

УДК 621.391.26

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОТНОШЕНИЯ МОЩНОСТИ НЕСУЩЕЙ СИГНАЛА К УРОВНЮ ПОМЕХИ ПЛЮС ШУМ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ УПЛОТНЕНИИ КАНАЛОВ И СУММИРОВАНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ВЗВЕШЕННЫХ СИГНАЛОВ КАЖДОГО КАНАЛА

В.П. ТУЗЛУКОВ

Белорусская государственная академия авиации, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 9 ноября 2016

Аннотация. Проводится статистический анализ между двумя общеизвестными алгоритмами пространственного уплотнения (АПУ) каналов, алгоритмом оптимального уплотнения (АОУ) каналов и алгоритмом суммирования дифференциально взвешенных сигналов (АСДВС) каждого канала, путем определения отношения сигнал/помеха+шум (С/П+Ш). При наличии рэлеевских замираний в каналах связи в условиях помех разного класса определяется коэффициент Z между $(С/П+Ш)_{АОУ}$ и $(С/П+Ш)_{АСДВС}$, позволяющий отдать предпочтение тому или иному АПУ каналов. При наличии помехи одного вида представлены точные аналитические решения для плотности распределения вероятностей и математического ожидания коэффициента Z . Если присутствует несколько видов помехи, плотность распределения вероятностей коэффициента Z определяется Монте-Карло моделированием, и математическое ожидание плотности распределения вероятностей представляется в интегральной форме. Определена верхняя граница Z_{max} , определяющая условия, когда $(С/П+Ш)_{АОУ} \gg (С/П+Ш)_{АСДВС}$.

Ключевые слова: антенная решетка, методы разнесения, каналы с замираниями, подавление помех.

Abstract. Comparison between two common spatial combining algorithms, namely, optimal combining (OC) and maximal ratio combining (MRC) is carried out based on definition of a gain ratio. The receive carrier-to-interference plus noise ratio (CINR) is applied in Raleigh fading wireless communication systems to define the gain $CINR_{OC}/CINR_{MRC}$ with multiple interferences when the generalized approach to signal processing in noise is employed. The exact expression for the probability density function (pdf) and analytical solution for the average gain $CINR_{OC}/CINR_{MRC}$ in the case of a single interference is derived. For multiple interferences Monte-Carlo simulation to define the pdf and gain $CINR_{OC}/CINR_{MRC}$ is used. Additionally, an upper bound to the gain $CINR_{OC}/CINR_{MRC}$ to determine when the OC will exhibit significant gains over MRC is derived.

Keywords: antenna arrays, diversity methods, fading channels, interference suppression.

Doklady BGUIR. 2017, Vol. 103, No. 1, pp. 26-33

Optimal channel multiplexing and maximal ratio combining: CINR comparison

V.P. Tuzlukov

Введение

Алгоритм суммирования дифференциально взвешенных сигналов (АСДВС) каждого канала является оптимальным при наличии пространственного «белого» шума. Алгоритм оптимального уплотнения (АОУ) каналов может обеспечивать более высокое значение отношения сигнал/помеха+шум (С/П+Ш) при наличии пространственной окрашенной помехи [1]. Для сравнения АОУ с АСДВС необходимо определить коэффициент между $(С/П+Ш)_{АОУ}$ и $(С/П+Ш)_{АСДВС}$, т.к. использование АОУ влечет за собой дополнительное усложнение в конфигурации системы. Средняя вероятность ошибки по битам является общей метрикой для сравнения различных АПУ и конфигураций систем связи. В [2–5] определяется

вероятность ошибки по битам для АОУ и АСДВС при наличии помех как одного, так и множества типов. Статистические данные относительно (С/П+Ш)_{АОУ} и (С/П+Ш)_{АСДВС} характеризуют систему связи [6–8]. Плотность распределения вероятностей (С/П+Ш)_{АСДВС} при наличии множества видов помех определена в [9] и уточнена в [10–13] при использовании обобщенного алгоритма обнаружения сигналов на фоне помех [14–19]. В настоящей статье определение коэффициента между (С/П+Ш)_{АОУ} и (С/П+Ш)_{АСДВС} расширяется с целью получения относительной характеристики системы связи при переходе от АОУ каналов к АСДВС каждого канала как при наличии одного вида помех, так и для множества типов помех в системах связи с рэлеевскими замираниями.

Модель системы и определение коэффициента отношения

Рассмотрим модель сигнала и помехи на входе антенной решетки при медленных рэлеевских амплитудных замираниях сигнала для многоканальной системы связи. Полагаем, что антенная решетка содержит M элементов, и сигналы в каждом канале не коррелированы друг с другом. Определим (С/П+Ш) на входе приемного устройства. Сигнальный вектор $\mathbf{x}(t) = \{x_m(t)\}, m \in [1, M]$ размером $M \times 1$, определяемый как векторная сумма сигнала $s_0(t)\mathbf{h}_0$, помехи $s_i(t)\mathbf{h}_i, i \in [1, N]$, и шума антенной решетки $\mathbf{n}(t) = \{n_m(t)\}, m \in [1, M]$, где $\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_m\}, m \in [1, M]$ – $M \times 1$ вектор коэффициента затухания по амплитуде в канале связи, элементы которого некоррелированы и описываются комплексным гауссовским/рэлеевским законом распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, может быть представлен в следующем виде: $\mathbf{x}(t) = s_0(t)\mathbf{h}_0 + \sum_{i=1}^N s_i(t)\mathbf{h}_i + \mathbf{n}(t)$. Шум антенной решетки описывается комплексной гауссовской случайной величиной с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_n^2 . Мощность передаваемого сигнала равна $E[s_0(t)s_0^*(t)] = \sigma_{s_0}^2$. Полагаем, что мощность всех источников помехи $s_i(t)\mathbf{h}_i, i \in [1, N]$ одинаковая, $E[s_i(t)s_i^*(t)] = \sigma_i^2$. Комплексно-сопряженное преобразование вектора и матрицы и операторы сопряжения обозначаются $[\dots]^H$ и $*$, соответственно.

На входе приемного устройства отношение (С/П+Ш) равно $E[s_0(t)\mathbf{h}_0^H s_0^*(t)]\mathbf{w} / \mathbf{w}^H \mathbf{R}_I \mathbf{w} = \sigma_{s_0}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{h}_0 \mathbf{h}_0^H \mathbf{w} / \mathbf{w}^H \mathbf{R}_I \mathbf{w}$, где пространственная корреляционная $M \times N$ матрица $\mathbf{R}_I = E\left\{ \left[\sum_{i=1}^N s_i(t)\mathbf{h}_i + \mathbf{n}(t) \right]^H \right\} = \mathbf{R}_n + \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H = \sigma_n^2 \mathbf{I} + \sigma_I^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^H$, \mathbf{H} – матрица коэффициентов затухания размером $M \times N$; \mathbf{R}_n – пространственная корреляционная матрица шума; \mathbf{I} – единичная матрица. Коэффициент Z , т.е. коэффициент между (С/П+Ш)_{АОУ} и (С/П+Ш)_{АСДВС}, определяется весовыми функциями [1]: для АСДВС весовая функция $\mathbf{w}_1 = \mathbf{h}_0$ и для АОУ весовая функция $\mathbf{w}_2 = \mathbf{R}_I^{-1} \mathbf{h}_0$. Тогда

$$Z = \frac{(C/P+Sh)_{AOU}}{(C/P+Sh)_{ASDVS}} = \tilde{\mathbf{h}}_0^H \mathbf{R}_I^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_0 \times \tilde{\mathbf{h}}_0^H \mathbf{R}_I \tilde{\mathbf{h}}_0, \quad (1)$$

$\tilde{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{h}_0 / \|\mathbf{h}_0\|_2$ – нормализованный вектор коэффициентов затухания в канале связи, где $\|z\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N |z_i|^2}$ – евклидова норма. Принимая во внимание единственное определение численной декомпозиции матрицы $\mathbf{H} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{U}^H$ и лемму об инверсии матрицы [20], из (1) получаем

$$Z = 1 + q^{-2} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\lambda_i^2 \cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i}) \sin^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i})}{q^2 + \lambda_i} - \frac{\lambda_i \cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i})}{q^2 + \lambda} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \lambda_j \cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_j}) \right], \quad (2)$$

где отношение мощности шума антенной решетки к мощности помехи канала связи определяется как $q^2 = \sigma_n^2 / \sigma_i^2$, а угол между двумя любыми нормализованными векторами коэффициентов затухания в канале связи \mathbf{h}_i и \mathbf{h}_j может быть представлен в виде:

$$\cos(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_i}) \equiv \frac{\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j}{\|\mathbf{h}_i\|_2 \|\mathbf{h}_j\|_2} = \tilde{\mathbf{h}}_i^H \tilde{\mathbf{h}}_j. \quad (3)$$

Столбцы унитарных матриц \mathbf{V} и \mathbf{U} представляют собой правый и левый сингулярные вектора матрицы \mathbf{H} ; $\mathbf{\Sigma}$ – диагональная $M \times N$ матрица с сингулярными числами вдоль диагонали и рангом $N \leq M$. Собственные числа матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ – совместно распределенные собственные значения матрицы Уишарта [21]. Вектор угла между направлением сигнала в канале связи и матрицей \mathbf{V} определяется (3), используя $\tilde{\mathbf{h}}$ и $\cos \varphi$, независимым от $\|\mathbf{h}\|_2$ в случае рэлеевских замираний в канале связи [22]. $(C/\Pi+\text{Ш})_{\text{АОУ}}$ ограничено снизу $(C/\Pi+\text{Ш})_{\text{АСДВС}}$ при $Z_{\min} = 1$ и $Z > 1$ в зависимости от q^2 и $\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_i}$. При условии, что угол между векторами \mathbf{h}_0 и \mathbf{h}_i равен 0° или 90° , коэффициент Z будет эквивалентен (2).

Статистический анализ коэффициента Z

Определим плотность распределения вероятностей $f_Z(z)$ и математическое ожидание $E[Z]$ коэффициента Z при заданных значениях M , N и q^2 . Несмотря на идентифицированность статистических характеристик $f_Z(z)$, точное выражение для $f_Z(z)$ получается очень сложным из-за комбинации компонентов $f_Z(z)$. Величина $E[Z]$ зависит от собственных значений матрицы Уишарта и, в общем случае, получается в интегральной форме. Мы пользуемся методом Монте-Карло для демонстрации $f_Z(z)$ и $E[Z]$. Функция $f_Z(z)$ зависит от совместной плотности распределения вероятностей собственных значений и плотности распределения вероятностей $f_\varphi^M(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_i})$ случайной величины $\cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_i})$. Как показано в [22], $f_\varphi^M(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_i})$ определяется как бета-функция с параметрами $p=1$ и $l=M-1$. В общем случае, плотность распределения вероятностей бета-функции определяется в следующем виде [23]:

$$f_x^{p,l}(x) = \frac{(p-1)!(l-1)!}{(p+l-1)!} x^{p-1} (1-x)^{l-1}, \quad (4)$$

где $0 \leq x \leq 1$. Рассматривая оба условия $M > N$ и $M < N$ и принимая во внимание обозначения [21], мы можем определить $N_{\min} = \min\{M, N\}$ и $N_{\max} = \max\{M, N\}$ и представить совместную плотность распределения вероятностей для собственных значений в следующем виде:

$$f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_{\min}}) = \frac{\prod_{i=1}^{N_{\min}} e^{-\lambda_i} \lambda_i^{N_{\max}-N_{\min}} \prod_{i=1}^{N_{\min}-1} \left[\prod_{j=i+1}^{N_{\min}} (\lambda_i - \lambda_j)^2 \right]}{\prod_{i=1}^{N_{\min}} (N_{\min} - i)! \times \prod_{i=1}^{N_{\min}} (N_{\max} - i)!}. \quad (5)$$

При $M \leq N$, $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ – матрица полного ранга M с распределенными собственными значениями матрицы Уишарта (5). При $N < M$ матрица $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ состоит из собственных значений матрицы Уишарта плюс $M - N$ нулевые собственные значения. Без потери общности рассмотрения, мы предполагаем $N < M$ для иллюстрации нижеследующего анализа. Оценка Z в (2) при $N=1$ приводит к $Z_{N=1}$ при $\lambda_1 = \|\mathbf{h}_1\|_2^2$ и $\tilde{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{v}_1$, т.е.

$$Z_{N=1} = 1 + \cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_1}) \sin^2(\varphi_{\mathbf{h}_0-\mathbf{h}_1}) \frac{\|\mathbf{h}_1\|_2^4}{q^2(q^2 + \|\mathbf{h}_1\|_2^2)} \equiv 1 + A \times B \times C. \quad (6)$$

В (6) $Z_{N=1}$ выражено через три независимые случайные величины A , B и C для того, чтобы вычислить $f_{Z_{N=1}}(z)$ с помощью плотностей распределения вероятностей этих случайных величин. Используя (4), плотности распределения вероятностей A и B определяются $f_A(a) = f_X^{1, M-1}(x)$ и $f_B(b) = f_X^{M-1, M-1}(x)$, соответственно. Плотность распределения вероятностей случайной величины C определяется при условии $N=1$:

$$f_C^N(c) = \frac{1}{c^2 b^2 (NM-1)!} \times \frac{1}{A(c)+1} \times \left[\frac{2b^2}{A(c)} \right]^{NM+1} \exp\left\{ -\frac{2b^2}{A(c)} \right\}, \quad (7)$$

где $A(c) = -1/\sqrt{1+4c^{-1}}$. Функция $f_C^N(c)$ также используется в последующем при определении коэффициента Z . Вводя переменную $g = \ln A + \ln B + \ln C$, $f_{Z_{N=1}}(z)$ имеет вид $f_{Z_{N=1}}(z) = (z-1)^{-1} \times f_{G_{N=1}}(\ln(z-1)) \times u(z-1)$, где $u(z-1)$ – единичная ступенчатая функция и $f_G(g) = \exp^g\{f_A(\exp^g)\} \times \exp^g\{f_B(\exp^g)\} \times \exp^g\{f_C(\exp^g)\}$ определяется, используя теорию преобразования случайных величин [24]. Вычисление плотности распределения вероятностей $f_Z(z)$ в явном виде $\forall N$ упирается в определенные трудности. Статистика каждой случайной величины в $f_Z(z)$ может быть идентифицирована, но комбинация этих компонент усложняет анализ. Для иллюстрации $f_Z(z)$ применяется Монте-Карло моделирование. При моделировании каждый временной индекс представляет собой возникновение нового рэлеевского затухания в канале связи. Генерируются выборочные значения (С/П+Ш), используя весовые функции для АОУ и АСДВС, с целью получения моделируемой статистики для Z . Общее число итераций для получения одного значения Z колебалось в пределах от 1 миллиона до 5 миллионов значений данных для обеспечения точного представления. При моделировании $f_Z(z)$ использовалось от 200 до 5000 значений данных для получения одной точки. Функция $f_Z(z)$, рис.1, получена методом Монте-Карло, $M = 2, 4, 8$ при $q^{-2} = 1.0$ и представляет собой хи-квадрат распределение случайной величины χ_{2N}^2 зависимой от M и N . При $q^{-2} \ll 1$ $f_Z(z)$ выглядит как δ -функция при $Z = 1$. Эмпирически наблюдается область δ -функций для $M = 2, 4, 8$ при $q^{-2} = 1.0$. Вероятность события, что Z больше или равен пороговому значению $K = \int_K^\infty f_Z(z) dz$, определяется $P_{outperform}$ и представлена на рис. 2 для $M = 2, 4$ и 8 в зависимости от порогового значения K и q^{-2} .

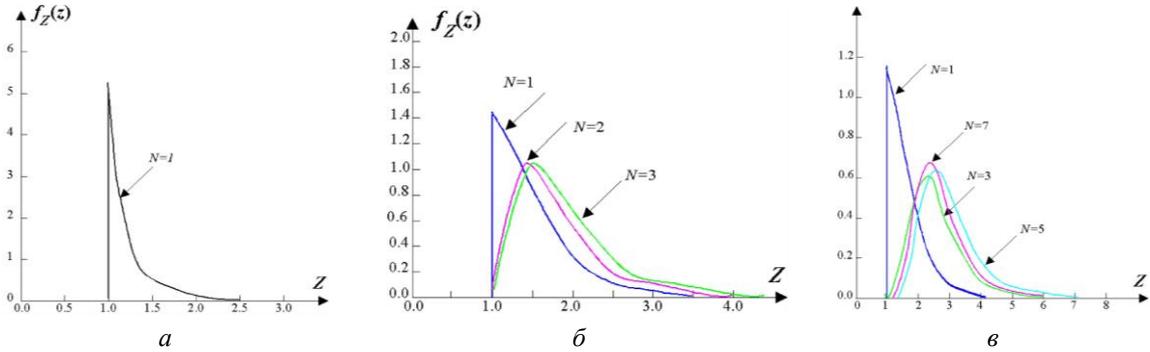


Рис. 1. Плотность распределения вероятностей коэффициента Z для N помех при $q^{-2} = 1, 0$:
 $a - M = 2$; $б - M = 4$; $в - M = 8$

Вероятность $P_{outperform}$ показывает, что АОУ в редких случаях предпочтительней по сравнению с АСДВС при $q^{-2} < 1$. При $q^{-2} > 2$ АОУ предпочтительней АСДВС, по крайней мере, в 10 случаях из 100, а при больших значениях, т.е. $q^{-2} \gg 1$, превосходство наблюдается в 90 случаях из 100. $E[Z]$ зависит от $f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_{\min}})$ и $E[\cos^2(\varphi_{h_0-h_1})]$, причем $E[\cos^2(\varphi_{h_0-h_1})] = 1/M$ при оценке первого момента $f_x^{p,l}(x)$ (4), демонстрируя, что при $M \gg 1$ фазовый угол $\varphi_{h_0-h_1} \Rightarrow 90^\circ$ благодаря высокой размерности векторного пространства. $E[Z_{N=1}]$ определяется интегральной функцией вида $Ei(n, x) = \int_1^\infty e^{-xt}/t^n dt$, т.е. $E[Z_{N=1}(M, q^2)] = 1 + [M - 1/q^2(M+1)!] \left[\sum_{r=0}^M (-1)^r q^{2r} (M-r) + (-1)^{M+1} q^{2(M+1)} \exp\{q^2\} \times Ei(1, q^2) \right]$.

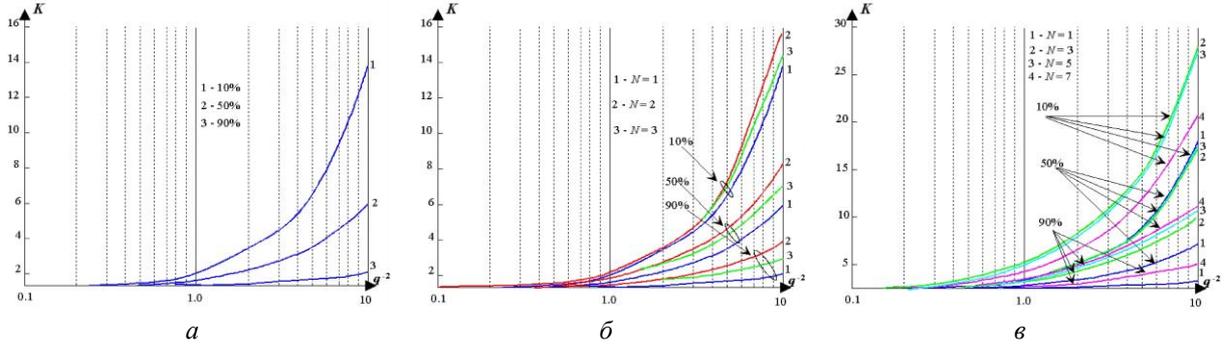


Рис. 2. Вероятность $P_{outperform}$: 10, 50 и 90 % для порога K как функция от q^{-2} при:
 $a - M = 2, N = 1$; $b - M = 4, N = 1, 2, 3$; $v - M = 8, N = 1, 2, 3, 7$

Рис. 3 представляет $E[Z_{N=1}(M, q^2)]$ для $M = 2, 4$ и 8 и фиксирует высокое значение $E[Z_{N=1}]$ при увеличении M и q^2 . Определение $E[Z]$ для $\forall N$ в зависимости от $f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_{\min}})$ представлено

$$E[Z] = \int_0^\infty \int_0^{\lambda_1} \dots \int_0^{\lambda_{N-1}} \left\{ 1 + M^{-1} q^{-2} \sum_{i=1}^N [(M-1)\lambda_i^2 (M+1)^{-1} (q^2 + \lambda_i)^{-1} - \lambda_i M^{-1} (q^2 + \lambda_i)^{-1} \sum_{j=1, j \neq i}^N \lambda_j] \right\} f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) d\lambda_N \dots d\lambda_2 d\lambda_1.$$

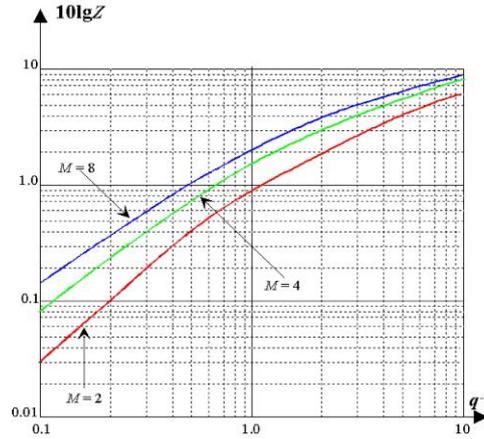


Рис. 3. Математическое ожидание $E[Z]$ как функция от q^{-2} при $M = 2, 4, 8$ и $N = 1$ (одна помеха)

Верхняя граница Z_{\max} определяется условиями Куна-Таккера, предлагая простое выражение для определения максимально возможных значений Z при использовании АОУ каналов по сравнению с АСДВС каждого канала. Аналитически верхняя граница Z_{\max} есть функция Z^U , т.е. $Z_{\max} = 1 + 0,25\lambda_1^2 / [q^2(q^2 + \lambda_1)]$ при $\sum_{i=1}^M \cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i}) = 1$ и $\cos^2(\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i}) \geq 1$, где $\|\mathbf{h}_1\|_2^2 \leq \lambda_1 \leq \sum_{i=1}^N \|\mathbf{h}_i\|_2^2$. При условии $\|\mathbf{h}_1\|_2^2 = 1, N = 1$ и $q^2 = 1$ мы получаем $Z_{\max} = 1,125$ или 0,51 дБ для АОУ по сравнению с АСДВС. Функция $Z^U(\varphi)$ определяется как аналитическая верхняя граница Z_{\max} при $\lambda_1 = \sum_{i=1}^T \|\mathbf{h}_i\|_2^2$ и случайном угле $\varphi_{\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_i}$. $E[Z^U]$ определяется следующим образом:

$$E[Z^U(M, N, q^2)] = 1 + (M-1)[q^2 M (M+1) (NM-1)!]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{NM} (-1)^r \times \right. \\ \left. \times q^{2r} (NM-r)! + (-1)^{NM+1} q^{2(NM+1)} \exp\{q^2\} Ei(1, q^2) \right]$$

при условии, что $f_{Z^U, N}(z)$ определена в (7) при N помехах для $f_C^N(c)$. Монте-Карло моделирование использовалось для анализа как $f_Z(z)$, так и $E[Z]$. В ходе моделирования для одного рассчитанного

значения использовалась выборка значений от 500 до 20000. $E[Z]$ и $E[Z^U]$ в зависимости от q^2 представлены на рис. 4 и 5 для $M=4$ и 8 при различных значениях параметра N . Отметим, что Z^U совпадает с Z при $N=1$. При фиксированном M наблюдается уменьшение роста $E[Z]$ с увеличением N . При малых значениях M увеличение $E[Z]$, обусловленное большим количеством элементов решетки антенны, более значительно, чем потери, связанные с перекрытием угловой разницы векторов в канале связи, т.е. $E[\cos^2(\varphi_{h_0-h_1})]$. При предельных больших значениях M , фазовый угол $\varphi_{h_0-h_1} \Rightarrow 90^\circ$ и, согласно (2), АОУ каналов будет в среднем обладать такими же характеристиками, как и АСДВС каждого канала поскольку $E[Z] \Rightarrow 1$.

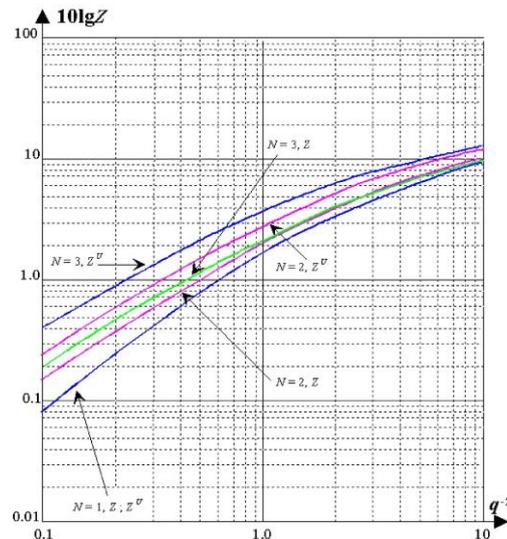


Рис. 4. Математическое ожидание $E[Z]$ и $E[Z^U]$ как функция от q^{-2} при $M=4$ и $N=1,2,3$

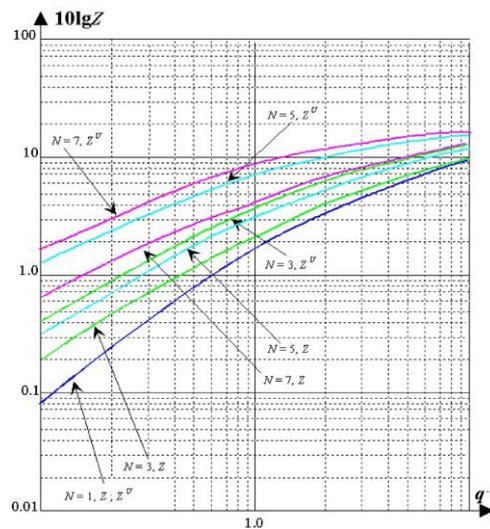


Рис. 5. Математическое ожидание $E[Z]$ и $E[Z^U]$ как функция от q^{-2} при $M=8$ и $N=1,2,3,7$

Заключение

Проведен анализ отношения между $(С/П+Ш)_{АОУ}$ и $(С/П+Ш)_{АСДВС}$ для определения условий превосходства одного алгоритма над другим. Рассматривается многоканальная система связи с многочисленными источниками помех при наличии гладких рэлеевских замираний. Были получены точные математические решения для случая единственного источника помех и определена верхняя граница Z_{max} . При многочисленных помехах коэффициент Z определяется Монте-Карло моделированием. Статистическое распределение

угловой разности между направлениями вектора сигнала и помехи, а также отношение (С/П+Ш) определяют относительные коэффициенты между АОУ и АСДВС. АОУ в редких случаях превосходит АСДВС ($q^2 < 1$). Если $q^2 > 2$, по крайней мере, в 10 случаях из 100, превосходство АОУ над АСДВС составляет 3 дБ. При $q^2 \gg 1$ выигрыш АОУ над АСДВС на уровне 3 дБ наблюдается в 90 случаях из 100. В случае предельного значения числа приемных антенн, характеристики АОУ каналов совпадают с характеристиками АСДВС для любого уровня мощности помех. Математическое определение верхней границы Z_{\max} было выполнено с целью демонстрации максимально достижимой разницы между АОУ каналов и АСДВС каждого канала.

Список литературы / References

1. Simon M., Alouini M. Digital communications over fading channels: a unified approach to performance analysis. New York: Wiley & Sons, Inc., 2000. 537 p.
2. Winters J. Optimum combining in digital mobile radio with co-channel interference // IEEE Transactions on Vehicle Technology. 1984. Vol. VT-33, No. 4. P.144–155.
3. Exact bit error probability for optimum combining with Rayleigh fading Gaussian co-channel interferer / A. Shan [et. al.] // IEEE Transactions on Communications. 2000. Vol. COM-48. No. 6. P. 908–912.
4. Mallik R., Win M., Chiani M. Exact analysis of optimum combining in interference and noise over a Rayleigh fading channel // IEEE International Conference on Communications. USA, May 5–7, 2002. P. 1954–1958.
5. Aalo V., Zhang J. Performance analysis of maximal ratio combining in the presence of multiple equal-power co-channel interferers in Nakagami fading channel // IEEE Transactions on Vehicle Technology. 2001. Vol. VT-50. No. 2. P. 144–155.
6. Tuzlukov V. Optimal combining, partial cancellation, and channel estimation and correlation in DS-CDMA systems employing the generalized detector // WSEAS Transactions on Communications.-2009. Vol. 8, No. 7. P. 718–733.
7. Tuzlukov V. Multiuser generalized detector for uniformly quantized synchronous CDMA signals in AWGN channels // Telecommunications Review. 2010. Vol. 20. No. 5. P. 836–848.
8. Tuzlukov V. Signal processing by generalized receiver in DS-CDMA wireless communication systems with optimal combining and partial cancellation // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. 2011. Article ID 913189. 15 p.
9. Tuzlukov V. Signal processing by generalized detector in DS-CDMA wireless communication systems with frequency-selective channels // Circuits, Systems, and Signal Processing. 2011. Vol. 30, No. 6. P. 1197–1230.
10. Tuzlukov V. DS-CDMA downlink systems with fading channel employing the generalized receiver // Digital Signal Processing: Review Journal. 2011. Vol. 21, No. 6. P. 725–733.
11. Tuzlukov V. Communication systems: new research. New York: NOVA Science Publishers, 2013. 423 p.
12. Tuzlukov V. Advances in communications and media research. Chapter 6: Detection of spatially distributed signals by generalized receiver using radar sensor array in wireless communications. New York: NOVA Science Publishers, Inc, 2015. P. 143–173.
13. Tuzlukov V. Contemporary issues in wireless communications. Chapter 4: Signal processing by generalized receiver in DS-CDMA wireless communication systems. Croatia: INTECH, 2014. P. 79–158.
14. Tuzlukov V. A new approach to signal detection theory // Digital Signal Processing: Review Journal. 1998. Vol. 8, No. 3. P. 166–184.
15. Tuzlukov V. Signal detection theory. New York: Springer-Verlag, 2001. 746 p.
16. Tuzlukov V. Signal processing noise. Boca Raton–London–New York–Washington D.C.: CRC Press, 2002. 692 p.
17. Tuzlukov V. Signal and image processing in navigational systems. Boca Raton–London–New York–Washington D.C., 2004. 636 p.
18. Tuzlukov V. Signal processing in radar systems. Boca Raton–London–New York–Washington D.C., 2012. 601 p.
19. Tuzlukov V. Signal processing in radar systems (in Simplified Chinese). Benjin : National Defense Industry Press, 2016. 617 p.
20. Manolakis D. Statistical and adaptive signal processing: spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array Processing / D. Manolakis, V. Ingle, S. Kogon. Norwood, MA: Artech House, 2005. 816 p.
21. Chiani M. Exact symbol error rate probability for optimum combining in the presence of multiple co-channel interferers and thermal noise / M. Win, A. Zanella, J. Winters // IEEE Global Telecommunications Conference. 2001. Vol. 2. P. 1182–1186.
22. Muirhead R. Aspects of multivariate statistical theory / R. Muirhead. New York, Wiley & Sons, Inc, 2008. 673 p.

23. Johnson N.L., Kotz S., Balakrishnan N. Continuous univariate distributions. New York: Wiley & Sons, Inc, 1995. 752 p.
24. Leon-Garcia A. Probability and random processes for electrical engineering. NJ: Prentice Hall, 2008. 805 p.

Сведения об авторе

Тузлуков В.П., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры технической эксплуатации радиоэлектронного и авиационного оборудования Белорусской государственной академии авиации.

Адрес для корреспонденции

220096, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Уборевича, д. 77,
Белорусская государственная академия авиации
тел. +375-44-549-35-17;
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru;
Тузлуков Вячеслав Петрович

Information about the author

Tuzlukov V.P., D. Sci., professor, professor of the technical operation of radioelectronic and aircraft equipment department of Belarusian State Academy of Aviation.

Address for correspondence

220096, Republic of Belarus,
Minsk, Uborevich str., 77,
Belarusian State Academy of Aviation
tel. +375-44-549-35-17;
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru;
Tuzlukov Vyacheslav Petrovich