



FACULTAD  
DE CIENCIAS  
ECONÓMICAS



Universidad  
Nacional  
de Córdoba

# REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

## Supuestos del modelo de inventarios

Raúl A. Ercole

Artículo publicado en Contabilidad y Decisiones  
Número 7, 2015 – e-ISSN 1852-4982



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución – No Comercial – Sin Obra Derivada 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

## SUPUESTOS DEL MODELO DE INVENTARIOS

*Raúl Alberto Ercole*

*Contador Público*

*Titular en la Universidad Nacional de Córdoba y Universidad  
Católica de Córdoba*

*E-mail: raula0124@gmail.com*

### **Resumen**

Existe un modelo clásico para la determinación del lote económicamente óptimo de compra o producción de insumos o productos. El modelo parte del conocimiento de la demanda, del costo de compra o producción, del costo del producto en cuestión y del costo de tenencia del mismo. Una vez determinado dicho lote óptimo se concluye que el mismo lleva a un nivel óptimo de inventarios pues minimiza el costo total de administración del stock.

Sin embargo, el modelo asume una serie de supuestos que es conveniente analizar para descubrir si es posible flexibilizar los mismos con el objetivo de lograr una aplicación del modelo en las Organizaciones con una óptica más realista.

Desde ya que los supuestos no invalidan el modelo y es claramente posible una adecuada administración, al menos en sus premisas básicas, con los procedimientos desarrollados en esta temática.

El análisis adicional propuesto en el presente trabajo es el examen de dichos supuestos o limitaciones subyacentes de las técnicas y procedimientos con el objetivo de permitir una administración eficaz de los niveles de inventarios, sean éstos de insumos o de productos terminados.

**Palabras clave:** análisis, supuestos, inventarios

### **Astract**

There is a classic model for determining the economic order quantity for batch purchase or production of inputs or outputs. The model part of the knowledge of the demand, the cost of purchase or production, the cost of the product in question and the cost of holding it. Once it determined that optimal quantity concludes that it leads to an optimal level of inventory by minimizing the total cost of managing the stock.

However, the model assumes a series of assumptions that is useful to analyze whether it is possible to loosen them in order to achieve application of the model in organizations with a more realistic perspective.

Of course the assumptions do not invalidate the model and is clearly possible proper management, at least in its basic premises, with procedures developed in this area.

Further analysis proposed in this paper is to examine these underlying assumptions or limitations of the techniques and procedures in order to allow efficient management of inventory levels, whether inputs or finished products.

**Key words:** analysis, assumptions, stocks

## **I. Introducción**

La finalidad del presente trabajo es exponer y analizar los supuestos subyacentes de las técnicas y procedimientos para una administración eficaz de los niveles de inventarios, sean éstos de materiales o insumos o de productos terminados.

Existe un clásico modelo para la determinación del nivel óptimo para cualquier clase de activo de estas características que depende de variados factores, por lo que se incluyen ciertas limitaciones. Pero de todos modos, es claramente posible una adecuada administración, al menos en sus premisas básicas, con los procedimientos desarrollados en esta temática. El análisis adicional es el examen de los supuestos o limitaciones, objetivo del presente.

El principal objetivo del control de los inventarios es descubrir y mantener una inversión adecuada. Deben imponerse dos límites, que son los puntos de peligro que la administración quiere evitar. El primero de ellos es el de inventarios insuficientes, que dificultan la producción o las ventas y originan el costo de oportunidades desaprovechadas. El segundo peligro es el de inventarios excesivos, que originan costos adicionales innecesarios y riesgos de obsolescencia.

También existen casos especiales en los cuales es aplicable una gestión de inventarios más que un modelo que contemple distintos supuestos. Son las situaciones donde existe un plan maestro de producción con lista de materiales conocida y que la gestión apunta al “cuándo comprar” más que el “cuánto” para lograr eficiencia.

## II. Análisis preliminar del modelo

El establecimiento de una sana política de inventarios conduce a la armonía entre las secciones de una organización. En ese sentido, se deben coordinar los objetivos de las mismas, que incluso pueden llegar a ser opuestos, como se observa en el siguiente resumen:

SECCIÓN	OBJETIVO
VENTAS	Inventarios adecuados de variados productos
PRODUCCIÓN	Inventarios ajustados al ritmo productivo
COMPRAS	Adquirir grandes cantidades y de acuerdo a precios y condiciones del mercado
FINANZAS	Inventarios mínimos

Para el análisis de una primera aproximación al inventario óptimo, se operará con el conocido concepto de “lote económico óptimo”, conceptualizado como la cantidad a adquirir cada vez que se compra (o la cantidad a producir cada vez que se comienza un lote, en el caso de una aplicación al sector producción) y que se denominará “q”.

Suponiendo que la organización contempla un inventario de seguridad que sirva como colchón para fluctuaciones en la demanda del producto o insumo y denominando como “G” a dicho inventario, el inventario medio es la mitad de “q” más el inventario de seguridad, o sea:

$$\text{Inventario medio} = \frac{q}{2} + G$$

Este valor fluctúa, por supuesto, según la frecuencia anual de reposiciones para un nivel de consumo anual dado.

Claramente puede pensarse que en los inventarios es preciso esforzarse para limitar sus efectos negativos como carga financiera. Aquí interviene la noción de costo de “posesión, almacenamiento o tenencia”, que estaría integrado, entre otros conceptos, por:

- costo financiero sobre capitales invertidos
- alquiler o valor locativo de los locales ocupados, en la medida que pudieran ser utilizados para otros fines
- seguros diversos
- manutenciones y transportes de los productos o insumos
- costos de conservación
- costos de recuento de inventarios
- riesgos de obsolescencia
- costos por deterioro y mermas

De la lista anterior cabe observar que sólo deben considerarse los costos relevantes, es decir los que varíen con el capital invertido. No deben tomarse en cuenta, entonces, los costos fijos en la medida que permanezcan constantes en los diversos niveles de stock.

El resultado final del costo de tenencia se podrá expresar como un determinado porcentaje “*f*” del valor medio del inventario.

Paralelamente a este primer costo parcial, surge un segundo tipo llamado “costo de renovación o pedido” del inventario. Tal costo estaría integrado, entre otros, por los siguientes ítems:

- gestión de stocks en lo referente al pedido o lanzamiento
- redacción de pedidos
- costos postales o de comunicaciones
- gestiones exteriores
- control de pedidos y facturas
- trabajo contable
- recepción y control

Como en el caso anterior, sólo deben considerarse los costos relevantes del problema. Este costo se expresará como un importe por cada renovación o adquisición y se denominará “*a*”.

En resumen, en la gestión del inventario de un determinado artículo intervienen los costos de:

- a) compra (o producción) (costo del producto en cuestión)

b) tenencia o posesión

c) renovación

Los dos últimos varían de acuerdo al nivel de stocks, pero en sentido inverso. El costo de tenencia aumenta al incrementarse el stock y viceversa; el cambio, el costo de renovación varía en forma inversa a la variación del tamaño del inventario.

El costo de compra (o producción) es independiente de toda intervención en la gestión de stocks (salvo el caso de descuentos por cantidad, lo que puede analizarse independientemente), por lo que es necesario minimizar la suma de los otros dos costos.

Para una determinación precisa del lote económico óptimo se busca la minimización del costo total. Para ello se propone la siguiente simbología:

$q$  = lote económico óptimo

$a$  = costo de renovación por pedido

$c$  = costo (o precio) unitario del artículo

$S$  = consumo (o venta) del artículo en el período

$i$  = tasa por período del costo de tenencia del stock, expresada en tanto por uno del valor del stock medio

$G$  = inventario de seguridad en unidades

De acuerdo a ello, se puede expresar:

$$\frac{S}{q} = f = \text{número de pedidos en el período (frecuencia de pedidos)}$$

$$\frac{Sa}{q} = fa = \text{costo total de renovación}$$

$$cq = \text{importe (valor) de un pedido}$$

$$\frac{q}{2} + G = \text{inventario medio}$$

$$\left(\frac{q}{2} + G\right)c = \text{valor del capital invertido medio}$$

$$\left(\frac{q}{2} + G\right)ci = \text{costo total de tenencia en el período}$$

El costo total de tenencia del período también puede determinarse como el costo de almacenar una unidad de producto en una unidad de tiempo por el inventario medio por la cantidad de unidades de tiempo contenidas en el período. En tal caso, y con la simbología siguiente:

$t$  = costo de mantener una unidad en inventario por unidad de tiempo

$u$  = cantidad de unidades de tiempo contenidas en el período

el costo de tenencia total del período será:

$$t * u * \left(\frac{q}{2} + G\right)$$

Volviendo a la expresión original, se obtiene el costo total:

$$\text{Costo Total de Administración del Inventario} = \frac{Sa}{q} + \left(\frac{q}{2} + G\right)ci$$

Para la minimización de la función Costo Total, debe obtenerse la derivada primera y la derivada segunda (respecto a “ $q$ ”). El mínimo de la función se encuentra cuando la derivada primera es igual a cero, en la medida que la derivada segunda sea positiva.

La derivada primera de la función, respecto a “ $q$ ” es:

$$\frac{Sa}{q^2} + \frac{ci}{2}$$

Igualando a cero y despejando “ $q$ ” se obtiene:

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{ci}}^1$$

<sup>1</sup> Como se observa, la determinación del lote óptimo es independiente del valor del inventario de seguridad.

En el caso de adoptar la otra variante para el cálculo del costo de tenencia, el lote óptimo vendrá dado por la expresión

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{tu}}$$

La derivada segunda es positiva, lo que, de acuerdo a las condiciones de máximos y mínimos para funciones de una variable, confirma la existencia de un mínimo en la función<sup>2</sup>.

La fórmula tiene dos características principales:

- a) permite amplia tolerancia en la determinación de “ $q$ ” (efecto de la raíz cuadrada, que minimiza las consecuencias de desvíos).
- b) siempre es conveniente determinar “ $q$ ” por exceso antes que por defecto. La razón es que el costo total se incrementa en una menor proporción. Esto proviene de las características de las funciones antes expresadas (costo de tenencia, costo de renovación y costo total). La curva de costo total presenta el mínimo cuando el costo de tenencia es igual al costo de renovación (si el inventario de seguridad “ $G$ ” es cero) o cuando el costo de tenencia es mayor al de renovación (si existe un “ $G$ ” positivo), y tiene menor pendiente hacia la derecha del punto mínimo.

Si se desea la determinación de “ $q$ ” en número de unidades de tiempo de demanda a cubrir, sólo debe calcularse “ $z$ ” de la forma:

$$z = \frac{q * u}{S}$$

siendo “ $u$ ” la cantidad de unidades de tiempo contenidas en el período

Respecto a la rotación del inventario (cociente entre consumo del período y stock medio), debe concluirse que es más efecto que causa en la administración de inventarios. La variable de decisión es el lote de compra y la velocidad de rotación es consecuencia, pues depende del inventario medio.

Las relaciones que es factible establecer con la velocidad de rotación son:

$$Rot = \frac{Consumo}{InvMedio} = \frac{S}{\frac{q}{2} + G} = \frac{S}{\frac{q + 2G}{2}} = \frac{2S}{q + 2G} = 2 \frac{S}{q} \left( \frac{q}{q + 2G} \right) = 2f \left( \frac{1}{1 + 2 \frac{G}{q}} \right)$$

<sup>2</sup> La derivada segunda respecto a “ $q$ ” es  $\frac{2qSa}{q^3}$ , expresión que es positiva para valores de  $q > 0$  y  $a > 0$



La expresión denota finalmente que la rotación es 2 veces la frecuencia de pedidos por un factor de corrección con la relación entre el inventario de seguridad respecto al lote óptimo. Si el inventario de seguridad es proporcionalmente muy pequeño, el factor de corrección se asemeja a la unidad.

Dada la interdependencia entre lote óptimo, consumo anual, frecuencia y rotación, es posible calcular cualquiera de ellos conociendo los restantes.

Por ejemplo, la relación entre frecuencia y stock medio:

$$f = \frac{S}{2 * InvMedio} * \left( 1 + 2 \frac{G}{q} \right)$$

o cualquier otra expresión que se pretenda deducir.

El inventario medio es de relevancia en la toma de decisiones pues puede constituir un recurso escaso sobre el cual hay que optimizar su utilización<sup>3</sup>

En todos los casos, el criterio de administración de inventarios debe seguir un criterio ABC, pues generalmente se comprueba que la mayor parte del capital invertido está concentrado sobre un pequeño número de artículos clave.

### III. Costo de un error de presupuestación

Se expresó que la fórmula de “*q*” (lote económico óptimo) permite amplia tolerancia en su determinación, justamente porque los errores que puedan producirse en la presupuestación de los datos necesarios para su cálculo, elevan el costo total de administración de inventarios en proporciones menores al tamaño del error.

A título de ejemplo, supóngase los datos siguientes:

- costo unitario del producto: \$ 10
- consumo anual: 24.000 unidades

<sup>3</sup> La contribución marginal por peso de inventario medio es igual a la rotación por el margen de marcación, de modo que ambos contribuyen al rendimiento sobre la inversión media en inventarios.

- costo de renovación: \$ 1,2 por pedido
- costo de tenencia: 10% anual del valor de las inversiones medias
- inventario de seguridad: 20 unidades

En tal caso el lote óptimo será de 240 unidades.

El costo total de administración de inventarios es:

- costo de tenencia: \$ 140
- costo de renovación: \$ 120
- costo total \$ 260

Si en la presupuestación de los datos hubo un error en la determinación de “ $a$ ” (costo de renovación) dado que en la realidad fue de \$ 2 en lugar de los \$ 1,20 presupuestados, el costo del error de presupuestación sería:

a) costo óptimo si la presupuestación hubiera sido correcta

- lote óptimo: 309,84 unidades

- costo de tenencia: \$ 174,92  $\left( \frac{240}{2} + 20 \right) * 10 * 0,10 = \$140$

- costo de renovación: \$ 154,92  $\frac{24000 * 2}{240} = \$200$

- costo total: \$ 329,84

b) costo real insumido con el lote óptimo erróneo determinado:

- costo de tenencia =

- costo de renovación =

- costo total = \$ 340

c) costo del error de presupuestación:  $340 - 329,84 = \$ 10,16$

Como se observa, el costo total se incrementó en \$ 10,16 (3,08% respecto al óptimo) mientras que el error en el parámetro fue de una proporción mucho mayor.

#### **IV. Lote óptimo y sistema de compras justo a tiempo**

Los sistemas “justo a tiempo” requieren que las organizaciones reorganicen sus relaciones con proveedores para eliminar o reducir al máximo el nivel de inventarios, de modo que los productos sean entregados en el momento que se necesitan.

Esta práctica traslada al proveedor el riesgo de inventarios y busca, de hecho, la reducción de costos de tenencia, que se computan como cada vez de mayor importancia en las Organizaciones.

El uso de la electrónica y de nuevos sistemas de comunicaciones reduce, a su vez, los costos de renovación, por lo que un mayor número de solicitudes no implica necesariamente un costo global significativamente más importante.

La política de “justo a tiempo” va más allá del balance entre costos de tenencia y de renovación para incluir los temas de los costos de adquisición, de los factores de calidad y del abastecimiento seguro.

Para adecuar esta nueva política al modelo diseñado basta, sin embargo, comparar los nuevos costos que se presentarían bajo un sistema justo a tiempo. Es probable, como se expresó, que los costos de tenencia disminuyan, que los costos de renovación no varíen significativamente (aunque existan mayor cantidad de solicitudes, por los acuerdos logrados con los proveedores) y que los costos de faltantes puedan aumentar, lo que se podrá atenuar con un inventario de seguridad algo más holgado.

Por lo tanto, el efecto de la implementación de una nueva política deberá evaluarse como toda decisión, en sus costos relevantes, y por ello el modelo de lote económico óptimo sigue siendo válido, quizás con nuevos parámetros de cálculo según el acuerdo que se logre con proveedores.

#### **V. Caso de descuentos por cantidad o volumen**

Es una práctica común de negocios el otorgamiento de descuentos en el costo del artículo en la medida que se efectúen adquisiciones de cierto volumen o cantidad.

Tal situación deberá, por supuesto, ser contemplada en el análisis de administración de inventarios.

Al ser variable el costo del artículo, ya son 3 los costos intervinientes:

- a) costo de adquisición del consumo del período
- b) costo de tenencia del período
- c) costo de renovación del período

La situación óptima estará donde el costo total (suma de los 3 costos intervinientes) sea mínimo.

La situación es perfectamente viable para un problema de programación matemática con las siguientes características:

- a) variable de decisión: el lote económico óptimo “ $q$ ”
- b) objetivo: minimizar el costo total (suma de los 3 costos)
- c) restricciones: que la variable “ $q$ ” se encuentre en el tramo viable para el costo establecido.

La solución del problema, como se expresó, es confeccionar tantos modelos de determinación de “ $q$ ” como intervalos de precios existan y elegir el de menor costo total.

También podría resolverse por programación matemática un caso en el que los descuentos por cantidad no sean desde el origen, sino por tramos. No es éste, sin embargo, un caso frecuente en la práctica<sup>4</sup>.

## VI. Los supuestos subyacentes en el modelo

El modelo, en su versión preliminar, supone:

- control similar a todos los productos del inventario
- no se acepta “ruptura” de inventario
- ausencia de cambios en el nivel general o específico de precios

---

<sup>4</sup> Para la resolución también debe minimizarse el costo total, variando el lote óptimo, con la restricción que sea mayor o igual a 1 y teniendo en cuenta que los costos deben ser calculados por tramos.

- reaprovisionamiento regular y sin demora
- demanda conocida y a tasa constante
- volumen del pedido “ $q$ ” constante
- ausencia de método o procedimiento adecuado para la determinación del inventario de seguridad “ $G$ ”

El objetivo del presente trabajo es, como se expresó, analizar el efecto de los supuestos comentados.

A continuación se considerará cada una de las condiciones del modelo y la forma en que pueden ser liberadas.

## VII. Método de clasificación del inventario

En realidad, no todas las partidas del inventario merecen similar atención.

Para la administración y análisis de un sistema de inventarios es necesario realizar una clasificación con el fin de determinar qué artículos representan la mayor parte de la inversión y si se justifica mantener invertidos estos recursos.

Ford Dickie (1951) aplica el principio de Pareto a la administración de inventarios y lo llamó análisis ABC. Dado que mantener un nivel de inventario implica un capital inactivo, es natural que se ejerza un control sobre aquellos artículos que representen una mayor inversión en capital. Por otro lado, aquellos artículos que contribuyen muy poco en la inversión en capital merecen poca atención.

El Sistema ABC ordena los artículos que componen el inventario en base al porcentaje que su valor monetario representa en el total, de manera que se puedan tomar decisiones eficientes que permitan optimizar la administración de los recursos asignados. Clasifica los artículos en tres grupos:

Grupo A: Se incluyen los artículos más importantes para efectos de control. Aquellos que contribuyen en conjunto al 80% del valor monetario acumulado y generalmente constituyen alrededor del 20% de los ítems. Como se puede apreciar representan pequeñas cantidades de artículos costosos los cuales deben estar sujetos a un estricto control, se utilizan procedimientos complejos de pronóstico y debe tenerse cuidado al estimar los diversos parámetros de costo para establecer las políticas de operación.

Grupo B: Corresponde a aquellos artículos de importancia secundaria, que verifican valores monetarios porcentuales entre el 10% y el 15%, y comprende alrededor del 25% de todos los ítems. A estos artículos se les aplica un control moderado, los artículos se pueden revisar de forma periódica, se solicitan por grupos y no de forma individual y se utilizan métodos de pronóstico menos complicados.

Grupo C: Son artículos de importancia reducida que corresponden entre el 5% y el 10% del valor monetario porcentual y comprenden más o menos el 55% de los ítems. Sobre ellos se efectúa un grado mínimo de control realizando pedidos de gran tamaño con el fin de minimizar la frecuencia de pedidos.

Esta clasificación es arbitraria, pudiendo diferir los porcentajes asignados a cada grupo e incluso existir un número diferente de grupos.

Esta relación empírica formulada por Pareto, ha demostrado ser una herramienta muy útil y sencilla de aplicar a la gestión empresarial. Permite concentrar la atención y los esfuerzos sobre las causas más importantes de lo que se quiere controlar y mejorar.

El procedimiento empírico a seguir para el sistema de clasificación de inventarios ABC es el siguiente:

- 2) Determinar la participación monetaria de cada artículo en el valor total del inventario.
- 3) Tabular los artículos del inventario en orden descendente según el porcentaje de dinero invertido en cada ítem del inventario y calcular el acumulado.
- 4) Calcular el porcentaje que cada ítem representa en el total y luego el acumulado.
- 5) Graficar la curva ABC del porcentaje acumulado del uso del dinero en función del porcentaje acumulado de ítems.

De esta manera se espera que una cantidad reducida de ítems que se encuentran en la parte superior de la clasificación serán parte del grupo A, y requerirán la mayor atención por parte de la gerencia. La mayor cantidad de ítems que se encuentran en la parte inferior de la clasificación son asignados al grupo C y requerirán una mínima atención de la gerencia y la cantidad restante de ítems hará parte del grupo B y requieren mediana atención.

El análisis ABC clásico enunciado anteriormente ha sido cuestionado por diversos autores debido a que en muchas situaciones el hecho de considerar

sólo un criterio para determinar la importancia relativa de un artículo no es una medida muy eficaz para la toma de decisiones. Generalmente existen características y atributos de los bienes que deberían ser considerados además del valor del inventario, ya que posiblemente afecten su inclusión en una u otra categoría de la clasificación.

Cuando el análisis ABC incluye dos o más criterios, en la literatura científica el problema es denominado Clasificación ABC Multicriterio del Inventario o Análisis ABC Multicriterio, el cual ha sido tratado por diversos autores.

Tal como se mencionó anteriormente, las metodologías utilizadas para abordar la problemática son diversas, y van desde propuestas sencillas hasta el uso de métodos más complejos tales como Redes Neuronales, AHP Fuzzy y DEA, entre otros.

Un análisis multicriterio pretende integrar el valor del inventario del ítem junto a otros aspectos como criticidad de la pieza, tiempo de entrega, obsolescencia, durabilidad, distribución de la demanda, costos por multas, costos de pedido, costo de escasez o posibilidad de sustitución, entre otros.

Es importante mencionar que disponer de un inventario correctamente clasificado en grupos relevantes (multicriterio, en su caso), brindará a la empresa una valiosa herramienta para determinar el nivel y los tipos de procedimientos de control a implementar y así lograr una eficiente administración de los productos almacenados.

### **VIII. Ruptura de inventario**

Existe un modelo para el caso en que la ruptura de stock es válida pues la utilización del insumo o la demanda del producto puede ser diferida.

En tal caso, aparece la figura de “pedidos pendientes” que se satisfacen con la llegada del nuevo reabastecimiento. Se alarga el tiempo que transcurre entre pedidos (menor número de pedidos en un período), lo que se traduce en un menor costo de almacenamiento (por menor nivel de inventario al permitirse rupturas), pero sí emerge un costo por falta del insumo o producto que debe considerarse en el modelo.

El mismo debe contemplar los posibles costos pertinentes al retraso en la entrega como multas, contribución marginal perdida por cliente desatendido (o costo de paralización de actividades por falta de material), costo de imagen empresarial (en la medida que se pueda cuantificar) y todo otro costo que

genere la falta de disposición de un producto para la venta o de un material para fabricación. El caso de ruptura en fabricación puede, incluso, acarrear situaciones y costos de relaciones laborales.

En este modelo, la simbología pertinente es:

$q$  = lote económico óptimo

$a$  = costo de renovación por pedido

$S$  = consumo (o venta) del artículo en el período

$t$  = costo de mantener una unidad en inventario por unidad de tiempo

$r$  = costo de tener una unidad como pedido pendiente por unidad de tiempo

$u$  = cantidad de unidades de tiempo contenidas en el período

$m$  = inventario máximo en unidades en cada ciclo

El modelo clásico del lote óptimo determina el mismo, según ya se expresó, como:

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{ci}} = \sqrt{\frac{2Sa}{tu}} \quad ^5$$

El modelo de ruptura cubre los pedidos pendientes cuando llega el reabastecimiento “ $q$ ”. Se destinan “ $(q-m)$ ” unidades a satisfacer los pedidos pendientes y las “ $m$ ” unidades restantes se destinan al nuevo ciclo. Por lo tanto, ahora el ciclo queda dividido en 2 subciclos:

- el primero dispone de mercadería para atender la demanda
- el segundo anota los requerimientos para satisfacerlos cuando llegue el nuevo pedido (hay ruptura de stock)

En este modelo, además, el inventario máximo difiere del lote óptimo “ $q$ ”, pues el mismo es menor dado que el consumo supera al mismo (hay justamente faltante de inventario)<sup>6</sup>.

Los costos intervinientes son ahora tres, dado que se agrega el costo de ruptura a los costos de mantenimiento y de compra, y es una función que

<sup>5</sup> Igualdad comentada en un apartado anterior

<sup>6</sup> En el modelo básico el inventario máximo es “ $q$ ” con inventario de seguridad cero (o “ $q + G$ ” si  $G > 0$ ). En este modelo el inventario máximo es “ $m$ ” (con  $G = 0$ )



depende de 2 variables (“ $q$ ” y “ $m$ ”). Efectuando un procedimiento similar al del modelo básico (con las salvedades pertinentes a que las condiciones de máximos y mínimos deben ahora cumplirse para este tipo de funciones) se obtienen los valores óptimos:<sup>7</sup>

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{tu}} \sqrt{\frac{t+r}{r}}$$

$$m = \sqrt{\frac{2Sa}{tu}} \sqrt{\frac{r}{t+r}}$$

es decir que existe un factor que toma en cuenta la magnitud relativa de “ $t$ ” y “ $r$ ”.

Pueden deducirse las siguientes fórmulas para los 3 tipos de costos:<sup>8</sup>

a) costo de mantenimiento = el costo de tenencia total incluye el costo de mantener una unidad en una unidad de tiempo por el período de tiempo del inventario por la cantidad de pedidos en el período

$$C.tenencia = t \frac{m}{2} * \frac{um}{S} * \frac{S}{q} = t \frac{um^2}{2q}$$

b) costo de compra: no registra cambios respecto al modelo clásico

$$C.compra = a \frac{S}{q}$$

c) costo de ruptura: comprende el costo de ruptura de una unidad en la unidad de tiempo por el período de ruptura por la cantidad de pedidos del período

$$C.ruptura = r \frac{q-m}{2} * \frac{u(q-m)}{S} * \frac{S}{q} = r \frac{u(q-m)^2}{2q}$$

<sup>7</sup> Para conocer el mínimo de la función, las derivadas parciales respecto a ambas variables se igualan a cero, y el valor de “ $q$ ” y “ $m$ ” obtenidos al despejar verifican un mínimo si las derivadas parciales segundas son positivas y el discriminante de la función también lo es (el discriminante determina la índole y la cantidad de raíces, que son los puntos donde la función es cero).

<sup>8</sup> Considerando un inventario de seguridad de cero.

Debe considerarse que el modelo, como se expresó, divide el ciclo total

$$z = \frac{q * u}{S}$$

en el subciclo en el que hay mercadería

$$z_1 = \frac{m * u}{S}$$

y en el subciclo de faltante de mercadería

$$z_2 = \frac{(q - m) * u}{S}$$

Si el costo de ruptura es extremadamente alto, el modelo de ruptura se acerca al modelo clásico, pues la ruptura es imposible de afrontar.

## IX. Cambios en el nivel de precios

Ante aumentos en el nivel de precios, existe la concreta posibilidad de incrementar el almacenamiento de inventario para cubrirse de los futuros aumentos.

En tal caso, debe considerarse lo siguiente:

- el cambio en el nivel de precios pertinente es el específico y no el general o promedio, ya que para cada insumo o artículo existirán condiciones particulares referidas, justamente, en relación a la variación de precios.
- la anticipación de compra permite una “ganancia” o “menor costo real” del producto en la medida de la tasa de inflación específica en el período y, consecuentemente, un lote de compra más elevado.
- De forma similar a lo ocurrido con los descuentos por cantidad, intervienen entonces 3 costos para optimizar la administración de inventarios: el “menor” costo real por la inflación, el costo de tenencia y el costo de adquisición.

La expectativa del incremento de precios no deja de tener un componente altamente subjetivo. Por lo tanto, no es de fácil mensura la diferencia entre el costo nominal del momento de compra y el costo de reposición del momento del consumo.

Sin embargo, si en la tasa de inflación del período se establece una notación “ $j$ ” el menor costo real actual podrá formularse como:

$$c' = \frac{c}{1 + j}$$

En tal caso, deben determinarse los valores de los costos intervinientes (y consecuentemente el costo total) para decidir la política óptima.

Por ejemplo para un bimestre:

$S = 2.000$  (unidades de consumo bimestral)

$a = \$ 2$  (costo de cada compra)

$c = \$ 100$  (costo unitario actual nominal del producto)

$i = 1\%$  (tasa bimestral del costo de tenencia)

$j = 2\%$  (tasa bimestral de inflación del producto)

$$c' = \frac{c}{1 + j} = \frac{100}{1,02} = 98,0392$$

a) Cálculo del lote óptimo con el costo nominal actual del producto

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{ci}} = \sqrt{\frac{2 * 2000 * 2}{100 * 0,01}} = 89,4427$$

b) Cálculo del lote óptimo con el costo real estimado del producto

$$q = \sqrt{\frac{2Sa}{c'i}} = \sqrt{\frac{2 * 2000 * 2}{98,0392 * 0,01}} = 90,3327$$

El inventario medio se incrementará en 0,445 unidades (mayor lote de compra), lo que genera mayor costo de tenencia y el costo de comprar disminuirá de 22,36 frecuencias a 22,14 frecuencias (consumo dividido lote

óptimo), pero la sensación del menor costo total viene por la cobertura de inflación de:

$$(100 - 98,0392) * 2000 = \$ 3.921,57$$

Obviamente es el decisor quien resuelve ante las expectativas inflacionarias.

Evidentemente que el mayor lote de compra que surge como consecuencia del aumento de precios del producto, quizás eleve el costo porcentual de mantenimiento. De hecho, debería ser considerado el costo de oportunidad del dinero necesario para el aumento de la cantidad a adquirir.

Por tanto, es probable que llegue un momento en donde sea más rentable estabilizar las adquisiciones.

## **X. Demora en el reaprovisionamiento**

Una vez determinado el lote económico óptimo “ $q$ ” es necesario considerar el momento del pedido, dado que el monto a pedir viene determinado justamente por ese lote óptimo.

En este sentido y ya dejando de lado el supuesto inicial de reaprovisionamiento instantáneo, debe considerarse la demora en la entrega por parte del proveedor del artículo que se considere.

El sentido común indica que debe estimarse el consumo durante el período de “demora” para evitar ruptura de stock y, consecuentemente, el inventario de repedido (el lanzamiento del pedido) será:

$$\text{Inventario de repedido} = \text{consumo medio durante el período de demora} + G$$

Esto significa que cuando el nivel de inventario llegue al nivel de repedido, debe entonces efectuarse el lanzamiento de la solicitud del lote óptimo.

Es decir, el nivel de inventario debe ser suficiente para atender la demanda en el período de demora en el reabastecimiento. Obviamente, el inventario de seguridad “ $G$ ”, si existe, es un colchón adicional.

## **XI. Consumo con incertidumbre o probabilístico**

En el análisis preliminar se supuso reaprovisionamiento regular e instantáneo y consumo sin fluctuaciones.

El primer supuesto ya fue dejado de lado al definir como inventario de repedido el consumo medio durante el plazo de entrega más el inventario de seguridad.

En este acápite se prescindirá del supuesto de consumo regular a tasa constante y se tomará como válido para el análisis lo que sucede corrientemente en la práctica; esto es, un consumo o demanda del artículo no regular sino fluctuante, incierto y consecuentemente probabilístico.

Para atender esta situación, se consideran dos vías posibles:

- a) regular la cantidad a solicitar, cambiando la técnica de reposiciones fijas (el lote económico óptimo “ $q$ ”) en fechas variables (al llegar al inventario de repedido) por otra técnica que considere, justamente las variaciones de demanda.
- b) regular las fluctuaciones de demanda con el inventario de seguridad  $G$ .

A continuación se analizarán ambas situaciones.

### **XI.I. Técnica de reposición de cantidades variables en fechas fijas**

Como se expresó, puede variarse la técnica de reposición clásica de cantidades fijas (“ $q$ ”) en fechas variables (al llegar al stock de repedido) por otra que contemple variaciones en el consumo y que opera inversamente, es decir, con cantidades variables en fechas fijas.

El “ciclo” del inventario transcurre desde que llega la cantidad “ $q$ ” hasta la nueva recepción de esa cantidad.

Al considerar la demora por parte del proveedor, se sabe entonces que la solicitud de “ $q$ ” se produce unos días antes del fin del ciclo, para recibir el pedido en tiempo oportuno.

Esta nueva técnica justamente opera solicitando el pedido en el momento correspondiente explicado en el párrafo anterior (es decir el fin del ciclo menos el período de demora) y de allí lo de fechas fijas.

En cada una de esas oportunidades (fechas fijas) se analiza el monto a pedir, que ya no será “ $q$ ” sino un monto variable determinado como sigue:

$$\text{Cantidad a solicitar} = C(d + \text{ciclo}) + G - (E + K)$$

siendo:

$C(d + \text{ciclo})$  = consumo planeado en el período de demora en reaprovisionamiento más el ciclo completo siguiente

$G$  = inventario de seguridad

$E$  = existencias al momento de efectuar el pedido

$K$  = cantidad ya solicitada y aún no recibida

Esta “cantidad a pedir” sería igual a “ $q$ ” sólo en el caso de un consumo regular normal. Sin embargo, permite cubrirse ante eventuales faltas de inventario si se planea un consumo más acelerado de acuerdo a lo que viene ocurriendo. También facilita no poseer inventarios altos ante consumos más bajos de lo habitual, dado que en ese caso se solicitaría una menor cantidad.

Esta técnica, como se expresó, permitiría ir regulando las oscilaciones de la demanda o consumo como así también de las variaciones en la demora.

Sin embargo, en ningún caso es posible dejar de lado la otra acción, que es regular la demanda probabilística operando con el inventario de seguridad “ $G$ ”.

## **XI.II. Inventario de seguridad “ $G$ ”**

Para la determinación del stock de seguridad “ $G$ ” puede suponerse que el consumo será una función de distribución de probabilidades continua.

Ingresando los valores pertinentes puede realizarse una simulación para obtener una distribución de frecuencias de consumo y verificar en cuántos casos se ha agotado el stock antes distintos niveles del inventario de seguridad. A partir de allí se puede calcular el costo de tenencia de “ $G$ ” y el costo del agotamiento.

La simulación pretende estimar frecuencias de faltantes de inventario y a partir de allí determinar un inventario de seguridad aceptable teniendo en cuenta los costos pertinentes.

Por ejemplo, efectuando las siguientes suposiciones:

Consumo anual en unidades : 2067 unidades

Distribución triangular (1800, 2000, 2400) (mínimo, probable y máximo)

Demora abastecimiento en días: 20

Distribución normal con media 20 y DE 10

En tal caso el consumo estimado en el período de demora será:

$$2067 * 20 / 365 = 113,26 \text{ unidades}$$

A partir de estos datos se efectúa una simulación partiendo de un inventario de repedido determinado y en tal caso será:

Celda pronóstico = “faltante de inventario”

Celdas de supuestos = “consumo” y “demora” (distribución triangular y normal, respectivamente)

Pueden efectuarse diferentes simulaciones con distintos valores del inventario de seguridad  $G$ .

También puede operarse con la “estandarización” de la distribución normal si se piensa que esta distribución representa adecuadamente el comportamiento del consumo.

Una distribución normal se estandariza de la siguiente manera:

$$Z = \frac{X - \mu}{DE}$$

en donde:

$Z$  = distribución normal estandarizada

$X$  = consumo o demanda

$\mu$  = media del consumo o demanda

$DE$  = desviación estándar

Al tener la distribución normal estandarizada pueden calcularse probabilidades en la tabla de la distribución normal, operando con la cola derecha de la distribución:

Por ejemplo, un valor de  $Z = 0,67$  brinda una probabilidad de 0,7475. Esto indicaría que casi un 75% de las veces no habría faltante de inventario, o sea que habría un cumplimiento de servicio del 75%.

Si se supone una media de 67 unidades y una  $DE$  de 30 unidades y se desea un valor de  $Z$  de 0,90, entonces:

$$z = 0,90 = \frac{X - 67}{30}$$

De aquí se obtiene que  $X = 94$ . Es decir, habría que cubrir una posible demanda de 94 unidades para obtener un valor de  $Z$  de 0,90. De modo que el stock de seguridad  $G$  debería ser:

$$G = 94 - 67 = 27 \text{ con un cumplimiento del servicio (valor tabla) } = 0,815939908$$

Para cumplimientos mayores de servicio debe aumentarse  $G$ ; por ejemplo:

$$G = 60 \text{ implica que } X = 127 \text{ y que } Z = (127 - 67) / 30 = 2$$

La probabilidad que  $Z < 2$  en la distribución normal es 0,977249938, lo que indica un cumplimiento de servicio del 97,72%.

Si se desea establecer un nivel de servicio determinado (ej.: 95%) se ingresa la probabilidad y la fórmula de distribución normal inversa devuelve el valor de  $Z = 1,64485$ . Para ese valor de  $Z$ , en el ejemplo, el valor correspondiente de  $X = Z * 30 + 67 = 116,34559$ .

Ese valor de  $X$  implica un valor de  $G = 49,34559$



De una u otra forma, el cálculo adecuado de un inventario de seguridad permite evitar los costos de ruptura. Si éstos son elevados, el inventario de seguridad tenderá a ser mayor. Inevitablemente la decisión siempre ronda en torno a la comparación del costo de tenencia del mismo con el costo de faltantes de stock.

### **XI.III. Un ejemplo de simulación del inventario de seguridad con la distribución normal**

A continuación se expone más detalladamente un ejemplo de simulación para la determinación del nivel del inventario de seguridad suponiendo que la demora en el abastecimiento se distribuye en forma normal.

Sean los datos siguientes:

- costo de tenencia por unidad ..... \$ 10
- costo de agotamiento por unidad ..... \$ 60
- máximo consumo diario estimado ..... 60 unidades
- mínimo consumo diario estimado ..... 30 unidades
- media período de demora de abastecimiento ..... 7 días
- desv. estándar de la demora ..... 2 días
- demora en el abastecimiento se distribuye en forma normal

Como el 99,7% de los valores de una distribución normal están comprendidos en un intervalo determinado por 3 desviaciones estándar, puede calcularse:

- máxima demora de abastecimiento =  $7 + 2 * 3 = 13$  días
- mínima demora de abastecimiento =  $7 - 2 * 3 = 1$  día
- máximo consumo en período de demora =  $60 * 13 = 780$  unidades
- mínimo consumo en período de demora =  $30 * 1 = 30$  unidades
- desviación estándar del consumo en período de demora
- =  $\frac{780 - 30}{6} = 125$  (la división por 6 responde a 3 desviaciones estándar a ambos lados de la media)

- media del consumo en período de demora =  $780 - 3 * 125 = 405$   
(también podría calcularse como  $= 30 + 3 * 125 = 405$ )

Obtenida la media y la desviación estándar del consumo en período de demora pueden simularse distintos niveles del inventario de seguridad y a partir de allí verificar el grado de incumplimiento, el costo de mantenimiento de "G", el costo de agotamiento y el costo total. Ello permitiría analizar cuál inventario de seguridad parece ser el más pertinente.

Por ejemplo, un inventario de seguridad de 100 unidades cubre un consumo medio de 405 unidades más las 100 unidades o sea un total de 505 unidades (inventario de reorden).

El grado de cumplimiento según una distribución normal con media y desviación comentadas y ese valor de consumo es 78,81% (incumplimiento de 21,19%).

A continuación se inserta un cuadro con las primeras 25 simulaciones efectuadas del modo comentado. Cabe acotar que la columna CONS DEM (consumo en período de demora) surge justamente como simulación de una *DN* (números aleatorios con esa distribución de probabilidad).

SIMULAC	INV REORD	CONS DEM	FALTANTE	C.MANTEN	C.AGOTAM	C.TOTAL
1	505	470,57	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
2	505	551,61	46,61	\$ 1.000	\$ 2.796	\$ 3.796
3	505	418,44	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
4	505	326,76	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
5	505	406,69	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
6	505	380,41	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
7	505	464,34	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
8	505	442,35	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
9	505	581,29	76,29	\$ 1.000	\$ 4.577	\$ 5.577
10	505	378,03	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
11	505	182,59	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
12	505	375,64	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
13	505	381,70	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
14	505	619,74	114,74	\$ 1.000	\$ 6.884	\$ 7.884
15	505	295,29	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
16	505	487,29	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
17	505	444,28	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
18	505	607,04	102,04	\$ 1.000	\$ 6.123	\$ 7.123
19	505	527,53	22,53	\$ 1.000	\$ 1.352	\$ 2.352
20	505	547,80	42,80	\$ 1.000	\$ 2.568	\$ 3.568
21	505	334,60	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
22	505	204,94	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
23	505	401,05	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
24	505	297,61	0,00	\$ 1.000	\$ -	\$ 1.000
25	505	569,70	64,70	\$ 1.000	\$ 3.882	\$ 4.882

El costo de mantenimiento se refiere al inventario de seguridad (100 \* 10)

El costo de agotamiento se refiere a las unidades faltantes por el costo de agotamiento por unidad.

## 12. Conclusiones

Expuesto el modelo clásico de administración de inventarios, se analizaron en el trabajo distintos supuestos o limitaciones y se llegó a las siguientes conclusiones:

a) es posible efectuar clasificaciones adecuadas de las partidas que componen el inventario, sobre todo con una perspectiva multicriterio; ello

redundará en la aplicación de métodos más severos de control para los productos más importantes.

b) en el caso en que la ruptura o de stock fuera válida pues la utilización del insumo o la demanda del producto puede ser diferida, aparece la figura de “pedidos pendientes” que se satisfacen con la llegada del nuevo reabastecimiento y emerge un costo por falta del insumo o producto que debe considerarse en un nuevo modelo. Si el costo de ruptura es extremadamente alto, el modelo de ruptura se acerca al modelo clásico, pues la ruptura es imposible de afrontar.

c) En el caso de crecimiento de precios del producto, es probable un lote de compra mayor, dado que la anticipación en la adquisición produce una “ganancia” por ahorro de costos.

d) En el caso de demora en el reaprovisionamiento, el nivel de inventario debe ser suficiente para atender la demanda en el mismo, lo que lleva a la determinación de un inventario de repedido o de reorden.

e) En el caso de descuentos por volumen o cantidad la solución es confeccionar tantos modelos de determinación de “q” como intervalos de precios existan y elegir el de menor costo total.

f) Para casos de consumo o demanda incierta o probabilística con el agravante de demora en iguales condiciones de incertidumbre, se sugieren 2 técnicas:

- técnica de reposición de cantidades variables en fechas fijas, lo que deja de lado la concepción clásica del lote óptimo y el volumen del reaprovisionamiento varía según el consumo y la demora prevista. Esta técnica, como se expresó, permitiría ir regulando las oscilaciones en cada período.
- determinación de un adecuado inventario de seguridad como colchón contra las oscilaciones del consumo o demora

Con el análisis expuesto, es posible concluir que el modelo enriquecido con las variantes que en cada caso se sugieren, permite seguramente en la mayoría de las situaciones un adecuado control para muchas partidas del inventario, al menos las más relevantes en cada Organización.

### **XIII. Bibliografía**

ALBERTO, Catalina - CARIGNANO, Claudia - “APOYO CUANTITATIVO A LAS DECISIONES” – Segunda Edición - Asociación Cooperadora de la Facultad de Ciencias Económicas - UNC – Córdoba, 2007 – ISBN 978-987-23497-5-2

ANDERSON, David - SWEENEY, Dennis - WILLIAMS, Thomas - “MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LOS NEGOCIOS” - 9e - Internacional Thomson Editores - México, 2004 - ISBN 970-686-372-9

BIERMAN, Harold - BONINI, Charles - HAUSMAN, Warren - “ANÁLISIS CUANTITATIVO PARA LOS NEGOCIOS”. - Novena Edición - Irwin - McGraw Hill. Bogotá, 2000 - ISBN 0-256-14021-9

DICKIE, H. FORD (1951). “ABC inventory analysis shoots for dollars”, Factory Management and Maintenance, vol. 9, N° 7, pp. 92–94.

ERCOLE, Raúl - ALBERTO, Catalina - CARIGNANO, Claudia - “MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA GESTIÓN” - Segunda Edición - Asociación Cooperadora de la FCE - UNC - Córdoba, 2007 - ISBN 978-987-1436-01-9

HORNGREN, Charles - FOSTER, George y DATAR, Srikant. Contabilidad de costos: Un enfoque gerencial. Pearson Educación, México - Décima Edición - 2002 - Capítulo 20 - ISBN 970-26-0096-0

POWELL, Stephen G - BAKER, Kenneth R - “MANAGEMENT SCIENCE - THE ART OF MODELING WITH SPREADSHEETS” - Second Edition - John Wiley & sons - USA, 2007 - ISBN 978-0-470-03840-6

RAGSDALE, CliffT. “SPREADSHEET MODELING AND DECISION ANALYSIS” - 3rd. edition - South Western College Publishing. Cincinnati - Ohio (USA), 2001 - ISBN 0-324-02122

YARDIN, Amaro - “EL ANÁLISIS MARGINAL” - Ediciones IAPUCO - Buenos Aires, 2009 - ISBN 978-987-24618-3-6