

BENEFICIOS DE LA POLIFUNCIONALIDAD LABORAL EN LA  
INDUSTRIA RETAIL: ENFOQUE “*K-CHAINING*” CON INCERTIDUMBRE  
EN LA DEMANDA

YESSICA ANDREA MERCADO MORALES

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MASTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

Tutor de tesis: CÉSAR AUGUSTO HENAO BOTERO

Co-tutora de tesis: VIRGINIA ISABEL GONZÁLEZ VALDERRAMA

UNIVERSIDAD DEL NORTE  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
BARRANQUILLA, COLOMBIA  
NOVIEMBRE, 2021

A Dios, a mi familia y en especial a mi abuela

## **AGRADECIMIENTOS**

Esta sección es para todas aquellas personas que me acompañaron a lo largo de este proceso e hicieron de él una experiencia maravillosa y gratificante. Gracias por su motivación y apoyo en todo momento, por creer en mí incluso cuando ni yo misma lo hacía. Les agradezco desde mi corazón, ya que sin cada uno de ustedes esto no sería posible.

Principalmente quiero agradecer a Dios quién con su sabiduría infinita me abrió las puertas de esta oportunidad y me acompañó en todo el proceso. Gracias a él por cuidarme y cuidar de mi familia, porque ha sido un guiador inigualable y me ha llevado de su mano por este camino, definitivamente sin su amor y su guía no habría alcanzado este logro, que es tanto mío como suyo.

A mi padres, que me acompañaron desde el día uno y me han regalado su apoyo y comprensión, ellos construyeron con su amor y cuidados la persona que soy hoy en día y siempre han estado para mí. Gracias a mi madre por su confianza en mí, por esas frases llenas de amor y motivación una de las razones por las que nunca me rendí. Gracias a mi padre por anhelar lo mejor para mi vida siempre. Espero algún día retribuirles todo lo que han hecho por mí.

A mi hermana Karina, que me veas algún día como tu ejemplo a seguir es mi mayor motivación. Gracias por llenar mi vida de alegría. A mi abuelo Luis Carlos, gracias por tu cariño y tus cuidados. A mis tíos, tías, primos y demás familiares, gracias por las charlas llenas de anécdotas y risas que me recargaban de energía. A mi abuela María Magdalena, cuanto desearía que estuvieras aquí para celebrar conmigo este logro, sé que serías la más feliz. Gracias por tu gran amor y por ser mi fan número uno, te amo y te extraño un montón. Esta tesis va especialmente dedicada a ti.

Inmensas gracias a mi tutor de tesis César Henao, por toda la confianza que deposito en mí, espero haberla correspondido de la mejor manera y llenar sus expectativas. Gracias por ser un tutor y profesor excelente, por su paciencia y dedicación, por todas las reuniones compartidas llenas de conocimiento, de nuevos retos y de muchas risas. Su apoyo fue fundamental en todo mi proceso y le debo gran parte de mi aprendizaje y mi gusto por la investigación. Gracias a mi cotutora Virginia Gonzales y al profesor Armin Lüer, quien a pesar de no haber empezado desde el inicio está travesía conmigo, han sido un apoyo y un pilar para culminar esta investigación. Gracias por

brindarme su conocimiento y ayuda en todo momento. Para mí fue un honor trabajar en un equipo con tres personas tan talentosas y de altas cualidades humanas.

A los miembros del comité de tesis, Alcides Santander y Gina Galindo quienes con sus comentarios y puntos de vista agregaron valiosos aportes a esta investigación. A los profesores del departamento de ingenierías de la universidad del Norte, por sus enseñanzas y todos los conocimientos brindados. Gracias también a Natalia Rueda, Guisselle García y Rita Peña-Baena por su disposición y valiosa ayuda en todos los trámites administrativos y demás. De igual forma, agradecer a la Fundación para la promoción de la investigación y la tecnología (FPIT) del banco de la república por ser la principal fuente de financiación de esta investigación.

A mis amigos y compañeros de la maestría: Yulieth, Lorayne, Melissa, Anderson, Kevin y Wailer un gran tesoro que me dejó este proceso. Gracias por acogerme y hacerme parte de su grupo, por todas las experiencias, por las reuniones en LivinnX, por los ratos agradables en clase, los llevo en mi corazón. Una mención especial a mis amigas Yulieth Palomino y Lorayne Amaya que estuvieron siempre y me motivaron para sacar adelante este trabajo.

También quiero agradecer a mis amigos y compañeros de pregrado, personas maravillosas que me dejó la universidad y que han contribuido de manera especial en este logro: Laura, Leidy, Danitza, Caroline, Adriana, Mafe, Daniel, Edgardo, Dayana, JuanDa, Juanes, José Brito, José Márquez, Katty, Andrea, Hassler, Jorge, Ramiro y Sebas. Saben lo mucho que significan para mí, gracias por aceptarme como soy, por los momentos compartidos, por las risas, por las traspachadas. Gracias a todos por apoyarme en este proceso, por animarme a vivir la experiencia y estar pendientes siempre. En especial quiero agradecer a mi amiga Laura Mejía que sabe que es como mi hermana, por enseñarme que con Dios todo se puede, por abrirme las puertas de su casa, por brindarme su amistad y tener la frase perfecta en los momentos difíciles. A Leidy Molina, porque muchas veces me ayudó a salir de mis bloqueos mentales, por estar siempre dispuesta a ayudarme, gracias por creer en mí y decirme lo capaz que era. Y a Mafe Ceballos por esas salidas y conversaciones que me despejaban y me motivaban a seguir.

Por último, un agradecimiento especial a mis tres amigos de siempre, los que me han acompañado en cada etapa de mi vida y por supuesto de este proyecto. A Heyner Vargas y a Yendy Coll que han sido verdaderos amigos desde el colegio, que han apoyado cada decisión y han

celebrado conmigo cada logro. Y a mi mejor amigo Ricardo Rodríguez, una persona con la que he compartido muchos de los mejores momentos de mi vida, gracias por ser tan incondicional, por nunca decirme lo que quería sino lo que necesitaba escuchar. Eres un excelente amigo y una gran persona, Dios permita que nuestra amistad sea duradera.

No ha sido sencillo el camino para alcanzar este logro; sin embargo, gracias a sus aportes, a su amor e inmenso apoyo, lo complicado de este camino se ha notado menos. Mis más grandes agradecimientos.

## TABLA DE CONTENIDO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>RESUMEN .....</b>   | <b>1</b>  |
| <b>ABSTRACT .....</b>  | <b>3</b>  |
| <b>1 INTRODUCCIÓN.....</b>   | <b>5</b>  |
| 1.1 EL SECTOR SERVICIOS Y LA GESTIÓN DE LOS RECURSOS HUMANOS.....  | 5         |
| 1.2 POLIFUNCIONALIDAD COMO ESTRATEGIA DE FLEXIBILIDAD LABORAL EN LA INDUSTRIA<br>RETAIL 6  | 6         |
| 1.3 REVISIÓN DE LA LITERATURA EN POLIFUNCIONALIDAD .....   | 9         |
| 1.4 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....   | 12        |
| 1.5 HIPÓTESIS.....   | 13        |
| 1.6 OBJETIVOS.....   | 14        |
| 1.7 METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....  | 14        |
| 1.8 CONTENIDO Y CONTRIBUCIONES DE LA INVESTIGACIÓN .....   | 18        |
| 1.8.1 <i>Contenido</i> .....   | 18        |
| 1.8.2 <i>Contribuciones</i> .....  | 18        |
| <b>2 UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA DE DOS ETAPAS PARA EL<br/>PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE PERSONAL POLIFUNCIONAL EN RETAIL:<br/>UNA POLÍTICA <i>K-CHAINING</i> CON <math>K \geq 2</math>.....</b> | <b>21</b> |
| 2.1 INTRODUCCIÓN.....  | 21        |
| 2.2 REVISIÓN DE LITERATURA .....   | 25        |
| 2.2.1 <i>Polifuncionalidad como parámetro y 2-chaining</i> .....   | 28        |
| 2.2.2 <i>Polifuncionalidad como parámetro y k-chaining con <math>k \geq 2</math></i> .....   | 29        |
| 2.2.3 <i>Polifuncionalidad como variable y 2-chaining</i> .....  | 30        |
| 2.2.4 <i>Polifuncionalidad como variable y k-chaining con <math>k \geq 2</math></i> .....  | 31        |
| 2.2.5 <i>Principales vacíos encontrados</i> .....  | 32        |
| 2.3 EL PROBLEMA .....  | 33        |
| 2.4 METODOLOGÍA .....  | 35        |
| 2.4.1 <i>Modelo de optimización determinista usando el enfoque k-chaining con <math>k \geq 2</math></i> .....  | 35        |
| 2.4.2 <i>Modelo de optimización estocástico usando el enfoque k-chaining con <math>k \geq 2</math></i> .....   | 37        |
| 2.5 CASO DE ESTUDIO.....   | 38        |
| 2.5.1 <i>Métricas de desempeño</i> .....   | 38        |
| 2.5.2 <i>Requerimientos de datos</i> .....   | 40        |
| 2.5.2.1 <i>Datos reales</i> .....  | 40        |
| 2.5.2.2 <i>Datos simulados</i> .....   | 41        |
| 2.6 RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....   | 44        |
| 2.6.1 <i>Análisis dentro de la muestra</i> .....   | 44        |
| 2.6.1.1 <i>Características de los modelos</i> .....  | 44        |
| 2.6.1.2 <i>¿Cuánta polifuncionalidad agregar?</i> .....  | 45        |
| 2.6.1.3 <i>¿Cómo agregar la polifuncionalidad?</i> .....   | 47        |
| 2.6.2 <i>Análisis fuera de la muestra</i> .....  | 49        |
| 2.7 CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES .....   | 51        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>3 ASIGNACIÓN DE PERSONAL POLIFUNCIONAL CONSIDERANDO K-CHAINING Y EL FENÓMENO DE APRENDIZAJE Y OLVIDO: CASO DE ESTUDIO EN RETAIL .....</b>   | <b>54</b>  |
| 3.1 INTRODUCCIÓN.....  | 54         |
| 3.2 REVISIÓN DE LITERATURA .....   | 58         |
| 3.2.1 <i>Teoría sobre el fenómeno de aprendizaje y olvido</i> .....  | 58         |
| 3.2.2 <i>Estudios de programación de personal con polifuncionalidad en la industria retail</i><br>62   |            |
| 3.2.3 <i>Estudios de programación de personal con polifuncionalidad que modelaron una fuerza laboral heterogénea</i> .....                     | 64         |
| 3.2.4 <i>Principales vacíos encontrados</i> .....  | 68         |
| 3.3 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....   | 68         |
| 3.4 METODOLOGÍA .....  | 71         |
| 3.4.1 <i>Modelación del fenómeno de aprendizaje y olvido</i> .....   | 71         |
| 3.4.2 <i>Modelo de optimización que incorpora la política k-chaining con <math>k \geq 2</math> y el fenómeno de aprendizaje y olvido</i> ..... | 72         |
| 3.4.3 <i>Reformulación de la restricción de productividad</i> .....  | 74         |
| 3.5 CASO DE ESTUDIO.....   | 76         |
| 3.5.1 <i>Requerimiento de datos</i> .....  | 76         |
| 3.5.1.1 Datos reales .....   | 76         |
| 3.5.1.2 Datos simulados.....   | 76         |
| 3.5.1.3 Datos procesados .....   | 77         |
| 3.5.2 <i>Definición de experimentos</i> .....  | 78         |
| 3.5.3 <i>Métricas de desempeño</i> .....   | 79         |
| 3.6 RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....   | 79         |
| 3.6.1 <i>Análisis 1: Comparación entre los experimentos</i> .....  | 79         |
| 3.6.1.1 Características de los modelos.....  | 80         |
| 3.6.1.2 Beneficios de la polifuncionalidad y el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las decisiones de polifuncionalidad .....      | 81         |
| 3.6.2 <i>Análisis 2: Experimento PF-&amp;A/O</i> .....   | 84         |
| 3.6.2.1 Niveles de polifuncionalidad al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido   | 84         |
| 3.6.2.2 Formación de cadenas cerradas .....  | 86         |
| 3.6.2.3 Impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las productividades de los empleados .....   | 87         |
| 3.6.2.4 Análisis de sensibilidad sobre el parámetro de aprendizaje .....   | 89         |
| 3.7 CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES .....   | 93         |
| <b>4 CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES.....</b>   | <b>97</b>  |
| 4.1 RESUMEN DE RESULTADOS .....  | 97         |
| 4.2 BENEFICIOS DE LA POLIFUNCIONALIDAD LABORAL .....   | 100        |
| 4.3 FUTURA INVESTIGACIÓN.....  | 101        |
| <b>ANEXO.....</b>  | <b>103</b> |
| <b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>  | <b>107</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1-1 Ejemplos de configuraciones de entrenamiento: (a) polifuncionalidad cero; (b) 2-chaining; (c) k-chaining con $k \geq 2$ ; (d) polifuncionalidad total.....   | 8  |
| Figura 1-2 Flujo de trabajo entre las etapas de investigación.....  | 15 |
| Figura 2-1. Ejemplos de estructuras chaining: (a) 2-chaining: cinco empleados polifuncionales que forman una CLC y una CCC (b) k-chaining con $k \geq 2$ : cinco empleados polifuncionales que forman una CLC y dos CCC. .... | 24 |
| Figura 2-2. In-sample data: Comparación entre percentil-truncada y cero-truncada, con $CV=80\%$ en los seis departamentos de la tienda. ....  | 43 |
| Figura 2-3. In-sample data: Comparación entre percentil-truncada y cero-truncada, en el Departamento 2 de la tienda y los nueve CV. ....  | 43 |
| Figura 2-4. Métricas de polifuncionalidad asociadas con cada CV y enfoque TSSO.....   | 45 |
| Figura 2-5. Número de empleados polifuncionales que pueden trabajar en dos o más departamentos, para cada CV y enfoque TSSO. ....   | 47 |
| Figura 3-1. Productividad individual de un empleado con aprendizaje y olvido. Fuente: Kim y Nembhard (2010).....  | 59 |
| Figura 3-2. Métricas de polifuncionalidad para cada CV: Experimento PF vs. Experimento PF-&-A/O .....   | 83 |
| Figura 3-3. Número promedio de empleados polifuncionales que pueden trabajar en dos o más departamentos para cada CV. ....  | 86 |
| Figura 3-4. Ejemplo del comportamiento de la productividad individual de un empleado polifuncional bajo el fenómeno de aprendizaje y olvido: con parámetros $L_{il} = F_{il} = 1.88$  |    |
| Figura 3-5. Número promedio de empleados polifuncionales capacitados en dos o más departamentos con un $CV=80\%$ y para cada L. ....  | 92 |
| Figura 3-6. Ejemplo del comportamiento de la productividad individual de un empleado polifuncional para diferentes valores del parámetro L. ....  | 93 |



## LISTA DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1-1 Estudios previos que incluyen polifuncionalidad laboral en la gestión de los RRHH   | 9  |
| Tabla 2-1. Características de estudios publicados sobre problemas de programación de personal con polifuncionalidad; incluyendo este estudio. | 27 |
| Tabla 2-2. Notación   | 34 |
| Tabla 2-3. Descripción de los datos reales  | 41 |
| Tabla 2-4. Tamaño de los modelos y tiempos computacionales  | 45 |
| Tabla 2-5. Cadenas cerradas construidas con CV=30% para cada enfoque TSSO   | 48 |
| Tabla 2-6. Métricas de desempeño para cada enfoque y %CV  | 50 |
| Tabla 3-1. Clasificación de modelos de curvas de aprendizaje más usados en la literatura.   | 60 |
| Tabla 3-2. Artículos previos que abordan personal con polifuncionalidad en la industria retail.   | 63 |
| Tabla 3-3. Artículos previos que abordan la polifuncionalidad laboral con personal heterogéneo.   | 66 |
| Tabla 3-4. Notación   | 69 |
| Tabla 3-5. Resumen de las características de los experimentos.  | 78 |
| Tabla 3-6. Tamaño de los modelos y tiempos computacionales  | 80 |
| Tabla 3-7. Métricas de desempeño obtenidas para cada escenario de CV y experimento.   | 82 |
| Tabla 3-8. Gaps de optimalidad y niveles de polifuncionalidad para cada CV  | 84 |
| Tabla 3-9. Métricas de evaluación sobre las cadenas cerradas.   | 87 |
| Tabla 3-10. Métricas de desempeño obtenidas para un CV=80% y cada valor de L.   | 90 |
| Tabla 3-11. Métricas de polifuncionalidad para un CV=80% y cada valor de L.   | 91 |

## RESUMEN

El recurso humano es un componente clave en cualquier empresa del sector servicios, su correcta planificación debe asegurar un adecuado nivel de servicio al cliente, pero también debe minimizar los costos laborales asociados a la prestación del servicio. En particular, en la industria retail la planificación de los recursos humanos enfrenta fenómenos predecibles como la estacionalidad de la demanda e impredecibles como su incertidumbre y el ausentismo no programado de personal. En tal contexto, estos fenómenos dificultan el ajuste entre la demanda y la oferta de personal ocasionando así problemas de sobredotación y subdotación en varios periodos. El principal factor que ocasiona tales problemas es que típicamente en las empresas de retail se emplean trabajadores capacitados en un único departamento de la tienda (i.e., empleados especialistas), lo cual no permite la transferencia de empleados de departamentos sobredotados (i.e. con nivel de dotación superior al requerido) a aquellos con subdotación de personal (i.e. con nivel de dotación inferior al requerido).

El objetivo de esta tesis es evaluar los potenciales beneficios de la polifuncionalidad laboral bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  para un caso de estudio en la industria retail. La solución del problema está orientada a responder dos preguntas claves: cuanta polifuncionalidad se debe agregar y como agregarla. Estas preguntas se responderán bajo dos enfoques de investigación. El primer enfoque resuelve un problema de asignación de personal polifuncional incorporando una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Este enfoque incorpora explícitamente la incertidumbre en la demanda mediante un modelo estocástico de dos etapas y modela la mano de obra como homogénea (i.e. que todos los empleados son igualmente productivos en todos los departamentos donde sean entrenados). El segundo enfoque resuelve el mismo problema de asignación de personal que incorpora una estrategia *k-chaining* con  $k \geq 2$  pero modela la mano de obra como heterogénea (i.e., que las productividades de los empleados pueden diferir en función del número de departamentos donde sean entrenados) e incorpora el fenómeno de aprendizaje y olvido explícitamente en la formulación matemática.

Los resultados obtenidos en esta tesis validaron la hipótesis de la investigación, ya que mostraron que bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es posible cosechar el 100% de los beneficios potencialmente alcanzables de la polifuncionalidad total, pero con una inversión mucho

menor en polifuncionalidad. Además, se observó que una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es más costo-efectiva que una política *2-chaining* para alcanzar los máximos beneficios de la polifuncionalidad, sobre todo para altos niveles de variabilidad en la demanda. Los resultados también mostraron que, de manera intuitiva, los requerimientos de polifuncionalidad aumentan a medida que la incertidumbre de la demanda es mayor.

Finalmente, a través del segundo enfoque de solución propuesto se observó que modelar una mano de obra como homogénea subestima los niveles de polifuncionalidad requeridos para minimizar los costos de subdotación de personal. Esto es razonable, ya que una mano de obra homogénea asume que todos los empleados tienen productividad máxima en todos los departamentos donde se capacitan. Por lo tanto, al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido se obtienen niveles de polifuncionalidad más ajustados a la realidad de las tiendas retail.

**Palabras claves:** Polifuncionalidad; Chaining; Flexibilidad laboral, Programación de personal; Optimización estocástica; Retail; Aprendizaje y olvido.

## ABSTRACT

The human resource is a key component in any industry in the service sector. Its correct planning must ensure an adequate customer service level, but it also must minimize the labor cost associated with the provision of the service. In particular, in the retail industry, the human resource planning must deal with predictable phenomena like demand seasonality and unpredictable ones such as demand uncertainty and unscheduled staff absenteeism. In this context, these phenomena difficult a match between staffing and staff demand, thus causing problems of overstaffing and understaffing in various periods. The main factor that causes such problems is that firms in the retail industry usually use trained employees to work in a single store department (i.e., single-skilled employees), which not allow to transfer employees from overstaffed departments (i.e. with higher staff level than required) to understaffed departments (i.e. with lower staff level than required).

The objective of this thesis is to evaluate the potential benefits of multiskilled staff under a k-chaining policy using a case study in the retail industry. The problem solution seeks to answer two key questions: how much multiskilling should be added and how to add it. These questions will be answered under two research approaches. The first approach solves a multiskilled staff assignment problem by incorporating a k-chaining policy with  $k \geq 2$ . This approach explicitly incorporates the uncertainty in staff demand through a two-stage stochastic optimization model and models the staff as homogeneous (i.e., all employees are equally productive in all departments where they are trained). The second approach solves the same multiskilled staff assignment problem by incorporating a k-chaining policy with  $k \geq 2$ , but it models the staff as heterogeneous (i.e., the productivity of employees may vary according to the number of departments where they are trained) and incorporates the learning and forgetting phenomena explicitly in the mathematical formulation.

The results obtained in this thesis validated the research hypothesis since it was showed that under a k-chaining policy with  $k \geq 2$ , it is possible to reap the 100% of the potentially achievable benefits of total multiskilling, but with a much lower investment in multiskilling. In addition, it was observed that a k-chaining policy with  $k \geq 2$  is more cost-effective than a 2-chaining policy to achieve the maximum benefits of multiskilling, especially for high levels of variability in staff

demand. The results also showed that, intuitively, the multiskilling requirements increase as the uncertainty of the demand increases.

Finally, through the second solution approach, it was observed that modeling a staff as homogeneous underestimate the multiskilling levels required to minimize the understaffing cost. This is reasonable, since a homogeneous staff assumes that all employees have maximum productivity in all departments where they are trained. Thus, by incorporating of the learning and forgetting phenomena, the levels of obtained multiskilling are more adjusted to the reality of the retail stores.

**Keywords:** Multiskilling; Chaining; Labor flexibility, Chaining; Personnel scheduling; Stochastic optimization; Retail; Learning and forgetting.

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 El sector servicios y la gestión de los recursos humanos

El sector servicios incluye industrias tales como retail, salud, transporte, y centros de llamadas. Estas industrias son reconocidas por el uso intensivo de recursos humanos (RRHH), los cuales representan el recurso productivo más costoso. Sin embargo, reducir los costos laborales a menudo conlleva a reducir el número de empleados y, por lo tanto, también reducir el nivel de servicio (NDS) ofrecido a los clientes. Por este motivo, el objetivo de los gerentes en las industrias del sector servicios, es encontrar una dotación de personal y una programación eficiente de estos empleados de tal forma de satisfacer la demanda al mínimo costo (Bard et al. 2004). Por lo tanto, una gestión eficiente de los RRHH permitiría a las industrias del sector lograr ventajas competitivas y asegurar su permanencia en el mercado.

La gestión de los RRHH para el sector servicios puede ser analizada como un proceso jerárquico de tres niveles: planificación, programación y asignación (Abernathy et al., 1973). Este proceso involucra un conjunto de decisiones interrelacionadas sobre diferentes horizontes de planificación, donde las decisiones tomadas en un nivel superior restringen aquellas tomadas en niveles inferiores. A continuación se describe cada uno de los niveles:

1. *Planificación*: En este nivel se toman decisiones de tipo estratégico para un horizonte de planificación típicamente de tres o más meses. Involucra dos tipos de decisiones: (i) *Dotación de personal*, busca determinar los requerimientos de personal por tipo de tarea y tipo contrato (i.e., tiempo completo y/o tiempo parcial). (ii) *Entrenamiento*, busca educar a los empleados tal que ellos puedan desempeñar efectivamente un conjunto de tipos de tareas. Esto significa que la fuerza laboral puede ser una combinación de empleados especialistas y polifuncionales. Empleados especialistas son aquellos que pueden ser entrenados para desempeñar un único tipo de tarea, mientras los empleados polifuncionales son aquellos quienes pueden trabajar en dos o más tipos de tareas.
2. *Programación*: Se focaliza en decisiones de tipo táctico-operacional para un horizonte de tiempo de uno a cuatro semanas. Involucra tres tipos de decisiones. (i) *Asignación de turnos*, busca asignar a los empleados a turnos de trabajo diarios. (ii) *Asignación de días de descanso*, busca asignar a los empleados a días de descanso entre días de trabajo. (c) *Programación*

*semanal de turnos*, donde los días de descanso y los turnos de trabajo son asignados simultáneamente a los empleados.

3. *Asignación*: Se toman decisiones operacionales en el día a día, y puede verse como un subconjunto de decisiones del nivel de programación. La típica decisión en este nivel es asignar a los empleados a tipos de tareas específicas, pero sin requerir la programación de turnos o días de descanso. El objetivo de este nivel es responder en tiempo real y con eficacia ante requerimientos atribuibles a variaciones observadas en la demanda y al ausentismo no programado del personal

Sin importar el nivel jerárquico abordado, el sector servicios y en particular la industria retail, deben responder no solo ante fenómenos predecibles como la estacionalidad de la demanda sino también ante fenómenos no predecibles como la incertidumbre de la demanda y el ausentismo no programado de personal. Estos fenómenos dificultan la planificación eficiente de los RRHH debido a que generan un desajuste entre la oferta y la demanda de personal. Por lo que incluso empresas con un buen sistema de programación de personal pueden enfrentar problemas de sobredotación de personal (i.e., nivel de dotación superior al requerido para satisfacer la demanda) y subdotación de personal (i.e., nivel de dotación inferior al requerido) en varios momentos durante el curso de una semana (Henaó et al., 2015, 2016, 2019). Esto puede ser particularmente grave debido a que el desajuste puede propagarse a periodos subsiguientes. Además, una inadecuada gestión de la sobre/subdotación de personal puede generar una pérdida de ingresos, un deterioro en el NDS ofrecido a los clientes, aumentos en los costos laborales, y un impacto negativo en la reputación del negocio (Kabak et al., 2008; Simchi-Levi y Wei, 2012).

## **1.2 Polifuncionalidad como estrategia de flexibilidad laboral en la industria retail**

La industria retail comprende el conjunto de tiendas especializadas en la comercialización masiva de productos o servicios al detalle (i.e., pequeñas cantidades). Las tiendas de retail también se caracterizan por operar típicamente 7-días/semana y más de 14-hrs/día. Comúnmente, estas tiendas están conformadas por un conjunto de departamentos, con cada departamento necesitando un personal apropiadamente entrenado para satisfacer los requerimientos de los clientes. Adicionalmente, las tiendas de retail deben enfrentar volúmenes de demanda que pueden variar considerablemente entre las semanas del año, entre los días de la semana, y a lo largo del día. Por

lo cual, la flexibilidad laboral es vital para minimizar el desajuste ocasionado entre la oferta y la demanda y, a su vez, garantizar altos niveles de servicio (NDS) (Cuevas et al., 2016; Mac-Vicar et al., 2017).

La literatura en esta área sugiere que varios autores han abordado efectivamente los problemas de sobredotación y subdotación usando personal polifuncional (e.g., Henao et al., 2015; Porto et al., 2019; Porto et al., 2021; Abello et al., 2021; Fontalvo et al., 2021; Vergara et al., 2021). Este tipo de flexibilidad laboral permite que empleados polifuncionales disponibles en departamentos sobredotados puedan ser trasladados a departamentos con subdotación. Sin embargo, la contratación y capacitación de este tipo de empleados puede ser costosa, por lo cual se requiere identificar configuraciones de polifuncionalidad que permitan una operación costo-efectiva.

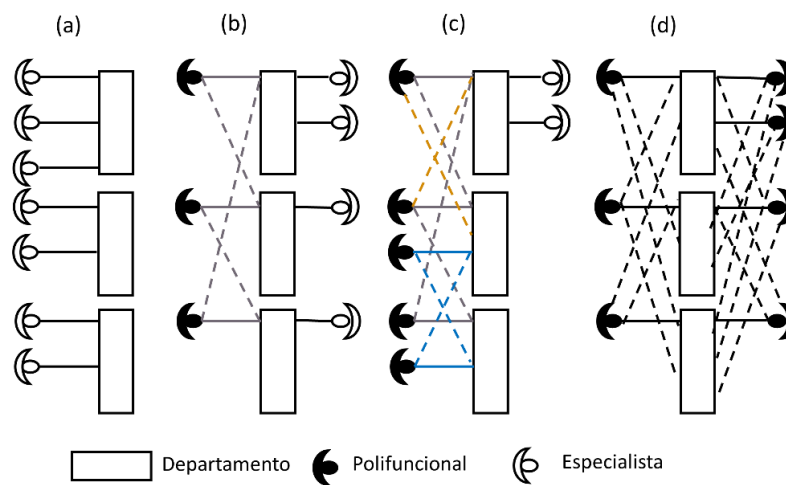
Cuando se trata de entrenar un conjunto de empleados para que desempeñen un conjunto de departamentos, la literatura reporta varios tipos de configuraciones que podrían ser usadas. Entre estas configuraciones, hay dos de ellas que pueden ser consideradas como miopes: polifuncionalidad cero y polifuncionalidad total. Mientras que en la polifuncionalidad cero, toda la dotación de empleados es especialista y, por lo tanto, cada empleado puede trabajar en un solo departamento; en la polifuncionalidad total, cada empleado está capacitado para trabajar en todos los departamentos de la tienda. Por otra parte, muchos investigadores han reportado que la estrategia conocida como *k-chaining* es la más costo-efectiva para generar planes de capacitación para los empleados (e.g., Iravani et al., 2005; Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao et al., 2016, 2019; Taskiran y Zhang, 2017). En el contexto de una tienda retail, una política *k-chaining* crea un plan de capacitación donde un conjunto de empleados es entrenado para trabajar en  $k$  departamentos (i.e., tipos de tareas) de la tienda, tal que las decisiones de asignación entre empleados polifuncionales y departamentos son representadas a través de un grafo bipartito involucrando la formación de cadenas cerradas.

En Henao et al. (2016, 2019, 2021) y Porto et al. (2021), los autores explican que bajo escenarios de incertidumbre en la demanda y/o ausentismo no programado de personal, las configuraciones *k-chaining* ofrecen una mayor flexibilidad y eficiencia para transferir a los empleados polifuncionales de departamentos con menor demanda esperada a aquellos departamentos con una demanda esperada mayor. Dentro de las configuraciones *k-chaining*, la



literatura reporta que las configuraciones *2-chaining* son las más recomendadas y populares (Hopp et al., 2004; Simchi-Levi & Wei, 2012; Henao et al., 2016, 2019; Porto et al., 2019). Esta configuración exige que todos los empleados elegidos para ser polifuncionales estén entrenados en un máximo de dos departamentos (i.e.,  $k = 2$ ). También, y principalmente en aplicaciones asociadas a empresas de manufactura, configuraciones *k-chaining* con  $k \geq 2$  han sido estudiadas. Esta configuración permite que los empleados elegidos para ser polifuncionales puedan ser entrenados en dos o más departamentos (i.e.,  $k \geq 2$ ).

La Figura 1-1 muestra ejemplos de las cuatro configuraciones de entrenamiento descritas arriba: polifuncionalidad cero, *2-chaining*, *k-chaining* con  $k \geq 2$ , y polifuncionalidad total. En la figura, mientras una línea sólida representa el departamento primario de un empleado, una línea punteada representa un entrenamiento adicional tal que el empleado pueda trabajar en departamentos secundarios.



**Figura 1-1** Ejemplos de configuraciones de entrenamiento: (a) polifuncionalidad cero; (b) 2-chaining; (c) k-chaining con  $k \geq 2$ ; (d) polifuncionalidad total.

Finalmente, teniendo en cuenta que en el proceso de gestión de los RRHH las decisiones tomadas en los niveles inferiores están restringidas por las decisiones tomadas en de los niveles superiores, esta tesis se concentra en preguntas de investigación para un nivel estratégico. Por lo tanto, el objetivo general de esta tesis es desarrollar una metodología que permita planificar una fuerza laboral polifuncional costo-efectiva a nivel estratégico con el fin de evaluar los potenciales beneficios de la polifuncionalidad laboral bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y también

entregar políticas de polifuncionalidad para la industria retail que estén orientadas a responder dos preguntas claves: cuánta polifuncionalidad agregar y cómo agregarla. Se entiende por políticas de polifuncionalidad a un conjunto de reglas o recomendaciones usadas para definir los planes de entrenamiento de los empleados.

### 1.3 Revisión de la literatura en polifuncionalidad

La Tabla 1-1 presenta una selección de estudios publicados que han tratado el problema de polifuncionalidad en la planificación de los RRHH. A continuación, se definen cada uno de los elementos presentes en dicha tabla:

1. *Polifuncionalidad (PF)*: Indica si el modelo usa un parámetro para representar todos los tipos de tareas donde un empleado está entrenado (Par) o una variable representando si un empleado ha sido entrenado o no para trabajar en un conjunto de tipos de tareas (Var).
2. *Fuerza laboral (FL)*: Indica si el estudio considera una fuerza laboral homogénea (Hom), o una fuerza laboral heterogénea (Het). Una fuerza laboral homogénea implica que la productividad individual de los empleados es la misma en todos los tipos de tareas donde fue entrenado. Una fuerza laboral heterogénea implica que la productividad individual puede variar cuando los empleados son entrenados para trabajar en varios tipos de tareas.
3. *Incertidumbre en la demanda (ID)*: Indica sí el problema consideró variabilidad en la demanda.
4. *Encadenamiento (Chaining)*: Indica si el estudio evalúa los beneficios de la polifuncionalidad a través de la estrategia *chaining*. En caso de usarla, se especifica si el estudio usó un enfoque estricto de *2-chaining* o si usó un enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$ .
5. *Aplicación*: Indica el sector o industria de aplicación del estudio.

**Tabla 1-1** Estudios previos que incluyen polifuncionalidad laboral en la gestión de los RRHH

| Referencia              | PF  | FL  | ID | Chaining   | Aplicación     |
|-------------------------|-----|-----|----|------------|----------------|
| Cai y Li (2000)         | Par | Hom | No | No         | Envío de carga |
| Felan y Fry (2001)      | Par | Het | No | No         | Manufactura    |
| Agnihotri et al. (2003) | Par | Hom | No | No         | Manufactura    |
| Hopp et al. (2004)      | Var | Hom | Si | 2-chaining | Manufactura    |

**Continuación Tabla 1-1.** Estudios previos que incluyen polifuncionalidad laboral en la gestión de los RRHH

| Referencia               | PF         | FL             | ID        | Chaining          | Aplicación         |
|--------------------------|------------|----------------|-----------|-------------------|--------------------|
| Inman et al. (2004)      | Par        | Hom            | No        | 2-chaining        | Manufactura        |
| Jordan et al. (2004)     | Par        | Het            | Si        | 2-chaining        | Manufactura        |
| Iravani et al. (2005)    | Par        | Hom            | Si        | k-chaining        | Centro de llamadas |
| Muriel et al. (2006)     | Par        | Hom            | Si        | k-chaining        | Manufactura        |
| Batta et al (2007)       | Par        | Hom            | No        | No                | Centro de llamadas |
| Yue et al. (2008)        | Par        | Het            | No        | k-chaining        | Manufactura        |
| Heimerl y Kolisch (2010) | Par        | Hom            | No        | No                | Tecnología         |
| Chou et al. (2010)       | Par        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Manufactura        |
| Campbell (2011)          | Par        | Het            | Si        | No                | Salud              |
| Simchi-Levi y Wei (2012) | Par        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Manufactura        |
| Parvin et al. (2012)     | Par        | Hom            | No        | k-chaining        | Manufactura        |
| Azizi y Liang (2013)     | Var        | Het            | No        | No                | Manufactura        |
| Deng y Shen (2013)       | Par        | Hom            | Si        | k-chaining        | Manufactura        |
| Nembhard (2014)          | Par        | Het            | No        | 2-chaining        | Manufactura        |
| Gnanlet y Gilland (2014) | Var        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Salud              |
| Paul y McDonald (2014)   | Var        | Het            | Si        | 2-chaining        | Salud              |
| Wang y Zhang (2015)      | Par        | Hom            | Si        | k-chaining        | Manufactura        |
| Henao et al. (2015)      | Var        | Hom            | No        | No                | Retail             |
| Cuevas et al. (2016)     | Par        | Hom            | No        | No                | Retail             |
| Henao et al. (2016)      | Var        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Retail             |
| Qin et al. (2016)        | Par        | Het            | No        | No                | Tecnología         |
| Liu (2017)               | Par        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Manufactura        |
| López y Nembhard (2017)  | Var        | Het            | No        | No                | Manufactura        |
| Mac-Vicar et al. (2017)  | Par        | Hom            | No        | No                | Retail             |
| Thürer et al. (2019)     | Par        | Het            | No        | No                | Manufactura        |
| Porto et al. (2019)      | Var        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Retail             |
| Henao et al. (2019)      | Var        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Retail             |
| Fontalvo et al. (2021)   | Var        | Hom            | Si        | 2-chaining        | Retail             |
| Abello et al. (2021)     | Var        | Hom            | Si        | k-chaining        | Retail             |
| Vergara et al. (2021)    | Var        | Het            | Si        | k-chaining        | Retail             |
| <i>Este artículo</i>     | <i>Var</i> | <i>Hom-Het</i> | <i>Si</i> | <i>k-chaining</i> | <i>Retail</i>      |

La extensa literatura sobre polifuncionalidad laboral confirma la importancia del problema y demuestra el considerable esfuerzo que se ha realizado por mejorar su entendimiento y aplicabilidad, tanto en las empresas de manufactura como en las empresas del sector servicios. Sin embargo, es posible identificar los siguientes cuatro vacíos donde sería interesante profundizar.

Primero, se observa que sólo 12 de los 34 estudios revisados modelaron la polifuncionalidad como una variable de decisión (i.e., Hopp et al., 2004; Azizi y Liang, 2013; Gnanlet y Gilland, 2014; Paul y McDonald, 2014; Henao et al., 2015, 2016, 2019; López y Nembhard, 2017; Porto et al., 2019; Fontalvo et al., 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021). De hecho, 22 de los artículos revisados incorporan la polifuncionalidad como un dato de entrada en los modelos matemáticos y, por lo tanto, las configuraciones de polifuncionalidad son definidas a priori y luego son evaluadas para elegir la de mejor desempeño. Esto tiene el efecto negativo de restringir las consideraciones de diseño y usar configuraciones de polifuncionalidad posiblemente subóptimas. Por lo tanto, en esta tesis se incorporará dentro de la formulación matemática una variable de decisión para determinar si un empleado se capacita o no en un determinado departamento o conjunto de departamentos. Esto permitirá encontrar configuraciones óptimas de polifuncionalidad que minimizarán los costos de sobre/subdotación de personal y de entrenamiento.

Segundo, la revisión de literatura también muestra que la estrategia *chaining* es usada ampliamente para aplicar la polifuncionalidad tanto en el sector manufactura como en el sector servicios. Sin embargo, el 60% de los estudios que utilizan esta estrategia modelan la polifuncionalidad a través de un enfoque restringido *2-chaining*, donde los empleados polifuncionales solo pueden trabajar en máximo dos tipos de tareas. En especial para estudios aplicados en manufactura, algunos autores usaron un enfoque no restringido *k-chaining* con  $k \geq 2$ . En particular, autores como Muriel et al. (2006) y Wang y Zhang (2015), reportaron que para altos niveles de variabilidad en la demanda los enfoques *k-chaining* con  $k \geq 2$  pueden ser más costo-efectivos que los enfoques *2-chaining*. Por lo tanto, esta tesis propone un enfoque no restringido *k-chaining* con  $k \geq 2$  que permita al modelo matemático determinar la cantidad óptima de habilidades adicionales que debe adquirir un empleado polifuncional de tal manera que se maximice la cobertura de la demanda.

Tercero, también se observa aproximadamente el 60% de los estudios modelaron la fuerza laboral como homogénea. Esto implica que tales estudios, a diferencia de esta tesis, no modelaron los efectos derivados de los fenómenos de aprendizaje y olvido. Note que, los fenómenos de aprendizaje y olvido se relacionan con la modelación de una mano de obra heterogénea. Por una parte, el fenómeno de aprendizaje se da cuando un empleado aumenta su productividad laboral al practicar con frecuencia un determinado tipo de tarea. Por otra parte, el fenómeno de olvido se da cuando un empleado es asignado con menor frecuencia a un tipo de tarea y, por lo tanto, se presenta una pérdida de productividad en dicha tarea. Note que, modelar la mano de obra como homogénea en lugar de heterogénea puede llevar a sobreestimar la productividad laboral de los empleados. Esto dificulta una eficiente programación de personal y, en consecuencia, se generan soluciones que no se ajustan a la realidad de las empresas.

Cuarto, asociado a los problemas de programación de personal en la industria retail, la tabla muestra que solo dos de los estudios usaron un enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$  (i.e., Abello et al., 2021 y Vergara et al., 2021). Sin embargo, dado los altos niveles de variabilidad de la demanda observados en la industria retail, podría ser interesante evaluar en dicha industria con mayor profundidad los potenciales beneficios de implementar la polifuncionalidad a través de un enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$ .

Finalmente, en esta tesis y analizando un caso de estudio en la industria retail, se evaluarán los potenciales beneficios de la polifuncionalidad laboral bajo dos tipos de modelación de la mano de obra: homogénea y heterogénea. Adicionalmente, las formulaciones matemáticas incorporarán las siguientes características distintivas: (i) una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , (ii) la polifuncionalidad como variable de decisión, (iii) una formulación estocástica a través de un modelo a dos etapas para incorporar explícitamente la incertidumbre en la demanda, y (iv) el fenómeno de aprendizaje y olvido. En la literatura consultada no hay estudios que para la industria retail resuelvan el problema de asignación de empleados polifuncionales considerando en simultaneo dichas características.

#### **1.4 Descripción del problema**

Para la industria de retail, esta tesis busca resolver un problema de planificación de personal a nivel estratégico. Se considera una tienda que ya tiene una fuerza laboral contratada, y donde

cada empleado está inicialmente capacitado para trabajar en un solo departamento de la tienda (i.e., empleados especialistas). Cada uno de estos empleados tiene un contrato *full-time* (i.e., jornada completa) y debe trabajar semanalmente un número de horas de trabajo que fue estipulado en el contrato. El problema consiste en diseñar un plan de capacitación idóneo para una fuerza laboral conocida y, por lo tanto, tomar en simultáneo las siguientes decisiones: (i) cuántos empleados deben ser especialistas y cuántos deben ser polifuncionales, (ii) en cuántos y cuáles departamentos debe ser entrenado cada empleado polifuncional, (iii) cuál configuración de polifuncionalidad debe ser adoptada, y (iv) cómo será la asignación de horas de trabajo semanales de cada empleado en los departamentos donde recibió capacitación.

La solución del problema estará orientada a responder dos preguntas claves sobre la polifuncionalidad: cuánta agregar y cómo agregarla. Estas preguntas serán respondidas bajo dos enfoques de investigación. En el primer enfoque, considerando demanda estocástica, se resolverá un problema de asignación semanal de personal con polifuncionalidad e incorporando una estrategia *k-chaining* con  $k \geq 2$ . En este primer enfoque, el principal supuesto es modelar a la fuerza laboral como homogénea. En el segundo enfoque, se resolverá el mismo problema de asignación de personal que incorpora una estrategia *k-chaining* con  $k \geq 2$ , pero considerando un horizonte de planificación de varias semanas y modelando la fuerza laboral como heterogénea. En este segundo enfoque, el objetivo es identificar como la consideración de una productividad variable en los empleados puede impactar en los requerimientos de polifuncionalidad de la tienda. Se Destaca que, en ambos enfoques interesa identificar aquellas configuraciones de polifuncionalidad que sean robustas ante la variabilidad de la demanda y minimizan los costos de entrenamiento y los costos esperados de sobre/subdotación. Finalmente, a pesar de que las formulaciones matemáticas asumirán el contexto de una tienda retail, ellas también podrían ser extendidas a otras industrias del sector servicios.

## 1.5 Hipótesis

A través de políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  es posible planificar una fuerza laboral polifuncional a nivel estratégico para la industria retail que, ante altos niveles de incertidumbre en la demanda, permita alcanzar los mayores ahorros sobre los costos de sobre/subdotación de personal y a su vez satisfacer los niveles de cobertura en la demanda requeridos. Adicionalmente

es posible desprender políticas de polifuncionalidad laboral generales que puedan guiar las estrategias de gestión de los RRHH en las empresas de retail.

## 1.6 Objetivos

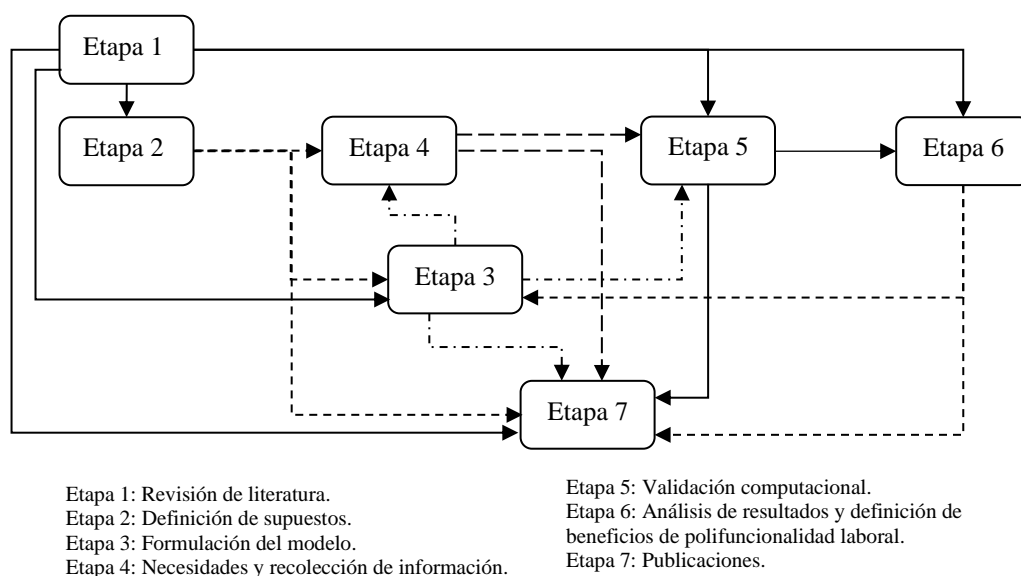
Desarrollar una metodología que permita planificar una fuerza laboral polifuncional costo-efectiva a nivel estratégico a través de políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  con el fin de evaluar los potenciales beneficios de la polifuncionalidad laboral en las industrias retail, de manera que les posibilite una operación costo-efectiva a mediano plazo, mitigando así los efectos de la sobredotación y subdotación de personal ante la presencia de incertidumbre en la demanda.

Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Formular un modelo de optimización determinista que permita medir los beneficios de políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  en la planificación semanal de un personal homogéneo.
2. Desarrollar un modelo de optimización bajo incertidumbre a través de un enfoque estocástico a dos etapas para reformular el modelo determinista de tal manera de incluir la incertidumbre en la demanda.
3. Determinar a través de un análisis comparativo bajo qué niveles de incertidumbre en la demanda una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  puede ser más costo-efectiva que una política estricta con  $k = 2$ .
4. Formular un modelo de optimización determinista que incorpore el fenómeno de aprendizaje y olvido y evalúe los beneficios de políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  en la planificación semanal de un personal heterogéneo.
5. Determinar a través de un análisis de sensibilidad sobre los parámetros de demanda y de aprendizaje cuáles son los niveles de polifuncionalidad requeridos cuando se modela una mano de obra heterogénea.
6. Generar un listado de los beneficios del uso de personal polifuncional para las empresas de la industria retail.

## 1.7 Metodología de investigación

La Figura 1-2 presenta las etapas de la metodología de investigación que permitieron lograr los objetivos propuestos por esta tesis. En cada etapa de la metodología se indica el objetivo de esta, la descripción de las tareas que se realizaron, y el flujo de actividades que muestran la interrelación entre las etapas de investigación.



**Figura 1-2** Flujo de trabajo entre las etapas de investigación.

**Etapa 1. Revisión de literatura:** Consistió en realizar una revisión de investigaciones previas sobre los enfoques usados hasta el momento para la incorporación y la evaluación de la polifuncionalidad laboral en la planificación de los RRHH. El objetivo de esta etapa fue conocer el estado del arte teórico y determinar los vacíos más relevantes en la literatura respecto al problema de asignación de empleados polifuncionales a fin de encauzar de mejor manera las otras etapas a desarrollar en esta investigación, reformulándolas de ser necesario. Los vacíos encontrados se resumen en las Subsecciones 1.3, 2.2 y 3.2. Los resultados de la Etapa 1 fueron un elemento de entrada para las etapas 2, 3, 5, 6, y 7.

**Etapa 2. Definición de supuestos:** Esta etapa se establecieron los supuestos (e.g., la cantidad de empleados de la tienda es conocido, inicialmente todos los empleados son especialistas, la plantilla de empleados se considera homogénea o heterogénea, todos los empleados tienen un contrato *full-time*), las limitaciones, y los fundamentos teóricos de la investigación que fueron considerados para desarrollar las modelaciones matemáticas y el diseño de una fuerza laboral



polifuncional a través de políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para la industria retail. Los resultados de la Etapa 2 fueron un elemento de entrada para las Etapas 3, 4 y 7. La Etapa 2 se relaciona con los objetivos específicos 1, 2 y 4.

**Etapa 3. Formulación del modelo:** Una vez la Etapa 2 es completada es posible realizar la Etapa 3. El objetivo de esta etapa fue desarrollar modelos de optimización que evaluaran los beneficios de incorporar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$ . El problema consistía en diseñar un plan de capacitación costo-efectivo para una fuerza laboral a través de estructuras *k-chaining* donde los empleados polifuncionales podían ser entrenados en dos o más departamentos de la tienda. Se resolvieron dos problemas de asignación de empleados polifuncionales. La primera modelación supuso una plantilla de empleados homogénea y se formuló inicialmente un modelo de optimización lineal entero-mixto determinista. Luego, para incorporar explícitamente en la formulación matemática la incertidumbre de la demanda, se reformuló el modelo determinista a través de un enfoque de optimización estocástica a dos etapas. Esta formulación presenta variables de primera etapa asociadas a las decisiones de capacitación de los empleados, y variables de segunda etapa asociadas a las decisiones de asignación de empleados. En la segunda modelación se formuló un modelo de optimización no-lineal entero-mixto determinista que supuso una plantilla de empleados heterogénea. Por lo tanto, se incorporó el fenómeno de aprendizaje y olvido para determinar las productividades individuales de los empleados. La Etapa 3 fue un elemento de entrada para las Etapas 4, 5 y 7, y se relaciona directamente con los objetivos específicos 1, 2 y 4.

**Etapa 4. Necesidades y recolección de información:** Una vez ejecutadas las Etapas 2 y 3 es posible desarrollar la Etapa 4. El objetivo de esta etapa fue definir en detalle la información necesaria que sería ingresada a manera de conjuntos o parámetros en los problemas de programación matemática que serían solucionados en la Etapa 5. La información necesaria se dividió en información real y simulada. Dentro de la información real se encuentra: (i) demanda semanal estimada de personal por departamento; (ii) conjunto de departamentos de la tienda donde los empleados pueden ser entrenados; (iii) conjunto de empleados contratados en la tienda; (iv) departamento primario de cada empleado (i.e., donde está inicialmente capacitado); (v) información sobre los costos de capacitación y sobre/subdotación; (vi) número de horas semanales de trabajo de los empleados según sus contratos. En cuanto a la información simulada, esta se refiere a la demanda de personal, y fue obtenida a través del uso de simulación de Monte Carlo.

Cabe destacar que en el caso de estudio abordado sólo se considera la incertidumbre de la demanda, es decir, la estacionalidad de la demanda no se tiene en cuenta. En el caso que se quisiera considerar la estacionalidad de la demanda, se requiere un modelo multi-periodo (i.e., con un horizonte de planificación con múltiples semanas) que permita evaluar perfiles de demanda con distintos grados de estacionalidad. La Etapa 4 fue un elemento de entrada para las Etapas 5 y 7, y se relaciona con los objetivos específicos 2 y 4.

**Etapa 5. Validación computacional:** Una vez ejecutadas las Etapas 3 y 4 es posible desarrollar la Etapa 5. En esta tesis se aplicaron casos de estudio con información real de una tienda de retail ubicada en Santiago de Chile, la cual fue suministrada por SHIFT (<https://www.shiftlabor.com/>). El objetivo de esta etapa fue escribir los modelos de programación matemática en AMPL y posteriormente obtener soluciones mediante los solvers CPLEX y GUROBI (softwares libres). Estos solvers son especializados en resolver problemas de programación matemática lineales y no lineales respectivamente, como los abordados en esta tesis. Para ambas formulaciones se realizaron corridas asociadas a cada nivel de variabilidad en la demanda. Adicionalmente, cuando la calidad de los resultados de la validación no fue satisfactoria, la Etapa 5 sirvió como medida de retroalimentación y ajuste para la Etapa 3. La Etapa 5 fue un elemento de entrada para las Etapas 6 y 7, y se relaciona con los objetivos específicos 1, 2, 3, 4 y 5.

**Etapa 6. Análisis de resultados y definición de beneficios de polifuncionalidad laboral:** El objetivo en esta etapa fue evaluar los resultados obtenidos. Tal evaluación permite identificar ventajas y desventajas de las políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  propuestas. Adicionalmente este análisis permite identificar en qué condiciones una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  puede ser más costo-efectiva que una política estricta con  $k=2$ . También permite determinar si las recomendaciones encontradas son viables de implementar a nivel práctico y establecer reglas simples de decisión (i.e. políticas de polifuncionalidad laboral) para que los gerentes de las empresas de retail puedan seguir e implementar. De la misma manera, a través de los resultados encontrados se pretende mostrar los beneficios que trae incorporar la polifuncionalidad laboral en las industrias retail. La Etapa 6 fue un elemento de entrada para la Etapa 7. Esta etapa se relaciona con los objetivos específicos 3, 5 y 6.

**Etapa 7. Publicaciones:** Las investigaciones de esta tesis se escribieron siguiendo el formato de artículos científicos. La investigación asociada al Capítulo 1 se tradujo en dos artículos científicos indexados en revistas ISI/SCOPUS. Las revistas donde se publicó fueron: *Mathematical Biosciences and Engineering* y *Communications in Computer and Information Science*. La investigación asociada al Capítulo 2 se espera publicar en al menos una revista ISI indexada internacionalmente. Esta etapa se relaciona con todos los objetivos específicos.

## **1.8 Contenido y contribuciones de la investigación**

### **1.8.1 Contenido**

El resto del documento está organizado en tres capítulos adicionales. El Capítulo 2 aborda los objetivos específicos 1, 2, y 3 de esta tesis, mientras el Capítulo 3 aborda los objetivos específicos 4 y 5. Cabe destacar que el objetivo específico 6 es común para estos dos capítulos. Finalmente, el Capítulo 4 presenta las principales conclusiones de esta tesis, los beneficios de incorporar una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , y las sugerencias sobre posibles investigaciones futuras. Se destaca que los Capítulos 2 y 3 fueron escritos siguiendo el formato de un artículo científico, lo cual permite la lectura de cualquiera de ellos sin la estricta necesidad de haber leído el otro. Aunque esto facilita la lectura, trae consigo el inconveniente inevitable de proporcionar algunos contenidos redundantes entre ambos capítulos.

### **1.8.2 Contribuciones**

A continuación se listan las principales contribuciones de los capítulos propuestos en esta tesis:

#### Capítulo 2

- (1) Este capítulo proporciona una revisión bibliográfica exhaustiva (pero también muy concisa) de los estudios que en los últimos 20 años han abordado problemas de programación de personal usando personal polifuncional.
- (2) A diferencia de otros artículos en el estado del arte, este capítulo formula un modelo de Optimización Estocástica de Dos Etapas (TSSO, por sus siglas en inglés) que simultáneamente: (i) modela la polifuncionalidad como variable de decisión, (ii) usa

una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , y (iii) incorpora explícitamente la incertidumbre de la demanda en la formulación matemática.

- (3) Se responde a dos preguntas tácticas asociadas con el problema de asignación de personal polifuncional: (i) ¿Cuántos empleados deben ser polifuncionales y en cuáles y cuántos departamentos adicionales deben ser entrenados? (ii) ¿Cuántas cadenas cerradas se requieren y qué tipo de cadenas cerradas deben ser formadas?
- (4) A través de un extenso caso de estudio en la industria retail, se cuantifica la fiabilidad del modelo TSSO; y también, se mide el nivel de conservadurismo en las soluciones del modelo TSSO mediante el uso de dos tipos de truncamiento en la función de densidad de probabilidad asociada con la demanda de personal.

Estas contribuciones fueron publicadas en los siguientes dos artículos ISI/Scopus:

Mercado, Y.A., Henao, C.A., y González, V.I. (2022). A two-stage stochastic optimization model for the retail multiskilled personnel scheduling problem: A *k-chaining* policy with  $k \geq 2$ . *Mathematical Biosciences and Engineering*, 19(1), 892-917.

Mercado, Y.A. y Henao, C.A. (2021). Benefits of multiskilling in the retail industry: *k-chaining* approach with uncertain demand. In: Rossit, D.A., Tohmé, F., Mejía, G. (eds.) Production Research. ICPR-Americas 2020, *Communications in Computer and Information Science*, 1407 (2021), 126-141. Springer, Cham.

### Capítulo 3

- (1) Este capítulo proporciona una revisión bibliográfica exhaustiva sobre estudios previos que han abordado la polifuncionalidad laboral con personal heterogéneo y sobre estudios que en la industria retail han utilizado empleados polifuncionales como estrategia de flexibilidad.
- (2) A diferencia de otros artículos en el estado del arte, para la industria retail, este capítulo formula un modelo determinista que simultáneamente modela la polifuncionalidad y la productividad de los empleados como variables de decisión

(3) A través de un caso de estudio en la industria retail, se evalúa el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las decisiones de polifuncionalidad comparando los siguientes tres experimentos: (i) polifuncionalidad cero, (ii) política *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra homogénea; y (iii) política *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra heterogénea (i.e., incluyendo el fenómeno de aprendizaje y olvido).

Estas contribuciones fueron escritas en el siguiente artículo (aun no publicado):

Henao, C.A., Mercado, Y.A., González, V.I., y Lier-Villagra, A. (2022). Assignment of multiskilled staff considering a k-chaining policy and the phenomenon of learning and forgetting: a retail industry case. *Working paper*.

## 2 UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA DE DOS ETAPAS PARA EL PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN DE PERSONAL POLIFUNCIONAL EN RETAIL: UNA POLÍTICA *K-CHAINING* CON $K \geq 2$

**Resumen.** Considerando demanda incierta, este estudio evalúa los potenciales beneficios de usar una fuerza laboral polifuncional a través de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Para el sector servicios y, particularmente para la industria retail, inicialmente se propone un modelo determinista de programación lineal entera mixta que determina cuántos empleados deben ser polifuncionales, en cuáles y cuántos departamentos deben ser entrenados, y cómo será su asignación semanal de horas de trabajo. Luego, el modelo determinista es reformulado mediante un modelo de optimización estocástica de dos etapas (TSSO, por sus siglas en inglés) para incorporar explícitamente la incertidumbre en la demanda de personal. La metodología se prueba para un caso de estudio usando datos reales y simulados derivados de una tienda de retail chilena. También se compara las soluciones del enfoque TSSO con las soluciones de enfoques miopes (i.e., cero y total polifuncionalidad). El caso de estudio está orientado a responder dos preguntas clave: cuánta polifuncionalidad agregar y cómo agregarla. Los resultados muestran que, las soluciones del enfoque TSSO siempre reportan la máxima fiabilidad para todos los niveles de variabilidad en la demanda considerados. También se observó que, para altos niveles de variabilidad en la demanda, un enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$  es más costo-efectivo que un enfoque *2-chaining*. Finalmente, para evaluar el nivel de conservadurismo en las soluciones reportadas por el enfoque TSSO, se consideraron dos tipos de truncamiento en la función de densidad de probabilidad (fdp) asociada a la demanda de personal. Los resultados muestran que, si la fdp es solo truncada en cero (truncamiento más conservador) los niveles de polifuncionalidad requeridos son mayores a cuando la fdp es truncada en los percentiles 5 y 95 (truncamiento menos conservador).

### 2.1 Introducción

Dado el uso intensivo de recursos humanos (RRHH) en las industrias de servicios, el problema de programación de personal en estas industrias ha sido abordado por muchos investigadores a lo largo de los años (Muñoz et al., 2021). En pastor y Olivella (2008), Kabak et al. (2008), Henao et al. (2015), y Chapados et al. (2014) los autores indicaron que los problemas de programación de personal en las industrias de servicios comparten características que los hacen más difíciles de

resolver que las características análogas que enfrentan las industrias manufactureras, tales como (1) *restricciones de regulación laboral* (e.g., número mínimo/máximo de horas de trabajo semanales, duración mínima/máxima del turno, cantidad máxima de días de trabajo consecutivos, y cantidad mínima de días de descanso por semana y mes), y (2) *contratos de trabajos flexibles* (e.g., los contratos consideran múltiples secuencias de días de trabajo/descanso factibles, múltiples turnos factibles por día, y múltiples posiciones factibles de descanso dentro de los turnos).

Además, a diferencia de otras industrias de servicios (e.g., centro de llamadas, atención médica, ciberseguridad, transporte), el problema de programación de personal en la industria retail puede ser más difícil de resolver porque debe lidiar con fenómenos predecibles como la estacionalidad de la demanda y otros impredecibles como la incertidumbre de la demanda y el ausentismo no programado de personal (Henaó et al., 2015, 2016, 2019; Álvarez et al., 2020). En particular, Mac-Vicar et al. (2017) y Cuevas et al. (2016) explican que en la industria retail, los volúmenes de demanda de personal pueden variar considerablemente entre las semanas del año, entre los días de la semana, y en el transcurso de un sólo día. En consecuencia, estos fenómenos predecibles e impredecibles dificultan un perfecto ajuste entre la oferta y la demanda de personal. Por lo tanto, se observa con frecuencia que la cantidad de empleados asignados en un departamento determinado de la tienda podría ser inferior (i.e. subdotación) o superior (i.e. sobredotación) de lo que se requiere. Cuando los modelos de programación de personal no resuelven eficientemente los problemas derivados de sobredotación y subdotación, las empresas de retail suelen incurrir en un aumento de los costos laborales, un deterioro en los niveles de servicio ofrecido a los clientes, y una pérdida de los ingresos esperados (Kabak et al., 2008; Cuevas et al., 2016).

Varias investigaciones en la industria retail han demostrado que el uso de empleados polifuncionales es una fuente de flexibilidad laboral efectiva para minimizar los niveles de sobredotación y subdotación de personal (e.g., Henaó et al., 2015, 2016, 2019; Mac-Vicar et al., 2017; Porto et al., 2019). En el contexto de una tienda retail, los empleados polifuncionales son aquellos que están capacitados para trabajar en  $k$  departamentos de la tienda (con  $k \geq 2$ ). Esta flexibilidad laboral permite trasladar empleados polifuncionales de departamentos sobredotados a aquellos subdotados. Sin embargo, como la polifuncionalidad no es gratis, es indispensable responder dos preguntas clave: cuánta polifuncionalidad agregar y cómo agregarla. En la literatura sobre el uso de polifuncionalidad, el *k-chaining* ha sido reportada como la política más costo-

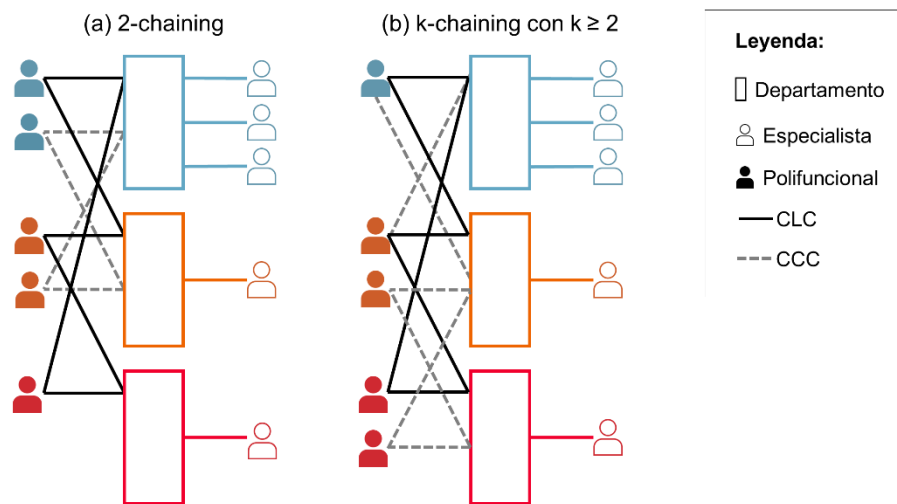
efectiva para generar planes de capacitación que respondan a ambas preguntas (e.g., Wallace y Witt, 2005; Iravani et al., 2005; Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao 2015; Henao et al., 2016, 2019,2021; Porto et al., 2019; Wang y Tang, 2020; Fontalvo-Echavez et al., 2021; Liu et al., 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021).

Bajo una política *k-chaining*, los planes de capacitación aseguran que un conjunto de empleados será entrenado para trabajar en  $k$  departamentos de la tienda con  $k \geq 2$ , tal que las decisiones de asignación entre empleados y departamentos son representadas a través de un grafo bipartito que involucra la formación de cadenas cerradas. Las cadenas formadas pueden ser cadenas cortas cerradas (CCC) y/o cadenas largas cerradas (CLC). Mientras en una CCC un subconjunto de departamentos de la tienda es conectado a través de un subconjunto de empleados polifuncionales, en una CLC un subconjunto de empleados polifuncionales conecta todos los departamentos de la tienda. La literatura muestra que el *k-chaining* proporciona una mayor flexibilidad en la asignación de empleados para enfrentar los escenarios de incertidumbre en la demanda y/o ausentismo no programado de personal. Dentro de las políticas *k-chaining* descritas en la literatura, típicamente la política *2-chaining* ha sido identificada como la más recomendada y popular (Hopp et al, 2004; Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao et al, 2016, 2019,2021; Porto et al., 2019,2021). Esta política exige que todos los empleados polifuncionales estén entrenados en máximo dos departamentos, es decir,  $k = 2$ . La Figura 1(a) muestra un ejemplo de una estructura *2-chaining* que incluye una CLC (líneas continuas) con tres empleados polifuncionales que conectan todos los departamentos, y una CCC (líneas punteadas) con dos empleados polifuncionales que conectan dos departamentos. Tenga en cuenta que en la Figura 1(a), cada empleado polifuncional está capacitado en dos departamentos (i.e.,  $k = 2$ )

La literatura también muestra que menos estudios han evaluado los beneficios asociados con políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Bajo el contexto de una tienda retail, la Figura 1(b) muestra un ejemplo de una estructura *k-chaining* con  $k \geq 2$ , que incluye una CLC (líneas continuas) y dos CCCs (líneas punteadas). Tenga en cuenta que en la Figura 1(b) hay dos empleados polifuncionales capacitados en tres departamentos (i.e.  $k = 3$ ) y tres empleados polifuncionales capacitados en dos departamentos (i.e.  $k = 2$ ). En el sector servicios, Wallace y Whitt (2005), Iravani et al. (2005), y Abello et al. (2021) estudiaron políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$ . En manufactura, políticas *k-chaining* fueron evaluadas por Muriel et al. (2006), Yang (2007), Parvin et al. (2012), Deng y Shen



(2013), Simchi-Levi y Wei (2015), y Wang y Zhang (2015). Por ejemplo, Wang y Zhang (2015) evaluaron y compararon el rendimiento de CLCs usando una política *2-chaining* versus una política *k-chaining* con  $k > 2$ . Ellos encontraron que, a mayores niveles de variación en la demanda (i.e., coeficientes de variación altos), menores fueron los rendimientos entregados por la política *2-chaining*. Sin embargo, las políticas *k-chaining* con  $k > 2$  conservaron altos niveles de rendimiento aun con altos niveles de variación en la demanda. Esto sugiere que ante altos niveles de incertidumbre en la demanda es más beneficioso tener un mayor grado de flexibilidad en el encadenamiento. A su vez, los resultados de Wang y Zhang (2015) también mostraron que para valores de  $k \geq 5$  los rendimientos son casi idénticos, lo cual indica que se presentan rendimientos decrecientes a escala cuando  $k$  aumenta. Por lo tanto, niveles de polifuncionalidad muy altos pueden ser innecesarios, y, en consecuencia, es relevante determinar los niveles de polifuncionalidad más costo-efectivos.



**Figura 2-1.** Ejemplos de estructuras chaining: (a) 2-chaining: cinco empleados polifuncionales que forman una CLC y una CCC (b) k-chaining con  $k \geq 2$ : cinco empleados polifuncionales que forman una CLC y dos CCC.

Aunque la literatura se ha concentrado en políticas *2-chaining*, se considera interesante discutir bajo qué escenarios de incertidumbre en la demanda una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  puede ser más costo-efectiva que una política estricta con  $k = 2$ . Por lo tanto, en este capítulo se propone evaluar los beneficios de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  considerando una demanda incierta. La metodología está dividida en dos etapas. Primero, el problema es formulado como un

modelo determinista de programación lineal entera mixta. Esta formulación difiere de previos trabajos en la literatura ya que las estructuras de polifuncionalidad son definidas a través de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y garantizando la formación de cadenas cerradas (CLC y/o CCC). Segundo, el modelo determinista es reformulado como un modelo de optimización estocástica de dos etapas (enfoque TSSO) para incorporar explícitamente la incertidumbre en la demanda de personal. Luego, la metodología propuesta es aplicada a un caso de estudio asociado a una tienda retail chilena, el cual usa datos reales y simulados. El caso de estudio considera nueve niveles representativos de variabilidad en la demanda para evaluar los impactos de la demanda incierta sobre las decisiones de polifuncionalidad. Finalmente, también se comparan las soluciones del enfoque TSSO con las soluciones de enfoques miopes (i.e., cero y total polifuncionalidad).

El resto de este capítulo está dividido en seis secciones. La Sección 2.2 resume la revisión de literatura sobre polifuncionalidad en la gestión de los RRHH. La Sección 2.3 define el problema a ser estudiado, incluye la notación que se utilizara en la modelación matemática, y establece los supuestos considerados. La Sección 2.4 presenta la formulación determinista del problema de asignación semanal de personal y la reformulación al modelo de optimización estocástica de dos etapas. La Sección 2.5 muestra el caso de estudio, junto con la descripción de los datos y las métricas de desempeño usadas para la evaluación de la metodología propuesta. La Sección 2.6 muestra los análisis realizados y los resultados obtenidos. Por último, la Sección 2.7 presenta las conclusiones de este trabajo y las recomendaciones futuras.

## **2.2 Revisión de literatura**

El problema de programación de personal con polifuncionalidad ha sido estudiado por diversos autores en estudios previos. Una selección de estos estudios es presentada en la Tabla 1-1, junto con breves indicaciones de cada uno de ellos sobre los elementos presentados a continuación.

1. *Nivel de decisión* (ND): Abernathy et al. (1973) y Henao et al. (2015) expresan que el problema de programación de personal puede ser analizado bajo un proceso jerárquico que considera tres niveles de decisión: estratégico, táctico, y operacional. Nivel estratégico, considera decisiones como: (a) *Dotación de personal* (D), determinar la dotación de personal por tipo de tarea (o departamento) y contrato. Nivel táctico, considera decisiones como: (b)

*Asignación de turnos (AT)*; (c) *Asignación de días de descanso (ADD)*; y (d) *Programación semanal de turnos (PST)*, donde turnos de trabajo y días de descanso son asignados simultáneamente. Nivel operacional, considera decisiones como: (e) *Asignación (A)*, asignación de empleados a tipos de tareas sin considerar programación de turnos o días de descanso. Se destaca que, este capítulo aborda un problema de asignación de personal.

2. *Polifuncionalidad (PF)*: Indica si la polifuncionalidad fue modelada como una variable de decisión (Var), o un parámetro (Par).
3. *Incertidumbre en la demanda (ID)*: Indica sí el problema consideró variabilidad en la demanda.
4. *Incertidumbre en la oferta (IO)*: Indica sí el problema consideró ausentismo no programado de personal.
5. *Encadenamiento (Chaining)*: Indica si el estudio usó una política *k-chaining* para evaluar los beneficios de la polifuncionalidad. En caso de utilizar esta política, especifica si el estudio utilizó *2-chaining* o *k-chaining* con  $k \geq 2$ .
6. *Número de habilidades (H)*: Indica si en el estudio el número máximo de habilidades en los empleados polifuncionales se encuentra limitado. El estudio puede ser: (a) *restringido (R)*, cada empleado polifuncional puede tener solo dos habilidades en total y (b) *no restringido (NR)*, cada empleado polifuncional puede tener más de dos habilidades en total.
7. *Método de solución (MS)*: Puede ser: (a) *heurísticas (H)*; (b) *simulación (S)*; (c) *optimización (OPT)*; y (d) *analítico (AN)*; y (e) *procesos de markov (MP)*.
8. *Modelación de la incertidumbre (MI)*: Indica el enfoque que se utilizó para evaluar los parámetros inciertos del modelo matemático. Estos enfoques pueden ser clasificados como:  
(1) *In-optimización*: enfoques que incorporan la incertidumbre explícitamente en la formulación matemática, pueden ser: (a) *optimización robusta (OR)*; (b) *ecuación cerrada (EC)*; (c) *programación estocástica (PE)*; y (d) *optimización distributiva robusta (ODR)*. Note que, EC y PE suponen conocimiento completo de la fdp del parámetro incierto, ODR asume solo información parcial de la fdp, mientras que OR no tiene ningún conocimiento de la fdp.  
(2) *Post-optimización*: enfoques que evalúan el impacto de la incertidumbre una vez se conoce

la solución determinística del problema, pueden ser: (a) *análisis de sensibilidad* (AS), mide como los cambios o perturbaciones en los parámetros claves del modelo impactan en el comportamiento de la solución óptima determinística; y (b) *evaluación de múltiples escenarios* (EME), usa un número finito de escenarios y los resuelve cada uno de manera independiente.

9. Aplicación (AP): Sector económico o industria donde se aplicó el estudio. Puede ser: (a) *retail* (RE); (b) *manufactura* (MA); (c) *salud* (HE); (d) *ciberseguridad* (CS); (e) *centros de llamadas* (CL); (f) *tecnología* (TE); (g) *planta de poder eléctrico* (PPE); y (h) *servicios postales* (SP).

**Tabla 2-1.** Características de estudios publicados sobre problemas de programación de personal con polifuncionalidad; incluyendo este estudio.

| Referencia                 | ND    | PF  | ID | IO | Chaining   | H  | MS       | MI      | AP  |
|----------------------------|-------|-----|----|----|------------|----|----------|---------|-----|
| Cai y Li (2000)            | D+PTS | Par | No | No | No         | R  | H        | -       | SP  |
| Agnihotri et al. (2003)    | A     | Par | No | No | No         | R  | S        | -       | MA  |
| Eitzen y Panton (2004)     | PTS   | Par | No | No | No         | NR | AN       | -       | PPE |
| Bokhorst et al. (2004)     | A     | Var | No | No | 2-chaining | R  | OPT+S    | -       | MA  |
| Hopp et al. (2004)         | A     | Var | Si | No | 2-chaining | R  | S+MP     | AS      | MA  |
| Wallace y Whitt (2005)     | S     | Var | No | No | k-chaining | NR | S+AN     | -       | CL  |
| Iravani et al. (2005)      | A     | Par | Si | No | k-chaining | NR | S        | AS      | CL  |
| Muriel et al. (2006)       | A     | Par | Si | No | k-chaining | NR | S+OPT    | AS      | MA  |
| Yang (2007)                | A     | Par | No | Si | k-chaining | NR | S        | AS      | MA  |
| Sayin y Karabati (2007)    | A     | Par | Si | Si | No         | NR | OPT+S    | AS      | -   |
| Bassamboo et al. (2010)    | A     | Par | Si | No | k-chaining | NR | AN       | AS      | MA  |
| Heimerl y Kolisch (2010)   | D+PTS | Par | No | No | No         | NR | OPT+H    | -       | TE  |
| Chou et al. (2010)         | A     | Par | Si | No | 2-chaining | R  | S+AN     | PE, AS  | MA  |
| Campbell (2011)            | ADD   | Par | Si | No | No         | NR | OPT+H    | AS      | HE  |
| Simchi-Levi y Wei (2012)   | A     | Par | Si | -  | 2-chaining | R  | AN       | EC      | MA  |
| Parvin et al. (2012)       | A     | Par | No | No | k-chaining | NR | H        | -       | MA  |
| Deng y Shen (2013)         | A     | Par | Si | -  | k-chaining | NR | OPT+S+AN | EME     | MA  |
| Paul y McDonald (2014)     | D+A   | Var | Si | No | 2-chaining | R  | OPT+H+AN | EME     | HE  |
| Gnanlet y Gilland (2014)   | D+A   | Var | Si | No | 2-chaining | R  | OPT      | PE, EC  | HE  |
| Wang y Zhang (2015)        | A     | Par | Si | -  | k-chaining | NR | OPT+AN   | ODR, AS | MA  |
| Simchi-Levi y Wei (2015)   | A     | Par | Si | No | k-chaining | NR | OPT+H    | OR      | MA  |
| Henao et al. (2015)        | PTS   | Var | No | No | No         | NR | OPT      | -       | RE  |
| Cuevas et al. (2016)       | PTS   | Par | No | No | No         | NR | OPT      | -       | RE  |
| Walter y Zimmermann (2016) | A     | Par | No | No | No         | NR | OPT+H    | -       | MA  |
| Henao et al. (2016)        | A     | Var | Si | No | 2-chaining | R  | OPT+H    | OR      | RE  |
| Liu (2017)                 | D+A   | Par | Si | No | 2-chaining | R  | OPT+AN   | PE, EC  | MA  |

**Continuación Tabla 2-1.** Características de estudios publicados sobre problemas de programación de personal con polifuncionalidad; incluyendo este estudio

| Referencia              | ND       | PF         | ID        | IO        | Chaining          | H         | MS         | MI        | AP        |
|-------------------------|----------|------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|------------|-----------|-----------|
| Ağralı et al. (2017)    | A        | Par        | No        | No        | No                | NR        | OPT+AN     | -         | HE        |
| Taskiran y Zhang (2017) | D+PTS    | Var        | No        | No        | No                | NR        | OPT        | -         | CL        |
| Mac-Vicar et al. (2017) | PTS      | Par        | No        | Si        | No                | NR        | OPT+H      | AS        | RE        |
| Altner et al. (2019)    | ADD      | Var        | Si        | No        | No                | NR        | OPT+H      | PE        | CS        |
| Dagkakis et al. (2019)  | A        | Par        | No        | No        | No                | NR        | OPT+S      | -         | MA        |
| Henao et al. (2019)     | A        | Var        | Si        | No        | 2-chaining        | R         | AN+H+OPT   | EC        | RE        |
| Porto et al. (2019)     | D+PTS    | Var        | Si        | No        | 2-chaining        | R         | OPT        | AS        | RE        |
| Abello et al. (2021)    | ADD      | Var        | Si        | No        | k-chaining        | NR        | OPT        | PE        | RE        |
| <i>Este artículo</i>    | <i>A</i> | <i>Var</i> | <i>Si</i> | <i>No</i> | <i>k-chaining</i> | <i>NR</i> | <i>OPT</i> | <i>PE</i> | <i>RE</i> |

Los 20 estudios en la Tabla 2-1 que evaluaron los beneficios de la polifuncionalidad mediante una política *k-chaining* pueden ser agrupados y clasificados en cuatro categorías. En las Subsecciones 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3, y 2.2.4 algunos de los estudios asociados a cada una de estas cuatro categorías son revisados con mayor detalle. Luego, en la Subsección 2.2.5 se presentan las principales contribuciones asociadas a este capítulo, las cuales responden a los principales gaps identificados a partir de la revisión de literatura.

### 2.2.1 Polifuncionalidad como parámetro y 2-chaining

Tabla 2-1 muestra que 3 estudios modelaron la polifuncionalidad como un parámetro y usaron una política *k-chaining* con  $k = 2$  (i.e., Chou et al., 2011; Simchi-Levi y Wei, 2012; Liu, 2017). En Simchi-Levi y Wei (2012), un trabajo asociado a manufactura, los autores estudiaron el desempeño de los diseños de flexibilidad en sistemas balanceados con demanda estocástica. Un sistema balanceado es aquel donde el número de nodos de oferta es igual al número de nodos de demanda. Ellos proponen un método analítico para desarrollar una teoría que explique la efectividad de los diseños flexibles de CLC en sistemas de tamaño finito. Los autores descubren una propiedad fundamental de las cadenas largas, la cual denominan supermodularidad. Esta propiedad se usa para demostrar que los beneficios esperados por el uso de la flexibilidad aumentan a medida que crece el tamaño de la cadena. También indicaron que, el beneficio esperado más grande se logra cuando se construye la cadena larga y dicha cadena se cierra agregando el último arco al sistema.

En Liu (2017), el autor propuso un modelo de optimización estocástica de dos etapas y un modelo de simulación para la planificación de una fuerza laboral polifuncional en un sistema con dos tipos de tareas. Su principal intención fue investigar el impacto de las estructuras polifuncionales de cadena cerrada en la cantidad óptima de personal. En la primera etapa del modelo estocástico se determina la dotación de personal por tipo de tarea, mientras en la segunda etapa se realiza la asignación del personal a los dos tipos de tareas estudiadas.

### **2.2.2 Polifuncionalidad como parámetro y *k*-chaining con $k \geq 2$**

Tabla 2-1 muestra que el 40% de los estudios modelaron la polifuncionalidad como un parámetro y usaron una política *k*-chaining con  $k \geq 2$  (i.e., Iravani et al., 2005; Muriel et al., 2006; Yang, 2007; Bassamboo et al., 2010; Parvin et al., 2012; Deng y Shen, 2013; Wang y Shang, 2015; Simchi-Levi y Wei, 2015). En Iravani et al. (2005) los autores desarrollaron un modelo de simulación para evaluar los beneficios de lo que ellos denominan flexibilidad estructural. La cual consiste en usar recursos multipropósito tales como: personal polifuncional (en más de 2 departamentos), máquinas, y/o fábricas flexibles. Ellos explican que el uso de estos recursos multipropósito permite reasignar los recursos productivos y, de esta manera, responder ante los cambios en la demanda o en la capacidad instalada. Ellos analizaron un caso de estudio en la industria de centros de llamadas. Sus resultados muestran que, el uso de empleados polifuncionales capacitados en más de dos tipos de tareas aumentó la flexibilidad del sistema para responder a cambios en la demanda y capacidad. Además, los autores indican que, una estructura de polifuncionalidad con encadenamiento otorga mayores beneficios esperados que aquellas estructuras sin encadenamiento.

En Wang y Zhang (2015) los autores evaluaron y compararon el rendimiento de CLCs usando una política *2*-chaining versus una política *k*-chaining con  $k > 2$ . Su investigación considera un sistema balanceado y simétrico. Un sistema simétrico es aquel donde todos los nodos de oferta tienen igual capacidad y los nodos de demanda son independientes e idénticamente distribuidos. Ellos encontraron dos resultados interesantes. Primero, ellos observaron que, a mayores niveles de variación en la demanda, las políticas *k*-chaining con  $k > 2$  conservaron altos niveles de rendimiento mientras los rendimientos de la política *2*-chaining disminuyeron. Este resultado es interesante ya que indica que, ante altos niveles de variabilidad en la demanda, políticas *k*-chaining

con  $k > 2$  pueden ser más beneficiosas que políticas estrictas con  $k = 2$ . Segundo, ellos también mostraron que hay rendimientos decrecientes a escala a medida que  $k$  aumenta, es decir, los rendimientos cuando  $k=5$  y  $k=6$  fueron casi idénticos. Este último resultado también es interesante, pues refuerza la idea de que la polifuncionalidad total es costosa, impráctica e innecesaria.

### 2.2.3 Polifuncionalidad como variable y *2-chaining*

Tabla 2-1 muestra que el 35% de los estudios modelaron la polifuncionalidad como una variable de decisión y usaron una política *k-chaining* con  $k = 2$  (i.e., Bokhorst et al., 2004; Hopp et al., 2004; Paul y McDonald, 2014; Gnanlet y Gilland, 2014; Henao et al., 2016; 2019; Porto et al., 2019). En Gnanlet y Gilland (2014), considerando un sistema con solo dos tipos de tareas, los autores obtuvieron ecuaciones cerradas para estimar el número óptimo de enfermeras polifuncionales. Ellos reportaron una mejoría de 1.2% en los beneficios esperados cuando se usa una política *2-chaining* con cadenas cerradas versus una política *2-chaining* sin cadenas cerradas.

En Porto et al. (2019), para la industria retail, los autores desarrollaron una metodología para evaluar los potenciales beneficios de incorporar una estrategia de flexibilidad laboral híbrida: (i) contratos flexibles y (ii) empleados polifuncionales bajo una política *2-chaining*. Ellos propusieron un modelo de programación lineal entero mixto para determinar cuántos empleados se requieren en cada tipo de contrato, cuántos de ellos serán polifuncionales y en qué segundo departamento serán entrenados. Su objetivo fue minimizar los niveles de sobre/subdotación de personal ocasionados por la estacionalidad y la variabilidad en la demanda. Sus resultados mostraron que a medida que aumentan los niveles de variabilidad en la demanda, también aumentan los requerimientos de empleados polifuncionales, y que este incremento es mayor en los empleados polifuncionales asociados a turnos de corta duración. Esto mostró que los contratos flexibles (i.e., aquellos con duraciones de turnos más cortos) y la polifuncionalidad son fuentes complementarias de flexibilidad laboral.

En Henao et al. (2016) y Henao et al. (2019), para la industria retail, los autores proponen metodologías distintas para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda en la formulación matemática. Henao et al. (2016) propusieron un enfoque de optimización robusta, mientras Henao et al. (2019) derivaron una ecuación cerrada. Ambos estudios consideran una mano de obra ya contratada, y también se basan en una política *2-chaining* para determinar cuántos

empleados deben llegar a ser polifuncionales y en qué segundo departamento cada uno de ellos debe ser entrenado. Notar también que, Porto et al. (2019), Henao et al. (2016), y Henao et al. (2019) tienen aplicaciones asociadas a la industria retail. Esto implica que los problemas de programación de personal que estudiaron modelaron sistemas desbalanceados. Es decir, sistemas donde hay mayor cantidad de nodos de oferta (i.e., empleados) que nodos de demanda (i.e., departamento). Finalmente, los trabajos de Henao et al. (2016) y Henao et al. (2019) reportaron una interesante conclusión. Sus estudios mostraron que, a diferencia de aplicaciones en sistemas balanceados donde la CLC se reporta como el diseño *2-chaining* más costo efectivo, en sistemas desbalanceados una combinación de CLCs y CCCs de distintos largos representa la mejor solución.

#### **2.2.4 Polifuncionalidad como variable y *k-chaining* con $k \geq 2$**

En esta categoría se encuentran los estudios desarrollados por Wallace y Whitt (2005) y Abello et al (2021). En Wallace y Whitt los autores estudiaron un ambiente de *call centers* con diversos tipos de llamadas donde consideran que no es posible ni rentable usar empleados bajo un enfoque con total polifuncionalidad. Ellos propusieron un enfoque de simulación para determinar la cantidad óptima de empleados polifuncionales requeridos. Sus resultados mostraron que, la mayor parte de los beneficios asociados a la polifuncionalidad se logran al agregar la segunda habilidad (i.e.,  $k = 2$ ). También indican que, solo se logran mejoras modestas cuando se aumenta el número de habilidades adicionales (i.e.,  $k > 2$ ). A pesar de que este resultado pareciera indicar que capacitar empleados con más de una habilidad adicional ( $k > 2$ ) no genera ningún valor, se debe aclarar que su estudio no considera incertidumbre en la demanda de personal. En Bassamboo et al., (2010) y Wang y Zhang (2015), trabajos con aplicaciones en manufactura, los autores ya mostraron que a mayor variabilidad en la demanda, políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  reportan mayores beneficios. Por lo tanto, considerando demanda incierta, resultados similares podrían ser observados para aplicaciones en industrias del sector servicios, tales como *call centers* y retail.

En Abello et al. (2021) los autores resolvieron un problema de programación de días libres considerando demanda incierta. Al igual que en este estudio, también propusieron un caso en la industria retail para evaluar los beneficios de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . En particular sus hallazgos preliminares mostraron que a medida que aumenta la variabilidad en la demanda, fue



beneficioso tener empleados capacitados en dos o tres departamentos (i.e.  $k = 2$  y  $k = 3$ ). Sin embargo, su estudio representa diferencias claves en comparación con este estudio. Primero abordaron un problema de programación de personal diferente. Este estudio aborda un problema de asignación mientras que ellos abordaron un problema de programación de días libres. Por lo tanto, en Abello et al. (2021) los autores se centraron en decisiones de programación (horarios semanales de días laborales y días de descanso), mientras este estudio se enfoca en decisiones de polifuncionalidad. En consecuencia, a diferencia de Abello et al. (2021) este capítulo está orientado a responder dos preguntas claves: cuánta polifuncionalidad agregar y cómo agregarla. En segundo lugar, el caso de estudio presentado por Abello et al. (2021) es limitado. Estas limitaciones son: (i) A diferencia del caso de estudio propuesto en esta investigación, no realizaron un análisis fuera de la muestra para validar el desempeño de las soluciones reportadas por el enfoque TSSO. (ii) Consideraron solo tres niveles de variabilidad en la demanda para evaluar los impactos de la demanda incierta. (iii) A diferencia del caso de estudio abordado en este capítulo, ellos no comparan las soluciones del enfoque TSSO con las soluciones de los enfoques miopes (polifuncionalidad cero y total). (iv) Tampoco evalúan el nivel de conservadurismo en las soluciones reportadas por el enfoque TSSO.

### **2.2.5 Principales vacíos encontrados**

La Tabla 2-1 demuestra los considerables esfuerzos que distintos autores han realizado por entender los beneficios de la polifuncionalidad laboral. Sin embargo, es posible identificar los siguientes vacíos.

Primero, la Tabla 2-1 muestra que de los 34 artículos revisados 22 de estos modelaron la polifuncionalidad como un dato de entrada, es decir, no incluyeron una variable de decisión para determinar en qué conjunto de tipos de tareas (o departamentos) un empleado podría ser o no entrenado. Esta es una limitación no menor, pues restringe las posibilidades de encontrar estructuras de polifuncionalidad más costo-efectivas. Del mismo modo, dentro del conjunto de estudios que evalúan los beneficios de la polifuncionalidad mediante una política *k-chaining*, solo un 45% de ellos incorporaron la polifuncionalidad como una variable de decisión (i.e., Bokhorst et al. 2004; Hopp et al., 2004; Wallace y Witt 2005; Paul y McDonald 2014; Gnanlet y Gilland 2014; Henao et al., 2016; 2019; Porto et al., 2019; Abello et al., 2021).

Segundo, la Tabla 2-1 también revela que solo el 29% de los estudios revisados usaron un enfoque in-optimización para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda dentro de la formulación matemática (i.e., Chou et al., 2010; Simchi-Levi y Wei 2012; 2015; Gnanlet y Gilland 2014; Wang y Zhang 2015; Henao et al., 2016; 2019; Liu et al., 2017; Altner et al., 2019; Abello et al., 2021). Note que, bajo un enfoque in-optimización, las soluciones de polifuncionalidad obtenidas son consideradas buenas y robustas ante distintos niveles de incertidumbre. Mientras que, bajo un enfoque post-optimización, las soluciones de polifuncionalidad obtenidas no pueden garantizar robustez o factibilidad.

Tercero, de los 20 estudios que modelaron la polifuncionalidad a través de una política *chaining* la Tabla 2-1 muestra que el 50% utilizaron una política estricta *2-chaining*. Es decir, los empleados polifuncionales pueden desempeñarse solo en un máximo de dos tipos de tareas (o departamentos). Además, a excepción de Wallace y Whitt (2005), Iravani et al. (2005) y Abello et al. (2021), los estudios que implementan una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  se focalizaron principalmente en la industria manufacturera

En resumen, la extensa revisión de literatura muestra los siguientes vacíos para la industria retail: (i) Escasez de estudios en problemas de programación de personal que en simultáneo modelan la polifuncionalidad como una variable de decisión y usan políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$ . (ii) Pocos estudios incorporan explícitamente dentro la formulación matemática la incertidumbre de la demanda. El presente capítulo abordará en simultáneo ambos vacíos.

### **2.3 El problema**

Para una tienda de retail con una fuerza laboral inicialmente especialista y considerando variabilidad en la demanda de personal, el problema abordado en este capítulo consiste en diseñar un plan de capacitación idóneo usando una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Este plan de capacitación debe proveer la flexibilidad laboral suficiente para minimizar el desajuste entre la oferta y demanda de personal asociados al problema de asignación semanal de personal bajo demanda incierta. Por lo tanto, se espera que las estructuras polifuncionales de cadenas cerradas construidas con empleados entrenados en dos o más departamentos, puedan ser robustas ante diferentes niveles de variabilidad en la demanda y, en consecuencia, permitan alcanzar los mayores ahorros en los costos de capacitación de personal y los costos esperados de sobre/subdotación. En

resumen, el problema simultáneamente determinará: (i) cuántos empleados deben ser especialistas y polifuncionales; (ii) en cuáles y cuántos departamentos deben ser entrenados los empleados polifuncionales; (iii) qué tipo de cadenas cerradas (CLC y/o CCC) se requieren; y (iv) cómo será la asignación semanal de horas de trabajo de los empleados especialistas y polifuncionales. Finalmente, se espera determinar bajo qué niveles de incertidumbre de la demanda es más beneficioso una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  versus una política *2-chaining*.

La Tabla 2-2 muestra la notación matemática que será usada en la formulación matemática del problema recientemente descrito.

**Tabla 2-2.** Notación

---

| <b>Conjuntos</b>  |  |
|-------------------|--|
| $I$               | Empleados de la tienda, indexado por $i$   |
| $L$               | Departamentos de la tienda, indexado por $l$   |
| $S$               | Escenarios de demanda, indexado por $s$  |
| $I_l$             | Empleados bajo contrato en el departamento $l$ , indexado por $i, \forall l \in L$                           |
| <b>Parámetros</b> |  |
| $r_l(s)$          | Demanda aleatoria semanal en horas para departamento $l$ y escenario $s, \forall l \in L, s \in S$           |
| $\bar{r}_l$       | Demanda media semanal en horas para departamento $l, \forall l \in L$  |
| $c$               | Costo de capacitación de un empleado para trabajar en cualquier departamento; [US\$/Empleado-semana]         |
| $u$               | Costo de subdotación de personal por hora en cualquier departamento; [US\$/Hora]                             |
| $b$               | Costo de sobredotación de personal por hora en cualquier departamento; [US\$/Hora]                           |
| $h$               | Número de horas semanales que debe trabajar un empleado según su contrato                                    |
| $m_i$             | Departamento para el cual el empleado $i$ fue inicialmente entrenado, $\forall i \in I$                      |
| <b>Variables</b>  |  |
| $x_{il}$          | Igual a 1 si el empleado $i$ está capacitado para el departamento $l$ , e.o.c. 0, $\forall i \in I, l \in L$ |
| $v_i$             | Número de habilidades adicionales del empleado $i, \forall i \in I$  |
| $\omega_{il}$     | Número de horas semanales asignadas al empleado $i$ en departamento $l, \forall i \in I, l \in L$            |
| $\kappa_l$        | Subdotación de personal en horas semanales en el departamento $l, \forall l \in L$                           |
| $\delta_l$        | Sobredotación de personal en horas semanales en el departamento $l, \forall l \in L$                         |

---

La formulación matemática del problema abordado considera los siguientes supuestos: (1) Hay conocimiento total de la distribución de probabilidad asociada a la demanda incierta de cada departamento ( $r_l(s)$ ). También se asume independencia entre las demandas por departamento. (2) La demanda del personal para cada departamento puede ser parcialmente satisfecha. Por lo tanto, un costo de subdotación de personal (asociado a las ventas esperadas perdidas) se incluye en la función de costo total. (3) También se incorpora el costo de sobredotación de personal, el cual permite cuantificar el costo de oportunidad incurrido al pagar por personal ocioso que podría estar realizando tareas productivas. (4) Los costos de capacitación también se incluyen en la función de costo total. (5) Se supone que los costos de subdotación ( $u$ ), sobredotación ( $b$ ), y capacitación ( $c$ ) no difieren entre los departamentos de la tienda. (6) No se considera ausentismo no programado de personal ni llegadas tardías de los empleados. (7) Se modela un único contrato *full-time*, por lo cual todos los empleados son asignados a la misma cantidad de horas de trabajo semanales ( $h$ ). (8) Al inicio del horizonte de planificación todos los empleados son especialistas. (9) Los empleados polifuncionales pueden ser capacitados para trabajar en dos o más departamentos. (10) Los empleados son modelados como una fuerza laboral homogénea, lo que significa que la productividad individual de cada uno de ellos es la misma.

## **2.4 Metodología**

En esta sección se presenta la metodología propuesta para resolver el problema presentado anteriormente. Primero, en la Subsección 2.4.1 se presenta un modelo de optimización determinista para resolver el problema abordado. Luego, para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda, en la Subsección 2.4.2 se reformula el modelo presentado en 2.4.1 mediante un modelo de optimización estocástica de dos etapas.

### **2.4.1 Modelo de optimización determinista usando el enfoque *k-chaining* con $k \geq 2$**

Esta subsección presenta el Modelo Programación Lineal Entera Mixta (MPLEM) determinista para resolver el problema de asignación de personal usando el enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$ . El MPLEM determinista se puede formular de la siguiente manera:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} c x_{il} + \sum_{l \in L} u \kappa_l + \sum_{l \in L} b \delta_l \quad (1)$$

(a)                      (b)                      (c)

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i \in I} \omega_{il} + \kappa_l - \delta_l = \bar{r}_l \quad \forall l \in L \quad (2)$$

$$\sum_{l \in L} \omega_{il} = h \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$\omega_{il} \leq h x_{il} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (4)$$

$$x_{il} = 1 \quad \forall i \in I, l \in L: l = m_i \quad (5)$$

$$v_i = \sum_{l \in L: l \neq m_i} x_{il} \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I_l} v_i = \sum_{i \in \{I - I_l\}} x_{il} \quad \forall l \in L \quad (7)$$

$$x_{il} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (8)$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$\omega_{il} \geq 0 \quad \forall i \in I, l \in L \quad (10)$$

$$\kappa_l, \delta_l \geq 0 \quad \forall l \in L \quad (11)$$

En la función objetivo (1) se minimizan los siguientes costos semanales: (a) capacitación de empleados en departamentos adicionales; (b) subdotación; y (c) sobredotación. Las restricciones (2) explican el cumplimiento de la demanda, y nos permiten calcular el nivel de sobre/subdotación de personal asociado a cada departamento. Las restricciones (3) aseguran que cada empleado trabaja exactamente la cantidad de horas semanales estipuladas por su contrato. Las restricciones (4) imponen que cada empleado pueda ser asignado a trabajar solo en aquellos departamentos en los cuales está capacitado. Las restricciones (5) indican el departamento en el cual está inicialmente entrenado cada empleado. Las restricciones (6) indican en cuántos departamentos adicionales fue entrenado cada empleado (i.e.,  $v_i$ ). Note que, si  $v_i = 0$  el empleado  $i$  continua siendo especialista, mientras que si  $v_i \geq 1$  representa que el empleado  $i$  es polifuncional. Para cada departamento  $l$ , las restricciones (7) garantizan una igualdad entre, el número de habilidades adicionales entrenadas para los empleados cuyo departamento original es  $l$  ( $\sum_{i \in I_l} v_i$ ) y, el número de habilidades adicionales entrenadas para trabajar en el departamento  $l$  y que están asociadas a empleados cuyo departamento original es diferente a  $l$  ( $\sum_{i \in \{I - I_l\}} x_{il}$ ). Por lo tanto, las restricciones (7) aseguran la implementación de una política  $k$ -chaining con  $k \geq 2$ . Finalmente, las restricciones (8)-(11) definen el dominio de las variables de decisión.

## 2.4.2 Modelo de optimización estocástico usando el enfoque *k-chaining* con $k \geq 2$

En esta subsección se reformula el modelo determinista (DT) en un modelo TSSO que considera demanda estocástica. El modelo TSSO considera variables de primera etapa (conocidas como decisiones de “aquí y ahora”) y de segunda etapa (conocidas como decisiones de “esperar y ver”). En la formulación, las variables de primera etapa,  $x_{il}$  y  $v_i$ , están relacionadas con las decisiones sobre capacitar a los empleados en diferentes departamentos. Tales decisiones se toman antes de conocer las realizaciones aleatorias de la demanda. Las variables de segunda etapa,  $\omega_{il}(s)$ ,  $\kappa_l(s)$ , y  $\delta_l(s)$ , están relacionadas con las decisiones de asignación de personal. Tales decisiones se toman una vez se observa la demanda incierta en cada departamento. Es decir, una vez conocida las realizaciones de la demanda, pueden producirse sobredotación o subdotación de personal.

Abajo, se presenta la versión TSSO de la formulación (1)-(11). Para realizar esta reformulación se usa el método comúnmente conocido como *Sample Average Approximation* (SAA). Para más detalles acerca de la teoría de TSSO y SAA, se refiere a los lectores a Birge y Louveaux (2011).

$$\text{Min } \underbrace{\sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il}}_{\text{primera-etapa}} + \frac{1}{|S|} \underbrace{\left[ \sum_{s \in S} \sum_{l \in L} u\kappa_l(s) + \sum_{s \in S} \sum_{l \in L} b\delta_l(s) \right]}_{\text{segunda-etapa}} \quad (12)$$

s.a.

$$\sum_{i \in I} \omega_{il}(s) + \kappa_l(s) - \delta_l(s) = r_l(s) \quad \forall l \in L, s \in S \quad (13)$$

$$\sum_{l \in L} \omega_{il}(s) = h \quad \forall i \in I, s \in S \quad (14)$$

$$\omega_{il}(s) \leq hx_{il} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (15)$$

$$x_{il} = 1 \quad \forall i \in I, l \in L: l = m_i \quad (16)$$

$$v_i = \sum_{l \in L: l \neq m_i} x_{il} \quad \forall i \in I \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I_l} v_i = \sum_{i \in \{I-I_l\}} x_{il} \quad \forall l \in L \quad (18)$$

$$x_{il} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (19)$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (20)$$

$$\omega_{il}(s) \geq 0 \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (21)$$

$$\kappa_l(s), \delta_l(s) \geq 0 \quad \forall l \in L, s \in S \quad (22)$$

La función objetivo (12) minimiza el costo de capacitación semanal (decisiones de la primera etapa) y el costo semanal esperado de sobre/subdotación de personal (decisiones de la segunda etapa). Cabe destacar que, aunque el horizonte del problema (1)-(11) es una semana, al reformularlo a través de un enfoque estocástico de dos etapas (12)-(22) se está considerando “implícitamente” un horizonte de planificación igual a la cardinalidad del conjunto  $S$ , es decir,  $|S| = 1000$  semanas (para nuestro caso de estudio). Además, note que, aunque la solución obtenida por este enfoque no tiene por qué ser la solución óptima para cada escenario de demanda evaluado, dicha solución si representa la mejor solución para el promedio de todos los escenarios de demanda.

Adicionalmente, note que en la versión TSSO, las decisiones de primera etapa (decisiones de polifuncionalidad), afectarán las decisiones de segunda etapa (decisiones de asignación de personal). Es decir, las decisiones acerca de cuáles empleados son entrenados en dos o más departamentos afectarán los niveles de sobre/subdotación de personal. Por lo tanto, bajo un enfoque TSSO, el objetivo es elegir las variables de la primera etapa que minimizan la suma de los costos de la primera etapa y el valor esperado de los costos de la segunda etapa. Ahora, realizando un análisis de la reformulación de las restricciones (2)-(11). Respecto a las restricciones (2)-(4) y (10)-(11) del modelo DT, dado que estas involucran variables de segunda etapa, ellas fueron modificadas para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda. Respecto a las restricciones (5)-(9), las cuales están asociadas con variables de primera etapa, ellas no recibieron ninguna modificación. Además, tenga en cuenta que la interpretación de las restricciones (13)-(22) y las restricciones (2)-(11) es la misma.

Finalmente, dado que la formulación (12)-(22) incorpora explícitamente múltiples escenarios de incertidumbre, esto permite obtener un plan de capacitación que es factible y robusto ante perturbaciones en la demanda de personal. Sin embargo, esta robustez no puede ser garantizada por la formulación (1)-(11), la cual puede inducir a mayores costos laborales producto de una inadecuada planificación de personal.

## **2.5 Caso de estudio**

### **2.5.1 Métricas de desempeño**

Para evaluar el rendimiento del enfoque TSSO, sus soluciones son comparadas con las soluciones obtenidas por los enfoques miopes: polifuncionalidad cero (PC) y polifuncionalidad total (PT). Estas comparaciones son realizadas usando las siguientes métricas:

1. *Porcentaje de empleados polifuncionales*. Calcula el porcentaje de empleados polifuncionales en relación a la cantidad total de empleados contratados.

$$\%ME = \frac{\text{Total empleados polifuncionales}}{|I|} \cdot 100$$

2. *Porcentaje de polifuncionalidad total*. Calcula el porcentaje de habilidades adicionales entrenadas en relación a la cantidad máxima teórica posible.

$$\%TM = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} x_{il}}{|I| * (|L| - 1)} \cdot 100$$

3. *Costo total semanal*. Suma de los costos incurridos en capacitación y sobre/subdotación de personal asociados con cualquier enfoque.

$$\varphi = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il} + \sum_{l \in L} u\kappa_l + \sum_{l \in L} b\delta_l$$

4. *Costo semanal de sobre/subdotación*. Suma de los costos incurridos en sobre/subdotación de personal asociados con cualquier enfoque.

$$\psi = \sum_{l \in L} u\kappa_l + \sum_{l \in L} b\delta_l$$

5. *Ahorro porcentual en el costo total semanal de sobre/subdotación de personal*. Sea  $\psi_{PC}$  el costo semanal de sobre/subdotación incurrido cuando todos los empleados son especialistas. Sea  $\psi_{PT}$  el costo semanal de sobre/subdotación incurrido cuando todos los empleados son polifuncionales y pueden trabajar en todos los departamentos de la tienda. Por lo tanto,  $(\psi_{PC} - \psi_{PT})$  representa el máximo ahorro posible en este costo cuando hay polifuncionalidad total. Luego, el ahorro de cualquier enfoque viene representado por

$$\%SSS = \frac{\psi_{PC} - \psi}{\psi_{PC} - \psi_{PT}} \cdot 100$$



6. *Valor de riesgo condicional (CVaR-95) sobre el costo semanal de sobre/subdotación.* El CVaR, también llamado exceso de pérdida media o déficit esperado, es una forma modificada de la métrica VaR. En el caso de estudio propuesto, VaR-95% representa el peor costo semanal de sobre/subdotación de personal para el 95% de los escenarios de demanda. Así, CVaR-95% representa un costo promedio esperado, el cual se calcula para aquellos escenarios de demanda cuyo costo excede el VaR-95 calculado.

Note que, %ME y %TM miden los requerimientos de polifuncionalidad,  $\varphi$  y  $\psi$  calculan los costos semanales incurridos, %SSS es una medida de fiabilidad, y CVaR-95 mide el riesgo asociado con las soluciones entregadas por cada enfoque.

### **2.5.2 Requerimientos de datos**

Usando información de una tienda de mejoramiento al hogar en Santiago de Chile, se aplica la formulación matemática presentada en la Sección 2.4. Los datos reales y simulados utilizados en este caso de estudio se describen a continuación.

#### **2.5.2.1 Datos reales**

Los datos incluyen información sobre: (i) tamaño de la tienda (i.e., número de empleados y departamentos); (ii) número de empleados especialistas inicialmente contratados en cada departamento de la tienda; (iii) departamento en el que está inicialmente capacitado cada empleado; (iv) características del contrato laboral; (v) demanda semanal promedio en cada departamento de la tienda; y (vi) parámetros de costos. Similar a Henao et al. (2015, 2016, 2019, 2021) y Porto et al. (2019, 2020, 2021) esta investigación también asume un mínimo costo de entrenamiento.

La Tabla 2-3 muestra los valores asociados a estos conjuntos y parámetros. Finalmente tenga en cuenta que en el caso de estudio, se considera que el problema de asignación de personal determinista está completamente bien equilibrado. Es decir, las horas de trabajo disponibles para asignación en cualquier departamento,  $(|I_l|h)$ , son iguales al valor en horas de la demanda promedio en ese departamento  $(\bar{r}_l)$ .

**Tabla 2-3.** Descripción de los datos reales

| Notación          | Valor   |
|-------------------|---|
| <i>Conjuntos</i>  |   |
| $L$               | $ L =6$   |
| $I$               | $ I =30$  |
| $I_l$             | $ I_1 =7;  I_2 =5;  I_3 =3;  I_4 =3;  I_5 =4;  I_6 =8$  |
| <i>Parámetros</i> |   |
| $m_i$             | $m_i = 1, \forall i=1,2,3,4,5,6,7$<br>$m_i = 2, \forall i=8,9,10,11,12$<br>$m_i = 3, \forall i=13,14,15$<br>$m_i = 4, \forall i=16,17,18$<br>$m_i = 5, \forall i=19,20,21,22$<br>$m_i = 6, \forall i=23,24,25,26,27,28,29,30$ |
| $h$               | 45 horas  |
| $\bar{r}_l$       | $\bar{r}_1=315; \bar{r}_2=225; \bar{r}_3=135; \bar{r}_4=135; \bar{r}_5=180; \bar{r}_6=360$  |
| $c$               | US\$ 1/empleado   |
| $u$               | US\$ 60/hora  |
| $b$               | US\$ 15/hora  |

### 2.5.2.2 Datos simulados

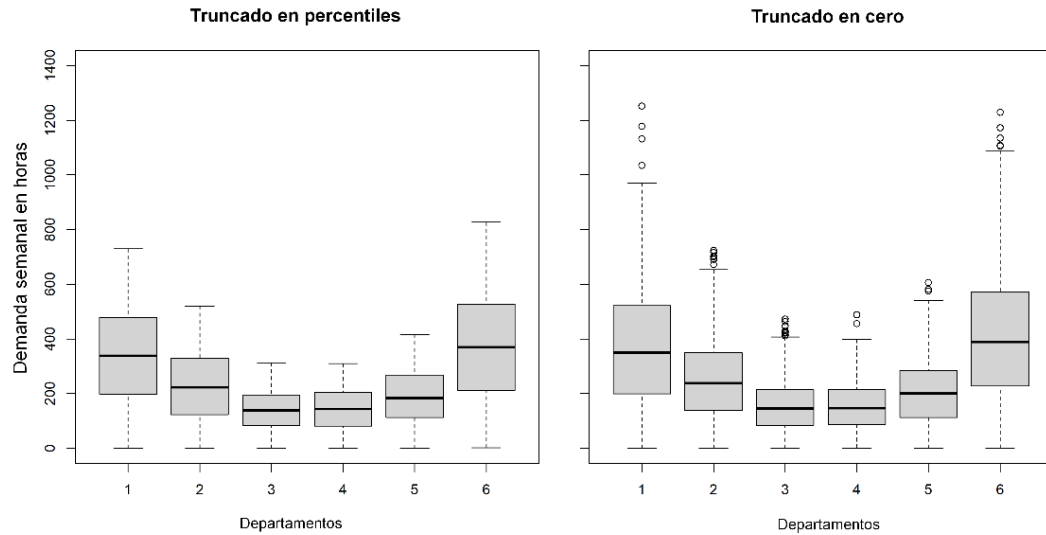
Los datos incluyen información sobre el parámetro incierto de la demanda semanal en cada departamento de la tienda. Se considera dos tipos de datos simulados: (i) Datos dentro de la muestra (*in-sample data*) y (ii) Datos fuera de la muestra (*out-of-sample data*). *In-sample data* representa los datos usados para encontrar la solución óptima de las variables de primera etapa del enfoque TSSO. *Out-of-sample data* representan los datos reservados de la muestra para validar el desempeño del enfoque TSSO, y comparar sus soluciones con las soluciones de los enfoques miopes. Para ambos conjuntos de datos simulados, se consideran nueve niveles de variabilidad (coeficientes de variación, CV) en la demanda de personal:  $CV = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\%$ . Adicionalmente, para ambos conjuntos de datos, se considera que las realizaciones no negativas de la demanda estocástica para cada departamento de la tienda siguen una distribución de probabilidad normal. Garantizando que, en ambos conjuntos de datos, no se permitan valores de demanda negativos. Se destaca que Henao et al. (2016, 2019, 2021) y Porto et al. (2019, 2021), artículos con casos de estudio en retail, también usaron esta misma función de densidad de probabilidad para evaluar los beneficios de la polifuncionalidad pero usando una política de *2-chaining*.

Por una parte, para los datos dentro de la muestra, se usa la simulación de Monte Carlo para generar aleatoriamente 1000 escenarios de demanda (i.e.,  $|S| = 1000$ ) para cada departamento y CV. Note que, se realizó una evaluación de la muestra de datos para identificar el tamaño de la muestra apropiado  $|S|$ . En consecuencia, se escogió  $|S| = 1000$  ya que alrededor de ese valor las soluciones de TSSO se estabilizaron. Adicionalmente, interesa medir el nivel de conservatismo en las soluciones reportadas por el enfoque TSSO. Por lo tanto, para los datos dentro de la muestra, se generan dos conjuntos de datos usando distintos tipos de truncamiento en la fdp asociada a la demanda de personal. El primer conjunto de datos considera un truncamiento más conservador y, en consecuencia, la fdp fue truncada en cero. Esto implica que, para CV altos, se puede generar con mayor frecuencia valores extremos de la demanda (en ambas colas). El segundo conjunto de datos considera un truncamiento menos conservador y, por lo tanto, la fdp fue truncada en percentiles 5 y 95. Es decir, considera el 90% de los datos centrales de la distribución, evitando así valores extremos. Notar que, se considera que un truncamiento es más conservador cuando este permite un rango de valores más amplio es las posibles realizaciones de la demanda incierta.

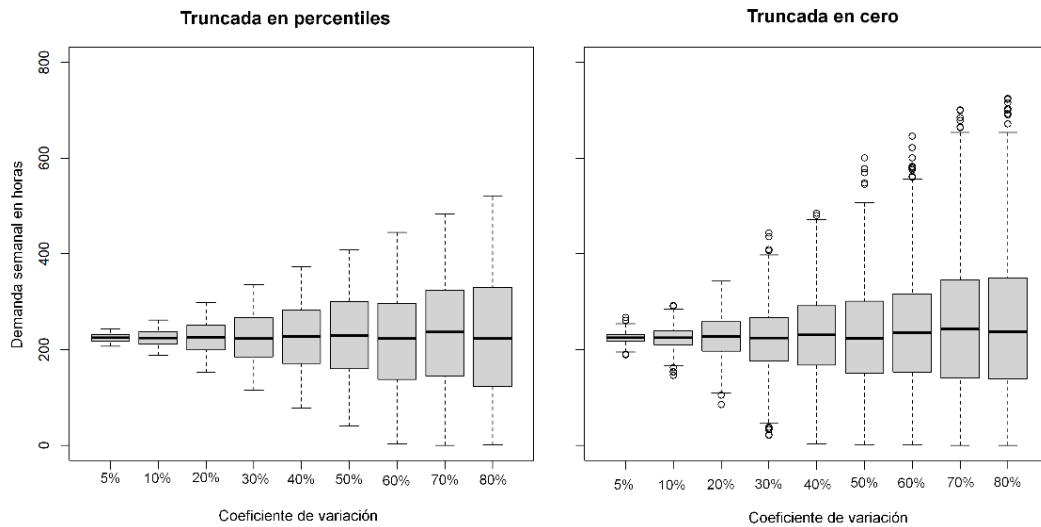
Por otra parte, en los datos fuera de la muestra y para simplificar el análisis, se usa un único tipo de truncamiento en lugar de dos. Por lo tanto, para una fdp truncada en cero, se usa una simulación Monte Carlo para generar aleatoriamente 10000 escenarios de demanda para cada departamento y CV. Este tamaño de muestra grande asegura que los análisis de estadísticos sean más precisos.

En las Figuras 2-2 y 2-3 se presentan boxplots para visualizar los datos simulados asociados con los datos dentro de la muestra.

Para un  $CV = 80\%$  en los seis departamentos de la tienda, la Figura 2-2 muestra una comparación entre los conjuntos de datos truncado en percentiles y truncado en cero. Se observa claramente que los valores de las realizaciones de la demanda semanal son más dispersos para la fdp truncada en cero. Más específicamente, los valores de la fdp truncada en percentiles oscilan entre 0 y 827 horas, mientras que los valores de la fdp truncada en cero oscilan entre 0 y 1252 horas. También note que, los valores de la demanda semanal promedio en cada departamento son los ya reportados en la Tabla 2-3.



**Figura 2-2.** In-sample data: Comparación entre percentil-truncada y cero-truncada, con  $CV=80\%$  en los seis departamentos de la tienda.



**Figura 2-3.** In-sample data: Comparación entre percentil-truncada y cero-truncada, en el Departamento 2 de la tienda y los nueve CV.

Adicionalmente, la Figura 2-3 muestra para el Departamento 2 y cada CV, otra comparación entre los conjuntos de datos truncado en percentiles y truncado en cero. Recordar que  $\bar{r}_2 = 225$  horas para el Departamento 2. De la figura se observa como a medida que aumenta el CV se expande el rango de valores de la demanda semanal. Por ejemplo, para una fdp truncada en percentiles, cuando  $CV = 5\%$  los valores de la demanda semanal oscilan entre 207 y 243 horas,

mientras que cuando  $CV = 80\%$  los valores de la demanda semanal oscilan entre 1 y 520 horas. También se observa nuevamente como los valores de las realizaciones de la demanda semanal son más dispersos para la fdp truncada en cero. De hecho, en la Figuras 2-2 y 2-3 se observa la presencia de datos atípicos para la fdp truncada en cero. Esto es esperable, ya que la fdp truncada en cero considera un mayor porcentaje de la distribución de los datos.

## **2.6 Resultados y discusión**

En esta sección, se describen los experimentos computacionales realizados para evaluar los beneficios de la polifuncionalidad bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . También se presenta los resultados obtenidos ante diferentes niveles de variabilidad en la demanda junto con algunas discusiones del caso de estudio. En la Subsección 2.6.1, usando los datos dentro de la muestra, se presentan los requerimientos de polifuncionalidad reportados por el enfoque TSSO. Recordar que, la solución del enfoque TSSO considera dos conjuntos de datos *in-sample*: truncado en cero (TSSO-TC) y truncado en percentiles (TSSO-TP). En la Subsección 2.6.2, usando los datos fuera de la muestra, se analiza y compara en términos de costos, fiabilidad, y riesgo, las soluciones reportadas por el enfoque TSSO (TSSO-TC y TSSO-TP) y los enfoques miopes (PC y PT).

### **2.6.1 Análisis dentro de la muestra**

En esta sección se evalúa el desempeño del enfoque TSSO propuesto en la Sección 2.4.2. El modelo (12)-(22) fue escrito en AMPL y se ejecutó a través de Neos Server durante 8 horas (restrictivo) usando el software comercial CPLEX. Para todas las instancias, se obtuvieron gaps de optimalidad menores a 0.05%. Para el análisis dentro de la muestra, los resultados y discusiones son presentados en las siguientes tres subsecciones: (i) Características de los modelos, (ii) ¿Cuánta polifuncionalidad agregar? y (iii) ¿Cómo agregar la polifuncionalidad?

#### **2.6.1.1 Características de los modelos**

La Tabla 2-4, para cada CV, informa las características de los modelos TSSO-TC, TSSO-TP y Determinístico (DT). Por una parte, se reportan los tiempos computacionales de los modelos TSSO-TC y TSSO-TP (en horas) y el modelo DT (en segundos). Por otra parte, también se reportan los tamaños de los modelos en términos del número restricciones y variables. Se observa que, debido a la diferencia en el tamaño de los modelos, los tiempos de solución para los modelos

TSSO-TC y TSSO-TP son más altos en comparación con el modelo DT. También se destaca que, dado que las decisiones de entrenamiento de personal son consideradas táctico-estratégicas y tomadas en horizontes de planificación de mediano y largo plazo, los tiempos de solución para los modelos TSSO-TC y TSSO-TP son aceptables.

**Tabla 2-4.** Tamaño de los modelos y tiempos computacionales

| Modelo  | Restricciones | Variables binarias | Variables continuas |
|---------|---------------|--------------------|---------------------|
| TSSO-TC | 216,066       | 150                | 192,060             |
| TSSO-TP | 216,066       | 150                | 192,060             |
| DT      | 282           | 150                | 252                 |

| Modelo  | Tiempo en CPU |     |     |     |     |       |       |     |       |          |
|---------|---------------|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-----|-------|----------|
|         | CV            |     |     |     |     |       |       |     |       |          |
|         | 5%            | 10% | 20% | 30% | 40% | 50%   | 60%   | 70% | 80%   | Promedio |
| TSSO-TC | 2.7 h         | 8 h | 8 h | 8 h | 7 h | 4.5 h | 3.9 h | 8 h | 3.3 h | 5.9 h    |
| TSSO-TP | 1.2 h         | 8h  | 8h  | 8h  | 8 h | 6.3 h | 8 h   | 8 h | 8 h   | 7.1 h    |
| DT      | 1.5 s         |     |     |     |     |       |       |     |       | 1.5 s    |

### 2.6.1.2 ¿Cuánta polifuncionalidad agregar?

En esta subsección se busca una respuesta a la siguiente pregunta táctica: ¿Cuántos empleados deben ser polifuncionales y en cuántos departamentos adicionales? Para los seis departamentos y los nueve CV, la Figura 2-4 (en color) muestra el número de óptimo de empleados polifuncionales requeridos bajo los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP. También se reportan las métricas para el porcentaje total de empleados polifuncionales (%ME) y el porcentaje de polifuncionalidad total (%TM). Adicionalmente, se reportan las métricas %ME- $k$ . Estas métricas representan el porcentaje de empleados polifuncionales entrenados en  $(k - 1)$  departamentos adicionales, lo cual implica que son empleados entrenados en un total de  $k$  departamentos. Por ejemplo, la métrica %ME-3 representa el porcentaje de empleados polifuncionales entrenados en dos departamentos adicionales y, por lo tanto, son empleados entrenados en un total de tres departamentos.

| TSSO-TC | %CV | Demanda semanal promedio (h) |     |     |     |     |     | %ME           | %ME-2 | %ME-3 | %ME-4 | %TM |
|---------|-----|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|---------------|-------|-------|-------|-----|
|         |     | 315                          | 225 | 135 | 135 | 180 | 360 |               |       |       |       |     |
| 5       | 1   | 1                            | 1   | 1   | 1   | 1   | 20  | 20            | 0     | 0     | 4     |     |
| 10      | 2   | 2                            | 1   | 1   | 1   | 2   | 30  | 30            | 0     | 0     | 6     |     |
| 20      | 4   | 3                            | 2   | 2   | 3   | 4   | 60  | 60            | 0     | 0     | 12    |     |
| 30      | 6   | 4                            | 3   | 3   | 4   | 6   | 87  | 87            | 0     | 0     | 17    |     |
| 40      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 7   | 97  | 90            | 7     | 0     | 21    |     |
| 50      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 73            | 27    | 0     | 25    |     |
| 60      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 47            | 50    | 3     | 31    |     |
| 70      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 47            | 50    | 3     | 31    |     |
| 80      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 30            | 60    | 10    | 36    |     |
|         |     | D1                           | D2  | D3  | D4  | D5  | D6  | Department ID |       |       |       |     |

| TSSO-TP | %CV | Demanda semanal promedio (h) |     |     |     |     |     | %ME           | %ME-2 | %ME-3 | %TM |
|---------|-----|------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|---------------|-------|-------|-----|
|         |     | 315                          | 225 | 135 | 135 | 180 | 360 |               |       |       |     |
| 5       | 1   | 1                            | 1   | 1   | 1   | 1   | 20  | 20            | 0     | 4     |     |
| 10      | 2   | 1                            | 1   | 1   | 1   | 2   | 27  | 27            | 0     | 5     |     |
| 20      | 3   | 2                            | 1   | 1   | 2   | 3   | 40  | 40            | 0     | 8     |     |
| 30      | 4   | 3                            | 2   | 2   | 2   | 5   | 60  | 60            | 0     | 12    |     |
| 40      | 5   | 4                            | 2   | 2   | 3   | 6   | 73  | 73            | 0     | 15    |     |
| 50      | 6   | 4                            | 3   | 3   | 4   | 7   | 90  | 90            | 0     | 18    |     |
| 60      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 90            | 10    | 22    |     |
| 70      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 70            | 30    | 26    |     |
| 80      | 7   | 5                            | 3   | 3   | 4   | 8   | 100 | 63            | 37    | 27    |     |
|         |     | D1                           | D2  | D3  | D4  | D5  | D6  | Department ID |       |       |     |

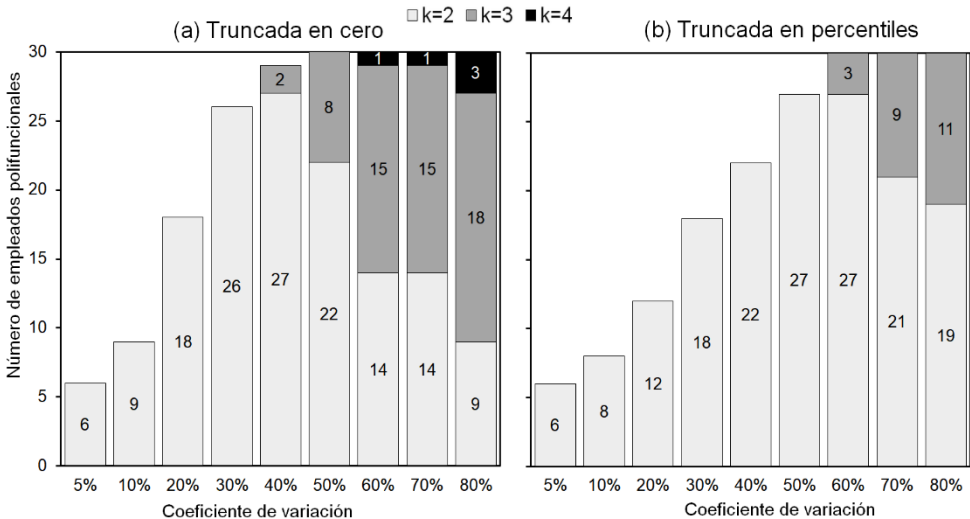
**Figura 2-4.** Métricas de polifuncionalidad asociadas con cada CV y enfoque TSSO.

La Figura 2-4 muestra varios aspectos destacables. Primero, el número de empleados polifuncionales aumenta a medida que aumenta la demanda media de un departamento y su coeficiente de variación. A su vez, para toda la tienda, se observa que aumentan los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM) a medida que también aumenta el %CV de la demanda. Segundo, para ambos enfoques (TSSO-TC y TSSO-TP), si el nivel de variabilidad en la demanda es mínimo ( $CV=5\%$ ), solo se requiere un empleado polifuncional por departamento. Este resultado puede interpretarse como la inversión mínima necesaria en polifuncionalidad (i.e.,  $TM=4\%$  y  $ME=20\%$ ). Tercero, para ambos enfoques, si el nivel de variabilidad en la demanda es máximo ( $CV=80\%$ ), se requiere que todos los empleados sean polifuncionales ( $ME=100\%$ ). De hecho, para el enfoque TSSO-TP, si el  $CV \geq 60\%$  se requiere que el 100% de los empleados sea polifuncional. Por su parte, el enfoque TSSO-TC requiere que el 100% de los empleados sea polifuncional si el  $CV \geq 50\%$ . Este resultado es razonable, ya que el enfoque TSSO-TC considera un conjunto más extenso de las realizaciones aleatorias de la demanda. En consecuencia, el enfoque TSSO-TC reporta soluciones más conservadoras que las reportadas por el enfoque TSSO-TP. En otras palabras, el enfoque TSSO-TC siempre reporta los mismos o mayores requisitos de polifuncionalidad que el enfoque TSSO-TP.

Continuando con el análisis de la Figura 2-4. Un cuarto análisis destacable es determinar para que niveles de variabilidad en la demanda es más costo-efectivo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  versus una política *2-chaining*. Por una parte, para el enfoque TSSO-TC se observa que si el  $CV \leq 30\%$ , los empleados polifuncionales están capacitados en una única habilidad adicional (i.e., un total de dos departamentos). Esto indica que para estos niveles de variabilidad en la demanda una política *2-chaining* es suficiente. Para el enfoque TSSO-TP, se observa que cuando  $CV \leq 50\%$  la política *2-chaining* es la más beneficiosa. Por otra parte, bajo el enfoque TSSO-TC, se observa que para CV mayores al 30% se requieren empleados polifuncionales capacitados en uno, dos y hasta en tres departamentos adicionales. De manera análoga, bajo el enfoque TSSO-TP, CV mayores al 50% requieren empleados polifuncionales capacitados en uno o hasta en dos departamentos adicionales. Estos resultados muestran que para altos %CV en la demanda, una política *2-chaining* no es suficiente y, por lo tanto, se requiere usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar el máximo beneficio asociado a la polifuncionalidad. Un quinto aspecto destacable es que, para ambos enfoques, en ningún CV se requieren empleados polifuncionales entrenados

en cuatro o más departamentos adicionales (i.e., cinco o más departamentos en total). Esto indica que políticas *k-chaining* con valores  $k = 2$ ,  $k = 3$  y  $k = 4$  ofrecen los resultados más costo-efectivos.

Finalmente, para ambos enfoques y cada CV, la Figura 2-5 muestra en detalle la cantidad de empleados polifuncionales en la tienda quienes están entrenados en un total de dos, tres, o cuatro departamentos. Notar que, bajo el enfoque TSSO-TP algunos empleados fueron entrenados en un máximo de dos departamentos adicionales, mientras bajo el enfoque TSSO-TC algunos empleados fueron entrenados en un máximo de tres departamentos adicionales. Además, en la Figura 2-4 se observó que bajo un enfoque TSSO-TC, los beneficios de usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  se reflejan más temprano (i.e. en CV menores) que lo observado bajo el enfoque TSSO-TP. Este resultado es intuitivo, ya que bajo el enfoque TSSO-TP se evitan valores de demanda extremos y, por lo tanto, su nivel de protección ante la incertidumbre de la demanda es menor al que ofrece el enfoque TSSO-TC.



**Figura 2-5.** Número de empleados polifuncionales que pueden trabajar en dos o más departamentos, para cada CV y enfoque TSSO.

**2.6.1.3 ¿Cómo agregar la polifuncionalidad?**

El objetivo de esta subsección es analizar el conjunto de estructuras polifuncionales de cadena cerrada obtenidas usando un enfoque TSSO y una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Se busca responder las siguientes dos preguntas tácticas: ¿En cuáles departamentos adicionales debe



capacitarse cada empleado polifuncional? y ¿Cuántas cadenas cerradas (CLC y/o CCC) se formarán y qué departamentos deben vincularse en cada una de ellas?

Como ejemplo, la Tabla 2-5 presenta el conjunto de estructuras polifuncionales de cadena cerrada obtenidas para un CV=30% y los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP. Para cada enfoque, la tabla muestra las cadenas cerradas construidas, y de qué tipo son (CLC o CCC).

En la Tabla 2-5, bajo el enfoque TSSO-TC, se observa que seis cadenas cerradas fueron construidas: dos CLCs y cuatro CCCs. Por ejemplo, la cadena corta cerrada “D1-D6-D5-D1” significa que un empleado de del Departamento 1 (D1) fue entrenado en el D6, un empleado del D6 fue entrenado en el D5, y un empleado del D5 fue entrenado en el D1. Bajo el enfoque TSSO-TP también seis cadenas cerradas fueron construidas, en este caso, una CLC y cinco CCCs. Aunque el número de cadenas construidas fue el mismo, el enfoque TSSO-TC requirió 26 entrenamientos adicionales, mientras que el enfoque TSSO-TP requirió 18.

**Tabla 2-5.** Cadenas cerradas construidas con CV=30% para cada enfoque TSSO

| <b>Enfoque</b> | <b>Cadenas cerradas</b> | <b>Tipo de cadenas</b> |
|----------------|-------------------------|------------------------|
| <b>TSSO-TC</b> | D1-D2-D4-D6-D3-D5-D1    | CLC                    |
|                | D1-D2-D6-D5-D4-D3-D1    | CLC                    |
|                | D1-D4-D6-D5-D2-D1       | CCC                    |
|                | D1-D6-D2-D3-D1          | CCC                    |
|                | D1-D6-D5-D1             | CCC                    |
|                | D1-D6-D1                | CCC                    |
| <b>TSSO-TP</b> | D1-D2-D3-D6-D4-D5-D1    | CLC                    |
|                | D5-D2-D6-D5             | CCC                    |
|                | D4-D6-D1-D4             | CCC                    |
|                | D1-D3-D1                | CCC                    |
|                | D1-D6-D1                | CCC                    |
|                | D6-D2-D6                | CCC                    |

De la Tabla 2-5, para el enfoque TSSO-TC, también se observa que su conjunto de estructuras polifuncionales de cadena cerrada construidas repite arcos de entrenamiento como: “D1-D2”, “D1-D6”, “D6-D5” y “D5-D1”. Por lo tanto, a la luz de un enfoque TSSO, puede ser conveniente conectar más de una vez aquellos pares de departamentos con demandas medias grandes. Recordar que, en el caso de estudio (ver Tabla 2-3), los departamentos con demandas medias mayores son justamente D1, D2, D5 y D6. Este resultado es interesante, ya que estudios basados en heurísticas constructivas para generar el *chaining* como los presentados por Henao et al. (2016) y Henao et

al. (2019), procuran maximizar la flexibilidad y, por lo tanto, recomiendan evitar la repetición de arcos de entrenamiento.

### 2.6.2 Análisis fuera de la muestra

En esta sección se evalúa y compara el desempeño de los planes de capacitación reportados por los enfoques in-optimización bajo incertidumbre (TSSO-TC y TSSO-TP) y los enfoques míopes (PC y PT). La Tabla 2-6, para cada enfoque y %CV en la demanda, muestra las métricas de desempeño asociadas a los resultados dentro y fuera de la muestra. Las columnas 3, 4, 5, 6, y 7 muestran los requerimientos de polifuncionalidad reportados en el análisis dentro de la muestra (i.e., %ME, %ME-2, %ME-3, %ME-4, %TM). Las columnas 8, 9, 10, y 11 reportan las métricas asociadas al análisis fuera de la muestra. Note que estas últimas métricas se calculan con base a los 10000 escenarios de demanda aleatoria generados a través de simulación Monte Carlo. La columna 8 reporta el porcentaje de ahorro en el costo semanal promedio de sobre/subdotación de personal ( $\overline{\%SSS}$ ). La columna 9 presenta la métrica de riesgo CVaR-95. Valores altos de esta métrica indican que la solución de polifuncionalidad reportada es más débil ante escenarios de demanda de alto riesgo (i.e., escenarios asociados al 5% de los costos de sobre/subdotación más altos). La columna 10 reporta el costo total semanal promedio incurrido ( $\bar{\varphi}$ ). La columna 11 presenta la métrica llamada Grupos Homogéneos. Esta métrica permite, a través del procedimiento de diferencia mínima significativa (LSD) de Fisher, comparar y determinar si existen diferencias significativas entre los costos totales promedio incurridos por los cuatro enfoques. Con una confianza del 95%, enfoques alineados con una X en la misma sub-columna no presentan diferencia significativa en el costo total promedio, mientras aquellos ubicados en sub-columnas distintas si difieren significativamente. A su vez, aquellos enfoques alineados en la sub-columna “1” son los de mínimo costo y, por lo tanto, son los más costo-efectivos.

La Tabla 2-6 muestra varios resultados interesantes. Primero, para todos los CV, el enfoque TSSO-TC entrega siempre el costo total promedio ( $\bar{\varphi}$ ) más bajo.

**Tabla 2-6.** Métricas de desempeño para cada enfoque y %CV

| CV  | Enfoque | Dentro de la muestra |       |       |       |     | Fuera de la muestra |                |                        |                   |   |   |   |
|-----|---------|----------------------|-------|-------|-------|-----|---------------------|----------------|------------------------|-------------------|---|---|---|
|     |         | %ME                  | %ME-2 | %ME-3 | %ME-4 | %TM | % $\overline{SSS}$  | CVaR-95 (US\$) | $\bar{\varphi}$ (US\$) | Grupos homogéneos |   |   |   |
|     |         |                      |       |       |       |     |                     |                |                        | 1                 | 2 | 3 | 4 |
| 5%  | TSSO-TC | 20                   | 20    | 0     | 0     | 4   | 100                 | 3,672          | 882                    | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 20                   | 20    | 0     | 0     | 4   | 100                 | 3,672          | 882                    | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 3,672          | 1,026                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 4,348          | 2,013                  | X                 |   |   |   |
| 10% | TSSO-TC | 30                   | 30    | 0     | 0     | 6   | 100                 | 7,452          | 1,799                  | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 27                   | 27    | 0     | 0     | 5   | 99                  | 7,452          | 1,815                  | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 7,452          | 1,937                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 8,838          | 4,046                  | X                 |   |   |   |
| 20% | TSSO-TC | 60                   | 60    | 0     | 0     | 12  | 100                 | 14,807         | 3,564                  | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 40                   | 40    | 0     | 0     | 8   | 98                  | 14,809         | 3,647                  | X X               |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 14,807         | 3,692                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 17,717         | 8,124                  | X                 |   |   |   |
| 30% | TSSO-TC | 87                   | 87    | 0     | 0     | 17  | 100                 | 22,170         | 5,323                  | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 60                   | 60    | 0     | 0     | 12  | 98                  | 22,170         | 5,418                  | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 22,170         | 5,445                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 26,412         | 12,154                 | X                 |   |   |   |
| 40% | TSSO-TC | 97                   | 90    | 7     | 0     | 21  | 100                 | 29,476         | 7,187                  | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 29,476         | 7,297                  | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 73                   | 73    | 0     | 0     | 15  | 98                  | 29,554         | 7,350                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 34,828         | 16,104                 | X                 |   |   |   |
| 50% | TSSO-TC | 100                  | 73    | 27    | 0     | 25  | 100                 | 37,347         | 9,274                  | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 37,343         | 9,365                  | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 90                   | 90    | 0     | 0     | 18  | 99                  | 37,359         | 9,404                  | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 43,672         | 20,170                 | X                 |   |   |   |
| 60% | TSSO-TC | 100                  | 47    | 50    | 3     | 31  | 100                 | 46,397         | 11,865                 | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 46,397         | 11,963                 | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 100                  | 90    | 10    | 0     | 22  | 99                  | 46,397         | 11,988                 | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 52,982         | 24,224                 | X                 |   |   |   |
| 70% | TSSO-TC | 100                  | 47    | 50    | 3     | 31  | 100                 | 55,555         | 14,798                 | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 100                  | 70    | 30    | 0     | 26  | 99                  | 55,570         | 14,854                 | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 55,555         | 14,876                 | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 62,688         | 28,380                 | X                 |   |   |   |
| 80% | TSSO-TC | 100                  | 30    | 60    | 10    | 36  | 100                 | 65,362         | 18,356                 | X                 |   |   |   |
|     | PT      | 100                  | -     | -     | -     | 100 | 100                 | 65,362         | 18,439                 | X                 |   |   |   |
|     | TSSO-TP | 100                  | 63    | 37    | 0     | 27  | 99                  | 65,382         | 18,474                 | X                 |   |   |   |
|     | PC      | 0                    | -     | -     | -     | 0   | 0                   | 72,313         | 32,842                 | X                 |   |   |   |

Segundo, las métricas  $\overline{SSS}$  y CVaR-95 permiten evaluar y comparar la fiabilidad y el riesgo de las soluciones entregadas por cada enfoque. Se observa que, para cada CV, los enfoques miopes PC y PT siempre entregan el mínimo y el máximo ahorro posible en el costo semanal promedio de sobre/subdotación de personal ( $\overline{SSS}$ ), respectivamente. Este resultado es intuitivo, ya que PT

representa el enfoque más fiable y conservador proveyendo la máxima protección ante la incertidumbre (i.e.,  $\%ME = \%TM = \overline{\%SSS} = 100\%$ ). Mientras PC representa el enfoque menos fiable y conservador y, por lo tanto, no ofrece ninguna protección ante la demanda incierta (i.e.,  $\%ME = \%TM = \overline{\%SSS} = 0\%$ ). Este mismo resultado es replicado por la métrica CVar-95 para cada CV, ya que los enfoques PC y PT siempre entregan el máximo y mínimo valor de dicha métrica, respectivamente.

Tercero, para cada CV el enfoque TSSO-TC a pesar de ser menos conservador que el enfoque PT, también obtiene el máximo ahorro posible en el costo semanal promedio de sobre/subdotación de personal ( $\overline{\%SSS} = 100$ ). Mientras que el enfoque TSSO-TP obtiene valores de  $\overline{\%SSS}$  mayores o iguales al 98%. Además, tenga en cuenta también que los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP reportan valores de CVaR muy cercanos a los reportados por el enfoque PT. Estos resultados muestran que, mediante el enfoque propuesto TSSO bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , es posible cosechar el 100% de los beneficios potencialmente alcanzables, pero con una inversión mucho menor en polifuncionalidad que la requerida por una política de polifuncionalidad total. Cuarto, para cada CV, la métrica denominada grupos homogéneos muestra que los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP son los únicos que siempre pertenecen al grupo de enfoques de menor costo, lo cual los convierte en los más costo-efectivos y atractivos para los tomadores de decisión.

## 2.7 Conclusiones y futuras investigaciones

Este estudio propuso resolver un problema de asignación semanal de personal con polifuncionalidad y demanda incierta para la industria retail. Esta investigación presenta varias contribuciones. Primero, para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda de personal, se desarrolla un modelo de optimización estocástica de dos etapas para minimizar el costo de capacitación y el costo promedio esperado de sobre/subdotación de personal. Segundo, de forma novedosa, la formulación matemática en simultáneo modela la polifuncionalidad como una variable de decisión y usa una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Tercero, a través de un extenso análisis computacional, se compara el enfoque TSSO propuesto con los enfoques miopes PC y PT, también, se evalúa el conservatismo de las soluciones reportadas por el enfoque TSSO usando dos tipos de truncamiento en la fdp asociada a la demanda incierta.

La metodología fue aplicada usando información de una tienda de retail chilena con múltiples departamentos. Para el caso de estudio, usando datos reales y simulados, se realizan análisis dentro y fuera de la muestra considerando nueve niveles de variabilidad en la demanda. Por una parte, el análisis dentro de la muestra permitió responder a dos preguntas tácticas asociadas a la polifuncionalidad: ¿cuánta y cómo agregarla? Por otra parte, el análisis fuera de la muestra, permitió evaluar y comparar la fiabilidad y nivel de riesgo asociado a las soluciones reportados por los enfoques in-optimización bajo incertidumbre (TSSO-TC y TSSO-TP) y los enfoques miopes (PC y PT).

Respecto al análisis dentro de la muestra, se destacan tres hallazgos interesantes. Primero, los resultados mostraron que para bajos %CV en la demanda una política *2-chaining* entrega el máximo beneficio de la polifuncionalidad. Sin embargo, para altos %CV en la demanda, una política *2-chaining* no es suficiente y, por lo tanto, se requiere usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar el máximo beneficio. Adicionalmente, se evidenció que este umbral asociado al %CV difiere entre los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP. Es decir, para el enfoque TSSO-TC una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es requerida cuando  $CV > 30\%$ , mientras que para el enfoque TSSO-TP esta política fue requerida cuando  $CV > 50\%$ . Segundo, para los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP, los resultados mostraron que aproximadamente el 99% de los empleados polifuncionales fueron capacitados en uno o dos departamentos adicionales, i.e.,  $k = 2$  y  $k = 3$ , respectivamente. Mientras que, solo para el enfoque TSSO-TC, algunos empleados polifuncionales fueron entrenados en un máximo de tres departamentos adicionales, i.e.,  $k = 4$ . Considerando que la tienda estudiada cuenta con 6 departamentos, este resultado muestra que: (i) la polifuncionalidad total es innecesaria y (ii) hay rendimientos decrecientes a escala cuando aumenta el número de habilidades adicionales entrenadas. Tercero, se observó que los conjuntos de estructuras polifuncionales de cadena cerrada obtenidos mostraron una combinación de CCCs de diferentes longitudes y CLCs. Además, aunque es deseable tener variedad en los arcos de entrenamiento que conforman las cadenas cerradas, se descubrió que conectar pares de departamentos con grandes demandas medias más de una vez también es costo-efectivo.

Respecto al análisis fuera de la muestra, las soluciones de los enfoques miopes PC y PT representaron respectivamente la cota mínima y máxima asociado al nivel de conservatismo de las soluciones. Es decir, teóricamente el enfoque PT representa la máxima protección ante la

variabilidad de la demanda (i.e. polifuncionalidad total), mientras el enfoque PC no ofrece ninguna protección (i.e. polifuncionalidad cero). Sin embargo, con inversiones en polifuncionalidad mucho menores a los requeridos por el enfoque PT, los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP alcanzaron respectivamente el 100% y 98-100% de los ahorros factibles en los costos de sobre y subdotación de personal. De hecho, para todos los %CV en la demanda, ambos enfoques siempre fueron los más costo-efectivos y, por lo tanto, los planes de capacitación construidos por dichos enfoques representan los más atractivos de implementar para los tomadores de decisiones.

En cuanto a la investigación futura, nuevos estudios podrían relajar los siguientes supuestos de la formulación: (1) Incorporar decisiones de contratación de personal. (2) Modelar una mano de obra heterogénea, tal que la productividad individual de los empleados polifuncionales pueda diferir entre los departamentos donde están capacitados. (3) Evaluar un caso de estudio donde los costos de sobredotación, subdotación, y capacitación varíen entre los departamentos de la tienda.

Finalmente, en este segundo capítulo de la tesis, se abordó un problema de asignación de personal polifuncional a través de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Este problema consideró la modelación de la mano de obra como homogénea, es decir, que todos los empleados contaban con productividad máxima en todos los departamentos donde se encontraran capacitados. Similar a este capítulo, en el capítulo siguiente se resuelve un problema de asignación de personal polifuncional que incorpora una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , buscando dar respuesta a las preguntas claves sobre polifuncionalidad: cuanto agregar y como agregarla. Sin embargo, en este tercer capítulo el problema se resuelve considerando la mano de obra heterogénea, por lo cual se incorpora el fenómeno conocido como aprendizaje y olvido para modelar las productividades de los empleados en los diferentes departamentos donde se entrenen.

### 3 ASIGNACIÓN DE PERSONAL POLIFUNCIONAL CONSIDERANDO *K-CHAINING* Y EL FENÓMENO DE APRENDIZAJE Y OLVIDO: CASO DE ESTUDIO EN RETAIL

**Resumen.** Este estudio evalúa los potenciales beneficios de la polifuncionalidad bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  considerando el fenómeno de aprendizaje-olvido para modelar una mano de obra heterogénea. En el capítulo se propone un modelo determinista de programación entera-mixta que calcule los niveles de polifuncionalidad que minimizan los costos de capacitación y subdotación de personal. La formulación propuesta determinará cuántos empleados deben ser especialistas y cuántos polifuncionales, en cuántos departamentos adicionales se entrenará cada empleado polifuncional, y la asignación de horas de trabajo y la productividad observada en cada empleado durante cada semana del horizonte de planificación. La metodología se prueba para un caso de estudio usando datos reales y simulados derivados de una tienda de retail chilena. Adicionalmente, se presentan y comparan tres experimentos: polifuncionalidad cero, *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra homogénea, y *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra heterogénea. Para cada experimento se consideran nueve niveles de variabilidad en la demanda de personal. Los resultados muestran que modelar una mano de obra como homogénea subestima los niveles de polifuncionalidad requeridos para minimizar los costos de subdotación de personal. Por lo tanto, al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido se requieren mayores niveles de polifuncionalidad para compensar la pérdida de productividad de los empleados y dicha solución se puede considerar como más ajustada a la realidad. Finalmente, también se realizó un análisis de sensibilidad sobre el parámetro de tasa de aprendizaje para evaluar la estabilidad de las soluciones reportadas en cada nivel de variabilidad en la demanda.

#### 3.1 Introducción

A diferencia de otras industrias de la economía, la industria retail se enfrenta a volúmenes de demanda altamente inciertos que pueden cambiar a lo largo de las semanas del año, a través de los días de la semana, e incluso durante cada día (Cuevas et al., 2016; Mac-Vicar et al., 2017; Henao et al., 2015, 2016, 2019; Álvarez et al., 2020). A su vez, los retailers enfrentan variaciones no planificadas en la oferta de personal producto del ausentismo no programado (Yang, 2007; Sayin y Karabati, 2007; Henao et al., 2015, 2016; Mac-Vicar et al., 2017). Ambos fenómenos no

predecibles – la incertidumbre en la demanda y en la oferta de personal – pueden generar problemas de sobredotación y subdotación en varios momentos durante el transcurso de una semana (Henaó et al., 2015, 2016). Muchos autores expresan que una gestión inadecuada de la sobre y subdotación de personal puede generar un considerable aumento en los costos laborales y una disminución significativa en el nivel de servicio ofrecido a los clientes (Kabak et al., 2008; Simchi-Levy y Wei, 2012; Henaó, 2015).

En la industria retail varios autores han abordado los problemas de sobredotación y subdotación de personal usando empleados polifuncionales (e.g., Henaó et al., 2015, 2016, 2019, 2021; Mac-Vicar et al., 2017; Porto et al., 2019, 2020, 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021). En una tienda retail los empleados polifuncionales son aquellos capacitados para trabajar en  $k$  departamentos de la tienda (con  $k \geq 2$ ), lo cual permite transferir empleados polifuncionales disponibles de departamentos sobredotados a aquellos con presencia de subdotación. Por lo tanto, este tipo de personal permite un mejor ajuste entre la oferta y la demanda de personal (Hopp et al., 2004; Bokhorst et al., 2004; Easton 2011; Mac-Vicar et al., 2017; Porto et al., 2019; Mercado y Henaó, 2021; Mercado et al., 2021). Sin embargo, debido a que es costoso capacitar a los empleados para trabajar en cada departamento de la tienda (i.e., polifuncionalidad total), muchos autores han reportado que el uso de polifuncionalidad parcial puede generar casi el mismo beneficio esperado que la polifuncionalidad total, pero con un costo de inversión mucho menor (Parvin et al., 2012; Wang y Zhang 2015; Henaó et al., 2015,2016; Liu et al., 2017; Porto et al., 2019; Mercado et al., 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021). La polifuncionalidad parcial considera las siguientes dos características: (i) uso de empleados especialistas y polifuncionales, y (ii) uso de empleados polifuncionales que no requieren estar capacitados en todos los departamentos de la tienda.

Investigaciones en distintos sectores de aplicación coinciden en expresar que la forma más eficiente de generar estructuras de polifuncionalidad parcial es a través de la implementación de políticas *k-chaining* (e.g., Wallace y Witt, 2005; Iravani et al., 2005; Simchi-Levi y Wei, 2012; Henaó et al., 2016, 2019; Taskiran y Zhang, 2017, Porto et al., 2019; Liu et al., 2021; Fontalvo Echavez et al., 2021; Mercado et al., 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021). Bajo una política *k-chaining* las decisiones de asignación entre los empleados y los departamentos de la tienda se configuran a través de un grafo bipartito que involucra la formación de cadenas cerradas



de diferentes longitudes (Henao et al., 2016, 2019; Porto et al., 2019; Fontalvo Echavez et al., 2021; Mercado et al., 2021; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021). En la literatura, la política *2-chaining* es la más popular y recomendada entre las políticas *k-chaining*. Bajo esta política cada empleado polifuncional puede estar capacitado para trabajar en un máximo de dos departamentos (Hopp et al, 2004; Simchi-Levi y Wei, 2012; Henao et al, 2016, 2019; Porto et al., 2019). Sin embargo, trabajos recientes han estudiado una política *k-chaining* menos estricta, la cual se conoce como política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Bajo esta política los empleados polifuncionales pueden capacitarse para trabajar en dos o más departamentos (Wang y Zhang, 2015; Simchi-Levi y Wei, 2015; Abello et al., 2021; Vergara et al., 2021; Mercado y Henao, 2021). En particular, estudios con aplicaciones en la industria retail como Abello et al. (2021), Mercado y Henao (2021), y Mercado et al. (2021) reportaron que una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es más beneficiosa que una política *2-chaining* en escenarios con alta variabilidad en la demanda de personal.

Sin embargo, la mayoría de los estudios en la industria retail que incorporaron la polifuncionalidad laboral (con y sin políticas *k-chaining*) para minimizar los problemas de sobre/subdotación de personal modelaron la fuerza laboral como homogénea en lugar de heterogénea (e.g., Henao et al., 2015, 2016, 2019; Cuevas et al., 2016; Mac-Vicar et al., 2017; Álvarez et al., 2020; Porto et al., 2019, 2021; Abello et al., 2021; Fontalvo-Echavez et al., 2021). Por una parte, bajo un modelado de mano de obra homogénea, cada empleado polifuncional tiene máxima productividad en cada departamento donde fue capacitado para trabajar (Iravani et al., 2005; Muriel et al., 2006; Wang y Zhang, 2015; Henao et al., 2016, 2019; Porto et al., 2019, 2021; Abello et al., 2021; Mercado et al., 2021). Por otra parte, bajo un modelado de mano de obra heterogénea, debido al fenómeno conocido como aprendizaje y olvido la productividad individual de los empleados puede ser distinta entre los departamentos donde está capacitado (Sayin y Karabati, 2007; Heimerl y Kolisch, 2010; Kim y Nembhard, 2010; Azizi y Liang, 2013; Nembhard, 2014; Valeva et al., 2017; Cavagnini et al., 2019; Vergara et al., 2021). En Kim y Nembhard (2010), Nembhard y Bentefouet (2012), Korytkowski (2017) y López y Nembhard (2017), los autores explican que el fenómeno de aprendizaje se presenta cuando un empleado aumenta su productividad en aquellos tipos de tareas donde es asignado frecuentemente. En un caso contrario, Nembhard y Bentefouet (2012), Mehmanchi y Shadrokh (2013) y Korytkowski (2017) explican que el fenómeno de olvido se presenta cuando un empleado tiene una pérdida de

productividad en aquellos tipos de tareas donde es asignado con menor frecuencia o tiene descansos prolongados.

En consecuencia, este capítulo propone una metodología para evaluar los beneficios de la polifuncionalidad bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y considera el fenómeno de aprendizaje y olvido para modelar una mano de obra heterogénea. La incorporación del fenómeno de aprendizaje y olvido es relevante, ya que Azzi y Liang (2013) explican que la pérdida de productividad laboral puede ser mayor a medida que un empleado polifuncional es capacitado en mayor cantidad de tipos de tareas. Este es un argumento razonable, ya que autores como Kolisch y Heimerl (2012) explican que, un empleado polifuncional generalmente tiene una habilidad primaria con máxima productividad, mientras que en sus otras habilidades consideradas como secundarias (menos usadas) tiene productividades menores. Por lo tanto, el impacto de la pérdida de productividad derivado del fenómeno de aprendizaje y olvido podría ser mayor bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , ya que los empleados polifuncionales pueden ser entrenados en más de dos departamentos.

La metodología de solución consiste en formular un modelo de programación entera-mixta que calcule los niveles de polifuncionalidad que minimizan los costos de capacitación y de subdotación de personal. En el modelo matemático tanto las decisiones de polifuncionalidad como de productividad laboral se modelan como variables de decisión. A su vez, el modelo matemático incorpora un conjunto de restricciones que modelan el fenómeno de aprendizaje y olvido, y un conjunto de restricciones que garantizan la formación de cadenas cerradas a través de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Luego, la metodología propuesta es probada a través de un caso de estudio, el cual usa datos reales y simulados obtenidos de una tienda de retail chilena. El caso de estudio presenta y compara los siguientes tres experimentos: (i) polifuncionalidad cero, donde todos los empleados están capacitados en un único departamento; (ii) política *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra homogénea; y (iii) política *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra heterogénea (i.e., incluyendo el fenómeno de aprendizaje y olvido). Adicionalmente, para evaluar los beneficios de la política *k-chaining* con  $k \geq 2$  ante demanda variable y medir el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en los requerimientos de polifuncionalidad, nueve niveles de variabilidad en la demanda de personal son probados.

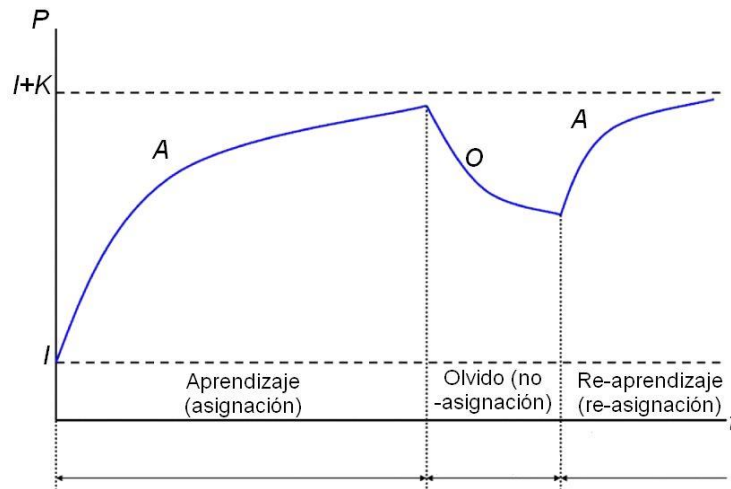
El resto de este capítulo está dividido en seis secciones. La Sección 3.2 resume la revisión de literatura sobre el fenómeno de aprendizaje y olvido y los estudios en retail que han abordado la polifuncionalidad en la gestión de los RRHH. La Sección 3.3 define el problema a ser estudiado, incluye la notación que se utilizara en la modelación matemática, y establece los supuestos considerados. La Sección 3.4 presenta la formulación determinista del modelo de optimización que incorpora una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y el fenómeno de aprendizaje y olvido. La Sección 3.5 muestra el caso de estudio, junto con la definición de los experimentos y las métricas de desempeño usadas para la evaluación de la metodología propuesta. La Sección 3.6 muestra los análisis realizados y los resultados obtenidos. Por último, la Sección 3.7 presenta las conclusiones de este trabajo y las recomendaciones futuras.

## **3.2 Revisión de literatura**

### **3.2.1 Teoría sobre el fenómeno de aprendizaje y olvido**

Muchos autores han discutido el fenómeno de aprendizaje y olvido (e.g., Kim y Nembhard, 2010; Nembhard y Bentefouet, 2012; Mehmanchi y Shadrokh, 2013; Korytkowski, 2017; López y Nembhard, 2017). En general, el fenómeno de aprendizaje establece que el tiempo necesario para realizar una tarea disminuye con la experiencia de realizar dicha tarea varias veces. Bajo esa misma línea, el fenómeno de olvido puede verse como la disminución de la productividad durante los tiempos de inactividad o realización de otra tarea.

Esta variación de productividad puede modelarse mediante curvas de aprendizaje y olvido. En la Figura 3-1 se puede observar el comportamiento típico de la productividad individual de un empleado modelada a través del fenómeno de aprendizaje y olvido, donde  $I$  es la experiencia inicial individual del empleado y  $K$  es la tasa de estado estacionario cuando se ha logrado todo el aprendizaje o productividad máxima. Investigaciones previas han demostrado que, si una organización reconoce el efecto del fenómeno de aprendizaje individual en la productividad de sus empleados, dicha organización podrá tomar mejores decisiones sobre la planificación y programación de sus empleados y, a su vez, reducir sus costos laborales (Sayin et al., 2007; Valeva et al., 2017; Jin et al., 2018; Cavagnini et al., 2019).



**Figura 3-1.** Productividad individual de un empleado con aprendizaje y olvido. Fuente: Kim y Nembhard (2010).

El fenómeno de aprendizaje y olvido en los empleados puede ser representado típicamente por los siguientes parámetros individuales: (i) tasa de aprendizaje ( $L$ ), (ii) tasa de olvido ( $F$ ), y (iii) tasa de productividad en estado estable ( $K$ ). Estos parámetros pueden variar entre empleados según sea la experiencia y las habilidades que posea cada uno de ellos. También, varios investigadores concluyeron que los parámetros de aprendizaje y olvido ( $L/F$ ) dependen de la complejidad de la tarea que se realiza. (Lance et al., 1998; McCreery y Krajewski, 1999; Nembhard, 2000; Kim y Nembhard, 2013; Nembhard y Osothsilp, 2005). En Nembhard y Osothsilp (2005), los autores relacionan la complejidad de la tarea con las tasas de aprendizaje y olvido, ellos mencionan que tareas de alta complejidad se asocian con un aprendizaje más lento, y a su vez con tasas de olvido más altas.

Además, la modelación de la productividad incorporando el fenómeno de aprendizaje y olvido se ha estudiado principalmente en el sector manufactura (Felan y Fry 2001; Yue et al., 2008; Kim y Nembhard 2010; Nembhard y Bentefouet 2012; Azizi y Liang 2013; Attia et al., 2014; López y Nembhard 2017; Valeva et al., 2017; Thürer et al., 2019; Cavagnini et al., 2019). Considere que, en el sector manufactura, las tareas realizadas por los empleados pueden ser consideradas de alta complejidad (e.g., soldadura, metalmecánica, construcción, entre otros) en comparación con las tareas realizadas por empleados en el sector servicios. En particular, para la industria retail, en Muñoz et al. (2021) los autores explican que los empleados pueden ser asignados a trabajar como

cajeros, asistentes de venta en pasillo, o reponedores de productos en góndola. Tales tareas pueden ser consideradas como de complejidad media-baja (Henao et al., 2015, 2016, 2019).

También, un aspecto importante al modelar el fenómeno de aprendizaje y olvido es determinar cuál es la curva de aprendizaje que representa de mejor manera la productividad de un empleado. La literatura indica que las curvas de aprendizaje pueden ser del tipo multivariantes o univariados (Grosse et al., 2015). Entre los modelos univariados los más usados son los modelos log-lineales, exponenciales, e hiperbólicos (Anzanello y Fogliato 2011; Grosse et al., 2015; Glock et al., 2018). La Tabla 3-1 muestra un resumen de los modelos de curva de aprendizaje más utilizados en la literatura. Sin embargo, para incluir el efecto de olvido, cada modelo se puede modificar y adaptar según las necesidades.

**Tabla 3-1.** Clasificación de modelos de curvas de aprendizaje más usados en la literatura.

| <b>Modelos de aprendizaje</b>            | <b>Formula</b>                                     | <b>Descripción de los parámetros</b>                               |
|--|--|--|
| <i>Modelos Log-lineales</i>              |  |  |
| Modelo de Wright (WLC)                   | $y_x = y_1 \cdot x^{-b}$                           |  |
| Modelo de Plateau (PM)                   | $y_x = C + y_1 \cdot x^{-b}$                       | $y_x$ tiempo necesario para la $x^a$ repetición de la tarea        |
| Modelo Stanford B (SBM)                  | $y_x = y_1 \cdot (x + B)^{-b}$                     | $y_1$ tiempo necesario de la primera repetición                    |
| Modelo De Jong (DJM)                     | $y_x = y_1 \cdot (M + (1 - M) \cdot x^{-b})$       | $x$ número de repeticiones   |
| Modelo S-curva (SCM)                     | $y_x = y_1 \cdot (M + (1 - M) \cdot (x + B)^{-b})$ | $b$ pendiente de la curva de aprendizaje                           |
|  |  | $C$ tiempo mínimo para realizar la tarea                           |
|  |  | $B$ experiencia previa   |
|  |  | $M$ factor de incomprendibilidad                                   |
| <i>Modelos Exponenciales</i>             |  |  |
| Modelo exponencial de 2 parámetros (2PE) | $y = k \cdot (1 - e^{-(t/r)})$                     | $y$ número de unidades producidas desde el inicio de la producción |
| Modelo exponencial de 3 parámetros (3PE) | $y = k \cdot (1 - e^{-((t+p)/r)})$                 | $t$ tiempo transcurrido o veces asignadas durante el entrenamiento |
|  |  | $k$ productividad máxima del empleado                              |
|  |  | $r$ tasa de aprendizaje del empleado                               |
|  |  | $p$ productividad inicial del empleado                             |

**Continuación Tabla 3-1.** Clasificación de modelos de curvas de aprendizaje más usados en la literatura.

| <i>Modelos Hiperbólicos</i>              |  |   |
|--|--|---|
| Modelo hiperbólico de 2 parámetros (2PE) | $y = k \cdot \left( \frac{t}{t+r} \right)$     | y número de unidades producidas en t unidades de tiempo<br>t tiempo transcurrido o veces asignadas durante el entrenamiento |
| Modelo hiperbólico de 3 parámetros (3PE) | $y = k \cdot \left( \frac{t+p}{t+p+r} \right)$ | k nivel máximo de producción<br>r tasa de aprendizaje del empleado<br>p productividad inicial del empleado                  |

Respecto a los modelos de curva log-lineales, estos expresan el aprendizaje como una reducción en los tiempos y/o costos. Respecto a los modelos de curva exponenciales, estos emplean un conjunto de parámetros más completos que los modelos log-lineales para incluir las características individuales de los empleados observadas empíricamente (e.g., la experiencia inicial del empleado). Por lo tanto, los modelos exponenciales permiten extraer más información sobre el proceso de aprendizaje de los empleados y obtener estimaciones más precisas que las proporcionadas por los modelos log-lineales. Adicionalmente, en contraste con las curvas log-lineales, los modelos de curva exponenciales y curvas hiperbólicas pueden ser usados para estimar la reducción de tiempo/costo y también para medir el aumento de productividad de un empleado. Para una revisión más detallada sobre la teoría de curvas de aprendizaje, el lector es remitido a las investigaciones desarrolladas por Anzanello y Fogliatto (2011), Grosse et al. (2015), y Glock et al. (2018).

En Grosse et al. (2015) los autores proporcionan un estudio integral sobre las características y aplicabilidad de las curvas de aprendizaje más usadas en la literatura. Ellos proponen un análisis estadístico sistemático para comparar el rendimiento de las diferentes curvas de aprendizaje en un gran conjunto de datos empíricos. Uno de los resultados de este análisis es que, entre las curvas de aprendizaje que describen el aprendizaje como un aumento de la productividad, los modelos exponenciales (con o sin la inclusión de la experiencia inicial) tuvieron el mejor desempeño. Además, se observó que, para aplicaciones de aprendizaje continuo individual, el modelo exponencial de tres parámetros domino al resto. En consecuencia, la formulación matemática usará un modelo de curva de aprendizaje exponencial de tres parámetros, al cual también se le incluirá el fenómeno de olvido.

Finalmente, autores como Attia et al. (2014) y Vergara et al. (2021) han estimado a través de fórmulas preestablecidas las productividades de un empleado al inicio y al final del horizonte de planificación. Luego, tales autores incorporaron en los modelos de optimización estas estimaciones de productividad como parámetros. Sin embargo, la formulación matemática optará por modelar la productividad como una variable de decisión, tal que los niveles de productividad de los empleados puedan cambiar según las asignaciones que estos tengan en un tipo de tarea particular. Tal formulación tiene la ventaja de mostrar la trazabilidad y evolución de la productividad durante todo el horizonte de planificación. Por lo tanto, será posible evaluar el comportamiento de aprendizaje y olvido individual de cada empleado.

### **3.2.2 Estudios de programación de personal con polifuncionalidad en la industria retail**

La Tabla 3-2 presenta un listado de trabajos previos en la industria retail que han usado empleados polifuncionales como estrategia de flexibilidad laboral. A continuación, se definen los elementos presentes en dicha tabla.

1. *Polifuncionalidad (PF)*: Indica si el estudio utiliza un parámetro para representar las habilidades de un empleado (Par) o si utiliza una variable para determinar en qué conjunto de habilidades se entrena a cada empleado (Var).
2. *Encadenamiento (Chaining)*: Indica si el estudio evalúa los beneficios de la polifuncionalidad a través de la estrategia *chaining*. En caso de usarla, se especifica si el estudio usó una política estricta de *2-chaining* o si usó una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ .
3. *Productividad (PD)*: Indica si el estudio modela la productividad de los empleados polifuncionales como un parámetro (Par) o si en cambio modela la productividad como una variable dentro de la formulación matemática (Var).
4. *Fuerza laboral (FL)*: Indica si el estudio considera una fuerza laboral homogénea (Hom), empleados que tienen el mismo nivel de productividad independientemente del número de departamentos en los que se asigne; o una fuerza laboral heterogénea (Het), empleados que pueden tener diferentes productividades en función del número de departamentos en los que se asigne a trabajar.

5. *Modelación de la productividad (MP)*: En caso de que el estudio haya considerado una fuerza laboral heterogénea. MP indica si se utilizó uno de los dos siguientes enfoques: (i) *Aprendizaje y olvido (A/O)*, el cual evalúa la pérdida/ganancia de la productividad de los empleados. (ii) *Matriz de productividad (M)*, a través de una matriz se representan los valores conocidos de productividad asociados a los diferentes departamentos donde se capacitó a cada empleado.

**Tabla 3-2.** Artículos previos que abordan personal con polifuncionalidad en la industria retail.

| Referencia                     | PF         | Chaining          | PD         | FL         | MP         |
|--------------------------------|------------|-------------------|------------|------------|------------|
| Lequy et al. (2010)            | Par        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Parisio y Jones (2015)         | Par        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Henao et al. (2015)            | Var        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Henao et al. (2016)            | Var        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Cuevas et al. (2016)           | Par        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Mac-Vicar et al. (2017)        | Par        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Henao et al. (2019)            | Var        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Bürgy et al. (2019)            | Par        | No                | Par        | Hom        | -          |
| Porto et al. (2019)            | Var        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Porto et al. (2021)            | Par        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Mercado y Henao (2021)         | Var        | k-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Mercado et al. (2021)          | Var        | k-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Henao et al. (2021)            | Var        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Fontalvo-Echavez et al. (2021) | Var        | 2-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Abello et al. (2021)           | Var        | k-chaining        | Par        | Hom        | -          |
| Vergara et al. (2021)          | Var        | k-chaining        | Par        | Het        | A/O        |
| <i>Este artículo</i>           | <i>Var</i> | <i>k-chaining</i> | <i>Var</i> | <i>Het</i> | <i>A/O</i> |

Respecto a la literatura con aplicaciones en la industria retail, a partir de la Tabla 3-2 se pueden identificar los siguientes tres vacíos.

Primero, el 60% de los estudios en retail que evaluaron los beneficios de la polifuncionalidad a través de la política *chaining* usaron un enfoque restringido *2-chaining*, donde los empleados polifuncionales pueden trabajar en un máximo de dos departamentos (i.e., Henao et al., 2016, 2019, 2021; Porto et al., 2019, 2021; Fontalvo-Echavez et al., 2021). En particular para la industria retail Mercado y Henao (2021), Mercado et al. (2021), Abello et al. (2021), y Vergara et al. (2021)



encontraron que políticas *2-chaining* no son suficientes para garantizar los máximos beneficios de la polifuncionalidad cuando los niveles de variabilidad en la demanda son altos. En consecuencia, ellos reportaron que políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  pueden ser más costo-efectivos en escenarios de alta variabilidad en la demanda de personal.

Segundo, de la tabla 3-2 se observa que 14 de los 15 estudios revisados modelaron la mano de obra como homogénea. Es decir, consideraron que los empleados tienen una productividad máxima e idéntica en todos los departamentos en los que fueron capacitados. Note que, esto dificulta una eficiente programación de personal, puesto que se sobreestiman los niveles de productividad laboral de los empleados al no considerar los efectos del aprendizaje y olvido. Por lo cual, es interesante realizar más estudios que modelen la mano de obra como heterogénea.

Tercero, solo el estudio de Vergara et al. (2021) modeló una mano de obra heterogénea con la incorporación del fenómeno de aprendizaje y olvido en las decisiones de polifuncionalidad. Sin embargo, ellos modelaron la productividad como un parámetro, es decir, estimaron a priori el efecto de aprendizaje y olvido en los empleados y, luego, lo introducen en la formulación matemática para calcular los requerimientos óptimos de polifuncionalidad. En consecuencia, su estudio no permite evaluar la evolución y el comportamiento de la productividad individual de los empleados a través del horizonte de planificación.

### **3.2.3 Estudios de programación de personal con polifuncionalidad que modelaron una fuerza laboral heterogénea**

En la Tabla 3-3 se listan trabajos previos en distintas industrias que han implementado empleados polifuncionales en la programación de personal y consideraron una mano de obra heterogénea. Las columnas dispuestas en la Tabla 3-3 resumen las principales características de dichos trabajos.

1. *Nivel de decisión* (ND): Indica que decisión de la gestión de los RRHH fue considerada en cada estudio. Según los estudios analizados estas decisiones pueden ser: (a) *dotación* (D), contratación de personal por tipo de tarea y contrato (D); (b) *asignación* (A), asignación de empleados a actividades particulares sin tener en cuenta la asignación de turnos y días de descanso.

2. *Polifuncionalidad* (PF): Indica si la polifuncionalidad se modeló como parámetro (Par) o variable de decisión (Var).
3. *Productividad* (PD): Indica si la productividad se modeló como parámetro (Par) o variable de decisión (Var).
4. *Incertidumbre en la demanda* (ID): Indica si el problema considera variabilidad en la demanda. En caso de considerarla se especifica si se utiliza un enfoque *in-optimización* (In) donde la incertidumbre es incorporada explícitamente en la formulación matemática; o un enfoque *post-optimización* (Post) que evalúa el impacto de la incertidumbre una vez se conoce la solución determinista del problema (e.g. análisis de sensibilidad)
5. *Encadenamiento* (E): Indica si el estudio utilizó una política k-chaining para evaluar los beneficios de la polifuncionalidad.
6. *Modelación de la productividad* (MP): Indica el enfoque utilizado para evaluar la pérdida/ganancia de la productividad cuando se consideran empleados polifuncionales. En la literatura se indican diferentes enfoques para modelar la pérdida/ganancia de la productividad (Yang, 2007; Henao et al., 2016). Al considerar una plantilla de empleados heterogéneos los enfoques pueden ser: (a) *Aprendizaje* (A), donde la productividad de los empleados se modela siguiendo un proceso de aprendizaje, no se considera el olvido; (b) *aprendizaje y olvido* (A/O), donde la productividad individual de los empleados se modela como un proceso natural de aprendizaje, olvido y reaprendizaje; y (c) *matriz de productividad* (M), donde se asume que los diferentes niveles de habilidad de un empleado en los departamentos donde recibió capacitación se representan a través de una matriz de productividad.
7. *Tipo de curva de aprendizaje/olvido* (Curva): Indica el tipo de curva utilizada en el estudio para modelar el fenómeno de aprendizaje y olvido. Pueden ser: (a) *modelo de Wright* (WLC); (b) *modelo de Plateau* (PM); (c) *modelo De Jong* (DJM); (d) *modelo exponencial de 2 parámetros* (2PE); (e) *modelo exponencial de 3 parámetros* (3PE); y (f) *modelo hiperbólico de 3 parámetros* (3PH).
8. *Método de solución* (M): Indica el método de solución utilizado en el estudio. Puede ser: (a) *optimización* (OPT); (b) *heurística* (H); y (c) *simulación* (S).
9. *Horizonte de planificación* (HP): Indica el horizonte de planificación abordado en el problema propuesto por el estudio

10. *Aplicación (AP)*: Sector o área de aplicación del estudio. Puede ser: (a) manufactura (MA); (b) tecnología (TE); (c) proyectos (PR); y retail (RE)

**Tabla 3-3.** Artículos previos que abordan la polifuncionalidad laboral con personal heterogéneo.

| Referencia                       | ND       | PF         | PD         | ID          | E         | MP         | Curva      | M          | HP            | AP        |
|----------------------------------|----------|------------|------------|-------------|-----------|------------|------------|------------|---------------|-----------|
| Felan y Fry (2001)               | A        | Par        | Par        | No          | No        | A          | PM         | S          | -             | MA        |
| Sayin y Karabati (2007)          | A        | Var        | Par        | Post        | No        | A/O        | 3PH        | OPT+S      | 100           | -         |
| Yue et al. (2008)                | A        | Par        | Var        | No          | Si        | A/O        | WLC        | S          | -             | MA        |
| Heimerl y Kolisch (2010)         | A        | Par        | Var        | No          | No        | M+A/O      | 2PE        | OPT        | 6             | PR        |
| Nembhard y Bentefouet (2012)     | A        | Var        | Par        | No          | No        | M+A/O      | 3PE, 3PH   | OPT        | -             | MA        |
| Kolisch y Heimerl (2012)         | D+A      | Par        | Par        | No          | No        | M          | -          | OPT+H      | -             | TE        |
| Azizi y Liang (2013)             | A        | Var        | Var        | No          | No        | A/O        | 3PE        | OPT+H      | 70- 120       | MA        |
| Kim y Nembhard (2013)            | A        | Var        | Var        | No          | No        | A/O        | 3PE        | OPT        | 48 h          | MA        |
| Mehmanchi y Shadrokh (2013)      | A        | Par        | Var        | No          | No        | A/O        | 3PE        | OPT        | -             | PR        |
| Attia et al. (2014)              | D+A      | Par        | Par        | No          | No        | M+A/O      | DJM        | OPT+H      | 30 días       | MA        |
| Nembhard (2014)                  | A        | Par        | Par        | No          | Si        | A/O        | 3PH        | S          | 260 días      | MA        |
| Qin et al. (2016)                | A        | Par        | Var        | No          | No        | A          | 2PE        | OPT        | -             | TE        |
| Malachowski y Korytkowski (2016) | A        | Par        | Par        | No          | No        | A/O        | WLC, DJM   | S          | 3000 h        | MA        |
| Chen et al. (2017)               | A        | Par        | Var        | No          | No        | A/O        | WLC        | OPT+H      | 4 sem         | TE        |
| Korytkowski (2017)               | A        | Par        | Par        | No          | No        | A/O        | WLC        | A+H        | -             | MA        |
| López y Nembhard (2017)          | A        | Var        | Par        | No          | No        | A/O        | 3PH        | OPT+H      | 5 a 25        | MA        |
| Valeva et al. (2017)             | A        | Var        | Var        | In          | No        | A/O        | 3PH        | OPT+S      | 10            | MA        |
| Lian et al. (2018)               | A        | Par        | Par        | No          | No        | M          | -          | OPT+H      | -             | MA        |
| Méndez-Vázquez y Nembhard (2019) | A        | Par        | Var        | No          | No        | A          | 3PH        | S+H        | 50            | MA        |
| Zabihi et al. (2019)             | A        | Par        | Var        | No          | No        | A          | 3PE        | OPT+H      | -             | PR        |
| Thürer et al. (2019)             | A        | Par        | Par        | No          | No        | M          | -          | S          | -             | MA        |
| Cavagnini et al. (2019)          | A        | Var        | Var        | No          | No        | A/O        | 3PE        | OPT+S      | 4 sem         | MA        |
| Hosseinian y Baradaran (2020)    | A        | Par        | Var        | No          | No        | A          | WLC        | OPT+H      | -             | PR        |
| Vergara et al. (2021)            | A        | Var        | Par        | Post        | Si        | A/O        | DJM        | OPT        | 52 sem        | RE        |
| <i>Este artículo</i>             | <i>A</i> | <i>Var</i> | <i>Var</i> | <i>Post</i> | <i>Si</i> | <i>A/O</i> | <i>3PE</i> | <i>OPT</i> | <i>13 sem</i> | <i>RE</i> |

La literatura anterior da muestras del esfuerzo que han realizado los investigadores para considerar la pérdida/ganancia de la productividad ocasionada por el uso de personal polifuncional. Sin embargo, son identificados los siguientes cuatro vacíos en los que valdría la pena profundizar.

Primero, la Tabla 3-3 muestra que de los 24 estudios revisados solo 8 de estos modelaron la polifuncionalidad como una variable de decisión que determinara qué empleados se entrenan en qué conjunto de habilidades o no (i.e., Sayin y Karabati, 2007; Nembhard y Bentefouet, 2012; Kim y Nembhard, 2013; Azizi y Liang, 2013; López y Nembhard, 2017; Valeva et al., 2017; Cavagnini et al., 2019; Vergara et al., 2021). Es decir, aproximadamente el 67% de los estudios consideraron conocidas las habilidades con que cuenta cada empleado polifuncional, lo cual restringe las posibilidades de encontrar mejores configuraciones de polifuncionalidad.

Segundo, la revisión de literatura muestra que 12 estudios modelaron la productividad individual de los empleados como una variable de decisión. Es decir, en tales estudios se consideró que la cantidad de asignaciones o el tiempo asignado de trabajo de los empleados a las diferentes tareas durante el horizonte de planificación repercute en los efectos individuales del aprendizaje y olvido. Sin embargo, solo Azizi y Liang (2013), Kim y Nembhard (2013), Valeva et al. (2017) y Cavagnini et al. (2019) modelaron en simultáneo la polifuncionalidad y la productividad individual como variables de decisión. Por lo tanto, solo estos estudios calculan simultáneamente los niveles de productividad que tendrán los empleados a lo largo del horizonte de planificación y los niveles de polifuncionalidad requeridos.

Tercero, también se puede observar que el 58% de los estudios previos que modelaron la productividad laboral considerando el efecto de aprendizaje y olvido fueron aplicados en el sector manufactura. De hecho, los estudios que modelaron simultáneamente la polifuncionalidad y la productividad como variables de decisión evaluaron aplicaciones en industrias de manufactura. En particular, solo Vergara et al. (2021) consideró el fenómeno de aprendizaje/olvido en un caso de estudio para la industria retail. Sin embargo, en su estudio la productividad fue modelada como un parámetro.

Cuarto, la Tabla 3-3 también muestra que solo Yue et al. (2008), Nembhard (2014), y Vergara et al. (2021) modelaron los beneficios de la polifuncionalidad a través un enfoque *k*-chaining. Mientras Yue et al. (2008) y Vergara et al. (2021) utilizaron una política *k*-chaining con  $k \geq 2$ , en Nembhard (2014) el autor utilizó un enfoque restrictivo *2*-chaining. Adicionalmente, solo Sayin y Karabati (2007), Valeva et al. (2017), y Vergara et al. (2021) evaluaron los efectos de la variabilidad de la demanda en las decisiones de polifuncionalidad y productividad. De estos

estudios solo Valeva et al. (2017) incorporó la variabilidad en la demanda con un enfoque in-optimización a través de un modelo estocástico de dos etapas.

### 3.2.4 Principales vacíos encontrados

A partir de la exhaustiva revisión de literatura presentada en las Subsecciones 2.1, 2.2, y 2.3 es posible destacar los siguientes cuatro vacíos principales, los cuales serán abordados en este capítulo a través de un caso de estudio en la industria retail.

1. Solo el 10% de los estudios, y solo en manufactura, resolvieron problemas de programación de personal que simultáneamente modelaran la polifuncionalidad y la productividad individual de los empleados como variables de decisión.
2. El 67.5% de los estudios sobre problemas de programación de personal en la industria retail o manufactura no consideraron los beneficios de incorporar la polifuncionalidad a través de una política *k-chaining*. Además, aquellos que si lo hicieron se focalizaron principalmente en una política restringida *2-chaining* en lugar de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ .
3. El 62.5% de los estudios que modelaron la mano de como heterogénea tuvieron aplicaciones en el sector manufacturero, por ende, hay una escasez de estudios en retail que consideren los efectos individuales del aprendizaje y olvido para estimar la productividad de los empleados polifuncionales.
4. Solo el 12.5% de los estudios en manufactura o retail evaluaron el impacto que tiene la variabilidad en la demanda de personal sobre los requerimientos de polifuncionalidad cuando se modela una mano de obra heterogénea.

### 3.3 Descripción del problema

El problema que se propone estudiar en este capítulo consiste en diseñar un plan de capacitación idóneo para una fuerza laboral conocida e inicialmente especialista (i.e. capacitados para trabajar en un solo departamento). De manera novedosa la formulación matemática propuesta incorpora una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y el fenómeno de aprendizaje y olvido para modelar la pérdida/ganancia de la productividad de los empleados polifuncionales en un entorno de una tienda retail. En la solución cada empleado polifuncional puede ser entrenado en dos o más departamentos; sin embargo, no en todos tendrá la misma productividad.

En resumen, para un horizonte de planificación de un trimestre (trece semanas) el modelo propuesto resolverá el problema de asignación de personal que decide simultáneamente: (i) cuántos empleados deben ser especialistas y cuántos polifuncionales; (ii) cuántas habilidades adicionales debe adquirir cada empleado polifuncional; (iii) cuántas horas de trabajo semanal se asignarán a cada empleado en los departamentos donde recibió capacitación; y (iv) los niveles de productividad que tendrá cada empleado en los departamentos donde ha sido entrenado durante el horizonte de planificación.

La Tabla 3-4 muestra la notación matemática que será usada en la formulación matemática del problema recientemente descrito.

**Tabla 3-4.** Notación

---

|   |  |
|---|--|
| <b>Conjuntos</b>                                    |  |
| $I$   | Empleados de la tienda, indexado por $i$   |
| $L$   | Departamentos de la tienda, indexado por $l$   |
| $S$   | Semanas, indexado por $s$  |
| $I_l$   | Empleados bajo contrato en el departamento $l$ , indexado por $i$ , $\forall l \in L$          |
| $K$   | Escenarios de productividad, indexado por $k$  |
| <b>Parámetros generales del modelo</b>              |  |
| $r_{ls}$  | Número de horas requeridas en el departamento $l$ y la semana $s$ , $\forall l \in L, s \in S$ |
| $c$   | Costo de capacitación de un empleado para trabajar en cualquier departamento                   |
| $u$   | Costo de subdotación por hora en cualquier departamento  |
| $n$   | Cantidad mínima de horas que debe trabajar un empleado en un departamento cualquiera           |
| $h$   | Número de horas semanales que debe trabajar un empleado según su contrato                      |
| $m_i$   | Departamento para el cual el empleado $i$ fue inicialmente entrenado, $\forall i \in I$        |
| <b>Parámetros asociados al aprendizaje y olvido</b> |  |
| $I_{il}$  | Experiencia inicial del empleado $i$ en el departamento $l$                                    |
| $K_{il}$  | Productividad máxima (en estado estacionario) del empleado $i$ en el departamento $l$          |
| $L_{il}$  | Tasa de aprendizaje del empleado $i$ en el departamento $l$                                    |
| $F_{il}$  | Tasa de olvido del empleado $i$ en el departamento $l$   |
| $P_{ilsk}$  | Productividad del empleado $i$ en el departamento $l$ en la semana $s$ en el escenario $k$     |

---

**Continuación Tabla 3-4. Notación**

---

| <b>Variables</b> |  |
|------------------|--|
| $x_{il}$         | Igual a 1 si el empleado $i$ es capacitado en el departamento $l$ , en otro caso 0, $\forall i \in I, l \in L$   |
| $Y_{ils}$        | Igual a 1 si el empleado $i$ es asignado a trabajar en el departamento $l$ y la semana $s$ , en otro caso 0, $\forall i \in I, l \in L, s \in S$               |
| $\kappa_{ls}$    | Subdotación de personal en horas semanales en el departamento $l$ y la semana $s$ , $\forall l \in L$  |
| $v_i$            | Número de habilidades adicionales capacitadas del empleado $i$ , $\forall i \in I$   |
| $\omega_{ils}$   | Horas semanales de trabajo asignadas al empleado $i$ en el departamento $l$ y la semana $s$ , $\forall i \in I, l \in L, s \in S$                              |
| $O_{ils}$        | Horas efectivas que trabaja el empleado $i$ en el departamento $l$ y la semana $s$ , $\forall i \in I, l \in L, s \in S$                                       |
| $P_{ils}$        | Productividad del empleado $i$ en el departamento $l$ y la semana $s$ , $\forall i \in I, l \in L, s \in S$  |
| $Z_{ilsk}$       | Igual a 1 si la productividad $P_k$ está asociada al empleado $i$ en el departamento $l$ y la semana $s$ , en otro caso 0, $\forall i \in I, l \in L, s \in S$ |

---

La formulación considera los siguientes supuestos: (1) La demanda de personal para cada departamento puede ser parcialmente satisfecha. Esto implica que el costo de subdotación de personal es incluido en la función objetivo. (2) Los costos de capacitación y subdotación son los mismos para todos los departamentos. (3) No se considera ausentismo no programado de personal ni las llegadas tardías de los empleados. (4) Todos los empleados tienen un mismo contrato full-time, por lo tanto, se le asignan el mismo número de horas semanales de trabajo ( $h$ ). (5) Inicialmente cada empleado está capacitado para trabajar en un solo departamento de la tienda (i.e. personal especialista). (6) Los empleados polifuncionales pueden capacitarse en dos o más departamentos. (7) Se supone una fuerza laboral heterogénea, donde la productividad de los empleados se modela a través del fenómeno de aprendizaje y olvido. (8) Cada empleado tiene asociada una experiencia inicial de un año (i.e.  $I = 52$  semanas) en el departamento en el que está inicialmente entrenado (i.e., departamento primario). Este supuesto permite que los empleados tengan una eficiencia mayor en el departamento primario. (8) Se supone que la productividad de un empleado aumenta con el simple hecho de haber sido asignado a trabajar una semana anterior.

(9) Para el cálculo de la productividad solo se considera la cantidad de veces que se asigna un empleado a trabajar y no la secuencia de los días en que se asignó.

### 3.4 Metodología

En esta sección se presenta la metodología propuesta para resolver el problema descrito anteriormente. Primero en la Subsección 4.1, y tomando como inspiración el estudio presentado por Cavagnini et al. (2019), se presenta un modelo de aprendizaje exponencial de tres parámetros para representar el fenómeno de aprendizaje y olvido. Luego en la Subsección 4.2 se presenta un modelo de optimización no lineal determinista que permite resolver el problema de asignación de una mano de obra polifuncional y heterogénea. Finalmente, en la Subsección 4.3 se linealiza una de las restricciones no lineales del modelo a través de una técnica de reformulación.

#### 3.4.1 Modelación del fenómeno de aprendizaje y olvido

Similar al estudio de Cavagnini et al. (2019), se modela la productividad en función del número de veces que se asigna un empleado a un tipo de tarea (i.e., departamento). El nivel de aprendizaje del empleado  $i$  sobre la productividad en el departamento  $l$  en la semana  $s$  (período actual) se modela con la siguiente curva de aprendizaje exponencial:

$$P_{ils'}(\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils}) = K_{il} \left( 1 - e^{-\frac{\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} + I_{il}}{L_{il}}} \right) \forall i \in I, l \in L, s' \in S \quad (1)$$

La Ecuación (1) tiene tres parámetros: (1)  $I_{il}$ , que indica la experiencia inicial del empleado  $i$  en el departamento  $l$ , (2)  $L_{il}$ , que indica la tasa de aprendizaje del empleado  $i$  en el departamento  $l$ , y (3)  $K_{il}$  que indica la tasa de productividad en estado estacionario o productividad máxima del empleado  $i$  en el departamento  $l$ .

Para incluir el efecto de olvido se agrega a la Ecuación (1) un término que mide el número de periodos en los que el empleado no está asignado al departamento ( $\sum_{s=1}^S Y_{ils} - s'$ ), tal que el parámetro  $F_{il}$  representa la tasa de olvido del empleado  $i$  en el departamento  $l$ . En consecuencia, la Ecuación (2) presenta un modelo exponencial de tres parámetros que también incorpora el olvido.



$$P_{ils'}(\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils}) = K_{il} \left( 1 - e^{-\frac{\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} + I_{il}}{L_{il}}} \right) e^{-\frac{\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} - s'}{F_{il}}} \quad \forall i \in I, l \in L, s' \in S \quad (2)$$

Para tener una interpretación más clara de los parámetros de la curva de aprendizaje y olvido presentada en la Ecuación (2) considere lo siguiente. Primero, la experiencia inicial del empleado en un departamento ( $I_{il}$ ), se refiere al número de periodos (i.e., semanas) que un empleado ha sido asignado al departamento antes de iniciar el horizonte de planificación, por ende, ha ganado experiencia en ese departamento. Como ejemplo, un valor de  $I_{il} = 5$  indica que el empleado fue entrenado por un periodo de cinco semanas antes de iniciar el horizonte de planificación. Segundo, el valor de productividad en estado estacionario ( $K_{il}$ ), se refiere a la productividad máxima que puede alcanzar un empleado cuando todo el aprendizaje se ha realizado. En el caso de estudio se asume que esta productividad es igual a 1. Este parámetro también podría ser representado en función del número de unidades producidas o número de horas laboradas.

Tercero, similar al estudio presentado por Kim y Nembhard (2010), la tasa de aprendizaje ( $L_{il}$ ) se refiere como el número de periodos aproximados necesarios para alcanzar la mitad del nivel de productividad en estado estacionario  $K_{il}$  suponiendo que el empleado comienza desde un nivel de experiencia de cero. Por ejemplo, dado que la productividad máxima es igual a 1, si un empleado tiene en un departamento una tasa de aprendizaje  $L_{il} = 4$ , significa que este empleado necesita ser asignado a dicho departamento cuatro semanas para alcanzar aproximadamente una productividad de 0.5. Por lo tanto, cuanto mayor es el valor de  $L_{il}$ , más lento es el aprendizaje y más tiempo le toma al empleado en llegar a su productividad máxima. Cuarto, la tasa de olvido ( $F_{il}$ ) se interpreta como el número de semanas en los que no se debe asignar al empleado a un departamento para perder aproximadamente la mitad del valor de  $K_{il}$ . Por ejemplo, dado que la productividad máxima es igual a 1, si un empleado tiene en un departamento una tasa de olvido  $F_{il} = 6$ , significa que si este empleado se deja de asignar a dicho departamento por seis semanas consecutivas tendrá una pérdida de productividad igual a 0.5. Por ende, valores mayores de este parámetro indican que el empleado olvida más lento.

### 3.4.2 Modelo de optimización que incorpora la política *k-chaining* con $k \geq 2$ y el fenómeno de aprendizaje y olvido

Abajo se presenta el modelo de Programación No Lineal Entera-Mixta (PNLEM) determinista para resolver el problema de asignación de personal que incorpora el enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$  y el fenómeno de aprendizaje y olvido a través de una curva exponencial. Cabe destacar que el modelo propuesto podría usar otras curvas de aprendizaje y olvido como las presentadas en la Subsección 2.1.

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il} + \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} uk_{ls} \quad (3)$$

$$\text{s.a.} \\ \sum_{i \in I} \omega_{ils} P_{ils} + k_{ls} \geq r_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \quad (4)$$

$$\sum_{l \in L} \omega_{ils} = h \quad \forall i \in I, s \in S \quad (5)$$

$$x_{il} = 1 \quad \forall i \in I, l \in L: l = m_i \quad (6)$$

$$Y_{ils} \leq x_{il} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (7)$$

$$\omega_{ils} \leq hY_{ils} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (8)$$

$$\omega_{ils} \geq nY_{ils} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (9)$$

$$O_{ils} = \omega_{ils} P_{ils} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (10)$$

$$P_{ils'} \left( \sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} \right) = K_{il} \left( 1 - e^{-\frac{\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} + I_{il}}{L_{il}}} \right) e^{\frac{\sum_{s=1}^{s'} Y_{ils} - s'}{F_{il}}} \quad \forall i \in I, l \in L, s' \in S \quad (11)$$

$$v_i = \sum_{l \in L: l \neq m_i} x_{il} \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$\sum_{i \in I_l} v_i = \sum_{l \in \{I - I_L\}} x_{il} \quad \forall l \in L \quad (13)$$

$$x_{il} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (14)$$

$$Y_{ils} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (15)$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (16)$$

$$\omega_{ils}, O_{ils}, P_{ils} \geq 0 \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (17)$$

$$k_{ls} \geq 0 \quad \forall l \in L, s \in S \quad (18)$$

La función objetivo (3) minimiza el costo total de capacitación de los empleados en departamentos adicionales y el costo total de subdotación de personal. Las restricciones (4) están asociadas a la cobertura de la demanda de personal en cada departamento y semana. También

permiten calcular el nivel de subdotación (no negativo) asociado a cada departamento cuando se presenta demanda insatisfecha. Las restricciones (5) aseguran que a cada empleado se le asigne exactamente el número de horas semanales de trabajo estipuladas en su contrato. Las restricciones (6) indican el departamento en el cual está capacitado inicialmente cada empleado. Las restricciones (7) aseguran que un empleado solo pueda ser asignado a trabajar en los departamentos para los cuales fue entrenado. Las restricciones (8) aseguran que a un empleado se le pueda asignar horas de trabajo en un departamento solo si fue asignado para trabajar en dicho departamento. Las restricciones (9) pueden ser vistas como restricciones del tipo gerencial e indican que si un empleado es asignado a trabajar en un departamento este debe trabajar un mínimo de horas semanales.

Las restricciones (10) calculan la variable auxiliar de oferta ( $O_{ils}$ ), la cual representa las horas efectivas de trabajo de un empleado en un departamento y semana. Note que, estas horas efectivas de trabajo dependen del nivel de productividad alcanzado por el empleado en dicho departamento y semana ( $P_{ils}$ ). Las restricciones (11) permiten calcular la productividad de un empleado en cada departamento y en cada semana según los parámetros de la curva de aprendizaje y olvido (i.e.,  $I_{il}$ ,  $K_{il}$ ,  $L_{il}$ , y  $F_{il}$ ). Note que la restricción (11) representa la Ecuación (2) obtenida en la Subsección 4.1. Las restricciones (12) indican en cuántos departamentos adicionales fue entrenado cada empleado (i.e.  $v_i$ ). Note que, el empleado podría continuar como especialista (i.e., si  $v_i = 0$ ) o convertirse en polifuncional (i.e., si  $v_i \geq 1$ ). Las restricciones (13) aseguran la implementación de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Se destaca que las restricciones (13) fueron ya presentadas en los artículos Mercado y Heno (2021) y Mercado et al. (2021), los cuales también implementaron una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Finalmente, las restricciones (14)-(18) definen el dominio de las variables de decisión.

### 3.4.3 Reformulación de la restricción de productividad

El modelo de PNLEM presentado en la Subsección 4.2 es no lineal en las restricciones (4), (10), y (11). En esta subsección se reformula la no linealidad de las restricciones (11). Teniendo en cuenta el dominio finito y discreto de la función de productividad mostrada en (11), se adaptó la técnica de linealización presentada por Hewitt et al. (2015). Esta técnica también ha sido adaptada por autores como Valeva et al. (2017) y Cavagnini et al. (2019). El Algoritmo 1 presenta

una adaptación de la técnica de Hewitt et al. (2015). A través de enumeración explícita, este algoritmo permite calcular los valores del parámetro  $P_{ilsk}$ , el cual representa la productividad de un empleado  $i$  en un departamento  $l$ , semana  $s$  y escenario  $k$ .

---

**Algoritmo 1**

---

Para  $i = 1 \dots I$  hacer  
 Para  $l = 1 \dots L$  hacer  
 Para  $s = 1 \dots S$  hacer  
 Para  $k = 0 \dots s$  hacer  

$$P_{ilsk} = K_{il} \left( 1 - e^{-\frac{-k+I_{il}}{L_{il}}} \right) e^{\frac{k-s}{F_{il}}}$$
  
 Fin Para  
 Fin Para  
 Fin Para  
 Fin Para

---

Una vez obtenido los valores del parámetro  $P_{ilsk}$  se lleva a cabo la reformulación de las restricciones (11) mediante la incorporación de las variables binarias  $Z_{ilsk}$ . Estas variables permiten indicar si la productividad  $P_k$  está asociada al empleado  $i$  en el departamento  $l$  y semana  $s$ . Por lo tanto, en el modelo (3)-(18) se sustituyen las restricciones (11) por el siguiente conjunto de restricciones:

$$P_{ils} = \sum_{k=0}^s P_{ilsk} Z_{ilsk} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (19)$$

$$\sum_{k=0}^s kZ_{ilsk} = \sum_{k=0}^s Y_{ilk} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (20)$$

$$\sum_{k=0}^s Z_{ilsk} = Y_{ils} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S \quad (21)$$

$$Z_{ilsk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, l \in L, s \in S, k \in S: k \leq s \quad (22)$$

Las restricciones (19) y (20) garantizan que el nivel de productividad de un empleado en una semana  $s$  dada coincida con el número de veces que el empleado ha sido asignado a trabajar en el departamento en las semanas anteriores (incluyendo la semana  $s$ ). Las restricciones (21) aseguran que, si un empleado es asignado a trabajar en una semana dada y departamento cualquiera, a tal empleado se le asigne el nivel de productividad alcanzado para dicha semana. Las restricciones (22) indican el dominio de la variable binario  $Z_{ilsk}$ .

### 3.5 Caso de estudio

Esta sección se divide en tres subsecciones. En la primera subsección se presentan los datos que se usarán para resolver el caso de estudio asociado a la industria retail. En la segunda subsección se definen los experimentos que serán probados para evaluar cuál es el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en los requerimientos de polifuncionalidad. Finalmente, en la tercera subsección se presentan métricas de desempeño que facilitarán el análisis y la comparación de los resultados obtenidos en cada experimento.

#### 3.5.1 Requerimiento de datos

Esta subsección describe las características de los conjuntos y parámetros usados en el caso de estudio. La base de datos utilizada contiene datos reales y simulados derivados de una tienda Mejoramiento para el Hogar ubicada en Chile. Además, la base de datos contiene un conjunto de datos procesados correspondientes a los parámetros asociados al fenómeno de aprendizaje y olvido. A continuación, se describe cada conjunto de datos.

##### 3.5.1.1 Datos reales

El caso de estudio considera una tienda conformada por seis departamentos y treinta empleados, i.e.,  $|L| = 6$  y  $|I| = 30$ . Además, cada departamento cuenta con un número inicial de empleados especialistas  $I_l$ . Todos los empleados deben trabajar 45 horas semanales, según lo estipulado en su contrato *full-time*, i.e.,  $h = 45$ . El horizonte de planificación es de un trimestre (i.e., 13 semanas), tal que  $|S| = 13$ . Sea  $\bar{r}_l$  el valor medio de la demanda en horas semanales en el departamento  $l$ . Para cada uno de los seis departamentos se tiene que  $\bar{r}_1 = 315$ ;  $\bar{r}_2 = 225$ ;  $\bar{r}_3 = 135$ ;  $\bar{r}_4 = 135$ ;  $\bar{r}_5 = 180$ ;  $\bar{r}_6 = 360$ . Con respecto a los parámetros de costos, se asume un costo mínimo de capacitación por empleado igual a  $c = US\$ 1/\text{empleado}$ . Henao et al. (2015, 2016, 2019, 2021) explican que este supuesto permite interpretar los resultados como un límite superior de la contribución potencial de la polifuncionalidad en el rendimiento de la tienda. Adicionalmente, similar a Henao et al. (2016, 2021), Mercado y Henao (2021), Mercado et al. (2021), Fontalvo Echavez et al. (2021), y Abello et al. (2021) se asume el costo de subdotación igual a  $u = US\$ 60/\text{hora}$ .

##### 3.5.1.2 Datos simulados

Mediante datos históricos se conoce que la demanda en horas  $r_{ls}$  por departamento  $l$  y semana  $s$  sigue una distribución normal. Esta función de densidad de probabilidad también fue usada en otros artículos que evaluaron casos de estudio en retail, tales como Henao et al. (2016, 2019, 2021), Porto et al. (2019, 2021), Mercado y Henao (2021) y Mercado et al. (2021). Con el objetivo de evaluar el desempeño de las estructuras de polifuncionalidad de cadenas cerradas bajo diferentes niveles de incertidumbre en la demanda, se consideran nueve escenarios de variabilidad en la demanda de personal para cada departamento de la tienda, tal que  $CV = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\%$ . Luego, para cada CV y departamento, y siguiendo una distribución de probabilidad normal truncada en cero (para evitar valores negativos), se usa una simulación de Monte Carlo para generar los valores aleatorios de demanda de cada una de las trece semanas del horizonte de planificación. Adicionalmente, se generaron diez instancias de demanda para cada uno de los nueve CV, lo que resultó en 90 instancias de prueba. Este conjunto de 10 instancias de prueba para cada CV es generado para evaluar el desempeño promedio en cada uno de los nueve niveles de variabilidad en la demanda.

### 3.5.1.3 Datos procesados

Por una parte, el caso de estudio supone que al inicio del horizonte de planificación todos los empleados tienen un año de experiencia previa en su departamento primario. Por lo cual la experiencia inicial de cada empleado en su departamento primario es de 52 semanas, i.e.,  $I_{il} = 52$ . Por otra parte, también se asume que los empleados tienen una experiencia inicial nula ( $I_{il} = 0$ ) en los departamentos adicionales (secundarios) en los cuales fueron entrenados. Esto indica que al inicio del horizonte de planificación los empleados son totalmente inexpertos en sus departamentos secundarios. Adicionalmente, y por simplicidad, este estudio considera que la tasa de aprendizaje ( $L_{il}$ ) y la tasa de olvido ( $F_{il}$ ) no difieren entre empleados o departamentos (i.e.,  $L_{il} = L$  y  $F_{il} = F$ ).

Adicionalmente, según Nembhard y Osothsilp (2005), las tareas más complejas se asocian con un aprendizaje más lento. Por lo cual, considerando que el parámetro de aprendizaje  $L$  se mide en términos del número de semanas necesarias para lograr la mitad de la productividad máxima en estado estable ( $K$ ), se sabe que a medida que aumenta la complejidad de la tarea también aumenta el valor de  $L$ . Dado que las tareas operacionales realizadas en retail pueden ser consideradas de media-baja complejidad (Henao et al., 2015, 2016, 2019), los empleados

presentan un aprendizaje rápido. En consecuencia, este caso de estudio considera el caso más optimista de aprendizaje, i.e.,  $L = 1$ . Este valor indica que un empleado necesita de una semana para alcanzar aproximadamente la mitad de su productividad en estado estable. Respecto al parámetro de olvido, se asumió un valor de  $F = 1$ , que representa el caso más pesimista de olvido. Se consideró este valor siguiendo el criterio de que hay una fuerte relación entre la tasa de aprendizaje ( $L$ ) y la tasa de olvido ( $F$ ). Es decir, Nembhard (2000) y Yue et al. (2008) explican que un aprendizaje rápido está asociado también con un olvido rápido. Finalmente se considera una productividad máxima para todos los empleados y departamentos (i.e.,  $K_{il} = 1$ ).

### 3.5.2 Definición de experimentos

Con el fin de evaluar los beneficios de la polifuncionalidad y también el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en los requerimientos de polifuncionalidad, se consideran los siguientes tres experimentos. Estos experimentos son también resumidos en la Tabla 3-5.

1. *Experimento 1 (Base)*: Todos los empleados son especialistas. Es decir, este experimento no considera el uso de empleados polifuncionales. Comúnmente este tipo de flexibilidad se conoce como polifuncionalidad cero.
2. *Experimento 2 (PF)*: Los empleados pueden ser entrenados para trabajar en dos o más departamentos bajo el enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$ , pero se modelarán como una mano de obra homogénea. Es decir, que tendrán una productividad laboral igual a 1 en todos los departamentos donde sean entrenados.
3. *Experimento 3 (PF-&-A/O)*: Los empleados pueden ser entrenados para trabajar en dos o más departamentos bajo el enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$ , pero se modelarán como una mano de obra heterogénea. En este experimento se incorpora el fenómeno de aprendizaje y olvido para modelar las productividades, tal que representa la estrategia propuesta en el modelo (3) – (22).

**Tabla 3-5.** Resumen de las características de los experimentos.

|                          | Polifuncionalidad (PF) | Aprendizaje y olvido (A/O) |
|--------------------------|------------------------|----------------------------|
| Experimento 1 (Base)     | No                     | No                         |
| Experimento 2 (PF)       | Si                     | No                         |
| Experimento 3 (PF-&-A/O) | Si                     | Si                         |

### 3.5.3 Métricas de desempeño

Para evaluar y comparar los resultados asociados a los experimentos descritos previamente, se usarán varias métricas de desempeño. Estas métricas, presentadas abajo, permiten medir los requerimientos de polifuncionalidad y los costos incurridos en cada experimento.

1. *Porcentaje de empleados polifuncionales.* Calcula el porcentaje de empleados polifuncionales requeridos en relación a la cantidad total de empleados contratados.

$$\%ME = \frac{\text{Total empleados polifuncionales}}{|I|} \cdot 100$$

2. *Porcentaje de polifuncionalidad total.* Calcula el porcentaje de habilidades adicionales entrenadas en relación a la cantidad máxima teórica posible.

$$\%TM = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} x_{il}}{|I| * (|L| - 1)} \cdot 100$$

3. *Costo total.* Se define como los costos totales incurridos en capacitación y subdotación de personal en el horizonte de planificación.

$$\varphi = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} \sum_{s \in S} c x_{ils} + \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} u \kappa_{ls}$$

## 3.6 Resultados y discusión

Esta sección presenta un conjunto de análisis, resultados, y discusiones asociadas a los experimentos descritos en la sección anterior. Mientras en la Subsección 6.1 se comparan los resultados de los tres experimentos a través de distintos análisis de interés, en la Subsección 6.2 se realizan análisis detallados respecto al Experimento PF-&-A/O, el cual representa la estrategia propuesta en este capítulo.

### 3.6.1 Análisis 1: Comparación entre los experimentos

En la Subsección 6.1 se describen los tamaños de los modelos y la eficiencia computacional asociada a cada experimento. En la Subsección 6.2 se compara y discuten los resultados respecto a los costos incurridos y los requerimientos de polifuncionalidad en cada uno de los tres experimentos.



### 3.6.1.1 Características de los modelos

Las formulaciones matemáticas asociadas a cada experimento fueron escritas en AMPL y las 90 instancias de prueba fueron resueltas usando el software Gurobi 9.1.2. A su vez, las instancias de prueba fueron ejecutadas a través de un servidor HPE DL360 G9 con 2 CPU Intel (R) Xeon (R) E5-2630 v4 a 2.20GHz, 220 GB de RAM con sistema operativo Debian 10. Cabe destacar que, en los Experimentos Base y PF se obtuvo un gap de optimalidad igual a 0% en todas las instancias de prueba. Mientras en el Experimento PF-&-A/O, sin embargo, se usó un criterio de parada de 1% en el gap de optimalidad, lo cual permitió un ahorro significativo en los tiempos de solución.

La Tabla 3-6 describe las características de los tres experimentos en relación con el tamaño de los modelos y los tiempos computacionales reportados. En particular, la parte de arriba de la tabla informa la cantidad de restricciones, variables binarias, y variables continuas asociadas a cada experimento. Mientras la parte inferior de la tabla informa, para cada combinación de experimento y CV, los tiempos promedio de solución (en segundos) calculados sobre las diez instancias de demanda evaluadas en cada escenario. Los resultados muestran que, producto de la diferencia en el tamaño de los modelos y la no linealidad del Experimento PF-&-A/O, los tiempos promedio de solución asociados al Experimento PF-&-A/O son más altos en comparación a los obtenidos en los Experimentos Base y PF. Sin embargo, estos tiempos pueden considerarse bajos, ya que el tiempo promedio máximo obtenido fue igual a 1721.2 segundos (i.e., 0.48 horas).

**Tabla 3-6.** Tamaño de los modelos y tiempos computacionales

| <b>Experimento</b> | <b>Restricciones</b>      |       | <b>Variables binarias</b> |       | <b>Variables continuas</b> |       |       |       |        |       |
|--------------------|---------------------------|-------|---------------------------|-------|----------------------------|-------|-------|-------|--------|-------|
| Base               | 7,518                     |       | 0                         |       | 2,340                      |       |       |       |        |       |
| PF                 | 7,554                     |       | 2,490                     |       | 2,478                      |       |       |       |        |       |
| PF-&-A/O           | 17,094                    |       | 21,210                    |       | 7,338                      |       |       |       |        |       |
| <b>Experimento</b> | <b>Tiempos en CPU (s)</b> |       |                           |       |                            |       |       |       |        |       |
|                    | <b>CV</b>                 |       |                           |       |                            |       |       |       |        |       |
|                    | 5%                        | 10%   | 20%                       | 30%   | 40%                        | 50%   | 60%   | 70%   | 80%    | Prom. |
| Base               | 0                         | 0     | 0                         | 0     | 0                          | 0     | 0     | 0     | 0      | 0     |
| PF                 | 2.9                       | 5.6   | 18.0                      | 21.4  | 103.2                      | 117.3 | 146.8 | 527.6 | 1478.9 | 269.1 |
| PF-&-A/O           | 1721.2                    | 646.7 | 461.9                     | 508.0 | 430.7                      | 551.0 | 638.2 | 476.4 | 456.9  | 654.6 |

### **3.6.1.2 Beneficios de la polifuncionalidad y el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las decisiones de polifuncionalidad**

Esta subsección analiza el ahorro en el costo total obtenido mediante el uso de empleados polifuncionales bajo un enfoque *k-chaining* con  $k \geq 2$  y el impacto que tiene el fenómeno de aprendizaje y olvido en los requerimientos de polifuncionalidad. La Tabla 3-7 muestra los resultados promedios de las diez instancias que fueron ejecutadas para cada escenario resultante de los nueve CV y los tres experimentos. Cada escenario incluye métricas tales como el porcentaje promedio de empleados polifuncionales (%ME), porcentaje promedio de polifuncionalidad total (%TM), y costos promedio.

A partir de la Tabla 3-7 se desprenden varios aspectos destacables. Primero, para todos los CV, el Experimento Base siempre reporta el costo total más alto. Este resultado se debe a que este experimento no considera el uso de la polifuncionalidad como estrategia de flexibilidad laboral y, por lo tanto, no ofrece ninguna protección contra la incertidumbre de la demanda (%ME=%TM=0). Segundo, se puede observar que para los Experimentos PF y PF-&-A/O, a medida que aumenta el coeficiente de variación (%CV) también aumentan los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM). Este resultado es intuitivo, ya que a mayor nivel de variabilidad en la demanda se requieren mayores niveles de polifuncionalidad para contrarrestar el desajuste entre la oferta y la demanda y, en consecuencia, minimizar los costos de subdotación de personal.

Tercero, considerando cualquier CV evaluado, los resultados (no mostrados en la Tabla 3-7) indicaron que para el Experimento PF, el número máximo de habilidades adicionales entrenadas en un empleado polifuncional fue igual a 3, mientras que en el Experimento PF-&-A/O este número fue igual a 4. Adicionalmente, para el Experimento PF, los resultados reportaron que a partir de un CV=30% se requieren empleados polifuncionales capacitados en un total de 3 departamentos (i.e. dos habilidades adicionales). Mientras que para el Experimento PF-&-A/O, se observó que a partir de un CV=5% se requieren empleados polifuncionales capacitados en un total de 3 departamentos (i.e.,  $k = 3$ ). Estos resultados son interesantes, ya que muestran que una política *2-chaining* no es suficiente para obtener todos los potenciales beneficios del uso de la polifuncionalidad. Estos resultados también indican que, al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido (i.e., Experimento PF-&-A/O), la necesidad de usar una política de *k-chaining* con  $k \geq 2$

se refleja más temprano (i.e. con un CV más bajo) que cuando se asume una mano de obra homogénea (i.e., Experimento PF).

**Tabla 3-7.** Métricas de desempeño obtenidas para cada escenario de CV y experimento.

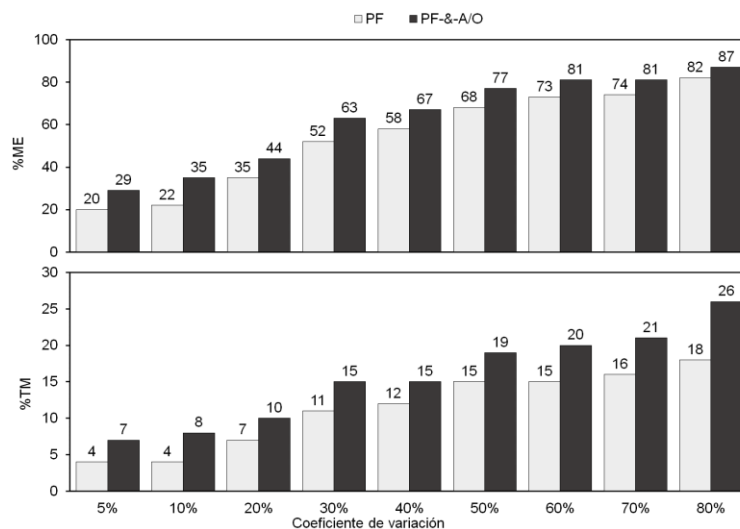
| %CV | Experimento | %ME | %TM | Costos (US\$) |             |         |
|-----|-------------|-----|-----|---------------|-------------|---------|
|     |             |     |     | Capacitación  | Subdotación | Total   |
| 5   | Base        | 0   | 0   | 0             | 19,986      | 19,986  |
|     | PF          | 20  | 4   | 6             | 7,992       | 7,998   |
|     | PF-&-A/O    | 29  | 7   | 10            | 8,560       | 8,571   |
| 10  | Base        | 0   | 0   | 0             | 43,998      | 43,998  |
|     | PF          | 22  | 4   | 7             | 19,770      | 19,777  |
|     | PF-&-A/O    | 35  | 8   | 12            | 20,962      | 20,973  |
| 20  | Base        | 0   | 0   | 0             | 80,700      | 80,700  |
|     | PF          | 35  | 7   | 11            | 35,298      | 35,309  |
|     | PF-&-A/O    | 44  | 10  | 15            | 36,763      | 36,778  |
| 30  | Base        | 0   | 0   | 0             | 134,604     | 134,604 |
|     | PF          | 52  | 11  | 17            | 52,278      | 52,295  |
|     | PF-&-A/O    | 63  | 15  | 22            | 54,998      | 55,020  |
| 40  | Base        | 0   | 0   | 0             | 186,336     | 186,336 |
|     | PF          | 58  | 12  | 18            | 96,712      | 96,810  |
|     | PF-&-A/O    | 67  | 15  | 23            | 100,898     | 100,921 |
| 50  | Base        | 0   | 0   | 0             | 219,480     | 219,480 |
|     | PF          | 68  | 15  | 23            | 105,228     | 105,251 |
|     | PF-&-A/O    | 77  | 19  | 28            | 109,847     | 109,875 |
| 60  | Base        | 0   | 0   | 0             | 248,358     | 248,358 |
|     | PF          | 73  | 15  | 23            | 119,628     | 119,651 |
|     | PF-&-A/O    | 81  | 20  | 29            | 123,030     | 123,059 |
| 70  | Base        | 0   | 0   | 0             | 317,400     | 317,400 |
|     | PF          | 74  | 16  | 24            | 180,738     | 180,762 |
|     | PF-&-A/O    | 81  | 21  | 32            | 195,843     | 195,874 |
| 80  | Base        | 0   | 0   | 0             | 392,454     | 392,454 |
|     | PF          | 82  | 18  | 27            | 235,362     | 235,389 |
|     | PF-&-A/O    | 87  | 23  | 34            | 240,984     | 241,018 |

Cuarto, para todos los experimentos se observa que los costos de subdotación aumentan a medida que aumenta el %CV. Sin embargo, para cada CV, el Experimento PF presenta costos de subdotación inferiores a los obtenidos en el Experimento PF-&-A/O. Esto se debe a que en el Experimento PF se asume una mano de obra homogénea, tal que todos los empleados polifuncionales son 100% productivos en todos los departamentos secundarios donde fueron entrenados. Es decir, el 100% de la oferta de horas-hombre es disponible y efectiva para cubrir los requerimientos de demanda. Por otra parte, a diferencia del Experimento PF, en el Experimento PF-&-A/O la mano de obra se modela como heterogénea mediante el fenómeno de aprendizaje y

olvido, lo que implica una pérdida de productividad en los departamentos secundarios donde fueron entrenados los empleados polifuncionales. Por lo tanto, las horas efectivas de trabajo (i.e.,  $O_{ils} = \omega_{ils}P_{ils}$ ) para satisfacer los requerimientos de demanda son menores en el Experimento PF-&-A/O que en el Experimento PF.

Quinto, para cada CV, se observa que los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM) y los costos de capacitación en el Experimento PF-&-A/O son más altos que en el Experimento PF. Es decir, dado que en el Experimento PF-&-A/O la oferta efectiva de trabajo para cubrir la demanda es menor debido a la pérdida de productividad, se requiere mayor inversión en flexibilidad laboral (i.e., polifuncionalidad) para compensar la pérdida de capacidad en horas-hombre efectivas. En consecuencia, el Experimento PF-&-A/O siempre reporta un costo total mayor que el Experimento PF. Sin embargo, los niveles de polifuncionalidad requeridos por el Experimento PF-&-A/O pueden verse como más ajustados a la realidad y, por lo tanto, no hay una subestimación como ocurre en el Experimento PF.

Finalmente, para cada CV, la Figura 3-2 muestra una comparación de las métricas %ME y %TM para los Experimentos PF y PF-&-A/O. Note que, en el Experimento PF-&-A/O siempre se reportan valores mayores de ambas métricas en comparación con el Experimento PF. Además, se puede observar que a medida que aumenta el CV aumentan los requerimientos de polifuncionalidad.



**Figura 3-2.** Métricas de polifuncionalidad para cada CV: Experimento PF vs. Experimento PF-&-A/O

### 3.6.2 Análisis 2: Experimento PF-&-A/O

Las Subsecciones 6.2.1, 6.2.2 y 6.2.3 mostrarán los resultados y los análisis asociados solo con el Experimento PF-&-A/O.

#### 3.6.2.1 Niveles de polifuncionalidad al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido

En esta subsección se examinan en detalle los niveles de polifuncionalidad requeridos bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  y donde la fuerza laboral se modela como heterogénea. La Tabla 3-8 muestra los resultados promedios y las desviaciones estándar de las diez instancias que fueron ejecutadas para cada uno de los CV en la demanda. Cada escenario incluye métricas tales como el gap promedio de optimalidad, porcentaje promedio de empleados polifuncionales (%ME), y porcentaje promedio de polifuncionalidad total (%TM). Adicionalmente, se reportan las métricas %ME- $k$  las cuales representan el porcentaje de empleados polifuncionales entrenados en  $k - 1$  departamentos adicionales, lo cual implica que son empleados entrenados en un total de  $k$  departamentos. Por ejemplo, la métrica %ME-3 representa el porcentaje de empleados polifuncionales entrenados en dos departamentos adicionales y, por lo tanto, son empleados entrenados en un total de tres departamentos.

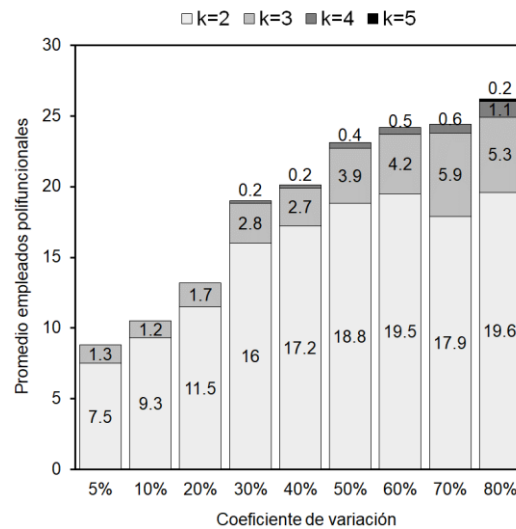
**Tabla 3-8.** Gaps de optimalidad y niveles de polifuncionalidad para cada CV.

| %CV | %Gap  | %ME  |      | %ME-2 |      | %ME-3 |      | %ME-4 |      | %ME-5 |      | %TM  |      |
|-----|-------|------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|------|------|
|     |       | Prom | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv | Prom | Desv |
| 5   | 0.835 | 29.3 | 3.4  | 25.0  | 3.6  | 4.3   | 3.9  | 0     | 0    | 0     | 0    | 7    | 1.3  |
| 10  | 0.492 | 35.0 | 5.3  | 31.0  | 6.1  | 4.0   | 3.1  | 0     | 0    | 0     | 0    | 8    | 1.2  |
| 20  | 0.320 | 44.0 | 7.0  | 38.3  | 6.5  | 5.7   | 4.5  | 0     | 0    | 0     | 0    | 10   | 1.9  |
| 30  | 0.276 | 63.3 | 9.3  | 53.3  | 5.0  | 9.3   | 7.7  | 0.7   | 2.1  | 0     | 0    | 15   | 3.4  |
| 40  | 0.212 | 67.0 | 6.7  | 57.3  | 5.6  | 9.0   | 6.3  | 0.7   | 1.4  | 0     | 0    | 15   | 2.7  |
| 50  | 0.169 | 77.0 | 9.4  | 62.7  | 7.5  | 13.0  | 7.4  | 1.3   | 3.2  | 0     | 0    | 19   | 3.2  |
| 60  | 0.220 | 80.7 | 8.0  | 65.0  | 8.5  | 14.0  | 9.0  | 1.7   | 2.4  | 0     | 0    | 20   | 3.3  |
| 70  | 0.116 | 81.4 | 8.9  | 59.7  | 10.7 | 19.7  | 12.3 | 2.0   | 3.6  | 0     | 0    | 21   | 4.3  |
| 80  | 0.152 | 87.4 | 5.4  | 65.3  | 10.0 | 17.7  | 9.6  | 3.7   | 2.5  | 0.7   | 1.4  | 23   | 2.9  |

La Tabla 3-8 muestra varios resultados interesantes. Primero, aunque se usó un criterio de parada del 1% en el gap de optimalidad para ejecutar cada instancia de prueba, se observó que se lograron gaps promedios menores a 1%. También se observó que a mayores %CV menores son los gaps alcanzados. Segundo, tal como fue mostrado en la Subsección 3.6.1.2 los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM) aumentan a medida que aumenta el %CV. Este mismo comportamiento es replicado por las métricas %ME- $k$ . Tercero, se puede observar que el %ME oscila entre 29.3% y 87.4%, es decir, para ninguno de los CV, se requiere que el 100% de los empleados sean polifuncionales.

Cuarto, tal como se reportó en la Subsección 3.6.1.2, se observa que a partir de un CV=5% se requieren empleados polifuncionales capacitados en 3 departamentos en total (i.e.,  $k = 3$ ). Por lo tanto, cuando se modela una mano de obra heterogénea con la incorporación del fenómeno de aprendizaje y olvido, una política *2-chaining* no es suficiente para entregar los máximos beneficios de la polifuncionalidad ni siquiera cuando el nivel de variabilidad considerado es mínimo. En consecuencia, es recomendable usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar los máximos beneficios.

Quinto, a mayores %CV se requiere que los empleados polifuncionales sean entrenados en un mayor número de habilidades adicionales. En particular, cuando el nivel de variabilidad es el mínimo (i.e. CV=5%) el número máximo de habilidades adicionales requeridas en un empleado polifuncional fue igual a 2, es decir, entrenados para trabajar en un total de 3 departamentos (i.e.,  $k = 3$ ). Mientras que si el nivel de variabilidad es el máximo (i.e. CV=80%), se requieren empleados polifuncionales entrenados en un máximo de 4 habilidades adicionales. Es decir, entrenados para trabajar en un total de 5 departamentos (i.e.,  $k = 5$ ). Para mayor detalle, la Figura 3-3 muestra el número promedio de empleados polifuncionales de la tienda que fueron capacitados en dos, tres, cuatro o cinco departamentos en total.



**Figura 3-3.** Número promedio de empleados polifuncionales que pueden trabajar en dos o más departamentos para cada CV.

### 3.6.2.2 Formación de cadenas cerradas

En esta subsección se examina el conjunto de estructuras polifuncionales de cadena cerrada que fue obtenido. Según la literatura, hay dos tipos de cadenas cerradas: (1) *cadena larga cerrada* (CLC), donde un subconjunto de empleados polifuncionales conecta a todos los departamentos de la tienda; y (2) *cadena corta cerrada* (CCC), donde un subconjunto de empleados polifuncionales conecta solo un subconjunto de departamentos. Para el Experimento PF-&-A/O, la Tabla 3-9 muestra respecto a las diez instancias de prueba evaluadas en cada %CV, el porcentaje de instancias donde se requirió una combinación de CLCs y CCCs (i.e., %CLC-CCC) y el porcentaje de instancias donde sólo se requirió CCCs (i.e., %CCC). Adicionalmente, para ambas métricas se calcula el valor promedio asociado a los nueve CV.

De la Tabla 3-9 se observa que para valores de  $CV \geq 10\%$  domina la combinación de CLCs y CCCs. Este resultado muestra que, en sistemas desbalanceados donde el número de nodos de oferta (i.e., empleados) es mayor al número de nodos de demanda (i.e., departamentos), una combinación de CLCs y CCCs es la forma más costo-efectiva de generar los planes de entrenamiento de los empleados. Este resultado también ha sido reportado por Henao et al. (2016, 2019, 2021) y Mercado et al. (2021).

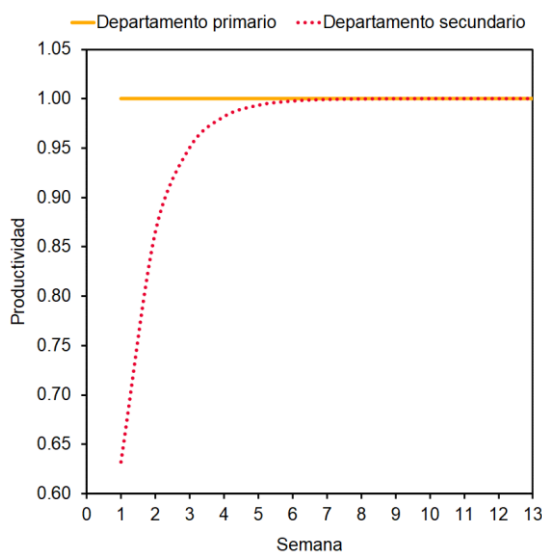
**Tabla 3-9.** Métricas de evaluación sobre las cadenas cerradas.

| %CV          | %CLC-CCC  | %CCC      |
|--------------|-----------|-----------|
| 5            | 40        | 60        |
| 10           | 60        | 40        |
| 20           | 70        | 30        |
| 30           | 100       | 0         |
| 40           | 100       | 0         |
| 50           | 100       | 0         |
| 60           | 100       | 0         |
| 70           | 90        | 10        |
| 80           | 100       | 0         |
| <i>Prom.</i> | <i>84</i> | <i>16</i> |

### 3.6.2.3 Impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las productividades de los empleados

El objetivo de esta subsección es analizar el comportamiento de la productividad individual de los empleados polifuncionales cuando se considera el fenómeno de aprendizaje y olvido. Recordar que, el efecto aprendizaje consiste en el aumento de la productividad del empleado durante la práctica de un tipo de tarea determinada. Por otro lado, el efecto olvido ocurre cuando un empleado interrumpe la realización de una tarea, acción que provoca la disminución de la productividad en dicha tarea. A su vez, recuerde que los parámetros de aprendizaje y olvido considerados en este caso de estudio son  $L_{il} = 1$  y  $F_{il} = 1$ , respectivamente. Para el horizonte de planificación de un trimestre (i.e., 13 semanas), la Figura 3-4 muestra un ejemplo del comportamiento gráfico de la productividad individual de un empleado polifuncional que está capacitado en un total de dos departamentos. En detalle, la figura muestra el comportamiento de la productividad del empleado en su departamento primario (curva naranja) y en su departamento secundario (curva roja). Nos gustaría destacar que, graficas asociados al comportamiento de las productividades del resto de los empleados polifuncionales en la tienda presentarían tendencias muy similares a las observadas en la Figura 3-4.





**Figura 3-4.** Ejemplo del comportamiento de la productividad individual de un empleado polifuncional bajo el fenómeno de aprendizaje y olvido: con parámetros  $L_{il} = F_{il} = 1$ .

De la figura se pueden destacar varios aspectos. Primero, en el departamento primario del empleado la productividad se mantiene constante y en su valor máximo desde el inicio del horizonte de planificación, mientras en su departamento secundario la productividad presenta un comportamiento monótonamente creciente.

Segundo, ninguna de las dos curvas de productividad refleja un descenso, es decir, no ocurren pérdidas de productividad. Esto se puede interpretar como una ausencia de olvido en los empleados polifuncionales. Este resultado parece contraintuitivo, ya que la restricción (11) en la formulación matemática permite que los empleados polifuncionales presenten el fenómeno de olvido. Sin embargo, dado que en el caso de estudio de esta tesis no hay una sobredotación estructural y la función objetivo busca minimizar los costos totales de subdotación de personal, el modelo busca que la oferta de horas efectivas por empleado ( $\sum_{i \in I} O_{ils}$ ) tome el máximo valor posible en cada semana del horizonte de planificación y, así, maximizar la cobertura de la demanda ( $r_{ls}$ ). Es decir, recuerde que la subdotación de personal ( $k_{ls}$ ) depende de la relación entre  $\sum_{i \in I} O_{ils}$  y  $r_{ls}$  (ver restricción (4)). A su vez, de la restricción (10) se sabe que  $O_{ils} = \omega_{ils} P_{ils}$ , lo que implica que las horas efectivas de trabajo de un empleado en un departamento y semana cualquiera ( $O_{ils}$ ) dependen del producto entre las horas de trabajo asignadas a dicho departamento ( $\omega_{ils}$ ) y el valor de productividad que tenga él/ella para trabajar en tal departamento ( $P_{ils}$ ). Por lo tanto, el modelo procura que los valores de productividad ( $P_{ils}$ ) sean monótonamente crecientes y, así, aumentar

los valores  $O_{ils}$  en cada semana, tal que se minimicen los valores de  $k_{ls}$ . Esta argumentación explica por qué, según la Figura 3-4, los empleados son asignados a trabajar secuencialmente a través de todo el horizonte de planificación en cada uno de los departamentos en los cuales fue capacitado, lo cual evita que se presenten periodos de interrupción u olvido.

Tercero, teniendo en cuenta el hallazgo anterior y que se asumió que los empleados son totalmente expertos en su departamento primario, esto explica también por qué la curva de productividad en el departamento primario se mantiene constante en la productividad máxima de 1. Cuarto, para la configuración de los valores de los parámetros de aprendizaje y olvido considerado, la productividad del empleado en su departamento secundario y en la primera semana del horizonte de planificación es de aproximadamente 0.63. Luego, en las siguientes semanas este valor de productividad continúa aumentando hasta alcanzar la productividad máxima en la sexta semana. Quinto, también es importante aclarar que sin importar el número de departamentos secundarios en los que esté capacitado un empleado polifuncional, tal empleado es asignado a trabajar en cada uno de ellos consecutivamente desde la semana 1 hasta la semana 13. Lo que diferirá será la cantidad de horas de trabajo en las que el empleado es asignado a trabajar en cada departamento, tal que la suma total de estas debe ser igual a lo estipulado por su contrato laboral.

#### **3.6.2.4 Análisis de sensibilidad sobre el parámetro de aprendizaje**

El objetivo de esta subsección es evaluar la estabilidad de la solución reportada inicialmente por el modelo determinista PNLEM a través de un análisis de sensibilidad sobre el parámetro de aprendizaje de los empleados (i.e.  $L_{il} = L$ ). Por lo tanto, aparte del valor original ( $L = 1$ ), se evalúan cinco valores adicionales de la tasa de aprendizaje, tal que sea  $L = 1, 2, 3, 5, 7, 9$ . Recordar que, el parámetro  $L$  indica el número de semanas necesarias para alcanzar aproximadamente la mitad del nivel de productividad en estado estacionario  $K_{il}$  y que cuanto mayor es el valor de este parámetro, más lento es el aprendizaje. También, para simplificar el análisis de sensibilidad, se prueban 10 instancias de prueba asociadas para un único nivel de variabilidad en la demanda de personal (i.e., CV=80%).

**Primera observación.** En la Tabla 3-10 se muestran los resultados promedios asociados a las diez instancias probadas para el CV=80% y cada valor del parámetro  $L$ . Se presentan métricas tales como el porcentaje promedio de empleados polifuncionales (%ME), porcentaje promedio de

polifuncionalidad total (%TM), costos promedio, gaps promedio de optimalidad, y tiempos promedio computacionales.

**Tabla 3-10.** Métricas de desempeño obtenidas para un CV=80% y cada valor de  $L$ .

| $L$ | %ME | %TM | Costos (US\$) |             |         | Gaps  | Tiempo (s) |
|-----|-----|-----|---------------|-------------|---------|-------|------------|
|     |     |     | Capacitación  | Subdotación | Total   |       |            |
| 1   | 87  | 23  | 34            | 240,984     | 241,018 | 0.152 | 456.8      |
| 2   | 89  | 24  | 36            | 250,728     | 250,764 | 0.470 | 242.7      |
| 3   | 92  | 26  | 39            | 261,281     | 261,320 | 0.414 | 189.4      |
| 5   | 94  | 29  | 44            | 281,802     | 281,846 | 0.522 | 139.8      |
| 7   | 94  | 29  | 44            | 298,436     | 298,480 | 0.564 | 131.5      |
| 9   | 94  | 30  | 45            | 312,468     | 312,513 | 0.621 | 138.3      |

De la Tabla 3-10 se pueden destacar varios aspectos. Primero, los tiempos de solución reflejan una disminución con el aumento del parámetro  $L$ . Segundo, las métricas %ME y %TM muestran un aumento a medida que aumenta el valor de  $L$ . Es decir, a un mayor valor del parámetro  $L$  los empleados tienen un aprendizaje más lento, lo cual lleva a que alcancen productividades más bajas a lo largo del horizonte de planificación y, por ende, se necesite un mayor número de empleados polifuncionales para maximizar la cobertura de la demanda en cada semana. Sin embargo, se destaca que los %ME son iguales a 87% y 94% cuando  $L = 1$  y  $L = 9$ , respectivamente. Tal que esa diferencia de 7 puntos porcentuales solo representa un requerimiento adicional de dos empleados polifuncionales.

Tercero, se observa que a medida que aumenta el valor de  $L$  aumentan los costos subdotación. Es decir, debido a que los empleados alcanzan productividades más bajas en sus departamentos secundarios cuando aumenta  $L$ , se observa que disminuye la oferta efectiva disponible de horas-hombre para satisfacer los requerimientos de demanda y, en consecuencia, aumenta la subdotación de personal. Cuarto, debido que valores más altos de  $L$  exigen niveles de polifuncionalidad más altos para compensar la pérdida de capacidad ocasionada por un aprendizaje más lento, los costos de capacitación aumentan con el aumento de  $L$ .

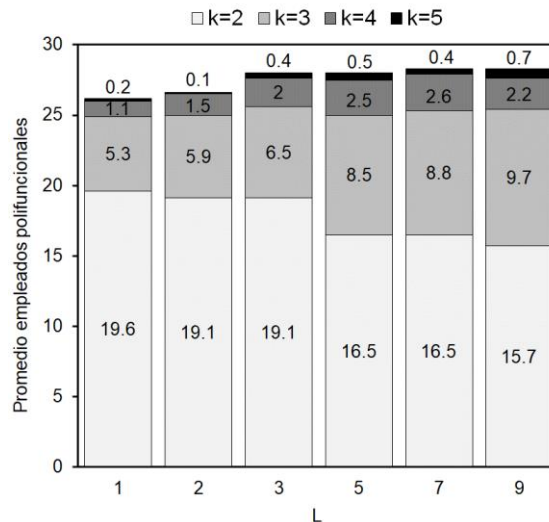
**Segunda observación.** En un análisis adicional, la Tabla 3-11 muestra en detalle para cada valor de  $L$  los resultados promedios y desviaciones estándar de las métricas de polifuncionalidad (%ME y %ME-k). En particular, la Tabla 3-11 muestra cómo cambia la composición de los

empleados polifuncionales de acuerdo con los valores de  $L$ . Primero, se observa que cuando  $L = 1, 2, \text{ ó } 3$  el %ME-2 es aproximadamente igual, lo que implica que para dichos valores se requiere en promedio una cantidad similar de empleados polifuncionales capacitados en dos departamentos (i.e.,  $k = 2$ ). Luego, cuando  $L = 5$  se presenta una disminución en la métrica %ME-2, donde tal disminución representa que se requiere en promedio tres empleados polifuncionales (con  $k = 2$ ) menos en comparación a  $L = 1$ . Adicionalmente, cuando se comparan los valores de  $L = 1$  y  $L = 9$ , la métrica %ME-2 disminuye en 13 puntos porcentuales, lo cual representa que cuando  $L = 9$  se requiere en promedio cuatro empleados polifuncionales (con  $k = 2$ ) menos en comparación a  $L = 1$ .

**Tabla 3-11.** Métricas de polifuncionalidad para un CV=80% y cada valor de  $L$ .

| $L$ | %ME  |      | %ME-2 |      | %ME-3 |      | %ME-4 |      | %ME-5 |      |
|-----|------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
|     | Prom | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv | Prom  | Desv |
| 1   | 87.4 | 5.4  | 65.3  | 10.0 | 17.7  | 9.6  | 3.7   | 2.5  | 0.7   | 1.4  |
| 2   | 88.7 | 5.3  | 63.7  | 9.0  | 19.7  | 10.5 | 5.0   | 4.8  | 0.3   | 1.1  |
| 3   | 92.4 | 4.2  | 63.7  | 9.9  | 21.7  | 9.4  | 6.7   | 6.5  | 1.3   | 2.8  |
| 5   | 93.3 | 3.8  | 55.0  | 12.1 | 28.3  | 11.7 | 8.3   | 4.8  | 1.7   | 1.8  |
| 7   | 94.3 | 3.1  | 55.0  | 9.7  | 29.3  | 11.3 | 8.7   | 6.1  | 1.3   | 1.7  |
| 9   | 94.3 | 5.2  | 52.3  | 14.9 | 32.3  | 13.2 | 7.4   | 3.4  | 2.3   | 3.5  |

Segundo, contrario a %ME-2, la Tabla 3-11 muestra que la métrica %ME-3 aumenta de 17.7% a 32.3% cuando  $L$  pasa de un valor de 1 a 9. Esta diferencia de 14.6 puntos porcentuales es equivalente a un aumento promedio de cuatro empleados polifuncionales (con  $k = 3$ ). A su vez, en cuanto a las métricas %ME-4 y %ME-5, también se presenta un aumento cuando se comparan los resultados entre  $L = 1$  y  $L = 9$ . Sin embargo, estos aumentos pueden considerarse mínimos. Este resultado es interesante, puesto que indica que a medida que aumenta el parámetro  $L$  y, por lo tanto, los empleados necesitan un mayor número de semanas para alcanzar su productividad máxima, es deseable tener una mayor proporción de empleados polifuncionales con  $k \geq 3$  para compensar la disminución de horas de trabajo efectivas. Para mayor detalle, y para cada valor del parámetro  $L$ , la Figura 3-5 muestra el número promedio de empleados polifuncionales de la tienda que fueron capacitados en dos, tres, cuatro o cinco departamentos en total.



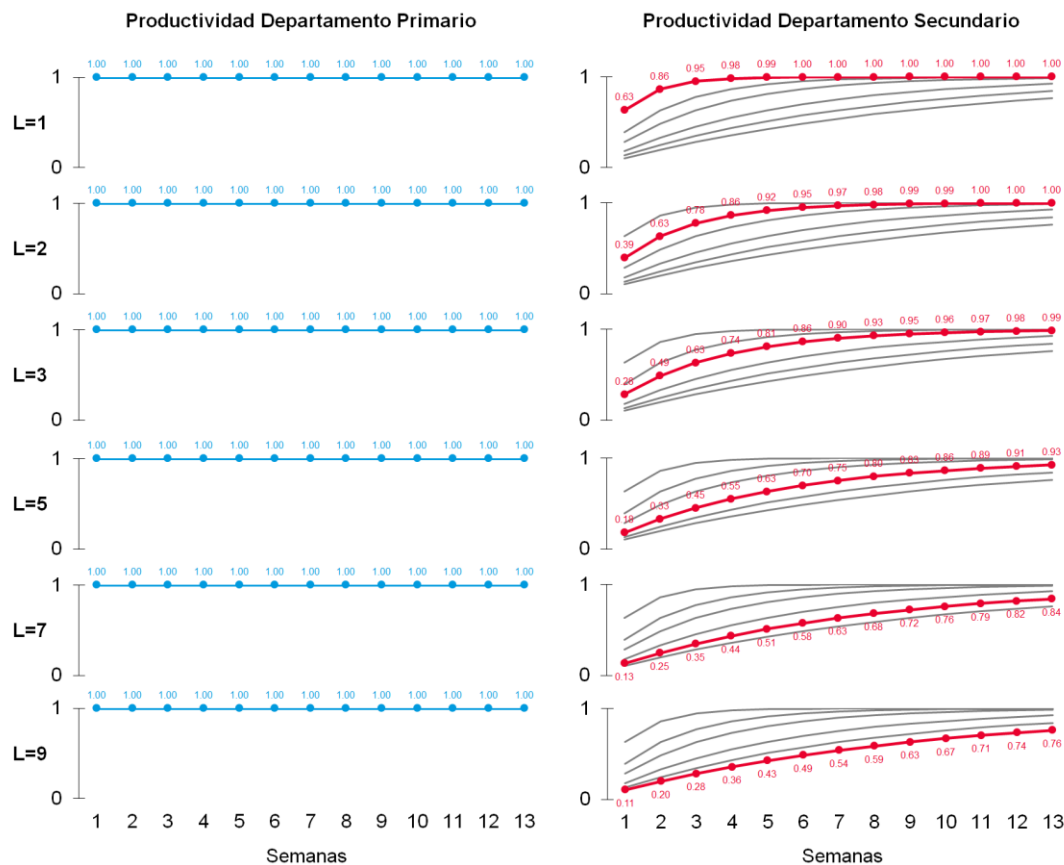
**Figura 3-5.** Número promedio de empleados polifuncionales capacitados en dos o más departamentos con un CV=80% y para cada L.

**Tercera observación.** La Figura 3-6, para los diferentes valores del parámetro de aprendizaje  $L$ , representa gráficamente un ejemplo del comportamiento individual de la productividad de un empleado polifuncional (con  $k = 2$ ) en su departamento primario y en su departamento secundario. De la Figura 3-6 se destacan varios aspectos importantes. Primero, de forma intuitiva, las gráficas muestran que la curva de productividad en el departamento primario no difiere entre los diferentes valores de  $L$  y se mantiene constante en su productividad máxima. Segundo, se observa que las curvas de productividad en el departamento secundario para todos los valores de  $L$  siguen un comportamiento monótonamente creciente. Sin embargo, los valores de las productividades y, por lo tanto, la evolución de las productividades difiere para cada valor de  $L$ .

Tercero, de la Figura 3-6 se observa que, para la primera semana del horizonte de planificación la productividad del empleado en su departamento secundario va disminuyendo a medida que aumenta el valor de  $L$ . Es decir, cuando  $L = 1$  la productividad del empleado en su departamento secundario en la primera semana del horizonte de planificación es aproximadamente igual a 0.63. Mientras que para valores de  $L = 2, 3, 5, 7$  y  $9$ , la productividad al inicio del horizonte de planificación es aproximadamente igual a 0.39, 0.28, 0.18, 0.13 y 0.11, respectivamente.

Cuarto, según el valor de  $L$ , también es posible identificar en qué semana del horizonte de planificación el empleado alcanza la productividad máxima en su departamento secundario. Es

decir, cuando  $L = 1$  el empleado alcanza su productividad máxima en su departamento secundario en la sexta semana, mientras que para valores de  $L = 2$  y  $L = 3$  el empleado alcanza la productividad máxima en la semana 10 y 13 respectivamente. Para los valores de  $L = 5, 7, \text{ ó } 9$ , el empleado no logra alcanzar la productividad máxima en su departamento secundario durante el horizonte de planificación estudiado (i.e., 13 semanas). Para tales valores de  $L$ , al final de la semana 13 el empleado alcanza valores de productividad iguales a 0.93, 0.84 y 0.76, respectivamente. Este resultado es razonable, ya que valores mayores de  $L$  representan un aprendizaje más lento y, por lo tanto, el empleado necesitará un mayor número de semanas para alcanzar la productividad máxima.



**Figura 3-6.** Ejemplo del comportamiento de la productividad individual de un empleado polifuncional para diferentes valores del parámetro  $L$ .

### 3.7 Conclusiones y futuras investigaciones

Este capítulo propuso resolver un problema de asignación de personal incorporando la polifuncionalidad a través de una política  $k$ -chaining con  $k \geq 2$  y el fenómeno de aprendizaje y

olvido. Este estudio presentó varias contribuciones. Primero, en un entorno de una tienda retail, se modela una mano de obra heterogénea incorporando el fenómeno de aprendizaje y olvido para medir la pérdida/ganancia de la productividad de los empleados polifuncionales. Segundo, de forma novedosa, la formulación matemática modela simultáneamente la polifuncionalidad y la productividad de los empleados como variable de decisión. Tercero, con el objetivo de medir el impacto del fenómeno de aprendizaje y olvido en las decisiones de polifuncionalidad, se comparan tres experimentos que difirieron según la estrategia de flexibilidad laboral abordada. El primer experimento (Base) no consideró empleados polifuncionales, el segundo experimento (PF) consideró una mano de obra polifuncional homogénea, mientras el tercer experimento (PF-&-A/O) consideró una mano de obra polifuncional heterogénea a través de la incorporación del fenómeno de aprendizaje y olvido. La metodología fue aplicada usando información real y simulada de una tienda de retail chilena con múltiples departamentos. Adicionalmente, se consideró nueve niveles de variabilidad en la demanda de personal.

El caso de estudio arrojó varias conclusiones interesantes. Primero, los resultados mostraron que el Experimento Base (i.e. cero polifuncionalidad) al no ofrecer ninguna protección contra la variabilidad de la demanda siempre reportó el costo total más alto. Segundo, los costos reportados por el Experimento PF siempre fueron menores en comparación con el Experimento PF-&-A/O. Esto sucedió porque el Experimento PF subestima los costos de capacitación y subdotación al modelar la mano de obra como homogénea y asumir que todos los empleados tienen máxima productividad en todos los departamentos adicionales en los que fueron capacitados, mientras que en el Experimento PF-&-A/O las productividades de los empleados en los departamentos secundarios donde se capacitan se modelan usando el fenómeno de aprendizaje y olvido.

Tercero, para los Experimentos PF y PF-&-A/O, los resultados mostraron que a medida que aumenta el coeficiente de variación (%CV) también aumentan los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM). Sin embargo, para ningún CV, se requirió que el 100% de los empleados fueran polifuncionales. Adicionalmente, se evidenció que los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM) en el Experimento PF-&-A/O son más altos que en el Experimento PF. Esto se debió a que la pérdida de productividad producto del fenómeno de aprendizaje y olvido ocasiona que las horas-hombre efectivas de trabajo disminuyan y, por lo tanto, se requiere de una mayor inversión en polifuncionalidad para minimizar la subdotación.

Cuarto, para el Experimento PF-&A/O los resultados mostraron que cuando el nivel de variabilidad estudiado fue máximo (i.e., CV=80%) se requirieron algunos empleados polifuncionales entrenados en un total de cinco departamentos. Sin embargo, nunca se requirieron empleados polifuncionales entrenados en todos los departamentos de la tienda. Quinto, los resultados también mostraron que para el Experimento PF (mano de obra homogénea) una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es requerida a partir de un CV=30%, mientras que para el Experimento PF-&A/O (mano de obra heterogénea) esta política fue requerida a partir de un CV=5% (mínimo nivel de variabilidad evaluado). Ambos resultados indican que una política *2-chaining* no es suficiente para obtener todos los potenciales beneficios del uso de la polifuncionalidad y, por lo tanto, se requiere usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar el máximo beneficio.

Sexto, también se evaluó el comportamiento de la productividad individual de los empleados polifuncionales en el Experimento PF-&A/O. Los resultados mostraron que, cuando no hay sobredotación estructural y el objetivo primario en la formulación matemática es minimizar los costos totales de subdotación de personal, el modelo busca que los valores de productividad sean monótonamente crecientes y, por lo tanto, evita el fenómeno de olvido. Es decir, la solución del modelo evita periodos de interrupción, tal que los empleados son asignados a trabajar a los departamentos en los que fueron capacitados en cada semana del horizonte de planificación.

Séptimo, el análisis de sensibilidad sobre el parámetro de tasa de aprendizaje mostró algunas conclusiones destacables. Los resultados mostraron que cambios en este parámetro impactan en los requerimientos de empleados polifuncionales y en la composición de la mano de obra polifuncional (en relación con el porcentaje de empleados polifuncionales entrenados en dos, tres, o más departamentos en total). Sin embargo, se destaca que siempre que las variaciones en el parámetro no sean demasiado grandes, los requerimientos de polifuncionalidad no sufren cambios considerables. También se observó que, antes cambios en el parámetro de aprendizaje, la evolución de la productividad en el departamento primario de los empleados se mantiene constante mientras que en el departamento secundario la productividad es monótonamente creciente.

En cuanto a la investigación futura, sería interesante considerar las siguientes posibles extensiones de este trabajo: (1) incorporar en simultáneo decisiones de contratación de personal; (2) considerar explícitamente dentro la formulación matemática condiciones de demanda



estocástica; y (3) evaluar la evolución de la productividad laboral en un horizonte de planificación mayor (e.g. un año).

Finalmente, en el capítulo siguiente se presentan las conclusiones obtenidas y un listado de los beneficios de la polifuncionalidad laboral a través de los casos de estudios y experimentos realizados en los Capítulos 2 y 3 de esta tesis. Además, se presentan algunas características a incorporarse y algunos supuestos que podrían relajarse para nuevas líneas de investigación futuras.

## 4 CONCLUSIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES

Este capítulo se divide en tres subsecciones. En la Subsección 4.1 se resumen los principales resultados obtenidos en esta tesis, en la Subsección 4.2 se muestra un listado de los beneficios de incorporar empleados polifuncionales bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  para las industrias retail y en la Subsección 4.3 se sugieren ideas para futura investigación.

### 4.1 Resumen de resultados

El objetivo de esta tesis fue desarrollar una metodología que permitiera planificar una fuerza laboral polifuncional costo-efectiva a nivel estratégico a través de una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  con el fin de evaluar los beneficios potenciales de la polifuncionalidad laboral y, por lo tanto, permitir que las empresas de retail minimizaran los niveles de sobredotación y subdotación de personal ante la presencia de incertidumbre en la demanda. Estos problemas de gestión de personal son ocasionados por fenómenos predecibles como la estacionalidad de la demanda y no predecibles como la incertidumbre de la demanda y el ausentismo no programado de personal. La solución del problema fue orientada a responder dos preguntas claves sobre la polifuncionalidad: cuánta agregar y cómo agregarla. Estas preguntas fueron respondidas bajo dos enfoques de investigación abordados en dos artículos diferentes. En cada capítulo (artículo) la metodología se basó en una tienda de mejoramientos para el hogar ubicada en Santiago de Chile con información real y simulada.

El segundo capítulo propuso resolver un problema de asignación semanal de personal homogéneo con polifuncionalidad e incorporando una estrategia *k-chaining* con  $k \geq 2$ . Como enfoque de solución y para incorporar la variabilidad en la demanda se formuló un modelo estocástico de dos etapas (TSSO) cuyo objetivo fue minimizar los costos de capacitación y los costos esperados de sobre/subdotación. En este segundo capítulo, también se evaluó el nivel de conservadurismo de la solución reportada considerando dos tipos de truncamiento en la función de densidad de probabilidad (fdp): (i) truncado en cero (TSSO-TC) y (ii) truncado en percentiles (TSSO-TP). Además, se comparó el enfoque propuesto con enfoques miopes (i.e., cero y total polifuncionalidad). Del estudio se obtuvieron varios resultados interesantes. Primero, los resultados mostraron que mediante el enfoque propuesto TSSO bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , es posible cosechar el 100% de los beneficios potencialmente alcanzables de la

polifuncionalidad total, pero con una inversión mucho menor en polifuncionalidad. Segundo, también se mostró que para los enfoques TSSO-TC y TSSO-TP los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM) aumentan a medida que también aumenta el %CV de la demanda.

Tercero, para altos %CV en la demanda, una política *2-chaining* no es suficiente y, por lo tanto, se requiere usar políticas *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar el máximo beneficio. Además, los resultados mostraron que cuando la fdp es sólo truncada en cero (truncamiento más conservador) los beneficios de utilizar una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  se reflejan más temprano (i.e., en CV menores) que cuando la fdp es truncada en percentiles 5 y 95. Es decir, para el enfoque TSSO-TC una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es requerida cuando  $CV > 30\%$ , mientras que para el enfoque TSSO-TP esta política fue requerida cuando  $CV > 50\%$ .

Cuarto, para ambos enfoques (TSSO-TC y TSSO-TP) los resultados mostraron que aproximadamente el 99% de los empleados polifuncionales fueron capacitados en uno o dos departamentos adicionales, i.e.,  $k = 2$  y  $k = 3$  y solo unos cuantos empleados fueron entrenados en tres departamentos adicionales, i.e.,  $k = 4$ . Este resultado indica que la polifuncionalidad total es innecesaria y que hay rendimientos decrecientes a escala cuando aumenta el número de habilidades adicionales entrenadas. Quinto, se observó que la mejor forma de estructurar los planes de entrenamiento de los empleados polifuncionales consiste en una combinación de cadenas cortas cerradas (CCCs) de diferentes longitudes y cadenas largas cerradas (CLCs). Además, que conectar pares de departamentos con grandes demandas medias más de una vez es costo-efectivo.

El tercer capítulo abordó un problema de asignación de personal que incorporó una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ , pero considerando un horizonte de planificación de un trimestre y modelando la fuerza laboral como heterogénea. En este enfoque, el objetivo fue identificar cómo la consideración de una productividad variable en los empleados puede impactar en los requerimientos de polifuncionalidad de la tienda. Como enfoque de solución este capítulo formuló un modelo determinista de programación lineal entera-mixta que de manera novedosa incorporó la polifuncionalidad y la productividad de los empleados como variables de decisión. Además, se presentaron y compararon tres experimentos: polifuncionalidad cero (Base), *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra homogénea (PF), y *k-chaining* con  $k \geq 2$  con mano de obra heterogénea (PF-&-A/O). Los resultados mostraron varias conclusiones interesantes. Primero, que modelar una

mano de obra como homogénea subestima los niveles de polifuncionalidad requeridos para minimizar los costos de subdotación de personal. Por lo tanto, al incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido se requieren mayores niveles de polifuncionalidad para compensar la pérdida de productividad de los empleados y dicha solución se puede considerar como más ajustada a la realidad.

Segundo, para los Experimentos PF y PF-&-A/O, los resultados mostraron que al aumentar el %CV también aumentan los requerimientos de polifuncionalidad (%ME, %TM). Sin embargo, para ningún CV se requirió el 100% de los empleados polifuncionales. A su vez a mayores %CV se requiere que los empleados polifuncionales sean entrenados en un mayor número de habilidades adicionales. Tercero, también se evidenció que incorporar el fenómeno de aprendizaje y olvido en los empleados hace que las horas de trabajo efectivas disminuyan, por lo tanto, el Experimento PF-&-A/O requiere mayores niveles de polifuncionalidad que el Experimento PF. Además, para el Experimento PF-&-A/O una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  es requerida a partir del CV=5%, mientras que para el Experimento PF esta política se requirió a partir del CV=30%. Este resultado confirma la conclusión a la que se llegó en el segundo capítulo, es decir, que una política *2-chaining* no es suficiente para obtener todos los potenciales beneficios del uso de la polifuncionalidad y, por lo tanto, se requiere usar una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  para alcanzar el máximo beneficio.

Cuarto, sobre el comportamiento individual de la productividad de los empleados, los resultados mostraron que cuando no hay sobredotación estructural y el objetivo primario en la formulación matemática es minimizar los costos totales de subdotación de personal, el modelo busca que los valores de productividad sean monótonamente crecientes y, por lo tanto, el modelo asigna a los empleados secuencialmente a cada semana del horizonte de planificación en todos los departamentos donde fue capacitado, evitando así el fenómeno del olvido. Quinto, el análisis de sensibilidad sobre el parámetro de aprendizaje arrojó que, cambios en este parámetro impactan en los requerimientos de empleados polifuncionales y en la composición de la mano de obra polifuncional. Sin embargo, se destaca que siempre que las variaciones en el parámetro no sean demasiado grandes, los requerimientos de polifuncionalidad no sufren cambios considerables. Otro resultado destacable del análisis de sensibilidad muestra que a medida que aumenta el parámetro de la tasa de aprendizaje y, por lo tanto, los empleados necesitan un mayor número de

semanas para alcanzar su productividad máxima, es deseable tener una mayor proporción de empleados polifuncionales con  $k \geq 3$  para compensar la disminución de horas de trabajo efectivas.

#### **4.2 Beneficios de la polifuncionalidad laboral**

A través de los resultados obtenidos de los Capítulos 2 y 3 presentados en esta tesis se puede destacar un listado de los beneficios que representan para la industria retail la incorporación de personal polifuncional bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ .

1. Al incorporar empleados polifuncionales en los esquemas de capacitación de las empresas retail es posible trasladar empleados polifuncionales de departamentos donde se presente sobredotación a aquellos con presencia de subdotación, esto permite que se minimicen los costos laborales de sobre/subdotación al lograr un mejor ajuste de la oferta y demanda de personal.
2. Incorporar empleados polifuncionales en la plantilla de una industria retail permite lograr un ahorro aproximado entre el 40 y el 50% de los costos laborales totales
3. Las tiendas retail se enfrentan a volúmenes de demanda que varían considerablemente a lo largo del día. Para altos niveles de variabilidad en la demanda una política estricta *2-chaining* no es suficiente para alcanzar los máximos beneficios potenciales de la polifuncionalidad (i.e., minimizar de costos laborales y maximizar el nivel de servicio ofrecido a los clientes). Por lo tanto, es beneficioso tener empleados polifuncionales capacitados en dos o más departamentos (i.e., bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$ ).
4. Dado que el enfoque de polifuncionalidad total es el más conservador pues ofrece la máxima protección contra la incertidumbre en la demanda, se tiene que bajo una política *k-chaining* con  $k \geq 2$  se logran el 100% de los ahorros en los costos de sobre/subdotación similares al obtenido bajo una política de polifuncionalidad total, pero con una inversión en polifuncionalidad mucho menor.
5. En la operación real de las tiendas retail la plantilla de empleados son típicamente heterogéneos. Por lo tanto, cuando se considera en los modelos matemáticos que los empleados siguen un comportamiento heterogéneo en sus productividades laborales, las soluciones obtenidas a través de los modelos de optimización son más realistas. Esto evita

subestimar los niveles de polifuncionalidad requeridos y los costos de subdotación de personal.

### 4.3 Futura investigación

En el desarrollo de los dos capítulos presentados se mostraron algunas líneas de investigación que podrían ser abordadas en futuras investigaciones. A continuación se presentan algunos elementos que podrían ser tratados en trabajos futuros en esta área.

1. Dada la estrecha relación entre los niveles de dotación de personal y la polifuncional, se podría incorporar dentro de la formulación matemática una variable de decisión que determine los niveles de dotación de personal requeridos por tipo de contrato (*full-time, part-time*) y departamento. Esto permitiría explorar los beneficios de una política de flexibilidad híbrida.
2. También sería interesante explorar cómo cambian los requerimientos de polifuncionalidad según la estructura de costos de la tienda. Por lo tanto, se podría evaluar un caso de estudio donde los costos de sobredotación, subdotación, capacitación, y contratación puedan variar entre los departamentos de la tienda.
3. En el tercer capítulo, se modeló una mano de obra heterogénea con la incorporación del fenómeno de aprendizaje y olvido. Este estudio formuló un modelo determinista y el impacto de la variabilidad de la demanda se evaluó a través de un análisis de sensibilidad. Sin embargo, se podría incorporar la incertidumbre en la demanda dentro de la formulación matemática a través de un enfoque in-optimización (e.g., optimización estocástica, ecuación cerrada, optimización robusta, y/o optimización distributiva robusta). En particular, ya en esta investigación se hizo un esfuerzo inicial por reformular la modelación presentada en la Sección 3.4.2, de tal forma de incluir la incertidumbre en la demanda de personal a través de un enfoque de Optimización Distributiva Robusta (ODR) (Ver Anexo).
4. Otra línea de investigación futura podría incorporar la incertidumbre en la oferta (i.e., el ausentismo no programado de personal) para evaluar el efecto que tiene esta nueva fuente de variabilidad en las decisiones de polifuncionalidad.
5. El tercer capítulo, al incorporar la productividad como una variable de decisión permite evaluar el comportamiento de la productividad individual de los empleados a través de todo

el horizonte de planificación estudiado. Teniendo en cuenta que los parámetros asociados al fenómeno de aprendizaje y olvido repercuten en el comportamiento de la productividad sería interesante evaluar la evolución de la productividad laboral en un horizonte de planificación mayor al considerado en este capítulo (e.g. un año).

## ANEXO

Este anexo presenta un modelo preliminar de la reformulación del modelo presentado en la Sección 3.4.2 a través de un enfoque de optimización distributiva robusta (ODR) para incorporar explícitamente la incertidumbre de la demanda. El enfoque ODR se ha desarrollado los últimos años para cerrar la brecha entre el conservadurismo de la optimización robusta y el requisito de una distribución exacta de la programación estocástica (Yang et al., 2014; Wang et al., 2019; Batista et al., 2021). En ODR se supone que la distribución de los parámetros inciertos reside un conjunto de ambigüedad y la optimización se basa en la distribución del peor de los casos dentro del conjunto de ambigüedad. La siguiente reformulación se basa en el estudio de Wang et al. (2019).

Del modelo determinista tenemos:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il} + \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} uk_{ls} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{i \in I} w_{ils} P_{ils} + k_{ls} \geq r_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \quad (2)$$

Rescribimos la Ecuación (2) como

$$k_{ls} \geq r_{ls} - \sum_{i \in I} \omega_{ils} P_{ils} \quad \forall l \in L \quad (3)$$

Remplazando (3) en (1)

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il} + u \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} \left( r_{ls} - \sum_{i \in I} \omega_{ils} P_{ils} \right) \quad (4)$$

*Conjunto de ambigüedad (D)*: Para construir el conjunto de ambigüedad se eligen las estadísticas descriptivas media ( $\mu_{ls}$ ), covarianza ( $\sigma_{ls}$ ), y soporte acotado ( $W$ ) del parámetro incierto ( $r_{ls}$ ).



$$D = \left\{ P \left| \begin{array}{l} Ep(\tilde{r}_{ls}) = \mu_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ Ep(|\tilde{r}_{ls} - \mu_{ls}|) \leq \sigma_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ P(\tilde{r}_{ls} \in W) = 1 \end{array} \right. \right\}$$

$$W = \left\{ \mathbf{r} \mid r_{ls} \in [\underline{r}_{ls}, \overline{r}_{ls}] \quad \forall l \in L, s \in S \right\}$$

Se toma la siguiente variable aleatoria epigráfica  $\tilde{Z}_{ls} \rightarrow |\tilde{r}_{ls} - \mu_{ls}|$ , por lo tanto, tenemos:

$$D = \left\{ P \left| \begin{array}{l} Ep(\tilde{r}_{ls}) = \mu_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ Ep(\tilde{Z}_{ls}) \leq \sigma_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ P_{r,z}((\mathbf{r}, \mathbf{z}) \in W) = 1 \end{array} \right. \right\}$$

$$W = \left\{ (\mathbf{r}, \mathbf{z}) \left| \begin{array}{l} r_l \in [\underline{r}_{ls}, \overline{r}_{ls}] \quad \forall l \in L, s \in S \\ z_{ls} \geq r_{ls} - \mu_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ z_{ls} \geq \mu_{ls} - r_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \end{array} \right. \right\}$$

*Reformulación ODR*

$$\sup_{P \in D} \left( \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} \left( r_{ls} - \sum_{i \in I} \omega_{ils} P_{ils} \right) \right) \rightarrow$$

$$\sup_{p \in D} \int_W \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} \left( r_{ls} - \sum_{i \in I} \omega_{ils} P_{ils} \right) dp(r, z)$$

s. a.

$$\begin{aligned} \int_W r_{ls} dp(r, z) &= \mu_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \rightarrow \eta \\ \int_W z_{ls} p(r, z) &\leq \sigma_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \rightarrow \varphi \\ \int_W dp(r, z) &= 1 \quad \forall l \in L, s \in S \rightarrow \theta \\ dp(r, z) &\geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

*Modelo Dual de (5)*

$$\begin{aligned} & \text{Inf } \mu\eta + \sigma\varphi + \theta \\ & \text{s. t.} \\ & \mathbf{r}\eta + \mathbf{z}\varphi + \theta \geq \mathbf{r} - \sum_{i \in I} \omega_i \mathbf{P}_i \quad \forall (\mathbf{r}, \mathbf{z}) \in W \\ & \varphi \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Donde  $\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}$  son los multiplicadores de LaGrange correspondientes a las restricciones en el problema (5). Además,  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{z} = (z_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{P} = (P_{ls})_{l \in L, s \in S}$ .

Rescribimos (6) como

$$\theta + \sum_{i \in I} \omega_i P_i \geq \mathbf{r} - \mathbf{r}\boldsymbol{\eta} - \mathbf{z}\boldsymbol{\varphi} \quad \forall (\mathbf{r}, \mathbf{z}) \in W \quad (7)$$

La parte derecha de la desigualdad de (7) se puede ver como el siguiente Modelo de optimización lineal

$$\begin{aligned} & \text{Max} \\ & (\mathbf{r}, \mathbf{z}) \in W \quad (1 - \boldsymbol{\eta})\mathbf{r} - \mathbf{z}\boldsymbol{\varphi} \\ & \text{s.a.} \\ & \mathbf{r} \leq \bar{\mathbf{r}} \quad \rightarrow p \\ & -\mathbf{r} \leq -\underline{\mathbf{r}} \quad \rightarrow q \\ & \mathbf{r} - \mathbf{z} \leq \boldsymbol{\mu} \quad \rightarrow \alpha \\ & -\mathbf{r} - \mathbf{z} \leq -\boldsymbol{\mu} \quad \rightarrow \gamma \end{aligned} \quad (8)$$

Modelo Dual de (8)

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \bar{\mathbf{r}}\mathbf{p} - \underline{\mathbf{r}}\mathbf{q} + (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{\mu} \\ & \text{s. a.} \\ & \mathbf{p} - \mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\gamma} \geq 1 - \boldsymbol{\eta} \\ & \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\gamma} \leq \boldsymbol{\varphi} \\ & \mathbf{p}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma} \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Donde  $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma}$  son los multiplicadores de LaGrange correspondientes a las restricciones en el problema (8). Además,  $\bar{\mathbf{r}} = (\bar{r}_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\underline{\mathbf{r}} = (\underline{r}_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\mathbf{p} = (p_{ls})_{l \in L, s \in S}$ ,  $\mathbf{q} = (q_{ls})_{l \in L, s \in S}$ .

Reemplazando (9) en (6)

$$\begin{aligned} & \text{Inf} \quad \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\varphi} + \theta \\ & \text{s. a.} \\ & \theta + \sum_{i \in I} \omega_i P_i \geq \bar{\mathbf{r}}\mathbf{p} - \underline{\mathbf{r}}\mathbf{q} + (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{\mu} \\ & \mathbf{p} - \mathbf{q} + \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\gamma} \geq 1 - \boldsymbol{\eta} \\ & \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\gamma} \leq \boldsymbol{\varphi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p, q, \alpha, \gamma &\geq 0 \\ \varphi &\geq 0 \end{aligned}$$

Finalmente el modelo reformulado con la técnica ODR se presenta en (10):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i \in I} \sum_{l \in L: l \neq m_i} cx_{il} + u \sum_{l \in L} \sum_{s \in S} (\mu_{ls} \eta_{ls} + \sigma_{ls} \varphi_{ls} + \theta) \\ \text{s.a.} \quad & \theta + \sum_{i \in I} \omega_{ils} p_{ils} \geq \bar{r}_{ls} p_{ls} - \underline{r}_{ls} q_{ls} + (\alpha_{ls} - \gamma_{ls}) \mu_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ & p_{ls} - q_{ls} + \alpha_{ls} - \gamma_{ls} \geq 1 - \eta_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ & \alpha_{ls} + \gamma_{ls} \leq \varphi_{ls} \quad \forall l \in L, s \in S \\ & p_{ls}, q_{ls}, \alpha_{ls}, \gamma_{ls} \geq 0 \quad \forall l \in L, s \in S \end{aligned} \quad (10)$$

Donde  $\mu_{ls}, \sigma_{ls}, \bar{r}_{ls}, \underline{r}_{ls}$  son datos y,  $\eta_{ls}, \varphi_{ls}, \theta, p_{ls}, q_{ls}, \alpha_{ls}, \gamma_{ls}$  son variables de decisión. Y las restricciones (3)-(19) de la formulación presentada en la Sección 3.4.2 no sufren modificación.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abello, M.A., Ospina, N.M., De la Ossa, J.M., Henao, C.A. y González, V.I. (2021). Using the k-chaining approach to solve a stochastic days-off-scheduling problem in a retail store. In: Rossit, DA, Tohmé, F, Mejía, G (eds.) *Production Research. ICPR-Americas 2020, Communications in Computer and Information Science*, 1407: 156-170. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-76307-7\_12.
- Abernathy, W.J., Baloff, N., Hershey, J.C. y Wandel, S. (1973). A three-stage manpower planning and scheduling model - A service-sector example. *Operations Research*, 21(3): 693-711.
- Agnihotri, S., Mishra, A. y Simmons, D. (2003). Workforce cross-training decisions in field service systems with two job types. *Journal of the Operational Research Society*, 54: 410-418.
- Agrali, S., Caner, Z. y Tamer, A. (2017). Employee scheduling in service industries with flexible employee availability and demand. *Journal of the Operational Research Society*, 66: 159-169.
- Altner, D.S., Mason, E.K. y Servi, L.D. (2019). Two-stage stochastic days-off scheduling of multi-skilled analysts with training options. *Journal of Combinatorial Optimization*, 38(1): 111-129.
- Álvarez, E., Ferrer, J.C., Muñoz, J.C. y Henao, C.A. (2020). Efficient shift scheduling with multiple breaks for full-time employees: A retail industry case. *Computers & Industrial Engineering*, 150, 106884.
- Anzanello, M.J. y Fogliatto, F.S. Learning curve models and applications: Literature review and research directions. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 41: 573-583
- Attia, E., Duquenne, P. y Le-Lann, J. (2014). Considering skills evolutions in multi-skilled workforce allocation with flexible working hours. *International Journal of Production Research*, 52(15): 4548-4573.
- Azizi, N. y Liang, M. (2013). An integrated approach to worker assignment, workforce flexibility acquisition, and task rotation. *Journal of the Operational Research Society*, 64: 260-275.
- Bard, J. (2004). Staff scheduling in high volume service facilities with downgrading. *IIE Transactions*, 36: 985-997.

- Bassamboo, A., Randhawa, R. y Mieghem, J. (2010). Optimal Flexibility Configurations in Newsvendor Networks: Going Beyond Chaining and Pairing. *Journal Management Science*, 56(8): 1285-1303.
- Batista, A., Pozo, D. y Vera, J. (2021). Managing the unknown: A distributionally robust model for the admission planning problem under uncertain length of stay. *Computers & Industrial Engineering*, 154.
- Batta, R., Berman, O. y Wang, Q. (2007). Balancing staffing and switching costs in a service center with flexible servers. *European Journal of Operational Research*, 177(2), 924-938.
- Birge J. y Louveaux, F.(2011). Introduction to stochastic programming. Springer, New York.
- Bokhorst, J., Slomp, J. y Gaalman, G. (2004). Assignment Flexibility in a Cellular Manufacturing System - Machine Pooling versus Labor Chaining-. *Flexible Automation and Intelligent Manufacturing*, FAIM2004.
- Bürgy, R., Michon-Lacaze, H., Desaulniers, G. (2019). Employee scheduling with short demand perturbations and extensible shifts. *Omega*, 89, 177-192
- Cai, X. y Li, K. (2000). A genetic algorithm for scheduling staff of mixed skills under multi-criteria. *European Journal of Operational Research*, 125: 359.369.
- Campbell, G.M. (2011). A two-stage stochastic program for scheduling and allocating cross-trained workers. *Journal of the Operational Research Society*, 62(6): 1038-1047.
- Cavagnini, R., Hewitt, M. y Maggioni, F. (2019). Workforce production planning under uncertain learning rates. *Productions Economics*, 225.
- Chen, R., Liang, C., Gu, D. y Y-T. Leung, J. (2017). A multi-objective model for multi-project scheduling and multi-skilled staff assignment for IT product development considering competency evolution. *International Journal of Production Research*, 55(21): 6207-6234.
- Chapados, N., Joliveau, M., L'Ecuyer y Rousseau, L.M. (2014). Retail store scheduling for profit. *European Journal of Operational Research*, 239: 609-624.

- Chou, M., Chua, G., Teo, C. y Zheng, H. (2010). Design for Process Flexibility: Efficiency of the Long Chain and Sparse Structure. *Journal Operations Research*, 58(1): 43-58.
- Cuevas, R., Ferrer, J.C., Klapp, M. y Muñoz, J.C. (2016). A mixed integer programming approach to multi-skilled workforce scheduling. *Journal of Scheduling*, 19(1): 91-106.
- Dagkakis, G., Rotondo, A. y Heavey, C. (2019). Embedding optimization with deterministic discrete event simulation for assignment of cross-trained operators: An assembly line case study. *Journal Computers and Operations Research*, 111 : 99-115.
- Deng, T. y Shen, Z. (2013). Process Flexibility Design in Unbalanced Networks. *Manufacturing & Service Operations Management*, 15(1), 24-32.
- Easton, F.F. (2011). Cross-training performance in flexible labor scheduling environments. *IIE Transactions*, 43(8): 589-603.
- Eitzen, G. y Pantón D. (2004). Multi-skilled workforce optimisation. *Journal Annals of Operations Research*, 127: 359-372.
- Felan, J.T. y Fry, T.D. (2001). Multi-level heterogeneous worker flexibility in a Dual Resource Constrained (DRC) job-shop. *International Journal of Production Research*, 39(14): 3041-3059
- Fontalvo Echavez, O., Fuentes Quintero, L., Henao, C.A. y González, V.I. (2021). Two-stage stochastic optimization model for personnel days-off scheduling using closed-chained multiskilling structures. In: Rossit, D.A., Tohmé, F., Mejía, G. (eds.) *Production Research. ICPR-Americas 2020, Communications in Computer and Information Science*, 1407: 19-32. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-76307-7\_2.
- Glock, C.H., Grosse, E.H., Jaber, M.Y. y Smunt, T.L. (2018). Applications of learning curves in production and operations management: A systematic literature review. *Computer & Industrial Engineering*, 131: 422-441.
- Gnanlet, A. y Gilland, W. (2014). Impact of productivity on cross-training configurations and optimal staffing decisions in hospitals. *European Journal of Operational Research*, 238(1): 254-269.

- Grosse, E.H., Glock, C.H. y Müller, S. (2015). Production economics and the learning curve: A meta-analysis. *Production Economics*, 170: 401-412.
- Heimerl, C. y Kolisch, R. (2010a). Scheduling and staffing multiple projects with a multi-skilled workforce. *Journal OR spectrum*, 32: 343- 368.
- Heimerl, C. y Kolisch, R. (2010b). Work assignment to and qualification of multi-skilled human resources under knowledge depreciation and company skill level targets. *International Journal of Production Research*, 48(13): 3759-3781.
- Henao, C.A. (2015). Diseño de una fuerza laboral polifuncional para el sector servicios: caso aplicado a la industria del retail (Tesis Doctoral, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile). [Online]. Available: <https://repositorio.uc.cl/handle/11534/11764>.
- Henao, C.A., Muñoz, J.C. y Ferrer, J.C. (2015). The impact of multi-skilling on personnel scheduling in the service sector: a retail industry case. *Journal of the Operational Research Society*, 66(12): 1949-1959.
- Henao, C.A., Ferrer, J.C., Muñoz, J.C. y Vera, J.A. (2016). Multiskilling with closed chains in the service sector: a robust optimization approach. *International Journal of Production Economics*, 179: 166-178.
- Henao, C.A., Muñoz, J.C. y Ferrer, J.C. (2019). Multiskilled workforce management by utilizing closed chains under uncertain demand: a retail industry case. *Computers & Industrial Engineering*, 127: 74-88.
- Henao, C.A., Batista, A., Porto, A.F y González, V.I. Multiskilled personnel assignment problem under uncertain demand: A benchmarking analysis. Submitted to *Mathematical Biosciences and Engineering*.
- Henao, C.A., Mercado, Y.A., González, V.I., y Lüer-Villagra, A. (2022). Assignment of multiskilled staff considering a k-chaining policy and the phenomenon of learning and forgetting: a retail industry case. *Working paper*.

- Hewitt, M., Chacosky, A., Grasman, S.E. y Thomas, V.W. (2015). Integer programming techniques for solving non-linear workforce planning models with learning. *European Journal of Operational Research*, 242(3) : 942-950.
- Hopp, W., Tekin, E. y Van Oyen, M. (2004). Benefits of Skill Chaining in Serial Production Lines with Cross-trained Workers. *Manufacturing & Service Operations Management*, 50(1): 83-98
- Hosseinian, A.H. y Baradaran, V. (2020). Modified Pareto archived evolution strategy for the multi-skill project scheduling problem with generalized precedence relations. *Journal of Industrail Engineering and Management Studies*, 7( 1) : 59-86.
- Inman, R.R., Jordan, W.C. y Blumenfeld, D.E.(2004). Chained cross-training of assembly line workers. *International Journal of Production Research*, 42(10): 1899-1810.
- Iravani, S., Van Oyen, M. y Sims, K. (2005). Structural Flexibility: A New Perspective on the Design of Manufacturing and Service Operations. *Management Science*, 50(2): 151-166.
- Jin, H., Hewitt, M. y Thomas, B.W. (2018). Workforce grouping and assignment with learning-by-doing and knowledge transfer. *International Journal of Production Research*, 56: 4968-4982.
- Jordan, W.C., Inman, R.R. y Blumenfeld, D.E.(2004). Chained cross-training of workers for robust performance. *IIE Transactions*, 36: 953-967.
- Kabak, Ö., Ülengin, F., Aktas, E., Önsel, S., Topcu, Y.I. (2008). Efficient shift scheduling in the retail sector through two-stage optimization. *European Journal of Operational Research*, 184: 76-90.
- Kim, S. y Nembhard D.A. (2010). Cross-Trained Staffing Levels with Heterogeneous Learning/Forgetting. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 57(4) : 560-574
- Kim, S. y Nembhard D.A. (2013). Rule mining for scheduling cross training with a heterogeneous workforce. *International Journal of Production Research*, 51(8): 2281-2300.
- Kolisch, R. y Heimerl, C. (2012). An Efficient Metaheuristic for Integrated Scheduling and Staffing IT Projects Based on a Generalized Minimum Cost Flow Network. *Naval Research Logistics*, 59(2): 111-127



- Korytkowski, P. (2017). Competences-based performance model of multi-skilled workers with learning and forgetting. *Expert Systems with applications*, 77: 226-235.
- Lance, C.E., Parisi, A.G., Bennett, W.R., Teachout, M.S., Harville, D.L. y Welles, M.L. (1998). Moderators of Skill Retention Interval Performance Decrement Relationships in Eight U.S. Air Force Enlisted Specialties. *Human Performance*, 11(1): 103-123.
- Lequy, Q., Bouchard, M., Desaulniers, G., Soumis, M. y Tachefine, B. (2010). Assigning multiple activities to work shifts. *Journal of Scheduling*, 15 : 239-251.
- Lian, J., Liu, C., Li, W. y Yin, Y. (2018). A multi-skilled worker assignment problem in seru production systems considering the worker heterogeneity. *Computers & Industrial Engineering*, 118 : 366-382.
- Liu, H. (2017). The optimization of worker's quantity based on cross-utilization in two departments. *Intelligent Decision Technologies*, 11(1): 3-13.
- Liu C., Li Z., Tang J., Wang X, y Yao MJ (2021). How SERU production system improves manufacturing flexibility and firm performance: an empirical study in China. *Annals of Operations Research*, 1-26.
- Lopez, C.E. y Nembhad, D. (2017). Cooperative Workforce Planning Heuristic with Worker Learning and Forgetting and Demand Constraints. In : Coperich, K., Cudney, E., Nembhard, H. (eds.). *Proceedings of the 2017 Industrial and Systems Engineering Conference*.
- Mac-Vicar, M., Ferrer, J.C., Muñoz, J.C. y Henao, C.A. (2017). Real-time recovering strategies on personnel scheduling in the retail industry. *Computers & Industrial Engineering*, 113: 589-601.
- Malachowski, B. y Korytkowski, P. (2016). Competence-based performance model of multi-skilled workers. *Computers & Industrial Engineering*, 91 : 165-177.
- McCreery, J.K. y Krajewski, L.J. (1999). Improving performance using workforce flexibility in an assembly environment with learning and forgetting effects. *International Journal of Production Research*, 37(9) : 2031-2058.

- Mehmanchi, E. y Shadrokh, S. (2013). Solving a New Mixed Integer Non-Linear Programming Model of the Multi-Skilled Project Scheduling Problem Considering Learning and Forgetting Effect on the Employee Efficiency. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 400-404.
- Mendez-Vázquez, Y.M. y Nembhard D.A. (2019). Worker-cell assignment: The impact of organizational factors on performance in cellular manufacturing systems. *Computers & Industrial Engineering*, 127: 1101-1114.
- Mercado, Y.A. y Henao, C.A. (2021). Benefits of multiskilling in the retail industry: k-chaining approach with uncertain demand. In: Rossit, D.A., Tohmé, F., Mejía, G. (eds.) Production Research. ICPR-Americas 2020, *Communications in Computer and Information Science*, 1407: 126-141. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-76307-7\_10.
- Mercado, Y.A., Henao, C.A., y González, V.I. (2022). A two-stage stochastic optimization model for the retail multiskilled personnel scheduling problem: A k-chaining policy with  $k \geq 2$ . *Mathematical Biosciences and Engineering*, 19(1), 892-917.
- Muriel, A., Somasundaram, A. y Zhang, Y. (2006). Impact of Partial Manufacturing Flexibility on Production Variability. *Journal Manufacturing & Service Operations Management*, 58(2): 192-205.
- Muñoz, R., Muñoz, J.C., Ferrer, J.C., González, V.I y Henao, C.A. When should shelf stocking be done at night? A workforce management optimization approach for retailers. Submitted to *International Journal of Production Economics*.
- Nembhard, D.A. (2000). The Effects of Task Complexity and Experience on Learning and Forgetting: A Field Study. *Human Factor*, 42(2): 272-286.
- Nembhard, D.A. (2014). Cross training efficiency and flexibility with process change. *International Journal of Operations & Production Management*, 34(11): 1417 -1439.
- Nembhard, D.A. y Bentefouet, F. (2012). Parallel system scheduling with general worker learning and forgetting. *Production Economics*, 139: 533-542.

- Nembhard, D.A. y Osothsilp, N. (2005). Learning and forgetting-based worker selection for tasks of varying complexity. *Journal of the Operational Research Society*, 56: 576-587.
- Parisio, A. y Jones, C.N. (2015). A two-stage stochastic programming approach to employee scheduling in retail outlets with uncertain demand. *Omega*, 53: 97-103.
- Parvin, H., Van Oyen, M., Pandelis, D., Williams, D. y Lee, J. (2012). Fixed task zone chaining: worker coordination and zone design for inexpensive cross-training in serial CONWIP lines. *IIE Transactions*, 44: 1-21.
- Pastor, R. y Olivella, J. (2008). Selecting and adapting weekly work schedules with working time accounts: A case of a retail clothing chain. *European Journal of Operational Research*, 184: 1-12.
- Paul, J. y MacDonald, L. (2014). Modeling the benefits of cross-training to address the nursing shortage. *International Journal of Production Economics*, 150: 83-95.
- Porto, A.F., Henao, C.A., Lopez, H. y González, E.R. (2019). Hybrid flexibility strategic on personnel scheduling: retail case study. *Computers & Industrial Engineering*, 133: 220-230.
- Porto, A.F., Henao, C.A., López-Ospina, H., González E.R. y González V.I. (2020). Dataset for solving a hybrid flexibility strategy on personnel scheduling problem in the retail industry. *Data in Brief*, 32, 106066.
- Porto, A.F., Henao, C.A., Lusa, A., Polo Mejía, O. y Porto Solano, R. Solving a staffing problem with annualized hours, multiskilling with 2-chaining, and overtime: a retail industry case. Submitted to *Computers & Industrial Engineering*.
- Qin, S., Liu, S. Y Kuang, H. (2016). Piecewise Linear Model for Multiskilled Workforce Scheduling Problems considering Learning Effect and Project Quality. *Mathematical problems in Engineering*, 2016: 11.
- Sayin, S. y Karavati, S. (2007). Assigning cross-trained workers to departments: A two-stage optimization model to maximize utility and skill improvement. *European Journal of Operational Research*, 176: 1643-1658.

- Simchi-Levi, D. y Wei, Y. (2012). Understanding the Performance of the Long Chain and Sparse Designs in Process Flexibility. *Operations Research*, 60(5): 1125-1141.
- Simchi-Levi, D. y Wei, Y. (2015). Worst-case Analysis of Process Flexibility Designs. *Journal Operations Research*, 63(1): 166-185.
- Taskiran, G. y Zhang, X. (2017). Mathematical models and solution approach for cross-training staff scheduling at call centers. *Computers & Operations Research*, 87: 258-269.
- Thürer, M., Zhang, H., Stevenson, M., Costa, F. y Ma, L. (2019). Worker assignment in dual resource constrained assembly job shops with worker heterogeneity: an assessment by simulation. *International Journal of Production Research*, 58: 6636-6349.
- Valeva, S., Hewitt, M., Thomas, B.W. y Brown, K.G. (2017). Balancing flexibility and inventory in workforce planning with learning. *Productions Economics*, 183: 194-207.
- Vergara, S., Del Villar, J., Masson, J., Pérez, N., Henao, C.A. y González, V.I. (2021). Impact of labor productivity and multiskilling on staff management: A retail industry case. In: Rossit, D.A., Tohmé, F., Mejía, G. (eds.) Production Research. ICPR-Americas 2020, *Computer and Information Science*, 1408: 223-237. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-76310-7\_18.
- Wallace, R. y Whitt, W. (2005). A Staffing Algorithm for Call Centers with Skill-Based Routing. *Manufacturing & Service Operations Management*, 7(2): 276-294.
- Walter, M. y Zimmermann, J. (2016). Minimizing average project team size given multi-skilled workers with heterogeneous skill levels. *Computers & Operations Research*, 70, 163-179.
- Wang, Y., Tang, J. (2020). Optimized skill configuration for the seru production system under an uncertain demand. *Annals of Operations Research*, 1-21.
- Wang, X. y Zhang, J. (2015). Process Flexibility: A Distribution-Free Bound on the Performance of k-Chain. *Operations Research*, 63(3): 555-571.
- Wang, Y., Zhang, Y. y Tang, J. (2019). A Distributionally Robust Optimization Approach for Surgery Block Allocation. *European Journal of Operational Research*, 273(2) : 740-753.

- Yang, K.K. (2007). A comparison of cross-training policies in different job shops. *International Journal of Production Research*, 45(6): 1279-1295.
- Yang, K., Huang, J., Wu, Y., Wang, X. y Chiang, M. (2014). Distributed Robust Optimization (DRO) Part I: Framework and Example. *Optimization and Engineering*, 15 : 35-67.
- Yue, H., Slomp, J., Molleman, E. y Van Der Zee, D.J. (2008). Worker flexibility in a parallel dual resource constrained job shop. *International Journal of Production Research*, 46(2): 451-467.
- Zabihi, S., Rashidi Kahag, M., Maghsoudlou, H. y Afshar-Nadjafi, B. (2019). Multi-objective teaching-learning-based meta-heuristic algorithms to solve multi-skilled project scheduling problem, *Computers & Industrial Engineering*, 136 : 195-211

