

УДК 62.50:658.21130

Т. М. Боровська, к. т. н., доц.; Г. Ю. Дерман; П. В. Северілов

УЗАГАЛЬНЕННЯ МЕТОДУ ОПТИМАЛЬНОГО АГРЕГУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ ІЗ ДОВІЛЬНИМИ СТРУКТУРАМИ

Поставлено й розв'язано задачу заміни елементів виробничих систем із довільними структурами оптимальним еквівалентним за входом-виходом агрегованим елементом. Побудовано обчислювально ефективні моделі оптимального агрегування.

Ключові слова: розподілена система, оптимальне агрегування, виробнича функція, модель, виробництво, технологія.

Постановка проблеми. Виробничі системи високої розмірності потребують розробки методів і моделей з оптимізації, що дозволяє оптимізувати розподілені виробничі системи з великою кількістю виробничих елементів і продуктів виробництва. У розподілених системах високої розмірності слід постійно перерозподіляти ресурси, навантаження так, щоб оптимізувати глобальний критерій системи, наприклад, сумарний випуск, сумарні витрати. Розподілені виробничі системи мають досить складні структури: із послідовним і паралельним поєднанням елементів виробництва та зі зворотними зв'язками між цими елементами. Сьогодні існують десятки методів оптимізації таких систем, розроблених для класів з певними характеристиками виробничих елементів – лінійних, квадратичних, логарифмічних. Велика кількість цих класів та відмінності характеристик потребують розробки узагальненого методу оптимізації виробничих систем високої розмірності.

На рис. 1 подано приклад біореакторних систем, спроектованих і побудованих за участю одного з авторів статті. Проблема модернізації наявних виробництв є більш ніж актуальною для птахофабрик, свиноферм, олієжиркомбінатів і навіть продуктових ринків.



Рис. 1. Приклади біореакторних систем – елементів екологічного замикання виробничих систем

Сьогодні в усьому світі приймають і реалізують програми «екологічної модернізації виробництва». Біореакторні системи мають підсистеми з паралельним і послідовним поєднанням функціональних елементів, біореакторна система є підсистемою, що забезпечує «екологічне замикання» технологічних процесів певної виробничої системи.

Цей науковий напрям з причини міждисциплінарності не має задовільних математичних моделей і методів оптимізації процесів функціонування й розвитку таких систем.

Велика кількість наукових статей з цієї проблеми свідчить про актуальність і водночас складність у розв'язанні оптимального розподілу ресурсів. Найближчі за постановкою й методологією аналоги [1 – 3] мають обмеження для функцій обмежень і критеріїв. Сьогодні сформувався напрямок алгебраїзації оптимізаційних задач, що ґрунтується на поєднанні обчислювальних методів і класичних методів математичного аналізу. У цій роботі описано

базову концепцію для побудови узагальненого методу оптимізації – представлення елементів виробничої системи як технологічних перетворювачів ресурсів «ресурс – продукт», або «витрати – випуск» (функції виробництва (ФВ)). ФВ наявних виробничих елементів нелінійні, нестационарні, стохастичні, нечіткі. Глобалізація, підвищення продуктивності виробництв роблять ресурси і продукти вільно конвертованими. Вважатимемо в першому наближенні ресурси і продукти стабільно конвертованими. Це припущення дозволяє можливість розглядати виробничі системи як перетворювачі ресурсів зі скалярними входом і виходом. Отже, ми можемо застосувати й розробити для аналізу й оптимізації виробничих систем методи, подібні до методів еквівалентних перетворень у теорії автоматичного управління (ТАУ). Ці перетворення дозволяють замінити довільну структуру динамічної системи управління еквівалентним елементом за відношенням "вхід-вихід".

У ТАУ базовими елементарними з'єднаннями є паралельне, послідовне та з'єднання зі зворотнім зв'язком. Структури наявних виробничих систем і відповідних задач моделювання теж відображаються в подібні, але не тотожні структури: у ТАУ зв'язки між елементами переважно інформаційні, для виробничих систем зв'язки – ресурсні. Вибраний у цій роботі підхід до розв'язання проблеми представлення виробничої системи у вигляді технологічного перетворювача ресурсів відрізняється від аналогів тим, що ми поєднуємо класичну задачу еквівалентного перетворення також з класичною задачею нелінійного програмування про розподіл обмеженого ресурсу. Таке об'єднання дозволило створити непошуковий, придатний для довільних нелінійностей метод для випадку паралельного поєднання елементів виробничої системи – метод оптимального агрегування.

Отримано нові моделі виробничих систем – *еквівалентні, оптимально агреговані*. Метод оптимального агрегування для паралельно поєднаних елементів (металургійні агрегати, біореактори, котлоагрегати) теоретично обґрунтовано і програмно реалізовано [4 – 8]. У цій роботі поставлено завдання розробки методу для представлення розподіленої виробничої системи з довільною структурою єдиним елементом – технологічним перетворювачем вхідних ресурсів у кінцеві продукти, еквівалентним щодо відношення «вхід-вихід» первинної розподіленої системи. На рис. 2 наведено схему системи задач розробки моделей цієї роботи як процесу побудови системи агрегованих моделей. Елемент новизни роботи – *алгебраїзація задач оптимізації та вбудування їх у моделі функціонування й розвитку виробничих систем*.

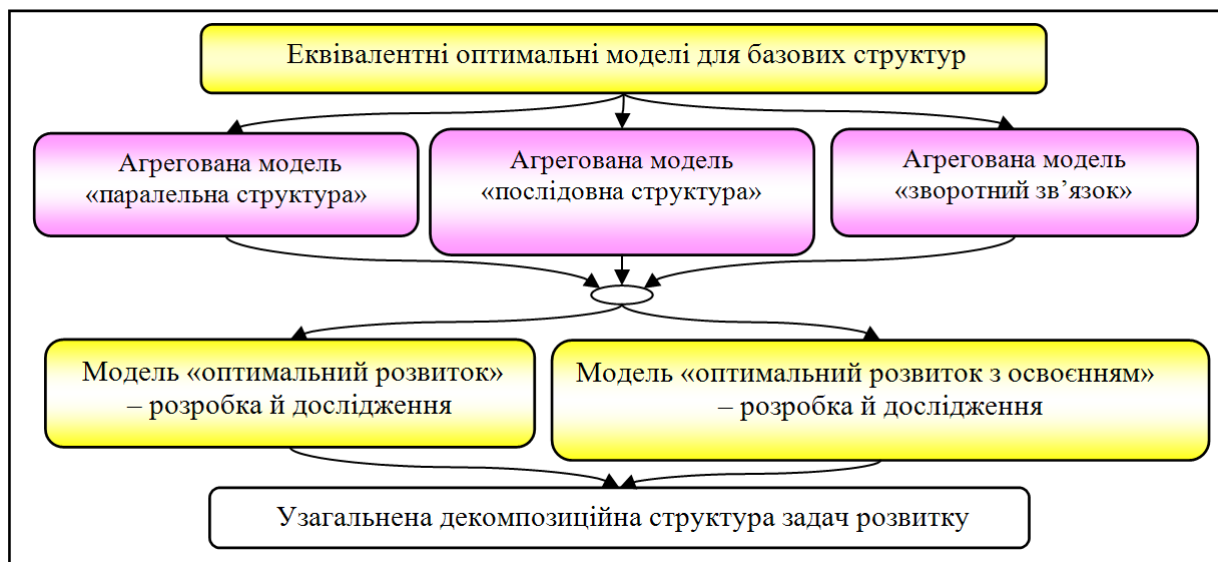


Рис. 2. Схема системи задач розробки моделей

Визначимо поняття «виробничі системи з довільними структурами», розглянемо тільки три види базових зв'язків виробничих (технологічних) елементів: паралельний, послідовний і зворотний зв'язок. Найпростіший приклад зворотного зв'язку – синтез стиролу: із продукту

на виході реактора виділяють компоненти, що не прореагували, і повертають їх на вхід. Довільними вважаємо структури, які складаються з довільного числа підсистем, елементи яких поєднані базовими зв'язками. З таких довільних структур досліджуємо тільки ті, що є в реальних виробничих системах.

Математична модель еквівалентної оптимально агрегованої виробничої системи з елементами, які працюють паралельно, розглянемо пряму задачу – максимізацію сумарного виробництва за обмеження ресурсів. Задано систему з N виробничих елементів, які використовують певний ресурс виробництва у кількості x_i і виготовляють продукцію в кількостях: $v_i = f_i(x_i)$; $i = 1, \dots, N$, де x_i – кількість ресурсу, виділеного на i -ий елемент (змінна управління). Потрібно розподілити ресурс R так, щоб максимізувати сумарне виробництво:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N f_i(x_i); \text{ при умові } G(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N x_i - R = 0. \quad (1)$$

Формально ця задача завжди може бути вирішена методом прямого перебору, обчислювальне обмеження – кількість елементів, які працюють паралельно, не більше 5 – 7. Метод оптимального агрегування [4] дозволяє виконати декомпозицію задачі пошуку екстремуму функції N змінних послідовністю із $(N-1)$ задач знаходження екстремуму функцій однієї змінної [4, 5].

На рис. 3 наведено схему задачі агрегування системи з паралельних елементів. У верхній частині – початкова (первинний стан) система, у нижній частині – схема еквівалентного оптимального елемента. Програмний модуль розраховує еквівалентний оптимальний елемент, використовуючи сумарний ресурс X_s , і повертає сумарний оптимальний випуск продукта Y_{op} .

Нижня гілка схеми відображає вбудований модуль оптимального агрегування, який для заданого обмеження за ресурсом X_s обчислює оптимальний розподіл цього ресурсу між елементами виробничої системи.

Схеми на рис. 3, 4, 5 – концептуальні, це важливий етап конструювання математичних моделей. На рис. 3 наведено оптимальне агрегування системи з паралельними елементами.

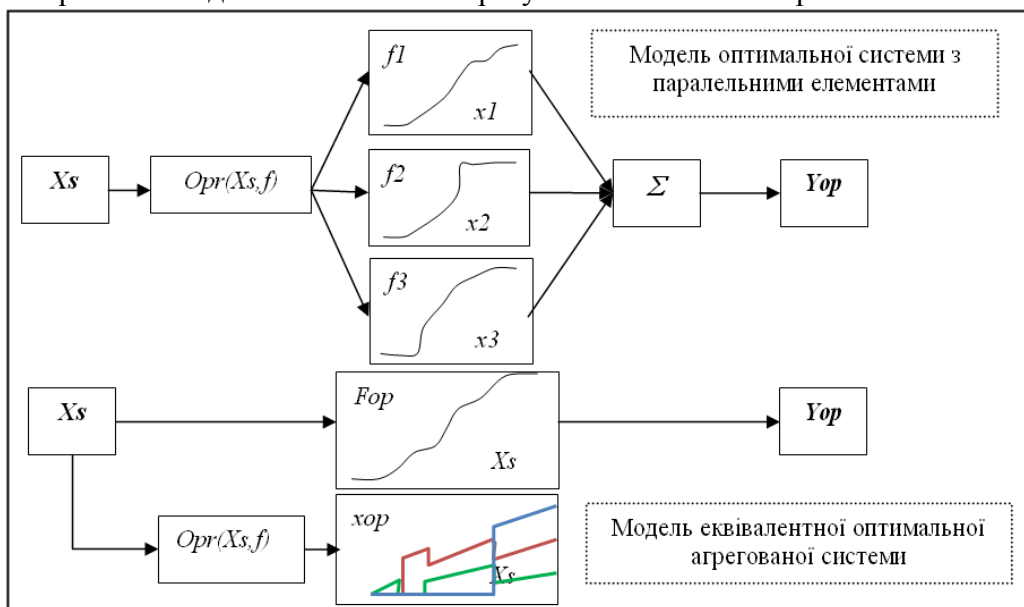


Рис. 3. Оптимальне агрегування системи з паралельними елементами

Математична модель еквівалентної оптимально агрегованої виробничої системи з елементами, які послідовно функціонують. Система з послідовно з'єднаними елементами істотно відрізняється від системи з елементами, які паралельно функціонують. Задача Наукові праці ВНТУ, 2011, № 4

оптимізації є спряженою відносно задачі сумарного випуску [4, 5]: мінімізація сумарних витрат за обмеження на темп виробництва. Абстрактні моделі виробничих систем не можна розглядати окремо від змістовних інтерпретацій, точніше – від практичних задач. Інтерпретація задачі – вертикально інтегрована виробнича система з розділеним технологічним процесом на технологічний та організаційний представлений послідовністю субпроцесів.

Продукт на виході може з'явитися тільки після виконання операцій на всіх стадіях техпроцесу. Тобто, перша умова задовільного функціонування таких систем – узгодження пропускної спроможності (виробничої потужності) елементів. На рис. 4 представлено схему агрегування моделі системи з послідовним з'єднанням елементів. На відміну від попередньої задачі, змінними управління є обсяги ресурсів для створення та підтримки (експлуатаційні витрати) виробничих потужностей елементів системи.

Ресурси ж, які перетворюються виробничою системою в продукт, є заданими. На рис. 4 наведено оптимальне агрегування системи з послідовними елементами. Причому виділено лінію технологічного перетворення ресурсу X в продукт Y_{op} . Для управління використовують ресурс R_p .

Формально й цю задачу завжди можна розв'язати методом прямого перебору, однак метод оптимального агрегування можна застосовувати до виробничої системи у разі послідовного поєднання, якщо глобальний критерій є мультиплікативним. Для вертикально інтегрованих систем основним критерієм є надійність функціонування технологічного ланцюга, що згідно з теорією надійності дорівнює добутку надійностей елементів. Відповідно до принципу оптимальності, який виконується для цієї задачі, скільки ресурсів не виділялося б для розвитку виробництва – цей ресурс повинен розподілятися оптимально. Замінімо ланцюг елементів вертикально інтегрованої системи еквівалентним і оптимальним за відображенням «вхід-вихід» елементом.

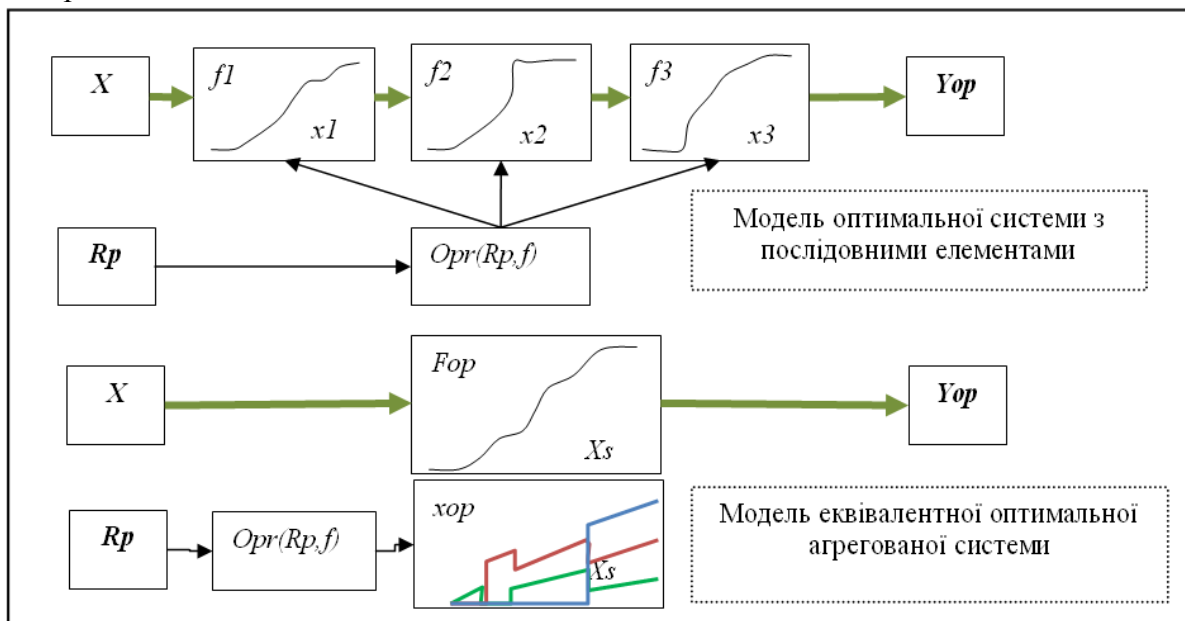


Рис. 4. Оптимальне агрегування системи з послідовними елементами

Модифікуємо цей метод для мультиплікативного глобального критерію таким чином:

- задамо моделі виробничих функцій елементів, локальні критерії і параметри моделей;
- запишемо еквівалентну адитивну модель задачі оптимізації;
- визначимо для еквівалентної адитивної задачі оптимальну виробничу функцію і вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу;
- обчислимо кінцеві результати для мультиплікативної задачі.

Виконаємо перехід до адитивної форми критерію оптимізації. Зауважимо, що для будь-яких алгебраїчних виразів можна знайти перетворення, що переводить їх в адитивну форму. Типові математичні операції – множення, ділення, диференціювання, інтегрування та ін. можна звести до адитивної форми певними перетвореннями. Це логарифмічні перетворення, перетворення Лапласа та Z-перетворення. Для подальшого розширення множини критеріїв і обмежень, для яких існує перетворення в адитивну форму, використаємо методологію геометричного програмування [3], де базова модель критерію – позином, узагальнений поліном виду:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n u_i(x) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot \prod_{j=1}^m x_j^{a_{i,j}}, \quad x_j > 0, \quad c_i > 0, \quad a_{i,j} \in \mathfrak{R}, \quad (2)$$

де $u_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ – моном.

Властивості позиномів: якщо $g(x)$ – позином, $\lambda > 0$ – константа, то $\lambda g(x)$ – позином; якщо $g(x)$ – позином, $f(x)$ – позином, то $g(x) + f(x)$ – позином, якщо $g(x)$ – позином, $u(x)$ – позином, то $u(x)g(x)$ – позином, якщо $g(x)$ – позином, $u(x)$ – моном, то $g(x) / u(x)$ – позином.

Позиноми – основні поняття в геометричному програмуванні. За допомогою позиномів описують і розв'язують задачі широкого кола математичних проблем, зокрема: до них належать: оптимальне планування, оптимальне управління, проектні задачі й розрахунок ризиків. У геометричному програмуванні нелінійні функціональні залежності класифікують за топологічними ознаками (монотонні зростаючі та монотонні спадні), аналізують і впорядковують результати алгебраїчних перетворень монотонних функцій, наприклад: $f_1 + f_2$, $f_1 \cdot f_2$, $f_1^{f_2}$ та більш узагальнене перетворення $f_1(f_2)$.

Принципові відмінності узагальненого методу оптимального програмування від методу геометричного програмування в подальшому використанні властивостей алгебраїчних операцій над монотонними функціями:

– у методі оптимального агрегування для отримання еквівалентної одновимірної функції «вхід-вихід» для технологічної системи;

– у методі геометричного програмування для аналізу властивостей багатовимірної цільової функції, представленої позиномом.

Розглянемо задачу оптимального агрегування для мультиплікативного критерію, логарифмуємо вираз символьним процесором:

$$\ln \left(\prod_{i=1}^{N1} f(x_i)_i \right) \text{ expand, } f_i \rightarrow \sum_{i=1}^{N1} \ln(f(x_i)_i) \quad (3)$$

Для певних класів виробничих систем: реакторів хімічного синтезу, біореакторів, металургійних виробництв, виробництва різноманітних баків із пластика й композитів – технологічні функції належать до певних параметричних класів, у цьому випадку отримуємо суму значень функції одного класу, але з різними параметрами.

$$\ln \left(\prod_{i=1}^{N1} f4(R \cdot \alpha_i, P_i) \right) \text{ expand, } f_i \rightarrow \sum_{i=1}^{N1} \ln(f4(R \cdot \alpha_i, P_i)), \quad (4)$$

де R – величина обмеження ресурсу, α_i – безрозмірна змінна – частка ресурсу для i -го елемента, P_i – вектор параметрів i -тої функції, $f4$ – функція певного класу (у цьому випадку – S -функція [4]), $f4 \lg$ – логарифмічна форма функції.

Введемо позначення

$$F4 \lg(R, \alpha, P) = \ln(f4(R, \alpha, P)) = \sum_{i=1}^{N1} f4 \lg(R \cdot \alpha_i, P_i). \quad (5)$$

Отримали критеріальну функцію системи (5) в потрібному виді для застосування методу оптимального агрегування. Монотонність функції логарифм гарантує те, що точки екстремуму мультиплікативної цільової функції та її адитивної форми збігаються.

Сформулюємо оптимізаційну задачу: для кожного заданого R – обмеження ресурсу системи – знайти розподіл цього ресурсу: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$, $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$, що максимізує значення критерію (5). Можлива постановка спряженої оптимізаційної задачі: обмеженням є заданий випуск продукту, а критерієм – сумарні витрати на створення й підтримку потрібного рівня виробничих потужностей. Мета оптимізації – мінімум сумарних витрат.

У нижній частині рис. 4 представлено схему еквівалентного оптимального елемента. Програмний модуль, який реалізує еквівалентний оптимальний елемент, використовує ресурс R_p і повертає відповідний випуск продукту Y_{op} . Нижня гілка схеми відображає вбудований модуль оптимального агрегування, який для заданого R_p обчислює оптимальний розподіл цього ресурсу між послідовними елементами виробничої системи.

Математична модель еквівалентної оптимально агрегованої виробничої системи з довільною структурою. Розглянемо задачу на прикладі структури «зворотний зв'язок». Агрегування послідовних і паралельних з'єднань дозволяє звести довільну структуру, у якій є зворотні зв'язки, до одноконтурної системи. За наявності нелінійності характеристик елементів отримання аналітичного виразу для виробничої функції еквівалентного оптимального виробничого елемента є зазвичай задачею, яку неможливо вирішити. Однак розробка оператора оптимального агрегування для системи зі зворотним зв'язком у програмному середовищі пакета для моделювання може бути виконана завжди і за кінцевий час.

Змістовна інтерпретація зворотного зв'язку: разом з потрібним для користувачів продуктом виробнича система продукує деякі побічні продукти з негативною цінністю – відходи. Головний недолік сучасного стану захисту навколишнього середовища в тому, що етапи розробки нових продуктів та розробки засобів безпечної утилізації відходів суттєво розділені в часі і просторі. Маються на увазі типові ситуації: засоби утилізації починають розробляти, коли продукт уже випускають, навколишнє середовище забруднюють, а стороння організація розробляє технології утилізації відходів основного виробництва.

Сьогодні у процесах розробки виробів, технологій і виробництв широко використовують моделювання. Питання екологічної безпеки та захисту навколишнього середовища треба розглядати на ранніх стадіях запровадження інновацій – на стадії моделювання. Однак це буде тільки декларацією без розробки та випробувань фактично нового класу інтегрованих моделей функціонування та розвитку виробничих систем з урахуванням аспектів збереження та захисту навколишнього середовища.

Сьогодні головна стратегічна мета інноваційного розвитку – це замикання та ізоляція всіх технологічних циклів у межах саме цього виробництва. Для планування інноваційного розвитку потрібні робочі моделі виробництв з відображенням зворотних зв'язків у технологічних процесах. Згідно з класичною парадигмою, модель – це відображення суттєвих для користувача властивостей реального об'єкта. У ситуації інноваційного розвитку об'єкт-еталон відсутній, тому потрібно будувати ряд моделей, які ускладнюються й уточнюються, а кожна попередня модель є джерелом інформації для побудови наступної моделі.

У цій статті подано результати розробки й досліджень моделей першого наближення, які потребують мінімуму емпіричних даних для побудови на основі фундаментальних законів, що мають місце в технологічних перетвореннях. На рис. 5 наведено схему моделі зі зворотним зв'язком. Зворотний зв'язок у моделі може відображувати такі конструкторсько-технологічні рішення:

- протиточні теплообмінники для повернення тепла в технологічний цикл;
- зворотне водопостачання – очистка й повернення води й розчинів в технологічний цикл;
- розширення спектру корисних продуктів на основі більш повної переробки;

– переробка органічних відходів на базі штучних екологічних систем – біореакторів [2].

На рис. 5 наведено схему методики оптимального агрегування систем із довільними структурами, яка не відрізняється від схеми на рис. 4. Різниця – в операторі оптимального агрегування, який бере обмеження ресурсу R_p на створення відповідних виробничих потужностей, експлуатаційні витрати, узагальнені виробничі функції елементів, а повертає сумарний оптимальний випуск продукту Y_{op} . На рис. 5 умовно показано нелінійні функції елементів системи – технологічних перетворювачів. Усі ці функції визначені в першому квадранті, обмежені, нестрого монотонні.

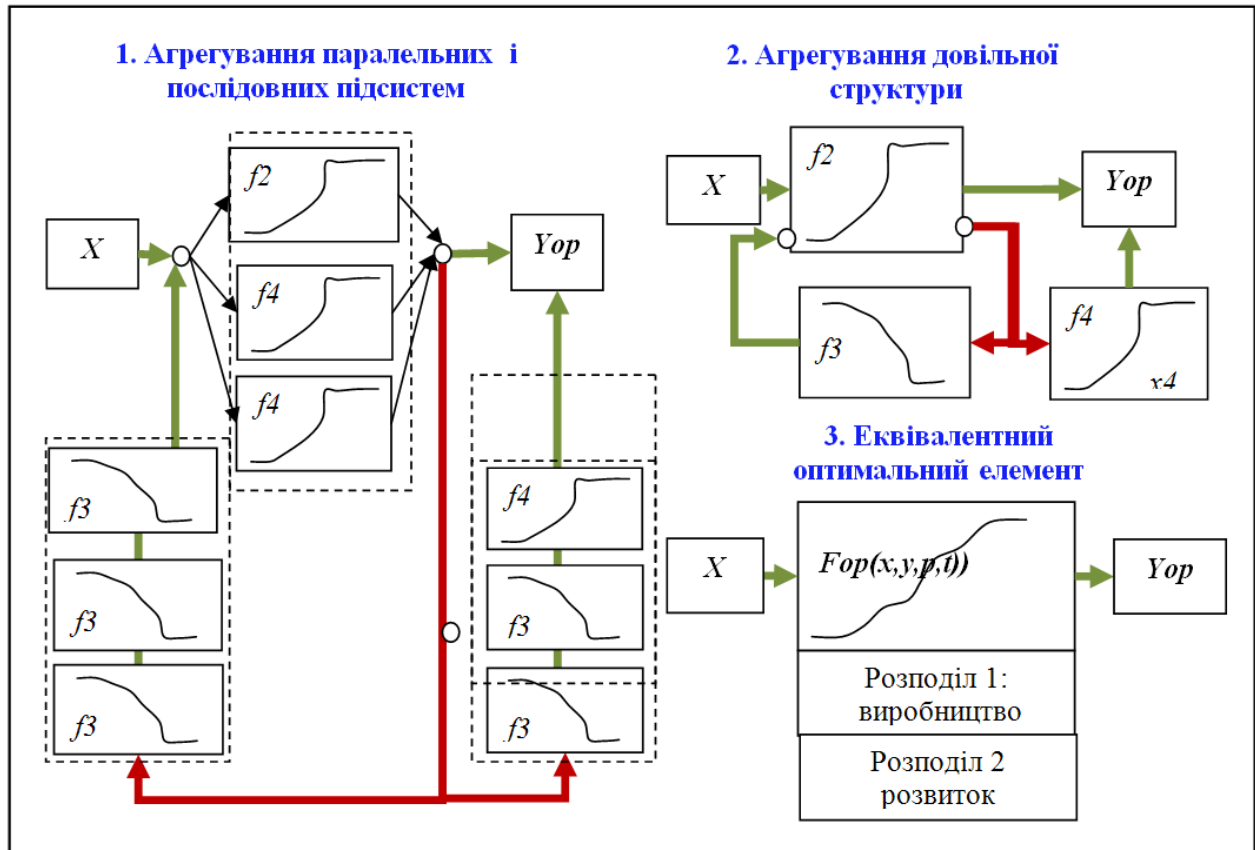


Рис. 5. Схема методики оптимального агрегування систем з довільними структурами

Методика отримання еквівалентної характеристики нелінійної системи зі зворотним зв'язком. Розглянемо заміну системи зі зворотним зв'язком еквівалентним оптимальним елементом на основі оптимального агрегування. Аналогом є методика отримання

передаточної функції лінійної системи зі зворотним зв'язком: $W(s) = \frac{W1(s)}{1 + W1(s) \cdot W2(s)}$.

Виведемо подібний вираз для системи зі статичними нелінійностями:

$$Y(t) = Y1(t), \tag{6}$$

$$Y2(t) = F2(Y1(t)), \tag{7}$$

$$Y1(t) = F1(X(t) - Y2(t), b1). \tag{8}$$

Шукаємо: $Y(t) = \text{залежність}(X(t))$. Для цього виключимо зайві змінні з рівнянь (7) – (8), підставимо (8) у (6):

$$Y(t) = F1(X(t) - Y2(t), b1), \tag{9}$$

$$Y(t) = \text{залежність}(X(t)); Y1(t) = F1(X(t) - Y2(t), b1).$$

Підставимо (7) у (9) і розв'яжемо відносно $Y(t)$

$$Y(t) = F1(X(t) - F2(Y(t)), b1). \quad (10)$$

Для прикладу спеціально взято кусково-лінійну функцію, щоб показати особливості технології – необхідність робити специфічні модулі для певних класів нелінійностей. Розбиваємо розв'язок на дві частини "х менший за обмеження" і "х більший за обмеження":

якщо $|X| \leq b$, то $Y(x) := X$, то $Ys = Xs - Xs^3 \text{ solve, } Ys \rightarrow (\text{симв. вираз})$ (Xs – змінна "без значення" для символічних обчислень);

якщо $|X| > b$, то $Y1(x) := k1 \cdot b1$, то $Ys = k1 \cdot b1 \text{ solve, } Ys \rightarrow (\text{симв. вираз})$.

Отримаємо характеристику еквівалентного елемента як функцію ресурсу виробництва X , функції обмеження ресурсу розвитку Rp і змінних управління $x1, x2, x3$:

$Yn(X) \Rightarrow Yn(X, x1, x2, x3, Rp)$. Ставимо й розв'язуємо задачу оптимізації:

$Opt(Rp, f1, f2, f3) = \max(Yn(X, x1, x2, x3, Rp))$ за обмежень $x1 + x2 + x3 = Rp$.

На рис. 6 подано результати моделювання для трьох значень параметра зворотного зв'язку за методикою отримання еквівалентної характеристики нелінійної системи.

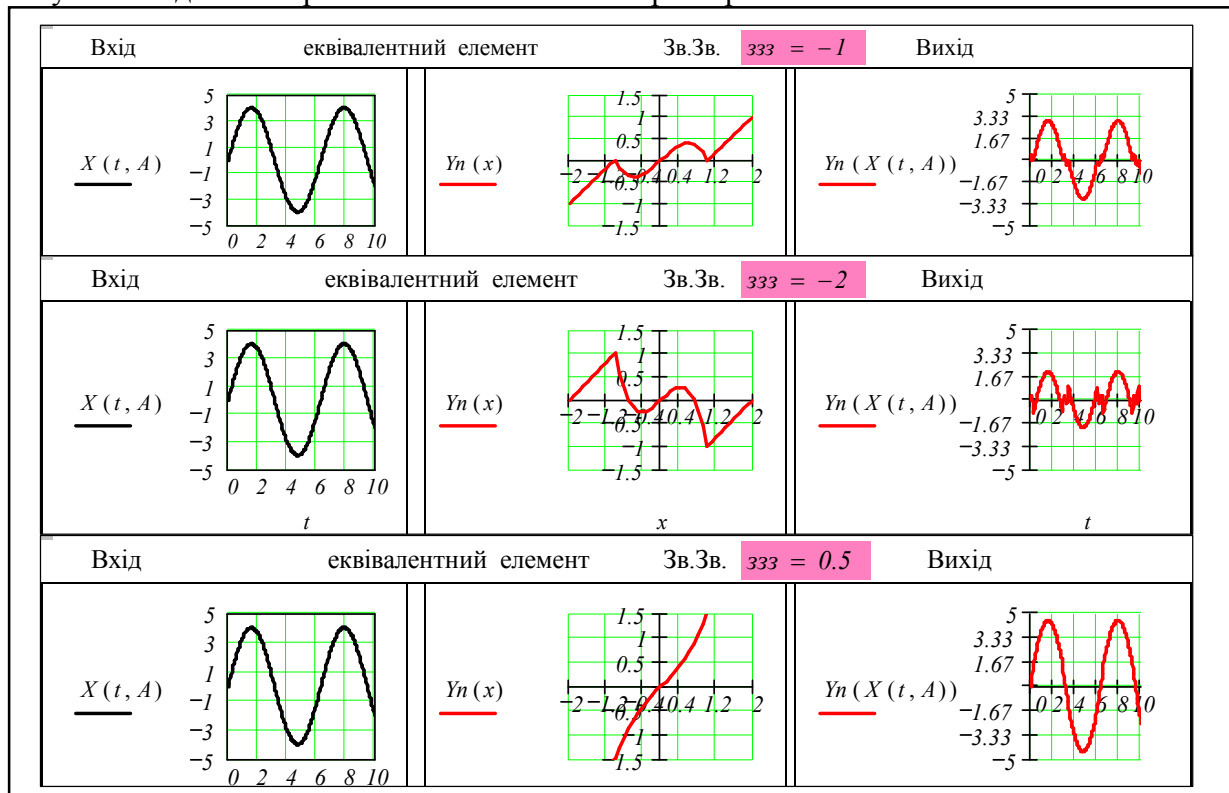


Рис. 6. Методика отримання еквівалентної характеристики нелінійної системи зі зворотним зв'язком

Узагальнені теоретичні моделі реалізовано в середовищі математичного пакету. Бачимо складний характер і динамічність еквівалентної характеристики $Yn(x)$ (середній стовпець графіків).

Виділимо тепер у поданих моделях і методах новизну, яка полягає в тому, що отримано ефективний метод багатовимірної оптимізації.

Новий клас методів оптимізації виробничих систем – методи оптимального агрегування. Показано, що для систем з паралельним і послідовним поєднанням виробничих елементів задачу оптимізації системи за адитивним і мультиплікативними критеріями багатовимірну задачу можна звести до послідовності одновимірних задач оптимізації. В підсумку задача багатовимірної задачі оптимізації зводиться до алгебраїчної задачі –

застосування бінарного оператора оптимального агрегування, що не має обмежень за видом функцій виробництва. Для кожного виду глобального критерію оптимальності виробничої системи потрібно створювати свій оператор оптимального агрегування.

Новий клас моделей виробничих систем – оптимальні еквівалентні одновимірні моделі. Оператор оптимального агрегування бере пару функцій виробництва й повертає об'єкт того ж класу – оптимальну еквівалентну функцію виробництва. Оптимально агреговані моделі містять інформацію про характеристики агрегованих елементів. Оптимально агреговані моделі дозволяють по-новому ставити й розв'язувати задачі оптимального управління виробничими системами. Значну увагу приділено прикладам, тому що саме використання можливостей пакету для моделювання – необхідна умова отримання нових результатів.

Висновки. На теоретичному і прикладному рівнях виконано узагальнення методу оптимального агрегування на виробничі системи з довільними структурами. Технології конструювання робочих моделей виробничих систем ґрунтуються на нестандартній інтеграції можливостей математичних пакетів і класичних методів: варіаційного обчислення, теорії динамічних систем – дозволяють отримувати ефективні моделі оптимізації багатовимірних систем і розв'язувати питання екологічної безпеки та захисту навколишнього середовища на ранніх стадіях запровадження інновацій – на стадії моделювання.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Nash J. Optimal allocation of tracking resources / Nash J. // In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. – 1977. – P. 1177 – 80.
2. Ebden M. Decentralized Predictive Sensor Allocation / M. Ebden, M. Briers, S. Roberts // In Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. – 2008. – P. 1702 – 1707.
3. Douglass J. Wilde Globally optimal design / J. Douglass. – Wiley, 1978. – 288 p.
4. Боровська Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах: монографія / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 229 с.
5. Боровська Т. М. Моделювання і оптимізація процесів розвитку виробничих систем з урахуванням використання зовнішніх ресурсів та ефектів освоєння: монографія / Т. М. Боровська, С. П. Бадьора, В. А. Северілов, П. В. Северілов; за заг. ред. Т. М. Боровської. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 255 с.
6. Боровська Т. М. Моделювання та оптимізація у менеджменті: навчальний посібник для студ. вищ. навч. закл. / Т. М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2009. – 145 с.
7. Колесник І. С. Моделювання процесів розподілу ресурсів у децентралізованих системах: дис... канд. техн. наук: 01.05.02 / Колесник Ірина Сергіївна. – Вінниця.: ВНТУ, 2006. – 208 с.
8. Колесник І. С. Узагальнені моделі розподілених систем на базі методу оптимального агрегування / І. С. Колесник, Г. Ю. Дерман // Вісник ВПІ. – 2009. – № 2. – С. 41 – 46.

Боровська Таїса Миколаївна – к. т. н., доцент кафедри комп'ютерних систем управління.

Дерман Галина Юрївна – аспірант кафедри комп'ютерних систем управління.

Северілов Павло Вікторович – пошукач кафедри комп'ютерних систем управління.
Вінницький національний технічний університет.