



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Separação Sólido-Fluido de

Perfuração em Peneiras Vibratórias





Separação Sólido-Fluido de

Perfuração em Peneiras Vibratórias

Cleuton Luís Nascentes

Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

N244s 2019	Nascentes, Cleuton Luís, 1982- Separação sólido-fluido de perfuração em peneiras vibratórias [recurso eletrônico] / Cleuton Luís Nascentes 2019.
	Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Modo de acesso: Internet. Disponível em: http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.5001 Inclui bibliografia.
	1. Engenharia Química. I. Lopes, Luís Cláudio Oliveira, 1964-, (Orient.). II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós- Graduação em Engenharia Química. III. Título.

CDU: 66.0

André Carlos Francisco Bibliotecário – CRB-6/2047

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA



Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia

Química

Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1K, Sala 206 - Bairro Santa Mônica, Uberlândia-MG, CEP 38400-902 Telefone: (34)3239-4249 - www.ppgeq.feq.ufu.br - secppgeq@feq.ufu.br



ATA DE DEFESA - PÓS-GRADUAÇÃO

Programa de Pós-Graduação em:	Engenharia Química				
Defesa de:	Tese de Doutorado, 🛛	15/2019, PPGEQ			
Data:	29 de Novembro de 2019	Hora de início:	08:30	Hora de encerramento:	11:55
Matrícula do Discente:	11513EQU003				
Nome do Discente:	Cleuton Luis Nascentes				
Título do Trabalho:	Separação Sólido-Fluido de Perfuração em Peneiras Vibratórias				
Área de concentração:	Desenvolvimento de processos químicos				
Linha de pesquisa:	Processos de Separação				
Projeto de Pesquisa de vinculação:	Otimização da separação sólido-líquido na perfuração de poços de petróleo e gás e modelagem e simulação numérica de escoamentos de fluidos em seções anulares				

Reuniu-se na sala 1K228, Campus Santa Mônica, da Universidade Federal de Uberlândia, a Banca Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa de Pósgraduação em Engenharia Química, assim composta: Professores Doutores: Anamaria de Oliveira Cardoso - ICT/UFVJM; Nádia Guimarães Sousa - ICTE/UFTM; Rubens Gedraite - PPGEQ/UFU; Cláudio Roberto Duarte - PPGEQ/UFU e Luís Cláudio Oliveira Lopes - PPGEQ/UFU, orientador do candidato. Ressalta-se que a Profa. Dra. Anamaria de Oliveira Cardoso participou da defesa por meio de videoconferência desde a cidade de Diamantina/MG. Os demais membros da banca e o aluno participaram in loco.

Iniciando os trabalhos o presidente da mesa, Prof. Dr. Luís Cláudio Oliveira Lopes, apresentou a Comissão Examinadora e o candidato, agradeceu a presença do público, e concedeu ao Discente a palavra para a exposição do seu trabalho. A duração da apresentação do Discente e o tempo de arguição e resposta foram conforme as normas do Programa.

A seguir o senhor(a) presidente concedeu a palavra, pela ordem sucessivamente, aos(às) examinadores(as), que passaram a arguir o(a) candidato(a). Ultimada a arguição, que se desenvolveu dentro dos termos regimentais, a Banca, em sessão secreta, atribuiu o resultado final, considerando o(a) candidato(a):

Aprovado.

Esta defesa faz parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor.

O competente diploma será expedido após cumprimento dos demais requisitos, conforme as normas do Programa, a legislação pertinente e a regulamentação

interna da UFU.

Nada mais havendo a tratar foram encerrados os trabalhos. Foi lavrada a presente ata que após lida e achada conforme foi assinada pela Banca Examinadora.



Documento assinado eletronicamente por **Claudio Roberto Duarte**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 29/11/2019, às 11:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº</u> 8.539, de 8 de outubro de 2015.



Documento assinado eletronicamente por **Luis Claudio Oliveira Lopes**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 29/11/2019, às 12:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº</u> <u>8.539, de 8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Anamaria de Oliveira Cardoso**, **Usuário Externo**, em 29/11/2019, às 12:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de</u> <u>outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Nádia Guimarães Sousa**, **Usuário Externo**, em 29/11/2019, às 12:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6° , § 1° , do <u>Decreto nº 8.539</u>, <u>de 8 de outubro de 2015</u>.



Documento assinado eletronicamente por **Rubens Gedraite**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 29/11/2019, às 12:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de</u> outubro de 2015.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>https://www.sei.ufu.br/sei/controlador_externo.php?</u> <u>acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0</u>, informando o código verificador **1721883** e o código CRC **910628F6**.

Referência: Processo nº 23117.102652/2019-94

SEI nº 1721883

DEDICATÓRIA

Em primeiro lugar, dedico esse trabalho com muita gratidão a Deus pai meu criador. Por fim dedico a meus pais, irmão e irmãs que sempre me apoiaram com muito amor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família pelo grande apoio. A Professora Valéria e o Professor Luís Cláudio Oliveira Lopes pelo apoio e dedicação prestados durante o período de execução do trabalho. Aos amigos e colegas do Laboratório de Modelagem e Otimização de Processos que de alguma maneia me deram força e apoio durante o período do trabalho e do Programa de pós-graduação em Engenharia Química, em especial ao Vinicius e ao Professor Rubens. Por fim agradeço a Petrobrás pelo suporte financeiro para o desenvolvimento do trabalho realizado.

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar no sonho que se tem

Renato Russo

RESUMO

O objetivo primordial do sistema de controle de sólidos de perfuração é recuperar o fluido para reuso e descartar os sólidos de perfuração com o mínimo teor de fluido aderido. A utilização de peneiras vibratórias na separação sólidos-fluido de perfuração é de grande importância para o todo o sistema de controle de sólidos. A Simulação de Modelos Matemáticos representativos da separação sólidos-fluido de perfuração em peneiras vibratórias é de grande auxilio na observação dos fenômenos envolvidos na separação. Através da simulação pode-se observar a influência de diferentes parâmetros sobre a eficiência de separação sem a necessidade da realização de um grande número de testes experimentais. O ajuste ideal de parâmetros operacionais em peneiras contribui na recuperação do fluido de perfuração além de aumentar a vida útil das telas de peneiramento. A simulação da modelagem da dinâmica do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiras vibratórias é um passo importante para a obtenção de estratégias de controle com o objetivo de obter uma operação de separação eficiente. São apresentados neste trabalho resultados simulados e experimentais do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de uma peneira vibratória em regimes estacionário e transiente. Os resultados experimentais indicam que o modelo pode ser utilizado para avaliação de aspectos essenciais do efeito de perturbações ao processo e em operações de controle de processo baseadas em modelo.

Palavras-chave: Controle de sólidos, peneiras vibratórias, Modelagem dinâmica de telas vibratórias.

ABSTRACT

The primary objective of the drilling solids control system is to recover the fluid for reuse and discard drilling solids with the minimum adhered fluid content. The use of shale shakers for drilling solid-fluid separation is of great importance for the entire solids control system. The simulation of mathematical models representative of solid- drilling fluid separation in shale shakers is of great help in observing the phenomena involved in the separation. Through simulation it is possible to observe the influence of different parameters on the separation efficiency without the need to perform a large number of experimental tests. Optimal adjustment of operating parameters in shakers contributes to drilling fluid recovery and extends the life of the screens. Simulating the modeling of the drilling fluid flow dynamics on the vibrating screen is an important step to obtain control strategies aiming at an efficient separation operation. Simulated and experimental results of the drilling fluid flow over the screen of a vibrating screen in steady and transient regimes are presented in this work. The experimental results indicate that the model can be used to evaluate the effect of disturbances and it offers opportunities to implement model based process control strategies in shale shakers.

Keywords: Drilling solids control, vibrating screens, Dynamic modeling of shale shakers.

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

Figura 2.1- Representação do sistema de controle de sólidos
Figura 2.3- Regiões típicas em telas de peneiras vibratórias utilizadas na separação sólido-fluido de perfuração em sistemas de controle de sólidos em campos de petróleo 7 Figura 2.4 - Imagem representativa do peneiramento da lama de perfuração em peneira vibratória protótipo
Figura 2.5 - Representação dos fenômenos de estratificação e de segregação de partículas
Figura 2.7 - Geometria de contato de duas partículas esféricas (Adaptado de Balevičius et al., 2006)
Emden and Elskamp, 2014)
peneiramento (Adaptado de Benis, 2017)
CAPÍTULO 3
Figura 3.1 - Representação esquemática do escoamento do fluido sobre a tela 55 CAPÍTULO 4
Figura 4.1 - Representação Esquemática da definição da condição de contorno H ₀ 69 Figura 4.2 - Representação esquemática da estrutura da peneira vibratória utilizada para a realização dos testes
Figura 4.4 - Interfase do usuário para aquisição de dados e controle do fator g
 Figura 5.1 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 1 para diferentes Fator g- 1° de inclinação da cesta da peneira

Figura 5.6 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da Figura 5.7 - Relação entre mudança de inclinação e mudança na passagem de fluido Figura 5.8 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 Figura 5.9 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 Figura 5.10 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 Figura 5.11 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da Figura 5.12 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da Figura 5.13 - Variação da vazão de fluido de perfuração passante pelas aberturas da tela Figura 5.14 - Relação entre mudança de inclinação e recuo da coluna de fluido sobre a Figura 5.15 - Velocidade de transporte de sólidos sobre a tela de peneiramento 1 para Figura 5.16 - Capacidade de processamento de fluido na ausência de sólidos (Tela de Figura 5.17 - Capacidade de processamento de fluido na presença de sólidos (Tela de Figura 5.18 - Velocidade de transporte de sólidos sobre a tela de peneiramento 2 para Figura 5.19 - Capacidade de processamento de fluido na ausência de sólidos (Tela de Figura 5.20 - Capacidade de processamento de fluido na presença de sólidos (Tela de Figura 5.21 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para Figura 5.22 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para Figura 5.23 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para Figura 5.24 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para Figura 5.25 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para Figura 5.26 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para Figura 5.27 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para F_g=4............94

Figura 5.28 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Fg=2 para Figura 5.29 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para Figura 5.30 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Fg=2 para Figura 5.31 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para F_g=5......96 Figura 5.32 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de F_g=2 para Figura 5. 33 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela Figura 5. 34 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela Figura 5. 35 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela Figura 5. 36 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela Figura 5. 37 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 em diferentes tempos antes e após a perturbação de Fg=2 para Fg=4..... 100 Figura 5.38 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 em diferentes tempos antes e após a perturbação de F_g=2 para F_g=5..... 100 Figura 5.39 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Fg=4 para Fg=2..... 101 Figura 5.40 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Fg=4 para Figura 5.41 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 em diferentes tempos antes e após a perturbação de Fg=4 para Fg=2..... 102 Figura 5.42 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de O_A=0,135 para Figura 5.43 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Q_A=0,135 Figura 5.44 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de QA=0,135 para QA=0,0849 Figura 5.45 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de QA=0,135 para Figura 5.46 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de O_A=0.135

Figura 5.47 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de Q _A =0,135 para Q _A =0,0849
(inclinação de 1° e F _g =2) 106
Figura 5.48 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Q _A =0,135 para
$Q_{A}=0,0849$ (inclinação de 1° e $F_{g}=4$)
Figura 5.49 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de Q _A =0,135 para
$Q_{A}=0.0849$ (inclinação de 1° e $F_{g}=4$)
Figura 5.50 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de Q _A =0,135 para Q _A =0,0849
(inclinação de 1° e $F_g=2$)
Figura 5. 51 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° (Q _A =0,135 e
Fg=2)
Figura 5.52 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° (Q _A =0,135 e
F _g =2)
Figura 5.53 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1º para 3º de inclinação (F _g =2 e
$Q_A = 0,135 \text{ m}^3/\text{s}$)
Figura 5.54 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1º para 2º (Q _A =0,135 e
Fg=2)
Figura 5.55 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° (QA=0,135 e
Fg=2)
Figura 5.56 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 2° de inclinação ($F_g=2$ e
$Q_A = 0,135 \text{ m}^3/\text{s}$)
Figura 5.57 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° (QA=0,135 e
Fg=2)
Figura 5.58 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 2 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° (QA=0,135 e
Fg=2)
Figura 5.59 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1º para 3º de inclinação (Fg=2 e
$Q_A = 0,135 \text{ m}^3/\text{s}$)
Figura 5.60 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° (QA=0,135 e
Fg=2)
Figura 5.61 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 2 versus tempo para
diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° (Q _A =0,135 e
Fg=2)
Figura 5.62 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 2° de inclinação ($F_g=2$ e
$Q_A = 0.135 \text{ m}^3/\text{s}$)

Figura 5.63 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso estacionário)
Figura 5.64 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 1° inclinação e $F_{gN}=1$ (resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)
Figura 5.65 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 3° inclinação e $F_{gN}=1$ (resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)
Figura 5.66 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 1° inclinação e $F_{gN}=4$ (resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)
Figura 5.67 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 3° inclinação e F_{gN} =4(resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)
Figura 5.68 - Relação entre F_y e η para diferentes F_{gN} e inclinação de tela
experimentos)
experimentos)
$ \begin{array}{l} \text{Figura 5.72} & -\text{Variação da vazão } Q_x \text{ ao longo da tela para 3° inclinação e} \\ F_{gN}=4 (\text{resultados simulados com } \eta=1 \text{ e dados da tela industrial utilizada nos} \end{array} $
experimentos)
Figura 5.75 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 1° para 3°, $F_{gN}=1$)126
Figura 5.76 – Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 3° para 1° , $F_{gN}=1$)128
Figura 5.77 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 1° para 3°, $F_{gN}=4$)
Figura 5.78 – Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 3° para 1° , $F_{gN}=4$)

ANEXO

Figura A.1 - Distribuição cumulativa de sólidos de perfuração (Retirado de	
Pereira,2010)	137

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 - Representação da relação entre a quantidade de liquido e forças coesivas	
entre partículas (Adaptado de Mitarai e Nori, 2006)	9
Tabela 2.2 - Resumo com a influência de diferentes parâmetros na cinética e	
probabilidade de peneiramento	21
Tabela 2.3 - Modelos de forças de contato normal e tangencial entre partículas esférica	ıs
e multi-esféricas	24
Tabela 2.4 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas	s
esféricas em peneiras	50
Tabela 2.5 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas	S
não esféricas em peneiras	;3
Tabela 2.6 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas	S
com presença de líquido em peneiras 3	\$4
Tabela 2.7 - Análise paramétrica da modelagem de formação de torta 4	17

CAPÍTULO 5

Tabela 5.1- Parâmetros da tela de peneiramento 1 utilizados na solução do problema	. 76
Tabela 5. 2 - Parâmetros da tela de peneiramento 2 utilizados na solução do problem	a 76
Tabela 5.3 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes	
inclinações e Fator g (Tela de peneiramento 1)	77
Tabela 5.4 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes	
inclinações e Fator g (Tela de peneiramento 2)	82
Tabela 5.5 - Parâmetros da tela de peneiramento utilizada nos experimentos	117
Tabela 5.6 - Ponto final do escoamento do fluido e % de tela molhada para diferente	S
condições operacionais	117
Tabela 5.7 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes	
inclinações e Fator g (caso experimental)	119

LISTA DE SÍMBOLOS

Área característica de uma partícula Ac Coeficiente empírico relacionado a tensões na superfície do fluido sobre a tela а Semi-eixo maior do traço de uma elipse a_1 Constante relacionada a saturação do filme liquido no capilar a_2 Taxa constante de atrito de partículas médias (near-mesh) (1/min) anp Taxa constante de atrito de partículas grosseiras (oversize) (1/min) a_{op} Aceleração da tela de peneiramento na direção x (m/s^2) ax Aceleração da tela de peneiramento na direção y (m/s^2) av Espessura da tela de peneiramento (m) В Função de penetração de partículas sobre a tela de peneiramento (-) B(x)Parâmetro determinado pelo tamanho médio da fração de partículas undersize (-) bm Largura da tela de peneiramento (m) b Semi-eixo menor do traco de uma elipse b_1 constante relacionada a saturação do filme liquido no capilar b_2 Constante da Equação de Rosin-Rammler (-) С Coeficiente de arraste Cd Diâmetro do capilar dh dw Diâmetro do fio da tela de peneiramento (m) Eficiência de peneiramento (oversize) (-) Eo Eoi, Eficiência de peneiramento oversize para diferentes classes de partículas (-) i=1..n $E_0(X,L)$ Eficiência de Peneiramento Oversize para partículas de tamanho X em um comprimento L de tela (-) Espessura relativa de um leito de partículas (-) E^* Espessura média de um leito de partículas (m) Eı Forca de arraste sobre a torta Fc Forca de arraste sobre a tela Fscreen Forças de capilaridade Fcap Forca de atrito Fat F_{x} Componente de forças na direção x Componente de forças na direção y F_v Forca normal de contato entre uma partícula i e uma partícula j Fiin Fiit Força tangencial de contato entre uma partícula i e uma partícula j Função Densidade de distribuição de tamanhos no ponto de alimentação (-) f(x, 0)f(X,l)Função Densidade de distribuição de tamanhos no ponto l Fração de área aberta de peneiramento (-) fo Frequência de vibração (Hz) fs Aceleração da gravidade (m/s^2) g Comprimento da distância entre o plano de referência e a superfície superior da h coluna de fluido(m) hc Altura da torta ao longo do comprimento da tela hm Altura da lama Altura ou espessura da tela de peneiramento hscreen Altura da coluna de fluido sobre a tela (m) Η Momento de Inércia da partícula i Ii Taxa cinética de peneiramento k Taxa cinética de peneiramento para diferentes classes de partículas k_i, i=1..n

k1*, k2*	Constantes da função de penetração especifica (-)
k(X)	Taxa cinética para partículas de tamanho X na região lotada
K1, K2	Parâmetros ajustáveis para a Equação que determina N
knm	Taxa cinética para partículas médias (near-mesh)
ks,d	Taxa cinética para segregação acima da superfície da tela de partículas de tamanho
	d
k _{p,d}	Taxa cinética para passagem de partículas de tamanho d pelas aberturas da tela
ks,f	Taxa cinética para proporção de partículas finas
ks,r	Taxa cinética para razão entre tamanho de partículas
\mathbf{k}_{E}	Coeficiente de Efetividade (-)
k50	Taxa cinética na região lotada para partículas de tamanho x=D/2
kc	Permeabilidade da torta
kscreen	Permeabilidade da tela
1	Ponto de transição entre as regiões lotada e separada (m)
L	Comprimento da tela de peneiramento
Lc	Comprimento da região lotada (m)
Μ	Massa de partículas sobre a tela de peneiramento em um tempo t
M_0	Massa inicial de partículas sobre a tela de peneiramento em um tempo $t=0$
M_{up}	Massa de partículas undersize em uma posição l ao longo da tela
M _{up0}	Massa de partículas undersize alimentadas na tela de peneiramento
M_{op}	Massa de partículas oversize sobre a tela de peneiramento em um tempo t
M_{np}	Massa de partículas near-mesh sobre a tela de peneiramento em um tempo t
M_d	Massa de partículas de tamanho d em uma posição l ao longo da tela
m_{i}	Massa de uma partícula i
Ν	Número de tentativas de passagem de uma partícula
n	Constante da Equação de Rosin-Rammler (-)
P_d	Massa de partículas de tamanho d que passa pelas aberturas da tela em uma posição
	l ao longo da tela
Pc	Pressão na torta
Pscreen	Pressão na tela
P_x	Pressão na direção x
Py	Pressão na direção y
р	Probabilidade de passagem de uma partícula pelas aberturas da tela de
	peneiramento (-)
p _{atm}	Pressao atmosferica
Q	Fração de particulas undersize (-)
Q_0	Fração de particulas undersize alimentadas na tela de peneiramento (-)
K	Abertura quadrada da tela de peneiramento (mm)
K1 D	Lado maior de uma abertura retangular
K2	Lado menor de uma abertura retangular
Г1,Г2 С.	Massa da partículas da tamanha d am contata com a suporfícia da tala em uma
Sd	posição l ao longo da tela
s(X)	Taxa cinética para partículas de tamanho X na região separada
S 50	Taxa cinética na região separada para partículas de tamanho x=D/2
t	Tempo (s)
$t_{\rm h}$	Espessura de uma partícula
to	Tempo inicial (s)
uy	Velocidade média em y=0 (m/s)

х

- v Velocidade média do fluxo de partículas (m/s)
- V_x Velocidade média da coluna de fluido na direção x (m/s)
- v_x Componente do vetor velocidade na direção x (m/s)
- vy Componente do vetor velocidade na direção y (m/s)
- vi Velocidade da partícula i
- va Velocidade da partícula fluida a (m/s)
- v_b Velocidade da partícula fluida b (m/s)
- $v^{cs}x$ Velocidade dos sólidos na torta na direção x
- W Componente do vetor velocidade do vento
- w(X,l) Vazão mássica por largura unitária de tela de peneiramento em uma posição l ao longo da tela
 - W₀ Vazão mássica por largura unitária de tela de peneiramento no ponto de alimentação
 - wd Largura de uma partícula
- w_f, w_r Fatores de ponderação (-)
- x Coordenada espacial
- x*,X** Tamanho de partículas
- Y Comprimento da distância entre o plano de referência e a tela de peneiramento
- y Coordenada espacial
- z Coordenada espacial
- θ Ângulo de inclinação da cesta de peneiramento
- τ Tempo de residência das partículas sobre a tela (s)
- τ_0 Tensão de escoamento
- σ Razão entre as taxas cinéticas k(x) e k(X)
- ω_i Velocidade angular da partícula i
- ωtd Ângulo de giro da tela quando da separação tela-partícula
- α Ângulo de molhamento de aglomerados de partículas
- α Parâmetro empírico da Equação de Queda de Pressão
- Parâmetro empírico da Equação 2.60 (que define o número de tentativas para uma partícula passar pelas aberturas da tela)
- γ Tensão superficial do liquido
- γ1 Parâmetro empírico da Equação de Queda de Pressão
- Parâmetro empírico da Equação 2.60 (que define o número de tentativas para uma partícula passar pelas aberturas da tela)
- γ₃ Angulo de fase entre os componentes vertical e paralelo da aceleração da tela de peneiramento
- β Fator de correção do balanço de momento
- β₁ Parâmetro empírico da Equação de Queda de Pressão
- β₂ Parâmetro empírico da Equação 2.60 (que define o número de tentativas para uma partícula passar pelas aberturas da tela)
- β_f Ângulo entre o centro da esfera e o início do comprimento da ponte liquida
- β_x Ângulo de fase inicial na direção x
- β_y Ângulo de fase inicial na direção y
- φ_d Ângulo de arremesso da partícula
- η Fator de escoamento (-)
- η_e Coeficiente de viscosidade eddy
- μ Coeficiente de viscosidade dinâmica
- μ_D Coeficiente de difusão turbulenta

- $ho,
 ho^L$ Densidade do fluido (kg/m³)
- Densidade da torta ρc
- ${
 ho^m} {
 m \epsilon^{mL}}$ Densidade da lama
- Fração em volume de liquido na lama
- ϵ^{cL} Fração em volume de liquido na torta
- Parâmetro cinético que representa a razão entre forças de atrito e forças de λ aceleração

RESUMO		1
ABSTRACT		11
LISTA DE FIGUR	AS	111
LISTA DE TABEL	AS	VIII
LISTA DE SÍMBO	PLOS	IX
CAPITULO 1		1
INTRODUÇA	ĨO	1
CAPÍTULO 2		
REVISÃO BL	BLIOGRÁFICA	4
2.1 INTR	ODUÇÃO	4
2.2 O SIS	TEMA DE CONTROLE DE SÓLIDOS	4
2.3 SEPA	RAÇÃO EM PENEIRAS VIBRATÓRIAS EM SISTEMAS DE CONTROLE L)E
SÓLIDOS	5	5
2.4 MO	DELAGEM MATEMÁTICA DA SEPARAÇÃO EM PENEIRAS VIBRATÓRI	<i>IAS</i> 12
2.4.1 M	odelos Cinéticos	
2.4.1	Modelos Probabilísticos	
2.4.2	Analise paramètrica em modelos cinèticos e probabilisticos	
2.4.3	Metodo dos Elementos Discretos e SPH	
2.4.4	Modelagom de formação de torte o deseguemento de fluido em teles de peneiras y	SFП 29 ibratárias
2.4.3	Autoriagem da for mação de torta e desaguamento do nuido em teras de penen as v	101 atol 145
25 ASF	PECTOS SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	52
,		
CAPITULO 3		54
MODELAG	EM MATEMÁTICA DO ESCOAMENTO DO FLUIDO DE PERFURAÇÃO S	OBRE A
TELA DE PI	ENEIRAMENTO EM REGIME TRANSIENTE	
3.1 INTR	ODUCÃO	
3.2 EOUA	CÕES BASE DO MODELO	
3.2.1 Ed	juação do modelo para o escoamento na direção paralela à tela	
3.2.2 Ed	uação do modelo para o escoamento na direção vertical à tela	61
3.2.3 Ed	uação da continuidade	62
3.3 EQUA	ÇÃO DA QUEDA DE PRESSÃO NO ESCOAMENTO VERTICAL DO FLU	IDO DE
PERFUR	4ÇÃO	64
CAPÍTULO 4		67
METODOLO	OGIA	67
4.1 INTRO	DDUCÃO	
4.2 MÉTC	DO TEORICO COMPUTACIONAL DE SOLUCÃO	
4.2.1 De	terminação das condições iniciais e de contorno	69
4.2.2 So	ftware Utilizado	71
4.3 METC	DOLOGIA EXPERIMENTAL	72
4.3.1 U	nidade Experimental	
4.3.2 Si	stema de Aquisição de dados e controle de Fator g	
4.3.3 Pr	eparação da Suspensão	
4.3.4 Re	alização dos testes experimentais	75
CAPÍTULO 5		76
RESULTADO	DS E DISCUSSÕES	76
5.1 INTRO	DDUCÃO	

SUMÁRIO

5.2 RESULTADOS PARA O ESTUDO DE CASO ESTACIONÁRIO	77
5.3 RESULTADOS PARA O ESTUDO DE CASO DINÂMICO	
5.3.1 Resultados para perturbação no Fator g	91
5.3.2 Resultados para perturbação na vazão de alimentação	103
5.3.3 Resultados para perturbação na inclinação da cesta de peneiramento	109
5.4 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS SIMULADOS E EXPERIMENTAL PARA UMA	
CONDIÇÃO ESTACIONÁRIA	117
5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA UMA CONDIÇÃO DINÂMICA	125
CAPÍTULO 6	133
	422
CONCLUSOES E SUGESTOES	
6.1 SUGESTOES	135
ANEXO	136
REFERÊNCIAS	138

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

Os fluidos de perfuração, que podem ser de base aquosa, oleosa ou gasosa, exercem funções importantes na etapa de extração de petróleo, tais como a limpeza e o resfriamento da broca, redução de atrito entre cabos utilizados na perfuração e paredes do poço, manutenção da estabilidade do poço, formação de torta de filtração de baixa permeabilidade. Para alcançar propriedades de densidade e reologia do fluido desejadas, sólidos comerciais tais como coloides orgânicos, argilas e minerais de alto peso específico como a barita são adicionados ao fluido (H.C. H. Darley, 1988). Os Sólidos de perfuração quando não retirados podem comprometer as propriedades desejas do fluido de perfuração que retornará para as atividades de perfuração. A remoção dos sólidos de perfuração através do sistema de controle de sólidos tem um custo menor do que qualquer outro método, em contra partida, o método de diluição do fluido é costumeiramente o método mais caro (Andrews et al., 1999). A Instrução Normativa nº 1 de 02 de Janeiro de 2018 do Instituto Brasileiro de Meio Ambiente e Recursos Renováveis (Brasil), proíbe o descarte de sólidos e fluido de base aquosa em águas marinhas, cuja concentração de hidrocarbonetos policíclicos aromáticos em amostra coletada em momento pré-descarte seja superior a 10 ppm. Para fluidos de base não aquosa, as amostras não devem apresentar óleo livre.

As Peneiras vibratórias (*shale shakers*) são o primeiro dispositivo de um sistema de controle de sólidos responsável por recuperar uma grande quantidade de fluido de perfuração, que passa pelas aberturas da tela, retendo a mínima quantidade de fluido nos sólidos retidos para descarte. Elas recebem grandes quantidades de uma lama composta de sólidos e fluido com alta concentração volumétrica do fluido de perfuração (85% a 90%).

A simulação de modelos matemáticos representativos da separação sólido fluido em peneiras vibratórias é de grande importância. Através da simulação a avaliação em busca do melhor rendimento da separação, através do ajuste adequado dos parâmetros operacionais, pode ser realizada sem a necessidade de um grande número de testes em equipamentos sejam eles protótipos ou industriais. Os Modelos representativos da separação em peneiras vibratórias apresentados na literatura são na sua grande maioria para separação de partículas sólidas na ausência de fluido ou com pequena concentração de fluido conforme apresentado em Cleary et al. (2018).

Quando da operação de separação sólido fluido em peneiras vibratórias, é de grande importância a determinação e o ajuste de condições operacionais que propiciem a maior passagem de fluido pelas aberturas em um comprimento de tela adequado. O controle de nível de fluido diminui o desgaste da tela por abrasão aumentando a vida útil das telas. Scott (2006) demonstrou que esse controle de nível do fluido de perfuração aumenta em mais de 2 vezes a vida útil das telas. A utilização de telas de maiores aberturas propicia a recuperação de maiores quantidades de fluido de perfuração, entretanto, aumenta a probabilidade de passagem de sólidos de perfuração pelas aberturas. Dorry e Dufilho (2012) demonstram que o controle da aceleração da peneira vibratória propicia a utilização de telas API mais finas melhorando a separação. Entretanto, para obter os resultados que demonstram a importância do controle e automação de peneiras vibratórias, Scott (2006) e Dorry e Dufilho (2012) realizaram um grande número de testes em peneiras industriais. A simulação de modelos matemáticos representativos do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiras vibratórias permite observar a influência de diferentes parâmetros operacionais sobre o nível do fluido de perfuração sem a necessidade de um grande número de testes em peneiras industriais. Em seus trabalhos Hoberock (1980,1982a,1982b) apresenta a influência de parâmetros operacionais, frequência de vibração, inclinação da cesta da peneira, e parâmetros relacionados ao fluido de perfuração, viscosidade plástica, tensão de escoamento, através do modelo de escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de uma peneira com inclinação descendente. Apesar dos resultados serem de importante representatividade na influência paramétrica sobre o escoamento do fluido sobre a tela, eles são obtidos para uma condição estacionária.

O objetivo geral deste trabalho é a determinação da dinâmica da separação sólido fluido em peneiras vibratórias através da simulação do modelo matemático representativo da dinâmica do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Determinar e analisar os resultados simulados para diferentes condições operacionais do escoamento do fluido sobre a tela para uma condição estacionária;
- Determinar e analisar os resultados simulados para uma condição transiente após a perturbação de uma ou mais variáveis operacionais;
- Obter dados experimentais da dinâmica do escoamento do fluido em peneira industrial;
- Comparar os resultados da simulação do modelo matemático com os resultados obtidos experimentalmente na peneira industrial;

Esta tese está organizada da seguinte maneira:

- No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica com ênfase nos diferentes modelos matemáticos representativos da separação em peneiras vibratórias;
- No Capítulo 3 é apresentada a modelagem representativa da dinâmica do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento;
- No Capítulo 4 é apresentada a metodologia de solução utilizada para a obtenção dos resultados simulados e a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados experimentais;
- No Capítulo 5 são apresentados os resultados simulados para diferentes condições operacionais em regime estacionário e transiente, resultados experimentais em regime estacionário comparando com resultados simulados e resultados em regime transiente obtidos experimentalmente.
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões sobre este trabalho com próximos passos.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

A recuperação do fluido de perfuração em um sistema de controle de sólidos envolve diferentes etapas de separação. Com o intuito de se reaproveitar o fluido durante as etapas de perfuração de poços de petróleo uma alta eficiência de separação sólidos-fluido em todo sistema de controle pode significar um importante ganho na exploração do petróleo seja em plataformas terrestres ou marítimas. Um grande número de partículas sólidas de perfuração presentes na lama fluida pode aumentar consideravelmente sua viscosidade, aumentando assim o custo de diluição da lama de perfuração (Marshall e Brandt, 1978).

Durante o tratamento mecânico da lama de perfuração, peneiras vibratórias eficientes operam com a máxima quantidade de fluido alimentado passando pelas aberturas da tela e máxima quantidade de sólidos maiores que as aberturas ficando retidos sobre a tela de peneiramento.

2.2 O SISTEMA DE CONTROLE DE SÓLIDOS

Após a etapa de perfuração dos poços de petróleo, a lama de perfuração composta de fluido e sólidos de perfuração são enviados ao sistema de controle de sólidos (Figura 2.1).

A lama formada pelos sólidos e pelo fluido de perfuração é transportada do poço para a plataforma terrestre ou marítima e alimentada em peneiras vibratórias inclinadas (Peneira vibratória 1) com fins de recuperar a maior parte do fluido de perfuração e reter as partículas mais grosseiras. As telas com maior abertura são utilizadas em perfurações superficiais e as com menor abertura quando a taxa de perfuração diminui (Merrill and Robinson, 2005). Os sólidos *undersize* e o fluido passante pelas aberturas da tela são encaminhados para uma bateria de hidrociclones denominados Desareadores e Desiltadores, onde as partículas menores são direcionadas para a corrente de *overflow* e as maiores com menor quantidade de fluido para a corrente de *underflow*. Os sólidos com dimensão entre 50 µm a 80 µm são separados nos desaeradores e os com dimensão entre 12 μ m e 40 μ m são separados nos desiltadores (Morgan, 2004). Para promover uma maior recuperação de barita, a corrente de *underflow* da bateria de hidrociclones é direcionada para a peneira vibratória 2 em que telas de abertura entre 74 μ m e 100 μ m são utilizadas na separação



Figura 2.1- Representação do sistema de controle de sólidos

No último estágio de separação, sólidos e fluido passante pela peneira vibratória 2 são alimentados em uma centrífuga decantadora para a remoção de coloides e sólidos com diâmetro inferior a 2 µm. Conforme a lama de perfuração é alimentada na centrifuga, forças de 300 a 4000 vezes a força da gravidade são geradas, separando a lama nas fa ses pesada e leve (Bouse, 2005). Os sólidos e o fluido de perfuração retidos nas peneiras vibratórias 1 e 2 são direcionados para um secador de cascalho para reduzir os níveis de contaminantes contidos em fluidos de perfuração de base oleosa e recuperar a máxima quantidade de fluido. Uma alternativa para a secagem dos sólidos é o aquecimento por micro-ondas, que promove níveis de cascalho convencionais, com menor taxa de aquecimento e maior remoção da fase orgânica e maior recuperação de fluido livre de sólidos (Petri et al., 2015), (Júnior et al., 2017), (Santos et al., 2018).

2.3 SEPARAÇÃO EM PENEIRAS VIBRATÓRIAS EM SISTEMAS DE CONTROLE DE SÓLIDOS

O bom desempenho do sistema de controle de sólidos depende da operação eficiente das peneiras, afetada pelas características da tela, pelo teor de sólidos na lama,

pelas propriedades reológicas do fluido, pela forma e distribuição granulométrica das partículas sólidas, pela inclinação e pela intensidade de vibração da cesta. As telas podem ter configuração plano quadrado, plano retangular e retangular modificado, dispostas em camada única ou multicamadas. Nas Figuras 2.2 a-d são apresentadas diferentes tramas de telas de peneiramento onde as diferenças são basicamente a alternância entre os fios nas direções paralela e perpendicular ao escoamento da lama de perfuração.



2.2 a- plain waves







2.2 b- twill waves



2.2 d- Dutch waves

Figura 2.2- Diferentes tramas de peneiras utilizadas em peneiras vibratórias (Adaptado de Wu et. al, 2005)

Segundo Scott e Varco (2006) a operação ótima da peneira vibratória ocorre quando ³/₄ da tela está inundada pelo fluido de perfuração, sendo ¹/₄ destinado à secagem do material retido. Desta forma, estabelecer-se-ia o compromisso entre extensão da vida útil das telas, maior capacidade de processamento de sólidos e de separação do fluido. Dado o número de fatores que dependem do fluido, do sólido, da tela e das condições operacionais que afetam a eficiência da separação, é necessária a compreensão detalhada dos mecanismos e dos fenômenos envolvidos no deslocamento, aglomeração e divisão das partículas sólidas, no escoamento do fluido através e ao longo da tela da peneira, que permita estabelecer as condições ótimas de operação e implementar o controle automático do processo.

Em uma operação típica de separação da lama, podem ser identificadas regiões

características na tela da peneira conforme o comportamento do fluido e das partículas sólidas: região de drenagem (R1), região de secagem (R2) e região de praia (R3). Na região de drenagem (R1) ocorre a alimentação da lama com concentração volumétrica da



a. Alimentação da lama





c. Região de Secagem com formação de torta de sólidos

b. Região de Drenagem de líquido e de partículas undersize



d. Região de Secagem com deslocamento de partículas oversize



e Região de Praia com deslocamento de partículas



f. Sólidos separados nas peneiras

Figura 2.3- Regiões típicas em telas de peneiras vibratórias utilizadas na separação sólido-fluido de perfuração em sistemas de controle de sólidos em campos de petróleo

ordem de 85% - 90 % (v. Figura 2.3a) e grande quantidade de fluido e sólidos *undersize* passam pelas aberturas da tela (v. Figura 2.3b).

A região de secagem (R2) caracteriza-se pela formação de uma torta de partículas retidas, que atua como um meio filtrante que apresenta uma resistência adicional à passagem do fluido pelas aberturas. A figura 2.3c mostra com clareza a formação da torta e a Figura 2.3d o deslocamento de partículas e fluido nessa região.

A Figura 2.2e mostra a região de praia (R3), com deslocamento de partículas com o menor teor de fluido.

Guerreiro et al (2016) desenvolveram um protótipo de uma peneira para avaliar o efeito da abertura da tela, da concentração volumétrica de sólidos, da vibração sobre o teor de umidade dos sólidos retidos e a eficiência global de separação e o diâmetro de corte. Nesse protótipo as regiões R₁, R₂ e R₃ identificadas na operação da peneira industrial também foram observadas, conforme apresentado na Figura 2.4.



Figura 2.4 - Imagem representativa do peneiramento da lama de perfuração em peneira vibratória protótipo

A união e o deslocamento das partículas nas regiões de secagem e de praia podem ser caracterizados pelas forças de coesão, enquanto a passagem do fluido pelas aberturas da tela está relacionada às forças capilares, conforme representado na Tabela 2.1. Tabela 2.1 - Representação da relação entre a quantidade de liquido e forças coesivas entre partículas (Adaptado de Mitarai e Nori, 2006)

Estado	Forças de Coesão
lama	Não há nenhuma interação coesiva entre as partículas.
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	A pressão do líquido é igual à pressão do ar.
capilar	Ocorre interação coesiva entre as partículas devido à sucção.
*	Quase todos os poros estão preenchidos com líquido, cuja superfície forma um menisco.
•	A pressão do líquido é menor do que a pressão do ar.
funicular	A coesão é intensificada.
*	Coexistência entre poros completamente preenchidos com líquido e pontes líquidas ao redor dos pontos de contato.
pendular	Agem nos pontos de contato entre as partículas, com formação de pontes líquidas.
seco	A coesão entre as partículas é desprezível.

Os estados de lama e capilar são típicos da região de drenagem, o estado funicular da região de secagem, enquanto os estados pendular e seco são típicos da região de praia da tela. Os aglomerados de partículas em peneiras vibratórias nas regiões de secagem e praia podem apresentar muitas colisões com a tela de peneiramento, principalmente em configurações de inclinação ascendente.

Cleary et al. (2018) demonstraram que a passagem de partículas pelas aberturas da tela aumenta com a diminuição da força coesiva entre elas. O número adimensional de Bond (Equação 2.1), definido como a razão entre as forças de capilaridade e a força peso, pode ser utilizado como uma medida da importância das forças coesivas, para o caso onde as colisões entre as partículas de raio R e densidade ρ não são significativas:

$$BO = \frac{3\gamma}{2R^2 \rho g} \tag{2.1}$$

Os resultados apresentados em Cleary et al., (2018) mostram que a coesão entre as partículas é significante a partir do número de Bond de aproximadamente 0,1. Quanto

maior o número de Bond, maior a força coesiva, menor o deslocamento das partículas *undersize* entre as *oversize* e menor a quantidade de partículas passante pelas aberturas da tela.

Li e McCarthy (2003) apresentam o número adimensional de Colisão, definido pela Equação 2.2, que considera a taxa de cisalhamento $\left(\frac{du}{dy}\right)$, cujo aumento provoca a diminuição da coesão entre as partículas.

$$CO = \frac{2\gamma}{R^3 \rho \lambda^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2}$$
(2.2)

Sendo:

 γ = tensão superficial intersticial

 $\lambda =$ coeficiente empírico

R= raio da partícula (mm)

 ρ = densidade da partícula (g/cm³)

A separação eficiente em peneiras vibratórias ocorre quando as partículas *oversize* ficam retidas e o fluido de perfuração passa pelas aberturas. Nos processos de peneiramento de sólidos isentos de fluido, partículas de diferentes tamanhos, formas e densidades tendem a se distribuir de maneira não homogênea sobre uma superfície e podem ser deslocadas por estratificação ou por segregação, [(Drahun e Bridgwater, 1983),(Thomas, 2000), (Fan et al., 2012)]. A estratificação é decorrente do preenchimento do vazio entre as partículas maiores, pelas partículas menores, formando diferentes camadas. Ela é causada pela vibração da tela ou pelo fluxo descendente de uma mistura de partículas (Soldinger, 1999), (Fan et al., 2012), (Makse et al., 1997), (Williams, 1968). A segregação é caracterizada pelo deslocamento das partículas maiores para a parte superior do leito ou pelo fluxo descendente, separando partículas de menor e de maior dimensão (Knight et al., 1993), (Williams, 1968), (Rosato et al., 1986). A representação desses fenômenos é mostrada na Figura 2.5.

Ferrara et al., (1988) e King, (2001) identificaram duas regiões características em telas sem vibração utilizadas na separação de sólidos:

• Região lotada: a vazão de partículas sobre a tela está acima de um nível crítico, um leito espesso de partículas é formado e apenas as partículas em contato com a tela passam pelas aberturas. A taxa de transmissão de partículas por estratificação ou por segregação é função da distribuição de tamanhos na camada de partículas imediatamente acima da superfície da tela e, assim como o deslocamento das partículas no leito, influencia a passagem de partículas *undersize* pelas aberturas da tela.

Estratificação

Segregação









Figura 2.5 - Representação dos fenômenos de estratificação e de segregação de partículas

• Região separada: não há interação entre as partículas sobre a tela;

O ponto de transição entre as duas regiões é localizado no comprimento de tela onde a quantidade de partículas da classe de menor tamanho diminui consideravelmente. Esta localização depende de parâmetros operacionais como aberturas da tela, fração de área aberta, amplitude e frequência de vibração.

Subasinghe et al.(1989,1990) caracterizam os processos de peneiramento de sólidos sem vibração em três regiões:

Região 1: a quantidade de partículas passantes através das aberturas aumenta com o comprimento de tela conforme são reabastecidas a partir das camadas superiores mais rapidamente que o material passante. No fim da alimentação a taxa de transmissão de partículas é pequena e aumenta conforme as partículas se deslocam sobre a tela. Ocorre a segregação das partículas *undersize* abaixo das *oversize* e passagem pelas aberturas da tela;

• Região 2: caracterizada pelo equilíbrio dinâmico entre as partículas reabastecidas pelas camadas superiores e as partículas passantes pelas aberturas da tela e pela maior percolação das partículas *undersize* entre as *oversize*;

• Região 3: as partículas das classes de menor tamanho diminuem consideravelmente assim como a taxa de passagem de partículas pelas aberturas da tela.

Os principais deslocamentos são de partículas *oversize* direcionadas para o fim da tela, mesmo comportamento da chamada região separada.

A região de Praia (R3) caracterizada para as peneiras vibratórias utilizadas na separação sólido-fluido de perfuração tem comportamento equivalente aos da região separada (Ferrara et al., 1988) e King (2001) e da região 3 (Subasinghe et al., 1989,1990), embora a força coesiva influencie o deslocamento das partículas.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DA SEPARAÇÃO EM PENEIRAS VIBRATÓRIAS

Os modelos de peneiramento apresentados nesta revisão são:

• Base empírica, onde testes experimentais são usados para ajustar parâmetros e constantes relacionados à separação de partículas sólidas;

 Base fenomenológica, fenômenos de segregação ou estratificação do leito de partículas na tela, modelos que detectam a trajetória e o contato de partículas sólidas na ausência e presença de fluido, modelo de partículas fluidas discretas, modelos de passagem do fluido através das aberturas de tela através da formação de torta e analogia com tubos capilares.

2.4.1 Modelos Cinéticos

Os modelos cinéticos relacionam a variação do peso de uma classe de partículas sobre a tela com o tempo t ou com a posição, permitindo determinar a curva de partição utilizada para caracterizar a eficiência do peneiramento. Gupta et al. (1975) investigaram o efeito do atrito entre partículas *oversize* de massa M_{op} e a superfície de peneiramento, através de dois subprocessos representados na Figura 2.6.



Figura 2.6 - Representação de subprocessos de atrito para obtenção de modelo cinético (Adaptado de Gupta et al.,1975)
No subprocesso 1 as partículas *oversize* alimentadas sobre a tela geram partículas *oversize* de menor tamanho e partículas *undersize*. No subprocesso 2 são geradas partículas *near- mesh* e *undersize*. A Equação 2.3 representa a perda de massa de partículas *oversize* $M_{op}(t)$, que geram partículas menores através dos dois subprocessos. A Equação 2.4 representa a variação de massa das partículas *near-mesh* Mnp(*t*), devido a sua passagem pelas aberturas e ao atrito gerado entre partículas *oversize* e a tela de peneiramento. A eficiência de peneiramento *Eo*, definida pela Equação 2.5, representa a fração do peso de partículas alimentadas no tempo *to* que ficam retidas sobre a tela. Os parâmetros do modelo, relacionados ao atrito entre as partículas e a superfície da tela, foram ajustados a partir de testes experimentais de peneiramento a seco utilizando partículas *oversize* e *near-mesh* de galena de alta pureza.

$$\frac{dM_{op}}{dt} = -a_{pp}M_{op} - a_{np}M_{op} \tag{2.3}$$

$$\frac{dM_{np}}{dt} = -k_{nm}M_{np} + a_{np}M_{op} \tag{2.4}$$

$$E_0 = \exp(-k_{nm}\Delta t) + \alpha_1 \frac{M_{op}(t_0)}{M(t_0)} \left(\exp(\alpha_2 \Delta t) - \exp\left(k_{nm}\Delta t\right)\right)$$
(2.5)

$$\alpha_1 = 1 + \frac{a_{np}}{k_{nm} - a_{op} - a_{np}}$$
(2.6)

$$\alpha_2 = a_{op} + a_{np} \tag{2.7}$$

$$\Delta t = (t - t_0) \tag{2.8}$$

Em que:

knm	taxa cinética para partículas near-mesh
<i>a_{np}</i>	taxa constante de atrito de partículas near-mesh (min ⁻¹)
a_{op}	taxa constante de atrito de partículas oversize (min ⁻¹)

O modelo proposto é aplicável somente à galena devido à importância do atrito durante o peneiramento, para partículas de tamanho *oversize* e *near-mesh*, e não considera o enceramento da tela.

Os modelos propostos por Standish (1985), Standish e Meta (1985) e Trumic e Magdalinovic (2011) são aplicáveis a um número n de classes de partículas e são

apresentados nas Equações 2.9, 2.10 e 2.11 respectivamente, juntamente com as definições de eficiência de separação.

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = -k_i M_i(t), \, i = 1..n$$
(2.9)

Em que:

$$E_{0i} = \frac{M_i(t)}{M_{0i}} = exp^{-k_i t}, i = 1..n$$

$$\frac{dM_i(t)}{dL} = -k_i M_i(t), i = 1..n$$
(2.10)

Em que:

$$E_{01} = E_{0i}^{\frac{k_1}{k_i}}, i = 2 \dots n$$

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = -k_i \frac{M_i^2}{M_{0i}}, i = 1 \dots n$$
(2.11)

Em que:

$$E_{Oi} = \frac{1}{1+k_i t}$$
, $i = 1..n$

As constantes da cinética de peneiramento k_i (s⁻¹) são ajustadas usando dados experimentais do peneiramento batelada por Standish (1985) de partículas de sínter de tamanho entre 0,5 mm e 4 mm em uma peneira vibratória teste posicionada sobre um funil cônico. O ajuste das constantes em Standish e Meta (1985) é através de um peneiramento contínuo de partículas de sínter de tamanho entre 0,5 mm e 6 mm em uma peneira vibratória com inclinação descendente do deck de 11.5°, frequência de 1440 rpm e abertura de tela quadrada de 3,5 mm. Os ajustes das constantes cinéticas apresentados em Trumic e Magdalinovic (2011) são para partículas de oito matérias primas diferentes com tamanhos entre 0,106 mm e 13,33 mm em peneiramento batelada a seco, tamanho de abertura de tela quadrada de 5 mm, 8 mm e 10 mm, inclinação do deck de 12° e movimentos de vibração elíptico e circular.

Hudson et al., (1969) investigaram os fenômenos de segregação e de mistura de esferas de vidro de tamanhos entre 0,175 mm e 0,58 mm em peneiras Tyler mesh 42 com vibração. O modelo teórico representativo da variação da concentração de partículas *undersize* no tempo e no espaço é apresentado na Equação 2.12 com condições de contorno definidas pelas Equações 2.13 e 2.14.

$$\frac{\partial c(t,x)}{\partial t} = \mathfrak{D}\frac{\partial^2 c(t,x)}{\partial x^2} + \mathcal{S}\frac{\partial c(t,x)}{\partial x}$$
(2.12)

$$x = h, \ \mathfrak{D}\frac{\partial c(t,x)}{\partial x} + \mathcal{S}c(t,x) = 0$$
(2.13)

$$x = 0, \ \mathfrak{D}\frac{\partial c(t,x)}{\partial x} + \mathcal{S}c(t,x) - \mathcal{K}c(t,x) = 0$$
(2.14)

Em que:

- c concentração das partículas *undersize*, (número de partículas na camada)
- \mathfrak{D} coeficiente de difusão, (camadas²/s)
- S coeficiente de segregação, (camadas/s)
- *h* altura total do leito de partículas, (camadas)
- \mathcal{K} coeficiente de peneiramento, (camadas/s)

Os resultados simulados mostram que para altos coeficientes de segregação e peneiramento e baixos coeficientes de dispersão, menores quantidades de partículas *undersize* permanecem na tela em menores tempos de peneiramento.

Os fenômenos de estratificação ou segregação e passagem de partículas através das aberturas da tela de peneiramento são representados por Subasinghe et al. (1989,1990) e Soldinger (1999). Soldinger, (1999) considera o deslocamento de partículas *undersize* a partir de uma camada superior de partículas na tela (S), a mudança de altura do leito de partículas *undersize* (B) e a passagem de partículas *undersize* pelas aberturas da tela (P), conforme apresentado nas Equações 2.15, 2.16 e 2.17 respectivamente.

$$\frac{dS(t)}{dt} = c(1 - S(t)) \tag{2.15}$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = kB(t) \tag{2.16}$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{dS(t)}{dt} - \frac{dP(t)}{dt}$$
(2.17)

Os parâmetros c e k podem apresentar variação com o tempo ou espaço, mas são admitidos constantes por Soldinger (1999). O parâmetro c relaciona outros dois parâmetros (c_q , c_d) apresentados nas Equações 2.18-2.21.

$$c = c_q c_d \tag{2.18}$$

$$c_a = w_a \times \exp\left(-2q\right)^5 \tag{2.19}$$

$$c_d = w_d \times q \tag{2.20}$$

$$q = \frac{Q_0 \left(1 - (P+B)\right)}{1 - Q_0 (P+B)} \tag{2.21}$$

Em que:

- *q* Percentagem em massa de partículas *undersize* nas camadas superiores do leito de partículas
- Q_0 Percentagem em massa das partículas *undersize* na alimentação
- *w_q* Fator de ponderação relacionado à freqüência de vibração na tela de triagem
- *w_d* Fator de ponderação dependente da distribuição de tamanho

Para uma distribuição de tamanho estreita w_d é pequena e quando as partículas são do mesmo tamanho w_d é zero.

Frações de partículas de diferentes tamanhos têm diferentes constantes cinéticas. A constante cinética c das Equações 2.15 e 2.18 pode ser representada por c_j através da Equação 2.22, cujo denominador representa o número de partículas *oversize* na tela de peneiramento, sendo $d_{av,c}$ o diâmetro médio dessas partículas e H_t a espessura da parte superior camada de partículas na tela (Soldinger, 2000).

$$c_j = \frac{c_q c_{d,j}}{\frac{H_t}{d_{av,c}}}$$
(2.22)

O termo $c_{d,j}$ é representado através das Equações 2.23 e 2.24.

$$c_{d,j} = \exp\left(\frac{-2.5 \times V_{j,part}}{V_{av,t}}\right) \tag{2.23}$$

$$V_{av,t} = \frac{\sum_{j=1}^{n_c} M_j}{\sum_{j=1}^{n_c} \frac{M_j}{V_{j,part}}}$$
(2.24)

Em que $V_{j,part}$ e M_j o volume e a massa das partículas de fração j. Para uma dada fração j de partículas, quanto maior a diferença entre os tamanhos maior será o volume médio das partículas na camada superior, resultando em um maior valor de $c_{d,j}$. O termo $H_t/d_{av,c}$ representa o número de partículas *oversize* sobre a tela de peneiramento. A espessura da camada superior de partículas sobre a tela H_t é representada através da Equação 2.25.

$$H_t = \frac{M_0 - F_0(P+B)}{W \times u \times \rho}$$
(2.25)

Subasinghe et al., (1990) consideram que a separação de partículas ocorre através de dois processos de primeira ordem em série, sendo $k_{s,d}$ a taxa de segregação e $k_{p,d}$ a taxa de passagem:

$$M_d \xrightarrow{k_{s,d}} S_d \xrightarrow{k_{p,d}} P_d$$

A quantidade de partículas de tamanho d que passam pelas aberturas da tela (P_d) depende da quantidade de partículas nas camadas superiores do leito (M_d) e da quantidade de partículas em contato com a superfície de peneiramento (S_d). As Equações 2.26-2.28 são representativas da variação do peso das partículas d posicionadas nas diferentes posições sobre a tela com o comprimento de tela. A equação 2.29 representa a eficiência de separação para partículas de tamanho d.

$$\frac{dM_d}{dL} = -k_{s,d}M_d \tag{2.26}$$

$$\frac{dP_d}{dL} = k_{p,d} S_d \tag{2.27}$$

$$\frac{dS_d}{dL} = k_{s,d}M_d - k_{p,d}S_d \tag{2.28}$$

$$E_{O,d} =$$

$$\frac{k_{s,d}exp(-k_{p,d}L) - k_{p,d}exp(-k_{s,d}L)}{k_{s,d} - k_{p,d}}$$
(2.29)

A eficiência de separação é definida conforme a ordem de grandeza de $k_{s,d}$ e $k_{p,d}$, conforme apresentado nas Equações 2.30 – 2.32.

$$E_{o,d} = exp(-k_{p,d}l) \qquad k_{s,d} \gg k_{p,d}$$

$$(2.30)$$

$$E_{o,d} = exp(-k_{s,d}l) \qquad k_{p,d} \gg k_{s,d}$$

$$(2.31)$$

$$E_{0,d} = (1 + k_{p,d}l)exp(-k_{p,d}l) =$$
(2.32)

$$(1+k_{s,d}l)exp(-k_{s,d}l)$$
 $k_{s,d} \rightarrow k_{p,d}$

King (2001), Ferrara et al., (1987), Ferrara et al., (1988) apresentam modelos cinéticos definidos para as regiões lotada e separada. King, (2001) apresenta uma taxa de ordem zero para a região lotada nas Equações 2.33 e uma taxa de primeira ordem para a região separada nas Equações 2.34.

Região lotada

$$\frac{dM_i(l)}{dl} = -r(d_{pi})$$

$$r(d_{pi}) = k(d_{pi})W_0 x_{fi}$$
(2.33)

$$E_{Oi} = 1 - \frac{k(d_{pi})L_c b_m}{W_f}$$

Região separada

$$\frac{dM_i(l)}{dl} = -\frac{s(d_{pi})}{u} M_i(l)$$

$$E_{0i} = \left(1 - \frac{k(d_{pi})}{u} L_c\right) exp\left(-\frac{s(d_{pi})}{u} (l - L_c)\right)$$
(2.34)

O comprimento da região lotada L_c calculado pela Equação 2.35 é definido como a posição em que partículas de tamanho cinco vezes menor que o tamanho da abertura da tela tornam-se esgotadas. A velocidade de transporte das partículas sobre a tela de peneiramento é considerada constante durante a separação.

$$L_c = \frac{u}{k(d_{pi})} \tag{2.35}$$

A constante $k(d_{pi})$ é representada pela Equação 2.36, em que k_0 é dependente das condições de operação e D_P é o tamanho da maior partícula que pode passar pela tela.

$$k(d_{pi}) = \begin{cases} k_0 \left(1 - \frac{d_{pi}}{D_P}\right) & d_{pi} < D_P \\ 0 & d_{pi} \ge D_P \end{cases}$$
(2.36)

Os modelos propostos por Ferrara et al. (1988) representam o balanço de massa dependente do tempo ou do espaço, aplicado a populações de partículas de diferentes tamanhos e a razão entre as probabilidades de passagem de partículas de diferentes tamanhos em função do tamanho relativo das partículas e da abertura das telas, conforme apresentados nas Equações 2.37 e 2.38. Os autores estudam a influência do tipo e abertura da tela, dos parâmetros operacionais, do tipo de movimento (linear, circular) e da vibração sobre a eficiência da separação para partículas.

Região lotada

$$\frac{\partial m(X^{**},l)}{\partial l} = -k(X^{**})f(X^{**},l)$$

$$M_0 \left\{ \int_0^R f(x^*,0) \frac{1}{\chi(x^*)} \left(E_0(X^{**},L)\chi(x^*) - 1 \right) dx^* + \int_R^\infty f(x^*,0) ln E_0(X^{**},L) dx^* \right\} = -k_{50} 2^\sigma \left(1 - \frac{X^{**}}{R} \right)^\sigma L, X^{**} < R$$

$$E_0(X^{**},L) = 1, X^{**} \ge R$$
(2.37)

Região separada

$$\frac{\partial m(X^{**},l)}{\partial l} = -s(X^{**})m(X^{**},l)$$

$$E_O(X^{**},L) = \exp\left(-s_{50}2^{\sigma}\left(1 - \frac{X^{**}}{R}\right)^{\sigma}L\right)$$
(2.38)

Sendo f(X,l) a função densidade da distribuição de tamanho das partículas no ponto l, R o tamanho da abertura da tela, Mo a vazão alimentada por unidade de largura da tela, σ um parâmetro dependente das condições de vibração e do tipo de tela e f(x,0) a função densidade de distribuição de tamanho das partículas alimentadas. As constantes k_{50} e s_{50} são determinadas para x = R/2. Os termos k(X) e s(X) são definidos em função da probabilidade de passagem de uma partícula e do número de tentativas por unidade de comprimento da tela.

2.4.1 Modelos Probabilísticos

A cinética de peneiramento está diretamente relacionada com a probabilidade das partículas, estando em contato com a superfície da tela, passarem por suas aberturas. Quanto maior a probabilidade de passagem de partículas de determinado tamanho pelas aberturas maior será a taxa cinética *k*. A eficiência *oversize* relacionada à probabilidade de passagem das partículas pelas aberturas da tela é apresentada na Equação 2.39.

$$E_0 = (1-p)^N (2.39)$$

Os termos p e N se referem à probabilidade de passagem e o número de contatos das partículas com a tela de peneiramento.

Subasinghe et al., (1989) demonstram a linearidade entre N e d/a tendo observado que N aumenta com d/a até certo valor de tamanho de partícula (considerando uma abertura de tela fixa) e a partir desse valor N diminui. Nas Equações 2.40 são apresentadas a probabilidade de passagem de partículas de tamanho x^* em aberturas quadradas R e o número de contatos das partículas com a tela de peneiramento.

$$p = \frac{[(R + d_w)cos \emptyset - d_w - x^*](R - x^*)}{(R + d_w^2)cos \emptyset}$$

$$N = \begin{cases} K_1 \frac{x^*}{R}, & \frac{x^*}{a} < \left(\frac{x^*}{R}\right)_t \\ K_2 \left(1 - \frac{x^*}{R}\right), & \frac{x^*}{R} > \left(\frac{x^*}{R}\right)_t \\ K_2 \left(1 - \frac{x^*}{R}\right), & \frac{x^*}{R} > \left(\frac{x^*}{R}\right)_t \end{cases}$$

$$(2.40)$$

$$\left(\frac{x}{R}\right)_t = \frac{K_2}{K_1 + K_2}, \quad K_1, K_2 > 0$$

Chen Rongguang e Qingru (1992) definem a probabilidade de passagem de partículas de um determinado tamanho x^* através de uma função $B(x^*)$ relacionada à capacidade das partículas atingirem a superfície de peneiramento. Para uma distribuição de partículas entre x_1 e x_2 a probabilidade de passagem é relacionada com a função de distribuição de Rosin-Rammler (Equações 2.41).

$$p(x_1, x_2) = \frac{\int_{x_1}^{x_2} (1 - exp^{-B(x^*)L}) f(x^*) dx^*}{\int_{x_1}^{x_2} f(x^*) dx^*}$$

$$f(x) = nCx^{n-1} exp^{-Cx^n}$$

$$B(x^*) = exp^{k_1^*} \left(1 - \frac{x}{x_a}\right)^{k_2^*}$$
(2.41)

2.4.2 Análise paramétrica em modelos cinéticos e probabilísticos

A forma, o tamanho e a densidade das partículas interferem na cinética de peneiramento. Em processos de peneiramento industrial, incluindo os sólidos de perfuração de poços de petróleo, as partículas podem ter formatos cilíndrico, esférico, elíptico e podem passar pelas aberturas ou ficarem retidas sobre a tela conforme o ângulo de contato com a tela. Os parâmetros operacionais como frequência e amplitude de vibração e inclinação da cesta de peneiramento, também influenciam a probabilidade de passagem ou não pelas aberturas da tela. Na Tabela 2.2 é apresentado um resumo com a influência de diferentes parâmetros na cinética e probabilidade de peneiramento.

Tabela 2.2 -	Resumo com	a influência	de diferentes	parâmetros na	cinética e

Autor(s)	Parâmetros	Influencia no peneiramento
Trumic e Magdalinovic (2011)	Partículas Undersize	Leitos de partículas com mais de 50% de partículas <i>undersize</i> sobre a tela aumentam a taxa cinética e a eficiência de peneiramento.
Standish (1985) Standish e Meta (1985)	Partículas near-mesh	Diminuem a cinética e a eficiência de peneiramento. Leito de partículas com 70% de partículas <i>near-mesh</i> reduz drasticamente a taxa de produção na corrente <i>underflow</i> .
Standish e Meta (1985) Standish(1985) (Standish et al., 1986)	Partículas Oversize	Contribuem para aumentar a área de peneiramento diminuindo o número de aberturas de tela bloqueadas. Redução da taxa de peneiramento para partículas <i>undersize</i> .
Beunder e Rem, (1999)	Partículas Cilíndricas	Partículas com ângulo de contato de 0° podem passar pelas aberturas se seu tamanho for de até 2 vezes o tamanho da abertura da tela. Se o tamanho for maior que 2 vezes a partícula tende a deslizar sobre a tela ficando retida sobre a mesma.
Trumic e Magdalinovic (2011) Standish et al., (1986)	Densidade das Partículas	Maior densidade favorece a cinética e eficiência de peneiramento. Diferentes taxas cinéticas de peneiramento para diferentes matérias primas pode ser uma relação entre suas densidades, por exemplo, a diferença média entre a taxa cinética de partículas de ferro sinterizado e partículas de coque é de aproximadamente 4 e a razão entre suas densidades é de 3,7.

probabilidade de peneiramento

Chen Rongguang e Qingru (1992) (Dehghani et al., 2002)	Frequência de vibração	O aumento tende a diminuir a cinética e a probabilidade de peneiramento diminuindo o contato das partículas com a tela. Entretanto, esse aumento pode ser benéfico no peneiramento de partículas <i>undersize</i> comparando com partículas <i>oversize</i> .
Standish et al., (1986) Chen Rongguang e Qingru (1992),Dehghani et al., (2002)	Inclinação da cesta de Peneiramento	Efeito negativo na taxa cinética para partículas <i>near-</i> <i>mesh</i> e efeito positivo para partículas <i>undersize</i> . A probabilidade de passagem diminui para maiores ângulos de inclinação uma vez que a taxa de penetração de partículas sobre a tela de peneiramento é menor.
Standish et al., (1986)	Vazão	Maior efeito para partículas <i>undersize</i> em relação às partículas <i>near- mesh</i> .
Qingru, (1992)	alimentada	A probabilidade de passagem de partículas aumenta com a vazão alimentada até um ponto em que o aumento da vazão diminui a probabilidade de passagem das partículas.
Ferrara et al., (1988)	Tamanho da abertura da tela de peneiramento	Telas com abertura quadrada duas vezes maior apresentam uma probabilidade duas vezes maior de passar pelas aberturas da tela em uma região lotada
Ferrara et al., (1988)	Condição de vibração	Movimentos circulares de vibração apresentam maiores valores de σ e menores valores de k_{50} quando comparados a movimentos retilíneos lineares

Os estudos teóricos que são base para a modelagem matemática, conforme apresentados em Soldinger (1999, 2000), apresentam os fenômenos físicos envolvidos no processo de separação de partículas sólidas em telas de peneiramento, que explicam resultados obtidos em estudos de caráter experimental. O aumento da eficiência de separação para uma maior quantidade de partículas *undersize* sobre a tela de peneiramento, observado por Trumic e Magdalinovic (2011), decorre da menor taxa de estratificação do leito de partículas e de um maior número de partículas *undersize* em contato com a superfície de peneiramento. Conforme observado em Standish (1985), Standish e Meta (1985) e Standish et. al (1986), a presença de partículas *oversize* contribui para reduzir a passagem de partículas *undersize* pelas aberturas da tela, aumentando a estratificação do leito e diminuindo o número de partículas *undersize* em contato com a superfície de peneiramento.

Os modelos cinéticos e os modelos probabilísticos de peneiramento não caracterizam a eficiência de peneiramento através da interação do contato no transporte de partículas de diferentes tamanhos. As razões pelas quais parâmetros como frequência de vibração, inclinação da cesta de peneiramento e tipo de movimento de vibração influenciam na eficiência de separação de partículas de diferentes tamanhos não são bem compreendidas avaliando apenas taxas cinéticas e probabilidades de peneiramento.

Através dos modelos cinéticos e probabilísticos a influência de diferentes parâmetros sobre a eficiência de separação pode ser avaliada por meio de dados experimentais que ajustam as constantes relacionadas ao peneiramento. Nos modelos cinéticos e probabilísticos apresentados nesta revisão não há nenhum termo que relacione a influencia da presença de fluido durante a separação de partículas sólidas.

Na sequência serão apresentadas as contribuições no estudo da observação da eficiência de peneiramento em peneiras vibratórias através do método dos elementos discretos e método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH).

2.4.3 Método dos Elementos Discretos e SPH

O Método dos Elementos Discretos (MED) é baseado nas leis do movimento de Newton e leis de força-deslocamento, permitindo representar os contatos partículapartícula e partícula-parede em processos de peneiramento de sólidos. A Figura 2.7 representa a geometria de contato entre duas esferas.



Figura 2.7 - Geometria de contato de duas partículas esféricas (Adaptado de Balevičius et al., 2006)

Para uma determinada partícula i os movimentos translacionais e rotacionais podem ser representados através das Equações 2.42 e 2.43 (Dong et al., 2013).

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}} F_{ij} + m_i \boldsymbol{g} = \sum_j \left(\boldsymbol{F}_{ij}^n + \boldsymbol{F}_{ij}^t \right) + m_i \boldsymbol{g}$$
(2.42)

$$I_{i}\frac{d\omega_{i}}{dt} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}} d_{cij} \times F_{ij} = \sum_{j} \mathbf{R}_{ij} \mathbf{F}_{ij}^{t} - \mu_{i} R_{i} |\mathbf{F}_{ij}^{n}| \widehat{\boldsymbol{\omega}}_{i}$$
(2.43)

Sendo m_i , v_i , $I_i \in \omega_i$ a massa, a velocidade translacional, o momento de inércia e a velocidade angular da partícula *i*. $F_{ij}{}^n \in F_{ij}{}^t$ são as forças normal e tangencial de contato entre a partícula *i* e uma partícula *j*. R_{ij} é um vetor direcionado do centro da partícula *i* para a partícula *j* e $\widehat{\omega}_i = \omega_i / |\omega_i|$.

Li et al. (2003), Dong et al. (2009), Chen and Tong, (2009), Wang e Tong, (2011), Dong e Yu (2012), Dong et al. (2013), Xiao e Tong (2013), Jahani et al. (2015), Kruggel-Emden e Elskamp (2014), Li e Tong (2017), Elskamp et al. (2017) utilizam o MED por contato suave para representar o contato entre as diferentes partículas nos processos de separação. Em tal metodologia é permitida a sobreposição das partículas e a extensão da sobreposição juntamente com a lei de força de contato, resultando na força instantânea conhecida a partir das atuais posições, orientações, velocidades e rotações das partículas.

As equações representativas dos modelos de forças de contato normal F_{ij}^{n} e tangencial F_{ij}^{t} entre partículas esféricas são apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2. 3 - Modelos de forças de contato normal e tangencial entre partículas

esféricas e multi-esféricas

Autor(s)	Forças de Contato	
Li et al. (2003)	$\boldsymbol{F}_{ij}^n = -K_n \boldsymbol{\delta}_{ij}^n - \eta \boldsymbol{v}_{ij}^n$	(2.44)
	$\boldsymbol{F}_{ij}^t = -K_t \boldsymbol{\delta}_{ij}^t - \eta \boldsymbol{v}_{ij}^t$	
Wang e Tong,	$\boldsymbol{F}_{ij}^n = -K\boldsymbol{\delta}_{ij}^n + \eta\boldsymbol{v}_{ij}^n$	
(2011)	$\boldsymbol{F}_{ij}^t = -K\boldsymbol{\delta}_{ij}^t + \eta\boldsymbol{v}_{ij}^t$	
	$\eta = 2\beta \sqrt{m_{ij}K}$	(2.45)
	$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}}$	

Dong et al. (2009)	$\boldsymbol{F}_{ij}^{n} = \left[\frac{2}{3} \frac{Y}{1-v^{2}} \sqrt{\bar{R}} \boldsymbol{\delta}_{ij}^{n^{\frac{3}{2}}} - \gamma_{n} \frac{Y}{1-v^{2}} \sqrt{\bar{R}} \sqrt{\boldsymbol{\delta}_{ij}^{n}} (\boldsymbol{v}_{ij}^{n} \cdot \boldsymbol{\hat{n}}_{ij}) \boldsymbol{\hat{n}}_{ij}\right]$	
Dong e Yu (2012)	$\boldsymbol{F}_{ij}^{t} = -\mu_{t} \left \boldsymbol{F}_{ij}^{n} \right \left[\left(1 - \left(1 - \frac{\min(\boldsymbol{\delta}_{ij}^{t}, \boldsymbol{\delta}_{ij,max}^{t})}{\boldsymbol{\delta}_{ij,max}^{t}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \hat{\xi}_{t}$	
K. J. Dong et al.,(2013)	$\begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & $	
Dong et	$R = \frac{1}{R_i + R_j}$	
al.,(2017)	$\boldsymbol{\delta}_{ij,max}^{t} = \mu_t \left(\frac{2-\nu}{2-2\nu}\right) \boldsymbol{\delta}_{ij}^{n}$	(2.46)
	$\widehat{\boldsymbol{n}}_{ij} = \frac{R_i - R_j}{ R_i - R_j }$	
Chen e Tong,(2009)	$\boldsymbol{F}_{ij}^{n} = \frac{4}{3} Y^{*} \sqrt{R^{*} \boldsymbol{\delta}_{ij}^{n}} \boldsymbol{\delta}_{ij}^{n} + 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{K_{n} m^{*}}$	
Xiao e Tong(2013)	$\boldsymbol{F}_{ij}^{t} = 8G^{*} \sqrt{R^{*} \delta_{ij}^{n}} \delta_{ij}^{t} + 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{K_{t} m^{*}}$	
Jahani et	$K_n = 2Y^* \sqrt{R^* \boldsymbol{\delta}_{ij}^n}$	
al.(2015)	$K_t = 8G^* \sqrt{R^* \boldsymbol{\delta}_{ij}^n}$	
Li e Tong, (2017)	$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}}$	(2.47)

Zhao et al.(2016)

$$\frac{1}{Y^*} = \frac{1 - v_i^2}{Y_i} + \frac{1 - v_j^2}{Y_j}$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 + v_i)(1 - v_i)}{Y_i} + \frac{2(2 + v_j)(1 - v_j)}{Y_j}$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

Kruggel-Emden e Elskamp (2014)	$\boldsymbol{F}_{ikjl}^{n} = K^{n} \boldsymbol{\delta}_{ikjl} n_{ikjl} + \eta^{n} \boldsymbol{\nu}_{ikjl}^{n}$	
(Elskamp et al. (2017)	$\boldsymbol{F}_{ikjl}^{t} = -\min(K_t \xi_{ikjl} , \mu_t \boldsymbol{F}_{ikjl}^{n}) \boldsymbol{t}_{ikjl}$	(2.48)

Uma relação linear na forma da lei de Hooke entre forças de contato e deslocamento entre partícula-partícula e partícula-parede, são apresentadas em Li et al., (2003) e Wang e Tong (2011) considerando o contato de duas partículas esféricas e em Kruggel-Emden e Elskamp (2014) e Elskamp et al., (2017) considerando o contato de duas partículas multi-esféricas, conforme representado na Figura 2.8.



Figura 2.8 - Geometria de contato de partículas multi-esfericas (Adaptado de Kruggel-Emden and Elskamp, 2014)

Os termos apresentados nas Equações da Tabela 2.3, *e*, *Y*, *v*, γ_n , μ_t , *Y*^{*}, *R*^{*}, *v*ⁿ, *v*^t, K_n, K_t, são o coeficiente de restituição, Módulo de Young, razão de Poisson, coeficiente de amortecimento normal, coeficiente de atrito, Módulo de Young Equivalente, Raio Equivalente, componente de velocidade normal, componente de velocidade tangencial,

rigidez normal e rigidez tangencial.

Ao ser considerada a presença de fluido durante o processo de peneiramento, Dong e Yu (2012) acrescentam as forças de capilaridade, empuxo e arraste na Equação 2.42 resultado na Equação 2.49.

$$m_i \frac{d\boldsymbol{\nu}_i}{dt} = \sum_j \left(\boldsymbol{F}_{ij}^n + \boldsymbol{F}_{ij}^t + \boldsymbol{F}_{ij}^{cap} \right) + \boldsymbol{F}_i^b + \boldsymbol{F}_i^a + m_i \boldsymbol{g}$$
(2.49)

Forças relacionadas à presença de fluido no peneiramento são representadas através das Equações 2.50, 2.51 e 2.52.

$$\boldsymbol{F}_{ij}^{cap} = -\left[-2\pi\gamma Rsin(\beta_f + \phi_c) + \pi R^2 \Delta psin^2 \beta\right] \hat{n}_{ij}$$
(2.50)

$$\boldsymbol{F}_{i}^{b} = -\frac{4}{3}\pi R_{i}^{3}\rho_{f}\boldsymbol{g}$$

$$(2.51)$$

$$\boldsymbol{F}_{i}^{a} = \boldsymbol{f}_{fo,i} \boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{-\chi} \tag{2.52}$$

Sendo γ a tensão superficial do liquido, β_f o ângulo entre o centro da esfera e o início do comprimento da ponte liquida, ϕ_c o ângulo de contato (Figura 2.9), ρ_f a densidade do liquido e ε_i a porosidade local. Os termos Δp , $f_{fo,i}$ e χ são representados nas Equações 2.53, 2.54 e 2.55.

$$\Delta p = \gamma \left(\frac{1}{r_{1}} - \frac{1}{r_{2}}\right)$$

$$r_{1} = R[(1 + s')sec(\beta_{f}) - 1]$$

$$r_{2} = R[1 + (1 + s') \tan(\beta_{f}) - (1 + s')sec(\beta_{f})]$$

$$s' = \frac{s}{d}$$
(2.53)

$$f_{fo,i} = 0.5C_{do,i}\rho_f \pi R_i^2 \varepsilon_i^2 |v_f - v_i| (v_f - v_i)$$

$$C_{do,i} = \left(0.63 + \frac{4.8}{Re_i^{0.5}}\right)$$
(2.54)

$$\chi = 3.7 - 0.65 exp \left[-\frac{(1.5 - log Re_i)}{2} \right]$$

$$Re_i = \frac{2\rho_f R_i \varepsilon_i |v_f - v_i|}{\mu_f}$$
(2.55)





A modelagem do processo de peneiramento de sólidos na presença de fluidos através do método dos elementos discretos pode ser realizada através do acoplamento com o método SPH (Fernandez et al., 2011). SPH é um método numérico em que o domínio contínuo é transformado em um conjunto de partículas fluidas discretas que carregam quantidades físicas tais como, massa, velocidade e pressão e se movem de acordo com uma velocidade material Lagrangiana (Sun et al., 2013).

No método as partículas fluidas discretas são interpoladas localmente com a finalidade de se construir uma aproximação continua. Seja a Função A(r) apresentada na Equação 2.56.

$$A(r) = \sum_{b} m_{b} \frac{A_{b}}{\rho_{b}} W^{k}(z - z_{b}, h)$$
(2.56)

Sendo $m_b e \rho_b$ a massa e a densidade de uma partícula de fluido $b e W^k(z,h)$ é uma função de interpolação Kernel "suave" que tende a função delta de Dirac conforme h se aproxima de zero. A diferencial da função A(r) é apresentada na Equação 2.57.

$$\nabla A(r) = \sum_{b} m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla W^k (z - z_b, h)$$
(2.57)

As equações da continuidade e do momento na forma do método SPH são representadas através das Equações 2.58 e 2.59.

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \left(\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_b \right) \cdot \nabla W_{ab}^k \tag{2.58}$$

$$\frac{dv_{a}}{dt} = g - \sum_{b} m_{b} \left[\frac{P_{b}}{\rho_{b}^{2}} + \frac{P_{a}}{\rho_{a}^{2}} - \frac{\xi_{v}}{\rho_{a}\rho_{b}} \frac{4\mu_{a}\mu_{b}}{(\mu_{a}+\mu_{b})} \frac{v_{ab}v_{ab}}{r_{ab}^{2}+\eta_{c}} \right] \nabla_{a} W_{ab}$$
(2.59)

Sendo v_a , v_b , P_a , P_b , μ_a , μ_b são as velocidades, pressões, viscosidades absolutas das partículas de fluido a e b. ξ_v é um fator de calibração para termos viscosos, r_{ab} é um vetor posição a partir da partícula *b* para a partícula *a*.

2.4.4 Influência paramétrica no processo de peneiramento através dos métodos MED e SPH

A caracterização do processo de separação em peneiras vibratórias observando a influência de diferentes parâmetros teve um importante avanço com a simulação computacional através do Método dos Elementos Discretos. Enquanto nos modelos cinéticos e probabilísticos a caracterização dos fenômenos de estratificação e segregação do leito de partículas, na observação da eficiência de separação, é quantitativamente determinada por taxas ajustadas experimentalmente, no Método dos Elementos Discretos a caracterização dos fenômenos é melhor observada através de a simulação do deslocamento das partículas na tela de peneiramento. Na separação de partículas sólidas em peneiras vibratórias, fatores como velocidade de transporte e tempo de residência das partículas na tela de peneiramento são influenciados por parâmetros operacionais como frequência, amplitude, ângulo de vibração e ângulo de inclinação da cesta de peneiramento e por propriedades das partículas como tamanho e forma. O tempo de uma corrida simulada no MED depende de muitos fatores, como número de partículas, posição relativa das partículas, lei de contato (Abbaspour-Fard, 2000). O número de execuções simuladas depende do número de parâmetros avaliados e do número de níveis dos parâmetros avaliados. A influência de cinco diferentes parâmetros, diâmetro de partícula (D_p) , frequência de vibração (f_s) , amplitude de vibração (A_m) , ângulo de vibração (A_v) e inclinação da cesta da peneira (θ), na separação de partículas sólidas em vibração é mostrada na Tabela 2.4 para partículas sólidas esféricas, na Tabela 2.5 para partículas sólidas não esféricas e na Tabela 2.6 para partículas sólidas na presença de fluido.

 F_{s} (Hz)= 5-70

 $A_v(^{o}) = 10-90$

 θ (°) = 21

9,35;11,05

 $A_v(^{o}) = 90$

 θ (°) = 0

 $A_m (mm) = 0.5 - 7$

 D_p (mm) =5,95;7,0;7,65;

F_s (Hz) =20; 28; 36

 $A_{m}(mm) = 1,5-4,5$

(Chen e Tong,

Tung, et. al (2011)

(2010)

esféricas em peneiras			
Referência	Parâmetros	Principais resultados	
	$D_p (mm) = 2;3;5;8$ $f_s (Hz) = NA$	Misturas com partículas de 3 mm e 5 mm na proporção 1:1	
(Li et al., 2003)	$A_m (mm) = NA$ $A_v (^o) = NA$	Partículas de 5 mm bloqueiam as aberturas da tela. Pouco espaço para passagem de partículas de 3 mm.	
	$\theta(^{\circ}) = 30$	Misturas com partículas de 2 mm e 8 mn na proporção 9:1	
		Menor bloqueio das partículas de 8 mm.	
		Maior espaço de passagem pelas aberturas para partículas de 2 mm	
	D _p (mm)=0,6;0,7;0,8		
Chen and Tong,	F_{s} (Hz) =10 - 26 A_{m} (mm) = 2,5	Frequência inversamente proporcional a eficiência de separação.	
(2009)	$A_v(^\circ) = NA$ $\theta(^\circ) = 21$	Eficiência ótima para frequência de 22 Hz.	
	$D_p (mm) = 0,7; 0,8; 0,9$	Ponto de eficiência máxima para valores	

de frequência e amplitude próximos a fs =

20 Hz e Am = 2,55 mm. Partículas de 0,7 e

aproximadamente constante em ângulos de

vibração superiores a 30 °. Partículas de 0,9 mm exibem uma diminuição na

eficiência para ângulos de vibração

Maior eficiência para $F_s = 36$ Hz.

0,8 mm exibem eficiência

superiores a 30 $^{\circ}$

Tabela 2.4 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas

Referência	Parâmetros	Principais resultados
	$D_p (mm) =$ 0,5;0,6;0,7;0,8;0,9	Relação de proporcionalidade direta entre eficiência e comprimento de tela em altas
(Wang e Tong.	$F_{s}(Hz) = 10-70$	irequencias de vibração $F_s = 50 \text{ Hz}$
2011)	$A_{m}(mm) = 0,5-7$	Pequenas amplitudes ($A_m = 0.5 \text{ mm}$) e inclinações de tela ($\theta = 0^\circ$) a eficiência de
	$A_v(^{o}) = 10-100$	peneiramento muda em um comprimento
	θ (°) = 0-45	de tela de 60 mm
	$D_{p}(mm) = 2-15$	A eficiência é maior para modos de
	$F_{s}(Hz) = 14$	vibração circular e elíptico comparados ao modo de vibração linear.
H. Dong et al.,	$A_m(mm) = 4$	
2013)	$A_v(^o) = NA$	
	θ (°) = 3	
	D _p (mm) =2-15	A melhor eficiência de peneiramento foi
	$F_{s}(Hz) = 16.15$	obtida para uma inclinação de 10°.
(Liu et al.,	$A_{m}(mm) = 2$	
2013)	$A_v(^{o}) = 45$	
	θ (°) =0-15	
	D _p (mm) =1,2; 1,4; 1,68; 2,0; 2,5; 3,15; 3,7	Passagem de partículas pelas aberturas da tela é diferente nas diferentes seções de tela,
K. J. Dong et	$F_{s}(Hz) = 10-30$	por exemplo, em baixas frequência e amplitude a passagem de partículas <i>near</i> -
al., 2013)	$A_{m}(mm) = 1-3$	mesh é maior no primeiro quarto do deck e
	$A_v(^{o}) = 45$	diminui no restante da tela.
	θ (°) =5-17	

Referência	Parâmetros	Principais resultados
	$D_p (mm) = 0.5, 0.6, 0.7$	
	$F_{s}(Hz) = 22.5$	
(Li e Tong,	$A_{m}(mm) = 2.55$	
2017)	$A_v(^o) = 100$	A eficiência de peneiramento para o deck
	θ (°) = Grupos	de 34° é menor que dos decks de 21° e 25°.
	A-3, 5,8, 13, 21	
	B-5, 8, 13, 21, 34	
	C- 3, 8.5, 14, 19.5, 25	
	Peneira Laboratório	Peneira Laboratório
Jahani et al., 2015)	$D_p (mm) = 0.45; 0.6; 0.9;$ 1,1; 1,4; 1,7; 2,0	Inclinação dos painéis de tela tem influência significativa na eficiência
	$f_{s}(Hz) = (5-25)$	comparada a peneiras industriais.
	$A_{m}(mm) = 1-3$	A diminuição da amplitude e frequência de vibração diminui a eficiência de
	$A_v(^o) = 45$	peneiramento
	θ (°) = 3 painéis (34, 22,	Peneira Industrial
	10)	Aumento do tempo de processo aumenta a
	5 paineis (30, 22,5, 15, 7,5)	enciencia.
	Peneira industrial	Inclinação dos painéis de tela tem pouca influência na eficiência
	D _p (mm) =16,5; 20; 25, 31,5, 38,5, 45,5, 54,5, 65, 85, 120, 170.	Diminuição da amplitude e frequência aumenta a eficiência de peneiramento
	f_s (Hz) = (8,33-33,33)	
	$A_{m}(mm) = (7-28)$	
	$A_{v}(^{o}) = 45$	
	θ (°) = 5 painéis (33, 27, 21, 15, 10)	,

Referência	Parâmetros	Principais resultados
	D _p (mm)= 0.6-5	Menores diferenças são encontradas nos
	$F_{s}(Hz) = 27.6$	resultados simulados e experimentais na passagem de partículas finas pelas aberturas
(Delaney et	$A_{m}(mm) = 1.76$	comparando com a passagem de partículas
al., 2012)	$A_v (^o) = NA$	inculas.
	θ (°) = 0	
	$D_p (mm) = 0.55 - 4.87$	A capacidade de passagem pelas aberturas da tela
(Kruggel-	$F_{s}(Hz) = 27.55$	diminui na seguinte ordem: Pequenos cilindros, esferas, cones, cones duplos, troncos duplos e
Emden e Elskamp,	$A_{m}(mm) = 1.76$	grandes cilindros. Eficiência de peneiramento
2014)	$A_v(^{o}) = 50-130$	diminui para inclinações maiores devido ao menor tamanho de abertura efetivo
	θ (°) = 5,10	
	$D_p(mm) = 2-4, 4-6, 6-8,$	Velocidades e eficiência de separação para
	8-10, 10-15	partículas esféricas são superestimadas em relação aos valores experimentais
(Zhao et al.,	F_{s} (Hz) = 12, 14, 16, 18	relação dos valores experimentais.
2016)	$A_m (mm) = 1.25,$ 1.5,1.75,2.0	
	$A_v(^o) = NA$	
	θ (°) = 12, 15, 18, 21	
	$D_p (mm) = 2-4, 4-6, 6-8, 8-10, 10-15$	A eficiência de peneiramento de partículas não esféricas é um pouco superior ao de partículas
(Zhao et al., 2017)	F _s (Hz) = 12, 14, 16, 18	não esféricas principalmente para partículas finas.
	$A_m (mm) = 1.25,$ 1.5,1.75,2.0	A capacidade de peneiramento é favorecida para $A_m=1.75 \text{ mm}, f_s=18 \text{ Hz} e \theta = 18 ^\circ.$
	$A_v (^o) = NA$, ,
	θ (°) = 12, 15, 18, 21	
1		

Tabela 2.5 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas

não esféricas em peneiras

Referência	Parâmetros	Principais resultados
	$D_p(mm) = 3,5, 5, 5,25, 10$	Melhores eficiências de peneiramento
	$F_{s}(Hz) = 8-20 (BD^{*})$	14 Hz (*10 mm, 90°)
(Shimosaka	n 15-30(TD**)	45° (*14 Hz, 10 mm)
et al., 2000)	$A_{m}(mm) = 5-30(BD^{*})$	8 Hz, 30 mm, 0° (Força de coesão 5x maior)
2000)	1,59-5(TD**)	
	$A_v(^{o}) = 0.90(BD^*)$	
	90 (TD**)	
	θ (°) = 0	
	$D_p (mm) = 15-200$	Na avaliação da saturação do leito de
(Fernandez	$F_{s}(Hz) = 1000$	partículas sobre a tela, as porcentagens de saturação estão entre 87% e 100%.
et al., 2011)	$A_{m}(mm) = 5,5$	
	$A_v(^{o}) = 45$	
	θ (°) = 10-33,3	
	$D_p (mm) = 0,45,0,55,0,7,1,1,$	Presença de água- melhora a eficiência.
	1,4, 1,7, 2	Amplitude-aumento na direção horizontal
(Dong and	$F_{s}(Hz) = 15-30$	ao fluxo aumenta a eficiência.
Yu, 2012)	$A_{m}(mm) = 1,5-4$	Frequência- Aumento diminui a eficiência
	$A_v(^o) = NA$	Inclinação de tela- pequeno aumento de
	θ (°) = 0-5	eficiência com aumento da inclinação

Tabela 2.6 - Análise paramétrica aplicada à avaliação da separação de partículas sólidas com presença de líquido em peneiras

*BD-Bidimensional, **TD-Tridimensional

Diferentes distribuições de tamanhos de partículas alimentadas na tela de peneiramento formam diferentes camadas que interferem na eficiência de separação. A diferença entre os tamanhos das partículas e a razão entre o número de partículas *undersize* e *oversize* interfere no espaço necessário para que as partículas *undersize* entrem em contato com a tela e passem por suas aberturas conforme observado em Li et al. (2003). A altura do leito de partículas sobre uma peneira sem vibração, quando o transporte das partículas ocorre por gravidade devido à inclinação descendente da peneira,

se mantém aproximadamente constante quando a razão entre o número de partículas maiores e menores é próximo de 1. Para uma razão igual a 4 e um número de partículas menores bem superior ao de partículas maiores, a altura do leito diminui ao longo do comprimento da tela.

Parâmetros operacionais de vibração e inclinação da cesta de peneiramento são fundamentais no transporte vertical e horizontal das partículas. Os movimentos verticais do leito de partículas contribuem para que as partículas finas passem entre os espaços deixados pelas partículas grosseiras, podendo passar pelas aberturas desde que o tempo de residência na tela de peneiramento seja suficiente. Em condições simuladas e experimentais em que a inclinação da cesta de peneiramento é fixa, as diferentes acelerações impostas pela peneira vibratória são responsáveis pelo transporte e passagem de partículas pelas aberturas.

A escolha de um ótimo valor de aceleração pode estar relacionada a uma eficiente estratificação do leito e um tempo de residência suficiente para que as partículas passem pelas aberturas conforme verificado em Cleary et al.(2009), onde menores acelerações contribuem para um maior tempo de residência das partículas sobre a tela. Entretanto, desfavorecem uma eficiente estratificação do leito; uma redução de uma aceleração de 6 vezes a aceleração da gravidade para 5 vezes a aceleração da gravidade em uma peneira banana (peneira com painéis de telas de diferentes inclinações) no último painel dobra o tempo de residência das partículas na tela. Nos modelos probabilísticos foi observada uma relação de proporção direta entre N (número de tentativas para uma partícula passar pelas aberturas da tela) e o tempo de residência. Através de simulações pelo MED, Dong et al., (2013) apresentam uma expressão ajustada para N (para partículas de formato esférico) na Equação 2.60, definido como o número de colisões entre a partícula e a superfície de peneiramento.

$$N = k' \left(\frac{A_m f_s}{\sqrt{x^* g}}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{x}{L}\right)^{\beta_2} \theta^{\gamma_2}$$
(2.60)

Os valores das constantes obtidas por Dong et al. (2013) foram k'= 0.137, $\alpha_1 = -1$, $\beta_2 = -0,914 \text{ e } \gamma_2 = -0,445$. O valor de N está relacionado com parâmetros operacionais de vibração ($A_m \text{ e } f_s$), parâmetros da cesta de peneiramento ($\theta \text{ e } L$) e dimensão da partícula x^* . Para maiores valores dos parâmetros operacionais f_s , $A_m \text{ e } \phi$ o número de colisões entre partícula e tela de peneiramento é menor, diminuindo a probabilidade de passagem das partículas pelas aberturas da tela.

Resultados apresentados por Shimosaka et al. (2000), Chen e Tong (2009), Wang e Tong (2011), Xiao e Tong (2013), Jafari e Saljooghi Nezhad (2016), confirmam o que foi observado por Cleary et al. (2009) para partículas esféricas: um valor ótimo de eficiência de peneiramento é obtido para parâmetros de vibração (frequência e amplitude) que favorecem um maior tempo de residência das partículas sobre a tela de peneiramento (favorece principalmente a passagem de partículas médias pelas aberturas) e uma melhor estratificação do leito de partículas (favorece principalmente a passagem de partículas médias pelas aberturas) e uma melhor estratificação do leito de partículas (favorece principalmente a passagem de partículas mento a passagem de partículas finas). Dong e Yu (2012), Dong et al., (2013), Jahani et al., (2015) apresentam uma relação de proporção inversa entre a eficiência de peneiramento e frequência e amplitude de vibração.

Como observado em Li et al., (2003) a distribuição de tamanhos e o número de partículas alimentadas sobre a tela de peneiramento tem grande influência na passagem de partículas *undersize* e *near-mesh* pelas aberturas. Baixas frequências e amplitudes, mesmo aumentando o tempo de residência das partículas sobre a tela, podem não favorecer a separação e uma alta eficiência de peneiramento.

Em um leito de partículas em que baixos valores de frequência e amplitude de vibração favoreçam uma eficiente estratificação a relação de proporção inversa entre eficiência e frequência e amplitude é observada.

O tempo de residência das partículas sobre a tela de peneiramento e o tamanho da abertura efetiva tem relação direta com a inclinação descendente da cesta de peneiramento e o comprimento da tela. O efeito do aumento do ângulo da cesta de peneiramento é diminuir o tempo de residência das partículas sobre a tela. Menores ângulos de inclinação da cesta de peneiramento favorecem uma maior eficiência tanto para partículas esféricas (Liu et al., 2013), (Jafari and Saljooghi Nezhad, 2016) quanto para partículas não esféricas (Zhao et al., 2017). No entanto, a relação entre tempo de residência das partículas sobre a tela e eficiência de peneiramento é muito pequena em pequenos ângulos de inclinação da tela. Desta forma, variações na angulação da cesta de peneiramento em uma faixa de baixos valores de inclinação não acarretam grandes mudanças na eficiência (Dong e Yu, 2012).

Para uma faixa de distribuição de partículas estreita, o aumento do ângulo da cesta de peneiramento tem pouco efeito na eficiência em diferentes comprimentos de tela,

conforme observado por Wang and Tong, (2011), uma vez que a eficiência de peneiramento para diferentes tamanhos de partículas é praticamente a mesma. A passagem de partículas médias (*near-mesh*) pelas aberturas da tela é favorecida por menores ângulos de inclinação enquanto que partículas finas (*undersize*) de diferentes tamanhos tem praticamente a mesma probabilidade de passagem pelas aberturas para diferentes ângulos de inclinação da cesta de peneiramento (Dong et al., 2013).

Em peneiras banana, onde o número de painéis de tela pode variar entre 3 e 5 (a inclinação diminui do painel da alimentação de partículas para o painel de descarga), os diferentes ângulos de inclinação nos painéis podem ou não interferir na passagem das partículas pelas aberturas da tela conforme verificado por Dong et al., (2009). No primeiro painel o tempo de residência das partículas sobre a tela de peneiramento se mostra independente do ângulo de inclinação, principalmente da metade do painel em diante, tanto para partículas *undersize* quanto para partículas *near-mesh*. No segundo painel, para partículas finas e médias, a passagem pelas aberturas é maior em menores ângulos principalmente da metade do painel em diante. No terceiro painel a diferença na passagem pelas aberturas para ambas as partículas, na diminuição do ângulo, ocorre principalmente na parte final do painel.

Configurações de peneira banana simples e multi-deck com diferentes inclinações dos painéis apresentam diferentes resultados em termos de eficiência de peneiramento. Em peneiras industriais, onde a alimentação é contínua, a diminuição do ângulo do painel em todos os painéis resulta em um aumento da eficiência de peneiramento. Em peneiras de escala de laboratório, onde partículas sólidas são alimentadas sobre a tela em forma de batelada, ocorre acumulo de partículas e a eficiência diminui nos últimos painéis com a diminuição do ângulo de inclinação (Jahani et al., 2015).

A trajetória das partículas sobre a tela de peneiramento tem relação direta com o ângulo de vibração; entretanto, conforme observado por Jafari e Saljooghi Nezhad, (2016), a relação entre ângulo de vibração e eficiência de peneiramento é influenciada por outros parâmetros tais como frequência e amplitude de vibração e inclinação da cesta de peneiramento. A associação de altas frequências, baixos valores do ângulo de vibração e altos valores de inclinação da cesta de peneiramento contribuem para que as partículas sejam transportadas pela tela sem passar pelas aberturas, uma vez que o número de contatos das partículas com a tela de peneiramento diminui. Em peneiras vibratórias, ângulos de vibração inferiores a 90° favorecem o transporte das partículas no sentido do descarte. Em telas planas o ângulo de vibração favorece a passagem de partículas menores através do deslocamento de partículas maiores (Shimosaka et al., 2000). Através de simulações para um valor fixo de frequência (20 Hz) e de inclinação da cesta de peneiramento (21°) e para uma faixa de distribuição de partículas estreita, Chen e Tong, (2010) observaram que, para ângulos de vibração superiores a 45°, a eficiência de peneiramento é independente do ângulo de vibração.

Dados simulados de eficiência de peneiramento em diferentes comprimentos de tela permitem observar o tamanho de tela efetivo para a separação conforme apresentado por Wang e Tong, (2011), onde para um ângulo de vibração de 100° a eficiência é praticamente constante em 75 % da tela. Ângulos de vibração superiores a 90°, associados a baixas frequências e baixas inclinações da cesta de peneiramento, aumentam o tempo de residência das partículas sobre a tela e a eficiência de peneiramento, conforme verificado por Jafari e Saljooghi Nezhad(2016), que em seus estudos simulados observaram uma valor ótimo de eficiência para um ângulo de vibração de 150°.

Em peneiras com traço de vibração elíptica o ângulo de vibração se insere em expressões que definem a amplitude de vibração representada nas Equações 2.61 e 2.62 (Yin et al., 2016).

$$A_{mx} = \sqrt{(a_1 \cos A_v)^2 + (b_1 \sin A_v)^2}$$
(2.61)

$$A_{my} = \sqrt{(a_1 \sin A_v)^2 + (b_1 \cos A_v)^2}$$
(2.62)

Sendo A_{mx} e A_{my} as amplitudes de vibração nas direções horizontal e vertical da tela de peneiramento; *a* e *b* são os semi-eixos maior e menor do traço elíptico e a razão b/a define, por exemplo, o tipo de traço do movimento (1/1, movimento circular, 0/1, movimento linear), e A_v o ângulo de vibração. Outro termo relacionado a parâmetros operacionais da peneira vibratória é o índice de arremesso das partículas apresentado na Equação 2.63.

$$D_T = \frac{\omega^2 A_{my}}{g cos \theta} \tag{2.63}$$

O índice de arremesso descreve o estado do movimento da partícula existindo dois tipos de movimento para a partícula: movimento deslizante e de arremesso. No movimento deslizante $D_{T \le} 1$ e a partícula não se separa da superfície da tela. Quando 1<

 $D_T \le 1,75$ as partículas são levemente arremessadas, compreendendo os dois movimentos deslizante e de arremesso. Para um índice entre $1,75 < D_T \le 3,3$ o movimento deslizante é ignorado e para $D_T > 3.3$ as partículas estão em um estado de alta velocidade de arremesso. Outras três equações relacionadas ao transporte das partículas sobre a tela de peneiramento determinam o ângulo de fase inicial em ambas as direções - horizontal e vertical, o ângulo de giro do deck da peneira quando a partícula se separa da superfície de peneiramento e o ângulo de arremesso da partícula (Equações 2.64, 2.65, 2.66, 2.67).

$$\beta_x = \arctan\left(-\frac{b_1}{a_1}\tan A_\nu\right) \tag{2.64}$$

$$\beta_{y} = \arctan\left(\frac{b_{1}}{a_{1}}\cot A_{v}\right) \tag{2.65}$$

$$\omega_{TD} = \arcsin\left(\frac{1}{D_T}\right) - \beta_y \tag{2.66}$$

$$\varphi_D = \arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\cot(\omega_{TD})\right) + \theta - \frac{\pi}{2}$$
(2.67)

Em peneiras vibratórias onde o movimento é linear, altos valores do ângulo de vibração favorecem altos valores de amplitude na direção vertical, baixos valores na direção horizontal e altos índices de arremesso principalmente em altas frequências de vibração. Consequentemente, partículas finas (undersize) e médias (near-mesh) tem um maior tempo de residência sobre a superfície de peneiramento para passar pelas aberturas da tela. Altos valores de amplitude vertical e ângulos de vibração também favore cem um maior deslocamento das partículas grosseiras (oversize) permitindo a passagem de partículas finas e médias pelas aberturas da tela. Os Resultados reportados por Wang e Tong, (2011) demonstram que em movimentos vibratórios lineares, o aumento do ângulo de vibração favorece a passagem de partículas finas (undersize) e médias (near-mesh). Em um leito de partículas onde a camada granular é espessa, a velocidade de transporte é reduzida (Yin et al., 2016). Conforme observado em Li et al. (2003), para partículas de diferentes tamanhos, onde a diferença entre o maior e o menor tamanho é pequena, alimentadas sobre a tela de peneiramento, a espessura da camada de partículas permanece praticamente constante em todo o comprimento de tela. Uma vez que altos ângulos de vibração favorecem o deslocamento vertical das partículas, a velocidade de transporte horizontal é baixo, o que justifica os valores aproximadamente constantes de eficiência de peneiramento obtidos por Wang e Tong (2011). Maiores ângulos de inclinação da tela

favorecem um maior índice de arremesso. Os resultados reportados por Jafari e Saljooghi Nezhad (2016) demonstram, por exemplo, uma redução entre 47,7 e 50,6% na eficiência de peneiramento, aumentando o ângulo da tela de peneiramento de 10 para 30°.

As peneiras vibratórias de movimento circular apresentam as mesmas amplitudes nas direções horizontal e vertical. Resultados reportados por Zhao et al. (2016, 2017) relacionam a eficiência de peneiramento de partículas esféricas e não esféricas com os parâmetros frequência e amplitude de vibração e ângulo de inclinação da cesta de peneiramento. Com exceção da frequência de 12 Hz, em que a diminuição dos parâmetros amplitude, ângulo de inclinação da cesta de triagem e índice de arremesso diminuem a eficiência, nas demais frequências, a mesma relação não foi observada, ou seja, para frequências de vibração maiores que 12 Hz existe um valor ótimo de eficiência dentro da faixa dos parâmetros avaliados.

Em peneiras vibratórias de movimento elíptico, a relação entre ângulo de vibração e amplitude é semelhante à do movimento linear. Entretanto, a intensidade das amplitudes nas direções vertical e horizontal e o índice de arremesso são maiores. A relação entre a velocidade de transporte na direção horizontal e diferentes parâmetros operacionais é apresentada através da Equação 2.68 (Yin et al., 2016).

$$\begin{aligned} v_{xa} &= \omega \frac{A_{mx}}{2\pi} \Big[\sin(\omega_{TD} + \beta_x) \big(1 - \cos(\omega_{TeD}) \big) \\ &+ \cos(\omega_{TD} + \beta_x) \big(\omega_{TeD} - \sin(\omega_{TeD}) \big) \\ &+ \frac{\omega_{TeD}}{4\pi D_T} \omega A_{my} tan \theta \Big] \end{aligned}$$
(2.68)

Nos resultados reportados por Yin et al. (2016) é observado o aumento da velocidade de transporte horizontal das partículas com o aumento do maior semi-eixo da elipse no movimento. Da mesma maneira que observado em Zhao et al. (2016, 2017), que utilizaram telas de movimento circular, uma relação não linear entre eficiência de peneiramento e parâmetros operacionais tais como frequência e ângulo de vibração é observada em telas com traço elíptico de movimento (Yin et al., 2016).

O índice de arremesso das partículas sobre a tela de peneiramento é diretamente proporcional à frequência e amplitude de vibração na direção vertical. Menores ângulos de vibração favorecem a maiores razões entre as amplitudes horizontal e vertical, principalmente para maiores valores do semi-eixo *a*¹ da elipse. Em uma larga faixa de distribuição de partículas, baixas frequências associadas a baixas amplitudes verticais diminuem o índice de arremesso das partículas sobre a tela de peneiramento, diminuindo

a velocidade de transporte das partículas na direção horizontal e aumentando o tempo de estratificação do leito.

Os resultados de simulação MED em Yin et al. (2016) mostram que para os valores $f_s = 11$ Hz, $A_v = 30^\circ$ e $a_1 = 3$ mm o tempo de estratificação é aproximadamente 4 e 4,4 vezes maior do que para os ângulos de vibração de 45° e 60°, respectivamente. Para frequência e ângulo de vibração fixos, Yin et al. (2016) demonstraram que o aumento na razão b₁/a₁ aumenta a eficiência de peneiramento, uma vez que aumenta o ângulo de arremesso das partículas aumentando também a taxa de estratificação.

Dos trabalhos citados nas Tabelas 2.4-2.6 apenas dois consideram alguma força relacionada à presença de partículas com algum teor de umidade ou presença de fluido no processo de peneiramento (Shimosaka et al., 2000; Dong e Yu, 2012) e um único trabalho caracteriza o escoamento do fluido durante o processo de peneiramento de partículas sólidas (Fernandez et al., 2011).

A força de coesão representada em Shimosaka et al. (2000) é uma simplificação, considerando que a força gravitacional para partículas de tamanho comparativamente grande é superior a força de coesão. Os resultados apresentados demonstram que menores ângulos de direção de vibração favorecem a separação para uma força de coesão cincos vezes maior que uma força coesiva padrão. Menores ângulos de vibração restringem o movimento das partículas atuando como uma forte força de cisalhamento na camada de partículas que dispersa as partículas coesivas na peneira.

A observação da influência de forças de interação fluido-partícula na separação por peneiramento é apresentada em Dong e Yu (2012). A presença de água no processo reduz a velocidade de transporte horizontal, aumentando o tempo de residência das partículas sólidas sobre a tela de peneiramento. Em uma peneira dobrada estática, os resultados reportados por Dong e Yu (2012) mostram que a presença de água favorece a passagem de partículas *undersize* e *near-mesh* principalmente na parte final da peneira. Em uma peneira dobrada, a elevada inclinação descendente favorece uma alta velocidade de transporte de partículas e fluido. Na parte final da peneira a velocidade é reduzida e uma quantidade maior de fluido favorece a quebra da coesão, uma vez que as partículas ficam mais dispersas favorecendo a passagem pelas aberturas. Dong e Yu, (2012) também demonstram em seus resultados um aumento de mais de cinco vezes na passagem de partículas *undersize* e *near-mesh* através das aberturas da tela aumentando em mais de duas vezes a quantidade de água no processo de peneiramento.

Shimosaka et al. (2000) não caracterizam o estado do leito de partículas sobre a tela de peneiramento para relacionar as forças de coesão com a eficiência de peneiramento. Três diferentes forças relacionadas à presença de água no processo de peneiramento são adicionadas ao modelo de forças de contato em Dong e Yu (2012), entre elas a força de capilaridade. Em uma peneira sem vibração e com uma grande inclinação descendente, a alta velocidade de transporte do fluido com as partículas não possibilita uma observação detalhada da influência da coesão das partículas na passagem de partículas *undersize* e *near-mesh* pelas aberturas da tela. Uma grande quantidade de líquido entre as partículas reduz significativamente a força coesiva, conforme observamos na Tabela 2.1. No entanto, em grandes inclinações da tela, o arraste das partículas pelo fluido impede que as partículas passem pelas aberturas.

A utilização do método SPH através do acoplamento com o MED permite, além de observar a influência da presença de fluido no processo de peneiramento dos sólidos, observar o escoamento do fluido sobre e através das aberturas da tela tornando a simulação do processo mais realística. Em peneiras estáticas uma maior quantidade de fluido tende a passar pelas aberturas na parte inicial da tela de peneiramento uma vez que o tempo de residência do fluido sobre a tela é maior na ausência de vibração. Em peneiras banana Fernandez et al., (2011) demonstram que, na presença de vibração, uma maior quantidade de fluido passa pelas aberturas no último painel uma vez que sua inclinação descendente é menor que nos demais painéis da peneira.

A percentagem de saturação do leito de partículas sobre a tela de peneiramento é apresentada em Fernandez et al. (2011), onde o MED é utilizado para determinar a porosidade do leito de partículas sobre a tela de peneiramento e o método SPH determina a permeabilidade do leito utilizando a lei de arraste de Darcy para o escoamento em meios porosos. O grau de saturação do leito de partículas tem relação direta com a velocidade de transporte sobre a tela de peneiramento. Baixas velocidades de transporte resultam em leitos mais compactados com menor volume de vazios e menor saturação. Em trechos de tela onde a velocidade de transporte é maior, há uma dispersão do leito de partículas com maior saturação e maior passagem do fluido pelas aberturas.

Uma vez que em Fernandez et al., (2011) o método SPH é utilizado para representar o escoamento de partículas fluidas, a representação de forças de coesão entre as partículas sólidas não é caracterizada. Entretanto, conforme observamos na Tabela 2.1, uma grande quantidade de fluido em processos de peneiramento contribui para que a coesão entre as partículas sólidas seja quebrada, ou seja, em leitos de partículas saturados pelo fluido a aglomeração das partículas é menor, resultando em uma maior possibilidade de passagem de partículas *undersize* e *near-mesh* pelas aberturas da tela.

Um pequeno número de trabalhos utilizando o método dos elementos discretos na representação do peneiramento de partículas não esféricas é apresentado na literatura. Representações de funções contínuas podem ser utilizadas para representar partículas não esféricas. Cleary et al., (2009) e Fernandez et al. (2011) utilizam a representação de partículas super quadriculares em três dimensões (Equação 2.69)

$$\left(\frac{x}{a_1}\right)^m + \left(\frac{y}{b_1}\right)^m + \left(\frac{z}{c_1}\right)^m = 1$$
(2.69)

A Equação 2.69 é utilizada para representar desde partículas elipsoides (m=2) até partículas retangulares (para grandes valores de m). As razões de aspectos das partículas são controladas pela razão entre os semi-eixos principais (b/a e c/a). As Partículas não esféricas de diferentes formatos podem ser representadas no método dos elementos discretos por multi-esferas de diferentes tamanhos. A união de duas ou mais esferas forma partículas de diferentes geometrias tais como cilindros, cones e troncos de cone (Kruggel-Emden e Elskamp, 2014). O número de esferas em uma partícula multi-esferas tem relação direta com o esforço computacional requerido nas simulações do MED.

Em seu trabalho sobre o comportamento de partículas não esféricas utilizando MED, Abbaspour-Fard (2000) demonstra que para um mesmo número de partículas não esféricas, o tempo de processamento considerando partículas com 5 esferas é quase 2,5 vezes maior considerando partículas com 3 esferas. A simulação do processo de peneiramento utilizando o MED com partículas de formato esférico apresenta desvios importantes na eficiência de separação quando comparados a dados experimentais de processos utilizando partículas não esféricas. Delaney et al.(2012) demonstram que tais desvios entre os resultados simulados e experimentais são maiores para o peneiramento de partículas médias (*near-mesh*) sendo a passagem pelas aberturas da tela de partículas esféricas, por sua forma, têm maior facilidade em percolar através do leito de partículas e atingir a superfície de peneiramento. Maiores vazões de alimentação acarretam maiores desvios entre os resultados simulados (utilização de partículas esféricas) e experimentais (utilização de partículas não esféricas).

Diferente de Delaney et al.(2012), Kruggel-Emden e Elskamp (2014) apresentam a simulação de partículas não esféricas através do MED observando quantativamente que o tempo de residência das esferas sobre a tela de peneiramento é menor que o tempo de residência de cilindros grandes. A análise da eficiência de separação de partículas por peneiramento observando o tempo de residência do leito de partículas sobre a tela se torna mais complicado através de metodologias experimentais, uma vez que diferentes partículas de mesmo tamanho podem apresentar diferentes movimentos sobre a tela de peneiramento. O rastreamento de um menor número de partículas determinando sua velocidade em diferentes posições é uma alternativa apresentada em Zhao et al. (2016, 2017). Através da determinação experimental da velocidade média de partículas não esféricas, Zhao et al. (2016) comparam os resultados obtidos com os resultados simulados através do MED para partículas esféricas e não esféricas com observações semelhantes às apresentadas em Delaney et al. (2012).

2.4.5 Modelagem da formação de torta e desaguamento do fluido em telas de peneiras vibratórias

As peneiras vibratórias utilizadas no controle de sólidos de perfuração de poços de petróleo recebem suspensões diluídas do fluido de perfuração. Os sólidos de perfuração que ficam retidos sobre a tela formam um meio resistivo adicional à passagem do fluido pelas aberturas de tela. A modelagem matemática da formação de torta sobre a tela na seção de drenagem é apresentada em Raja et al. (2010), Raja (2012), Benis, (2017). A modelagem contínua é usada na derivação das equações do sistema em escala macro e a teoria do volume médio aplicado na derivação das equações para o fluxo de fluidos viscosos e não viscosos em um sistema multifásico. Uma representação esquemática da formação de torta na tela de peneiramento é mostrada na Figura 2.10.



Figura 2.10 - Representação esquemática da formação de torta sobre a tela de peneiramento (Adaptado de Benis, 2017)

Dentre as principais equações resultantes do balanço de massa, a variação da altura da torta h_c ao longo do comprimento da tela (eixo x) (Equação 2.70) está diretamente relacionada a velocidade dos sólidos na torta v^{cs}_x na direção x, a velocidade do fluxo de fluido através da tela V, e a fração em volume do liquido na lama e na torta, ε^{mL} e ε^{cL} .

$$\frac{dh_c}{dx} = -\frac{V}{v_x^{cs}} \frac{1 - \varepsilon^{mL}}{\varepsilon^{mL} - \varepsilon^{cL}}$$
(2.70)

A velocidade nos sólidos na torta e as frações em volume do liquido na lama e na torta são considerados constantes na solução das equações do modelo.

Com as principais Equações resultantes do balanço de momento a expressão da velocidade do fluxo de um fluido não newtoniano através da tela (V) pode ser inserida na equação que determina a variação da altura da torta no eixo x. Os Balanços na torta, Equação 2.71, e na tela, Equação 2.72 relacionam as pressões, atmosférica (P_{atm}), na torta (P_c) e na tela (P_{screen}) com as forças de arraste sobre a torta (F_c), Equações 2.73, sobre a tela (F_{screen}), Equações 2.74 e forças de capilaridade (Fcap), Equação 2.75 com as alturas da lama (h_m), da torta (h_c) e espessura da tela (h_{screen}).

$$P_{c} - P_{screen} = -\left(\frac{F_{c}}{\varepsilon_{c}} + \rho^{c}g\right)h_{c}$$

$$P_{screen} - \left(P_{atm} + F_{cap}\right) = -\left(\frac{F_{screen}}{\varepsilon_{screen}} + \rho^{L}g\right)h_{screen}$$

$$(2.71)$$

$$(2.72)$$

$$F_{c} = \frac{-3(1-\varepsilon)\rho V^{2}f}{\varepsilon^{2}d_{p}}$$

$$f = \frac{60}{R_{ep}} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{3.5H_{ep}}{fR_{ep}} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{3.5H_{ep}}{fR_{ep}} \right)^{4} \right]^{-1}$$
(2.73)

$$R_{ep} = \frac{\rho v u_p}{\mu_0(1-\varepsilon)}, \qquad H_{ep} = \frac{v_0 \rho u_p \varepsilon}{\mu_0(1-\varepsilon)^2}$$

$$\frac{F_{screen}}{\varepsilon_{screen}} = -\frac{8V\mu_0}{R^2} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_R}\right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_R}\right)^4 \right]^{-1}$$

$$R = \sqrt{\frac{8k_{screen}}{\varepsilon_{screen}}}$$
(2.74)

$$F_{cap} = \frac{2\sigma cos\theta_{screen}}{R}$$
(2.75)

A pressão na torta Pc é apresentada na Equação 2.76.

$$P_c = P_{atm} + \rho_m g(h_m - h_c) \tag{2.76}$$

A altura da lama é calculada através da Equação 2.77.

$$h_m = h_0 - x \times \tan\left(\theta\right) \tag{2.77}$$

Sendo h_{θ} a altura inicial da lama em x=0 e θ a inclinação da tela de peneiramento. A vazão de fluido passante pelas aberturas da tela é calculada através da Equação 2.78.

$$Q = b \int_0^L V dx \tag{2.78}$$

Sendo b a largura da peneira (eixo y). O critério de parada utilizado em Raja et al., (2010,2012), Benis (2017) é o comprimento de tela onde as alturas da lama e da torta são iguais, ou seja, $h_m = h_c$.

Os resultados apresentados em Raja et al., (2010) são para um fluido newtoniano e a expressão da velocidade do fluxo de fluido através da tela *V* é apresentada na Equação 2.79.

$$V = \frac{-gcos\theta(\rho^{L}(h_{c} + h_{screen}) + \rho^{m}(h_{m} - h_{c}))}{\varepsilon^{L}\mu_{0}\left(\frac{h_{c}}{k_{c}} + \frac{h_{screen}}{k_{screen}}\right)}$$
(2.79)

Os resultados simulados pelo modelo da capacidade de processamento de fluido (quantidade de fluido que passa pelas aberturas de tela) são apresentados em (Raja et al., 2010,2012), (Raja, 2012), (Benis, 2017) através de uma análise de sensibilidade paramétrica apresentada na Tabela 2.7.

(Raja et al., 2010), (Raja, 2012),			(Benis, 2017)		
(Raja et al., 2012)					
Parâmetro	Q(m ³ /s)	Faixa parâmetro	Parâmetro	Q(mL/s)	Faixa parâmetro
ε ^{cL} ↑	FN [*] (↑), FnN(constante, ↓)	0.26-0.7	-	-	-
$\theta \uparrow$	$FN(\downarrow), FnN^{**}(\uparrow)$	0.5 – 3 (°)	θ ↑	\downarrow	3-10 (°)
$d_p\uparrow$	FN (†), FnN (†)	50 – 5000 (µm)	$\mathrm{d}_\mathrm{p}\uparrow$	1	200 – 500 (µm)
h₀ ↑	FN (†), FnN (†)	0.0254- 0.1778 (m)	-	-	-
Aceleração ↑	FnN (↑)	$\begin{array}{c} 19,\!62-107,\!91 \\ (m/s^2) \end{array}$	Aceleração ↑	Ţ	32,37 - 90,25 (m/s ²)
µ₀ ↑	FnN (↓)	9.6 cP – 50 cP	-	-	-
$ ho^{\mathrm{m}}\uparrow$	FnN (↓)	990 - 2200 (kg/m ³)	$ ho^{\mathrm{m}}\uparrow$	Ť	1012-1038 (kg/m ³)
$ au_0\uparrow$	FnN (↓)	$2 - 100 \ (N/m^2)$	-	-	-
$v_x^{cs} \uparrow$	FnN (†)	0.048-0.5 (m/s)	-	-	-
$\Theta_{screen} \uparrow$	FnN (†)	50 – 120 (°)	-	-	-
$\varepsilon^{\mathrm{mL}}$ \uparrow	FnN (↑)	0.91 – 0.99	$\varepsilon^{\mathrm{mL}}$ \uparrow	Ť	0.976- 0.992
σ ↑	FnN (↓)	0.0486 – 0.2001(N/m)	-	-	-
R ↑	FnN (†)	0.13 - 2.05	-	-	-
F _{cap} ↑	FnN(constante)		-	-	-
€screen ↑	FnN (↓)	0.3 - 0.95	-	-	-
kscreen ↑	FnN(↑, constante)		-	-	-
$h_{screen} \uparrow$	FnN (↓)		-	-	-

Tabela 2.7 - Análise paramétrica da modelagem de formação de torta

*Fluido Newtoniano, ** Fluido não Newtoniano

A influência dos parâmetros inclinação ascendente do deck de peneiramento (β) e densidade da lama (ρ^{m}) sobre a capacidade de processamento do fluido depende da faixa dos parâmetros avaliados. Resultados simulados apresentados por Benis (2017) mostram que o aumento da inclinação do deck entre 3 e 10 ° diminui a capacidade de processamento do fluido e um comportamento contrário é observado nos resultados apresentados em Raja et al. (2010, 2012), Raja, (2012) para uma faixa entre 0,5 e 3°. Ao considerar um aumento na densidade de lama entre 1012 e 1038 Kg/m³ Benis (2017) observou um aumento na capacidade de processamento do fluido, entretanto, Raja et al. (2010,2012), Raja (2012) observou uma diminuição na capacidade aumentando a densidade da lama entre 990 e 2200 kg/m³.

Benis (2017) apresenta resultados obtidos experimentalmente em peneira vibratória de bancada. A mesma tendência é observada nos resultados experimentais e simulados para o parâmetro densidade da lama, entretanto, considerando o parâmetro aceleração a tendência é diferente. Dados experimentais do teor de umidade residual da torta demonstram uma relação não linear ao considerar os parâmetros inclinação ascendente e aceleração do deck da peneira.

Os valores de capacidade de processamento do fluido para diferentes acelerações da peneira vibratória são subestimados pelo modelo em relação aos valores experimentais em (Raja, 2012). Das 48 corridas experimentais realizadas por Benis, (2017), 9 apresentam o valor da capacidade obtida pelo modelo superior ao valor experimental. As hipóteses no desenvolvimento do modelo de formação de torta consideram propriedades tais como a fração em volume de liquido na torta ε^{cL} e velocidade dos sólidos na torta v^{cs_x} constantes na formação da torta. Entretanto, as Equações do modelo consideram uma largura de torta uniforme e igual a largura da tela. Na Separação sólido-liquido em *shale shakers* ocorre à formação de aglomerados de partículas que podem ser de formas diferentes. A força de adesão por unidade de massa dos aglomerados com a superfície de peneiramento é apresentada por Lal e Hoberock, (1988) na Equação 2.80.

$$F_{am} = 4\sigma \left(\frac{S_0}{s}\right) \left(\frac{S_c}{V_a \rho_a}\right) \tag{2.80}$$

Sendo σ a tensão de superfície, S_0 a razão de área aberta da tela, s o tamanho da abertura da tela, S_c a área de contato do aglomerado com a tela, V_a o volume do aglomerado em contato com a tela e ρ_a a densidade dos aglomerados. A razão entre a área de contato e o volume do aglomerado é apresentada na Equação 2.81.
$$\frac{S_c}{V_a} = \frac{3\tan^2\left(\frac{\alpha'}{2}\right)}{R_a(2 - \cos\alpha')} \tag{2.81}$$

Sendo α' o ângulo de molhamento dos aglomerados sobre a tela de peneiramento e R_a o raio do aglomerado. Os resultados que apresentam a relação entre velocidade de transporte dos aglomerados e Força adesiva por unidade de massa são apresentados em Lal e Hoberock (1988). Maiores forças adesivas favorecem uma maior velocidade de transporte, entretanto, a partir de uma dada força adesiva a velocidade de transporte é aproximadamente constante. Na equação 2.81há uma relação inversa entre a razão área de contato/volume do aglomerado e o raio do aglomerado. Menores aglomerados tendem a apresentar uma maior força adesiva no transporte sobre a tela de peneiramento com maior velocidade comparado a aglomerados maiores.

Uma relação inversa entre velocidade média de transporte dos sólidos e frequência de vibração é observada em Hoberock (1980). Em seus testes experimentais do transporte de uma suspensão de água, areia (concentração volumétrica de 2%) e bentonita sobre a tela de uma peneira com inclinação descendente em diferentes frequências, é demonstrada a formação de aglomerados menores em menores frequências de vibração. Uma diferente relação entre velocidade média de transporte dos sólidos e frequência de vibração é observada em Benis (2017) e Barbosa (2018). Testes experimentais com uma suspensão de água e areia em tela de uma peneira vibratória com inclinação ascendente demonstra uma maior velocidade de transporte dos sólidos em maiores frequências de vibração.

Menores velocidades de transporte dos aglomerados resultam em menor percentagem de umidade residual dos sólidos retidos sobre a tela de peneiramento em uma mistura de rocha fosfática e solução de água e goma xantana (Guerreiro et al., 2016), e uma mistura de areia e solução de água com goma xantana (Barbosa, 2018). Estudos experimentais realizados em peneira vibratória escala piloto por Ettmayr et al. (2000) relacionam a umidade residual de uma mistura de areia e água com os parâmetros altura e tempo de residência do aglomerado de partículas, frequência de vibração e aceleração para diferentes massas de partículas alimentadas sobre a tela. Os resultados demonstraram a seguinte relação no transporte dos sólidos sobre a tela de peneiramento: (Figura 2.11)



Figura 2.11 - Relação do transporte dos sólidos sobre a tela de peneiramento observado por Ettmayr et al. (2000)

No trabalho de Ettmayr et al. (2000) a umidade máxima em que as partículas são alimentadas sobre a tela de peneiramento é 21%. Em regiões de tela onde predomina o estado pendular na mistura fluido-sólidos, através do estudo teórico apresentado em Keller e Stahl (1994,1997), resultados de umidade residual são apresentados considerando o escoamento do fluido em tubos capilares nos espaços entre as partículas sólidas sobre a tela. No desaguamento (*Dewatering*) em peneiras vibratórias, diferente das centrifugas decantadoras, o efeito inercial devido ao curto tempo de aceleração e o gotejamento do liquido ao fundo da tela são considerados. Através de um balanço de forças (Equação 2.82) sobre o tubo capilar (Figura 2.12) é obtida uma Equação diferencial ordinária de segunda ordem não linear apresentada na Equação (2.83).

$$F_{vib} + F_{in} + F_{cap} + F_{vf} = 0 (2.82)$$

$$-\rho h(t)\pi \frac{d_h^2}{4} gC(t,H) - 8\pi\mu \dot{h}h(t) + \sigma \cos\theta \pi d_h$$

$$-\rho \pi \frac{d_h^2}{4} \ddot{h}h(t) = 0$$
(2.83)

O desaguamento vibratório (*Dewatering*) é caracterizado em Keller e Stahl (1994,1997) em diferentes faixas relacionando a altura relativa do liquido no capilar com a frequência de vibração. Em uma faixa sem vibração apenas em capilares com mais de 1 mm de diâmetro ocorre o desaguamento. Em capilares menores que 1 mm o desaguamento ocorre em frequências entre 0,5 e 50 Hz, entretanto, em frequências maiores que 50 Hz a altura relativa do liquido no capilar é a mesma considerando o desaguamento (*Dewatering*) sem vibração.



Figura 2.12 - Representação do balanço de força sobre um tubo capilar em um leito de partículas (Adaptado de Keller e Stahl, 1994)

No estudo teórico apresentado em (Keller e Stahl, 1994,1997) a umidade residual da massa de partículas sólidas sobre a tela de peneiramento é representada por um índice de saturação apresentado na Equação 2.84.

$$S = \frac{h}{H} + \left[1 - \frac{h}{H}\right] \left[S_{lb} + (1 - S_{lb})a_2 \left[\lambda \left[1 - \frac{h}{H}\right]\right]^{b_2}\right]$$
(2.84)

Sendo S_{lb} a umidade entre as partículas (saturação da ponte liquida), λ é um parâmetro cinético que representa a razão entre forças de atrito e forças de aceleração, representado na Equação (2.85), e a_2 e b_2 são constantes relacionadas a saturação do filme liquido no capilar.

$$\lambda = \frac{\mu H}{\rho_l C g \frac{d_h^2}{2} \sigma_c} \tag{2.85}$$

Com estudos teóricos sobre o desaguamento (dewatering) de uma massa de partículas sólidas sobre a tela de peneiramento pode-se estimar a umidade residual e relacioná-la com parâmetros operacionais relacionados à vibração. Entretanto, parâmetros tais como diâmetro do capilar d_h e altura H são estimados com valor constante durante o transporte da massa de partículas sobre a tela. Os parâmetros d_h e H podem variar durante o transporte da massa de partículas devido ao movimento vibratório.

2.5 ASPECTOS SOBRE A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A separação sólido-fluido em peneiras vibratórias em campos de petróleo é caracterizada por regiões de tela. Através desta revisão observa-se que modelos matemáticos representativos da separação em peneiras não consideram diferentes regiões de tela uma vez que são desenvolvidos para separação de partículas secas ou com pequena quantidade de fluido aderida.

Nos modelos cinéticos e probabilísticos, parâmetros e constantes relacionadas ao peneiramento são ajustadas experimentalmente e resultados da influência, principalmente de três grandes classes de tamanhos de partículas (*undersize*, *oversize* e *near-mesh*) sobre a eficiência de separação são apresentados. Os modelos teóricos apresentados contribuem para o entendimento dos fenômenos de estratificação ou segregação de partículas sólidas sobre a tela de peneiramento, entretanto, não apresentam resultados sobre a eficiência de separação.

No Método dos Elementos Discretos a influência da presença do fluido na eficiência de separação é apresentada. Por ser um método numérico que acompanha a trajetória das partículas, no MED a estratificação ou segregação de partículas pode ser melhor observada e também um grande número de parâmetros, relacionados a operação da peneira e a alimentação de partículas, pode ser avaliado na determinação da eficiência de separação. O escoamento do fluido sobre a tela é representado através do método *Smoothed Particle Hydrodinamic* (SPH) que acoplado ao MED avalia a passagem do fluido através das aberturas considerando a tela de peneiramento como um meio poroso. Os resultados da análise paramétrica do modelo de formação de torta de partículas sobre a tela apresentam algumas tendências semelhantes em trabalhos de diferentes autores, entretanto, o número de parâmetros analisados é diferente nos trabalhos apresentados.

Na região de secagem de sólidos pouco se tem sobre modelos representativos da passagem de fluido através do leito de partículas e abertura de tela. O estudo sobre *dewatering* apresentado nesta revisão é para um fluido que difere das características dos fluidos de perfuração, entretanto, em alguns ensaios experimentais que relacionam a velocidade de transporte com tempo de residência dos aglomerados de partículas sobre a tela de peneiramento observa-se uma mesma tendência na umidade residual dos sólidos retidos para fluidos newtonianos e não-newtonianos.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA DO ESCOAMENTO DO FLUIDO DE PERFURAÇÃO SOBRE A TELA DE PENEIRAMENTO EM REGIME TRANSIENTE

3.1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo apresenta a modelagem matemática para o escoamento do fluido de perfuração em regime transiente sobre a tela de uma peneira vibratória utilizada em campos de perfuração de petróleo. Será apresentado o modelo com as 3 EDPs que constituem o sistema de Equações representativo do escoamento do fluido sobre a tela de peneiramento.

3.2 EQUAÇÕES BASE DO MODELO

As equações do modelo de escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento são derivadas a partir dos princípios de conservação de massa e de momento. Considerando um escoamento bidimensional, incompressível e isotérmico, a Equação de momento na direção ao escoamento paralelo à tela é para um fluxo turbulento, assim sendo o termo de velocidade média é inserido na Equação de Navier-Stokes obtendo a Equação de Reynolds (Equação 3.1) para a direção paralela (eixo x da Figura 3.1)

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho} (\mu + \eta_e) \Delta v_x$$
(3.1)

Para o escoamento do fluido na direção vertical (eixo y da Figura 3.1) a Equação do momento é apresentada na Equação 3.2.

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} (\mu + \eta_e) \Delta v_y$$
(3.2)

A Equação da continuidade para um escoamento bidimensional é apresentada na Equação 3.3.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \tag{3.3}$$

Em que:

x, y são as coordenadas espaciais

 v_x , v_y , são as componentes do vetor velocidade nas direções x, y.

 ρ é a densidade do fluido de perfuração

 μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica.

 η_e é o coeficiente de viscosidade eddy.

P é a pressão.

 F_x e F_y são os componentes de forças nas direções x e y.

 Δ é o operador Laplaciano.



Figura 3.1 - Representação esquemática do escoamento do fluido sobre a tela

3.2.1 Equação do modelo para o escoamento na direção paralela à tela

A Equação diferencial parcial transiente bidimensional apresentada em 3.1 pode ser simplificada considerando que no escoamento paralelo o único componente do vetor velocidade à tela de peneiramento é v_x (x, y, t) conforme apresentado na Equação 3.4.

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\eta_e}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$$
(3.4)

A pressão P_x na Equação 3.4 é representada pela pressão da coluna de fluido sobre a tela de peneiramento na Equação 3.5.

$$P_x = p_{atm} + \rho g(h - Y) \tag{3.5}$$

Na Equação 3.5 p_{atm} é a pressão atmosférica. Os componentes das forças atuando na direção x são devido à aceleração da gravidade e aceleração da tela de peneiramento conforme apresentado na Equação 3.6.

$$F_x = -gsen\theta + a_x \tag{3.6}$$

Substituindo as Equações 3.5 e 3.6 na Equação 3.4 tem-se a Equação 3.7.

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = -(gsen\theta - a_x) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (p_{atm} + \rho g(h - Y)) + \frac{\eta_e}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right)$$
(3.7)

Considerando um fluxo turbulento na direção paralela ao escoamento a velocidade v_x (x, y, t) pode ser substituída na Equação 3.7 pela velocidade média V_x na Equação 3.8.

$$V_{x}(x,t) = \frac{1}{H} \int_{Y}^{h} v_{x}(x,y,t) dy$$
(3.8)

Em analogia com o escoamento em canais abertos define-se a velocidade desvio na Equação 3.9 como a diferença entre a velocidade atual e a velocidade média (Szymkiewics, 2010).

$$v_x''(y) = v_x(y) - V_x \tag{3.9}$$

A integral da velocidade desvio é definida na Equação 3.10.

$$\int_{Y}^{h} v_{x}^{\prime\prime}(y) dy = 0 \tag{3.10}$$

A média da velocidade v_x permite eliminar a variabilidade em relação à coordenada y, logo, a Equação 3.7 pode ser integrada na Equação 3.11 entre os limites *h* e *Y*.

$$\int_{Y}^{h} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial t} + v_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} + (gsen\theta - a_{x}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (p_{atm} + \rho g(h - Y)) - \frac{\eta_{e}}{\rho} \left(\frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial y^{2}} \right) \right) dy = 0$$
(3.11)

Para integração dos termos na Equação 3.11 é aplicada a regra de Leibiniz na Equação 3.12 para diferenciação dentro da integral com limites variáveis.

$$\int_{Y(x)}^{h(x)} \frac{\partial \phi}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{Y(x)}^{h(x)} \phi dy - \phi(h) \frac{\partial h}{\partial x} + \phi(Y) \frac{\partial Y}{\partial x}$$
(3.12)

A integral do primeiro termo da Equação 3.11 é apresentada na Equação 3.13.

$$\int_{Y}^{h} \frac{\partial v_{x}}{\partial t} dy = \frac{\partial}{\partial t} \int_{Y}^{h} v_{x} dy - v_{x}(h) \frac{\partial h}{\partial t} + v_{x}(Y) \frac{\partial Y}{\partial t}$$
(3.13)

Considerando:

- A não variabilidade *de Y* com o tempo.
- A velocidade v_x na superfície do fluido sobre a tela é a velocidade média.

Observando a definição de velocidade média apresentada na Equação 3.8, a Equação 3.13 é definida na Equação 3.14.

$$\int_{Y}^{h} \frac{\partial v_{x}}{\partial t} dy = \frac{\partial}{\partial t} \int_{Y}^{h} v_{x} dy - v_{x}(h) \frac{\partial h}{\partial t} + v_{x}(Y) \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (V_{x}.H\cos\theta) - V_{x}\cos\theta \frac{\partial H}{\partial t} = H\cos\theta \frac{\partial V_{x}}{\partial t}$$
(3.14)

O segundo termo da integral na Equação 3.11 é apresentada a partir da definição na Equação 3.9 da velocidade desvio na Equação 3.15.

$$\int_{Y}^{h} v_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \int_{Y}^{h} \frac{\partial (v_{x}^{\prime\prime} + v_{x})^{2}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=Y}^{h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=Y}^{h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy - (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial h}{\partial x} + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} dy + (v_{x}^{\prime\prime} + V_{x})^{2} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)_{y=h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial$$

Desenvolvendo o quadrado da soma dos termos da Equação 3.15 tem-se a Equação 3.16.

$$\int_{Y}^{h} v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{Y}^{h} V_x^2 dy + \int_{Y}^{h} 2V_x \cdot v_x^{\prime\prime} \cdot dy + \int_{Y}^{h} (v_x^{\prime\prime})^2 dy \right) - V_x^2 \frac{\partial (h-Y)}{\partial x} \right)$$
(3.16)

As duas primeiras integrais do lado direito da Equação 3.16 são apresentadas nas Equações 3.17 e 3.18.

$$\int_{Y}^{h} V_x^2 dy = V_x^2 H \cos\theta \tag{3.17}$$

$$\int_{Y}^{h} 2V_{x} \cdot v_{x}^{\prime\prime} dy = 2V_{x} \int_{Y}^{h} v_{x}^{\prime\prime} dy = 0$$
(3.18)

A última integral do lado direito da Equação 3.16 não pode ser calculada diretamente uma vez que o valor de v_x não é conhecido. Se considerarmos que a velocidade v_x é uma fração da velocidade média, por exemplo, v_x = 0.3V_x, podemos representar a primeira e a terceira integral da Equação 3.16 na Equação 3.19.

$$\int_{Y}^{h} V_{x}^{2} dy + \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime})^{2} dy = V_{x}^{2} Hsen\theta + \int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime})^{2} dy = \left(1 + \frac{\int_{Y}^{h} (v_{x}^{\prime\prime})^{2} dy}{V_{x}^{2} H}\right) V_{x}^{2} Hcos\theta = \beta V_{x}^{2} Hcos\theta$$
(3.19)

Substituindo a Equação 3.19 na Equação 3.16, tem-se a Equação 3.20.

$$\int_{Y}^{h} v_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta V_{x}^{2} H \cos \theta \right) - V_{x}^{2} \cos \theta \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \cos \theta \left(H \frac{\partial \left(\beta V_{x}^{2} \right)}{\partial x} + \beta V_{x}^{2} \frac{\partial H}{\partial x} - V_{x}^{2} \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$
(3.20)

Desprezando os dois últimos termos da Equação 3.20 tem-se a Equação 3.21.

$$\int_{Y}^{h} v_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = H \frac{\partial (\beta v_{x}^{2})}{\partial x} = \beta V_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} H \cos\theta$$
(3.21)

O fator β apresentado nas Equações 3.19, 3.20 e 3.21 é utilizado para corrigir o balanço de momento na direção x ao se considerar uma velocidade média no escoamento paralelo ao invés da atual distribuição de velocidade sobre a área da seção reta. O terceiro e o quarto termo da Integral na Equação 3.11 são apresentados nas Equações 3.22 e 3.23.

$$\int_{Y}^{h} (gsen\theta - a_x) \, dy = (gsen\theta - a_x) Hcos\theta \tag{3.22}$$

$$\int_{Y}^{h} \frac{1}{\rho \partial x} (p_{atm} + \rho g H) dy = \cos\theta \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{atm}}{\partial x} H + g \frac{\partial H}{\partial x} H \right)$$
(3.23)

O quinto termo da integral na Equação 3.11 descreve a difusão turbulenta do momento na direção x é representado na Equação 3.24.

$$\int_{Y}^{h} \frac{\eta_{e}}{\rho} \frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial x^{2}} dy = \frac{\eta_{e}}{\rho} \int_{Y}^{h} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} (V_{x} + v_{x}^{\prime\prime}) dy = \frac{\eta_{e}}{\rho} \frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial x^{2}} H cos\theta + \frac{\eta_{e}}{\rho} \int_{Y}^{h} \frac{\partial^{2} v_{x}^{\prime\prime}}{\partial x^{2}} = \frac{\mu^{D}}{\rho} \frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial x^{2}} H cos\theta$$
(3.24)

Na Equação 3.24 μ^D é o coeficiente de transporte dispersivo de momento na direção *x*.

A integração do último termo da Equação 3.11 é apresentado na Equação 3.25.

$$\int_{Y}^{h} \frac{\eta_{e}}{\rho} \frac{\partial^{2} v_{x}}{\partial y^{2}} dy = \frac{1}{\rho} \left(\eta_{e} \frac{\partial v_{x}}{\partial y_{h}} - \eta_{e} \frac{\partial v_{x}}{\partial y_{Y}} \right) = \frac{1}{\rho} \left(\tau(h) - \tau(Y) \right)$$
(3.25)

As tensões tangenciais na superfície do fluido (h) e no contato com a tela (Y) são apresentadas nas Equações 3.26 e 3.27.

$$\tau(h) = a|W|W \tag{3.26}$$

$$\tau(Y) = \frac{F_{at}}{A_{molhada}} \tag{3.27}$$

Na equação 3.26, a é um coeficiente empírico que depende da viscosidade e densidade do ar e da rugosidade sobre a superfície do fluido. W é um componente do vetor velocidade do vento. A força de atrito F_{at} é apresentada através da Equação 3.28.

$$F_{at} = f.F_N = f.H.A_{molhada}.\rho.\eta.gcos\theta$$
(3.28)

Substituindo a Equação 28 na Equação 27 tem-se a Equação 3.29.

$$\tau(Y) = f.H.\rho.\eta.gcos\theta \tag{3.29}$$

Nas Equações 3.28 e 3.29 $f e \eta$ são o fator de atrito e o fator de escoamento do elemento de fluido sobre a tela de peneiramento. O fator de escoamento é apresentado na Equação 3.30 e o fator de atrito nas Equações 3.31-3.33 conforme apresentado em Hoberock (1980).

$$\eta = \frac{F_N}{mg\cos\theta} \tag{3.30}$$

$$f = \begin{cases} \frac{24}{Re_c}, & Re_c \le 512\\ \frac{0.223}{Re_c^{0.25}}, & Re_c > 512 \end{cases}$$
(3.31)

$$Re_c = \frac{\rho v_x R_h}{\mu} \tag{3.32}$$

$$R_h = \frac{b.H\cos\theta}{b+2H\cos\theta} \tag{3.33}$$

Nas Equações 3.31, 3.32 e 3.33 R_{ec} é o número de Reynolds para o escoamento paralelo a tela de peneiramento, R_h é o raio hidráulico e b é a largura da tela de peneiramento.

Agrupando as Equações 3.14, 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.26 e 3.29 na Equação 3.11 tem-se a Equação 3.34.

$$H\cos\theta \frac{\partial V_x}{\partial t} + \beta V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} H\cos\theta + (gsen\theta - a_x)H\cos\theta + \cos\theta \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_{atm}}{\partial x}H + g\frac{\partial H}{\partial x}H\right) - \frac{\mu^D}{\rho}\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}H\cos\theta - \frac{a|W|W}{\rho} + f.H.\eta.g\cos\theta = 0$$
(3.34)

Na Equação 3.34 considera-se a não variação da pressão atmosférica ao longo do comprimento da tela (eixo x). Para os demais termos que podem ser desprezados na Equação 3.34 considere a adimensionalização das variáveis da Equação 3.1 nas Equações de 3.35-3.40.

$$\tilde{x} = \frac{x}{L} \tag{3.35}$$

$$\tilde{y} = \frac{y}{L} \tag{3.36}$$

$$\tilde{\nu}_x = \frac{\nu_x}{L} \tag{3.37}$$

$$\tilde{v}_y = \frac{v_y}{L} \tag{3.38}$$

$$\tilde{t} = \frac{tU}{L} \tag{3.39}$$

$$\tilde{P}_x = \frac{P_x}{\rho U^2} \tag{3.40}$$

Nas Equações 3.35-3.40, $L \in U$ são comprimento e velocidade características. Substituindo 3.35-3.40 na Equação 3.1 tem-se a Equação 3.41.

$$\frac{U^2}{L}\frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial\tilde{t}} + \frac{U^2}{L}\tilde{v}_x\frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial\tilde{x}} + \frac{U^2}{L}\tilde{v}_y\frac{\partial\tilde{v}_x}{\partial\tilde{y}} = -gsen\theta + a_x - \frac{U^2}{L}\frac{\partial\tilde{P}_x}{\partial\tilde{x}} + \frac{U}{\rho L^2}(\mu + \eta_e)\left(\frac{\partial^2\tilde{v}_x}{\partial\tilde{x}^2} + \frac{\partial^2\tilde{v}_x}{\partial\tilde{y}^2}\right)$$
(3.41)

Dividindo ambos os lados da Equação 3.41 por U²/L tem-se a Equação 3.42.

$$\frac{\partial \tilde{v}_{x}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v}_{x} \frac{\partial \tilde{v}_{x}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v}_{y} \frac{\partial \tilde{v}_{x}}{\partial \tilde{y}} = (-gsen\theta + a_{x}) \frac{L}{U^{2}} - \frac{\partial \tilde{P}_{x}}{\partial \tilde{x}} + \frac{1}{\rho UL} (\mu + \eta_{e}) \left(\frac{\partial^{2} \tilde{v}_{x}}{\partial \tilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \tilde{v}_{x}}{\partial \tilde{y}^{2}} \right)$$
(3.42)

A Equação diferencial parcial adimensionalizada 3.42 apresenta dois grupos adimensionais, número de Froude e número de Reynolds nas Equações 3.43 e 3.44.

$$F_r = \frac{U^2}{gL} \tag{3.43}$$

$$R_e = \frac{\rho UL}{\mu + \eta_e} \tag{3.44}$$

Substituindo os números adimensionais 3.43 e 3.44 na Equação 3.42 tem-se a Equação 3.45.

$$\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v}_x \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v}_y \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{y}} = \left(-\frac{\operatorname{sen}\theta}{F_r} + a_x \frac{L}{U^2} \right) - \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\partial^2 \tilde{v}_x}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}_x}{\partial \tilde{y}^2} \right)$$
(3.45)

Vale destacar a partir da Equação 3.45 o quarto termo do lado direito que representa a difusão turbulenta do momento na direção *x*. Coeficientes de dispersão como apresentados na Equação 3.33 são de uma ordem de grandeza pequena comparada aos outros termos e para altos números de Reynolds essa grandeza se torna menor ainda. Em relação ao quinto termo da Equação 3.45 vale destacar as tensões geradas sobre a superfície da coluna de fluido sobre a tela. Tensões causadas pelo vento são desprezíveis comparadas com as tensões geradas sobre a superfície da tela de peneiramento (Szymkiewics, 2010).

Após as simplificações e dividindo ambos os lados da Equação 3.34 por $\cos\theta$ temse a Equação 3.46.

$$H\frac{\partial V_x}{\partial t} + \beta V_x \frac{\partial V_x}{\partial x}H + (gsen\theta - a_x)H + g\frac{\partial H}{\partial x}H + f.H.\eta.g = 0$$
(3.46)

3.2.2 Equação do modelo para o escoamento na direção vertical à tela

Para o escoamento do fluido na direção vertical (eixo y) a Equação do momento é apresentada na Equação 3.47.

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} (\mu + \eta_e) \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right)$$
(3.47)

Considerando que o escoamento é laminar na direção vertical com predominância de forças viscosas, a equação 3.47 pode ser simplificada resultando na Equação 3.48.

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right)$$
(3.48)

Na Equação 3.48 os componentes da Força atuando verticalmente são a reação normal da tela ao fluido, à aceleração da gravidade e a aceleração da tela de peneiramento na direção y conforme apresentado na Equação 3.49.

$$F_y = g\cos\theta(1-\eta) + a_y \tag{3.49}$$

Integrando a Equação 3.48 entre os limites y"=0 e h" tem-se a Equação 3.50:

$$\int_{y''}^{h''} \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - g \cos\theta (1 - \eta) - a_y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) \right) dy = 0$$
(3.50)

A integração dos termos da Equação 3.50 é apresentada nas Equações 3.51-3.54.

$$\int_{y''}^{h''} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} dy = \frac{\Delta P_y}{\rho}$$
(3.51)

$$\int_{y''}^{h''} g\cos\theta(1-\eta)dy = g\cos\theta(1-\eta)H \tag{3.52}$$

$$\int_{y''}^{h''} a_y dy = a_y H$$
(3.53)

$$\int_{y''}^{h''} v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} dy = \frac{v_y^2}{2} |h'' - \frac{v_y^2}{2}|y''$$
(3.54)

A dedução da expressão para a queda de pressão ΔP da Equação 3.50 será apresentada no item 3.1.4.

Na Equação 3.54 é considerada a velocidade v_y em y''=0 como a velocidade média $-u_y$ e em $h'' v_y=0$, logo, a Equação 3.54 é representada através da Equação 3.55.

$$\int_{y''}^{h''} v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} dy = \frac{u_y^2}{2}$$
(3.55)

O último termo da integral da Equação 3.50 é apresentado através da Equação 3.56.

$$\int_{y''}^{h''} \frac{1}{\rho} \mu\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right) dy = \frac{1}{\rho} \mu \frac{\partial}{\partial y} \int_{y''}^{h''} \frac{\partial v_y}{\partial y} dy = \frac{1}{\rho} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(v_y | h'' - v_y | y''\right) = -\frac{1}{\rho} \mu \frac{\partial u_y}{\partial y}$$
(3.56)

Como a velocidade u_y é a velocidade média em $v_y=0$, o último termo da integral da Equação 3.50 pode ser desprezado uma vez que não há a variabilidade de u_y no eixo y.

A velocidade v_y em função de uma velocidade média u_y em y=0 pode ser expressa pela Equação 3.57 considerando uma semelhança entre o escoamento vertical do fluido sobre a tela e o fluxo laminar de fluidos viscosos em tubos:

$$v_{y}(y) = -u_{y}\left(1 - \frac{y''^{2}}{h''^{2}}\right)$$
(3.57)

Substituindo a Equação 3.57 no primeiro termo da integral na Equação 3.50 temse a Equação 3.58:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{y''}^{h''} -u_y \left(1 - \frac{y''^2}{h''^2}\right) dy = \frac{\partial}{\partial t} \left(-u_y H + u_y \left(\frac{H + y''}{3}\right) + \frac{u_y y''^3}{3h''^2}\right) = -\frac{2}{3} \left(H \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_y \frac{\partial H}{\partial t}\right)$$
(3.58)

Agrupando os termos das Equações 3.51, 3.52, 3.53, 3.55 e 3.58 tem-se a Equação 3.59.

$$\frac{\Delta P_y}{\rho} + g\cos\theta(\eta - 1)H - a_y H + \frac{u_y^2}{2} - \frac{2}{3} \left(H \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_y \frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0$$
(3.59)

3.2.3 Equação da continuidade

Através da Equação da continuidade para o escoamento bidimensional tem-se a Equação 3.60.

$$\int_{Y}^{h} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) dy = 0$$
(3.60)

O primeiro termo da integral na Equação 3.60 é apresentado na Equação 3.61.

$$I_{1} = \int_{Y}^{h} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{Y}^{h} v_{x} dy - v_{x}(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v_{x}(Y) \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (v_{x}H) - v_{x}(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v_{x}(Y) \frac{\partial Y}{\partial x}$$
(3.61)

O segundo termo da integral na Equação 3.60 é apresentado na Equação 3.62.

$$I_{2} = \int_{Y}^{h} \frac{\partial v_{y}}{\partial y} dy = v_{y}(h) - v_{y}(Y) = v_{y}(h) + u_{y}$$
(3.62)

Desenvolvendo a expressão $v_v(h)$ na Equação 3.62 tem-se a Equação 3.63:

$$v_y(h) = \frac{Dh}{Dt}$$
(3.63)

A derivada total apresentada na Equação 3.63 representa a velocidade do fluido na superfície e no contato com a tela de peneiramento conforme observado na Equação 3.64.

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + v_x(h)\frac{\partial h}{\partial x}$$
(3.64)

A soma das integrais I1 e I2 é representada na Equação 3.65:

$$I_1 + I_2 = \frac{\partial}{\partial x}(v_x H) - v_x(h)\frac{\partial h}{\partial x} + v_x(Y)\frac{\partial Y}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + v_x(h)\frac{\partial h}{\partial x} + u_y$$
(3.65)

Na Equação 3.65 temos que o nível designado pela letra Y não sofre variação ao longo do eixo x. Assim sendo a Equação 3.65 pode ser representada pela Equação 3.66

$$\frac{\partial}{\partial x}(v_x H) + \frac{\partial H}{\partial t} = -u_y \tag{3.66}$$

Os conjuntos das Equações 3.46, 3.59 e 3.66 formam um sistema de EDP's representativo do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de uma peneira vibratória em regime transiente.

3.3 EQUAÇÃO DA QUEDA DE PRESSÃO NO ESCOAMENTO VERTICAL DO FLUIDO DE PERFURAÇÃO

As telas de peneiramento por sua característica de tramas complexas e multicamadas, podem ser tratadas como um meio poroso. Conforme Armon e Canon (1968), a queda de pressão através da tela é composta por termos de resistência inercial e viscosa. Na região laminar predomina a resistência viscosa atribuída ao arraste viscoso. Para fluxos turbulentos predominam as resistências inerciais. Na região laminar considera-se um fluxo lento ao redor de partículas esféricas. A força de arraste pode ser definida pela Equação 3.67:

$$F_a = C_d \frac{\rho A_c v_y^2}{2}$$
(3.67)

Na Equação 3.67 C_d é o coeficiente de arraste, ρ é a densidade do fluido, $A_c = \pi r^2$ é a área característica da partícula, v_y é a velocidade da partícula relativa ao fluido. Para um regime laminar o coeficiente de arraste de uma esfera de raio r em fluido plástico de Bingham é apresentado pela Equação 3.68.

$$C_d = \frac{24}{R_e} \tag{3.68}$$

O número de Reynolds conforme apresentado em Briscoe, Luckham e Ren (1993) da Equação 3.68 pode ser representado pela Equação 3.69.

$$\frac{1}{R_e} = \frac{24\mu v_y + 7\pi\tau_0 D}{24\rho D v_y^2}$$
(3.69)

Na Equação 3.69 μ é a viscosidade plástica do fluido, D é um comprimento característico que no caso da esfera é o diâmetro ou D=2r, τ_0 é a tensão de escoamento inicial para um plástico de Bingham. Substituindo a Equação 3.69 na Equação 3.68 e a Equação 3.68 na Equação 3.67 tem-se a Equação 3.70:

$$F_a = 6\pi\mu r v_y + \frac{7}{2}\pi^2 r^2 \tau_0 \tag{3.70}$$

A força de arraste total sobre a área de uma seção unitária da tela é apresentada na Equação 3.71.

$$F_{aT} = \frac{3(1-\varepsilon)B}{4\pi r^3} \left(6\pi\mu r v_y + \frac{7}{2}\pi^2 r^2 \tau_0 \right)$$
(3.71)

Devido à trama complexa das telas, o fluxo padrão será diferente daquele obtido pela solução de Stokes (Equação 3.67) sendo então necessária a introdução de um termo para que haja essa correção. A constante experimental leva em conta o erro associado ao considerar a tela como um leito de partículas esféricas. Além disso, a velocidade do fluxo v_y é substituída pelo fluxo de corrente livre $-u_y/\varepsilon$. Assim sendo a Equação 3.71 pode ser representada pela Equação 3.72.

$$F_{aT} = c(1-\varepsilon)\frac{3(1-\varepsilon)B}{4\pi r^3} \left(-6\pi\mu r\frac{u_y}{\varepsilon} + \frac{7}{2}\pi^2 r^2 \tau_0\right)$$
(3.72)

A força de arraste total (Equação 3.72) pode ser definida pela queda de pressão devido ao atrito viscoso e a porosidade, logo, a Equação 3.72 pode ser representada pela Equação 3.73.

$$\Delta P_{visc}\varepsilon = c(1-\varepsilon)\frac{3(1-\varepsilon)B}{\frac{4}{3}\pi r^3} \left(-6\pi\mu r\frac{u_y}{\varepsilon} + \frac{7}{2}\pi^2 r^2\tau_0\right)$$
(3.73)

A razão área por volume superficial $a = \frac{3(1-\varepsilon)}{r}$ é substituída na Equação 3.73 resultando na Equação 3.74.

$$\Delta P_{visc}\varepsilon = -\frac{1}{2}CB\mu a^2 \frac{u_y}{\varepsilon} + \frac{7C\pi Ba\tau_0(1-\varepsilon)}{2}$$
(3.74)

Os termos C/2 e $7C\pi/2$ da equação 3.74 podem ser representados pelos parâmetros α e γ_1 conforme apresentado na Equação 3.75.

$$\Delta P_{visc} = -\alpha B \mu a^2 \frac{u_y}{\varepsilon^2} + \gamma_1 \frac{Ba(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \tau_0$$
(3.75)

Considerando a tela de peneiramento como um amontoado de pequenos tubos, a queda de pressão inercial será representada pela Equação 3.76:

$$\Delta P_{inercial} = \beta_1 \rho \left(\frac{u_y}{\varepsilon}\right)^2 \frac{B}{D_p}$$
(3.76)

Na Equação 3.76, β_1 é um parâmetro experimental, ρ é a densidade do fluido, *B* é a espessura da tela e D_p é o diâmetro dos poros da tela.

Para alguns tipos de tela a trajetória do fluido passante não é retilínea, assim sendo faz-se necessário a introdução de um termo f_0 que corrija a trajetória do fluido. Para tramas de telas plana f₀ é unitário e para tramas *dutch* f₀ é 1,28 (Armon e Canon, 1968).

O termo fator de tortuosidade f_0 relacionada o comprimento da trajetória do fluido com a espessura da tela.

A Equação 3.77 representa a queda de pressão total considerando os termos viscoso e inercial.

$$\Delta P_t = -f_0 \,\alpha B \mu a^2 \frac{u_y}{\varepsilon^2} + f_0 \,\beta_1 \rho \left(\frac{u_y}{\varepsilon}\right)^2 \frac{B}{D_p} + f_0 \gamma_1 \frac{Ba(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \tau_0 \tag{3.77}$$

Os parâmetros *B*, *a* e ε podem ser definidos, para diferentes tramas de telas, através das Equações 3.78-3.80.

• *Plain Square* (m=1), *Full twill* (m=1), *Fourdrinier* (m=1), *Plain Dutch* (m=2), *Twilled Dutch* (m=2)

$$B = d_w + md_s \tag{3.78}$$

• *Plain Square* (n=1), *Full twill* (n=2), *Fourdrinier* (n=3) *Plain Dutch* (n=1), *Twilled Dutch* (n=1)

$$a = \frac{\pi n_w n_s}{n_B} \left(d_w \sqrt{\left(\frac{d_w + d_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_s}\right)^2} + d_s \sqrt{\left(\frac{d_w + d_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_w}\right)^2} \right)$$
(3.79)

• *Plain Square* (p=4), *Full twill* (p=8), *Fourdrinier* (p=12), *Plain Dutch* (p=1), *Twilled Dutch* (p=1)

$$\varepsilon = 1 - \frac{\pi n_w n_s}{p_B} \left(d_w^2 \sqrt{\left(\frac{d_w + d_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_s}\right)^2} + d_s^2 \sqrt{\left(\frac{d_w + d_s}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_w}\right)^2} \right)$$
(3.80)

De importância relacionada à capacidade de passagem do fluido de perfuração pelas aberturas da tela, Hoberock (1982) define o termo condutância de telas de peneiramento representada pela Equação 3.81.

$$c_{tela} = \frac{k_{tela}}{B} = \frac{\varepsilon^2}{\alpha a^2 B}$$
(3.81)

Na Sequencia deste trabalho será apresentada a metodologia utilizada para a solução do sistema de EDPs representativo do modelo de escoamento do fluido sobre a tela de peneiramento e apresentada também a metodologia utilizada na obtenção de dados experimentais em peneira industrial.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste Capitulo serão apresentadas as metodologias utilizadas, primeiramente para a solução computacional de um sistema de EDPs representativo do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de uma peneira vibratória, e depois a metodologia experimental utilizada na obtenção de dados com objetivo de validação do modelo.

4.2 MÉTODO TEORICO COMPUTACIONAL DE SOLUÇÃO

As Equações Diferenciais Parciais apresentadas nas Equações 3.46, 3.59 e 3.66 podem ser representadas em forma matricial através das Equações 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

$$M = N^{-1}F \tag{4.1}$$

Em que:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial t} \\ \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} \end{bmatrix}$$
(4.2)

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{3}u_y & 0 & -\frac{2}{3}H \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(4.3)

$$F = \begin{bmatrix} -V_x \frac{\partial H}{\partial x} - H \frac{\partial V_x}{\partial x} - u_y \\ -\frac{u_y^2}{2} + a_y H - g \cos\theta (\eta - 1) H - \frac{\Delta P_y}{\rho} \\ -\beta V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} - (g \sin\theta + a_x) H - g \frac{\partial H}{\partial x} H - f \cdot H \cdot \eta \cdot g \end{bmatrix}$$
(4.4)

Com o cálculo do determinante da matriz N observamos que o sistema de Equações apresenta solução se o determinante da matriz N for diferente de zero conforme apresentado na Equação 4.5.

$$Det(N) = \frac{2}{3}H \neq 0 \tag{4.5}$$

A inversa da matriz N é representada na Equação 4.6.

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{u_y}{H} & -\frac{3}{2H} & 0 \end{bmatrix}$$
(4.6)

Para a solução do sistema de Equações Diferenciais foi utilizado o método das linhas onde o sistema de EDPs é transformado em um sistema de Equações Diferenciais ordinárias com a discretização das variáveis V_x e H em x através de Diferenças finitas centrada de segunda ordem conforme apresentado nas Equações 4.7-4.10.

$$\left. \frac{\partial V_x}{\partial x} \right|_{i=1:N} = \frac{V_x(i+1) - V_x(i-1)}{2\Delta x} \tag{4.7}$$

$$\left. \frac{\partial V_x}{\partial x} \right|_{i=N+1} = \frac{V_x(i-2) - 4V_x(i-1) + 3V_x(i)}{2\Delta x}$$

$$\tag{4.8}$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i=1:N} = \frac{H(i+1) - H(i-1)}{2\Delta x} \tag{4.9}$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{i=N+1} = \frac{H(i-2) - 4H(i-1) + 3H(i)}{2\Delta x} \tag{4.10}$$

Assim sendo o sistema de N+1 Equações diferenciais ordinárias na forma matricial é apresentado pelas Equações 4.11 e 4.12.

$$\begin{bmatrix} \frac{dH}{dt} \Big|_{i=1:N} \\ \frac{dV_x}{dt} \Big|_{i=1:N} \\ \frac{du_y}{dt} \Big|_{i=1:N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{u_y(i)}{H(i)} & \frac{3}{2H(i)} & 0 \end{bmatrix} \Big|_{i=1:N} \times$$

$$\begin{bmatrix} -V_x(i) \frac{H(i+1)-H(i-1)}{2\Delta x} - H(i) \frac{V_x(i+1)-V_x(i-1)}{2\Delta x} + u_y(i) \\ \frac{u_y^2(i)}{2} + a_y H(i) - g\cos\theta(\eta - 1)H(i) - \frac{\Delta P_y(i)}{\rho} \\ -\beta V_x(i) \frac{V_x(i+1)-V_x(i-1)}{2\Delta x} - (gsen\theta - a_x)H(i) - g \frac{H(i+1)-H(i-1)}{2\Delta x} H(i) - f.H(i).\eta.g \end{bmatrix} \Big|_{i=1:N}$$

$$(4.11)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dH}{dt} \\ \frac{dV_x}{\partial t} \\ \frac{dV$$

4.2.1 Determinação das condições iniciais e de contorno

O sistema de Equações apresentado anteriormente apresenta três variáveis que são dependentes do tempo e do espaço em x. Logo para a solução do sistema são necessárias três condições de contorno e três condições iniciais. Para a condição de contorno H₀ considera-se a Figura 4.1





Da trigonometria do triangulo retângulo tem-se na Equação 4.13:

$$\sin\theta = \frac{H_0}{L} \tag{4.13}$$

O comprimento L corresponde ao total de tela de peneiramento que é "molhada" pelo fluido de perfuração.

A condição de contorno V_{x0} é determinada através de um balanço de massa em estado estacionário em x=0 representado nas Equações 4.14-4.16.

$$Q_A = Q_{x0} + Q_{y0} \tag{4.14}$$

$$Q_{x0} = V_{x0}H_0b (4.15)$$

$$Q_{\nu 0} = u_{\nu 0} b\Delta \tag{4.16}$$

Substituindo as Equações 4.15 e 4.16 em 4.14 tem-se a Equação 4.17.

$$V_{x0} = \frac{Q_A - u_{y0}b\Delta}{H_0b}$$
(4.17)

Nas Equações 4.14 e 4.17, Q_A é a vazão alimentada em x=0 e nas Equações 4.16 e 4.17, Δ é um pequeno elemento em *x*.

A condição de contorno para a variável u_y em x=0 é obtida através da Equação 3.59 considerando a altura H₀ obtida através da Equação 4.13. Entretanto, antes de se determinar a condição de contorno para a variável u_y é necessária uma correção na Equação da queda de pressão ΔP_y .

A queda de pressão total sobre a tela de peneiramento é representada na Equação 4.18.

$$\Delta P_y = P_1 - P_3 = P_1 - P_2 + P_2 - P_3 \tag{4.18}$$

Em que P_1 é a pressão atmosférica sobre a coluna de fluido, P_2 é a pressão que a coluna de fluido exerce sobre a tela e P_3 é a pressão sobre a tela de espessura B. As diferenças de pressão representadas na Equação 4.18 são apresentadas nas Equações 4.19 e 4.20.

$$P_1 - P_2 = -\rho g \cos\theta H \tag{4.19}$$

$$P_2 - P_3 = \Delta P_t - \rho g \cos \theta B \tag{4.20}$$

Substituindo a Equação 3.77 na Equação 4.20 e Equações 4.19 e 4.20 na Equação 4.18 tem-se a Equação 4.21:

$$\Delta P_{y} = -\rho g \cos\theta H - f_{0} \alpha B \mu a^{2} \frac{u_{y}}{\varepsilon^{2}} + f_{0} \beta_{1} \rho \left(\frac{u_{y}}{\varepsilon}\right)^{2} \frac{B}{D_{p}} + f_{0} \gamma_{1} \frac{Ba(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \tau_{0} - \rho g \cos\theta B(4.21)$$

As condições de contorno obtidas nesse subitem são para uma condição estacionária, assim sendo, substituindo a Equação 4.21 na Equação 3.59 (Excluindo os termos que apresentam variação no tempo t) a Equação de contorno de u_y em x=0 é determinada através da Equação 4.22.

$$\frac{-f_0 \, \alpha B \mu a^2 \frac{u_{y0}}{\varepsilon^2} + f_0 \, \beta_1 \rho \left(\frac{u_{y0}}{\varepsilon}\right)^2 \frac{B}{D_p} + f_0 \gamma_1 \frac{Ba(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \tau_0 - \rho g \cos\theta(H_0+B)}{\rho} + g \cos\theta(\eta-1)H_0 - a_y H_0 - \frac{u_{y0}^2}{2} = 0$$
(4.22)

As acelerações horizontal a_x e vertical a_y imposta pelos motovibradores sobre a tela de peneiramento são representadas através de uma função sinusoidal apresentadas nas Equações 4.23 e 4.24.

$$a_x = -\omega^2 A_x sen(\omega t - \gamma_3) \tag{4.23}$$

$$a_y = -\omega^2 A_y sen(\omega t) \tag{4.24}$$

Em que A_x é a amplitude de vibração na direção paralela e A_y é a amplitude de vibração na direção vertical ao escoamento e γ_3 é o ângulo de fase entre os componentes vertical e paralelo da aceleração da tela de peneiramento. Os valores do ângulo de fase são 0°, 45° e 90° para movimentos linear, elíptico e circular respectivamente.

O Fator g (F_g) nas direções normal e paralela à tela de peneiramento é representado dividindo as Equações 4.24 e 4.23 pela aceleração da gravidade conforme apresentado nas Equações 4.25 e 4.26.

$$Fg_N = \frac{a_y}{g} \tag{4.25}$$

$$Fg_P = \frac{a_x}{g} \tag{4.26}$$

Vale salientar que o tempo considerado nas Equações 4.23 e 4.24 corresponde a máxima aceleração em estudo.

Através das Equações 4.13, 4.17 e 4.22 são determinadas as condições de contorno para H, V_x e u_y respectivamente que serão utilizadas para o cálculo da condição estacionária. Os valores obtidos para as variáveis H, V_x e u_y para a condição estacionária serão utilizados como condição inicial em t=0 para a solução do problema em regime transiente.

4.2.2 Software Utilizado

Para a solução computacional do sistema de equações representativas da dinâmica do escoamento do fluido sobre a tela da peneira foi utilizado o *Software* livre Scilab[®] versão 6.0.2 no sistema operacional Windows. Inicialmente as condições iniciais para as variáveis H, V_x e u_y eram determinadas em condição estacionária utilizando a rotina fsolve disponível no Scilab. Posteriormente as EDOs resultantes da discretização da variável espacial eram integradas com o integrador lsoda do pacote ODEPACK disponível no Scilab.

4.3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Testes experimentais foram realizados em uma peneira industrial (Figura 4.2) com o objetivo de validar o modelo dinâmico apresentado no capítulo 3 desta tese. Para uma vazão de alimentação fixa foram realizadas perturbações no Fator g e na inclinação da cesta de peneiramento, observando através da análise de imagens o recuo ou avanço da coluna de fluido sobre a tela de peneiramento.

Na sequência será apresentada uma descrição detalhada do aparato experimental utilizado nos testes, detalhes sobre a preparação da suspensão e execução dos testes experimentais.

4.3.1 Unidade Experimental

Os testes experimentais de validação foram realizados em uma peneira vibratória MONGOOSE PRO Shaker, composta de 4 telas de peneiramento (cada tela com comprimento de 0,585 metros e 1,165 metros de largura) com uma área total de 2,73 m², dois motovibradores com 1800 RPM e 2,5 hp operando em contra rotação. A peneira vibratória MONGOOSE PRO Shaker pode operar, em termos de Fator g, em diferentes intensidades, desde uma intensidade menor que atinge 6,5 g (Modo normal) e uma maior intensidade de 7,5 g (Modo *Capacity*). A angulação da cesta de peneiramento pode ser ajustada entre -3° (inclinação descendente) e +3° (inclinação ascendente).

Os demais aparatos utilizados que compõe o sistema de separação nas peneiras vibratórias são listados na sequência:

- Estrutura de aço carbono com 3 m de altura e piso com área de 15 m² para comportar a MONGOOSE PRO Shaker;
- Tanque de mistura de capacidade de 3000 litros;
- Bomba de lama Warman Weir 4/3C AH com motor WEG de 15 cv para alimentação da peneira.

Uma representação esquemática do aparato utilizado para a realização dos testes experimentais é apresentada na Figura 4.2



Figura 4.2 - Representação esquemática da estrutura da peneira vibratória utilizada para a realização dos testes

As telas utilizadas nos testes experimentais foram API 200 com diferentes diâmetros dos fios nas direções paralela e perpendicular ao escoamento do fluido. Na direção paralela o diâmetro do fio foi de 49,82 micrometros com 14000 fios por metro e na direção perpendicular o diâmetro foi de 67,86 micrometros com 10667 fios por metro aproximadamente. Na Figura 4.3 é apresentada uma foto com a representação da trama da tela API 200.



Figura 4.3 - Representação da trama de uma tela API 200

Na sequência é apresentada uma descrição sobre o sistema de Aquisição de dados e controle do Fator g da peneira vibratória.

4.3.2 Sistema de Aquisição de dados e controle de Fator g

Para a aquisição de dados relativos à aceleração da tela de peneiramento é utilizada uma placa da *National Instruments* (NI), modelos USB-6211 com *o software* LabVIEW de 64 bits.

A placa de aquisição de dados tem as seguintes características:

- Oito entradas diferenciais e duas saídas analógicas, com taxa de amostragem de 250 kS/s na faixa de -10V à 10Ve resolução de 16 bits;
- Quatro entradas e quatro saídas digitais, dois contadores de 32 bits e alimentação realizada por barramento USB;
- Entrada analógica para aquisição de dados de um acelerômetro e saída analógica para comunicação com inversor de frequência WEG- CFW700 responsável pelo controle da velocidade de rotação dos motovibradores da peneira.

Para o controle do Fator g da peneira vibratória foi utilizado um acelerômetro modelo PCB Piezoeletronic 646B00, configurado para faixa de leitura de 0 a 10 grms, com não linearidade de 1%.

O sistema de controle é do tipo proporcional e o ganho pode ser ajustado conforme se necessite de uma resposta lenta ou rápida do sistema. A interfase de usuário desenvolvida no ambiente LabVIEW é apresentada na Figura 4.4.



Figura 4.4 - Interfase do usuário para aquisição de dados e controle do fator g

Na interfase do usuário é possível definir o set-point para o Fator g e a velocidade de rotação do motor nos casos em que não seja necessário o controle do Fator g.

4.3.3 Preparação da Suspensão

A suspensão do fluido utilizado nos testes experimentais foi preparada através da adição de goma xantana em água. A preparação da suspensão ocorreu com adições fracionadas de goma xantana em água e posterior mistura da suspensão que era adicionada ao tanque de alimentação até que a concentração final fosse de 0,1% (1,5 kg de goma em 1500 L de água). A preparação da suspensão ocorreu 24 horas antes do início dos testes para uma completa hidratação da goma xantana.

4.3.4 Realização dos testes experimentais

Foram realizados testes para perturbação na aceleração da peneira para uma determinada inclinação da tela e perturbação na inclinação da tela para uma determinada aceleração.

Com a peneira e a bomba de alimentação em funcionamento a suspensão era alimentada sobre a primeira tela. Após alcançar o estado estacionário para uma determinada condição operacional (inclinação da peneira e Fator g), através da interfase do usuário (Figura 4.4), aplicava-se uma perturbação na aceleração da peneira para uma dada inclinação de tela. No mesmo instante da perturbação iniciava-se o registro de imagens observando o avanço ou recuo da coluna de fluido sobre a tela até que um novo estado estacionário fosse alcançado. O mesmo procedimento foi realizado quando da perturbação da inclinação da tela de peneiramento, entretanto, o ajuste da inclinação era feito manualmente por dispositivos (Figura 4.5) posicionados dos lados direito e esquerdo da peneira vibratória.



Figura 4.5 - Dispositivo de ajuste do ângulo de inclinação da peneira vibratória

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um estudo de caso referente às diferentes perturbações em três variáveis de entrada, inclinação da cesta de peneiramento, Fator g e vazão de alimentação em duas diferentes telas de peneiramento. A resposta às perturbações será representada observando o nível de fluido sobre a tela através das vazões sobre a tela de peneiramento Q_x e passante pelas aberturas Q_y . Para os resultados simulados apresentados neste item, o fluido considerado tem densidade (ρ) de 1187 kg/m³, viscosidade absoluta (μ) de 0,01 Pa.s e tensão de escoamento (τ_0) de 15 Pa. Os parâmetros relacionados às telas de peneiramento são apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1- Parâmetros da tela de peneiramento 1 utilizados na solução do problema

B (Espessura da tela) (m)	1×10-4
<i>a</i> (razão área superficial por volume) m ⁻¹	44400
ε (porosidade da tela) (-)	0,6435
D_p (Diâmetro dos poros da tela) (m)	95×10 ⁻⁶
α , β_1 , γ_1 (Parâmetros empíricos, Eq.10) (-)	4,13; 0,25; 0,6
Condutância da tela (c_{tela}) (m)	5,09×10 ⁻⁷

Tabela 5. 2 - Parâmetros da tela de peneiramento 2 utilizados na solução do problema

B (Espessura da tela) (m)	7,62×10 ⁻⁵
<i>a</i> (razão área superficial por volume) m ⁻¹	30100
ε (porosidade da tela) (-)	0,7130
D_p (Diâmetro dos poros da tela) (m)	94,48×10 ⁻⁶
α , β_1 , γ_1 (Parâmetros empíricos, Eq.10) (-)	4,13; 0,25; 0,6
Condutância da tela (ctela) (m)	1,78×10 ⁻⁶

Será considerado para o cálculo da altura inicial H_0 (Equação 4.13) um comprimento de tela que é "molhada" pelo fluido (*L*) igual a 70% do comprimento total da tela de peneiramento. Nos estudos de caso apresentados a seguir serão considerados o movimento linear de vibração.

5.2 RESULTADOS PARA O ESTUDO DE CASO ESTACIONÁRIO

Os resultados apresentados são para quatro valores de acelerações, três valores de inclinações da cesta de peneiramento e uma vazão de alimentação $Q_A = 0,135 \text{ m}^3/\text{s}$. Na Tabela 5.3 são apresentados os valores das condições de contorno e parâmetros relacionados à aceleração da tela de peneiramento 1.

Tabela 5.3 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes

inclinações e Fator	g (Tela	de peneiramento	1)
---------------------	---------	-----------------	----

Inclinação da tela,	Condições de contorno	Parâmetros de vibração
Fator g (Fg)		
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	u_{y0} =-5,58×10 ⁻² m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=20 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	$u_{y0} = -7,38 \times 10^{-2} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=24,4 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	u_{y0} =-9,06×10 ⁻² m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=28,2 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	u_{y0} =-1,07×10 ⁻¹ m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	$u_{y0} = -1,13 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=20 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	$u_{y0} = -1,49 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=24,4 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	$u_{y0} = -1,83 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=28,2 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	$u_{y0} = -2,16 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz
3°	H ₀ =8,43×10 ⁻² m, V_{x0} =1,6 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	$u_{y0} = -1,69 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=20 Hz
3°	H ₀ =8,43×10 ⁻² m, V _{x0} =1,6 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	$u_{y0}=-2,24\times10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=24,4 Hz
3°	H ₀ =8,43×10 ⁻² m, V _{x0} =1,6 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	$u_{y0} = -2,75 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=28,2 Hz
3°	$H_0=8, \overline{43 \times 10^{-2} \text{ m}, V_{x0}=1, 6 \text{ m/s}},$	$A_x = 1,25 \times 10^{-3} \text{ m},$
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	u_{y0} =-3,25×10 ⁻¹ m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz

Nas Figuras 5.1-5.6 são apresentadas as curvas referentes à variação da vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 (Q_x) e vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 (Q_y) para diferentes inclinações da cesta de peneiramento e Fator g.



Figura 5.1 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 1 para diferentes Fator g- 1° de inclinação da cesta da peneira



Figura 5.2 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 1 para diferentes Fator g- 2° de inclinação da cesta da peneira



Figura 5.3 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 1 para diferentes Fator g- 3° de inclinação da cesta da peneira



Figura 5.4 - Vazão de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da tela 1 para diferentes Fator g- 1° de inclinação da cesta da peneira.



Figura 5.5 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da tela 1 para diferentes Fator g- 2° de inclinação da cesta da peneira



Figura 5.6 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da tela 1 para diferentes Fator g- 3° de inclinação da cesta da peneira.

Através dos resultados apresentados nas Figuras 5.1-5.6 observa-se que maiores inclinações ascendentes e maiores acelerações favorecem a passagem do fluido pelas aberturas da tela de peneiramento, o que também foi observado em Hoberock (1982a, 1982b, 1982c). Na Figura 5.7 são plotados os valores do aumento da passagem de fluido pelas aberturas quando da mudança da inclinação da tela de peneiramento para diferentes F_g .



Figura 5.7 - Relação entre mudança de inclinação e mudança na passagem de fluido pelas aberturas

Na Figura 5.7 observa-se que o aumento da passagem do fluido pelas aberturas de tela é mais significativo quanto menor for F_g , principalmente aumentando a inclinação de 1° para 2° e de 1° para 3°. Independentemente de F_g o aumento da inclinação de 2° para 3° resulta em um aumento muito pequeno da passagem do fluido pelas aberturas. Deste modo pode-se observar para a tela 1 que a resistência a passagem do fluido pelas aberturas em menores acelerações da tela pode ser compensada pelo aumento da inclinação da tela de 1° para 2° e 1° para 3°.

Na Tabela 5.4 são apresentados os valores das condições de contorno e parâmetros relacionados à aceleração da tela de peneiramento 2.

Inclinação da tela,	Condições de contorno	Parâmetros de vibração
Fator g (Fg)		
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	$u_{y0} = -2,02 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=20 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	$u_{y0} = -2,67 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	A _y =1,25×10 ⁻³ m, f _s =24,4 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	$u_{y0} = -3,29 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	A _y =1,25×10 ⁻³ m, f _s =28,2 Hz
1°	H ₀ =2,81×10 ⁻² m, V _{x0} =4,8 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	$u_{y0}=-3,92 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	$u_{y0} = -4,13 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=20 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	$u_{y0} = -5,51 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=24,4 Hz
2°	H ₀ =5,62×10 ⁻² m, V _{x0} =2,4 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	u_{y0} =-6,84×10 ⁻¹ m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=28,2 Hz
2°	$H_0=5,62\times10^{-2}$ m, $V_{x0}=2,4$ m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	$u_{y0} = -8,20 \times 10^{-1} \text{ m/s}$	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz
3°	$H_0=8,43\times10^{-2}$ m, $V_{x0}=1,6$ m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 2$	u_{y0} =-6,34×10 ⁻¹ m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, f _s =20 Hz
3°	$H_0=8,43\times10^{-2}$ m, $V_{x0}=1,6$ m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 3$	u_{y0} =-8,54×10 ⁻¹ m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=24,4 Hz
3°	$H_0=8,43\times10^{-2}$ m, $V_{x0}=1,6$ m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 4$	uy0=-1,07 m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=28,2 Hz
<u>3°</u>	H ₀ =8,43×10 ⁻² m, V_{x0} =1,6 m/s,	$A_x=1,25\times10^{-3}$ m,
$F_{gN} = F_{gP} = 5$	uy0=-1,29 m/s	$A_y=1,25\times10^{-3}$ m, fs=31,5 Hz

Tabela 5.4 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes inclinações e Fator g (Tela de peneiramento 2)

Nas Figuras 5.8-5.13 são apresentadas as curvas referentes à variação da vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 (Q_x) e vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 2 (Q_y) para diferentes inclinações da cesta de peneiramento e Fator g.



Figura 5.8 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 para diferentes Fator g- 1° de inclinação da cesta da peneira.



Figura 5.9 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 para diferentes Fator g- 2° de inclinação da cesta da peneira.



Figura 5.10 - Variação da vazão de fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento 2 para diferentes Fator g- 3° de inclinação da cesta da peneira.



Figura 5.11 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da tela 2 para diferentes Fator g- 1° de inclinação da cesta da peneira.


Figura 5.12 - Quantidade de fluido de perfuração passante pelas aberturas ao longo da tela 2 para diferentes Fator g- 2° de inclinação da cesta da peneira



Figura 5.13 - Variação da vazão de fluido de perfuração passante pelas aberturas da tela 2 para diferentes Fator g- 3° de inclinação da cesta da peneira.

As curvas apresentadas nas Figuras de 5.8-5.13 são para uma tela de peneiramento com uma área aberta maior que da tela 1 apresentada anteriormente. Novamente observase que maiores inclinações da cesta de peneiramento e maiores F_g favorecem a passagem do fluido pelas aberturas, entretanto, comparando com a tela 1 observa-se que principalmente para Fator g 4 e 5 e inclinações de 2 e 3 graus o fluido escoa em menos da metade da tela de peneiramento.

Na Figura 5.14 apresentam-se os valores do aumento do recuo da coluna de fluido sobre a tela de peneiramento 2 quando da mudança da inclinação da tela de peneiramento para diferentes F_g .



Figura 5.14 - Relação entre mudança de inclinação e recuo da coluna de fluido sobre a tela de peneiramento 2

Observa-se na Figura 5.14 que mudanças de inclinação de 1° para 3° favorecem o recuo da coluna de fluido sobre a tela, principalmente para $F_g = 3$, 4 e 5 quando comparando com as demais mudanças de inclinação. Para $F_g = 2$ e 3 a mudança de inclinação de 2° para 3° favorece o recuo da coluna de fluido sobre a tela comparando com a mudança de 1° para 2°. Para $F_g = 4$ e 5 a mudança de inclinação de 1° para 2° favorece o recuo da coluna de fluido com a mudança de 1° para 2°.

Telas mais finas (Tela1) podem favorecer a separação dos sólidos de perfuração, entretanto, para uma mesma vazão de alimentação, menos fluido de perfuração passa por suas aberturas quando comparado com telas mais grosseiras (Tela 2). Uma estimativa para a capacidade de processamento do fluido de perfuração na presença dos sólidos, conforme apresentado em Lal e Hoberock (1988), é apresentada no anexo dessa tese.

Nas Figuras 5.15-5.20 são apresentadas em gráficos de barras, para diferentes inclinações da cesta de peneiramento e Fator g (F_g), as velocidades médias de transporte de sólidos e as capacidades de processamento do fluido sem e com a presença de sólidos de perfuração sobre a tela de peneiramento para as telas 1 e 2.



Figura 5.15 - Velocidade de transporte de sólidos sobre a tela de peneiramento 1 para diferentes inclinações e Fg.



Figura 5.16 - Capacidade de processamento de fluido na ausência de sólidos (Tela de peneiramento 1, diferentes inclinações e Fg)



Figura 5.17 - Capacidade de processamento de fluido na presença de sólidos (Tela de peneiramento 1, diferentes inclinações e Fg)



Figura 5.18 - Velocidade de transporte de sólidos sobre a tela de peneiramento 2 para diferentes inclinações e F_g



Figura 5.19 - Capacidade de processamento de fluido na ausência de sólidos (Tela de peneiramento 2, diferentes inclinações e Fg).



Figura 5.20 - Capacidade de processamento de fluido na presença de sólidos (Tela de peneiramento 2, diferentes inclinações e Fg)

Nas Figuras 5.15 e 5.18 observa-se que a velocidade de transporte de sólidos é independente da tela de peneiramento sendo que pequenas mudanças na inclinação resultam em pequenas variações na velocidade de transporte. Uma relação direta entre o

aumento de F_g e o aumento da velocidade de transportes de sólidos é observada nas Figuras 5.15 e 5.18.

Quando da passagem do fluido pelas aberturas de tela na ausência de sólidos, nas Figuras 5.16 e 5.19 observa-se a dependência da passagem do fluido com a condutância da tela em relação à mudança de parâmetros operacionais. Em telas de menor condutância (tela 1) a passagem do fluido pelas aberturas da tela é mais dependente das condições operacionais, F_g e inclinação de tela, quando comparada a tela de maior condutância.

A presença de sólidos reduz consideravelmente a capacidade de passagem do fluido pelas aberturas da tela de peneiramento, conforme se pode observar nas Figuras 5.17 e 5.20. Maiores acelerações de tela (F_g) favorecem a uma maior velocidade de transporte de sólidos e assim favorecendo a passagem de uma maior quantidade de fluido de perfuração pelas aberturas de tela.

O modelo dinâmico apresentado neste trabalho não considera a presença de sólidos de perfuração sobre a tela de peneiramento. Entretanto, conforme foi apresentado nos resultados anteriores o ajuste adequado dos parâmetros operacionais, inclinação da cesta de peneiramento e parâmetros de vibração contribuem consideravelmente na recuperação do fluido de perfuração.

5.3 RESULTADOS PARA O ESTUDO DE CASO DINÂMICO

Os resultados apresentados são para perturbações na aceleração da tela de peneiramento, vazão de fluido alimentado sobre a tela e inclinação da cesta de peneiramento para as telas 1 e 2. Os resultados das vazões no tempo são para cinco diferentes posições de tela diferentes correspondendo a 0%, 25%, 50%, 75% e 100% do comprimento total da tela. Inicialmente serão apresentados resultados para a perturbação no Fator g para inclinação de 1° para as telas de peneiramento 1 e 2. São também apresentados resultados das variações das vazões Q_x e Q_y no comprimento de tela em diferentes tempos. Na sequência são apresentados resultados considerando a perturbação na vazão de alimentação. Por fim, são apresentados resultados observando a dinâmica do escoamento do fluido quando da perturbação da cesta de peneiramento.

5.3.1 Resultados para perturbação no Fator g

Nas Figuras 5.21-5.32 são apresentados os perfis para vazão de fluido sobre as telas Q_x e fluido passante pelas aberturas Q_y das telas de peneiramento 1 e 2 na inclinação de 1° após a perturbação no instante t= 1 s mudando a aceleração de F_g=2 para F_g=3, 4 e 5 respectivamente. A inclinação de 1° foi escolhida uma vez que, conforme observamos nos resultados para uma condição estacionaria, aumentos de F_g nessa inclinação favorecem mais a passagem do fluido pelas aberturas da tela quando comparadas as inclinações de 2° e 3°.



Figura 5.21 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=3$.



Figura 5.22 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=3$.



Figura 5.23 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=3$.



Figura 5.24 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para

 $F_g=3.$



Figura 5.25 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=4$.



Figura 5.26 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=4$.



Figura 5.27 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=4$.



Figura 5.28 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=4$.



Figura 5.29 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.



Figura 5.30 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.



Figura 5.31 – Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.



Figura 5.32 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.

Através das Figuras 5.21-5.32 observa-se a transição entre os diferentes estados estacionários após o instante da perturbação em F_g . Após o instante da perturbação (t =1 s) a vazão sobre a tela (Q_x) começa a diminuir em forma de uma rampa até um determinado instante de tempo atingir um novo estado estacionário. Entretanto, a vazão de fluido passante pelas aberturas (Q_y) inicialmente aumenta no instante da perturbação e também sobre a forma de uma rampa começa a diminuir até atingir um novo estado estacionário. Os resultados obtidos através da simulação do modelo transiente do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento demonstram que dinamicamente a transição entre os diferentes estados estacionários é muito rápida independente da tela de peneiramento. Quando comparando os resultados estacionário é praticamente o mesmo. Quando comparando as diferentes telas é observado que os tempos de transição para o novo estacionário são levemente menores para a tela de maior condutância (tela 2).

Nas Figuras 5.33-5.38 são apresentados os perfis da variável Q_x versus comprimento de tela em diferentes tempos.



Figura 5. 33 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 em diferentes tempos antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=3$.



Figura 5. 34 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
1 em diferentes tempos antes e após a perturbação de F_g=2 para F_g=4.



Figura 5. 35 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 em diferentes tempos antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.



Figura 5. 36 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 em diferentes tempos antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=3$.



Figura 5. 37 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela
2 em diferentes tempos antes e após a perturbação de F_g=2 para F_g=4.



Figura 5.38 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 em diferentes tempos antes e após a perturbação de $F_g=2$ para $F_g=5$.

A observação das Figuras 5.33-5.38 permite constatar o que foi observado nas Figuras 5.21-5.32 na relação entre a condutância da tela de peneiramento e o aumento de F_g nos tempos de transição entre os estados estacionários. Em telas de maior condutância (tela 2) a curva representativa da transição entre os estados estacionários tem uma maior inclinação comparada com telas de menor condutância (tela 1). Observa-se que na tela de maior condutância o novo estado estacionário é atingido entre 1,3 e 1,4 segundos e na tela de menor condutância entre 1,4 e 1,5 segundos. Entretanto, uma vez que os resultados apresentados através das simulações do modelo demonstram uma transição muita rápida, a diferença entre os tempos nas duas telas é praticamente imperceptível.

Nas Figuras 5.39-5.41 são apresentados alguns exemplos da variação das vazões Q_x e Q_y quando da perturbação de um maior F_g para um menor F_g .



Figura 5.39 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=4$ para $F_g=2$.



Figura 5.40 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $F_g=4$ para $F_g=2$.



Figura 5.41 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 em diferentes tempos antes e após a perturbação de $F_g=4$ para $F_g=2$.

Conforme se observa nas Figuras 5.39-5.41, os tempos de transição dos estados estacionários em diferentes comprimentos de tela e o tempo aproximado para que se alcance o perfil de vazão em um novo estado estacionário são aproximadamente os mesmos quando da perturbação de um F_g menor para um F_g maior.

5.3.2 Resultados para perturbação na vazão de alimentação

São apresentados resultados para as telas de peneiramento 1 e 2 considerando uma perturbação na vazão de alimentação de 0,135 m³/s para 0,0849 m³/s, ou seja, uma redução de aproximadamente 37%. Nas Figuras 5.42-5.50 são apresentadas as curvas para as vazões Q_x e Q_y no tempo para diferentes comprimentos de tela e Q_x versus comprimento de tela para diferentes tempos para a tela de peneiramento 1 para uma inclinação de 1° e F_g=2.



Figura 5.42 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e F_g=2)



Figura 5.43 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e Fg=2)



Figura 5.44 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de Q_A=0,135 para Q_A=0,0849 (inclinação de 1° e F_g=2)



Figura 5.45 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e Fg=2)



Figura 5.46 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e Fg=2)



Figura 5.47 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de Q_A=0,135 para Q_A=0,0849 (inclinação de 1° e F_g=2)



Figura 5.48 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e Fg=4)



Figura 5.49 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e Fg=4)



Figura 5.50 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de $Q_A=0,135$ para $Q_A=0,0849$ (inclinação de 1° e $F_g=2$)

Através das Figuras 5.42-5.50 observa-se que após o instante da perturbação (t=1 s) a vazão de fluido sobre a tela de peneiramento (Q_x) diminui instantaneamente e a partir daí inicia a transição entre os diferentes estacionários em uma forma de rampa até atingir um novo estado estacionário. A vazão de fluido passante pelas aberturas da tela (Q_y) se assemelha à perturbação em F_g, ou seja, após o instante da perturbação a vazão de fluido passante diminui em forma de rampa até atingir um novo estado estacionário. Observa-se que da mesma maneira que foi verificado nos casos apresentados da perturbação em F_g, os tempos de transição entre os estados estacionários é praticamente independente da tela de peneiramento, entretanto, na tela de maior condutância (tela 2), assim como observado quando da perturbação de F_g = 2 para Fg = 4 e F_g = 5, o tempo de transição entre os diferentes estados estacionários é o mesmo em x=1,725 m e x=2,3 m da tela de peneiramento.

5.3.3 Resultados para perturbação na inclinação da cesta de peneiramento

Conforme observado em 5.1, mudanças na inclinação da tela de peneiramento podem aumentar consideravelmente a passagem do fluido de perfuração pelas aberturas de tela, principalmente para $F_g=2$. São apresentados na sequencia resultados referentes a perturbação na inclinação da cesta de peneiramento para as telas 1 e 2 para $F_g=2$ e vazão de alimentação $Q_A = 0,135 \text{ m}^3/\text{s}$.

As Figuras 5.51-5.56 são representativas da variação da vazão de fluido sobre a tela Q_x no tempo para diferentes comprimentos de tela, vazão de fluido passante pelas aberturas Q_y no tempo para diferentes comprimentos de tela e vazão Q_x versus comprimento de tela para diferentes tempos para tela 1, perturbação na inclinação de 1° para 3°, 1° para 2° e F_g= 2 (constante).



Figura 5. 51 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° (QA=0,135 e

 $F_g=2)$



Figura 5.52 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° ($Q_A=0,135$ e $F_g=2$)



Figura 5.53 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 3° de inclinação (F_g=2 e $Q_A=0,135 \text{ m}^3\text{/s}$)



Figura 5.54 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° ($Q_A=0,135$ e $F_g=2$)



Figura 5.55 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 1 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° ($Q_A=0,135$ e

111

F_g=2)



Figura 5.56 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 1 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 2° de inclinação ($F_g=2$ e $Q_A=0,135 \text{ m}^3/\text{s}$)

Os perfis da dinâmica do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de peneiramento apresentados nas Figuras 5.51-5.56 são semelhantes aos apresentados anteriormente quando da perturbação em F_g . Entretanto, comparando os tempos de transição entre os diferentes estados estacionários, perturbações na inclinação da tela de peneiramento apresentam tempos de transição maiores do que perturbações em F_g e também perturbações na vazão de alimentação. Observa-se também que os tempos de transição são maiores quando ocorre uma perturbação para inclinação de 3° quando comparado com a perturbação da inclinação de 2°. Para a tela 1 há uma indicação de que em transições para maiores inclinações, onde maior quantidade de fluido passa pelas abertas, maiores tempos de transição são necessários para se atingir o novo estado estacionário.

As Figuras 5.57-5.62 são representativas da variação da vazão de fluido sobre a tela Q_x no tempo para diferentes comprimentos de tela, vazão de fluido passante pelas aberturas Q_y no tempo para diferentes comprimentos de tela e vazão Q_x versus comprimento de tela para diferentes tempos para tela 2, perturbação na inclinação de 1° para 3°, 1° para 2° e F_g= 2 (constante).



Figura 5.57 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° ($Q_A=0,135$ e $F_g=2$)



Figura 5.58 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 3° ($Q_A=0,135$ e

 $F_g=2)$

113



Figura 5.59 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 3° de inclinação (Fg=2 e $Q_A=0,135 \text{ m}^3\text{/s}$)



Figura 5.60 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° ($Q_A=0,135$ e



Figura 5.61 - Vazão de fluido passante pelas aberturas da tela 2 versus tempo para diferentes comprimentos de tela antes e após a perturbação de 1° para 2° ($Q_A=0,135$ e $F_g=2$)



Figura 5.62 - Vazão de fluido sobre a tela de peneiramento versus comprimento da tela 2 para diferentes tempos antes e após a perturbação de 1° para 2° de inclinação (Fg=2 e $Q_A=0,135 \text{ m}^3/\text{s}$)

Comparativamente à tela 1 (de menor condutância), quando da perturbação na inclinação, a tela 2 apresenta menores tempos de transição entre os diferentes estados estacionários. Os resultados dos tempos de transição entre os diferentes estados estacionários através da perturbação na inclinação nas diferentes telas diferem da perturbação em F_g e vazão de alimentação uma vez que os resultados dos tempos de transição após a perturbação em F_g e na vazão de alimentação foram praticamente independentes da tela de peneiramento. Para uma perturbação de 1° para 3° na tela 2 os tempos de transição entre os diferentes estados estacionários é praticamente o mesmo a partir de x = 1,15 m

5.4 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS SIMULADOS E EXPERIMENTAL PARA UMA CONDIÇÃO ESTACIONÁRIA

Para os resultados da simulação do modelo apresentados nesse item todos os dados são referentes aos testes experimentais realizados na peneira industrial. O fluido a base de goma xantana tem densidade (ρ) de 1000.5 kg/m³, viscosidade absoluta (μ) de 0,0057 Pa.s e tensão de escoamento (τ_0) de 0,5986 Pa. (Dados retirados de Bicalho, 2015)

Os parâmetros relacionados à tela de peneiramento (mesma utilizada nos testes experimentais) são apresentados na Tabela 5.7.

<i>B</i> (Espessura da tela) (m)	1,18×10 ⁻⁴
<i>a</i> (razão área superficial por volume) m ⁻¹	42500
ε (porosidade da tela) (-)	0,863
<i>D_p</i> (Diâmetro dos poros da tela) (m)	23,65×10 ⁻⁶
α , β_1 , γ (Parâmetros empíricos, Eq.10) (-)	4,13; 0,25; 0,6
Condutância da tela (ctela) (m)	3,45×10 ⁻⁷

Tabela 5.5 - Parâmetros da tela de peneiramento utilizada nos experimentos

Os valores dos parâmetros da tela contidos na tabela 5.8 foram obtidos através das Equações para uma tela Full twill uma vez que a condutância calculada para essa tela através da Equação 3.80 foi a mais próxima da condutância para uma tela API 200 HC (tela utilizada nos experimentos).

A vazão de alimentação Q_A foi de 0,002583 m³/s. São apresentados resultados para uma condição estacionária de 1° e 3° de inclinação da cesta de peneiramento sendo que para cada inclinação foram realizados testes na peneira industrial com Fatores g de 1 e 4. Na Tabela 5.8 são apresentados os resultados do ponto final do escoamento do fluido sobre a tela (comprimento total de tela até onde o fluido escoa) obtidos através da análise de imagens.

Tabela 5.6 - Ponto final do escoamento do fluido e % de tela molhada para diferentes

condições operacionais

Condições operacionais	Ponto final do escoamento (m)	% de tela molhada
$\theta = 1^{\circ} e F_g = 1$	1,839	78,59
$\theta = 1^{\circ} e F_g = 4$	1,266	54,10
$\theta = 3^{\circ} e F_g = 1$	1,343	57,39
$\theta = 3^{\circ} e F_g = 4$	0,925	39,53

O ponto final do escoamento do fluido sobre a tela em regime estacionário obtido experimentalmente é apresentado através das Figuras 5-63, a, b, c e d.



a- Comprimento de tela molhada, $\theta=1^{\circ}$ e F_g = 1



b- Comprimento de tela molhada, $\theta = 1^{\circ} e F_g = 4$





c- Comprimento de tela molhada, $\theta=3^{\circ}$ e F_g = 1 d- Comprimento de tela molhada, $\theta=3^{\circ}$ e F_g = 4

Figura 5.63 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso estacionário)

O ponto final do escoamento do fluido sobre a tela de peneiramento foi considerado no ponto onde se inicia o aparecimento de uma espuma na cor branca. Pode se observar assim que maiores inclinações da cesta de peneiramento e maiores acelerações da tela favorecem a passagem do fluido, independentemente da vazão de fluido alimentada sobre a tela, das propriedades como densidade e reologia do fluido e tipo de tela utilizada.

Na Tabela 5.7 são apresentadas as principais condições utilizadas para o cálculo da variação das vazões ao longo da tela de peneiramento.

Inclinação da tela, Fator g	Condições de contorno	Parâmetros de vibração
(Fg)		
1°	H ₀ =0,075 m,	$A_x=1,02\times10^{-2}$ m,
$F_{gN} = 1$	V _{x0} =0,02956m/s,	$A_y=1,37\times10^{-3}m$, fs=13.46
η(0; 0,05;0,2;0,4;0,6;0,8;1)	uy0=(-0,2523,-0,2481,-	Hz,
	0,2357, -0,2191,-0,2025,-	
	0,1858, -0,1691) m/s	
1°	H ₀ =0,075 m, V _{x0} =0,02956	$A_x=2,19\times10^{-3}$ m,
$F_{gN}=4$	m/s,	$A_y=1,23\times10^{-3}$ m, $f_s=27,82$
η(0,0,2,0,4,0,6,0,8,1)	uy0=(-0,4821,-0,4660,-	Hz
	0,4499,-0,4337,-0,4175,-	
	0,4013) m/s	
3°	H ₀ =0,075 m, V _{x0} = 0,02956	$A_x=1,02\times10^{-2}$ m,
$F_{gN} = 1$	m/s,	$A_y=1,37\times10^{-3}$ m, fs=13,46
η(0;0,05;0,1;0,15;0,2;0,4)	u _{y0} =(-0,2519,-0,2478,-	Hz
	0,2473, -0,2396,-0,2354,-	
	0,2188) m/s	
3°	H ₀ =0,075 m, V _{x0} =0,02956	$A_x=2,19\times10^{-3}m,$
$F_{gN} = 4$	m/s,	$A_y=1,23\times10^{-3}$ m, $f_s=27,82$
η(0,0,2,0,4,0,6,1)	u _{y0} =(-0,4816,-0,4655,-	Hz
	0,4494,-0,4332,-0,4008)	
	m/s	

Tabela 5.7 - Condições de contorno e parâmetros de vibração para diferentes

inclinações e Fator g (caso experimental)

Nas Figuras 5.64, 5.65, 5.66, 5.67 são apresentados resultados simulados da vazão de fluido sobre a tela de peneiramento Q_x para diferentes η (fator de escoamento) para uma inclinação de tela de 1° e F_{gN}=1, 3° e F_{gN}=1, 1° e F_{gN}=4 e 3° e F_{gN}=4.





experimentos)






Figura 5.66 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 1° inclinação e F_{gN}=4(resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)



Figura 5.67 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 3° inclinação e F_{gN}=4(resultados simulados com diferentes η e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)

Através das Figuras 5.64-5.67 observa-se que, independentemente da inclinação, para Fg = 4 a quantidade de fluido sobre a tela de peneiramento diminui em um trecho de

tela bem menor do que para $F_g = 1$. Observa-se também que onde a contribuição em termos de aceleração normal F_{gN} é maior há pouca variação de Q_x conforme se modifica o valor de η nas Equações do modelo. Para F_{gN} menor há um transporte de fluido sobre a tela maior e os valores de η utilizados no modelo são mais significantes quando comparados a uma F_{gN} maior. Assim observa-se que o fator de escoamento (η) é mais representativo na comparação com os dados experimentais para pequenos F_{gN} . Na Figura 5.68 é apresentada uma relação entre as forças de campo na direção y (F_y) e diferentes valores do parâmetro eta (η).



Figura 5.68 - Relação entre F_y e η para diferentes F_{gN} e inclinação de tela

Os resultados apresentados na Figura 5.68 demonstram que, independentemente da aceleração sobre a tela de peneiramento, maiores valores de η resultam em menores forças de campo na direção y justificando o maior escoamento para maiores η . Entretanto, o valor das Forças de campo na direção y para $F_{gN}=4$ é mais da metade em relação a $F_{gN}=1$ resultando em um menor escoamento do fluido sobre a tela e variações bem menores de Q_x sobre a tela de peneiramento com o aumento de eta.

Nas Figuras 5.69-5.72 são apresentadas as curvas da vazão de fluido sobre a tela para os valores de η que mais se aproximam do comprimento de tela molhada obtida experimentalmente um uma condição estacionaria



Figura 5.69 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 1° inclinação e $F_{gN}=1$ (resultados simulados com $\eta=1$ e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)



Figura 5.70 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 3° inclinação e F_{gN}=1(resultados simulados com η=0,4 e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)



Figura 5.71 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 1° inclinação e F_{gN}=4(resultados simulados com η=1 e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)



Figura 5. 72 - Variação da vazão Q_x ao longo da tela para 3° inclinação e F_{gN}=4(resultados simulados com η=1 e dados da tela industrial utilizada nos experimentos)

Dos resultados apresentados nas Figuras 5.69-5.72 indica que o modelo possibilita o conhecimento aproximado do comprimento da tela molhada, com desvios relativos percentuais inferiores a 10% nos casos de valores de F_{gN} inferiores a 4 (0,54 % para 1° e $F_{gN}=1$, 7,46% para 3° e $F_{gN}=1$), mas não possui boa previsão do valor experimental para o comprimento de tela para elevados valores de F_{gN} .

5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA UMA CONDIÇÃO DINÂMICA

Foram realizados testes experimentais modificando os parâmetros operacionais de inclinação de tela de peneiramento para uma determinada F_g . Os resultados obtidos são para o comprimento de tela em que o fluido escoa em diferentes tempos. Nas Figuras 5.73-5.74 são apresentados os resultados com os pontos experimentais da dinâmica do escoamento do fluido sobre a tela de peneiramento. São apresentados também o estado estacionário simulado para baixas acelerações normais $F_{gN} = 1$ e inclinação de 1 para 3 graus e de 3 para 1 grau.



Figura 5.73 - Pontos experimentais da dinâmica do escoamento do fluido de 1° para 3° e F_{gN}=1 (Com resultados simulados do estado estacionário)



Figura 5.74 - Pontos experimentais da dinâmica do escoamento do fluido de 3° para 1° e F_{gN}=1. (Com resultados simulados do estado estacionário)

São apresentados os pontos finais de escoamento do fluido nos diferentes tempos na Figura 5.75 de a até j para uma perturbação de 1° para 3° e $F_{gN}=1$.



a- Comprimento de tela molhada, t=0 s

b- Comprimento de tela molhada, t=5 s



c- Comprimento de tela molhada, t=10 s



e- Comprimento de tela molhada, t= 20 s



S



g- Comprimento de tela molhada, t = 30 s

d- Comprimento de tela molhada, t= 15





h- Comprimento de tela molhada, t= 35 S



i- Comprimento de tela molhada, t= 40 s Figura 5.75 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 1º para 3º, F_{gN}=1)

São apresentados os pontos finais de escoamento do fluido nos diferentes tempos na Figura 5.76 de a até g para uma perturbação de 3° para 1° e F_{gN} =1.



a- Comprimento de tela molhada, t=0 s



b- Comprimento de tela molhada, t=5



c- Comprimento de tela molhada, t=10 s



d- Comprimento de tela molhada, t=15 s



e- Comprimento de tela molhada, t=20 s





f- Comprimento de tela molhada, t=25 s

g- Comprimento de tela molhada, t=30 s Figura 5.76 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 3º para 1º, F_{gN}=1)

São apresentados os pontos finais de escoamento do fluido nos diferentes tempos na Figura 5.77 de a até g para uma perturbação de 1° para 3° e F_{gN} =4.



S

- a- Comprimento de tela molhada, t=0 s
- b- Comprimento de tela molhada, t=5



c- Comprimento de tela molhada, t=10 s



e- Comprimento de tela molhada, t=20 s



d- Comprimento de tela molhada, t=15 s



f- Comprimento de tela molhada, t=25 s



g- Comprimento de tela molhada, t=30 s Figura 5.77 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 1º para 3º, FgN=4)

São apresentados os pontos finais de escoamento do fluido nos diferentes tempos na Figura 5.78 de a até j para uma perturbação de 3° para 1° e F_{gN}=4.



c- Comprimento de tela molhada, t=10 s d- Comprimento de tela molhada, t=15 s



e- Comprimento de tela molhada, t=20 s f- Comprimento de tela molhada, t=25 s



g- Comprimento de tela molhada, t=30 s h- Comprimento de tela molhada, t=35 s Figura 5.78 - Imagens do escoamento do fluido sobre as telas de uma peneira industrial (caso dinâmico, perturbação de 3° para 1°, F_{gN}=4)

Os resultados apresentados demonstram o avanço ou recuo da coluna de fluido no tempo sobre a tela conforme há uma perturbação no sistema de uma determinada inclinação para uma mesma aceleração. Através das imagens obtidas nos experimentos pode-se observar o tempo necessário para que a coluna de fluido, a partir do instante da perturbação, atinge um novo estado estacionário. De maneira geral observa-se que aproximadamente 30 segundos são necessários para que se atinja um novo estado estacionário

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este trabalhou apresentou o estudo da dinâmica do escoamento do fluido de perfuração sobre a tela de uma peneira vibratória. Um estudo de caso foi apresentado com perturbações em parâmetros operacionais, Fator g, inclinação da tela de peneiramento e vazão de alimentação para duas diferentes telas observando as características do perfil da dinâmica de transição entre os diferentes estados estacionários.

Através das simulações do modelo do escoamento do fluido sobre a tela em regime estacionário foi observada uma relação de aumento da passagem do fluido, independentemente da tela, com o aumento do Fator g e da inclinação conforme já observado anteriormente por Hoberock (1982a,1982b, 1982c). Uma vez que o modelo de escoamento do fluido sobre a tela de peneiramento não considera sólidos de perfuração, este trabalho apresentou resultados da capacidade da passagem do fluido pelas aberturas da tela na presença de sólidos observando que a presença dos sólidos reduz consideravelmente a passagem do fluido pelas aberturas de tela.

O modelo do escoamento do fluido em regime transiente apresentou transições de poucos segundos entre os diferentes estados estacionários. Dentre as observações dos resultados obtidos da dinâmica do escoamento em diferentes telas temos:

Perturbação em F_g

- Independentemente da tela de peneiramento a transição entre os diferentes estados estacionários, após o instante de perturbação, é uma rampa nos diferentes comprimentos de tela. Estes resultados se apresentaram como esperado de acordo com os resultados obtidos para o caso estacionário.
- Em uma mesma tela os tempos de transição entre os diferentes estados estacionários é praticamente o mesmo nas diferentes perturbações.
- A tela de maior condutância (tela 2) apresentou tempos de transição entre os estados estacionários levemente inferiores ao da tela de menor condutância.
- O modelo do escoamento em regime transiente pode ser utilizado também para uma perturbação de uma maior Fg para uma menor Fg.

Perturbação na vazão de alimentação

- Para uma mesma inclinação e aceleração, a partir do instante da perturbação, a quantidade de fluido sobre a tela diminui instantaneamente e após inicia-se a transição entre os diferentes estados estacionários em forma de uma rampa.
- A dinâmica da passagem do fluido de perfuração pelas aberturas da tela em diferentes comprimentos de tela se assemelha à perturbação em Fg.
- Nos 25% restantes da tela de maior condutância os tempos de transição entre os diferentes estados estacionários são praticamente os mesmos.

Perturbação na inclinação da cesta de peneiramento

- Os perfis da dinâmica do escoamento do fluido são semelhantes aos da perturbação em F_g em vazão de alimentação.
- Os tempos de transição entre os diferentes estados estacionários são maiores quando comparados aos tempos de transição na perturbação em Fg e vazão de alimentação.
- Perturbações para maiores inclinações indicam maiores tempos de transição entre os diferentes estados estacionários principalmente para telas de menor condutância.
- Tela de maior condutância apresenta tempos de transição, entre os diferentes estados estacionário, menores que a tela de menor condutância.

Os resultados dos testes experimentais obtidos em peneira industrial demonstraram que maiores inclinações e maiores F_g propiciam uma maior passagem do fluido de perfuração pelas aberturas da tela de peneiramento. Resultados simulados com dados da tela e fluido utilizado nos testes experimentais comprovaram os resultados experimentais em estado estacionário, mas não tiveram boa qualidade para a previsão do comprimento de tela em valores de Fg elevados (superiores a 2). Os resultados da dinâmica do escoamento do fluido sobre a tela, obtidos experimentalmente, demonstraram que após o instante de perturbação há uma rampa de transição entre os estados estacionários o que foi observado nos estudos de caso simulados para diferentes telas, entretanto, a transição entre os diferentes estados estacionários no estudo de caso simulado apresentou tempos consideravelmente menores quando comparados aos resultados obtidos experimentalmente.

6.1 SUGESTÕES

Como sugestões para trabalhos futuros destacam-se:

- Avaliação do modelo dinâmico desenvolvido dentro de uma estratégia de controle de processos baseada em modelos;
- Modificação e simulação do modelo considerando movimentos vibratórios elíptico progressivo balanceado e não balanceado;
- Modificação e simulação do modelo considerando velocidade relativa do fluido em relação ao deslocamento da tela nas direções vertical e horizontal;
- Validação do modelo em condições estacionárias e dinâmicas do escoamento do fluido sobre a tela da peneira vibratória para outras configurações operacionais tais como, modelos de tela, características de lama, maior faixa de F_g e inclinação de tela.

ANEXO

A capacidade de processamento de fluido de perfuração (quantidade de fluido que passa pelas aberturas da tela de peneiramento) na presença de sólidos perfurados pode ser estimada através da Equação A1

$$q_s = \left(\frac{r_I}{1+r}\right) q_f \tag{A1}$$

Em que r_1 é um fator de interferência de sólidos sobre a tela que considera partículas de tamanho 25% menor até 50% maior do que o tamanho das aberturas da tela, q_f é quantidade de fluido processada sem a presença de sólidos r um fator de carregamento de sólidos que é representado na Equação A2.

$$r = 21,81 \times 10^{-3} \frac{\delta F u d_h^2}{b B \bar{\nu}} \tag{A2}$$

Em que δ é a razão entre a permeabilidade da tela para a permeabilidade da camada de sólidos, F é a fração de sólidos de tamanho maior que a abertura da tela, u é a taxa de penetração da broca durante a perfuração do poço, d_h é o diâmetro do poço, b a largura da tela, B a espessura da tela e \bar{v} a velocidade média de transporte dos sólidos sobre a tela.

A taxa de penetração da broca u pode ser representada pela Equação A3 desenvolvida por Maurer (1962).

$$u = \frac{dP_r}{dt} = \frac{4}{\pi d_b^2} \frac{dV_g}{dt}$$
(A3)

Em que P_r é a profundidade perfurada pela broca em metros, d_b é o diâmetro da broca e V_g é o volume de sólidos gerado durante a perfuração do poço.

Para ilustrar a interferência dos sólidos de perfuração sobre a passagem do fluido sobre as telas 1 e 2, cujos é apresentado aqui um exemplo com dados apresentados em Pereira (2010). Na Figura 1 é apresentada a distribuição granulométrica de sólidos de perfuração alimentados em peneiras localizadas em um sistema de controle de sólidos de sondas de perfuração terrestre localizadas no interior da Bahia. A distribuição cumulativa apresentada na Figura 1 foi ajustada através do Modelo de Rosin-Rammler-Bennet (RRB) apresentado através da Equação A4.

$$X = 1 - exp\left(\left(\frac{d_p}{20.97}\right)^{0.62}\right) \tag{A4}$$



Figura A.1 - Distribuição cumulativa de sólidos de perfuração (Retirado de Pereira,2010)

As telas 1 e 2 apresentadas neste trabalho tem tamanho de abertura de 95 e 94,48 micrometros respectivamente. Da Figura 5.15 tem-se que F=0,060279 e r_I = 0,106853 para a tela 1 e F=0,060493 e r_I = 0,107919. Em Pereira (2010) tem-se que d_b = 0,2083 m e V_g = 0,3 m³/h. Assim a taxa de penetração calculada através da Equação 3.107 será u=8,803 m/h. O poço tem um diâmetro aproximadamente igual ao diâmetro da broca, ou seja, d_h = d_b = 0,2083 m. A velocidade média de transporte dos sólidos é calculada pela Equação A5, conforme apresentado em Lal e Hoberock (1988).

$$\bar{v} = \frac{\bar{v}_{sn}g}{\omega} \tag{A5}$$

Em que \bar{v}_{sn} é a velocidade de transporte de sólidos normalizada que é representada pela razão entre distancia total normalizada e a duração angular para cada repetição periódica dada a velocidade de transporte de sólidos normalizada em cada período (Equação A6).

$$\overline{\boldsymbol{\nu}}_{\boldsymbol{s}\boldsymbol{n}} = \frac{L_{tn}}{\theta_t} \tag{A6}$$

REFERÊNCIAS

ANDREWS, J. et al., 1999. Shale Shakers and Drilling Fluid Systems. Gulf Publishing Company, Houston. <u>https://doi.org/10.1016/B978-0-88415-948-3.X5000-X</u>

ABBASPOUR-FARD, M., 2000. Discrete element modelling of the dynamic behaviour of non-spherical particulate materials 275.

BALEVIČIUS, R., DŽIUGYS, A., KAČIANAUSKAS, R., MAKNICKAS, A., VISLAVIČIUS, K., 2006. Investigation of performance of programming approaches and languages used for numerical simulation of granular material by the discrete element method. Comput. Phys. Commun. 175, 404–415. <u>https://doi.org/10.1016/j.cpc.2006.05.006</u>

BARBOSA, P.V., 2018. AVALIAÇÃO DE FATORES OPERACIONAIS EM PROCESSO DE PENEIRAMENTO VIBRATÓRIO APLICADO À SEPARAÇÃO SÓLIDO-LÍQUIDO COM O AUXÍLIO DE TÉCNICAS DE ANÁLISE DE IMAGEM 98. <u>https://doi.org/10.5151/cobeq2018-PT.0800</u>

BENIS, S.G., 2017. PERFORMANCE STUDY OF A BENCH SCALE SHALE SHAKER PERFORMANCE STUDY OF A BENCH. Diss. Present. to Grad. Fac. Univ. Akron.

BEUNDER, E.M., REM, P.C., 1999. Screening kinetics of cylindrical particles. Int. J. Miner. Process. 57, 73–81. <u>https://doi.org/10.1016/S0301-7516(99)00007-1</u>

BICALHO I.C., 2015. Estudo experimental e de Simulação por CFD de Escoamentos em seções anulares com excentricidade variavel e obstrução parcial da coluna.Tese (Doutorado),Universidade Federal de Uberlandia. https://doi.org/10.14393/ufu.te.2015.45

BOUSE, E., 2005. Centrifuges. Drill. Fluids Process. Handb. 303–326. https://doi.org/10.1016/B978-075067775-2/50014-7

CHEN RONGGUANG, J.M.B., QINGRU, AND C., 1992. A convenient correlation for modelling the performance of probability screens. Int. J. Miner. Process. 36, 31–40. https://doi.org/10.1016/0301-7516(92)90061-Z

CHEN, Y. HUA, TONG, X., 2009. Application of the DEM to screening process: a 3D simulation. Min. Sci. Technol. 19, 493–497. <u>https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60092-2</u>

CHEN, Y., TONG, X., 2010. Modeling screening efficiency with vibrational parameters based on DEM 3D simulation. Min. Sci. Technol. 20, 615–620. https://doi.org/10.1016/S1674-5264(09)60254-4

CLEARY, P.W., SINNOTT, M.D., MORRISON, R.D., 2009. Separation performance of double deck banana screens - Part 2: Quantitative predictions. Miner. Eng. 22, 1230– https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.07.001

CLEARY, P.W., WILSON, P., SINNOTT, M.D., 2018. Effect of particle cohesion on flow and separation in industrial vibrating screens. Miner. Eng. 119, 191–204. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.01.037 DEHGHANI, A., MONHEMIUS, A.J., GOCHIN, R.J., 2002. Evaluating the Nakajima et al. model for rectangular-aperture screens. Miner. Eng. 15, 1089–1094. https://doi.org/10.1016/S0892-6875(02)00225-X

DELANEY, G.W., CLEARY, P.W., HILDEN, M., MORRISON, R.D., 2012. Testing the validity of the spherical DEM model in simulating real granular screening processes. Chem. Eng. Sci. 68, 215–226. <u>https://doi.org/10.1016/j.ces.2011.09.029</u>

DONG, K., ESFANDIARY, A.H., YU, A.B., 2017. Discrete particle simulation of particle flow and separation on a vibrating screen: Effect of aperture shape. Powder Technol. 314, 195–202. <u>https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.11.004</u>

DONG, K.J., WANG, B., YU, A.B., 2013. Modeling of Particle Flow and Sieving Behavior on a Vibrating Screen: From Discrete Particle Simulation to Process Performance Prediction. Ind. Eng. Chem. Res. 52, 11333–11343. https://doi.org/10.1021/ie3034637

DONG, K.J., YU, A.B., 2012. Numerical simulation of the particle flow and sieving behaviour on sieve bend/low head screen combination. Miner. Eng. 31, 2–9. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.10.020

DONG, K.J., YU, A.B., BRAKE, I., 2009. DEM simulation of particle flow on a multideck banana screen. Miner. Eng. 22, 910–920. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.03.021

DORRY, K.E, DUFILHO B., 2012. Automation Improves Shaker Performance. IADC /SPE Drilling Conference and Exhibition, pp 6-8.H

DRAHUN, J.A., BRIDGWATER, J., 1983. The mechanisms of free surface segregation. https://doi.org/10.1016/0032-5910(83)80007-2

ELSKAMP, F., KRUGGEL-EMDEN, H., HENNIG, M., TEIPEL, U., 2017. A strategy to determine DEM parameters for spherical and non-spherical particles. Granul. Matter 19. <u>https://doi.org/10.1007/s10035-017-0710-0</u>

ETTMAYR, A., STAHL, W., SAUER, K.K.G., n.d. Dewatering of fine granular materials by vibrating screens with superposed capillary suction. Developments in Mineral Processing. 13, C5-8, CR-15. <u>https://doi.org/10.1016/S0167-4528(00)80035-6</u>

FAN, Y., BOUKERKOUR, Y., BLANC, T., UMBANHOWAR, P.B., OTTINO, J.M., LUEPTOW, R.M., 2012. Stratification, segregation, and mixing of granular materials in quasi-two-dimensional bounded heaps. Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys. 86, 1–12. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevE.86.051305</u>

FERNANDEZ, J.W., CLEARY, P.W., SINNOTT, M.D., MORRISON, R.D., 2011. Using SPH one-way coupled to DEM to model wet industrial banana screens. Miner. Eng. 24, 741–753. <u>https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.01.004</u>

FERRARA, G., PRETI, U., SCHENA, G.D., 1988. Modelling of screening operations. Int. J. Miner. Process. 22, 193–222. <u>https://doi.org/10.1016/0301-7516(88)90064-6</u> FERRARA, G., PRETI, U., SCHENA, G.D., 1987. Computer-aided Use of a Screening Process Model. APCOM 87. Proceeding Twent. Int. Symp. Appl. Comput. Math. Miner. Ind. 2, 153–166.

GUERREIRO, F.S., GEDRAITE, R., ATAÍDE, C.H., 2016. Residual moisture content and separation efficiency optimization in pilot-scale vibrating screen. Powder Technol. 287, 301–307. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.10.016

H. C. H. DARLEY, G.R.G., 1988. Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids, Fifth Edit. ed.

HOBEROCK, L.L., 1980. A Study of Vibratory Screening of Drilling Fluids. J. Pet. Technol. 32. <u>https://doi.org/10.2118/8226-PA</u>

HOBEROCK, L.L., 4 Jan,1982.Curves are useful guide in finding fluid capacity limits for conventional shakers screens. Oil & gás Journal, pp-89-100.

HOBEROCK, L.L, 18 jan, 1982. Flow limits for unconventional shaker screens. Oil & gás Journal, pp-92-101.

HOBEROCK, L.L, 1982, Flow Limits in Vibrating screen Separation of Drilling Fluids. Filtration & Separation, pp-109,114.

HUDSON, R.B., Jansen, M.L., Linkson, P.B., 1969. Batch sieving of deep particulate beds on a vibratory sieve. Powder Technol. 2, 229–240. <u>https://doi.org/10.1016/0032-5910(69)80017-3</u>

JAFARI, A., SALJOOGHI NEZHAD, V., 2016. Employing DEM to study the impact of different parameters on the screening efficiency and mesh wear. Powder Technol. 297, 126–143. <u>https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.04.008</u>

JAHANI, M., FARZANEGAN, A., NOAPARAST, M., 2015. Investigation of screening performance of banana screens using LIGGGHTS DEM solver. Powder Technol. 283, 32–47. <u>https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.05.016</u>

K. KELLER AND W. STAHL, 1997. Vibration screens for dewatering-Theory and practice. Miner. Metall. Process. <u>https://doi.org/10.1007/BF03402748</u>

KELLER, K., STAHL, W., 1994. Vibration dewatering. Chem. Eng. Process. 33, 331–336.<u>https://doi.org/10.1016/0255-2701(94)02004-3</u>

KING, R.P., 2001. Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems. Model. Simul. Miner. Process. Syst. 403. <u>https://doi.org/10.1016/B978-0-08-051184-9.50004-3</u>

KRUGGEL-EMDEN, H., ELSKAMP, F., 2014. Modeling of Screening Processes with the Discrete Element Method Involving Non-Spherical Particles. Chem. Eng. Technol. 37, 847–856. <u>https://doi.org/10.1002/ceat.201300649</u>

KUO LUN TUNG, TING HSIANG CHANG, YI-FENG LIN, C.-S.C., 2011. DEM Simulation of a 3D Vertical Vibratory Screening Process: The Study of a Simulated Woven-Mesh Structure. AIChE J. 57, 918–928. <u>https://doi.org/10.1002/aic.12311</u>

LAL, M., HOBEROCK, L.L., 1988. Solids-Conveyance Dynamics and Shaker

Performance. SPE Drill. Complet. 4, 385–394. https://doi.org/10.2118/14389-PA

LI, H., MCCARTHY, J.J., 2006. Controlling Cohesive Particle Mixing and Segregation. Powder Technol. 164, 4. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.184301</u>

LI, J., WEBB, C., PANDIELLA, S.S., CAMPBELL, G.M., 2003. Discrete particle motion on sieves - A numerical study using the DEM simulation. Powder Technol. 133, 190–202. <u>https://doi.org/10.1016/S0032-5910(03)00092-5</u>

LI, Z., TONG, X., 2017. Applications of the discrete element method and Fibonacci sequence on a banana screen. J. Eng. Des. Technol. 15, 2–12. https://doi.org/10.1108/JEDT-06-2015-0035

LIU, C., WANG, H., ZHAO, Y., ZHAO, L., DONG, H., 2013. DEM simulation of particle flow on a single deck banana screen. Int. J. Min. Sci. Technol. 23, 273–277. https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2013.04.007

MAKSE, H.A., CIZEAU, P., STANLEY, H.E., 1997. Possible stratification mechanism in granular mixtures. Phys. Rev. Lett. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.3298</u>

MARSHALL, W.H., BRANDT, L.K., 1978. Solids Control in a Drilling Fluid. Society of Petroleum Engineers of AIME, pp-109-112. <u>https://doi.org/10.2118/7011-MS</u>

MAURER, W.C, 1962. The Perfect-Cleaning Theory of rotary drilling. Journal of Petroleum Technology, v.14, pp-1270-1274. <u>https://doi.org/10.2118/408-PA</u>

MERRILL, J., ROBINSON, L., 2005. Shale Shakers. Drill. Fluids Process. Handb. 111–182. <u>https://doi.org/10.1016/B978-075067775-2/50008-1</u>

MORGAN, M.C., 2004. Hydrocyclones. Drill. Fluids Process. Handb. 257–282. https://doi.org/10.1016/B978-075067775-2/50012-3

PERREIRA, M.S. 2010, Caracterização de cascalho e lama de perfuração ao longo do processo de controle de sólidos em sondas de petróleo e gás. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Uberlândia.

RAJA, V., 2012. Shale Shaker Model and Experimental Validation.

RAJA, V., CHASE, G.G., JONES, B.N., GEEHAN, T., Swaco, M., 2012. AADE-12-FTCE-58 Computational Modeling and Experiments on Shale Shaker Performance 001, 1–6.

RAJA, V., CHASE, G.G., JONES, B.N., GEEHAN, T., Swaco, M., 2010. AADE-10-DF-HO-11 Continuum Model of a Shale Shaker.

SCOTT, E.L., VARCO, N.O., 2006. IADC / SPE 99035 Automatic Shaker Control. https://doi.org/10.2118/99035-MS

SHIMOSAKA, A., HIGASHIHARA, S., HIDAKA, J., 2000. Estimation of the sieving rate of powders using computer simulation. Adv. Powder Technol. 11, 487–502. https://doi.org/10.1163/156855200750172088

SOLDINGER, M., 2000. Influence of particle size and bed thickness on the screening process. Miner. Eng. 13, 297–312. <u>https://doi.org/10.1016/S0892-6875(00)00009-1</u>

SOLDINGER, M., 1999. Interrelation of stratification and passage in the screening process. Miner. Eng. 12, 497–516. <u>https://doi.org/10.1016/S0892-6875(99)00033-3</u>

STANDISH, N., 1985. The kinetics of batch sieving. Powder Technol. 41, 57–67. https://doi.org/10.1016/0032-5910(85)85075-0

STANDISH, N., BHARADWAJ, A.K., HARIRI-AKBARI, G., 1986. A study of the effect of operating variables on the efficiency of a vibrating screen. Powder Technol. 48, 161–172. <u>https://doi.org/10.1016/0032-5910(86)80075-4</u>

STANDISH, N., META, I.A., 1985. Some Kinetic Aspect of Continuous screening. Powder Technol. 41, 165–171. <u>https://doi.org/10.1016/0032-5910(85)87035-2</u>

SUBASINGHE, G.K.N.S., SCHAAP, W., KELLY, E.G., 1990. Modelling screening as a conjugate rate process. Int. J. Miner. Process. 28, 289–300. <u>https://doi.org/10.1016/0301-7516(90)90047-3</u>

SUBASINGHE, G.K.N.S., SCHAAP, W., KELLY, E.G., 1989. Modelling the screening process — an empirical approach. Miner. Eng.<u>https://doi.org/10.1016/0892-6875(89)90044-7</u>

SUN, X., SAKAI, M., YAMADA, Y., 2013. Three-dimensional simulation of a solidliquid flow by the DEM-SPH method. J. Comput. Phys. 248, 147–176. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.04.019

SZYMKIEWICZ, R.,2010.Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics, Springer, volume 83. <u>https://doi.org/10.1007/978-90-481-3674-2</u>

THOMAS, N., 2000. Reverse and intermediate segregation of large beads in dry granular media. Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip. Top. 62, 961–974. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.961</u>

TRUMIC, M., MAGDALINOVIC, N., 2011. New model of screening kinetics. Miner. Eng. 24, 42–49. <u>https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.09.013</u>

WANG, G., TONG, X., 2011. Screening efficiency and screen length of a linear vibrating screen using DEM 3D simulation. Min. Sci. Technol. 21, 451–455. https://doi.org/10.1016/j.mstc.2011.05.026

XIAO, J., TONG, X., 2013. Characteristics and efficiency of a new vibrating screen with a swing trace. Particuology 11, 601–606. <u>https://doi.org/10.1016/j.partic.2012.07.014</u>

XIAO, J., TONG, X., 2012. Particle stratification and penetration of a linear vibrating screen by the discrete element method. Int. J. Min. Sci. Technol. 22, 357–362. https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2012.04.013

YANG, R.Y., ZOU, R.P., Yu, A.B., 2003. Numerical study of the packing of wet coarse uniform spheres. AIChE J. 49, 1656–1666. <u>https://doi.org/10.1002/aic.690490706</u>

YIN, Z., ZHANG, H., HAN, T., 2016. Simulation of particle flow on an elliptical vibrating screen using the discrete element method. Powder Technol. 302, 443–454. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.08.061

ZHAO, L., ZHAO, Y., BAO, C., HOU, Q., YU, A., 2017. Optimisation of a circularly

vibrating screen based on DEM simulation and Taguchi orthogonal experimental design. Powder Technol. 310, 307–317. <u>https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.049</u>

ZHAO, L., ZHAO, Y., BAO, C., HOU, Q., YU, A., 2016. Laboratory-scale validation of a DEM model of screening processes with circular vibration. Powder Technol. 303, 269–277. <u>https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.09.034</u>