

**MODÉLISATION ET ASSERVISSEMENT EN PARCOURS D'UN
CHARGEUR-TRANSPORTEUR-DÉCHARGEUR DE MINE**

Romano M. DeSantis

FÉVRIER 1996

gratuit

Tous droits réservés. On ne peut reproduire ni diffuser aucune partie du présent ouvrage, sous quelque forme ou par quelque procédé que ce soit, sans avoir obtenu au préalable l'autorisation écrite des auteurs.

**Dépôt légal, Février 1996
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada**

**Modélisation et asservissement en parcours
d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine**

**Romano M. DeSantis
Département de Génie Électrique et
Génie Informatique**

Pour se procurer une copie de ce document, s'adresser au:

**Service des Éditions
École Polytechnique de Montréal
Case postale 6079, Succursale Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3A7
Téléphone: (514) 340-4473
Télécopie: (514) 340-3734**

Compter 0,10\$ par page et ajouter 3,00\$ pour la couverture, les frais de poste et la manutention. Régler en dollars canadiens par chèque ou mandat-poste au nom de l'École Polytechnique de Montréal.

Nous n'honorons que les commandes accompagnées d'un paiement, sauf s'il y a eu entente préalable dans le cas d'établissements d'enseignement, de sociétés ou d'organismes canadiens.

MODÉLISATION ET ASSERVISSEMENT EN PARCOURS D'UN CHARGEUR-TRANSPORTEUR-DÉCHARGEUR DE MINE

Professeur R.M. DeSantis
Département de génie électrique et de génie informatique
École Polytechnique de Montréal
2900, Édouard-Montpetit - CP 6079-A
Montréal (Québec), Canada, H3C 3A7

0. Sommaire

Une commande d'asservissement en parcours d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine est conçue en se fondant sur une méthode géométrique récemment élaborée pour des véhicules articulés du genre tracteur-remorque. Une composante cinétique de cette commande calcule les vitesses que doit avoir le véhicule pour suivre le parcours, tandis qu'une composante dynamique détermine la propulsion et le braquage nécessaires pour obtenir ces vitesses. La mise en oeuvre d'une telle commande semble ne comporter aucun problème, quels qu'en soient les aspects fonctionnels, techniques ou économiques.

Mots-clés : chargeur-transporteur-déchargeur de mine, robots mobiles, commande en position, asservissement en parcours, dérapage, cap, autonomie, contraintes nonholonomes.

21 janvier 1996

Une version en langue anglaise de ce rapport apparaîtra (en 1997) sous le titre « MODELING AND PATH-TRACKING FOR A LOAD-HAUL-DUMP VEHICLE » dans le Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, de la American Society of Mechanical Engineers.

MODÉLISATION ET ASSERVISSEMENT EN PARCOURS D'UN CHARGEUR-TRANSPORTEUR-DÉCHARGEUR DE MINE

Professeur R.M. DeSantis
Département de génie électrique et de génie informatique
École Polytechnique de Montréal
2900, Édouard-Montpetit - CP 6079-A
Montréal (Québec), Canada, H3C 3A7

Table des matières

0. Sommaire

1. Introduction

2. Modélisation du véhicule

3. Asservissement en parcours

4. Conception de la commande

5. Exemple d'application

Conclusions

Remerciements

Annexes A: Démonstration de la proposition 1

B: Démonstration de la proposition 1

C: Conception de la commande par linéarisation globale

Symboles

Figures

1. Introduction

On a consacré ces derniers temps des ressources et des efforts considérables pour améliorer les méthodes d'exploitation minière. Les objectifs visés sont d'optimiser les coûts et l'efficacité d'exploitation des gisements, d'améliorer la sécurité et les conditions de travail des mineurs et de procéder à l'exploitation de gisements à des endroits dangereux, hostiles ou difficiles d'accès (voir, par exemple, le Sixième Symposium Canadien sur l'automatisation dans les mines, tenu à Montréal en octobre 1994). À cette fin, nombreux sont les articles scientifiques qui portent sur l'étude des problèmes techniques entourant le choix, l'évaluation et l'installation des composantes physiques nécessaires pour assurer l'autonomie de mouvement des chargeurs-transporteurs-déchargeurs de mine (voir, par exemple, St-Amant et al., 1988, 1991, Hurteau et al., 1988, 1992, Strickland et King, 1993, Dasys et al., 1994).

La faisabilité technique d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine à mouvement autonome a été démontrée récemment par Lane et King (1994). En utilisant des actionneurs de puissance motrice et de braquage appropriés, des dispositifs de mesure du mouvement, comme des capteurs ultrasoniques et des codeurs de roues, ainsi que des plates-formes de calcul et de communication spéciales, ces chercheurs ont mis au point un véhicule Diesel

expérimental capable de se déplacer de façon autonome dans un couloir de mine simulé. Hurteau (1988), Kumar et Vagenas (1993) et Baiden et Henderson (1994), entre autres, ont obtenu des résultats similaires.

Bien que ces résultats soient concrets et probants, il n'en demeure pas moins que la mise en oeuvre d'un véhicule de mine à autonomie de mouvement exige que certains aspects de la question soient étudiés en utilisant une approche plus systémique. Comment faut-il modéliser le comportement dynamique et cinétique d'un véhicule de mine? Comment relier la puissance motrice et le degré de braquage du véhicule aux variables de mouvement mesurées, comme le décalage latéral par rapport au parcours et les écarts de cap et de vitesse connexes? Quelle devrait être la structure de la commande de mouvement et quelles sont les relations entre les paramètres de cette structure et les critères de mouvement, comme la vitesse et l'accélération désirées ou le rayon de courbure du parcours à suivre? Quelles sont les conditions pour que cette structure possède les propriétés recherchées de linéarité, d'invariance dans le temps et de modularité?

Ces questions sont abordées ci-dessous en analysant l'asservissement en parcours de véhicules industriels autonomes ayant la géométrie d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine. On utilise des techniques récentes appartenant au domaine de l'automatisation des robots manipulateurs et des véhicules de

transport, y compris la méthode de Kane pour modéliser la dynamique du véhicule (Saha et Angeles, 1991, Kane et al., 1983, 1985), l'asservissement en parcours fondé sur l'espace de configuration (Latombe, 1991) et sur la notion d'asservissement géométrique, le découplage et la partition de l'activité de commande (Luh-Walker-Paul, 1980), la linéarisation par voie de rétroaction nonlinéaire et des techniques de Lyapunov (Khalil, 1992).

Plusieurs études similaires à celle-ci ont déjà été effectuées pour des véhicules articulés du genre tracteur-remorque (Kanayama et al., 1990, Sampei et al., 1990, 1995, D'Andrea-Novel et al., 1992, Laumond, 1993, Walsh et al., 1994, DeSantis, 1994b,c, Samson, 1995, Tilbury et al., 1992, 1995). Toutefois, les résultats de ces études ne peuvent être transposés directement aux chargeurs-transporteurs-déchargeurs de mine, car ces derniers, contrairement aux véhicules articulés du genre tracteur-remorque, ne possèdent pas de train avant ou arrière orientable. En effet, le cap du chargeur-transporteur-déchargeur ne peut être changé qu'en modifiant l'orientation relative des deux parties constituantes du véhicule. Cette absence de train orientable a plusieurs conséquences mathématiques, dont l'impossibilité de décrire la dynamique du véhicule à l'aide du modèle à « chaînes » sur lequel la plupart des études concernant l'automatisation du guidage de véhicules sont basées.

2. Modélisation du véhicule

Un chargeur-transporteur-déchargeur se compose d'une partie avant à deux roues non motrices reliée par une articulation verticale à une partie arrière à deux roues motrices (figures 1 et 2). Le mouvement du véhicule est régi par la propulsion aux roues motrices et le couple à l'articulation verticale. La position et l'orientation du véhicule dans un repère fixe sont précisées par le vecteur $\chi = [x_1 \ y_1 \ \Theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \Theta_2] \in \mathbb{R}^6$. Les coordonnées $(x_1 \ y_1)$ indiquent la position de la partie avant du véhicule et $(x_2 \ y_2)$ celle de sa partie arrière; Θ_1 et Θ_2 traduisent l'orientation du véhicule (figure 2). Le mouvement de la partie avant du véhicule par rapport à sa partie arrière étant limité à une rotation autour d'un axe fixe pour chacune de ces deux parties constituantes, il est impossible d'assigner une valeur arbitraire à tous les éléments de χ . Il existe notamment une correspondance biunivoque entre les valeurs admissibles de χ et celles du vecteur d'ordre inférieur $q = [x \ y \ \Theta \ \Phi] \in \mathbb{R}^4$, où

$$x = x_1 \quad (2.1)$$

$$y = y_1 \quad (2.2)$$

$$\Theta = \Theta_1 \quad (2.3)$$

$$x = x_2 + l(\cos\Theta + \cos(\Theta + \Phi)) \quad (2.4)$$

$$y = y_2 + l(\sin\Theta + \sin(\Theta + \Phi)) \quad (2.5)$$

$$\Phi = \Theta_2 - \Theta . \quad (2.6)$$

Le symbole l désigne la distance de l'essieu à l'articulation verticale (dans le but d'alléger l'exposé, on pose que cette distance est la même pour les deux parties du véhicule).

En prenant pour acquis que les propriétés dynamiques et cinétiques du chargeur-transporteur-déchargeur sont symétriques par rapport aux axes longitudinaux de ses parties, que le contact est ponctuel entre les pneus et le sol, qu'il n'y a pas de dérapage et que le mouvement est planaire, on obtient le modèle dynamique suivant (la dérivation complète de ce modèle est présentée en annexe). Les symboles utilisés sont v_u et Ω pour la vitesse longitudinale et la vitesse angulaire de la partie avant du véhicule; m_1, m_2, j_1, j_2 pour la masse et le moment d'inertie de lacet des parties avant et arrière du véhicule, ainsi que b et c pour la distance signée du centre de masse des parties avant et arrière du véhicule à l'essieu de chacune d'elles; f_p désigne la propulsion aux roues motrices et f_s le couple de braquage à l'articulation verticale.

Proposition 1 (modèle de base du véhicule). Les équations suivantes décrivent la dynamique d'un chargeur-transporteur-déchargeur:

$$\dot{x} = \cos\Theta v_u \quad (2.7)$$

$$\dot{\mathbf{y}} = \sin\Phi \dot{\mathbf{v}}_u \quad (2.8)$$

$$\dot{\Phi} = - \frac{\sin\Phi \dot{\mathbf{v}}_u}{l} - (1 + \cos\Phi)\Omega \quad (2.9)$$

$$\dot{\Theta} = \Omega \quad (2.10)$$

$$\mathbf{D} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_u \\ \Omega \end{bmatrix} = \mathbf{F} + \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_p \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

où

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 \cos^2\Phi + \gamma \sin^2\Phi & l \sin\Phi \cos\Phi (-m_2 + \gamma) \\ l \sin\Phi \cos\Phi (-m_2 + \gamma) & m_1 c^2 + j_1 + m_2 l^2 + l^2 \cos^2\Phi (-m_2 + \gamma) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sin\Phi \cos\Phi (-m_2 + \gamma) \dot{\mathbf{v}}_u \Phi - l \cos^2\Phi (m_2 + \gamma \operatorname{tg}^2\Phi) \Omega \dot{\Phi} \\ (m_2 \operatorname{tg}^2\Phi + \gamma) l \cos^2\Phi \dot{\mathbf{v}}_u \Phi + (m_2 - \gamma) \cos\Phi \sin\Phi l^2 \Omega \dot{\Phi} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cos\Phi & \sin\Phi/l \\ -l \sin\Phi & 1 + \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

et

$$\gamma = (b^2 m_2 + j_2) / l^2 \quad (2.15)$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} - \mathbf{l} \quad (2.16)$$

Observation 2.1. Les équations 2.1 à 2.16 modélisent la dynamique d'un grand nombre de véhicules industriels avec une géométrie similaire à celle du chargeur-transporteur-déchargeur de mine. Parmi ces véhicules l'on retrouve, par exemple, une vaste gamme de

véhicules de déneigement, de terrassement et de pavage des routes, ainsi que des véhicules du genre tondeuse à gazon.

Observation 2.2. Dans le langage courant de la robotique, $\chi = [x_1 \ y_1 \ \Theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \Theta_2]$ est le vecteur de position et d'orientation, $q = [x \ y \ \Theta \ \Phi]$ le vecteur de configuration, $X = [x \ y \ \Theta \ \Phi \ v_u \ \Omega]$ le vecteur d'état et $\alpha = [v_u \ \Omega]$ le vecteur des vitesses généralisées. L'ensemble des équations 2.7 à 2.11 constitue le modèle d'état.

Observation 2.3. Le modèle d'état du véhicule peut être considéré comme la disposition en cascade d'une composante dynamique, qui relie la propulsion et le braquage aux vitesses longitudinale et angulaire (équation 2.11), suivie d'une composante cinétique (équations 2.7 à 2.10) dont le rôle est de relier ces vitesses aux vitesses dans l'espace de configuration, ainsi qu'aux positions et orientations dans l'espace de travail (figure 3). Il convient de remarquer que la structure de la composante dynamique permet, en choisissant la propulsion et le braquage appropriés, d'obtenir n'importe quelles accélérations linéaire et angulaire (\dot{v}_u et $\dot{\Omega}$) désirées, indépendamment des perturbations extérieures ou des variations de paramètres. Cette propriété jouera un rôle important dans la détermination de la structure de la loi de commande d'asservissement en parcours.

3. Asservissement en parcours

De façon intuitive, le problème de l'asservissement en parcours consiste à déterminer la propulsion et le braquage nécessaires pour que le véhicule emprunte un parcours désigné à une vitesse donnée. Un traitement rigoureux de ce problème exige une terminologie précise, d'où la nécessité d'établir les définitions suivantes.

Un parcours dans l'espace des configurations est une fonction vectorielle continue

$$\mathbf{q}_p(\mathbf{s}) = [\mathbf{x}_p(\mathbf{s}) \ \mathbf{y}_p(\mathbf{s}) \ \Theta_p(\mathbf{s}) \ \Phi_p(\mathbf{s})] \quad (3.1)$$

où $s \in [0, \infty)$ est la coordonnée curviligne d'un point du parcours, $(\mathbf{x}_p(\mathbf{s}), \mathbf{y}_p(\mathbf{s}))$ la position qu'un "point de référence" du véhicule doit occuper au point \mathbf{s} du parcours (ici, on utilise comme point de référence le milieu de l'essieu de la partie avant du véhicule). $\Theta_p(\mathbf{s})$ et $\Phi_p(\mathbf{s})$ précisent l'orientation que doit avoir le véhicule au point \mathbf{s} . La fonction $(\mathbf{x}_p(\mathbf{s}), \mathbf{y}_p(\mathbf{s}), s \in [0, \infty))$ représente le parcours dans l'espace de travail. De plus amples détails sur la formulation mathématique de la notion de parcours peuvent être retrouvés dans Latombe 1991, chapitre 1. Un profil de vitesse est une fonction continue, $v_{up}(\mathbf{s})$, de la vitesse longitudinale à laquelle le véhicule doit suivre le parcours. Le problème se résume donc à l'asservissement à une combinaison de parcours et de profil

de vitesse. On pose à priori que le parcours et le profil sont compatibles avec les contraintes cinétiques du véhicule (équations 2.7 à 2.10).

Soit une configuration $q = [x \ y \ \Theta \ \Phi]$. La position longitudinale du véhicule par rapport à un parcours est la valeur de la coordonnée curviligne $\sigma \in [0, \infty)$ pour laquelle $(x_p(\sigma), y_p(\sigma))$ est le point du parcours de l'espace de travail le plus près de (x, y) . La configuration de véhicule désirée par rapport au parcours, $q_d = [x_d \ y_d \ \Theta_d \ \Phi_d]$, et la vitesse recherchée relativement au profil de vitesse assigné, v_{ud} , sont alors les suivants

$$[x_d \ y_d \ \Theta_d \ \Phi_d] = [x_p(\sigma) \ y_p(\sigma) \ \Theta_p(\sigma) \ \Phi_p(\sigma)] \quad (3.2)$$

$$v_{ud} = v_{up}(\sigma) \ . \quad (3.3)$$

L'écart de vitesse (v_{os}), l'écart de cap (Θ_{os}, Φ_{os}) et le décalage latéral par rapport au parcours (l_{os}) sont

$$v_{os} = v_u - v_{ud} \quad (3.4)$$

$$\Theta_{os} = \Theta - \Theta_d \quad (3.5)$$

$$\Phi_{os} = \Phi - \Phi_d \quad (3.6)$$

$$l_{os} = -(x - x_d)\sin\Theta_d + (y - y_d)\cos\Theta_d \ . \quad (3.7)$$

En se fondant sur ces définitions, le problème de l'asservissement en parcours se résume à la détermination de la propulsion et du braquage nécessaires pour obtenir

$$\lim [v_{os}(t) \ \Theta_{os}(t) \ \Phi_{os}(t) \ l_{os}(t)] = 0 \ . \quad (3.8)$$

$t \rightarrow \infty$

Observation 3.1. L'introduction de la notion de repère local dans l'espace de travail permet de mieux saisir le sens physique des écarts et du décalage par rapport au parcours. L'origine de ce repère, qui suit le véhicule dans son mouvement le long du parcours, coïncide avec la position désirée du point de référence P du véhicule le long du parcours dans l'espace de travail. Les axes du repère sont orientés selon la tangente et la normale à ce parcours au point P. Les coordonnées du point P dans l'espace de travail sont (x_d, y_d) et l'orientation du repère local est précisée par Θ_d . L'écart Θ_{os} indique l'orientation de la première partie du véhicule dans le repère local; l_{os} représente le décalage en position latérale du véhicule (le long de l'axe y du repère local), c'est-à-dire la distance signée entre le point de référence du véhicule et le parcours dans l'espace de travail.

Observation 3.2. Notre formulation d'asservissement en parcours (DeSantis et Hurteau (1990), DeSantis (1994b,c)) est de nature similaire à celle récemment adoptée par Sarkar et al. (1994), Samson (1995) et Sampei et al. (1995). Elle est fondée sur une hypothèse tacite, à savoir que le véhicule occupe une position longitudinale bien établie par rapport au parcours. Tel qu'il est mentionné par Samson (1995), il suffit que le décalage latéral soit

inférieur au plus petit rayon de courbure du parcours dans l'espace de travail pour qu'une telle assomption soit juste.

Observation 3.3. Cette formulation de l'asservissement en parcours étant fondée sur une correction qui dépend de la position et de l'orientation du véhicule par rapport au parcours dans l'espace de travail et étant indépendante de toute contrainte de temps, on la qualifie de géométrique. Bien adéquate pour un grand nombre d'applications pratiques où en général on ne se sert pas de contraintes temporelles, elle peut être modifiée facilement afin d'être également adéquate pour ces applications particulières où l'on exige que le véhicule occupe des positions longitudinales données à des temps précis. Il suffit alors d'y incorporer le décalage longitudinal d'asservissement en parcours suivant

$$\sigma_{os}(t) = \sigma(t) - \sigma_{des}(t) \quad (3.9)$$

où $\sigma_{des}(t)$ est la position longitudinale exigée au temps $t \in [0, \infty]$. Le problème se résume alors à produire la propulsion et le braquage nécessaires pour satisfaire à l'exigence suivante

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v_{os}(t) \ \Theta_{os}(t) \ \Phi_{os}(t) \ l_{os}(t) \ \sigma_{os}(t)] = 0 \ . \quad (3.10)$$

Cette formulation modifiée est mathématiquement équivalente à la formulation (peut-être moins intuitive d'un point de vue physique) d'"asservissement en trajectoire d'état" qui est le plus souvent

utilisée en robotique (voir, par exemple, Kayanama et al., 1990, D'Andrea-Novell et al., 1992, Walsh et al., 1994).

Observation 3.4. L'exigence de compatibilité du parcours assigné avec la cinématique du véhicule a plusieurs répercussions importantes. Il est impossible, entre autres, de choisir de façon arbitraire les éléments de la fonction vectorielle $\mathbf{q}_p(\mathbf{s})$. En effet, les relations suivantes doivent être respectées

$$\Theta_p(\mathbf{s}) = \text{arctg}\left\{\frac{\delta y_p(\mathbf{s})}{\delta s} / \frac{\delta x_p(\mathbf{s})}{\delta s}\right\} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \Phi_p(\mathbf{s})}{\delta s} = & - \frac{\sin \Phi_p(\mathbf{s})}{1} \left\{ \frac{\delta x_p(\mathbf{s})}{\delta s} \cos \Theta_p(\mathbf{s}) + \frac{\delta y_p(\mathbf{s})}{\delta s} \sin \Theta_p(\mathbf{s}) \right\} \\ & - (1 + \cos \Phi_p(\mathbf{s})) \frac{\delta \Theta_p(\mathbf{s})}{\delta s} . \end{aligned} \quad (3.12)$$

De plus, en ce qui touche la distance parcourue le long du parcours dans l'espace de travail

$$L(\mathbf{s}) = \int_0^{\mathbf{s}} \left[\frac{\delta x_p(\sigma)}{\delta \sigma} \cos \Theta_p(\sigma) + \frac{\delta y_p(\sigma)}{\delta \sigma} \sin \Theta_p(\sigma) \right] d\sigma, \quad (3.13)$$

on a la relation suivante

$$\frac{\delta L(\mathbf{s})}{\delta s} = R(\mathbf{s}) \frac{\delta \Theta_p(\mathbf{s})}{\delta s}, \quad (3.14)$$

où $R(\mathbf{s})$ est le rayon de courbure du parcours dans l'espace de travail au point \mathbf{s}

$$\frac{1}{R(s)} = \frac{\delta\theta_p(s)}{\delta x(s)} \cos\theta_p(s) = \frac{\delta\theta_p(s)}{\delta y_p(s)} \sin\theta_p(s) . \quad (3.15)$$

4. Conception de la commande

La structure particulière du modèle d'état du véhicule (voir l'observation 2.3), suggère d'utiliser une commande d'asservissement en parcours constituée d'une composante cinétique, dont le rôle est de déterminer les vitesses longitudinale et angulaire v_u^* et Ω^* nécessaires pour faire que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v_{os}(t) \ \theta_{os}(t) \ \Phi_{os}(t) \ l_{os}(t)] = 0, \quad (4.1)$$

suivie d'une composante dynamique dont le rôle est de déterminer les commandes f_p et f_s qui permettront aux vitesses du véhicule de converger rapidement vers les valeurs v_u^* et Ω^* (figure 4).

Proposition 2 (conception de la commande). En prenant pour acquis que le parcours dans l'espace de travail est représenté par une ligne droite ou un arc de cercle, que la vitesse le long du parcours est constante et que les écarts et le décalage par rapport à ce dernier sont suffisamment faibles, il est possible d'asservir

en parcourant un chargeur-transporteur-déchargeur de mine en utilisant les commandes de propulsion et de braquage suivantes

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_p \\ \dot{f}_s \end{bmatrix} = H^{-1} \{-F + D \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}\}, \quad (4.2)$$

où H , F et D ont déjà été définis dans la proposition 1 et

$$u_1 = -K_1 (v_u - v_u^*) \quad (4.3)$$

$$u_2 = -K_2 (\Omega - \Omega^*) \quad (4.4)$$

$$v_u^* = v_{ud} \quad (4.5)$$

$$\Omega^* = \Omega_d - K_{s1} \Theta_{os} - K_{s2} \Phi_{os} - K_{s3} l_{os}. \quad (4.6)$$

Le vecteur de gains, $K_s = [K_{s1} \ K_{s2} \ K_{s3}]$, est établi de façon à stabiliser la matrice $A - BK_s$, pour laquelle :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_{ud}/l & 0 \\ v_{ud} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$B' = [1 \ -(\cos \Phi_d + 1) \ 0]. \quad (4.8)$$

On choisit les gains K_1 et K_2 de façon à ce qu'ils soient considérablement plus grands que la plus grande valeur dans l'ensemble $\{|p_1|, |p_2|, |p_3|\}$, où p_1 , p_2 et p_3 sont les valeurs propres de $A - BK_s$.

Observation 4.1. En utilisant la propulsion et le braquage précisés par les équations 4.2-4.6, la dynamique des écarts et du décalage

d'asservissement en parcours est décrite par les équations suivantes

$$\dot{v}_{os} = -K_1 v_{os} \quad (4.9)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{\Theta}_{os} & \quad \Theta_{os} \\ \dot{\Phi}_{os} & = [A - BK_s] \Phi_{os} \\ \dot{l}_{os} & \quad l_{os} \end{aligned} \quad (4.10)$$

où A , B , K_s et K_1 ont été définis ci-dessus.

Alors que ces équations décrivent la dynamique des écarts en fonction du temps, il aurait été tout aussi simple de décrire cette dynamique en fonction de la distance parcourue le long du parcours (voir Sampei et al., 1995).

Observation 4.2. Dans le cadre d'applications, il est souvent possible d'exploiter des commandes directes u_p et u_s , telles que

$$\dot{v}_u = u_p \quad (4.11)$$

et

$$\dot{\Phi} = u_s . \quad (4.12)$$

Il suffit alors, pour obtenir la dynamique des écarts et du décalage d'asservissement en parcours décrite par les équations 4.9 et 4.10, de poser

$$u_p = -K_1 v_{os} \quad (4.13)$$

et

$$u_s = \frac{-\sin\Phi v_u}{1} - (1 - \cos\Phi) (\Omega_d - K_{s1}\Theta_{os} - K_{s2}\Phi_{os} - K_{s3}l_{os}) \quad (4.14)$$

où K_1 , K_{s1} , K_{s2} et K_{s3} sont définis ci-dessus.

Observation 4.3. La réalisation de la commande décrite par les équations 4.2 à 4.4 ou 4.13 et 4.14 nécessite la détermination des écarts et du décalage d'asservissement en parcours v_{os} , Θ_{os} , Φ_{os} et l_{os} . En règle générale, v_{os} , Φ_{os} et l_{os} sont faciles à déterminer. Cependant, il peut en être autrement de l'écart de cap Θ_{os} . L'approximation suivante peut être utilisée si l'écart Θ_{os} n'est pas trop grand

$$\Theta_{os} = \dot{l}_{os}/v_{ud} \quad . \quad (4.15)$$

Il convient également de noter que l'élément a_{22} de la matrice A est négatif pour $v_{ud} > 0$. Cela signifie qu'en marche avant un braquage stabilisateur peut être obtenu en se servant d'une rétroaction limitée aux écarts Θ_{os} et l_{os} .

Observation 4.4. Pour faire que la présente commande puisse assurer un asservissement en parcours au sens d'asservissement en trajectoire d'état" (voir l'observation 3.3), il suffit de substituer l'équation suivante à l'équation 4.3

$$u_1 = -K_1 v_{0s} - K_3 \sigma_{0s}$$

(4.16)

où K_3 est un gain approprié et σ_{0s} est le décalage longitudinal d'asservissement en parcours défini par l'équation 3.9.

Observation 4.5. Le comportement cinétique et dynamique d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine étant identiques à ceux des véhicules du genre tondeuse à gazon étudiés par Larsson et al. (1994), tout ce qui précède, y compris les propositions 1 et 2, s'applique "tel quel" à cette dernière catégorie de véhicules. Il s'applique également aux véhicules de déneigement, de terrassement et de pavage des routes mentionnés à l'observation 2.1.

Observation 4.6. La structure à deux composantes de la commande proposée (figure 4) correspond à la structure de « commande par régulation de vitesse » qui est couramment utilisée dans les robots manipulateurs (Whitney, 1969). Bien que cette structure soit appropriée tant d'un point théorique que pratique, elle peut faire l'objet de variations naturelles pour la transformer en structure de « commande par régulation d'accélération » ou en structures d'autres types.

Observation 4.7. Tout comme pour les autres véhicules robotisés et à l'opposé de ce qui survient avec le robot manipulateur, l'ordre du vecteur de commande d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine

est inférieur à celui du vecteur de configuration. De ce fait, la présente étude ne porte que sur la recherche de la stabilité de l'asservissement en parcours dans un contexte local plutôt que global. Il est possible de déborder en partie ce contexte en utilisant la méthode de linéarisation de la rétroaction d'état. Cette méthode a récemment été avancée pour des véhicules spéciaux du genre tracteur-remorque par de nombreux intervenants, dont Walsh et al. (1994), Samson (1995) et Sampei et al. (1995). Un exemple d'application à un chargeur-transporteur-déchargeur peut être retrouvée à l'annexe C.

5. Exemple d'application

Soit un chargeur-transporteur-déchargeur aux caractéristiques suivantes: $l = 4$ m, $a = 2$ m, $b = 2$ m, $m_1 = 1\ 000$ kg, $m_2 = 1\ 000$ kg, $j_1 = 200$ kg.m² et $j_2 = 200$ kg.m². Le point milieu de l'essieu de la partie avant du véhicule doit décrire un cercle de 40 m de rayon ($R = 40$ m) à une vitesse de 2,5 m/s. La commande décrite ci-haut (proposition 2) permet d'assurer un tel asservissement.

En marche avant, $v_{ud} = 2,5$ m/s et $\Omega_d = v_{ud}/R = 0,0625$ rad/s. En outre, le parcours étant circulaire, $\delta\Phi_p/\delta s = 0$; on obtient de l'équation 2.9

$$-\frac{\sin\Phi_d v_{ud}}{1} - (1 + \cos\Phi_d)\Omega_d = 0 \quad (5.1)$$

d'où $\Phi_d = 0,2$ radian. Les matrices **A** et **B** de la deuxième proposition sont alors les suivantes :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,625 & 0 \\ 2,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{B}' = [1 \quad -1,98 \quad 0] \quad (5.3)$$

En utilisant la méthode d'optimisation par moindres carrés, on obtient $\mathbf{K}_s = [2,8 \quad -0,13 \quad 1]$ pour stabiliser la matrice $\mathbf{A} - \mathbf{BK}_s$, laquelle devient

$$\begin{bmatrix} -0,28 & 0,13 & -1 \\ 5,6 & -0,88 & 1,98 \\ 2,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Les valeurs propres de $\mathbf{A} - \mathbf{BK}_s$ étant $p_1 = -1,9$, $p_2 = -0,9$ et $p_3 = -0,9$, on utilise $K_1 = 5$ et $K_2 = 10$ comme gains; ces gains, tel qu'il est précisé dans la proposition 2, satisfont à l'exigence suivante $K_1, K_2 \gg \max \{|p_1|, |p_2|, |p_3|\}$. (5.5)

Les équations 5.2 à 5.4 caractérisent sans équivoque la commande d'asservissement en parcours nécessaire.

En marche arrière, nous avons $v_{ud} = -2,5$ m/s, $\Omega_d = v_{ud}/R = -0,0625$ rad/s et $\Phi_d = -0,2$ radian. Il s'ensuit que

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,625 & 0 \\ -2,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

et

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 1 & -1,98 & 0 \end{bmatrix} . \quad (5.7)$$

La matrice $\mathbf{A} - \mathbf{BK}_s$ est stabilisée avec $\mathbf{K}_s = [-10,8 \quad -7,1 \quad 1]$. Les valeurs propres de $\mathbf{A} - \mathbf{BK}_s$ n'ayant pas été modifiées, les mêmes gains ($\mathbf{K}_1 = 5$ et $\mathbf{K}_2 = 10$) peuvent être utilisés et les équations 5.2 à 5.4 caractérisent toujours sans équivoque la commande d'asservissement en parcours nécessaire. Les figures 5 et 6 illustrent le comportement simulé du véhicule durant une manoeuvre représentative en marche arrière.

Observation 5.1. En se fondant sur le modèle de véhicule décrit ci-haut (proposition 1) et en respectant la démarche décrite par DeSantis (1994c), Guilbert (1993) et Morel-Fourier et Ravassard (1994), il est possible d'analyser l'effet sur la précision de l'asservissement d'un assouplissement de l'hypothèse de mouvement sans dérapage, de la présence de perturbations externes et d'une connaissance approximative des paramètres du véhicule et du parcours. Alors qu'une telle analyse déborde le cadre du présent travail, à la lumière des résultats rapportés dans ces références, il y a lieu de s'attendre à ce que les facteurs sus-mentionnés aient peu d'effet sur le comportement de la commande d'asservissement en parcours proposée.

Conclusions

Sous l'hypothèse d'absence de dérapage dans les roues, la dynamique d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine peut être modélisée par un module précisant la position et l'orientation du véhicule en fonction des vitesses longitudinale et angulaire de sa partie avant, précédé d'un module qui détermine ces vitesses à partir de la propulsion et du braquage (proposition 1). Ce modèle permet de concevoir une commande d'asservissement qui oblige le véhicule à suivre un parcours rectiligne ou un arc de cercle à vitesse constante. La structure de cette commande peut être constituée d'une composante cinétique, dont le rôle est de déterminer les vitesses longitudinale et angulaire nécessaires pour suivre le parcours, suivie d'une composante dynamique qui détermine la propulsion et le braquage nécessaires pour obtenir ces vitesses (proposition 2).

D'un point de vue plus pratique, la mise en oeuvre d'une telle commande ne devrait pas comporter trop de difficulté. Les mesures nécessaires au bon fonctionnement de la commande peuvent être obtenues à l'aide de capteurs industriels qui ont déjà fait leurs preuves dans les mines et qu'il est facile de se procurer à prix raisonnable. Les calculs qui doivent être effectués pour obtenir la loi de commande sont relativement simples et peuvent être exécutés par des contrôleurs programmables industriels grand public.

L'application de la commande peut être réalisée en utilisant des actionneurs industriels qui eux aussi ont fait leurs preuves et qui eux aussi sont disponibles à un prix raisonnable.

L'asservissement en parcours devrait offrir un comportement satisfaisant, non seulement dans des conditions d'exploitation nominales et en présence de faibles écarts d'asservissement en parcours, mais également dans des situations plus concrètes. De façon plus précise, tout indique, à la lumière des résultats publiés pour les véhicules articulés du genre tracteur-remorque, que ce comportement ne devrait pas être indûment affecté par un certain assouplissement de l'hypothèse de mouvement sans dérapage, ainsi que par la présence d'écarts d'asservissement en parcours relativement grands, de perturbations externes non négligeables et de variations de paramètres importantes.

Les présents résultats s'appliquent aux véhicules industriels de géométrie similaire à celle du chargeur-transporteur-déchargeur de mine, comme les véhicules de déneigement, de terrassement et de pavage des routes, ainsi que les véhicules du genre tondeuse à gazon.

Remerciements

Un grand merci à M. Jean-Paul Laumond du Laboratoire d'automatique et d'analyse des systèmes (LAAS) de Toulouse (France) pour ses précieux avis sur le comportement nonholonome d'un chargeur-transporteur-déchargeur de mine, M. Silvio Togno du Politecnico di Milano (Italie), dont les propos ont suscité les observations 3.3 et 4.4, et à M. Laurent Juneau de l'École Polytechnique de Montréal pour avoir révisé le texte. Pour leur intérêt et enthousiasme, un grand merci également aux étudiants du cours ele6207 pour qui ce rapport est rédigé.

ANNEXE A - Démonstration de la proposition 1

En supposant des contraintes qui ne font pas de travail et un mouvement sans dérapage, l'approche de Kane peut être utilisée pour modéliser la dynamique d'un système mécanique à n corps assujetti à des contraintes holonomes et nonholonomes (voir DeSantis, 1994a, ainsi que Saha et Angeles, 1991, pour avoir tous les détails à ce sujet). Cette approche conduit aux équations suivantes

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_{nh}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\alpha} \quad (\text{A.1})$$

$$\boldsymbol{\chi} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\alpha}) + \mathbf{J}' \boldsymbol{\omega}_a \quad (\text{A.3})$$

où \mathbf{q} est un vecteur de configuration, $\boldsymbol{\alpha}$ est un vecteur des vitesses généralisées, $\boldsymbol{\chi}$ est le vecteur de position et d'orientation, $\boldsymbol{\omega}_a$ est le vecteur représentant la force (le couple) active agissant sur le système, \mathbf{J}_{nh} relie les vitesses généralisées aux vitesses dans l'espace de configuration, et $\mathbf{f}(\cdot)$ est une fonction reliant $\boldsymbol{\chi}$ à \mathbf{q} . La matrice d'inertie du véhicule $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ et le vecteur $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\alpha})$ de force centripète et de force de Coriolis sont les suivants

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}' \mathbf{M} \mathbf{J} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\alpha}) = -\mathbf{J}' (\mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{W} \mathbf{M} \mathbf{J}) \boldsymbol{\alpha} \quad (\text{A.5})$$

où \mathbf{J} relie les vitesses généralisées aux vitesses dans l'espace de travail, \mathbf{M} est la matrice étendue de masse du véhicule et \mathbf{W} sa matrice étendue de vitesse angulaire.

En caractérisant la position et la vitesse de notre chargeur-transporteur-déchargeur avec les vecteurs $\mathbf{q} = [\mathbf{x} \ \mathbf{y} \ \Theta \ \Phi]$, $\boldsymbol{\chi} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{y}_1 \ \Theta_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{y}_2 \ \Theta_2]$ et $\boldsymbol{\alpha} = [v_u \ \Omega]$, les équations A.1 et A.2 deviennent

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} \quad (\text{A.7})$$

$$\Theta_1 = \Theta \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{x} - l(\cos\Theta + \cos(\Theta + \Phi)) \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{y} - l(\sin\Theta + \sin(\Theta + \Phi)) \quad (\text{A.10})$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 + \Phi \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \cos\Theta v_u \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\mathbf{y}} = \sin\Theta v_u \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{\Phi} = - \frac{\sin\Phi v_u}{l} - (1 + \cos\Phi)\Omega \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{\Theta} = \Omega \quad (\text{A.15})$$

L'équation A.14 découle de l'absence de dérapage. En effet, la vitesse latérale de l'articulation verticale par rapport à la partie arrière du véhicule doit être simultanément égale à $(\dot{\Phi} + \Omega)l$ et à $(-v_u \sin\Phi - \Omega l \cos\Phi)$.

Les équations 2.11 à 2.16 découlent bel et bien des équations A.3 à A.5, puisque

$$W = \text{diag}(W_1, W_2) \quad (\text{A.16})$$

où

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega & 0 \\ \Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} 0 & -(\dot{\Phi} + \Omega) & 0 \\ (\dot{\Phi} + \Omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

et

$$M = \text{diag}(M_1, M_2) \quad (\text{A.19})$$

où

$$M_1 = \begin{pmatrix} m_1 I_1 & 0 \\ 0_{12} & j_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} m_2 I_2 & 0 \\ 0_{12} & j_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

avec m_1 , j_1 et m_2 , j_2 sont respectivement la masse et le moment d'inertie de lacet des parties avant et arrière du véhicule. De plus

$$J' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cos\Phi & -b\sin\Phi/l & -\sin\Phi/l \\ 0 & a-1 & 1 & -l\sin\Phi & -bcos\Phi & -\cos\Phi \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

et

$$J' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\sin\Phi\dot{\Phi} & -b\cos\Phi\dot{\Phi}/l & -\cos\Phi\dot{\Phi}/l \\ 0 & 0 & 0 & -l\cos\Phi\dot{\Phi} & b\sin\Phi\dot{\Phi} & \sin\Phi\dot{\Phi} \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

où $a-l$ et b sont les distances signées du centre de masse des parties avant et arrière du véhicule à l'essieu de chacune d'elles.

ANNEXE B - Démonstration de la proposition 2

En introduisant les équations de la commande (4.2 à 4.6) dans l'équation 2.11, on obtient

$$\dot{v}_u = -K_1 v_u + K_1 v_{ud} \quad (\text{B.1})$$

et

$$\dot{\Omega} = -K_2 \Omega + K_2 (\Omega_d - K_{s1} \Theta_{os} - K_{s2} \Phi_{os} - K_{s3} l_{os}). \quad (\text{B.2})$$

Pourvu que Θ_{os} , $l_{os}/R(\sigma)$ et v_{os}/v_{ud} soient suffisamment petits, on a également (voir la démonstration ci-dessous)

$$\dot{\Theta}_{os} = \Omega - \Omega_d \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{\Phi}_{os} = \dot{\Phi} - \dot{\Phi}_d \quad (\text{B.4})$$

$$\dot{l}_{os} = v_{ud} \Theta_{os} \quad (\text{B.5})$$

où, en désignant par σ_d la dérivée de la position longitudinale du véhicule dans des conditions d'écart et de décalage d'asservissement en parcours nuls,

$$\dot{\Omega}_d = \frac{\delta\Theta_p|}{\delta s} \Big|_{s=\sigma} \sigma_d \quad (B.6)$$

$$\dot{\Phi} = - \frac{\sin\Theta v_u}{1} - (1 + \cos\Phi)\Omega \quad (B.7)$$

et

$$\dot{\Phi}_d = - \frac{\sin\Theta_d v_{ud}}{1} - (1 + \cos\Phi_d)\Omega \quad (B.8)$$

Avec K_1 et K_2 suffisamment grands, il est possible, selon la théorie de Tichonov sur les systèmes à perturbation singulière (Khalil, 1992, théor. 8.1, p. 447), de remplacer v_u et Ω dans les équations B.3 à B.8 par

$$v_u = v_u^* = v_{ud} \quad (B.9)$$

et

$$\Omega = \Omega^* = \Omega_d - K_{s1}\Theta_{os} - K_{s2}\Phi_{os} - K_{s3}l_{os} \quad (B.10)$$

On obtient alors les équations suivantes

$$\dot{\Theta}_{os} = -K_{s1}\Theta_{os} - K_{s2}\Phi_{os} - K_{s3}l_{os} \quad (B.11)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{os} = & - \frac{\sin\Phi v_{ud}}{1} - (1 + \cos\Phi)(\Omega_d - K_{s1}\Theta_{os} - K_{s2}\Phi_{os} - K_{s3}l_{os}) \\ & + \frac{\sin\Phi_d v_{ud}}{1} + (1 + \cos\Phi_d)\Omega_d \quad (B.12) \end{aligned}$$

Si Φ_{os} et l_{os} sont suffisamment petits, l'équation précédente peut être remplacée par

$$\dot{\Phi}_{os} = - \frac{\cos\Phi_d v_{ud} \dot{\Phi}_{os}}{1} + \sin\Phi_d \Omega_d \dot{\Phi}_{os} + (1 + \cos\Phi_d) (K_{s1} \dot{\Theta}_{os} - K_{s2} \dot{\Phi}_{os} - K_{s3} \dot{l}_{os}) . \quad (B.13)$$

En regroupant ces équations, on obtient

$$\begin{array}{l} \dot{\Theta}_{os} \\ \dot{\Phi}_{os} \\ \dot{l}_{os} \end{array} = \begin{bmatrix} & & \\ [A - BK_s] & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{array}{l} \Theta_{os} \\ \Phi_{os} \\ l_{os} \end{array} \quad (B.14)$$

où

$$K_s = [K_{s1} \quad K_{s2} \quad K_{s3}] \quad (B.15)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ v_{ud} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B.16)$$

$$B' = [1 \quad b_2 \quad 0] \quad (B.17)$$

avec

$$\begin{aligned} a_{22} &= - \frac{v_{ud} \cos\Phi_d}{1} + \Omega_d \sin\Phi_d \\ &= - \frac{v_{ud} \cos\Phi_d}{1} - \frac{v_{ud} \sin\Phi_d}{1} \operatorname{tg}(\Phi_d/2) = -(v_{ud}/1) \end{aligned} \quad (B.18)$$

et

$$b_2 = -(\cos\Phi_d + 1) . \quad (B.19)$$

En raison de la commandabilité du système linéaire exprimée par les équations B.16 et B.17, il est possible d'obtenir des valeurs de K_{s1} , K_{s2} et K_{s3} telles que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\Theta_{os}(t) \Phi_{os}(t) l_{os}(t)] = 0. \quad (\text{B.20})$$

Il ne reste qu'à vérifier la validité des équations B.3 à B.8 pour conclure la présente démonstration. La dérivation des équations 3.5 à 3.7 donne les résultats suivants

$$\dot{\Theta}_{os} = \dot{\Omega} - \frac{\delta\Theta_p}{\delta s} \Big|_{s=\sigma} \dot{\sigma} \quad (\text{B.21})$$

$$\dot{\Phi}_{os} = \dot{\Phi} - \frac{\delta\Theta_p}{\delta s} \Big|_{s=\sigma} \dot{\sigma} \quad (\text{B.22})$$

$$\dot{l}_{os} = v_u \sin\Theta_{os} \dot{\sigma} \quad (\text{B.23})$$

où $\dot{\sigma}$ est la dérivée de la position longitudinale du véhicule.

Pour déterminer $\dot{\sigma}$, observons que durant un intervalle de temps faible δt , la partie avant du véhicule se déplace de $v_u \cos\Theta_{os} \delta t$ dans la direction de la tangente au parcours dans l'espace de travail. En utilisant $R(\sigma)$ pour désigner le rayon de courbure du parcours dans l'espace de travail au point $[\mathbf{x}(\sigma), \mathbf{y}(\sigma)]$, le déplacement de la projection de ce point de référence sur le parcours décrit dans l'espace de travail est le suivant

$$\frac{v_u \cos\Theta_{os} R(\sigma)}{(R(\sigma) + l_{os})} \delta t. \text{ En termes de } \dot{\sigma}, \text{ ce déplacement doit être le}$$

suitant

$$[(dx_p/ds) \cos \Theta_p(\sigma) + (dy_p/ds) \sin \Theta_p(\sigma)] \sigma \dot{\delta} t . \quad (B.24)$$

Il s'ensuit

$$\frac{v_u \cos \Theta_{os} R(\sigma)}{(R(\sigma) + l_{os})} = [(dx_p/ds) \cos \Theta_p(\sigma) + (dy_p/ds) \sin \Theta_p(\sigma)] \dot{\sigma} . \quad (B.25)$$

En notant que

$$[(dx_p/ds) \cos \Theta_p(\sigma) + (dy_p/ds) \sin \Theta_p(\sigma)] \sigma_d = v_{ud} , \quad (B.26)$$

où σ_d est la valeur qu'aurait σ dans des conditions d'écart et de décalage d'asservissement en parcours nuls, on obtient

$$\dot{\sigma} = \frac{v_u \cos \Theta_{os} R(\sigma)}{v_{ud} (R(\sigma) + l_{os}(\sigma))} \dot{\sigma} . \quad (B.27)$$

Avec des écarts et un décalage d'asservissement en parcours suffisamment faibles, l'équation B.27 se réduit à $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_d$. On retrouve bel et bien les équations B.3 à B.8 à partir des équations B.21 à B.23.

ANNEXE C Conception de la commande par linéarisation globale

L'objectif de ce qui suit est de démontrer qu'il est possible d'appliquer aux chargeurs-transporteurs-déchargeurs de mine la méthode de linéarisation par rétroaction d'état qui a été proposée par Walsh et al. (1994), Samson (1995) et Sampei et al. (1995), pour des véhicules caractérisés par une "structure à chaînes". Notons que les chargeurs-transporteurs-déchargeurs de mine ne jouissent pas d'une telle structure.

Proposition 3 (Conception de la commande par linéarisation globale).

En supposant une vitesse longitudinale positive et l'inégalité $\max\{|\operatorname{tg}\Phi|, |\operatorname{tg}\Theta_d|\} < R(\sigma)/l$ satisfaite, il est possible d'asservir en parcours un chargeur-transporteur-déchargeur de mine en utilisant les commandes de propulsion et de braquage suivantes

$$\begin{bmatrix} f_p \\ f_s \end{bmatrix} = H^{-1} \left\{ -F + D \begin{bmatrix} \dot{v}_u^* \\ \dot{\Omega}^* \end{bmatrix} \right\} \quad (C.1)$$

où H , F et D sont définis à la proposition 1, et

$$\dot{v}_u^* = -K_p(v_{os} + \alpha \int v_{os} dt) \quad (C.2)$$

et

$$\dot{\Omega}^* = -\dot{\Omega}_d + B^{-1} \{-\gamma - K_1 l_{os} \dot{} - K_2 l_{os} \ddot{} - K_3 l_{os} \dddot{}\} \quad (C.3)$$

avec

$$\gamma = -K_p(v_{os} + \alpha v_{os}) \sin\Theta_{os} + v_u \cos\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os} + \dot{v}_u \cos\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os} - v_u \sin\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os}^2 \quad (C.4)$$

et

$$\beta = v_u \cos \Theta_{os}. \quad (C.5)$$

Les dynamiques de l'écart de vitesse et du décalage latéral qui caractérisent cette commande sont linéaires et découplées.

De plus, elles sont décrites par les équations suivantes

$$\dot{v}_{os}(t) = -\alpha v_{os}(t) \quad (C.6)$$

$$\ddot{l}_{os}(t) + K_1 \dot{l}_{os}(t) + K_2 l_{os}(t) + K_3 \ddot{l}_{os}(t) = 0 .$$

Démonstration. En premier lieu, on démontre que déterminer des valeurs de f_p et de f_s nécessaires pour satisfaire à l'exigence

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v_{os}(t) \Theta_{os}(t) \Phi_{os}(t) l_{os}(t)] = 0, \quad (C.7)$$

équivalent à déterminer les valeurs de f_p et de f_s nécessaires pour faire que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v_{os}(t) l_{os}(t) \dot{l}_{os}(t) \ddot{l}_{os}(t)] = 0, \quad (C.8)$$

pourvu que $\max\{|\operatorname{tg} \Phi|, |\operatorname{tg} \Theta_d|\} < R(\sigma)/1$. On démontre ensuite que la commande proposée mène précisément à l'équation C.8.

De l'équation

$$\dot{l}_{os}(t) = v_u \sin \Theta_{os}, \quad (C.9)$$

on constate que l'équation C.8 implique

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta_{os}(t) = 0 . \quad (C.10)$$

$t \rightarrow \infty$

De façon similaire, en dérivant l'équation C.9, on obtient

$$\ddot{l}_{os} = \dot{v}_u \sin \Theta_{os} + v_u \cos \Theta_{os} \dot{\Theta}_{os} . \quad (C.11)$$

Il s'ensuit que l'équation C.8 implique également

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\Theta}_{os}(t) = 0. \quad (C.12)$$

En observant que

$$\dot{\Phi} = - \frac{\sin \Phi}{1} v_u - (1 + \cos \Phi) \Omega \quad (C.13)$$

et

$$\dot{\Phi}_d = - \frac{\sin \Phi_d}{1} v_u \cos \Theta_{os} R(\sigma) - (1 + \cos \Phi_d) \Omega_d \quad (C.14)$$

l'on déduit que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v_{os}(t) \Theta_{os}(t) l_{os}(t)] = 0, \quad (C.15)$$

implique

$$\dot{\Phi} = - \frac{\sin \Phi}{1} v_{ud} - (1 + \cos \Phi) v_{ud} / R(\sigma) \quad (C.16)$$

et

$$\dot{\Phi}_d = - \frac{\sin \Phi_d}{1} v_{ud} - (1 + \cos \Phi_d) v_{ud} / R(\sigma), \quad (C.17)$$

d'où

$$\dot{\Phi}_{os} = - \left\{ \frac{(\sin \Phi - \sin \Phi_d)}{1} + \frac{(\cos \Phi - \cos \Phi_d)}{R(\sigma)} \right\} v_{ud} . \quad (C.18)$$

En observant que sous la condition $\max\{|\operatorname{tg}\Phi|, |\operatorname{tg}\Theta_d|\} < R(\sigma)/l$,

$$d\Phi_{os}^2(t)/dt = - (\Phi - \Phi_d) \left\{ \frac{(\sin\Phi - \sin\Phi_d)}{l} + \frac{(\cos\Phi - \cos\Phi_d)}{R(\sigma)} \right\} v_{ud} \quad (C.19)$$

est négatif, l'on obtient

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_{os}(t) = 0 \quad (C.20)$$

Afin de démontrer que la commande proposée mène bien à l'équation C.8, on part du fait qu'avec cette commande on a

$$\dot{v}_u = \dot{v}_u^* = -K_p(v_{os} + \alpha \int v_{os} dt) \quad (C.21)$$

et

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}^* = -\dot{\Omega}_d + \beta^{-1} \{-\gamma - K_1 l_{os} - K_2 \dot{l}_{os} - K_3 \ddot{l}_{os}\} \quad (C.22)$$

De la première de ces équations, il découle

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_{os}(t) = 0, \quad (C.23)$$

et de la seconde

$$\dot{\Theta}_{os} = \beta^{-1} \{-\gamma - K_1 l_{os} - K_2 \dot{l}_{os} - K_3 \ddot{l}_{os}\} \quad (C.24)$$

En dérivant l'équation C.11, on obtient alors

$$\begin{aligned} \dots \\ \dot{l}_{os} = -K_p(v_{os} + \gamma v_{os}) \sin\Theta_{os} + v_u \cos\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os} + v_u \cos\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os} \\ - v_u \sin\Theta_{os} \dot{\Theta}_{os}^2 + v_u \cos\Theta_{os} \ddot{\Theta}_{os} \end{aligned} \quad (C.25)$$

La combinaison des équations C.24 et C.25 mène au résultat suivant

$$\dots \\ \dot{l}_{os}(t) + K_1 l_{os}(t) + K_2 \dot{l}_{os}(t) + K_3 \ddot{l}_{os}(t) = 0 \quad (C.26)$$

Observation C.1. Bien que la démonstration ci-dessus ait été faite pour une vitesse longitudinale positive, il est facile de la modifier pour qu'elle soit valable dans le cas d'une vitesse longitudinale négative. Pour ce faire il suffit de transformer le problème d'asservissement en parcours caractérisé par une vitesse négative en un problème d'asservissement en parcours à vitesse positive. Cette transformation peut être effectuée en inversant les rôles des parties arrière et avant du véhicule lorsque la vitesse est négative. C'est-à-dire, en utilisant le point milieu de l'essieu de la partie arrière du véhicule comme "point de référence", et en modifiant en conséquence la signification des symboles utilisés dans la troisième proposition.

Bibliographie

- Baiden, G., Henderson, E. 1994. LHD Teleoperation and Guidance: Proven Productivity Improvement Tools, **Sixième Symposium canadien sur l'automatisation dans les mines**, 16-19 octobre, Montréal, pp. 77-87.
- D'Andrea-Novel, B., Bastin, G., Campion, G. 1992. Dynamic Feedback Linearization of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots, **Proc. of the 1992 ICRA Conference**, Nice, France, pp. 2527-2530.
- Dasys, A., Drouin, A., Geoffroy, L., 1994. Teaching an LHD to Muck, **Sixième Symposium canadien sur l'automatisation dans les mines**, 16-19 octobre, Montréal, pp. 87-94.
- DeSantis, R.M., Hurteau, R., 1990. Veicoli Autonomi: Controllo del Movimento con Tecnica Sliding Mode, **Automazione e Strumentazione**, Vol.3, pp. 137-150, 1990 (in Italiano).
- DeSantis, R.M. 1994a. Dynamic Modeling of Mechanical Systems Subject to Holonomic and Nonholonomic constraints, **EPM/RT-94/04**, École Polytechnique de Montréal, 1994.
- DeSantis, R.M., 1994b. Path-Tracking for Tractor-Trailer-like Robots, **Int. Journal of Robotic Research**, Vol. 13, N.3, 1994, pp. 533-544.
- DeSantis, R.M. 1995. Path-Tracking for a Car-like Robot with Single and Double Steering, **IEEE Trans On Vehicular Technology**, Vol.44, N.2, mai 1995.
- DeSantis, R.M., 1996. Modeling and Path-Tracking for a Load-Haul-Dump Vehicle, **ASME J. of Dynamic Systems, Measurements and Control** (sous presse).
- Guibert, C., Étude d'un système de guidage autonome, Rapport - Projet de fin d'études, École Polytechnique de Montréal, été 1993, p. 84.
- Hurteau, R., Piche, A., Saint-Amant, M. 1988. Experimental Results of the Teleoperation and Automatic Guidance of LHDS, 1st IFAC Workshop on Advances in Automation of Underground Hardrock Mining, Québec.
- Hurteau, R., St-Amant, M., Laperrière, Y., Chevrette, G. 1992. Optical Guidance System for Underground Vehicles, **1992 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation**, Nice, France, pp. 639-644.

Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F., Noguchi, T. 1990. A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot, **1990 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation**, Cincinnati, Ohio, pp. 384-389.

Kane, T.R, Levinson, D.A. 1985. **Dynamics: Theory and Applications**, McGraw-Hill, 1985.

Kane, T.R, Likins, P.W., Levinson, D.A. 1983. **Spacecraft Dynamics**, McGraw-Hill, New York.

Khalil, H.K. 1992. **Nonlinear Systems**, MacMillan Pub. Co., New York.

Kumar, D., Vagenas, N., 1993. Performance Evaluation of an Automatic Load-Haul-Dump Vehicle, **CIM Bulletin**, Vol. 86, N. 974, octobre 1993, pp. 39-42.

Juneau, L., Hurteau, R., Freedman, P., Chevrette, G. 1993. Using Laser Range Data to Model Tunnel Curvature for the Automatic Guidance of a Mining Vehicle, **Proc. 2nd IEEE Conference on Control Applications**, Vancouver, Canada, septembre 1993, pp. 643-648.

Juneau, L., Hurteau, R. 1994. Automatic Guidance of a Mining Vehicle Using Laser Range Data: Simulation and Preliminary Experimental Results, **Proc. of the 5th International Symposium on Robotics and Manufacturing**, Hawaii, USA, août 1994, pp. 545-550.

Lane, J.D., King, R.H. 1994. Computer Assisted Guidance of an Underground Mine Truck, **1994 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation**, San Francisco, CA, pp. 420-425.

Larsson, U., Zell, C., Hyppa, K., Wernesson, A. 1994. Navigating an Articulated Vehicle and Reversing with a Trailer, **1994 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation**, San Francisco, CA, pp. 2398-2404.

Latombe, J.C. 1991. **Robot Motion Planning**, Kluwer.

Laumond, J.P. 1993. Controllability of a Multibody Mobile Robot, **IEEE Trans on Robotics and Automation**, Vol. 9, N.6, décembre 1993, pp. 755-763.

Luh, J.Y.S., Walker, M.W., Paul, R.P.C. 1980. Resolved-Acceleration Control of Mechanical Manipulators, **IEEE Transactions on Automatic Control**, Vol. AC-25, N.3, juin 1980, pp 468-474.

Morel-Fourrier, P., Ravassard, J.C., Comportement dynamique d'un contrôleur de suivi de chemin pour un tracteur-remorque, Rapport de stage MST-AEI, École Polytechnique de Montréal, été 1994 (p.136).

Saha, K.S., Angeles, J. 1991. Dynamics of Nonholonomic Mechanical Systems Using a Natural Orthogonal Complement, **Trans of the ASME Journal of Applied Mechanics**, Vol. 58, pp. 238-243, 1991.

Samson, C., 1995. Control of Chained Systems Application to Path Following and Time Varying Point-Stabilization of Mobile Robots, **IEEE Trans on Automatic Control**, Vol. 40, N.1, janvier 1995, pp. 64-77.

Sampei, M., Tamura, T., Itoh, T., Nakamichi, M. 1991. Path-Tracking of Trailer-Like Mobile Robot, **Proceedings of the 1991 IROS Conference**, Osaka, Japon, pp. 193-198.

Sampei, M., Tamura, T., Kobayashi, T., Shibui, N. 1995. Arbitrary Path-Tracking Control of Articulated Vehicles Using Nonlinear Control Theory, **IEEE Trans on Control Technology**, Vol.3, N.1, mars 1995, pp. 125-131.

Sarkar, N., Yun, X., Kumar, V., 1994. Control of Mechanical Systems with Rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots, **Int. Journal of Robotic Research**, Vol 13, N.1, 1994, pp. 55-69.

St-Amant, M., Laperrière, Y., Hurteau, R., Chevrette, G. 1991. A Simple Robust Vision System for Underground Vehicle Guidance, **Proc. 1991 Int. Symp. on Mine Mechanization and Automation**, Colorado School of Mines, Golden, CO, pp. 6.1-6.20.

St-Amant, M., Piché, A., Hurteau, R. 1988. Evaluation of Automatic Guidance Systems and Their Applicability to Load, Haul and Dump Vehicles, **Troisième Symposium canadien sur l'automatisation dans les mines**, 1988, pp. 177-185.

Strickland, W.H., King, R.H. 1993. Characteristics of Ultrasonic Ranging Sensors in an Underground Environment, US Bureau of Mines Report of Investigation, 9452, 1993, 39 pages.

Tilbury, D., Laumond, J.P., Murray, R.M., Sastry, S., Walsh, G.
1992. Steering Car-like Systems with Trailers Using Sinusoids, **1992 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation**, Nice, France, pp. 1993-1998.

Tilbury, D., Murray, R.M., Sastry, S.S., 1995. Trajectory Generation for the N-Trailer Problem Using Goursat Normal Form, **IEEE Trans on Automatic Control**, Vol. 40, N.5, mai, pp. 802-819.

Walsh, G., Tilbury, D., Sastry, S., Murray, R., Laumond, J.P.
1994. Stabilization of Trajectories for Systems with Nonholonomic Constraints, **IEEE Trans on Automatic Control**, Vol. 39, N.1, janvier, pp. 216-222.

Whitney, D.E., 1969. Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses, **IEEE Trans on Man Machine Systems**, Vol. 10, pp. 47-53.

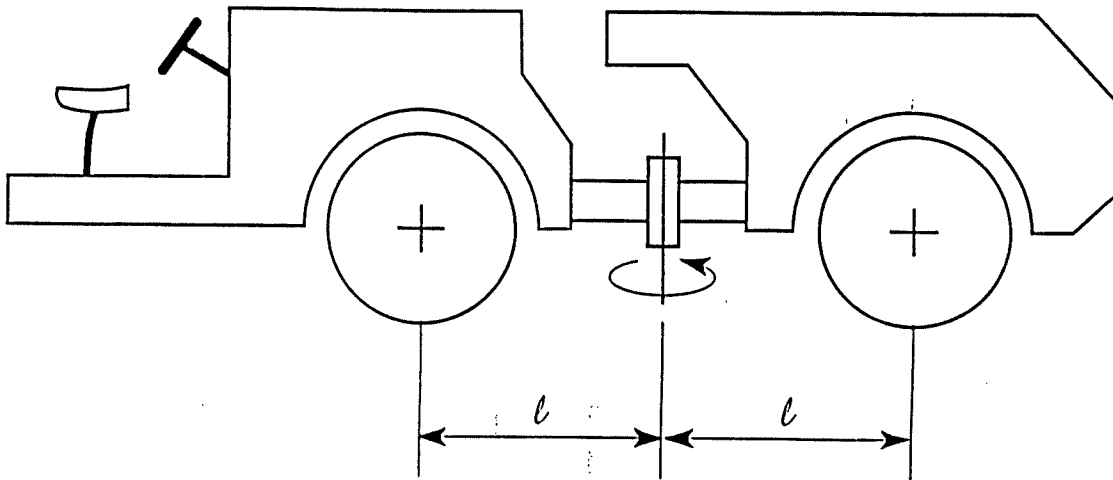


Figure 1 Chargeur-transporteur-déchargeur type

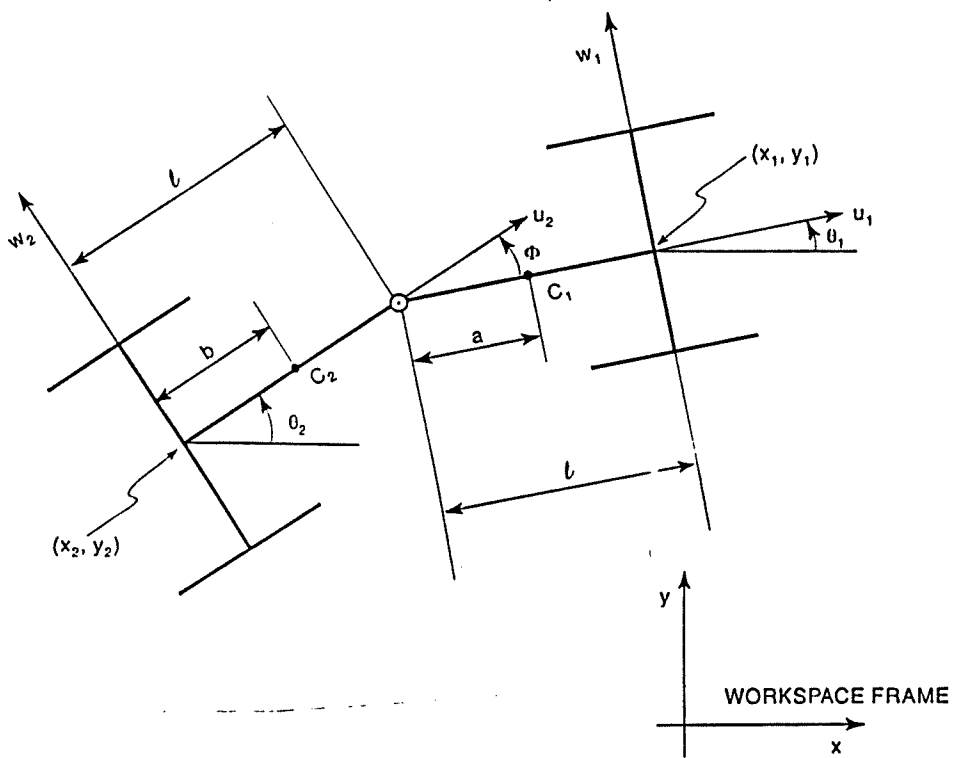


Figure 2 Géométrie du véhicule

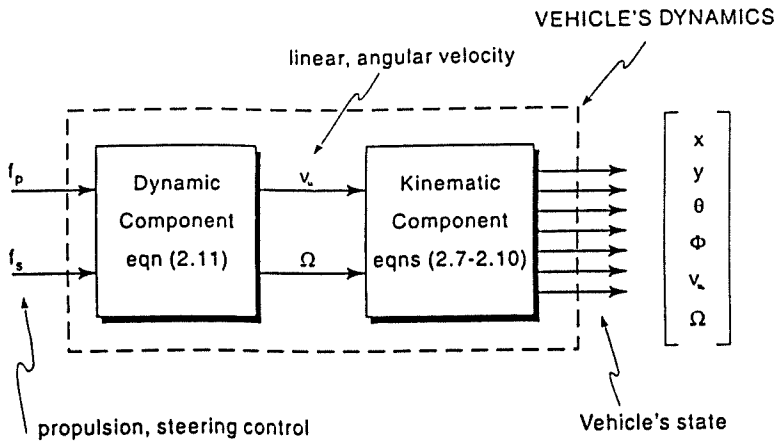


Figure 3 Structure du modèle du véhicule

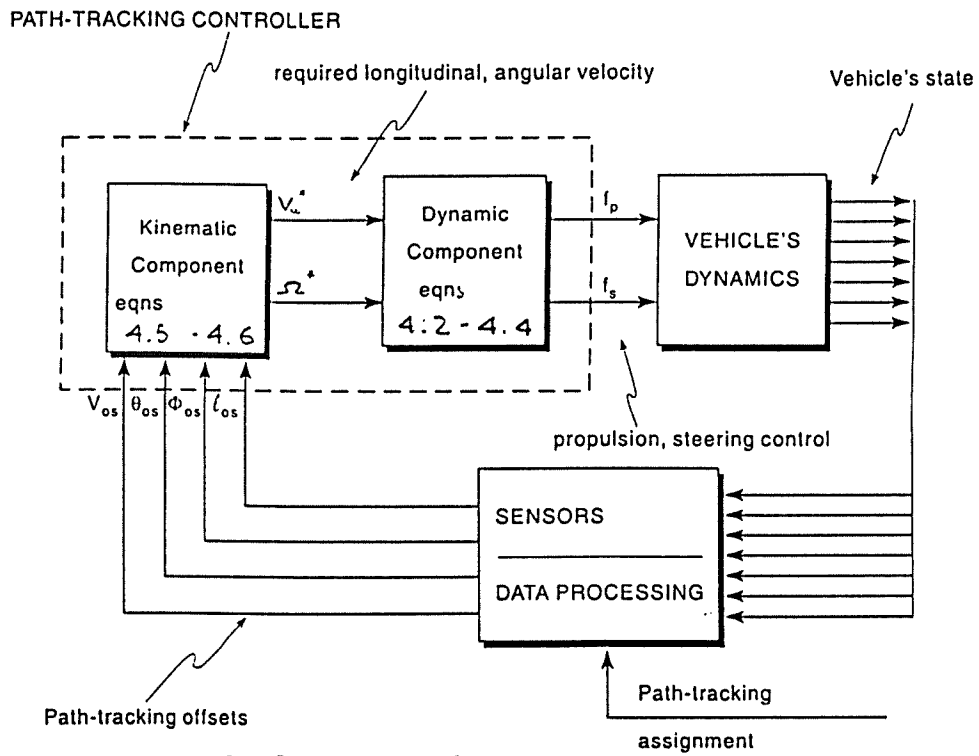


Figure 4 Structure de la commande

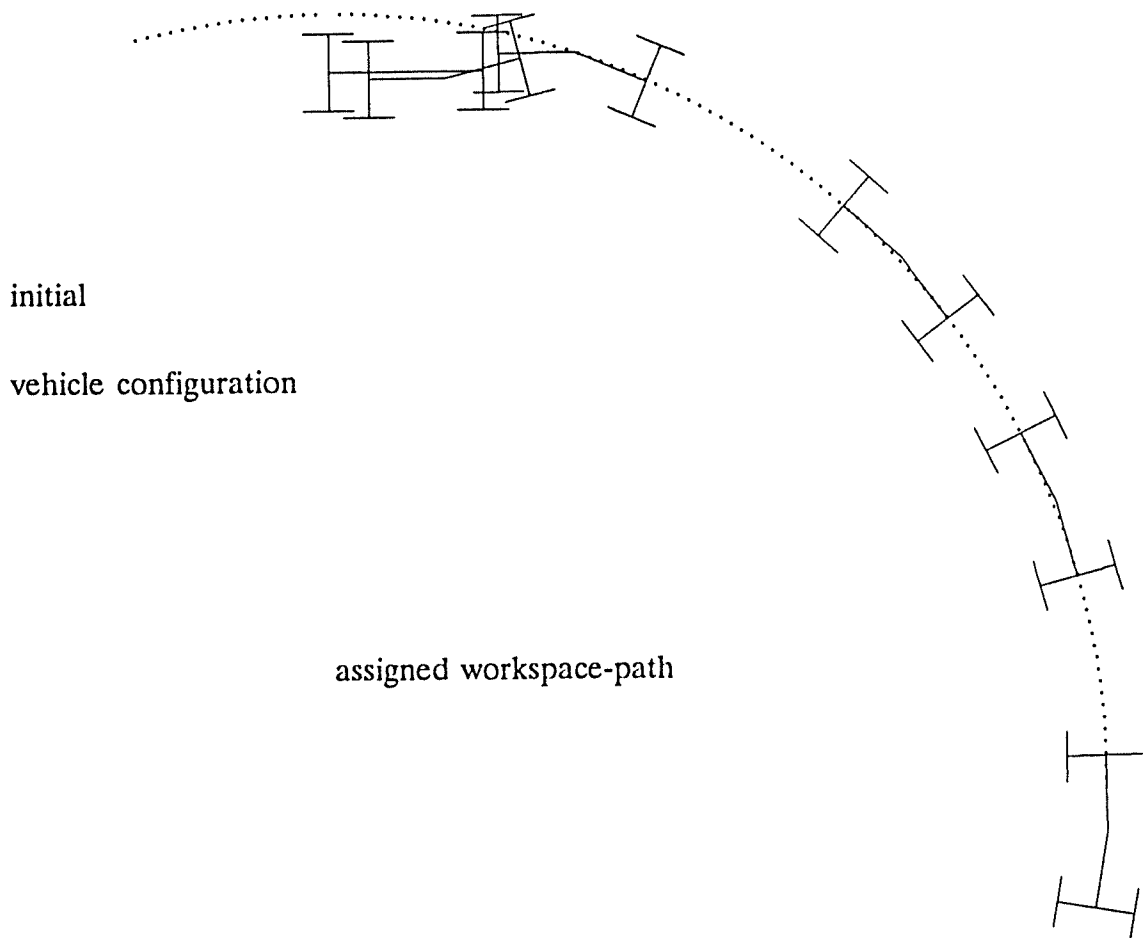


Figure 5 Déplacement le long d'un parcours circulaire en marche arrière

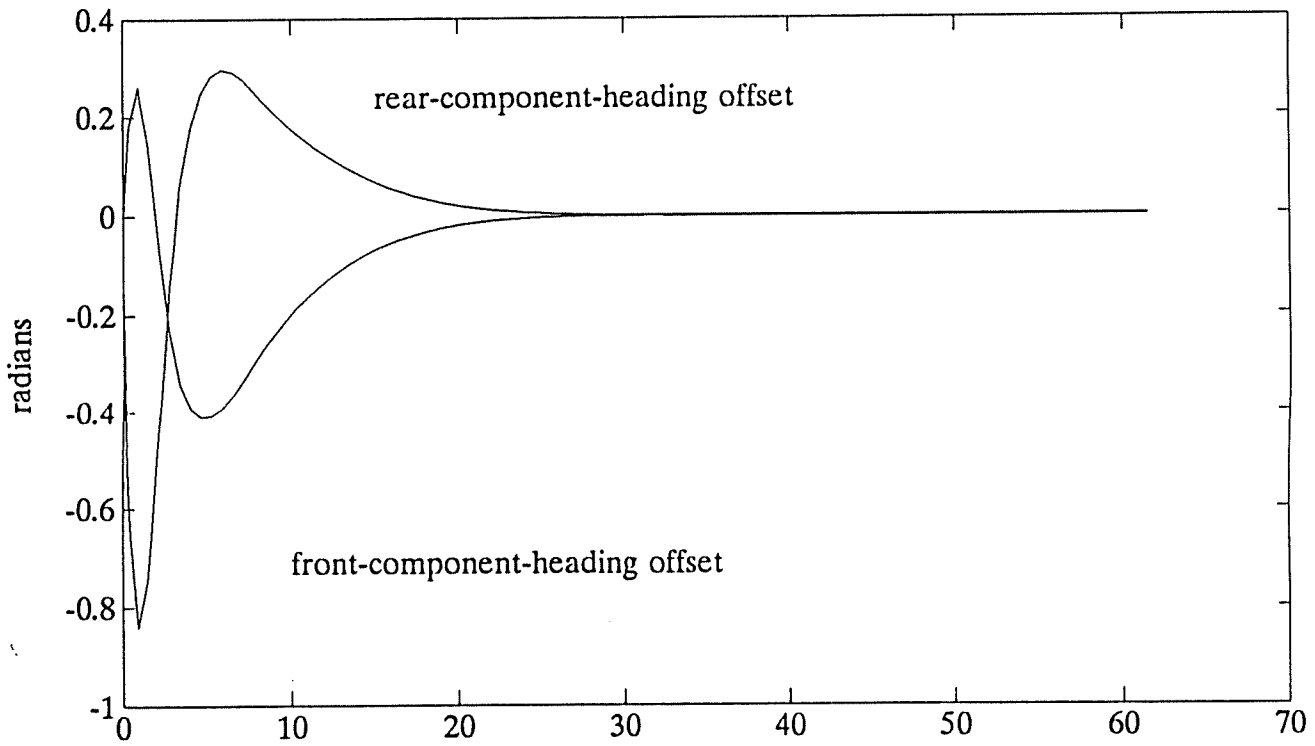
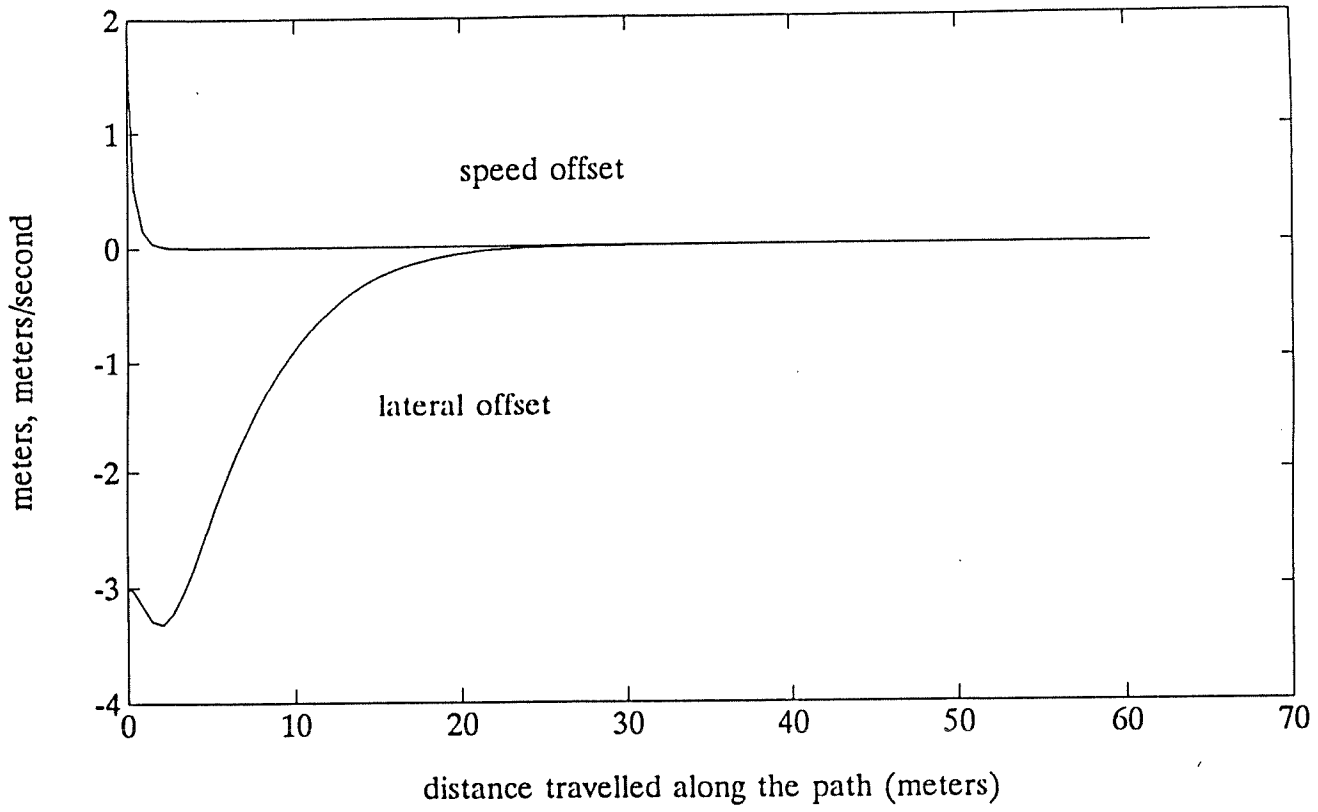


Figure 6 Écart et décalage d'asservissement en parcours

Symboles

$\chi = [x_1 \ y_1 \ \Theta_1; \ x_2 \ y_2 \ \Theta_2]$: position et orientation du véhicule

$(x_1 \ y_1)$, $(x_2 \ y_2)$: position des parties avant et arrière du véhicule

Θ_1, Θ_2 : orientation des parties avant et arrière du chargeur-transporteur

$q = [x \ y \ \Theta \ \Phi]$: vecteur de configuration du véhicule

Φ : orientation de la partie arrière du véhicule par rapport à sa partie avant

$(x \ y) = (x_1 \ y_1)$; $\Theta = \Theta_1$; $\Phi = \Theta_1 - \Theta_2$

$m_1 \ m_2, \ j_1 \ j_2$: masse et moment d'inertie de lacet (autour de l'articulation verticale) des parties avant et arrière du véhicule

l : distance de l'essieu des parties avant et arrière du véhicule à l'articulation verticale

c, b : distance du centre de masse à l'essieu des parties avant et arrière du véhicule

$f_p \ f_s$: commande de puissance motrice et de braquage

$\alpha = (v_u \ \Omega)$: vecteur des vitesses généralisées

$v_u \ \Omega$: vitesse longitudinale et vitesse angulaire de la partie avant du véhicule

H, D, F : matrices décrivant le modèle dynamique du véhicule

$$\gamma = (b^2 m_2 + j_2) / l^2$$

$$c = a - 1$$

$q_p(s) = [x_p(s) \ y_p(s) \ \Theta_p(s) \ \Phi_p(s)]$: parcours dans l'espace de configuration

$(x_p(s) \ y_p(s))$: parcours dans l'espace de travail

$q_d = [x_d \ y_d \ \Theta_d \ \Phi_d]$: configuration de véhicule désirée

v_{ud} : vitesse longitudinale désirée

σ : position longitudinale du véhicule par rapport au parcours

$v_{os} \ \Theta_{os} \ \Phi_{os} \ l_{os}$: écarts de vitesse (v_{os}) et de cap ($\Theta_{os} \ \Phi_{os}$); décalage latéral (l_{os})

$L(s)$: distance parcourue le long du parcours

$R(s)$: rayon de courbure au point s du parcours

A, B : matrices décrivant la dynamique linéarisée des écarts et du décalage d'asservissement en parcours

$K_s = [K_{s1} \ K_{s2} \ K_{s3}]$: gains du contrôleur cinétique

$K_1 \ K_2$: gains du contrôleur dynamique

$D(q)$: matrice d'inertie du véhicule

M, W : matrices étendues de masse et de vitesse angulaire

F : force centripète; force de Coriolis

J, J_{nh} : matrices jacobiennes

Figures

1. Chargeur-transporteur-déchargeur type
2. Géométrie du véhicule
3. Structure du modèle du véhicule
4. Structure de la commande d'asservissement
5. Déplacement le long d'un parcours circulaire en marche arrière
6. Écart et décalage d'asservissement en parcours

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00199889 5

École Polytechnique de Montréal
C.P. 6079, Succ. Centre-ville
Montréal (Québec)
H3C 3A7

