

Enviado em: 22/10/2008 - Aceito em: 29/11/2008

## OSISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NO ENSINO INICIAL DE MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DO ÁBACO E DO MATERIAL DOURADO

Tamara Cardoso André<sup>1</sup>

**RESUMO:** O presente artigo teve como objetivo debater a importância do ábaco e do material dourado para o ensino inicial do sistema de numeração decimal. Através de um conjunto de reflexões e pesquisa teórica no campo do construtivismo, apresenta argumentos que mostram como o ábaco e o material dourado ajudam o aluno a construir o significado do sistema de numeração decimal. Defende que estes materiais apresentam os mesmos princípios e regras do sistema de numeração decimal: propriedades de adição e multiplicação, uso de dez algarismos para representar toda e qualquer quantidade, uso do algarismo 0 para indicar ausência de quantidade em uma determinada ordem e trocas feitas a cada agrupamento de dez. Além disso, também são apresentadas, aos professores, recomendações para o uso correto do ábaco e do material dourado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistema de numeração decimal, aprendizagem inicial da matemática, ábaco, material dourado.

**ABSTRACT :**The present article aimed to discuss the importance of abacus and golden beads material for initial teaching of decimal numeration. Through a series of reflections and theoretical research in the field of constructivism, it presents arguments which show how abacus and golden beads material help the student to build the meaning of the decimal numeration system. It also argues that these materials have the same principles and rules of the decimal numbering system: properties of addition and multiplication, use of ten digits to represent any quantity, use of the digit 0 to indicate lack of quantity in a certain order and changes made in each group of ten. It was also presented to the teachers recommendations for the correct use of the abacus and golden beads material.

**Keywords:** decimal numeration system, initial learning of mathematics, abacus, gold beads material.

UNIOESTE  
Campus  
Foz do Iguaçu  
v. II - n°1 - p. 99-110  
1º sem. 2009

<sup>1</sup>Professora do Colegiado de Pedagogia da Unioeste, Campus Foz do Iguaçu, doutoranda em Educação pela UFPR - Universidade Federal do Paraná

Tamara Cardoso André

O presente artigo tem dois objetivos. O primeiro é apresentar um conjunto de recomendações para que o ábaco e o material dourado sejam usados corretamente, de modo a levar os alunos a compreenderem os princípios do sistema de numeração decimal, base para outros conhecimentos de natureza lógico-matemática. O segundo objetivo é mostrar que estes materiais são importantes para o ensino de matemática porque seguem os mesmos princípios e regras do sistema de numeração decimal. Esta exposição se justifica pelo pressuposto de que o ensino do sistema de numeração decimal é a base para a aprendizagem das operações de adição, subtração, divisão e multiplicação. Por este motivo, as propostas deste artigo são para turmas de alfabetização e anos iniciais do ensino fundamental. O ensino de sistema de numeração decimal é aqui tomado a partir da perspectiva construtivista, na leitura de Constance Kamii.

## 1. O que são o ábaco e o material dourado

Tanto o ábaco, quanto o Material dourado, podem ser considerados espécies de calculadoras manuais, as quais permitem

realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, de modo semelhante ao ato do cálculo mental.

Em dicionários, vemos que ábaco vem do grego, *ábaks*, *ábakos*, significando mesa de matemático, de jogo de escrutínio, vem também do hebraico *ábāk*, prancheta coberta de poeira, usada para traçar e ensinar as letras. Através do latim a palavra deriva de *abacus*, tábua de cálculos, cofre, gaveta, tabuleiro de jogo.

De acordo com Cardoso (1992), não é possível afirmar com certeza a origem do ábaco. Provavelmente sua origem são as contas, pedrinhas ou outros materiais utilizados por povos primitivos na realização de operações básicas. Conta que Gregos e Babilônios inventaram o ábaco há 5000 anos, mas alguns modelos atuais foram aperfeiçoados pelos chineses.

Ifrah (1989) cita algumas evidências históricas de instrumentos semelhantes ao ábaco. O historiador grego Políbio (210-128 a.c) já se referia em seus escritos a tábuas de calcular. Outra antiga prova da existência do ábaco é um baixo-relevo de um sarcófago romano do século I, que mostra um jovem calcu-

lando com ajuda de um ábaco portátil, espécie de placa metálica, com certo número de ranhuras paralelas, ao longo das quais deslizavam botões móveis.

Conforme Kamii (1999), o ábaco desapareceu da Europa por volta de 1700, mas continua até hoje sendo usado em vários países da Ásia. No Japão atual, o ábaco ainda é utilizado como calculadora.

Segundo Groza (*apud* Kamii, 1999, p. 42) por volta do ano de 1100, o público em geral realizava operações em um ábaco e registrava o resultado em numerais romanos. O 'contador' fazia operações em uma mesa de cálculos ou em um ábaco horizontal.

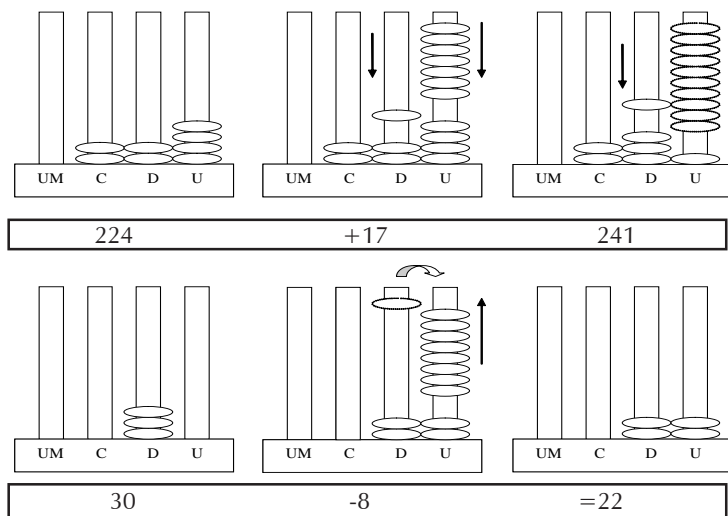
O material dourado, segundo Cardoso (1992), foi originado de uma criação da médica e educadora Maria Montessori (1870-1952) para o trabalho com aritmética. A educadora elaborou um material feito de contas douradas que, colocadas em uma haste de arame, formavam grupos de 10 (ordem das dezenas), 100 (ordem das centenas) e 10 quadrados de 100 que, ligados entre si, formavam 1000 (ordem das unidades de milhar). As próprias crianças colocavam as contas em hastes de arame para formar os grupos. Posteriormente, Lubienska de Lenval, seguidor de Montessori, passou a fazer uso de cubos de madeiras ao invés de contas ligadas em hastes. O material elaborado por Lubienska é utilizado até hoje, com o nome de material dourado, ou base 10.

## 2. O uso do ábaco para as operações de adição e subtração

Existem ábacos abertos ou fechados. Podem ser feitos de materiais diversos, como madeira, plástico ou papel. Ábacos com base de isopor não são recomendáveis no trabalho com crianças pequenas, pois o isopor pode ser facilmente despedaçado e levado à boca. O ábaco é constituído por uma base com quatro pinos, mais 40 argolas. Este objeto também pode ser substituído por quatro copos colados em uma base, mais 40 canudos.

Embora o ábaco possa multiplicar e dividir, o mais comum é que ele seja usado para somar e subtrair. A multiplicação e a divisão são mais facilmente realizadas com o material dourado. Seguem abaixo representações gráficas de ábacos

sendo utilizados para as operações  $224 + 07$  e  $30 - 08$ .



A partir da operação com o ábaco, é possível observar que ele segue os mesmos princípios e regras do sistema de numeração decimal, conforme segue:

1. Assim como o sistema de numeração decimal, o ábaco tem valor posicional. Do mesmo modo que um numeral muda de valor conforme a casa decimal em que se encontra, no ábaco, as contas, argolas ou pedras, mudam de valor conforme a posição. Assim, duas argolas na ordem das unidades valem 2, duas argolas na ordem das dezenas valem 20, na ordem das centenas valem 200 e na ordem das unidades de milhar valem 2000.

2. No ábaco as operações são feitas das ordens maiores para as menores, seguindo a lógica do cálculo mental. Assim, na operação,  $24 + 17$ , inicia-se a adição pela ordem das dezenas: soma-se, primeiro,  $20 + 10$  e, depois,  $04 + 07$ . O cálculo feito a partir dos tradicionais algoritmos (nos quais os numerais são dispostos um abaixo do outro conforme a posição no sistema de numeração decimal). é iniciado pelas ordens menores, ao contrário do cálculo mental.

3. No ábaco, assim como no sistema de numeração decimal, as trocas são feitas de 10 em 10. No trabalho com o

ábaco, é comum alguns professores dizerem “em cada pino (ordem) só pode haver até 09 argolas”. Ao dizerem isso, passam a falsa idéia de que nosso sistema de numeração tem base 09, e não base 10. O mais correto é dizer que no ábaco as trocas são feitas de 10 em 10 e, quando há dez argolas na ordem das unidades, estas passam a valer 01 dezena, sendo necessário trocar 10 argolas da ordem das unidades por uma, e transportá-la para a ordem das dezenas, onde passará a valer 10. Também não tem lógica dizer o clássico “vai um” e “empresta um”, em operações nas quais ocorrem passagens de uma ordem para outra. O que ocorrem são transposições de uma ordem para outra, e não empréstimos. O correto é dizer que 10 unidades são transpostas para a ordem das dezenas, e assim por diante.

4. Nas adições utilizando o ábaco as trocas são feitas das ordens menores para as maiores. Por exemplo, na operação  $224 + 17$ , como  $4 + 7$  resulta em 11, é preciso transferir 10 unidades da ordem das unidades para a ordem das dezenas.

5. Nas subtrações utilizando o ábaco as trocas são feitas das ordens maiores para as menores. Por exemplo, na operação  $30 - 08$ , não há como subtrair o 8 do 0. Neste caso, é preciso trocar 10 argolas da ordem das dezenas por uma argola, que será transferida para a ordem das unidades, tornando possível subtrair 08.

Todas as formas de trabalhar com o ábaco que não condissem com sua faculdade de expressar os princípios e regras do sistema de numeração decimal, podem ser considerados errados, pois atrapalham a formação correta do conceito. Seguem alguns dos erros mais comuns:

- A utilização de ábacos com peças de cores diferentes de acordo com as ordens como, por exemplo, unidades amarelas e dezenas verdes. Nestes casos, é comum ensinar aos alunos operações como: trocar 10 amarelas por 1 verde. Essa prática não é indicada, pois leva o aluno a relacionar o valor do número com a cor e não com a posição. O aluno pode ser levado a pensar que o amarelo vale 10, mesmo quando está na ordem da unidade de milhar. (CARDOSO, 1992).

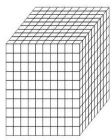
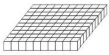


- A fabulação é outro fator que dificulta a compreensão das regras do sistema de numeração decimal. Por exemplo, ensinar que ‘10 é uma superlotação e leva as argolas a brigarem entre si’, pode ajudar o aluno a memorizar uma re-

gra, mas não a compreendê-la. A história inventada não condiz com a realidade do sistema de numeração decimal, é uma informação errada.

- O ensino da operação no ábaco a partir da ordem das unidades é outro erro no ensino (por exemplo: iniciar o cálculo de  $23+41$  somando as unidades  $3+1$ ). Nesse caso está havendo uma repetição do algoritmo, no qual as operações começam a ser feitas a partir das unidades menores, diferente do cálculo mental.

### 3. O uso do material dourado para as operações de divisão e multiplicação




O material dourado permite fazer as mesmas trocas do ábaco, ou seja, transferências de uma ordem para outra. O material é constituído de cubos de madeira, conforme segue abaixo.

UNIDADE DE MILHAR	CENTENA	DEZENA	UNIDADE
			

Cada peça do material dourado é dividida em partes. O cubo das unidades de milhar é composto de 10 barras de 1 centena, sendo possível perceber que é composto de 1000 partes. A barra das centenas apresenta 10 divisões e, a das dezenas, 10 divisões.

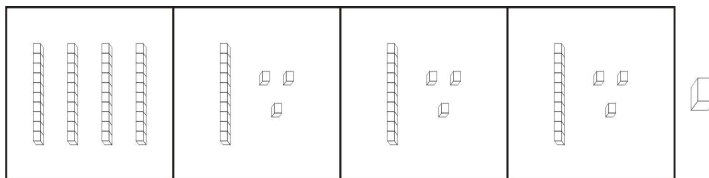
Na figura abaixo, segue uma representação gráfica do uso do material dourado para efetuar a multiplicação  $3 \times 4$ .

Por fim, segue a representação gráfica do Material dourado na operação de divisão  $40 : 03$ . Um barra de uma dezena

UNIDADE DE MILHAR	CENTENA	DEZENA	UNIDADE
			
			

precisou ser trocadas por 10 cubos de unidades para ser possível fazer a divisão por 3. O resultado foi 13 e restou 1.

A desvantagem do Material Dourado é a dificuldade em utilizá-lo para efetuar operações mais complexas de divisão e



multiplicação.

Segundo Kamii (1990), a criança pequena precisa, desde cedo, ser incentivada a quantificar. Com o uso do material dourado, o professor pode pedir para o aluno: dividir peças do ábaco em partes iguais entre os colegas, juntar três grupos de cinco peças e contar ou comparar as barras de diferentes tamanhos.

O seguinte jogo pode ser realizado: o professor passa com uma caixa contendo as peças do material dourado que representam a ordem das unidades. De olhos fechados, as crianças pegam determinada quantidade. Cada criança que pegar 10 unidades, troca por uma peça que representa a dezena. Após, cada criança registra no caderno o desenho da quantidade que pegou e compara com os colegas.

#### 4. As características do sistema de numeração decimal

Nos tópicos acima foram descritas algumas regras para o uso do ábaco e do material dourado, sem os quais não seria possível justificar seu uso através do que se pretende aqui defender: o ábaco e o material dourado ensinam as características do sistema de numeração decimal, coisa que o algoritmo (a tradicional fórmula escrita da adição, subtração, multiplicação e divisão) não ensina.

Para melhor compreender isso é preciso, ainda, entender o que é sistema de numeração decimal e quais são suas características ou propriedades.

A palavra 'sistema' pode ser entendida como a designa-

ção de uma forma de organizar ou sistematizar algo para chegar a resultados favoráveis. Também pode ser entendida como a relação entre os elementos que formam uma totalidade. De acordo com Cardoso (1992) a criação do atual sistema de numeração decimal é creditada aos hindus, por volta, aproximadamente, de 400 dc. Os hindus tiveram o mérito de reunir as características existentes nos sistemas de outros povos com os quais tiveram contato.

Também foram os hindus que reuniram 10 símbolos para representar qualquer quantidade. Os árabes, através do comércio e da invasão na Europa, espalharam pelo mundo os símbolos dos hindus, os quais evoluíram até a representação atual.

A estrutura do sistema de numeração indo-arábico garante a realização mais fácil de operações, pois permite representar qualquer quantidade com poucos algarismos, tem o 0 e é posicional. Pode-se sistematizar do seguinte modo as características do sistema de numeração decimal.

- No sistema de numeração decimal são usados 10 símbolos para representar toda e qualquer quantidade, sendo que o 0 indica ausência de quantidade em uma determinada ordem.
- O sistema de numeração decimal é multiplicativo, pois o valor posicional é obtido via multiplicação. Por exemplo, um algarismo na ordem da centena tem seu valor definido pela multiplicação por 100. Também é aditivo, pois o valor total de um número é obtido através de uma adição. Por exemplo:  $234 = 200 + 30 + 4$ .
- As trocas de uma ordem para outra são feitas a cada agrupamento de 10. (PEREIRA, 1989; FALZETTA, 2003)

## **5. Por que o ábaco e o material dourado ensinam as características do sistema de numeração decimal?**

Em primeiro lugar, é preciso ressaltar que as características do sistema de numeração decimal são compreendidas através da prática da resolução de problemas e da realização de operações matemáticas, e não apenas via instrução.

De acordo com a perspectiva construtivista, a matemática é um conhecimento de natureza lógico-matemática que, para ser compreendido, exige a autonomia de pensamento, a criação de relações e inferências lógicas e o raciocínio ativo.



De acordo com Kamii (1999), a teoria de Piaget estabelece a existência de três tipos de conhecimento: o social, o físico e o lógico-matemático.

O conhecimento social só pode ser obtido via transmissão externa, pois é arbitrário, transmitido de geração para geração. Os nomes das coisas e as datas comemorativas são exemplos desse tipo de conhecimento.

O conhecimento físico pertence ao mundo exterior e pode ser obtido empiricamente, via observação. São exemplos de conhecimentos físicos as propriedades físicas dos objetos, como a cor, o peso e o tamanho. O conhecimento físico é obtido via abstração empírica, quando o indivíduo concentra-se em uma propriedade do objeto e ignora as outras.

O conhecimento lógico-matemático é aquele que não está no objeto em si, nem é arbitrário ou passível de ser conhecido via transmissão externa. Depende das relações criadas pelo indivíduo. O conhecimento lógico-matemático ocorre nas abstrações construtivas, quando o sujeito coordena as propriedades entre os objetos estabelecendo relações que existem mais na ação mental do que na realidade exterior.

Os conhecimentos social, físico e lógico-matemático estão sempre interligados. Por exemplo: sem conhecer os nomes das coisas, não é possível a criança definir as propriedades físicas de uma matéria, e muito menos estabelecer relações lógicas. Por isso, mesmo o conhecimento lógico-matemático exige certa intervenção do professor.

O sistema de numeração decimal é um conhecimento de natureza lógico-matemática, por isso não pode ser compreendido apenas através da transmissão externa. Ele exige transmissão, mas também ação mental autônoma e raciocínio lógico, operações permitidas pelo uso do ábaco e do material dourado mediado pelo professor.

Quando o professor ensina o algoritmo (fórmula tradicional das operações de adição, subtração, divisão e multiplicação) sem que a criança tenha compreendido o sistema de numeração decimal, trata um conhecimento de natureza lógico-matemática como se fosse de natureza social. O resultado pode ser a não aprendizagem. Uma criança que não aprendeu a somar e subtrair, não necessariamente apresenta uma resposta errada. Por exemplo, ao resolver a operação abaixo usando o algoritmo tradicional, a criança pode apenas ter memorizado

uma fórmula, mas não entender o que está fazendo. Neste caso poderá dizer: “dois e quatro mais três e dois dá cinco e seis”, demonstrando ter tratado tudo como unidades. O resultado, neste caso, não é cinqüenta e seis, mas cinco e seis. Ou seja, a aprendizagem aqui é aparente, encontra-se apenas no resultado externo.

$$\begin{array}{r} 24 \\ +32 \\ \hline 56 \end{array}$$

Nas operações com ábaco e material dourado, todas as características do sistema de numeração decimal tornam-se conscientes. O valor posicional é trabalhado no material dourado porque cada bloco apresenta secções na quantidade equivalente à ordem representada. Por exemplo, a peça que vale uma dezena apresenta 10 secções.

No ábaco, ao realizar as operações de modo semelhante ao cálculo mental, a criança passa a tratar o número como um todo, e não como unidades. Neste caso ela dirá: “vinte e quatro mais trinta e dois, igual a cinqüenta e seis”.

Para saber operar com o ábaco a criança, necessariamente, precisa entender as trocas de 10 em 10, de modo a ficar claro, não só o valor posicional, mas as propriedades multiplicativas e aditivas do número. Por exemplo, 232 no ábaco é igual a 200 (duas argolas na ordem das centenas,  $2 \times 100$ ) mais 30 (três argolas na ordem das dezenas,  $3 \times 10$ ) e mais 2 (duas argolas na ordem das unidades,  $2 \times 1$ ).

Ao usar o ábaco o professor também pode ensinar o que é o 0, mostrando para a criança que este algarismo é usado para registrar a ausência de quantidade em uma determinada ordem. Para isso, os alunos podem ser incentivados a usarem numerais para registrar o resultado das operações obtidas no ábaco e no material dourado.

Assim, é possível observar que todas as propriedades do sistema de numeração decimal podem ser trabalhadas a partir do ábaco e do material dourado, o que não ocorre com o algoritmo tradicional. Com isso, não se está defendendo que o algoritmo não deva ser ensinado. É bem mais fácil realizar operações no papel do que carregar um ábaco. No entanto, se o algoritmo é ensinado em detrimento do sistema de numeração decimal, a criança poderá ficar extremamente dependente do papel para realizar operações, sendo incapaz de realizá-las

mentalmente. Uma pessoa que precisa de lápis e papel para realizar operações como  $230 + 220$ , demonstra não compreender que centenas devem ser somadas com centenas e dezenas com dezenas pois, do contrário, faria a operação mentalmente.

Ensinar o sistema de numeração decimal é difícil porque sua compreensão, de certo modo, é um processo de reconstrução do caminho feito pela humanidade para criar o número. Segundo Piaget (*apud* KAMII, 1999, p.39):

(...) se o conhecimento que temos hoje é resultado de construção humana através dos séculos, há possivelmente paralelos entre a maneira com que a criança constrói seu conhecimento e o modo como a humanidade o fez no passado.

Possibilitar o uso de um instrumento milenar como o ábaco, é um meio de ajudar a criança a recriar os conhecimentos construídos pela humanidade.

## 6. Conclusões

Há muito se vem discutindo sobre a importância do ábaco e do material dourado para o processo de construção do sistema de numeração decimal. Entretanto, buscou-se, aqui, chamar atenção para dois aspectos: os erros que são cometidos no ensino usando o ábaco e o material dourado, e o motivo por que estes materiais desenvolvem mais conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal do que o algoritmo tradicional.

Conforme já foi visto ao longo do texto, a importância do trabalho a partir do ábaco e do material dourado reside no fato de eles permitirem a visualização das características, ou propriedades, do sistema de numeração decimal. Os erros que podem ser cometidos ao trabalhar estes materiais são: começar as operações no ábaco pelas ordens menores, inventar fábulas para explicar as trocas de uma ordem para outra, relacionar valores com cores ao invés de posições e, por fim, dizer que no ábaco só podem ser colocadas até nove argolas em cada pino.

Talvez estes erros não sejam por acaso, mas o resultado de uma má apreensão, pelo professor, do sistema de numeração decimal. Por este motivo, o recomendável é que cada professor construa primeiro em si o significado do sistema de numeração decimal, antes de ensiná-lo aos alunos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARATOJO, José Teixeira & VOLQUIND, Lea. **Matemática nas séries iniciais**. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1998.

CARDOSO, Virgínia Cárdia. **Materiais didáticos para as quatro operações**. São Paulo: IME – USP, 1992.

IFRAH, Georges. **Os números. A história de uma grande invenção**. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. Campinas, SP: Papirus, 1990.

KAMII, Constance & LIVINGSTON, Sally Jones. **Desenvolvendo a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Campinas, SP: Papirus, 1995.

FALZETTA, Ricardo. **Por que o sistema de numeração decimal, base da maioria das contas, deve ser ensinado desde as primeiras séries**. Nova Escola On-line. Edição nº 163. Junho e julho de 2003. Disponível em março de 2008 em:

[http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/163\\_jun03/html/matematica](http://novaescola.abril.com.br/index.htm?ed/163_jun03/html/matematica).