УДК 681.325; 681.335

С. М. Захарченко, к. т. н., доц.;
О. Д. Азаров, д. т. н., проф.;
О. О. Лукащук, бакалавр

ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОЇ ТРИВАЛОСТІ ТАКТУ АНАЛОГО-ЦИФРОВОГО ВРІВНОВАЖЕННЯ У НАДЛИШКОВИХ ПОРОЗРЯДНИХ АЦП

Проведено дослідження залежності мінімальної тривалості такту аналого-цифрового врівноваження від параметрів аналого-цифрового перетворювача. Отримано узагальнений вираз, який дозволяє обчислювати мінімальне значення тривалості такту аналого-цифрового врівноваження як функцію кількості розрядів АЦП, основи системи числення та статичних похибок ваг розрядів АЦП.

Дослідження шляхів та розробка нових методів підвищення швидкодії аналого-цифрових перетворювачів, зокрема АЦП порозрядного врівноваження, залишається однією з найактуальніших проблем у галузі аналого-цифрової техніки [1, 2]. Один із перспективних шляхів підвищення швидкодії порозрядних АЦП базується на використанні інформаційної надлишковості у вигляді надлишкових позиційних систем числення (НПСЧ) [3]. Головною ідеєю, що покладено в основу даного підходу, є можливість значного скорочення тривалостей тактів порозрядного врівноваження. Це можливо завдяки автокомпенсації динамічних похибок за рахунок вагової надлишковості НПСЧ, як наслідку скорочення тривалостей тактів. Слід зауважити, що такий підхід принципово неможливий у випадку використання двійкової системи числення. Визначення динамічних характеристик АЦП виконується за допомогою спеціальних методик [4], однак використання цих підходів на етапі розробки нових методів підвищення швидкодії є проблематичним.

Метою роботи є знаходження взаємозв'язку між тривалістю такту аналого-цифрового перетворення у надлишковому АЦП та іншими параметрами перетворювача, зокрема основою системи числення, кількістю розрядів тощо.

Для реалізації поставленої мети необхідно визначити функцію

$$t_{T\,\min} = f(\alpha, n, \Delta Q_i), \quad i \in [0, n-1],$$

де $t_{T\,\min}$ — мінімальна тривалість такту аналого-цифрового врівноваження; α — основа системи числення, n — кількість розрядів вихідного коду; ΔQ_i — відхилення ваг розрядів.

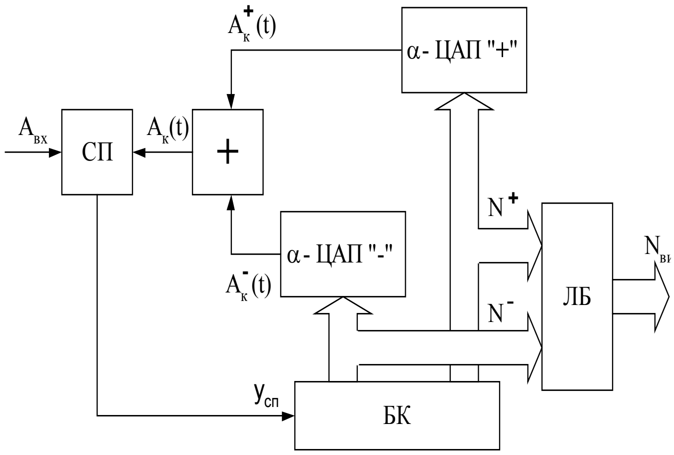

Рис. 1. АЦП на основі НПСЧ, що працює за алгоритмом «тільки вмикання»

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методикою «особливих» точок та рівнянь балансу, запропонованих О. Д. Азаровим [5]. Як об'єкт дослідження було обрано аналого-цифровий перетворювач, структурну схему якого зображено на рис. 1. Даний АЦП працює за алгоритмом «тільки вмикання», що є можливим за умови використання НПСЧ з розрядними коефіцієнтами (1, -1).

У процесі роботи АЦП визначаються розрядні коефіцієнти a_i, що забезпечують виконання умови

$$A_{вх} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot Q_i,$$

де $a_i \in \{1, \bar{1}\}$; $Q_i = Q_0 \alpha^i$;

$1,0 < \alpha < 2,0$.

Нехай в АЦП $\Delta A\partial^{I} = 0,5\,Q_0$, де $\Delta A\partial^{I}$ — динамічна похибка першого роду [6], Q_0 — вага наймолодшого розряду. Крім цього для даного алгоритму максимальна похибка врівноваження $\Delta A^{*}_{\text{вр. max}} = Q_0$, а максимальна похибка квантування $\Delta A^{*}_{\text{кв. max}} = 2Q_0$ [5].

Оскільки для інерційного врівноваженя похибка квантування і врівноваження мають вигляд

$$\Delta A_{\text{кв. max}} = \Delta A^{*}_{\text{кв. max}} + \Delta A\partial^{I}\ ;$$

$$\Delta A_{\text{врівн. max}} = \Delta A^{*}_{\text{врівн. max}} + \Delta A\partial^{I},$$

то варто вважати $\Delta A_{\text{вр. max}} = \Delta A_{\text{кв. max}} = 2,5\ Q_0$.

Необхідність обчислення останніх двох складових похибки обумовлено різними швидкостями їхнього накопичення. Для проведення досліджень було розроблено програмний симулятор процесу аналого-цифрового перетворення в середовищі Matlab, який дозволяє перевірити виконання умови

$$\begin{cases} \Delta A_{\text{вр. max}} \le 2,5Q_0; \\ \Delta A_{\text{кв. max}} \le 2,5Q_0. \end{cases} \tag{1}$$

Припустимо, що в ряді випадків, під час переключення розряд АЦП в процесі аналого-цифрового врівноваження характер перехідного процесу є експоненційним і відповідає схемній функції першого порядку [7]. Тому значення компенсувального сигналу на довільному *i*-му такті врівноваження має вигляд [5]

$$A_{Ki}(t) = \sum_{i}^{n-1} a_j Q_j \left\{1 - e^{[i-(j+1)]t_T/\tau}\right\}.$$

Відповідно до методики знаходження «особливих» точок проведемо дослідження за умови: α = 1,65; n = 14; ΔQ_i = 0. В результаті моделювання було знайдено дві «особливі» точки, розташовані симетрично у від'ємній і додатній зонах вхідного сигналу. Граничні кодові комбінації для точки $A_{\text{вх}}$, що розташована у від'ємній зоні, мають вигляд:

$$N_{i-1}\quad \overline{1}\ \overline{1} \ldots \overline{1}\ 1\ 1\ \overline{1}$$
$$N_{i}\quad \overline{1}\ \overline{1} \ldots \overline{1}\ 1\ 1\ 1$$
$$N_{i+1}\quad \overline{1}\ \overline{1} \ldots 1 \ldots\ ,$$

а фрагмент відповідної діаграми врівноваження зображено на рис. 2.

Таким чином значення компенсувального сигналу, при якому відбувається перехід із N_{i-1} в N_i, має вигляд

$$A'_{\text{к}} = -\sum_{3}^{13} Q_i \left(1 - e^{-(i)t_T/\tau}\right) +$$
$$+\sum_{1}^{2} Q_i \left(1 - e^{-(i)tT/\tau}\right) + 0,5Q_0.$$

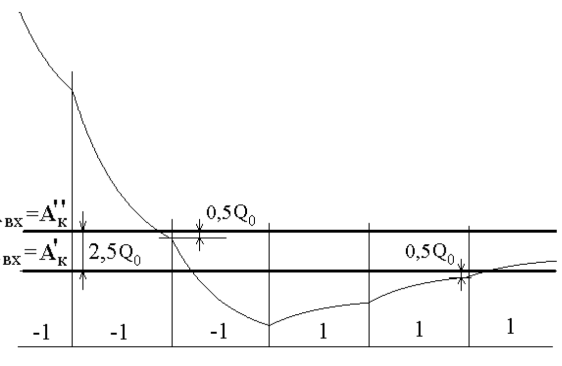

Рис. 2. Фрагмент діаграми врівноваження для α = 1,65

За аналогією значення компенсувального сигналу, при якому відбувається перехід із N_{i-1} в N_i, визначається як:

$$A''_{\text{к}} = -\sum_{4}^{13} Q_i \left(1 - e^{(3-i)tT/\tau}\right) + 0,5Q_0 .$$

Відповідно до умови (1) можна записати $A''_{\text{к}} - A'_{\text{к}} = 2,5Q_0$, та підставивши відповідні значення, отримати:

$$\sum_{3}^{13} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{1}^{2} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{4}^{13} Q_i\left(1-e^{(3-i)\,t_T/\tau}\right)=2,5Q_0\,. \tag{2}$$

Розв'язавши останнє рівняння відносно t_T/τ можна визначити мінімальне значення тривалості такту врівноваження, з яким кодувальна характеристика АЦП не матиме розривів. Розв'язком даного рівняння для α = 1,65; n = 14; $\Delta Q_i = 0$ є t_T/τ = 1,67, що повністю збігається з результатами моделювання. Подальше збільшення кількості розрядів не приводить до зміни граничних кодових комбінацій, тому вираз (2) залишається правильним і для $n > 14$.

Зі збільшенням α граничні кодові комбінації змінюються і вже для α = 1,79 мають вигляд

$$\begin{array}{ll} N_{i-1} & \overline{1}\;\overline{1}\ldots\overline{1}\;1\,1\,1\,1\;\overline{1} \\ N_i & \overline{1}\;\overline{1}\ldots\overline{1}\;1\,1\,1\,1\,1 \\ N_{i+1} & \overline{1}\;\overline{1}\ldots 1\ldots \end{array}$$

Відповідне рівняння балансу можна записати як

$$\sum_{4}^{13} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{1}^{3} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{5}^{13} Q_i\left(1-e^{(4-i)\,t_T/\tau}\right)=2,5Q_0\,. \tag{3}$$

Подальше збільшення α приводить до збільшення кількості «1» в кодовій комбінації N_i і, починаючи з α = 1,99, граничні кодові комбінації мають вигляд

$$\begin{array}{ll} N_{i-1} & \overline{1}\;\overline{1}\;\;1\,1\ldots 1\;\overline{1} \\ N_i & \overline{1}\;\overline{1}\;1\,1\ldots 1\,1 \\ N_{i+1} & \overline{1}\;1\ldots, \end{array}$$

а відповідне рівняння балансу

$$\sum_{4}^{13} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{1}^{11} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-Q_{13}\left(1-e^{-t_T/\tau}\right)=2,5Q_0\,. \tag{4}$$

Проаналізувавши граничні кодові комбінації для різних α запишемо їх в узагальненому вигляді

$$\begin{array}{ll} N_{i-1} & \overline{1}\;\overline{1}\ldots\overline{1}\;\overbrace{1\,1\ldots 1\;\overline{1}}^{k} \\ N_{i-1} & \overline{1}\;\overline{1}\ldots\overline{1}\;\overbrace{1\,1\ldots 1\,1}^{k} \\ N_{i+1} & \overline{1}\;\overline{1}\ldots 1\ldots\;. \end{array}$$

Відповідне узагальнене рівняння балансу матиме вигляд

$$\sum_{k}^{n-1} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{1}^{k-1} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum_{k+1}^{n-1} Q_i\left(1-e^{(k-i)\,t_T/\tau}\right)=2,5Q_0\,, \tag{5}$$

де k визначається α та n. Так у випадку α =1,65, n = 14 (рівняння балансу (2)) k = 3. Для випадків α = 1,79 (вираз (3)) та α = 1,99 (вираз (4)), якщо n = 14 відповідно матимемо k = 4 та k = 12.

Оскільки кінцевий вигляд рівняння балансу залежить від основи системи числення та кількості розрядів, доцільно визначити граничні значення α, за яких відбувається перехід від одного рівняння балансу до іншого. Так, наприклад, для визначення порогового значення α між рівняннями балансу (2) і (3) необхідно розв'язати їх як систему рівнянь, де невідомими є α і t_T/τ. Порогове значення α між двома будь-якими рівняннями балансу може бути знайдено як розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \sum\limits_{k}^{n-1} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum\limits_{1}^{k-1} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum\limits_{k+1}^{n-1} Q_i\left(1-e^{(k-i)\,t_T/\tau}\right)=2,5Q_0; \\ \sum\limits_{k+1}^{n-1} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum\limits_{1}^{k} Q_i\left(1-e^{-(i)\,t_T/\tau}\right)-\sum\limits_{k+2}^{n-1} Q_i\left(1-e^{(k+1-i)\,t_T/\tau}\right)=2,5Q_0. \end{cases} \tag{6}$$

Результати розв'язку даної системи для різних значень n та k за умови, що відхилення ваг розрядів ΔQ_i дорівнюють 0, подані в таблиці.

Граничні значення α

k\\n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
4	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783	1,783
5	1,8	1,798	1,797	1,797	1,797	1,797	1,797	1,797	1,797	1,797	1,797
6	1,817	1,804	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
7	1,874	1,826	1,807	1,801	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
8	1,96	1,891	1,838	1,811	1,803	1,801	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
9		1,971	1,909	1,851	1,818	1,805	1,801	1,8	1,8	1,8	1,8
10			1,98	1,924	1,867	1,826	1,808	1,802	1,8	1,8	1,8
11				1,985	1,938	1,882	1,837	1,813	1,803	1,801	1,8
12					1,989	1,95	1,897	1,85	1,819	1,805	1,801
13						1,992	1,96	1,912	1,863	1,827	1,808
14							1,995	1,968	1,925	1,877	1,837
15								1,996	1,975	1,936	1,89
16									1,997	1,98	1,946
17										1,998	1,984
18											1,999

Аналіз табл. 1 дозволяє весь діапазон α умовно поділити на кілька частин, зокрема:
зона «малих» α ($\alpha < 1{,}783$); зона «середніх» α ($\alpha \approx 1{,}8$); зона «великих» α ($\alpha > 1{,}8$).

Якщо α належить до першої зони, для визначення мінімальної тривалості такту необхідно знайти розв'язок рівняння (5), якщо $k = 3$. Тобто, іншими словами, одне рівняння для багатьох α. Особливістю зони «середніх» α є можливість використання різних рівнянь балансу, оскільки вони дають приблизно однаковий розв'язок. Інакше кажучи є багато рівнянь для одного α. Зона «великих» α визначає чіткі кордони між різними значеннями системи числення, тобто для кожного α своє рівняння балансу.

Слід зауважити, що одним із припущень, яке було зроблено на попередніх кроках, є відсутність статичних відхилень ваг розрядів від номінальних значень ($\Delta Q_i = 0$). Неідеальність ваг розрядів може суттєво вплинути на результат визначення мінімального значення t_T/τ. Оскільки відхилення ваг розрядів можуть мати як від'ємні, так і додатні значення в межах допуску, обумовленого технологічними можливостями припасування параметрів аналогових вузлів АЦП, необхідно знайти таку комбінацію відхилень, яка буде «найгіршою», тобто визначатиме найбільше значення тривалості такту.

Зауважимо, що відхилення ваг розрядів АЦП фактично визначаються відхиленнями від номіналів інтегральних резисторів і конденсаторів, які використовуються для реалізації α-ЦАП. Особливістю виготовлення інтегральних резисторів і конденсаторів є те, що абсолютні значення відхилень вищезгаданих компонентів за умови однакового заданого допуску для всіх розрядів є пропорційними відносно їх номіналу [8]. Таким чином реальне значення ваги i-го розряду визначатиметься як $Q_i' = Q_i(1 + \Delta Q_i)$, де ΔQ_i є випадковою величиною, яка може приймати значення в межах допуску.

Оскільки «особливі» точки фактично визначають вхідний сигнал, під час врівноваження якого спостерігається «найгірша» комбінація динамічних похибок, доцільно припустити, що «найгіршим» випадком буде збіг максимальної динамічної і статичної похибок. З математичної точки зору це означатиме, що необхідно знайти таку комбінацію відхилень ваг розрядів, за якої ліва частина виразу (5) матиме максимальне значення. З метою знаходження останньої перепишемо вираз (5) у вигляді

$$\begin{aligned} & Q_k\left(1 + \Delta Q_k\right)\left(1 - e^{-(k)t_T/\tau}\right) + \left(e^{(k)t_T/\tau} - 1\right)\sum_{k+1}^{n-1}\left(Q_i 1 + \Delta Q_i\right)\left(e^{(-i)t_T/\tau}\right) - \\ & -\sum_{1}^{k-1} Q_i\left(1 + \Delta Q_i\right)\left(1 - e^{-(i)t_T/\tau}\right) = 2{,}5 Q_0 \end{aligned} \quad . \qquad (7)$$

Припустивши, що максимальне відхилення i-го розряду становитиме $\Delta Q_i = \Delta Q_{\max}$, неважко побачити, що ліва частина виразу (7) буде максимальною за умови

$$\begin{cases} \Delta Q_i = \Delta Q_{\max}, & i \in [k,\ n-1] \ ; \\ \Delta Q_i = -\Delta Q_{\max}, & i \in [1,\ k-1] \ . \end{cases}$$

З урахуванням останнього, рівняння балансу для «найгіршої» комбінації похибок матиме вигляд

$$\begin{aligned}&Q_k\left(1+\Delta Q_{\max}\right)\left(1-e^{-(k)t_T/\tau}\right)+\left(e^{(k)t_T/\tau}-1\right)\sum_{k+1}^{n-1}Q_i\left(1+\Delta Q_{\max}\right)\left(e^{(-i)t_T/\tau}\right)-\\&-\sum_{1}^{k-1}Q_i\left(1-\Delta Q_{\max}\right)\left(1-e^{-(i)t_T/\tau}\right)=2{,}5Q_0\end{aligned}\qquad(8)$$

Розглянемо на прикладі знаходження мінімального значення тривалості такту врівноваження. Нехай n = 15; α = 1,85; $\left|\Delta Q_{\max}\right|=0{,}02$. За допомогою таблиці знаходимо значення k. В нашому випадку воно становитиме 10. Враховуючи, що $Q_i=\alpha^i$, за допомогою програми Mathcad знайдемо розв'язок рівняння (8) як за умови $\left|\Delta Q_{\max}\right|=0$, так і за умови $\left|\Delta Q_{\max}\right|=0{,}02$. Для першого випадку t_T/τ = 2,51, для другого — t_T/τ = 2,77. Комп'ютерне моделювання повністю підтверджує отримані результати. Зауважимо, що в деяких випадках, наприклад, якщо n = 15, α = 1,95, $\left|\Delta Q_{\max}\right|=0{,}03$, розв'язок рівняння (8) буде відсутній, або матиме коплексне значення. Це є ознакою неможливості забезпечення нерозривної кодувальної характеристики для даного α і потребує зменшення α або $\left|\Delta Q_{\max}\right|$.

Висновки

1. Доведено, що мінімальна тривалість такту аналого-цифрового врівноваження залежить від основи системи числення, кількості розрядів та їх відхилень від номінальних значень.

2. Отримано узагальнений вираз рівняння балансу, який дозволяє розраховувати мінімальне значення тривалості такту аналого-цифрового врівноваження як функцію кількості розрядів АЦП, основи системи числення та статичних похибок ваг розрядів АЦП.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гельман М. М. Системные аналого-цифровые преобразователи и процессоры сигналов. — М: Мир, 1999. — 559 с.
2. Mikael Gustavsson, Nianxiong Nick Tan. A global passive sampling technique for high-speed switched-capacitor time-interleaved ADCs // IEEE Trans. Circuit Syst. II.— Vol. CAS-47. — P. 821—831.
3. Азаров О. Д. Розробка теорії аналого-цифрового перетворення на основі надлишкових позиційних систем числення: Автореф. дис. д-ра техн. наук / Вінницький держ. тех. ун-т. — Вінниця, 1995. — 48 с.
4. Vanden Bossche M., Schoukens J., Renneboog J. Dynamic testing and diagnostics of A/D converters // IEEE Trans. Circuit Syst. — Vol. CAS-33. — P. 775—785.
5. Азаров О. Д. Основи теорії аналого-цифрового перетворення на основі надлишкових позиційних систем числення. — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2004. — 260 с.
6. Островерхов В. В. Динамические погрешности аналого-цифровых преобразователей. — Л.: Энергия, 1975. — 176 с.
7. Сигорский В. П., Петренко А. И. Основы теории електронных схем. — К.: Техника, 1967. — 610 с.
8. R. Singh et al. Matching properties of linear MOS capacitors // Solid-State Electron. — 1989. — Vol. 32. — № 4. — P. 299—306.

Рекомендована кафедрою обчислювальної техніки

Надійшла до редакції 8.02.05.
Рекомендована до друку 24.02.05.

Захарченко Сергій Михайлович — доцент; ***Азаров Олексій Дмитрович*** — завідувач кафедри.

Кафедра обчислювальної техніки;

Лукащук Олександр Олександрович – бакалавр

Вінницький національний технічний університет