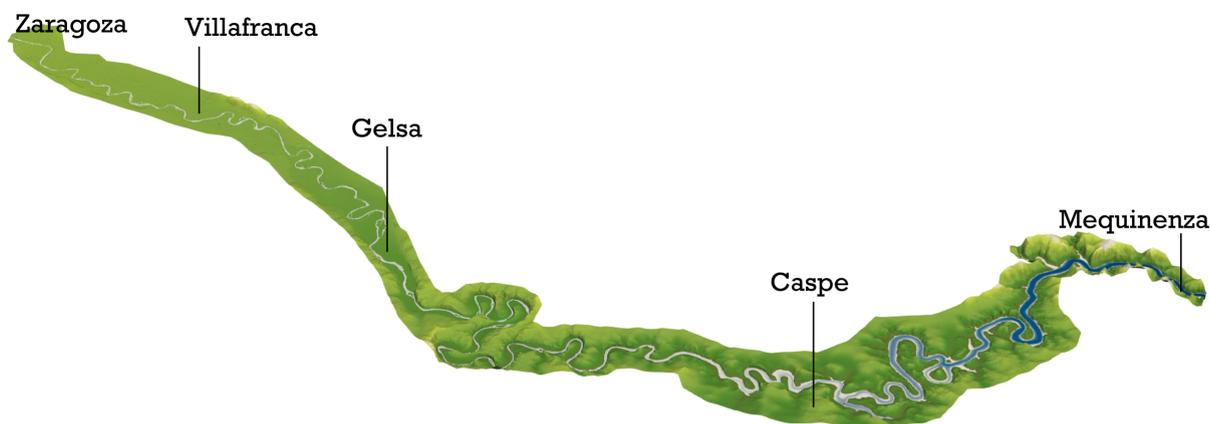


Figura 11: Representación del tramo simulado del río Ebro con el modelo 2D.

Para la discretización del tramo a simular (Figura 11), se cuenta con información de 433 secciones transversales de las cuales 100 definen la región del embalse (Figuras 12a y 12b). La anchura de las secciones debe recoger la forma perpendicular del cauce del río para no perder información en la evolución de las variables y éstas no deben solaparse (Figura 12b), para evitar incoherencias físicas en el esquema numérico, ya que sucesos como este provocan comportamientos extraños en la evolución de las variables. La elaboración de la malla de cálculo 1D se muestra con más detalle en el Anexo E.

Finalmente se obtiene una malla de 2000 celdas, un número de celdas que ofrece resultados lo suficientemente precisos para nuestros intereses. Seguidamente, se debe determinar el número de Manning, constante en toda la malla de cálculo para este caso. Se escoge un valor de  $n = 0.032$  ([15]), valor comprendido entre los típicos usados en los cauces de ríos y regiones con agua estancada. La condición de contorno aguas arriba será un hidrograma, mientras que la condición de contorno aguas abajo será la condición de vertedero, para representar la presencia de la estructura hidráulica de la presa de Mequinzenza. Se debe tener en cuenta que el modelo 1D está caracterizado por tener

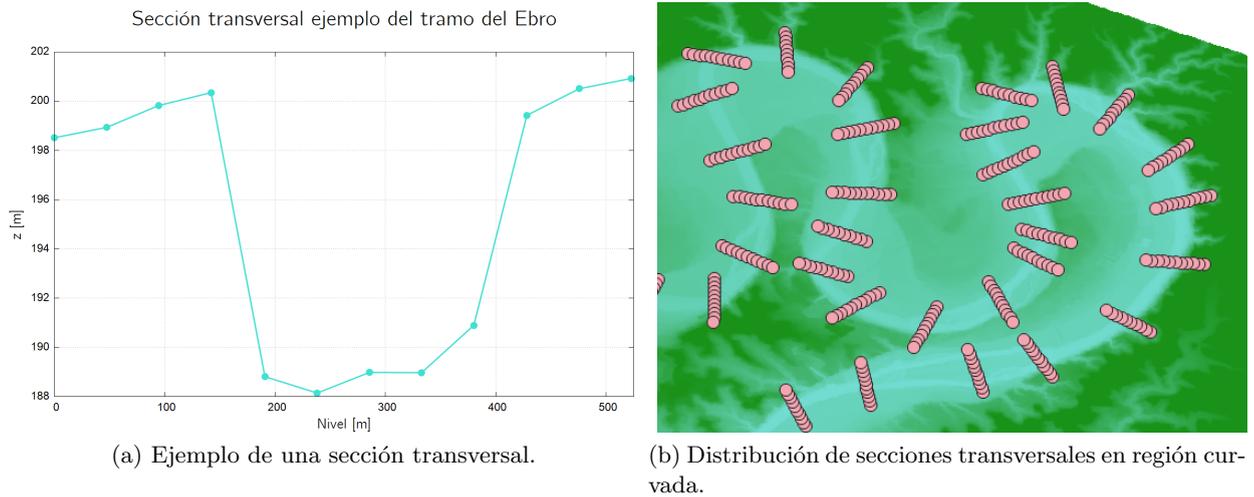


Figura 12: Secciones transversales del tramo de río Ebro.

un flujo encauzado, a diferencia del modelo 2D que permite recoger las llanuras de inundación, como refleja la Figura 11. Debido a esta comportamiento del flujo en el modelo 1D, es de vital importancia que las secciones se establezcan a lo largo del cauce, siendo perpendiculares a éste en regiones curvadas (Figura 12b). Si no fuese así, el flujo podría ser encauzado hacia la pared infinita limitante, lo que implicaría comportamientos lejanos a lo que ocurre en la realidad. Un flujo estacionario con valor de caudal igual al valor en el instante inicial del hidrograma es la condición inicial introducida en el caso.

A continuación se muestran los casos más representativos para mostrar a continuación. El resto de resultados se muestran en el Anexo F.

### 6.1.1. Avenida 2015

En la Figura 13 se presenta el hidrograma de la avenida de 2015, mientras que en las Figuras 14 y 15 se presentan respectivamente la evolución de caudal y nivel en función del tiempo en la ubicación donde se sitúa la estación de Gelsa. Se han calculado usando el modelo 1D en la totalidad del dominio.

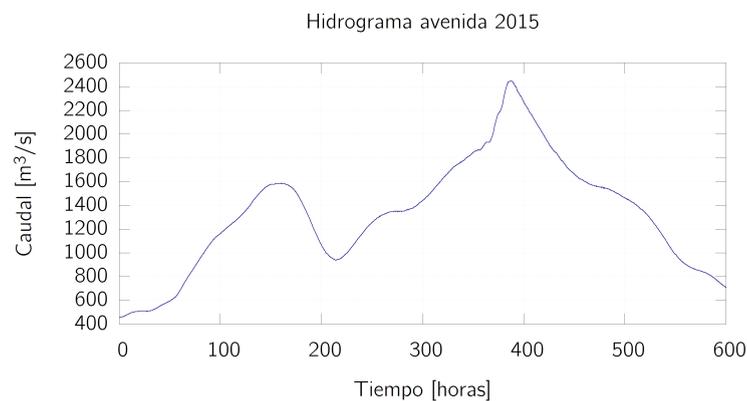


Figura 13: Hidrograma de la avenida de 2015 usado como condición de contorno aguas arriba.

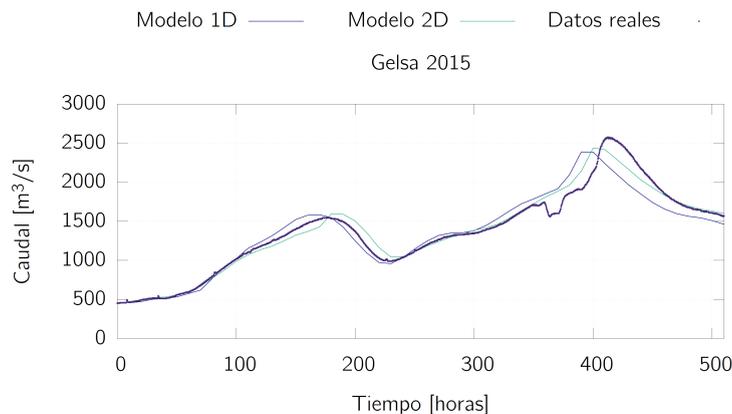


Figura 14: Comparación del caudal en la estación de Gelsa para la avenida de 2015.

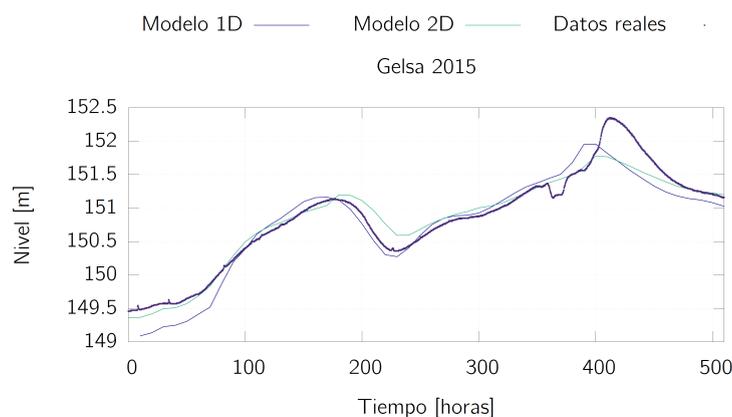


Figura 15: Comparación del nivel en la estación de Gelsa para la avenida de 2015.

Es importante notar que los datos proporcionados por la estación son de calado ( $h$ ) y no de nivel ( $H = h + z_b$ ), y la cota de referencia real de la estación es desconocida. Por ello, es necesario establecer la posición de la función nivel para el caso de los datos reales, dado que los calados del modelo y las medidas no son comparables al ser una medida puntual que varía a lo largo de la sección transversal.

Se puede comprobar en las Figuras 14 y 15 cómo las simulaciones 1D y 2D se asemejan notablemente a los datos reales. Existen sucesos como el que ocurre en torno a las 380 horas, que no recogen ninguno de los dos modelos. Esto se debe posiblemente a un cambio dinámico del terreno como puede ser una rotura de una mota que produzca una pérdida importante de caudal, fenómeno que no pueden recoger los modelos al tener un terreno estático e imperturbable. Se debe notar a su vez que, en las primeras 250 horas, es el modelo 1D el que ofrece unos datos más cercanos a la realidad, por lo que hace suponer que el flujo estaba más encauzado en este período de tiempo y se sobreestimó en el modelo 2D el área que conformaba las llanuras de inundación. A partir de las 300 horas, es el modelo 2D el que proporciona un comportamiento más cercano al real, posiblemente debido a que, al ser el pico de caudal, las llanuras de inundación ganan protagonismo y el flujo no va tan encauzado. Respecto a tiempos de computación, el modelo 1D tardó para simular esta avenida 511 segundos, mientras que el modelo 2D tardó 47 horas.

### 6.1.2. Avenida 2018

En la Figura 16 se muestra el hidrograma de la avenida de 2018 usado como condición de contorno aguas arriba, mientras que la Figura 17 muestra la evolución temporal del nivel en Villafranca. En esta estación de aforo sólo se tiene medición de nivel, por lo que sólo se presenta la comparación de modelos con respecto a los valores de esta variable.

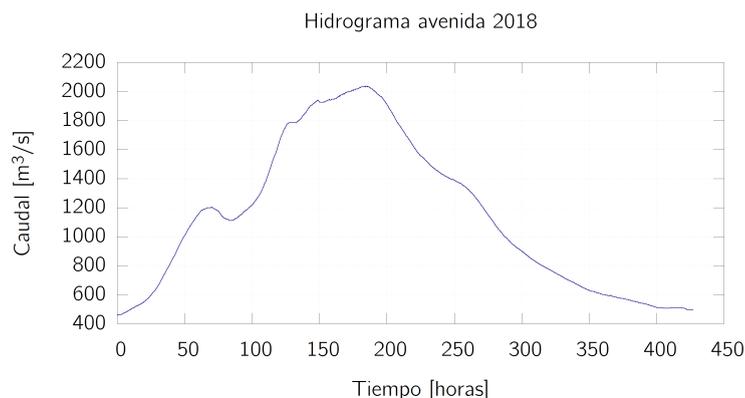


Figura 16: Hidrograma de la avenida de 2018 usado como condición de contorno aguas arriba.

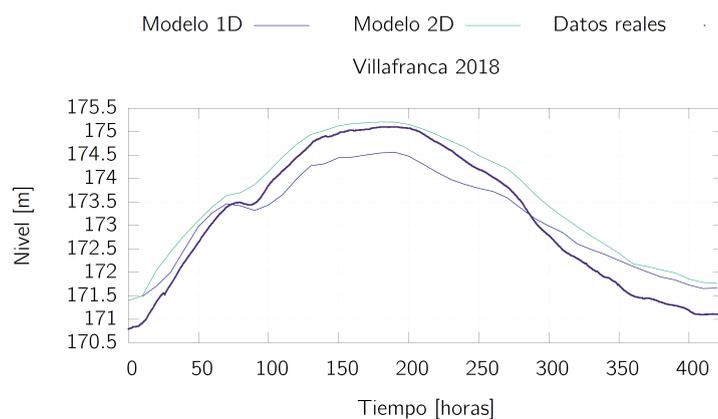


Figura 17: Comparación del nivel en la estación de Villafranca para la avenida de 2018.

Se puede comprobar en la Figura 17 cómo la evolución de los dos modelos se asemeja bastante a la de los datos reales hasta las 100 horas aproximadamente. En torno a esta hora, los datos reales sufren un ligero descenso que no recoge el modelo 2D pero sí el modelo 1D. Esto se puede deber a que el modelo 2D, al sobreestimar la inundación de las llanuras, tiene una evolución más progresiva y menos brusca que el modelo 1D. El tiempo computacional consumido por el modelo 1D es de 364 segundos, mientras que el del modelo 2D es de 23.8 horas.

## 6.2. Comparación del modelo 1D con el modelo acoplado 1D-0D

Tras presentar los resultados del modelo 1D sobre la totalidad del tramo, interesa comprobar si la implementación del modelo 1D-0D proporciona resultados similares, cuantificando el ahorro computacional que supone usar el modelo 0D en vez del 1D para representar la región del embalse. Teniendo en cuenta la complejidad geométrica que tiene el tramo simulado del río Ebro, tal y como

las secciones transversales demuestran (Figura 12a), se debe implementar en primer lugar el modelo 1D-0D en un caso más sencillo geoméricamente.

### 6.2.1. Caso simplificado

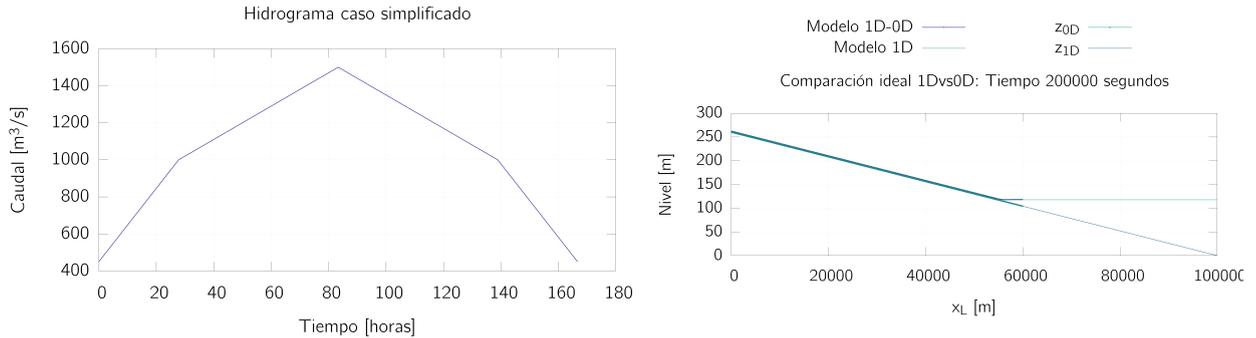
El área transversal mojada  $A$  y el radio hidráulico  $R$  que caracterizan la evolución de las variables hidráulicas (expresiones (11) y (14)) no se pueden obtener de forma sencilla para casos con secciones transversales tan complejas como es el caso del Ebro. En estos casos, el esquema numérico debe realizar un cálculo previo mediante iteraciones del valor de tales variables en función del calado en cada una de las celdas que caracterizan el tramo simulado. Sin embargo, en el caso de tener secciones transversales rectangulares y prismáticas, los cálculos de estas variables se simplifican notablemente, al cumplirse:

$$h = \frac{A}{B} \quad (42)$$

donde además:

$$\frac{\partial B}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

Consideremos un canal recto rectangular de longitud  $L = 100000$  metros y anchura  $B = 200$  metros. Al no existir ningún tipo de curvatura a lo largo del tramo, son únicamente 2 las secciones que caracterizan la geometría del cauce. Como condición inicial se introduce flujo estacionario igual a  $Q = 450 \text{ m}^3/\text{s}$ , valor inicial del hidrograma que conforma la condición de contorno aguas arriba (Figura 18a). La condición de contorno aguas abajo para el modelo 1D es la condición de vertedero, caracterizada por  $h_{Crest} = 115$  metros,  $b = 180$  metros y  $\alpha = 0$ . La malla de cálculo 1D está formada por 1000 celdas, mientras que las celdas que conforman la malla del modelo 1D-0D son 600 para mantener la misma  $\Delta x$  en ambos modelos. Para el caso 1D-0D, la malla de cálculo acaba a una longitud  $L' = 60000$  metros, al acabar cerca de esta región el embalse que se produce en el tramo simulado (Figura 18b). La evolución del nivel en el tiempo en ambos modelos en la última celda del modelo 1D-0D es la que se muestra en la Figura 19.



(a) Hidrograma introducido.

(b) Situación del caso a las 55.56 horas de simulación.

Figura 18: Caso simplificado con comparación del modelo 1D con el modelo 1D-0D.

Como se observa en la Figura 19, la evolución del nivel es similar en ambos modelos, pero existe un cierto desfase entre ambas, quedando ligeramente adelantado el modelo 1D-0D. Esto se debe a que al considerar el modelo 0D que las ondas se propagan a lo largo del embalse de forma instantánea, el embalse se llena y se vacía de forma más rápida que en el modelo 1D. Respecto a la diferencia de tiempos de computación, usando un modelo 1D se tarda en simular el caso 101 segundos, mientras que usando el modelo 1D-0D se tiene un tiempo de computación de 21 segundos.

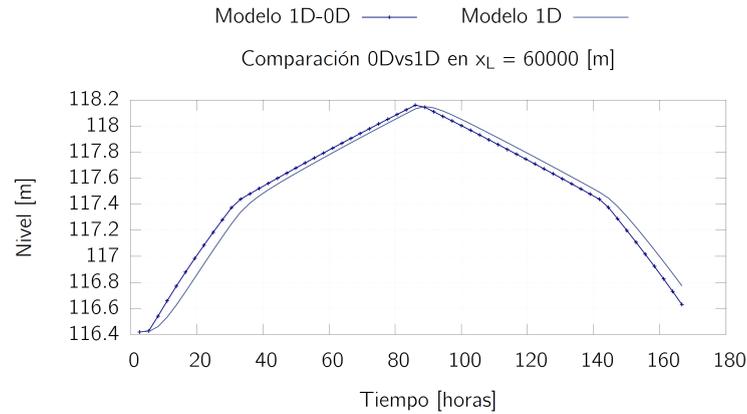


Figura 19: Evolución del nivel de ambos modelos.

### 6.2.2. Caso Ebro: avenida 2015

Se realiza a continuación la comparación entre modelos 1D-0D y 1D mediante el caso de la avenida de 2015. Los datos que caracterizan el caso del modelo 1D son los mismos utilizados con anterioridad, mientras que el modelo 1D-0D se caracteriza por tener 352 secciones y 1511 celdas.

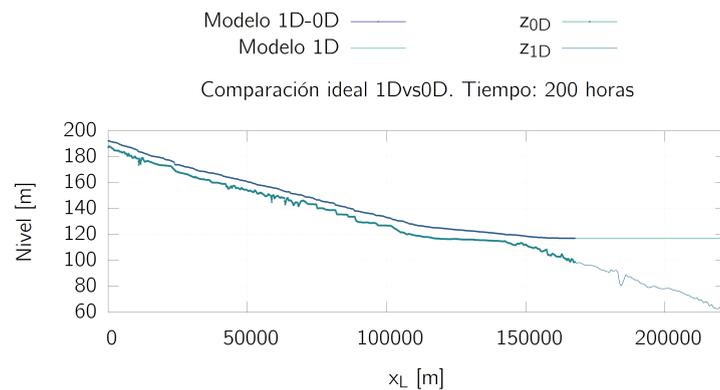


Figura 20: Situación del caso para un tiempo de simulación de 200 horas.

Como se observa en la Figura 20, la sección donde la malla del modelo 1D-0D termina no es justamente el inicio del embalse modelizado, intentando conseguir así que tal sección siempre quede en zona embalsada.

Sin embargo, en la Figura 21, se puede comprobar cómo el nivel del final del modelo 1D-0D queda ligeramente por debajo del valor del nivel correspondiente a ese mismo punto para el modelo 1D. Esto se debe a que el nivel en un embalse real no es igual en todo su conjunto, de ahí que el modelo 0D coincida con bastante exactitud con el nivel que se tiene al final del embalse en el modelo 1D, dado que el modelo de balance de volumen considera todo el embalse con el mismo nivel. Además, el desfase anteriormente obtenido para el modelo 0D ya no se tiene. La función correspondiente al área  $S(H)$  usada en la expresión (38) corresponde a todo el embalse y, como parte de él está siendo simulado, la condición de contorno del modelo 0D hace evolucionar más lento el nivel al considerar que existe un mayor embalse modelizado, y por tanto, considerar un mayor valor de  $S(H)$ .

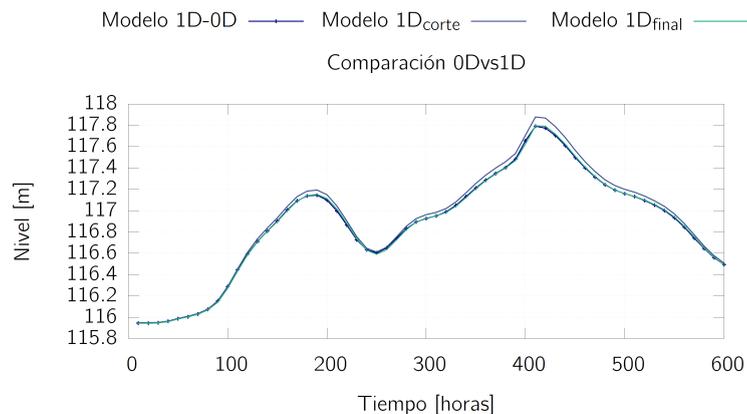


Figura 21: Evolución del nivel en la última celda del modelo 1D-0D ( $L'$ ) y en la última celda del modelo 1D ( $L$ ).

Se presenta en las Figuras 22 y 23 una comparación de ambos modelos de los valores de nivel y caudal que ofrece la estación situada en Gelsa.

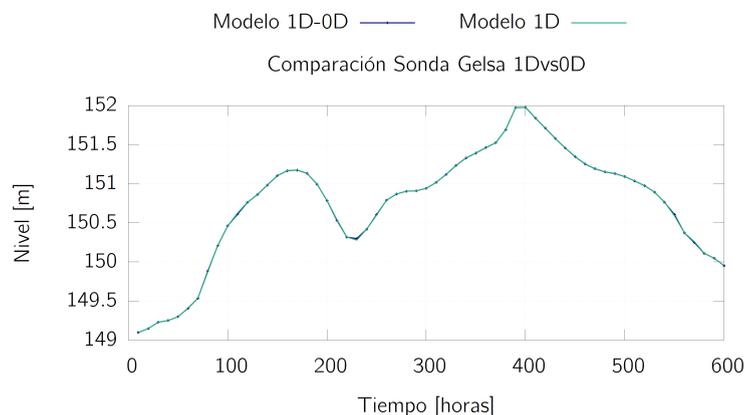


Figura 22: Evolución temporal del nivel para ambos modelos en la estación de Gelsa durante la avenida de 2015.

Como se puede comprobar en las Figuras 22 y 23, la evolución del nivel y caudal en ambos modelos es prácticamente idéntica, lo que supone la poca influencia que tiene el embalse en las regiones aguas arriba (Figura 11). Esto justifica el uso de modelos de balance de volumen en regiones embalsadas, pues se debe tener parte de información de estas regiones pero no una información completa que suponga un elevado coste computacional. Respecto a este tiempo, el modelo 1D tarda 511 segundos en realizar la simulación, mientras que el modelo 1D-0D realiza la simulación en 196 segundos.

### 6.3. Implementación de algoritmos PID en modelo 1D y en el modelo acoplado 1D-0D

De nuevo usaremos en primer lugar un caso más simple geoméricamente para verificar la correcta implementación de la condición de contorno PID. Para una correcta comparación entre los modelos 1D-0D y 1D, se aplica tal condición de contorno a ambos modelos.

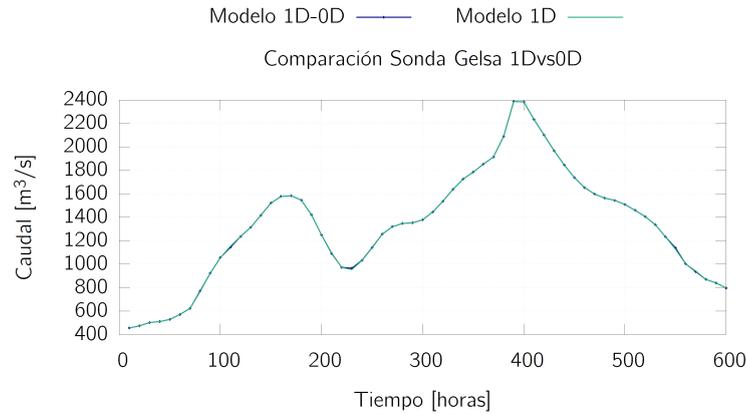


Figura 23: Evolución temporal del caudal para ambos modelos en la estación de Gelsa durante la avenida de 2015.

### 6.3.1. Caso simplificado

Se parte en ambos modelos de la condición inicial *Hot Start*, utilizando como simulación previa la obtenida para el modelo 1D-0D y modelo 1D sin implementar el algoritmo PID. Se modifica la condición inicial dado que, con el algoritmo de control, no se obtiene con facilidad el flujo estacionario, al tener como objetivos el conseguir el caudal impuesto y a su vez el valor objetivo de nivel que busca obtener el algoritmo de control. Las variables que complementan la expresión (41) son  $K = 1839$ ,  $T_i = 20380$  s,  $T_d = 5095$  s,  $T_s = 10000$  s,  $\alpha_1 = 0.9$ ,  $\alpha_2 = 0.05$  y  $\alpha_3 = 0.05$ . A su vez, se deben caracterizar los parámetros físicos que caracterizan el movimiento de la presa. Así, la velocidad máxima a la que puede moverse la cresta de la presa es  $v_{max} = 0.1$  m/intervalo de tiempo, mientras que su altura máxima y mínima son 115 metros y 105 metros, respectivamente. El valor de nivel objetivo es  $H_{ref} = 117$  metros para ambos modelos. La comparación de ambos modelos se realiza en  $L'$  (Figura 18b). El hidrograma introducido como condición de contorno aguas arriba es el de la Figura 18a.

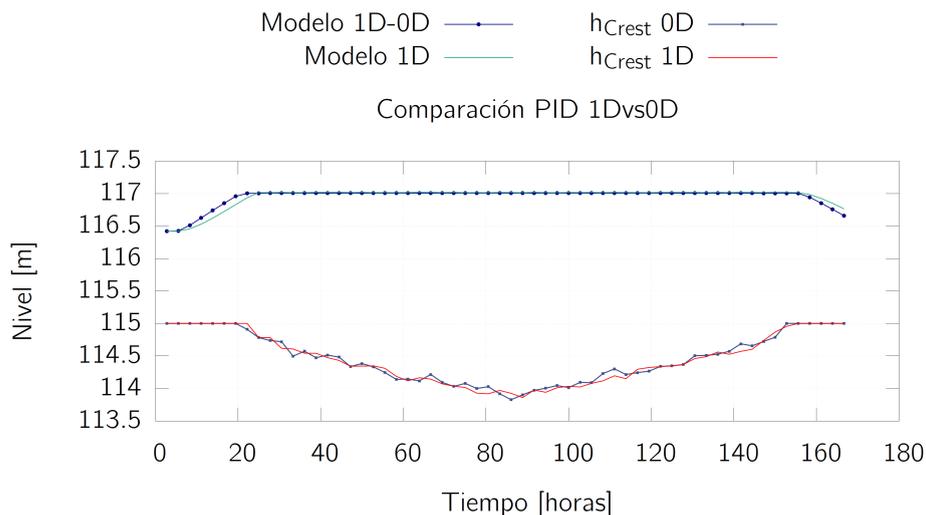


Figura 24: Comparación de nivel y  $h_{Crest}$  en función del tiempo de ambos modelos en el caso simplificado.

Como se puede comprobar en la Figura 24, ambos modelos obtienen el nivel objetivo en casi la totalidad de la simulación, siempre y cuando el caudal de entrada permita obtenerlo. Al final de la simulación cae tan bruscamente el hidrograma (Figura 18a) que no permite, aún elevando al máximo el valor de la altura de la presa, obtener el valor objetivo. Se aprecia de nuevo (Figura 19) un ligero adelanto en el modelo 1D-0D, aspecto justificado en el apartado anterior. A su vez, el nivel objetivo se consigue sin sobrepasar su valor en gran medida en ningún momento. Respecto a los tiempos de computación, el modelo 1D tarda en realizar la simulación 101 segundos y el modelo 1D-0D, 21 segundos.

### 6.3.2. Caso Ebro: avenida 2015

Se mantienen las características del apartado 6.2.2, excepto la condición inicial, donde se parte en ambos modelos de la condición inicial *Hot Start*, donde se impone el estado del instante inicial obtenido en el apartado 6.2.2. Los valores de las variables del algoritmo PID son  $K = 11576$ ,  $T_i = 12 s$ ,  $T_d = 3 s$ ,  $T_s = 1000 s$ ,  $\alpha_1 = 0.5$ ,  $\alpha_2 = 0.3$  y  $\alpha_3 = 0.2$ . Los parámetros que caracterizan el movimiento de la presa son  $v_{max} = 0.01 m/\text{intervalo de tiempo}$  y altura máxima y mínima de 115 y 105 metros. El valor de nivel objetivo es  $H_{ref} = 112$  metros y la comparación se realiza en  $L'$  (Figura 20).

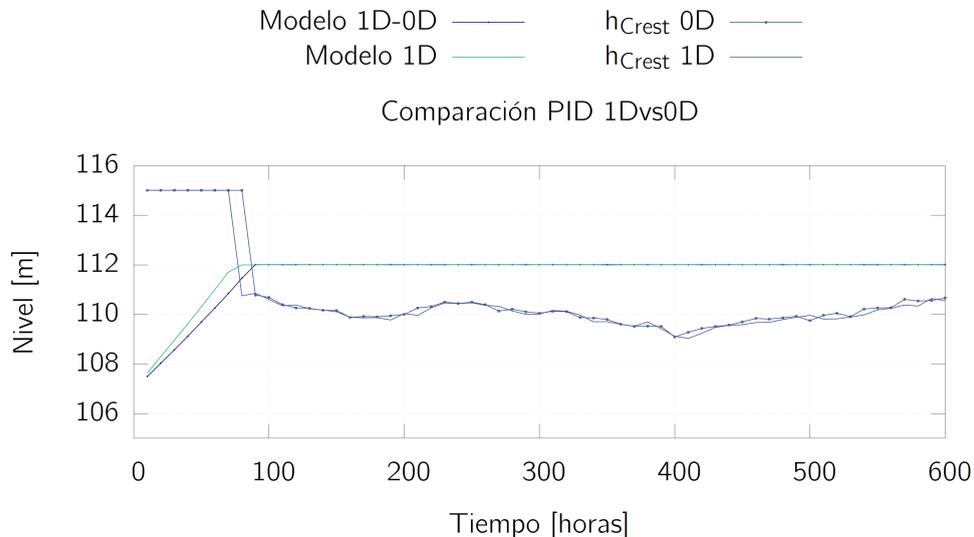


Figura 25: Comparación de nivel y  $h_{Crest}$  en función del tiempo de ambos modelos en el caso del Ebro.

La evolución de  $h_{Crest}$  que se muestra en la Figura 25 es muy similar para ambos modelos, obteniendo el valor objetivo relativamente rápido. Se puede apreciar cómo el modelo 1D obtiene el valor objetivo antes que el modelo 1D-0D. La razón se encuentra en el menor nivel que se obtiene para el modelo 1D-0D con respecto al modelo 1D en el punto de comparación (Figura 21). Debido a ese menor nivel en el modelo 1D-0D, existe un cierto retraso a la hora de llenarse el embalse hasta el valor objetivo. Además, se puede comprobar cómo no existe ningún momento donde el nivel supere apreciablemente el valor objetivo marcado de 112 metros. Respecto a los tiempos computacionales, se tiene que el modelo 1D tarda 484 segundos, mientras que el modelo 1D-0D tarda 176 segundos.

## 7. Conclusiones y trabajo futuro

Se presentan a continuación las conclusiones y el trabajo futuro del Trabajo de Fin de Grado *Estudio de soluciones para mitigar inundaciones en el río Ebro mediante simulación numérica*.

El primer objetivo de este trabajo era analizar y comparar la evolución de modelos 2D frente a modelos 1D para comprobar si los resultados obtenidos por el modelo 1D son lo suficientemente precisos para este tipo de estudios, con el ahorro computacional que eso conlleva. Posteriormente, a fin de mejorar y optimizar las simulaciones numéricas de fenómenos transitorios como las inundaciones por crecidas de ríos, se buscaba implementar modelos de balance de volumen para la región embalsada que permitiesen un ahorro computacional y valorar las consecuencias de la pérdida de información que esto supone. Finalmente, se pretendería desarrollar un algoritmo de control PID como técnica de regulación para no superar un determinado nivel en la región embalsada del tramo simulado.

Respecto al primer objetivo, se ha podido comprobar que los resultados del modelo 1D en las avenidas recientes del tramo del Ebro considerado son muy similares a los que ofrece el modelo 2D. Dependiendo de las características del caso, uno de los dos modelos ofrece detalles más cercanos a los datos reales pero ambos modelos siguen la tendencia de los datos de nivel y caudal. La realización de una malla de cálculo en el modelo 1D que tuviese en cuenta de forma detallada la evolución meandrosa del cauce ha sido lo que ha permitido obtener una evolución de las variables hidráulicas realista. Todo esto supone que el inmenso ahorro computacional que implica el uso del modelo 1D está totalmente justificado para esta clase de problemas, siempre y cuando no exista un interés en representar las llanuras de inundación, llanuras que el modelo 1D no tiene en cuenta.

A su vez, el modelo 1D-0D ofrece, tanto en modelos simples como en el caso de simulaciones de avenidas en el tramo medio del río Ebro, resultados muy similares a los que ofrece el modelo 1D completo. Existen ciertas diferencias entre ambos modelos, en ocasiones por desfases debidas al fundamento instantáneo de propagación del modelo 0D, en otras ocasiones por la dificultad que supone determinar funciones de áreas en función de calados para geometrías irregulares. Sin embargo, estas diferencias son totalmente asumibles con el ahorro computacional que el uso de este modelo supone en comparación con el modelo 1D. La poca influencia observada del embalse de Mequinenza en las regiones aguas arriba justifican también el uso del modelo combinado 1D-0D. Por ello, sería de gran interés el intentar implementar un modelo 0D al final de un tramo simulado con un modelo 2D, dado que ello conllevaría un elevado ahorro computacional, algo muy positivo para simulaciones con modelos 2D.

El algoritmo de control PID implementado adquiere el valor objetivo siempre que el resto de variables hidráulicas que definen el caso lo permitan. Este valor objetivo de nivel nunca es sobrepasado de forma elevada, lo que supone que la implementación del algoritmo de control es una correcta medida de seguridad para no superar ciertos niveles en el embalse que podrían suponer un riesgo para la zona. Sin embargo, la evolución de la altura de la cresta de la presa solo se realiza en la implementación realizada para la obtención de un determinado nivel, aspecto que en la realidad no es del todo así. Por ello, sería conveniente en el futuro implementar un algoritmo que tenga en cuenta no sólo el nivel objetivo del embalse, sino también cuestiones de generación hidroeléctrica, caudal ecológico, entre otras.

Finalmente, se debe comentar que se ha usado como condición de contorno aguas abajo la condición de vertedero. Sin embargo, esta condición supone una simplificación de lo que ocurre en una presa real como es la de Mequinenza. Se establece también como trabajo futuro el implementar una condición de contorno de presa, donde el usuario tenga la posibilidad de caracterizar de forma más realista el caso simulado si se pretende establecer una presa.

## Referencias

- [1] J. Murillo, P. García-Navarro. Energy balance numerical schemes for shallow water equations with discontinuous topography. *Journal of Computational Physics*, 236, 119-142, 2013.
- [2] A. Lacasta, C. Juez, J. Murillo, P. García-Navarro. An efficient solution for hazardous geophysical flows simulation using GPUs. *Computers Geosciences*, 78, 63-72, 2015.
- [3] M. Morales-Hernández, P. García-Navarro, J. Burguete y P. Brufau. A conservative strategy to couple 1D and 2D models for shallow water flow simulation. *Computers Fluids*, nº 81, p. 26-44, 2013.
- [4] I. Echeverribar, M. Morales-Hernández, A. Lacasta, P. Brufau y P. García-Navarro. Simulación numérica con RiverFlow2D de posibles soluciones de mitigación de avenidas en el tramo medio del río Ebro. *Ingeniería del Agua*, 21.1, 2017.
- [5] L. S. Nanía y M. Gómez. Ingeniería Hidrológica. Grupo Editorial Universitario, 2004.
- [6] G. Sotelo. Hidráulica General, Vol.1. Limusa, 2002.
- [7] F.M. Henderson. Open channel flow. Macmillan series in civil engineering. McGraw-Hill, New York, 1966.
- [8] I. Echeverribar, M. Morales-Hernández, P. Brufau y P. García-Navarro. Use of internal boundary conditions for levees representation: application to river flood management. *Environ Fluid Mech* 19, 1253–1271, 2019.
- [9] R. Leveque. Numerical Methods for Conservation Laws Lectures in Mathematics. ETH Zürich. Birkhuser Basel, 1992.
- [10] J. Murillo, P. García-Navarro, J. Burguete, P. Brufau. The influence of source terms on stability, accuracy and conservation in two-dimensional shallow flow simulation using triangular finite volumes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 54 (5), 543–590, 2007.
- [11] M.S. Horritt, P.D. Bates. Evaluation of 1D and 2D numerical models for predicting river flood inundation. *Journal of hydrology*, 268, 89–99, 2002.
- [12] Toro E.F. (1997) The Riemann Solver of Roe. In: Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [13] Murillo, J. and García-Navarro, P. (2010). Weak solutions for partial differential equations with source terms: Application to the shallow water equations. *Journal of Computational Physics*, 229:11 4327–4368.
- [14] Morales-Hernández, M., Petaccia, G., Brufau, P. and García-Navarro, P. (2016). Conservative 1D–2D coupled numerical strategies applied to river flooding: The Tiber (Rome), *Applied Mathematical Modelling*, 40:3 (2016) 2087-2105
- [15] G. Arcement, V. Schneider. Guide for Selecting Manning’s Roughness Coefficients for Natural Channels and Flood Plains, no. 2339. U.S. Geological Survey. Water-supply paper. 1984.