

## ANÁLISIS DEL PROCESO DE FATIGA EN ENTALLAS MEDIANTE LA ACUMULACIÓN DE DAÑO EN EL FRENTE DE GRIETA

J. Vázquez<sup>1</sup>, C. Navarro, J. Domínguez

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales, E.T.S.I.,  
Universidad de Sevilla, Avda. de Los Descubrimientos s/n,  
41092 Sevilla, España.  
E-mail: [jesusvaleo@esi.us.es](mailto:jesusvaleo@esi.us.es)

### RESUMEN

El proceso de fatiga se divide normalmente para su estudio en dos etapas: iniciación y propagación. La separación entre una y otra es arbitraria, dependiendo de cómo se definan. El modelo presentado en este artículo considera que el proceso de avance de una grieta se debe a un proceso de daño acumulado en sucesivos bloques de material de determinada longitud en la dirección de avance de la grieta. El daño se va acumulando en estos bloques en función del nivel de tensiones y deformaciones, que es función de su distancia al borde de la grieta y cuando el daño llega a un determinado nivel se produce la rotura del bloque, provocando así el avance de la grieta. En el análisis de tensiones necesario se supone que la grieta es roma con un determinado radio de curvatura. La vida de iniciación se estima utilizando la curva  $\epsilon$ -N. En este artículo se hace un análisis exhaustivo de los distintos parámetros que afectan a dicho modelo como: el tamaño de los bloques en que se discretiza el material en la dirección de avance de la grieta, el comportamiento del modelo en la fase de grieta pequeña, el lugar y la forma de evaluar las tensiones para estimar la vida de iniciación, las propiedades del material, etc.

Este análisis se realiza sobre una serie de ensayos de fatiga de probetas entalladas. Así, aparte de realizar el estudio paramétrico del efecto de las variables del modelo, se puede comprobar la bondad de dicho modelo.

### ABSTRACT

To study the fatigue process, it is normally described in two stages: initiation and propagation. The separation between one and other one is arbitrary, depending on how they are defined. The model presented in this article assumes that the process of advance of a crack owes to the damage accumulated in successive blocks of material of certain length in the direction of the crack growth. The damage is accumulated in these blocks depending on the stresses and strains levels produced, which are factors of the distance to the edge of the crack. When the damage comes to a certain level the failure of the block takes place, provoking in this way the advance of the crack. In the necessary stress analysis it is supposed that the crack is blunt with a certain radius of curvature. The life of initiation is estimated using the curve  $\epsilon$ -N. In this article an exhaustive analysis of the different parameters that affect the above mentioned model as: the size of the blocks in the discretization of the material in the direction of the crack growth, the behavior of the model in the short crack phase, the place and the way of evaluating the stresses to estimate the life of initiation, the properties of the material, etc. is carried out.

This analysis is realized on several cases of fatigue of notched specimens, which also have been tested. This way, apart from parametrically analyzing the effect of the variables of the model it is possible to verify the validity of the above mentioned model.

**PALABRAS CLAVE:** Componentes entallados, predicción vida a fatiga, iniciación, propagación

### 1. INTRODUCCIÓN.

El fallo más común en componentes sometidos a cargas cíclicas es la fatiga. Generalmente las zonas más propensas a sufrir este tipo de fenómeno son los concentradores de tensiones, tales como las entallas. A causa de ello una amplia variedad de modelos han sido

desarrollados a fin de predecir el comportamiento a fatiga de estos componentes.

El proceso de fatiga se puede considerar como una combinación de iniciación y de propagación. Algunos de los modelos desarrollados para analizar el comportamiento de componentes entallados únicamente

consideran la iniciación (mediante la curva  $\varepsilon-N$  ó  $S-N$ ), suponiendo que la parte de propagación es despreciable [1]. Este es frecuentemente el caso de pequeños componentes, con entallas suaves y con alto número de ciclos de fatiga. Por el contrario, otros modelos sólo consideran la fase de propagación, ya que el número de ciclos de iniciación es pequeño. Algunas de las causas de una corta fase de iniciación suelen ser la geometría, el alto nivel de tensiones, un defecto inicial, o porque la grieta se inicia en el primer ciclo de carga en un defecto como puede ser una inclusión [2]. Sin embargo es difícil establecer bajo qué condiciones de carga, geometría y material es adecuado utilizar uno u otro enfoque. Otros modelos consideran el proceso de fatiga como una combinación de iniciación más propagación [3].

El modelo propuesto en este trabajo, combina iniciación y propagación. Este se puede considerar una extensión del modelo de daño propuesto por Glinka et al. para propagación de grietas largas [4], el cual considera que la propagación de una grieta se debe a un proceso de sucesivas iniciaciones en el borde de esta. Para ello el modelo se basa en la curva  $\varepsilon-N$  y en la distribución elástica de tensiones desarrolladas en el frente de una grieta roma obtenida por Creager y Paris [5]. El modelo propuesto, extiende el de propagación de grietas largas de Glinka et al. al análisis del comportamiento de grietas pequeñas y añade un procedimiento para la estimación de la vida de iniciación.

**2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO.**

Tal y como se estableció en la introducción, el modelo se puede considerar un extensión del modelo propuesto por Glinka et al. para el análisis de propagación de grietas. Este se basa en la aplicación de dos conceptos básicos. El primero se aplica en el proceso usado para calcular la evolución de las tensiones y deformaciones en las cercanías del borde de una grieta. Este considera que el borde de grieta es romo y calcula las tensiones y deformaciones delante del borde de la grieta usando la aproximación definida por Molski y Glinka para entallas [6]. Esta aproximación supone que la energía de deformación existente cerca del borde de una entalla no es diferente de la que se obtendría considerando un modelo elástico.

La segunda idea en la que se basa el modelo es suponer que el proceso de avance de la grieta es a causa del daño progresivo que sufre el material que se encuentra en el borde de la grieta. Para ello el crecimiento de grieta se simula de una forma discreta, considerando el fallo de sucesivos bloques elementales de tamaño  $\rho^*$ , tal y como se muestra en la figura 1.

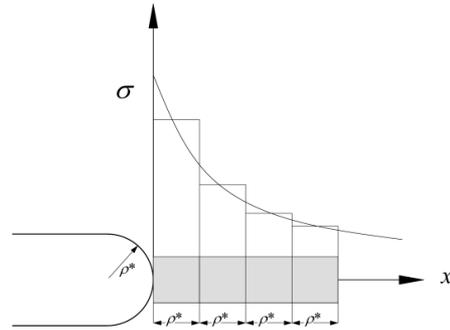


Figura 1. Estructura del material y forma de la grieta.

Considerando estas dos ideas se obtiene la ecuación (1),

$$\frac{1}{2E} \left( \frac{K_{max} x_i}{\sqrt{2\pi\rho^*}} \right)^2 = \frac{\sigma_i^2}{2E} + \frac{\sigma_i}{n'+1} \left( \frac{\sigma_i}{K'} \right)^{1/n'} \tag{1}$$

Donde  $K$  es el FIT,  $E$  el módulo de Young,  $x_i$  es un parámetro que depende de la distancia del centro del elemento  $i$  respecto del borde de la grieta,  $K'$  y  $n'$  son las constantes de la ecuación de Ramberg-Osgood,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \tag{2}$$

y  $\sigma_i$  es la media de las tensiones producidas en el elemento  $i$  en el instante de máxima carga. Tal y como se ve, la ecuación (1) nos da relación entre el FIT y las tensiones elasto-plásticas  $\sigma_i$  que soporta un bloque elemental  $i$  que se encuentre delante del borde de grieta.

A su vez la ecuación (2) se puede ampliar al rango, obteniéndose la ecuación (3).

$$\frac{1}{2E} \left( \frac{\Delta K_{eff} x_i}{\sqrt{2\pi\rho^*}} \right)^2 = \frac{\Delta\sigma_i^2}{2E} + \frac{2\Delta\sigma_i}{n'+1} \left( \frac{\Delta\sigma_i}{2K'} \right)^{1/n'} \tag{3}$$

La ecuación (3) en conjunto con la relación tensión-deformación del material durante un ciclo,

$$\frac{\Delta\varepsilon_i}{2} = \frac{\Delta\sigma_i}{2E} + \left( \frac{\Delta\sigma_i}{2K'} \right)^{1/n'} \tag{4}$$

permite determinar el rango de deformación  $\Delta\varepsilon_i$  sobre un bloque elemental.

El conjunto de ecuaciones (1)-(4), son válidas para el caso de tensión uniaxial. Cuando existen condiciones de deformación plana, una relación tensión-deformación análoga a la de tensión uniaxial se puede obtener con unos nuevos parámetros  $E_{D,P}$ ,  $K'_{D,P}$  y  $n'_{D,P}$  equivalentes a los del estado uniaxial [7], y un nuevo conjunto de ecuaciones (5)-(8) similar al anterior (1)-(4), definen el estado elasto-plástico en cada uno de los bloques elementales que se encuentran delante del borde de la grieta.

$$\frac{1}{2E_{D,P}} \left( \frac{K_{max} x_i}{\sqrt{2\pi\rho^*}} \right)^2 = \frac{\sigma_i^2}{2E_{D,P}} + \frac{\sigma_i}{n_{D,P} + 1} \left( \frac{\sigma_i}{K'_{D,P}} \right)^{1/n_{D,P}} \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{D,P}} + \left( \frac{\sigma}{K'_{D,P}} \right)^{1/n_{D,P}} \quad (6)$$

$$\frac{1}{2E_{D,P}} \left( \frac{\Delta K_{eff} x_i}{\sqrt{2\pi\rho^*}} \right)^2 = \frac{\Delta\sigma_i^2}{2E_{D,P}} + \frac{2\Delta\sigma_i}{n_{D,P} + 1} \left( \frac{\Delta\sigma_i}{2K'_{D,P}} \right)^{1/n_{D,P}} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_i}{2} = \frac{\Delta\sigma_i}{2E_{D,P}} + \left( \frac{\Delta\sigma_i}{2K'_{D,P}} \right)^{1/n_{D,P}} \quad (8)$$

En cada ciclo de carga, los diferentes bloques elementales localizados delante del borde de grieta van acumulando daño a causa del estado de tensiones que soportan; de modo que los más cercanos al borde de la grieta acumulan más daño que aquellos que se encuentran más lejanos. Una vez que el elemento localizado en el borde de la grieta alcanza el valor de daño crítico, se considera que este falla, y la longitud de grieta se ve incrementada en una distancia igual a  $\rho^*$ . El resto de elementos continuaran acumulando daño en los sucesivos ciclos de fatiga. El parámetro SWT [8] es el empleado para calcular el daño en cada uno de esos elementos,

$$SWT = \sigma_i^{max} \frac{\Delta\varepsilon_i}{2} = \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_i)^{b+c} + \sigma_f'^2 (2N_i)^{2b} \quad (9)$$

donde los parámetros  $\sigma_f'$ ,  $\varepsilon_f'$ ,  $b$  y  $c$  son las constantes de la curva de Coffin-Manson.

Determinando los sucesivos valores  $N_i$  de la ecuación (9) después de cada salto  $i$ , es posible obtener el número de ciclos necesarios para que una grieta se propague desde una longitud inicial  $a_i$  hasta una final  $a_f$ , o hasta la longitud de rotura del componente.

Tal y como se comentó anteriormente el modelo implica definir un tamaño adecuado  $\rho^*$  de bloques elementales, Glinka et al. [9], [10] proponen definir  $\rho^*$  mediante la expresión:

$$\rho^* = \frac{1.633^2}{2\pi} \left( \frac{\Delta K_{TH}}{\Delta\sigma_{FL}} \right)^2 \quad (10)$$

Este tamaño de elemento corresponde a la longitud desde el borde de la grieta cuyo rango medio de la tensión es igual al límite de fatiga del material  $\Delta\sigma_{FL}$  cuando el FIT es igual al umbral  $\Delta K_{TH}$ . Cabe comentar que  $\rho^*$  es igual  $1.33a_0$ , siendo  $a_0$  el parámetro de El Haddad [11], y bastante cercano al valor de  $1.025 a_0$  obtenido por Lazzarin et al. [12].

Para determinar la vida de un componente entallado se requiere el análisis de dos procesos adicionales. Por una parte, es necesario determinar el número de ciclos necesarios para iniciar una grieta, por otra parte, dado que el modelo propuesto para propagación es válido

sólo para el crecimiento de grietas grandes es necesario incluir otro modelo que analice el comportamiento en la fase de grieta pequeña. Durante la fase de grieta pequeña, el valor de  $\rho^*$  definido por la ecuación (10) puede tener dimensiones similares a la de la grieta. Esto impide el uso de la mecánica fractura elástica lineal, así como el modelo propuesto por Molski y Glinka para evaluar las tensiones y deformaciones elasto-plásticas, que es el utilizado para calcular las tensiones mediante la ecuación (1) en la zona de interés cerca del borde de la grieta. A fin de poder analizar la fase de grieta pequeña, se han introducido varias modificaciones al modelo, de tal forma que permita la aplicación en esta fase. La combinación de estos dos nuevos procesos para la evaluación de la iniciación y para la fase de crecimiento de grieta pequeña, componen el modelo propuesto.

Para determinar el número de ciclos de iniciación  $N_i$ , se define una longitud inicial de grieta igual a  $a_0$ . El parámetro SWT para la estimación del número de ciclos de iniciación para ese tamaño de grieta se define como la media de este parámetro entre la superficie de la entalla y esa longitud inicial  $a_0$ . El cálculo de este valor medio del parámetro SWT ha sido obtenido mediante un análisis elasto-plástico de elementos finitos. El número de ciclos de iniciación se calcula mediante la curva  $N$ - $SWT$  del material. El estado de tensiones y deformaciones elasto-plásticas también se calcula para zonas alejadas del borde de la entalla. Esto nos permite acumular el daño producido durante la fase de iniciación al daño que se produce durante la fase de propagación, tal y como se ve en la figura 2

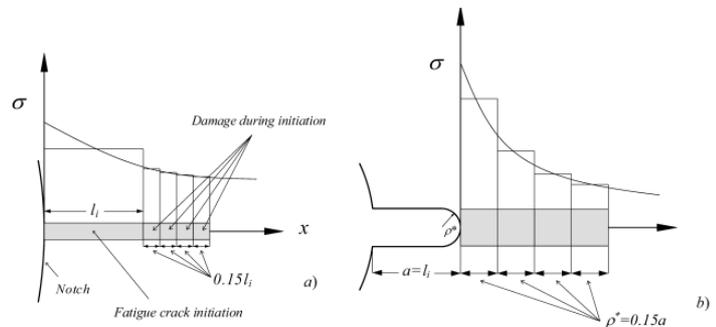


Figura 2. Aplicación a iniciación y grieta pequeña.

La extensión directa del modelo de Glinka para la propagación de grietas pequeñas no es válida, ya que es posible que las dimensiones de  $\rho^*$  dadas por la ecuación (10) sean mayores, o del orden del tamaño de grieta. Para que el proceso de simular el crecimiento de grieta mediante el fallo sucesivo de bloques elementales, sea compatible con las hipótesis utilizadas para el cálculo de las tensiones y deformaciones, se debe de cumplir que  $a \gg \rho^*$ , donde  $a$  es el tamaño de grieta. De acuerdo con lo establecido anteriormente, para solucionar el problema en el caso de grieta pequeña, la dimensión de los bloques elementales se toma de modo que el valor de  $\rho^*$  sea el más pequeño de los siguientes valores:

$$\rho_s^* = 0.15a \quad (11)$$

$$\rho_l^* = \frac{1.633^2}{2\pi} \left( \frac{\Delta K_{TH}}{\Delta \sigma_{FL}} \right)^2 \quad (12)$$

Esto garantiza un radio en la grieta que es físicamente aceptable, y también hace que las tensiones elásticas medias en el primer elemento sean suficientemente cercanas a las elásticas ideales. Con esta solución elástica, el modelo de Molski y Glinka es aplicado para calcular el parámetro  $SWT$ , y con este el daño acumulado, tal y como se comentó anteriormente.

### 3. ANÁLISIS DE MODELO.

A fin de analizar el comportamiento del modelo propuesto, se han realizado predicciones de vida sobre tres tipos de probetas de las que se disponen datos experimentales [13]. Todas las geometrías son placas con una entalla circular en el centro de estas, tal y como se muestra en la figura 3.

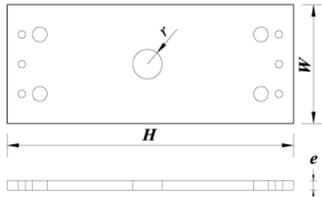


Figura 3. Geometría de las probetas.

En la tabla 1 se muestran los valores de los parámetros  $e$ ,  $H$ ,  $r$  y  $W$ , definidos en la figura 3, en milímetros para las tres probetas.

Tabla 1. Valores geométricos de las probetas.

	$e$	$H$	$r$	$W$
Probeta 1	2.032	127	6.35	50.8
Probeta 2	4	200	2	50
Probeta 3	6.35	508	6.35	101.6

La tabla 2 muestra los materiales de cada tipo de probeta así como sus propiedades mecánicas.

Tabla 2. Propiedades mecánicas.

	Prob.1[13],[14]	Prob.2[14][15]	Prob.3[13]
Material	Al7075-T651	Al2024-T3	AISI 1020
$E$ (MPa)	69640	70300	206843
$\nu$	0.33	0.33	0.3
$\sigma_{FL}$ (MPa)	169	145	240
$K_{TH}$ (MPa·m <sup>1/2</sup> )	2.75	3.15	6.6
$n'$	0.04	0.109	0.283
$K'$ (MPa)	694	843	1441
$\sigma_f'$ (MPa)	1231	835	882.5
$\varepsilon_f'$	0.263	0.17	0.16
$b$	-0.122	-0.096	-0.118
$c$	-0.806	-0.644	-0.412

Se han realizado predicciones de vida variando tres parámetros del modelo. Estos son; el tamaño de los bloques elementales  $\rho^*$ , que se ha variado entre 0.5 y 2 veces el tamaño definido por la ecuación 10, la longitud de iniciación  $a_i$  haciéndose variar entre  $0.5a_0$  y  $2a_0$ , y el tamaño de los bloques elementales en el caso de grieta pequeña  $\rho_s^*$  ( $0.075a-0.3a$ ). Así mismo, para recoger cómo afecta el carácter tridimensional de las geometrías en estudio a las predicciones de vida a fatiga, también se han hecho predicciones suponiendo los estados de deformación y tensión plana.

A continuación, en la figura 4, se recogen las predicciones realizadas con el modelo para valores del tamaño de los bloques elementales igual a  $0.5\rho^*$ ,  $\rho^*$  y  $2\rho^*$  para el caso de tensión plana, frente a las vidas experimentales. El resto de parámetros en estudio se mantienen con los valores propuestos en el modelo, esto es  $a_i=a_0$  y el tamaño de los bloques elementales para el caso de grieta pequeña igual a  $0.15 a$ .

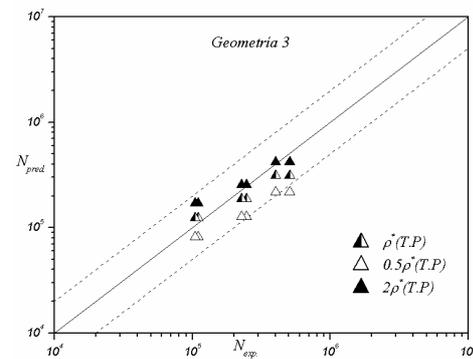
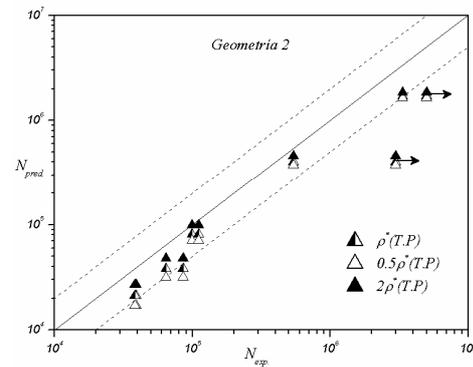
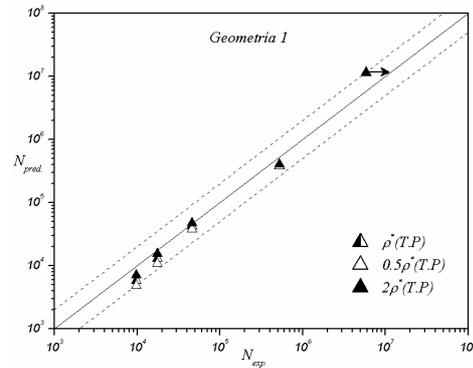


Figura 4. Predicciones del modelo en función de  $\rho^*$ .

En la figura 5 se muestran las predicciones en el supuesto de tensión plana, en función de la longitud de iniciación. En este caso se han tomado unos valores de iniciación de  $0.5 a_0$ ,  $a_0$  y  $2 a_0$ . Al igual que en el análisis anterior se han mantenido constantes el resto de parámetros.

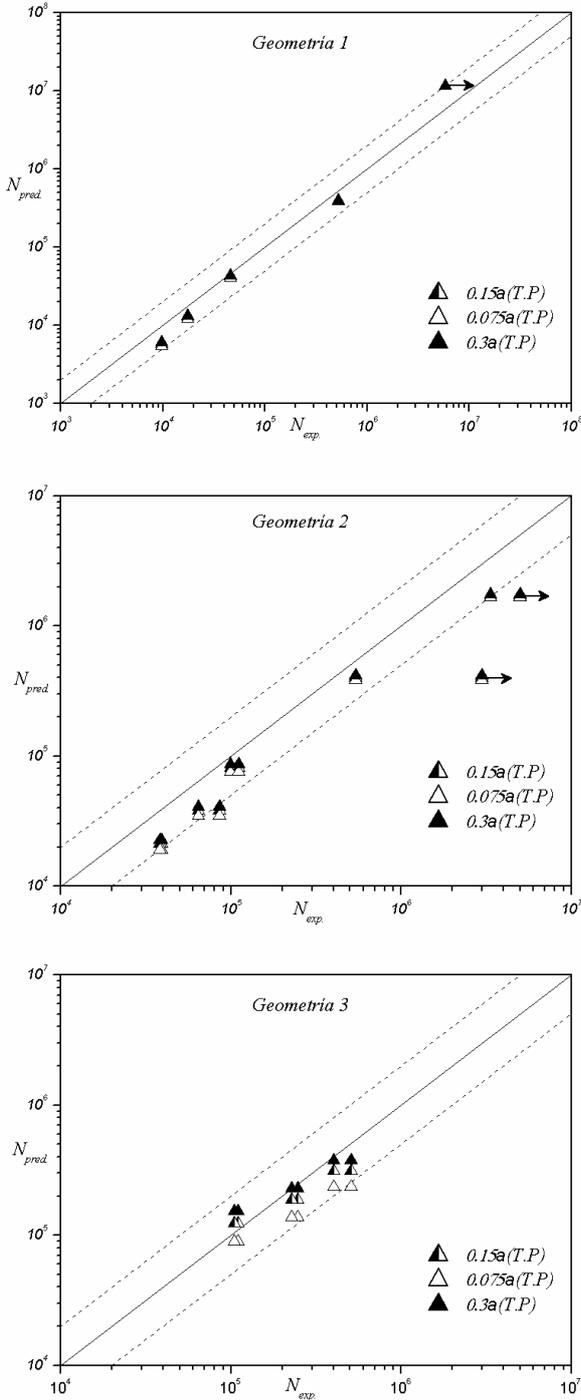


Figura 5. Predicciones del modelo en función de la longitud de de iniciación.

La figura 6 presenta las predicciones de vida del modelo para las tres geometrías analizadas en función del tamaño de los bloques elementales para el caso de grieta pequeña. Para hacer este análisis se han tomado los

valores de los elementos igual a  $0.075a$ ,  $0.15a$  y  $0.3a$ . De nuevo se han mantenido constantes los demás parámetros involucrados en el modelo.

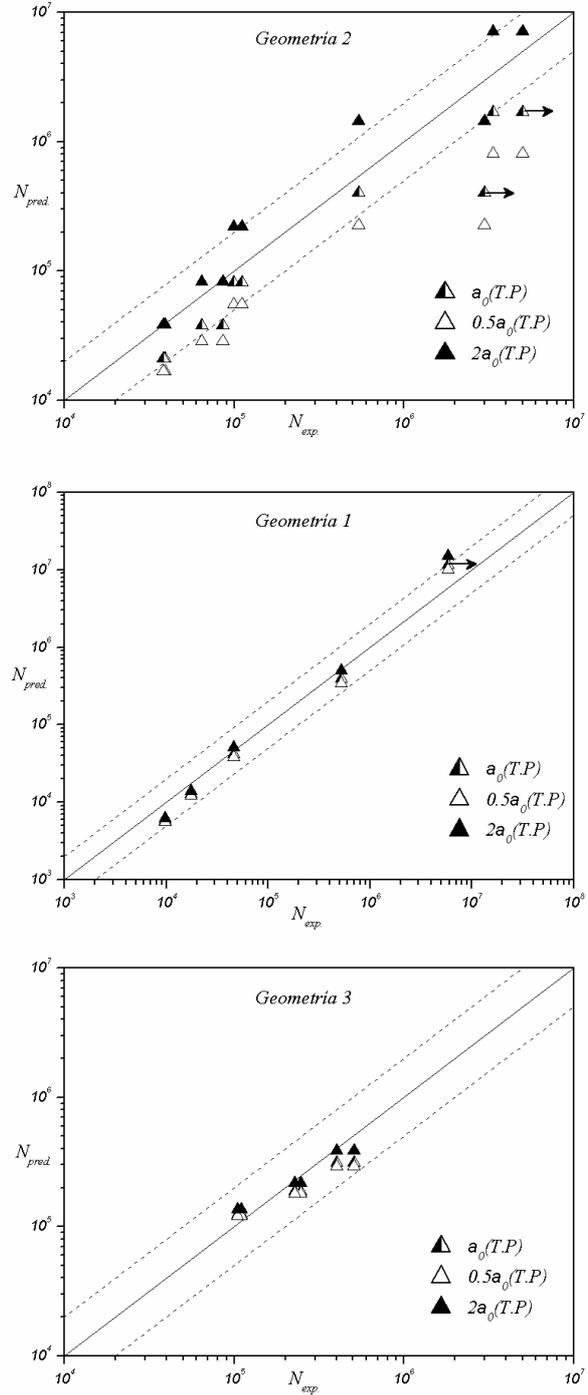


Figura 6. Predicciones del modelo en función del tamaño de los bloques en el caso de grieta pequeña.

Por último, tal y como se comentó anteriormente, en la figura 7 se ven las diferencias entre las predicciones de vida del modelo en función del estado de tensiones-deformaciones supuesto sea tensión o deformación plana.

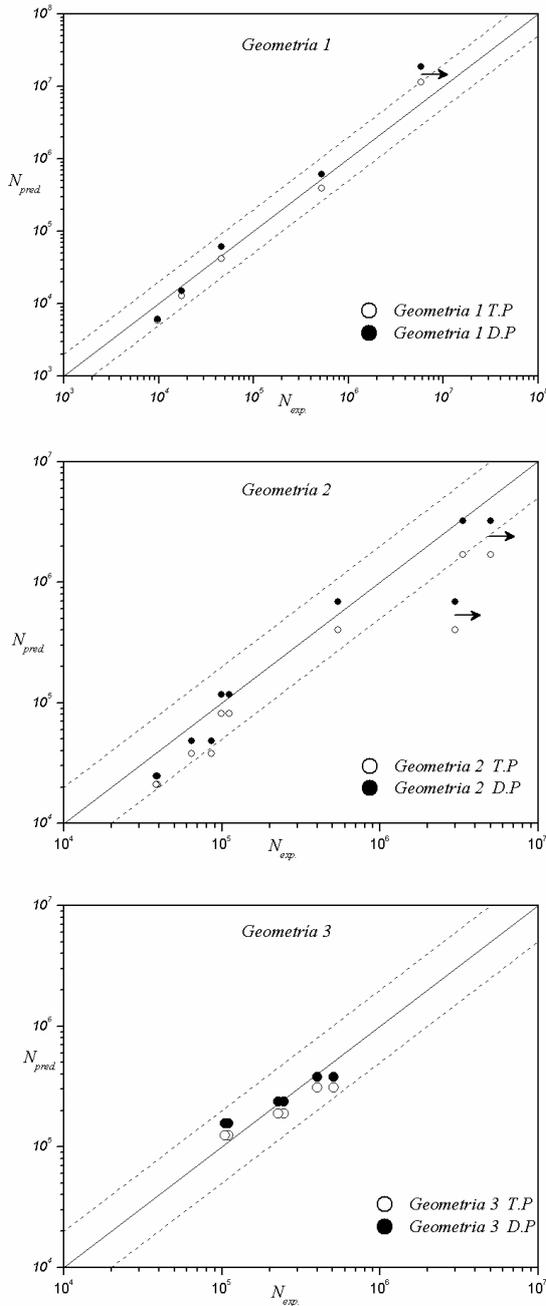


Figura 7. Comparación entre las predicciones para los casos de tensión y deformación plana.

**4. CONCLUSIONES.**

A la vista de los resultados, cabe destacar tres aspectos del modelo propuesto:

-En general se obtienen buenos resultados para los parámetros originales del problema, esto es; longitud de los bloque elementales igual a  $\rho^*$ , suponer una longitud de iniciación de valor  $a_0$  y tomar el tamaño de los elementos para el caso de grieta pequeña igual a  $0.15a$ .

-De entre todas las geometrías, la que menos se ve afecta por la elección de uno u otro valor para los parámetros analizados es la primera. En principio no con el análisis desarrollado no se puede discernir si este

comportamiento es a causa del material (Al-7075-T651) ó si por el contrario es debido a la geometría, donde cabe destacar que de entre las tres analizadas, es la que tiene menor relación  $e/r$ .

-El modelo ofrece predicciones de vida mayores para los casos de deformación plana, siendo estas diferencias pequeñas para vidas cortas ( $N \sim 10^3 - 10^4$ ).

**REFERENCIAS**

[1]. Wetzel R. M. (1977). *Fatigue under complex loading: analysis and experiments*, Society of Automotive Engineers.

[2]. Lankford J. (1982). The growth of small fatigue cracks in 7075-T6 aluminium, *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 5, 233-248.

[3]. Socie D.F., Morrow J. and Chen W-C (1979). A procedure for estimating the total fatigue life of notched and cracked members, *Engineering Fracture Mechanics*, 11, 851-859.

[4]. Glinka G. (1985). A Notch Stress-Strain Analysis Approach to Fatigue Crack Growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 21, 245-261.

[5]. Creager M., Paris P.C. (1967). Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, *Int. J. Fract. Mech.*, 3, 247-252.

[6]. Molski K., Glinka G. (1981). A Method of Elastic-Plastic Stress and Strain Calculation at a Notch Root, *Materials Science and Engineering*, 50, 93-100.

[7]. Wetzel R. M. (1977). *Fatigue under complex loading: analysis and experiments*, Society of Automotive Engineers.

[8]. Smith K.N., Watson P., and Topper T.H. (1970). A Stress-Strain Function for the fatigue of Metals, *Journal of Materials*, 5, 767-778.

[9]. Glinka G., Noroozi A.H., Lambert S. (2007). Unification of the Notch Strain-Life and Fatigue crack Growth Theories, *Fatigue 2007*, The 6th Engineering Integrity Society International Conference on Durability and Fatigue, Queens' College, Cambridge.

[10]. Noroozi A.H., Glinka G. and Lambert S. (2005). A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis, *Int. J. Fatigue*, 27, 1277-1296.

[11]. El Haddad M.H., Topper T.H. and Smith K.N. (1979). Prediction of non-propagating cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, 11, 573-584.

[12]. Lazzarin P., Berto F. (2005). From Neuber's Elementary Volume to Kitagawa and Atzori's Diagrams: An Interpretation Based on Local Energy, *Int. J. Fracture*, 135, 33-38.

[13]. Chen W.-C. (1979). A Model for Joining the Fatigue Crack Initiation and Propagation Analysis, *Phd. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign*.

[14]. Boller C. and Seeger T. (1998). *Materials Data for Cyclic Loading*, Elsevier Publishing Company.

[15]. Akiniwa, Y., Tanaka, K., Matsui (1988), E. Statistical characteristics of propagation of small fatigue cracks in smooth specimens of 2024-T3, *Mat. Sci. Engng.* A104, 105-115.