

## Modelo óptico para acristalamientos multicapa

T. BAENAS<sup>1,2</sup>, M. MACHADO<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática Aplicada. Universidad de Alicante. Carretera de S. Vicente del Raspeig s/n. 03690 S. Vicente del Raspeig. Alicante.

<sup>2</sup>Laboratorio CT DISAC, S.L.Partida las Tiesas, parcela 71. 03400 Villena (Alicante).

<sup>3</sup>Unidad de Energía. INASMET - Tecnalia. Paseo Mikeletegi, 2. 20009 San Sebastián (Guipúzcoa).

En el caso del vidrio laminado, dadas las múltiples configuraciones que pueden concebirse con propósitos arquitectónicos varios en la fase de diseño (estéticos, de eficiencia energética, seguridad o aislamiento acústico, principalmente), resulta de gran utilidad poder disponer de simulaciones computacionales de las propiedades ópticas en función de las propias de sus constituyentes (sustratos vítreos, láminas poliméricas y capas selectivas a la radiación solar). Los procedimientos para la determinación por cálculo de las magnitudes de caracterización óptica de este tipo de vidrios se encuentran actualmente en proceso de normalización por el CEN (Comité Europeo de Normalización). El estudio de vidrios laminados con capa selectiva interna, en contacto con la lámina polimérica, tiene un valor teórico especialmente significativo, al introducir reflectividad en el interior del sistema óptico multicapa. En este trabajo se presenta un modelo teórico basado en el método de matrices de transferencia particularizado para el cálculo de las propiedades ópticas del vidrio laminado con capas externas e internas. Los resultados de la simulación se comparan con datos experimentales obtenidos mediante espectrofotometría UV-VIS-NIR.

*Palabras clave: modelización, propiedades ópticas, laminados, recubrimientos*

### Optical model for multilayer glazing systems

In the design phase of a glazing system, multiple laminated glass configurations may be conceived for various architectural purposes (mainly related to aesthetic issues, energy efficiency, safety and security and / or acoustic insulation). Therefore, the availability of computational simulations of optical and thermal properties of laminated glass as a function of the properties of its constituents (glass panes, polymeric films, selective coatings) may be of great utility. Standardised procedures for this kind of calculations are still being prepared by CEN (European Committee for Standardization). The theoretical study of laminated glass with internal selective coatings is especially relevant due to the introduction of reflectivity within the multilayer optical system. Here, a theoretical model based on transfer matrix method and applied to multilayer glazing with external and internal coatings is presented. Simulation results are compared with UV-VIS-NIR spectrophotometric measurements.

*Keywords: simulation, optical properties, laminates, coatings*

## 1. INTRODUCCIÓN

Tanto la fase de diseño de un vidrio laminado como el cumplimiento de la normativa aplicable a este tipo de acristalamiento suponen para el fabricante la necesidad de determinar las propiedades ópticas de una gran cantidad de configuraciones de vidrio, que físicamente se describen como sistemas ópticos multicapa. La determinación experimental de estas propiedades para cada configuración implica por ello una importante inversión, tanto a nivel económico como en tiempo. En el caso concreto del vidrio laminado, los procedimientos de determinación por cálculo de las propiedades ópticas y el factor solar (transmitancia solar total) a partir de la caracterización espectrofotométrica de cada constituyente (vidrios y láminas poliméricas) están aún en proceso de normalización.

Los algoritmos para la generación de propiedades ópticas de vidrios laminados a partir de sus componentes se basan en general en los métodos clásicos de trazado de rayos (*ray-tracing*) (1) y radiación neta (*net-radiation*) (2).

El método de *ray-tracing* resulta más intuitivo por su similitud gráfica con la óptica geométrica, y es por ello una referencia más habitual. El método consiste en seguir la trayectoria de un rayo incidente, sumando las contribuciones a la energía transmitida o reflejada de las infinitas reflexiones de éste, que toman la forma de series geométricas. Estos algoritmos son aplicables a sistemas ópticos multicapa bajo la aproximación de superposición incoherente de las ondas luminosas, en las que el promedio temporal de la intensidad coincide con la suma de las intensidades de cada onda. Este planteamiento es similar al que el CEN está estudiando para su normalización, como anexo a la actual norma de caracterización de las propiedades luminosas y solares de los acristalamientos (UNE-EN 410) (3).

La aplicación del método *net-radiation*, sin embargo, da lugar a un método matricial (4-6) que resulta mucho más cómodo para la generación de expresiones, tanto analíticas

como numéricas, para sistemas ópticos multicapa de cierta complejidad, como es el caso del vidrio laminado.

La caracterización óptica de las capas finas o películas delgadas (cuyo espesor es del orden de la longitud de onda) depositadas sobre los vidrios y que determinan un comportamiento selectivo a la radiación solar y una modificación de la emisividad de la superficie vítrea, se puede resolver también por aplicación de los métodos anteriores.

Resulta especialmente relevante el caso de capas situadas al interior del vidrio laminado, esto es, aquellas que están en contacto con la lámina polimérica. Cabe decir que, aunque en su conjunto se trate de un problema clásico de la óptica física, que se encuentra debidamente estudiado (7-8), la aplicabilidad de este tipo de solución es casi nula fuera de ambientes estrictamente académicos. La resolución del problema va condicionada a un conocimiento exhaustivo de los componentes y la estructura del apilamiento de capas finas, información de la que en general no se dispone, al estar protegida por la propiedad industrial de las empresas fabricantes de este tipo de recubrimientos. Los diferentes apilamientos (a menudo fuertemente absorbentes), habrían de describirse mediante un índice de refracción complejo para cada monocapa, y debe considerarse la existencia de términos de interferencia.

La aplicación del método de *ray-tracing* o el método *net-radiation* permite eludir la necesidad de realizar cálculos con el complejo sistema óptico que en general constituyen los vidrios de capa.

En este trabajo se presenta un desarrollo teórico para el cálculo de las propiedades ópticas de un acristalamiento multicapa basado en el método de matrices de transferencia, particularizado al caso del vidrio laminado con capas externas e internas. En primer lugar se definen el modelo óptico y el método de cálculo desarrollados, obteniéndose las matrices de transferencia correspondientes a cada componente del acristalamiento (vidrios, láminas poliméricas, capas selectivas), así como la matriz de transferencia total. A continuación se derivan las expresiones analíticas para la transmitancia y la reflectancia exterior e interior de un vidrio laminado con capas selectivas en las posiciones externas e interna. Finalmente se comprueba experimentalmente el modelo en el caso de una sola capa interna, que es el más desfavorable experimentalmente.

## 2. DEFINICIÓN DEL MODELO ÓPTICO Y MÉTODO DE CÁLCULO

Se estudia a continuación la propagación de la radiación solar a través de un sistema óptico multicapa de láminas planoparalelas, constituido por sustratos vítreos, láminas poliméricas y capas selectivas a la radiación solar, mediante el uso de las matrices de transferencia de cada interfase del sistema (5). Cada interfase queda caracterizada ópticamente por su transmisividad ( $\tau$ ) y sus reflectividades por cada lado ( $\rho_f$ ,  $\rho_b$ ), que según el caso de estudio pueden considerarse espectrales o integradas de un rango espectral (e incluso direccionales e integradas direccionalmente, como en el caso hemisférico).

Se ha adoptado el siguiente criterio de definición de la matriz (M) para una interfase óptica, que transforma pares ordenados de irradiación (I) y radiosidad (J) (6):

$$\begin{pmatrix} I_f \\ J_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho_b & 1 \\ \tau & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_b \\ J_b \end{pmatrix} \quad [1]$$

Con los subíndices 'f' (*front*) y 'b' (*back*) se denotan ambos lados de la interfase. En general se considerará que la radiación solar incide por el lado 'f', si bien el modelo es totalmente simétrico (es inmediato comprobar que la matriz inversa,  $M^{-1}$ , se obtiene intercambiando  $\rho_f$  y  $\rho_b$ ) y válido para el estudio de casos de incidencia de la radiación de onda corta en ambos sentidos.

El mismo formalismo permite la introducción en el modelo de componentes cuya única función es la atenuación incoherente de la intensidad de la radiación, que se aplicarán en el caso de sustratos vítreos y láminas poliméricas. Para este tipo de elementos la transmisividad es una exponencial negativa de argumento proporcional al espesor del componente:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/\tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix} \quad [2]$$

Aunque la matriz M proviene en este contexto de la aplicación del método *net-radiation*, debido a que su construcción viene dada solo por la consideración de condiciones de contorno sobre una interfase y la definición de los factores de reflexión y transmisión, este modelo puede formularse de igual forma para las componentes del campo electromagnético, sustituyendo transmisividad y reflectividad por los coeficientes de Fresnel. Esto permite análogamente el estudio del problema incluyendo los fenómenos de polarización e interferencia. Igualmente puede destacarse que en la expresión [1], los pares ordenados (I, J) tienen un comportamiento algebraico de tipo vectorial sólo en la aproximación de superposición incoherente de la radiación electromagnética, pero son vectores en todo caso cuando el modelo se formula para las componentes netas del campo, si bien esta limitación matemática no afecta para la aplicación que aquí se pretende. Un modelo más general, formulado para el caso de coherencia, permitiría estudiar éste como caso particular (4).

La unión entre interfases para crear un sistema múltiple o multicapa, entendiéndose por ello tanto el contacto entre componentes como la existencia de componentes intermedios sin función óptica (cámaras de gas en un acristalamiento múltiple) viene dada directamente al considerar que la radiosidad de una interfase actúa como irradiación de la interfase contigua. Empleando la notación  $I_{n,f}/J_{n,f}$  para denotar la irradiación/radiosidad del componente n-ésimo, en los lados 'f' y 'b', esto se formula:

$$I_{n,b} = J_{n+1,f} ; J_{n,b} = I_{n+1,f} \quad [3]$$

En la Tabla I se particulariza la matriz de transferencia para cada componente de un acristalamiento multicapa con las consideraciones del modelo descritas.

En dicha tabla también se propone una simbología como esquema del sistema óptico que puede facilitar la construcción de la matriz de transferencia.

Las interfases entre vidrio y aire se consideran sin absorción ( $\tau+r_s=1$ ). Para introducir en el modelo una contribución diferente deben ser sustituidas por componentes capa, esto es, con una transmisividad independiente.

Una vez definido el acristalamiento, la matriz de transferencia total del sistema se obtiene multiplicando ordenadamente ( $f@b$ ) los componentes de la Tabla I. Si el sistema está compuesto por n componentes, con matrices  $M_i$ , se tiene entonces:

$$\begin{pmatrix} I_{1,f} \\ J_{1,f} \end{pmatrix} = M_{1,n} \begin{pmatrix} I_{n,b} \\ J_{n,b} \end{pmatrix}; M_{1,n} = M_1 M_2 \dots M_n \quad [4]$$

Es destacable que en el presente trabajo, a diferencia con los métodos mencionados anteriormente (5,6), y debido al hecho de haber incorporado en la definición de las matrices de transferencia  $M_i$  las condiciones de enlace [3], sólo se precisa

de una única matriz por cada componente del acristalamiento. Por ello la construcción de la matriz de transferencia total del sistema viene dada, directamente, por el producto matricial [4], sin necesidad de introducir otros elementos en el producto.

La transmitancia y las reflectancias del sistema óptico,  $T$ ,  $R_f$  y  $R_b$ , se obtienen eligiendo las condiciones de irradiación consistentes con la definición de estos factores, suponiendo una irradiación incidente unitaria. Éstos se derivan de forma inmediata a partir de las relaciones matriciales siguientes:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ R_f \end{pmatrix} = M_{1,n} \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix} = M_{1,n} \begin{pmatrix} 1 \\ R_b \end{pmatrix} \quad [5]$$

Por último es interesante reseñar que la unión de elementos ópticos sin reflectividad, en particular de láminas poliméricas (componentes del tipo  $]++\dots+[$ ), o de sustratos vítreos unidos por láminas poliméricas (componentes del tipo  $] + [S] + [ \dots$

TABLA I: MATRICES DE TRANSFERENCIA PARA EL MODELO POR COMPONENTES

Componente	Sím.	Matriz transferencia	Propiedades
Interfase aire-vidrio	[	$\begin{pmatrix} \frac{1}{1-r_s} & -\frac{r_s}{1-r_s} \\ \frac{r_s}{1-r_s} & 1-r_s - \frac{r_s^2}{1-r_s} \end{pmatrix}$	$\tau = 1-r_s; \rho_f = r_s; \rho_b = r_s$ ( $r_s$ = reflectividad del sustrato vítreo) Elemento simétrico
Interfase vidrio-aire	]	$\begin{pmatrix} 1-r_s - \frac{r_s^2}{1-r_s} & \frac{r_s}{1-r_s} \\ -\frac{r_s}{1-r_s} & 1 \end{pmatrix}$	$\tau = 1-r_s; \rho_f = r_s; \rho_b = r_s$ ( $r_s$ = reflectividad del sustrato vítreo) Elemento simétrico
Sustrato vítreo	S	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \tau_s & 0 \end{pmatrix}$	$\tau = \tau_s; \rho_f = 0; \rho_b = 0$ Elemento simétrico
Capa aire-vidrio	[	$\begin{pmatrix} \frac{1}{t_c} & -\frac{r'_c}{t_c} \\ \frac{r'_c}{t_c} & t_c - \frac{r'_c r'_c}{t_c} \end{pmatrix}$	$\tau = t_c; \rho_f = r'_c; \rho_b = r'_c$ Elemento asimétrico
Capa lámina-vidrio	(		
Capa vidrio-aire	]	$\begin{pmatrix} t_c - \frac{r'_c r'_c}{t_c} & \frac{r'_c}{t_c} \\ -\frac{r'_c}{t_c} & 1 \end{pmatrix}$	$\tau = t_c; \rho_f = r'_c; \rho_b = r'_c$ Elemento asimétrico
Capa vidrio-lámina	)		
Lámina (sin reflectividad <sup>1</sup> )	] + [	$\begin{pmatrix} 0 & \tau_L \\ \frac{1}{\tau_L} & 0 \end{pmatrix}$	$\tau = \tau_L; \rho_f = 0; \rho_b = 0$ Elemento simétrico <sup>1</sup> Se asume que el índice de refracción de la lámina es aproximadamente igual al del sustrato vítreo en el rango de longitudes de onda en consideración
Cámara de gas (sin función óptica)	-	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\tau = 1; \rho_f = 0; \rho_b = 0$ Elemento simétrico

]+[S]+] se realiza mediante la matriz de transferencia siguiente, cuando las transmisividades involucradas son  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ .

$$\begin{pmatrix} 0 & \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n \\ \frac{1}{\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{eq} \\ \frac{1}{\tau_{eq}} & 0 \end{pmatrix} \quad [6]$$

La validez de estos componentes va condicionada por la misma aproximación de igualdad entre los índices de refracción de las láminas y sustratos vítreos en el rango espectral de estudio. Bajo esta suposición se puede definir un componente ]+[ equivalente con  $\tau_{eq} = \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n$ .

A modo de ejemplo se reproducen las expresiones del anexo A de la norma EN 410 (3) para un vidrio de capa. Este sistema de tres componentes, simbolizado por [S]1, se disgrega en interfase aire-vidrio, sustrato vítreo y capa vidrio-aire. La matriz de transferencia vendrá dada por:

$$M_{1,3} = M_{1,l} M_{2,S} M_{3,r} \quad [7]$$

Si denotamos por  $m_{ij}$  a los elementos de matriz de  $M_{1,3}$  se obtiene:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{m_{12}} = \frac{\tau_s t_c (1 - r_s)}{1 - r_s \tau_s^2 r_c} \\ R_f &= \frac{m_{22}}{m_{12}} = \frac{r_s + r_c \tau_s^2 (1 - 2r_s)}{1 - r_s \tau_s^2 r_c} \\ R_b &= -\frac{m_{11}}{m_{12}} = \frac{r'_c + r_s \tau_s^2 (t_c^2 - r_c r'_c)}{1 - r_s \tau_s^2 r_c} \end{aligned} \quad [8]$$

de donde, resolviendo el sistema de ecuaciones para  $t_c$ ,  $r_c$  y  $r'_c$  se obtienen las expresiones A6, A7 y A8 de la citada norma.

### 3. MODELO ÓPTICO PARA VIDRIOS LAMINADOS CON CAPAS EXTERNAS E INTERNAS

A continuación se deriva la expresión analítica para los factores de transmisión y reflexión de un vidrio laminado con capas selectivas en las dos posiciones externas ('front' y 'back') e interna (capa embebida en el vidrio, en contacto con la lámina polimérica). El esquema del sistema y la notación utilizada se han representado en la Figura 1.

Siguiendo el modelo descrito en el apartado anterior, el cálculo de la matriz de transferencia viene simbólicamente representado por  $|[S_1]+[(S_2)]|$ , que se traduce en el producto matricial [9]:

$$M_{1,6} = M_{1,l} M_{2,S_1} M_{3,l} M_{4,(M_{5,S_2} M_{6,r})} \quad [9]$$

El sistema queda disgregado en capa externa frontal ( $t_1, r_{1f}, r_{1b}$ ), sustrato vítreo 1 ( $\tau_1$ ), lámina polimérica ( $\tau_l$ ), capa interna lámina-vidrio ( $t_2, r_{2f}, r_{2b}$ ), sustrato vítreo 2 ( $\tau_2$ ) y capa externa posterior ( $t_2, r_{2f}, r_{2b}$ ). Los factores del acristalamiento vienen dados entonces por el sistema de ecuaciones [10].

$$\begin{aligned} T &= \frac{t_1 t_2 t_0 \tau_1 \tau_2 \tau_L}{(1 - r_{1b} r_{0f} \tau_1^2 \tau_L^2)(1 - r_{2f} r_{0b} \tau_2^2) - r_{2f} r_{1b} t_0^2 \tau_1^2 \tau_2^2 \tau_L^2} \\ R_f &= r_{1f} + \frac{(1 - r_{0b} r_{2f} \tau_2^2) t_1^2 r_{0f} \tau_1^2 \tau_L^2 + r_{2f} t_1^2 t_0^2 \tau_1^2 \tau_2^2 \tau_L^2}{(1 - r_{1b} r_{0f} \tau_1^2 \tau_L^2)(1 - r_{2f} r_{0b} \tau_2^2) - r_{2f} r_{1b} t_0^2 \tau_1^2 \tau_2^2 \tau_L^2} \\ R_b &= r_{2b} + \frac{(1 - r_{1b} r_{0f} \tau_1^2 \tau_L^2) r_{0b} t_2^2 \tau_2^2 + r_{1b} t_2^2 t_0^2 \tau_1^2 \tau_2^2 \tau_L^2}{(1 - r_{1b} r_{0f} \tau_1^2 \tau_L^2)(1 - r_{2f} r_{0b} \tau_2^2) - r_{2f} r_{1b} t_0^2 \tau_1^2 \tau_2^2 \tau_L^2} \end{aligned} \quad [10]$$

Nótese, por comparación con las ecuaciones [8], la complejidad de las expresiones analíticas al introducir un componente con reflectividad en el interior del sistema. Las ecuaciones [10] permiten la simulación óptica de cualquier acristalamiento conformado por vidrio laminado que puede incluir o no una capa interna y dos capas externas, en virtud de las siguientes equivalencias:

TABLA II: COMPARATIVA DE LOS FACTORES INTEGRADOS

Factores según UNE-EN 410	Simulación	Experimento
Transmitancia luminosa	0,3658	0,3658
Reflectancia luminosa exterior	0,4015	0,3963
Reflectancia luminosa interior	0,4007	0,4060
Transmitancia solar	0,3792	0,3792
Reflectancia solar exterior	0,2538	0,2433
Reflectancia solar interior	0,2507	0,2669
Transmitancia ultravioleta	0,0026	0,0030
Absortancia	0,3670	0,3775
Factor solar	0,4739	0,4766

A partir de [6], los laminados con múltiples sustratos vítreos y láminas poliméricas son equivalentes al sistema [9]:

$$\begin{aligned}
 & [S_1]++\dots+[...]++\dots+[S_{i-1}]++\dots+ & [11] \\
 & [(S_i)++\dots+[...]++\dots+[S_n]] \Leftrightarrow [(S_a)+(S_b)]
 \end{aligned}$$

con las sustituciones:

$$\tau_a \Leftrightarrow \tau_{1\dots i-1,eq} ; \tau_b \Leftrightarrow \tau_{i\dots n,eq} ; \tau_L \Leftrightarrow \tau_{L,eq} \quad [12]$$

La eliminación de una capa externa se consigue mediante la sustitución de ésta por una interfase entre vidrio y aire:  $l \rightarrow [ , ] \rightarrow$ , lo que es inmediato a partir de las sustituciones siguientes:

$$t_i \rightarrow 1 - r_{s_i} ; r_{if} \rightarrow r_{s_i} ; r_{ib} \rightarrow r_{s_i} \quad [13]$$

donde  $r_{s_i}$  es la reflectividad del sustrato vítreo  $i$ -ésimo.

La eliminación de la capa interior se consigue anulando su función óptica, mediante las sustituciones:

$$t_{oi} \rightarrow 1 ; r_{of} \rightarrow 0 ; r_{ob} \rightarrow 0 \quad [14]$$

Actualmente el CEN está preparando una modificación al anexo A de la norma EN 410 (3), donde incluirá expresiones analíticas para el caso de vidrio laminado con capa interna. En su último documento de trabajo publicado (9), las fórmulas 1, 2 y 3 son equivalentes a [10], salvo notación, para el caso de una sola una capa interna (esto es, para el sistema  $[S_1]+[S_2]$  que se obtiene por eliminación de las capas exteriores, según [13]). Cabe advertir, sin embargo, de una pequeña imprecisión en las expresiones propuestas por el CEN. Éstas son efectivamente válidas cuando se trabaja con interfaces vidrio-aire sin absorción (caso asumido en la definición de este tipo de interfaces en este estudio y en el propio documento del CEN), pero dejarían de serlo si no se diera esta premisa o si se modificaran para incluir capas externas, ya que en los denominadores donde aparece  $r_1$  y  $r_2'$  ( $r_{1f}$  y  $r_{2b}$  en la notación de este artículo) debería aparecer  $r_1'$  y  $r_2$  ( $r_{1b}$  y  $r_{2f}$ ) respectivamente.

#### 4. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL Y PRECISIÓN DEL MODELO

En la Figura 2 se esquematiza el proceso de caracterización, a partir de medidas espectrofotométricas, de los componentes de un vidrio laminado para el caso en que la capa selectiva actúa en la interfase vidrio-lámina. Este proceso permite determinar las magnitudes  $t_v, r_{of}, r_{ob}$ , necesarias para calcular los elementos de matriz del componente capa en interfase vidrio-lámina, y  $\tau_L$  para el componente lámina en interfase vidrio-vidrio. Las magnitudes  $\tau_1, r_{s1}$  y  $\tau_2, r_{s2}$  de los sustratos se obtienen de medidas experimentales de transmitancia y reflectancia de cada uno de ellos y las expresiones que las relacionan (1).

Para la obtención de  $\tau_L$  es necesario medir la transmitancia y la reflectancia por ambas caras de la lámina en una configuración cualquiera de vidrio laminado, que por simplicidad se toma con sustratos vítreos iguales. Son

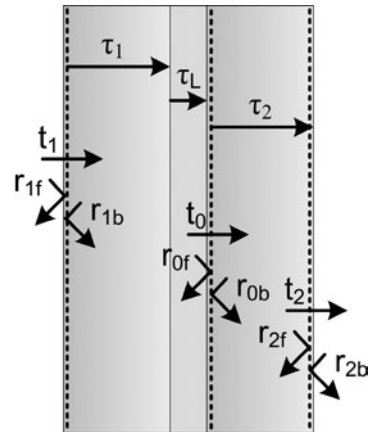


Figura 1: Esquema y notación de magnitudes para un vidrio laminado con capas.

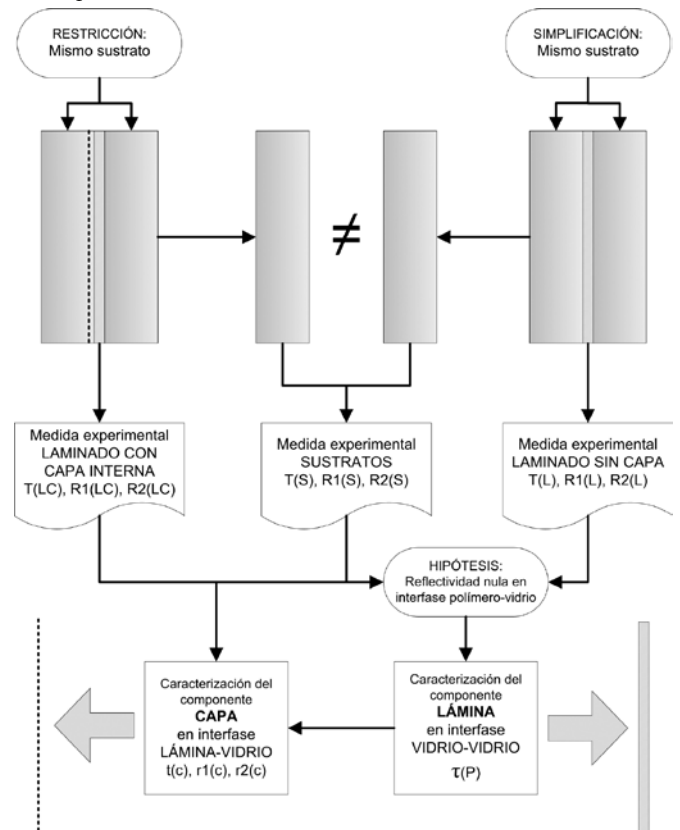


Figura 2: Proceso de caracterización de componentes de un vidrio laminado con capa interna a partir de medidas espectrofotométricas.

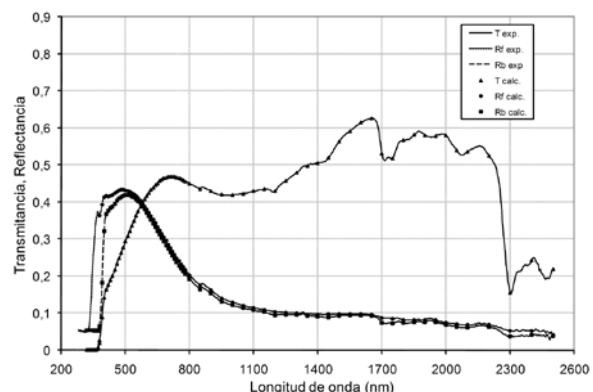


Figura 3: Comparativa entre simulación y experimento para vidrios laminados con capa interna.

necesarios además los espectros de transmitancia y reflectancia del vidrio substrato utilizado. Bajo la hipótesis de reflectividad nula en las interfases lámina-vidrio, pueden obtenerse del modelo teórico aquí expuesto las ecuaciones que relacionan  $\tau_L$  con las magnitudes espectrofotométricas del vidrio laminado y sus substratos componentes, sin más que invertir el sistema de ecuaciones que se obtiene de la aplicación del método a un sistema del tipo [S]+[S].

Análogamente se determinan las magnitudes  $t_{0i}$ ,  $r_{0i}$ ,  $r_{0b}$  correspondientes a la capa interna, una vez determinados los espectros de transmisión y reflexión de una composición cualquiera de vidrio laminado (con la restricción en este caso de que los substratos sean idénticos entre sí), los espectros correspondientes al substrato y los valores espectrales de  $\tau_L$  correspondientes a la lámina polimérica utilizada en la composición. Las expresiones que relacionan estos elementos pueden obtenerse también del propio modelo teórico, por inversión del sistema de ecuaciones [10].

Una vez determinadas las magnitudes correspondientes a cada componente pueden ser calculados los elementos de cada matriz de transferencia, siendo entonces posible determinar las propiedades ópticas de cualquier otra composición multicapa, que incluya alguno de estos componentes, según el método descrito en el apartado 2.

Como ejemplo de simulación numérica correspondiente a este problema, en la Figura 3 puede apreciarse la comparativa entre los espectros de transmisión y reflexión en las longitudes de onda especificadas por la norma UNE-EN 410 (3), de un vidrio laminado 6+6 mm, con una lámina de 0,38 mm de polivinil-butiral (PVB) y capa interna de control solar en contacto con la lámina polimérica, de tipo pirolítico. Las medidas experimentales se han realizado con un espectrofotómetro Perkin Elmer Lambda 950 con esfera integradora de 150 mm. En la figura se han representado los espectros experimentales junto con los obtenidos mediante la simulación por componentes según el modelo teórico descrito en el presente trabajo.

Se aprecia en la gráfica un buen acuerdo entre simulación y experimento. En este caso particular, en un reducido número de puntos de la zona ultravioleta, el sistema de ecuaciones da lugar a soluciones singulares para la reflectancia exterior (no representadas en la gráfica) por la presencia de divisores pequeños asociados a bajas transmisiones. Esto está influido por la pérdida de precisión experimental por la presencia de la lámina polimérica de PVB, muy absorbente en la región ultravioleta del espectro, y al uso de una esfera integradora para la realización de este tipo de medidas. La existencia de puntos en los que el sistema no tiene solución depende de la composición de vidrio laminado bajo estudio, habiéndose comprobado que en otros casos en los que existe compensación numérica de los pequeños divisores, el acuerdo entre teoría y experimento es óptimo en todo el espectro solar. La influencia de estos puntos singulares sobre el cálculo de los factores integrados es mínima.

Debe tenerse en cuenta también la imposibilidad (salvo para los fabricantes) de medir el substrato vítreo del vidrio de capa, habiéndose asumido para el cálculo el espectro de un substrato de la misma familia. El cálculo conlleva además la hipótesis de reflectividad nula en la interfase lámina-vidrio.

Sin embargo, a pesar de los errores experimentales y las aproximaciones inherentes al cálculo, cabe destacar la excelente funcionalidad del método, que reproduce con una

elevada precisión las curvas espectrales de transmitancia y reflectancia del vidrio laminado analizado.

En la Tabla II se muestran los factores integrados normalizados correspondientes a las curvas de la Figura 3, cuyo uso es habitual en la realización de simulaciones térmicas, además de constituir una referencia frecuente para la comparación del comportamiento térmico y espectrofotométrico de los acristalamientos. Las diferencias entre simulación y experimento en estas magnitudes son mínimas, y muy inferiores a la tolerancia normalizada para la declaración de prestaciones de marcado CE ( $\pm 3\%$ ).

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha particularizado un modelo matricial basado en el método *net-radiation* (bajo la aproximación de superposición incoherente de las ondas luminosas), al caso de un vidrio laminado con capas externas e internas. El método desarrollado permite calcular las propiedades ópticas del sistema a partir de las propiedades ópticas de sus componentes y, a la inversa, caracterizar éstos a partir de medidas experimentales del acristalamiento completo.

Se han obtenido las expresiones de las matrices de transferencia correspondientes a todos los componentes habituales de este tipo de sistemas ópticos, de modo que es posible construir el sistema directamente a partir de la multiplicación ordenada de estas matrices, al haberse incorporado en su definición las condiciones de unión entre interfases. Se ha obtenido, consecuentemente, la matriz total del sistema. Se ha presentado además un formalismo simbólico que puede facilitar el uso del método.

De la aplicación de este modelo teórico pueden obtenerse las ecuaciones incluidas en la norma europea UNE-EN 410, así como las ecuaciones en proceso de normalización por parte del CEN, y generalizaciones de las mismas a casos más complejos.

Asimismo, se ha establecido un procedimiento experimental para la caracterización de los componentes del vidrio laminado a partir de medidas espectrofotométricas y se ha comprobado el buen funcionamiento del método en comparación con medidas experimentales.

## BIBLIOGRAFÍA

1. M. Rubin, K. von Rottkay and R. Powles: Window Optics. Solar Energy 62 (3), 149-161 (1998).
2. R. Siegel, J.R. Howell: Thermal radiation heat transfer. Hemisphere Publishing Corporation, 2ª edición (1981).
3. UNE-EN 410: 1998 "Vidrio para la edificación. Determinación de las características luminosas y solares de los acristalamientos."
4. B. Harbecke: Coherent and incoherent reflection and transmission of multilayer structures. Appl. Phys. B: Lasers and Optics, 39 (3), 165-170 (1986).
5. P. Pfrommer, K. J. Lomas, C. Seale and Chr. Kupke: The radiation transfer through coated and tinted glazing. Solar Energy, 54 (5), 287-299 (1995).
6. I. Rodríguez, J.L. Molina: Modelo óptico y térmico de acristalamientos complejos. Tesis doctoral: Universidad de Sevilla, Dpto. de Ingeniería Energética y Mecánica de Fluidos (2000).
7. A. Thelen: Design of optical interference coatings. McGraw-Hill (1989).
8. A. Thelen: Design of optical interference coatings. Proc. SPIE Vol. 1782, p. 2-7, Thin Films for Optical Systems, Karl H. Guenther, Ed. (1992).
9. CEN/TC129/WG9 N 563: Laminated system with a film layer between the PVB and one of the glass panes, <http://circa.europa.eu/Public/irc/nbg/Home/main>. SG09 meetings.

Recibido: 24/08/2009

Aceptado: 23/03/2010