

University of Groningen

## Dynamics and topological invariants of circle endomorphisms

Barkmeijer, Jan

**IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.**

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

1988

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Barkmeijer, J. (1988). *Dynamics and topological invariants of circle endomorphisms*. s.n.

### Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

### Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

## SAMENVATTING

Grondgedachte van dit proefschrift is, met slechts minimale informatie, bijvoorbeeld een eindig aantal iteraties van een punt, de dynamica van cirkelendomorfismen te analyseren.

In hoofdstuk 1 worden enkele opmerkelijke verschillen gesignaleerd tussen drie belangrijke groepen van 1-dimensionale afbeeldingen, te weten: intervalafbeeldingen, cirkeldiffeomorfismen en cirkelendomorfismen. Ook worden hier basisbegrippen geïntroduceerd zoals het rotatiegetal voor diffeomorfismen. Dit laatste laat zich omschrijven als de gemiddelde draaiing van een punt, in asymptotische zin, onder iteratie van een diffeomorfisme. Met ieder diffeomorfisme correspondeert een rotatiegetal en op die manier wordt een link gelegd met de zuivere rotaties op de cirkel.

Is bij diffeomorfismen de asymptotische gemiddelde draaiing voor ieder punt gelijk, voor endomorfismen is dat in het algemeen niet het geval; het is zelfs mogelijk dat dit gemiddelde niet bestaat (zie appendix I voor deze problematiek in een andere context). Er zal dan bij een endomorfisme ook sprake zijn van een rotatieinterval.

In hoofdstuk 2 neemt dit rotatieinterval een belangrijke plaats in. De wijze waarop het gedefinieerd is, bemoeilijkt de numerieke bepaling ervan. In principe is hiervoor oneindig veel informatie nodig.

Er worden algoritmes ontwikkeld die het mogelijk maken, zelfs met een eindig aantal iteraties, te besluiten dat een cirkelafbeelding een niet-triviaal rotatieinterval bezit. Eén van deze algoritmes geeft voor de baan van een punt –dit is de verzameling van alle iteraties– het zogenaamde snelheidsinterval. Ook al wordt dit interval niet volledig bepaald door het asymptotische gedrag van de betreffende baan, toch is het bevat in het rotatieinterval van de bijbehorende cirkelafbeelding.

In het laatste hoofdstuk onderzoeken we in hoeverre de dynamica van een cirkelafbeelding vastligt, als de banen van de kritieke punten – in dit geval een tweetal – slechts ongeveer bekend zijn. Hierbij wordt gebruik gemaakt van symbolische dynamica, een techniek die bij intervalafbeeldingen al van nut gebleken was. De dynamica van een individuele afbeelding, maar ook de bifurcatietheorie van 1-parameter families van cirkelafbeeldingen komen aan de orde.