非対称的な情報効果を考慮した最適ヘッジ比率の推定 ： 日経225先物とKOSPI200先物の場合

著者	姜 喜永, 福田 司文
雑誌名	名古屋学院大学論集　社会科学篇
巻	44
号	4
ページ	33-44
発行年	2008-03-31
URL	http://doi.org/10.15012/00000314

名古屋学院大学論集　社会科学篇　第44巻　第4号（2008年3月）

非対称的な情報効果を考慮した最適ヘッジ比率の推定

――日経225先物とKOSPI200先物の場合――

姜　喜永・福田司文*

I　はじめに

現物の価格変動からのリスクをヘッジするために先物取引を利用する場合，価格変動のリスクを最小化する最適ヘッジ比率は，先物の収益率の分散に対する現物の収益率と先物の収益率との共分散として推定される。したがって，先物を用いたリスク・ヘッジにおいては，現物の収益率と先物の収益率の時系列におけるボラティリティ（volatility）を正確に予測することが何よりも重要な課題となる。

近年の金融資産の時系列に関する多くの研究において，ボラティリティは時間とともに変動していることが知られている。そのようなボラティリティの変動を明示的に定式化したモデルとして注目を集めている代表的なものに，ARCH（Autoregressive Conditional Heteroskedasticity）モデルとそれを一般化したGARCH（Generalized ARCH）モデルがある。GARCHモデルは，ボラティリティが持続する（volatility clustering）特性をもつ時系列の分析に広く用いられている。しかし，GARCHモデルはボラティリティの変動において非対称的な情報効果が考慮されていないことから，その非対称的な情報効果を取り入れたものとしてGJRモデルとEGARCH（Exponential GARCH）モデルが提示された。

本研究の目的は，日経225株価平均と韓国のKOSPI200株価指数の先物を用いたリスク・ヘッジにおいて，そのボラティリティに非対称的な情報効果が存在しているかどうかを確認することである。以下第II章では，1変量と2変量に分けて，先物を用いたリスク・ヘッジにおけるARCH類のモデルの推定について吟味する。第III章では，日経225とKOSPI200の現物と先物の日次収益率を用いて，そのボラティリティの変動において非対称的な情報効果の存在を確かめるためにGARCHモデルとEGARCHモデルによる推定を行う。そして最後に，その実証分析の結果について若干検討してみることとする。

II　非対称的な情報効果を考慮した推定モデル

2.1　1変量の推定モデル

周知のように，Engle（1982）は，条件付の不均一分散を取り入れて時間変動的な構造を持つ

＊流通科学大学商学部教授

ARCHモデルを提示し，Bollerslev（1986）はそのモデルを一般化して，以下のようなGARCHモデルを定式化した。

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{1}$$

$$\varepsilon_t = z_t h_t \qquad z_t \sim N(0,1) \tag{2}$$

$$\varepsilon_t \mid \phi_{t-1} \sim N(0, h^2_t) \tag{3}$$

$$h^2_t = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} b_j h^2_{t-j} \tag{4}$$

以上のGARCH(p, q)モデルにおいて，ϕ_{t-1}は$t-1$時点までのあらゆる情報の集合であるので，(4）式で見られるように，誤差の分散は条件付の不均一分散を持つものとなる。また（4）式において，誤差の条件付分散は常に正でなければならないので，係数，a_0，a_q，b_pが非負であることが要求される。

ARCHモデルは，条件付分散における従属性を捕らえるために2乗誤差の長いラグが必要となり，またそのラグを幾つまでにするかを決定しなければならない。そのような問題を克服するためにARCHモデルを一般化したものがGARCHモデルであり，少ないパラメータを持つ以下のGARCH（1,1）モデルでも，ボラティリティが持続する傾向を持つ金融時系列の分析において有用であることが知られている。

$$h_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon^2_{t-1} + b_1 h^2_{t-1} \tag{5}$$

ところが，GARCHモデルは非対称的な情報効果が考慮されていないという問題が存在する。上記の（4）式における非負の制約条件によって，GARCHプロセスにおいては，条件付分散がショックの符号に関係なく常に正となり，またショックの大きさのみでボラティリティが決まることを意味している。すなわち，誤差を2乗することによって符号が失われているのである。

しかし，株価と収益率のボラティリティに関する多くの実証研究において，非対称的な情報効果が存在することが発見されている。すなわち，同じ大きさの株価の上昇と下落において，株価の下落が株価の上昇よりその収益率におけるボラティリティが大きくなることが発見されているのである[1)]。もし，同じ大きさの負のショックが正のショックより大きいボラティリティをもたらすならば，GARCHモデルは負のショックによるボラティリティを過小評価し，正のショックによるボラティリティは過大評価することになる。

GARCHモデルにおけるこのような問題を解決するために，多くの修正・拡張されたモデルに関する研究が行われ，最近もっとも広く用いられているものとして，Glosten, Jagannathan and Runkle（1993）の名前を取ったGJRモデルと，Nelson（1991）によって提示されたEGARCHモデルがある。GJRモデルは以下のように，可能な非対称性を説明するための1つの項を追加して，GARCHモデルを単純に拡張したものである。

$$h_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon^2_{t-1} + b_1 h^2_{t-1} + a_2 \varepsilon^2_{t-1} D_{t-1} \tag{6}$$

ここで，D_{t-1}は$\varepsilon_{t-1}>0$であればゼロであり，それ以外の場合は1となるダミー変数である。そして，GARCHモデルにおける非負の制約条件に，$a_2>0$の条件が追加される。(6) 式は，たとえば価格が下がった（$\varepsilon_{t-1}<0$）場合は$D_{t-1}=1$であるので，

$$h_t^2=a_0+(a_1+a_2)\,\varepsilon^2_{t-1}+b_1h^2_{t-1} \tag{7}$$

となる。また価格が上がった（$\varepsilon_{t-1}>0$）場合は$D_{t-1}=0$であるので，

$$h_t^2=a_0+a_1\,\varepsilon^2_{t-1}+b_1h^2_{t-1} \tag{8}$$

となる。したがって，価格が下がった日の翌日のボラティリティ（(7) 式）が，価格が上がった日の翌日のボラティリティ（(8) 式）より大きく上昇することになるのである。

他方，EGARCH（1,1）モデルは，以下のような構造をもっている。

$$\varepsilon_t=z_th_t \qquad z_t\sim N(0,1) \tag{9}$$

$$\varepsilon_t\mid\phi_{t-1}\sim N(0,h^2_t) \tag{10}$$

$$\ln(h^2_t)=\alpha_0+\beta\ln h^2_{t-1}+\theta z_{t-1}+\gamma\,[\,|z_{t-1}|-E\,|z_{t-1}|\,] \tag{11}$$

EGARCHモデルは，（11）式のように，条件付分散の代数値を取ることから，パラメータに非負の制約をつける必要がなくなる。また（11）式においてz_{t-1}に関する関数は，ボラティリティにおける非対称的な情報効果と大きさの効果をもたらすものである。すなわち，$z_{t-1}>0$である場合，（11）式は，

$$\ln(h^2_t)=\alpha_0+\beta\ln h^2_{t-1}+(\gamma+\theta)\,|z_{t-1}|-\gamma E\,|z_{t-1}| \tag{12}$$

となる。反対に$z_{t-1}<0$である場合は，

$$\ln(h^2_t)=\alpha_0+\beta\ln h^2_{t-1}+(\gamma-\theta)\,|z_{t-1}|-\gamma E\,|z_{t-1}| \tag{13}$$

となる。ここで，$\theta<0$であれば，$z_{t-1}<0$である場合が$z_{t-1}>0$である場合より，条件付分散が大きくなるので，非対称的な情報効果がもたらされることになるのである。

GARCHプロセスのボラティリティにおいて，非対称的な情報効果が存在しているかどうかについては，Engle & Ng（1993）によって体系的な実証分析のモデルが提示された。すなわち，対称的な情報効果をもつGARCHモデルが適切であるかどうか，または非対称的な情報効果をもつモデルが必要であるかどうかを判断できるものとして，ボラティリティにおける符号バイアスと大きさのバイアスの存在を測定するモデルを提示したのである。まず，符号バイアスの存在を確かめるために次式を用いる[2)]。

$$\varepsilon^2_t=\phi_0+\phi_1S^-_{t-1}+\nu_t \tag{14}$$

ここで，S^-_{t-1}は，$\varepsilon_{t-1}<0$であれば1であり，それ以外の場合はゼロとなるダミー変数である。

もし，ε_{t-1}に対する正と負のショックが条件付分散に異なる影響を与えるならば，ϕ_1は統計的に有意な値となる。

次に，負の大きさのバイアスと正の大きさのバイアスは，以下の（15）式と（16）式を用いて確認することができる。

$$\varepsilon^2_t = \phi_0 + \phi_1 S^-_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \nu_t \tag{15}$$

$$\varepsilon^2_t = \phi_0 + \phi_1 S^+_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \nu_t \tag{16}$$

（15）式と（16）式におけるS^-_{t-1}とS^+_{t-1}（$=1-S^-_{t-1}$）は，負と正のショックの大きさがボラティリティに与える影響を調べるためのもので，同じくダミー変数である。

最後に，符号バイアス，負の大きさのバイアスと正の大きさのバイアスに関して結合されたテストが次式を用いて行われる。

$$\varepsilon^2_t = \phi_0 + \phi_1 S^-_{t-1} + \phi_2 S^-_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \phi_3 S^+_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \nu_t \tag{17}$$

上式における3つの変数に関する同時検定はLM（Lagrange Multiplier）検定量によって行われ，その帰無仮説は自由度が3のχ^2分布に従うものである。

2.2　2変量の推定モデル

われわれは，ある一国の金融市場に影響を与えた情報が，類似した他国の金融市場にも影響を与えていることを観察することができる。また国内の金融市場においても，代替的な関係にある市場間に，情報がお互いに影響を与えていることも観察できる。たとえば，アメリカの証券市場に影響を与えた情報が日本の証券市場にも影響を与え，また国内の株式市場に影響を与えた情報が株価指数先物市場にも影響を及ぼしているのである。したがって，両市場のボラティリティにおける相関関係を考慮した2変量GARCHモデルを用いて実証分析を行うべきである。

Kroner and Sultan（1993）は，先物取引を利用したリスク・ヘッジにおいて，下記のように誤差修正項を取り入れた2変量GARCH（1, 1）モデルを用いた。

$$S_t = \alpha_{0s} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \delta F_{t-1}) + \varepsilon_{st} \tag{18}$$

$$F_t = \alpha_{0f} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \delta F_{t-1}) + \varepsilon_{ft} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_{st}\\ \varepsilon_{ft}\end{bmatrix} \mid \phi_{t-1} \sim N(0, H_t) \tag{20}$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h^2_{s,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h^2_{f,t}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t}\end{bmatrix} \tag{21}$$

$$h^2_{s,t} = c_s + a_s\varepsilon^2_{s,t-1} + b_s h^2_{s,t-1} \tag{22}$$

$$h^2_{f,t} = c_f + a_f\varepsilon^2_{f,t-1} + b_f h^2_{f,t-1} \tag{23}$$

$$HR = {h_{sf,t}}\Big/{h^2_{f,t}} \tag{24}$$

上記の2変量GARCH(1, 1)プロセスにおいて，S_tとF_tは現物価格と先物価格である。また，(18)，

（19）式において$(S_{t-1}-\delta F_{t-1})$は，現物価格と先物価格の時系列が共和分関係にあることを表すために取り入れた誤差修正項（Error Correction Term）である。誤差修正項を取り入れたことは，Engle & Granger（1987）によって提案された通りに，もし2つの変数の時系列が共和分関係にあるならば，2変量の時系列モデルに誤差修正項を取り入れることによって長期的な均衡を保つためである。

また（21）式のように，推定すべきパラメータを簡略化したBollerslev（1990）による一定相関モデルを用いている。なぜなら，多変量GARCHモデルにおいて，変量の数が増加するとともに，推定すべきパラメータの数が急激に増えていくので，モデルにおけるパラメータの推定が実行不可能になるからである。それゆえ，パラメータの行列が対称行列であると仮定し，その対称行列の三角部分を列ベクトルとして表現したVECH演算子を用いることで，推定するパラメータの数を少なくするのである[3)]。パラメータの推定には，代数最尤推定法（Log Maximum Likelihood Estimation）が用いられる。なお（24）式は，リスクを最小化する最適ヘッジ比率であり，先物の条件付分散に対する現物と先物との条件付共分散の比率として表される。

ところが，前節でも指摘した通りに，GARCHモデルには非対称的な情報効果が考慮されていないという問題を解決するためにEGARCHモデルが提示され，Koutmos and Tucker（1996）は，以下のように誤差修正項を取り入れた2変量EGARCH（1,1）モデルを用いて最適ヘッジ比率を推定するようになった。

$$R_{s,t}=\beta_{s,0}+\beta_{s,s}(S_{t-1}-\delta F_{t-1})+\varepsilon_{s,t} \qquad (25)$$
$$R_{f,t}=\beta_{f,0}+\beta_{f,f}(S_{t-1}-\delta F_{t-1})+\varepsilon_{f,t} \qquad (26)$$
$$h^2_{s,t}=\exp[\alpha_{s,0}+\alpha_{s,s}g_s(z_{s,t-1})+\alpha_{s,f}g_f(z_{f,t-1})+\eta_s\log(h^2_{s,t-1})] \qquad (27)$$
$$h^2_{f,t}=\exp[\alpha_{f,0}+\alpha_{f,f}g_f(z_{f,t-1})+\alpha_{f,s}g_s(z_{s,t-1})+\eta_f\log(h^2_{f,t-1})] \qquad (28)$$
$$g_s(z_{s,t-1})=\theta_s z_{s,t-1}+[|z_{s,t-1}|-E|z_{s,t-1}|] \qquad (29)$$
$$g_f(z_{f,t-1})=\theta_f z_{f,t-1}+[|z_{f,t-1}|-E|z_{f,t-1}|] \qquad (30)$$

（25）と（26）式において，$R_{s,t}$と$R_{f,t}$は株価指数の収益率と株価指数先物の収益率であり，$(S_{t-1}-\delta F_{t-1})$は誤差修正項である。（29）と（30）式は，1変量のモデルとは違って条件付分散の式から分離させているが，非対称的な情報効果を取り入れた関数である。それらの式において，$[|z_{i,t-1}|-E|z_{i,t-1}|]$は情報に対する非対称性における大きさの効果を，$\theta_i z_{i,t-1}$は情報に対する非対称性における符号の効果を表すものであり，$\alpha_{i,i}$とθ_iの符号に依存して，符号の効果は大きさの効果を増大させたりまたは部分的に相殺したりしている。たとえば，$a_{i,i}>0$，$\theta_i<0$であるとすると，$z_{i,t-1}<0$の場合が$z_{i,t-1}>0$の場合より大きいボラティリティをもたらすことになる。

また，（27）式と（28）式における右辺の第3項は，市場間のボラティリティ流出（volatility spillover）の効果を取り入れたものである。たとえば，先物市場において価格が下落している場合（$z_{f,t}<0$），$\theta_f<0$，$\alpha_{s,f}>0$であるならば，先物市場より株式市場により大きいボラティリティがもたらされる。同じく，株式市場において価格が下落している場合（$z_{s,t}<0$），$\theta_s<0$，$\alpha_{f,s}>0$

であるならば，先物市場における株式市場からのボラティリティ流出の効果が大きくなるのである。

2変量EGARCHモデルの推定においても，条件付共分散行列において推定されるパラメータを簡略化したモデルが用いられる。また，パラメータの推定には代数最尤推定法（Log Maximum Likelihood Estimation）が用いられ，リスクを最小化する最適ヘッジ比率は同じく（24）式を用いて推定される。

Ⅲ　実証分析の方法と結果

実証分析に使われるデータは，1997年1月から2005年6月末までの期間における日経225とKOSPI200の株価指数とその先物価格の日次終値である。日経225先物は5つの限月物が，KOSPI200先物は四つの限月物が常に上場されているが，多くのこの種の研究と同じく，先物価格はその中で期近物の先物価格を用いる。また，限月交代期において取引が少なくなる満期日効果を回避するために，限月における満期日までの先物価格は直近の期近物の先物価格を用いる。そして，現物の株価指数とその先物価格の日次終値から計算された収益率の代数値が，以下の分析において使われる。

まずわれわれは，株価指数とその先物価格のボラティリティにおいて，非対称的な情報効果が存在しているかどうかを見るために，Engle & Ng（1993）による（14）式から（17）式までの推定を行った。表1と表2は，日経225とKOSPI200の株価指数とその先物価格の時系列に関する推定結果を要約している。両表において，符号バイアス，負の大きさのバイアス，および正の大きさのバイアスに関する検定量はt検定のものであり，同時検定は自由度が3のx^2分布の検定量である。

表1　日経225の時系列における非対称的な情報効果

	現物		先物	
	検定量	有意水準	検定量	有意水準
符号バイアス	1.68998	0.09118	1.27976	0.20077
負の大きさのバイアス	−0.73875	0.46014	−1.13653	0.25587
正の大きさのバイアス	−2.81655	0.00490	−2.37937	0.01743
同時検定	8.15470	0.04292	6.00944	0.11115

日経225の現物においては正の大きさのバイアスと同時検定の検定量が5%の水準で有意であり，その先物においては正の大きさのバイアスの検定量が有意であった。他方，KOSPI200の現物においては負の大きさのバイアス，正の大きさのバイアス，および同時検定の検定量が有意であったが，その先物においては1つも有意ではなかった。すなわち，日経225とKOSPI200の現物においては同時検定量が有意であったが，個別のバイアスに関する検定と同時検定において一貫した傾向は見られなかった。また，両指数の先物においてはほとんどすべての検定量が有意で

表 2　KOSPI200 の時系列における非対称的な情報効果

	現物		先物	
	検定量	有意水準	検定量	有意水準
符号バイアス	1.22477	0.22079	0.31680	0.75142
負の大きさのバイアス	4.15342	0.00003	1.55603	0.11984
正の大きさのバイアス	−4.70280	0.00000	−0.42076	0.67397
同時検定	62.96635	0.00000	5.65776	0.12950

はなかったので，非対称的な情報効果の存在を想定した以下の2変量モデルの分析において，良い結果が期待できないことが予想される。

次に，非対称的な情報効果を考慮した2変量EGARCHモデルによる推定結果と比較を行うために，日経225とKOSPI200の株価指数とその先物価格の収益率の代数値を用いて，Kroner and Sultan（1993）による2変量GARCH（1,1）モデルの推定を行った。（18）式と（19）式における誤差修正項は，福田・姜（2004）と同様にδは1として推定を行った[4)]。また，福田・姜（2004）とは異なるアルゴリズムを用いて推定を行ったが，表3と表4におけるその結果はほぼ同様のものが得られている[5)]。

表 3　2 変量 GARCH（1,1）モデルによる推定結果（日経 225 の場合）

係数	現物	係数	先物
α_{0s}	4.43e−04（1.5221）	α_{0f}	8.23e−06（0.0265）
α_{1s}	−0.4651（−6.2107）	α_{1f}	0.3260（4.1103）
c_s	4.14e−06（8.4918）	c_f	4.51e−06（8.1819）
a_s	0.0562（15.8091）	a_f	0.0512（14.6669）
b_s	0.9245（231.1687）	b_f	0.9291（202.5210）
ρ	0.9271（403.5815）		
$Q(24)$	21.2198（0.6257）	$Q(24)$	25.3950（0.3885）

（注）（　）の中の数値は，Q（24）が有意水準であり，その他のすべては t 値である。

表3において，現物と先物の収益率を表す（18）式と（19）式における切片α_{0s}とα_{0f}が有意なものではなかった。しかしその2つを除いて，条件付共分散式を含めてすべてのパラメータのt値が5%の水準で有意になっていた。それは，日経225の現物とその先物の収益率の条件付共分散が時間変動的であり，さらに最適ヘッジ比率は時間変動的な分散・共分散から推定すべきであることを意味するものである。また，日経225の現物とその先物の収益率における誤差修正項の係数が有意であることは，福田・姜(2004)における単位根検定と共和分検定で確認された通りに，誤差修正項が現物と先物の収益率において重要な決定因であることを表しているものである。

他方，表4をみると，（18）式におけるα_{1s}が有意な値ではないが，その他のすべてのパラメータのt値が5%の水準で有意になっていた。それは日経225の場合と同じく，KOSPI200の現物と

表4　2変量GARCH(1,1)モデルによる推定結果(KOSPI200の場合)

係数	現物	係数	先物
α_{0s}	0.0014（4.0503）	α_{0f}	0.0017（4.7136）
α_{1s}	−0.0206（−1.1821）	α_{1f}	0.1151（5.6105）
c_s	1.25e-06（2.6590）	c_f	1.66e-06（2.8594）
a_s	0.0760（15.6820）	a_f	0.0737（14.7002）
b_s	0.9261（227.3376）	b_f	0.9266（207.0104）
ρ	0.9271（403.5815）		
$Q(24)$	43.2407（0.0093）	$Q(24)$	35.2547（0.0647）

（注）（　）の中の数値は，Q（24）が有意水準であり，その他のすべてはt値である。

その先物の収益率の条件付共分散が時間変動的であり，また最適ヘッジ比率は時間変動的な分散・共分散から推定すべきであることを意味するものである。但し，誤差修正項の係数であるα_{1s}が低い水準（24%）での有意性を示しているが，それがKOSPI200の現物とその先物の収益率の時系列における共和分関係を否定するものであるとは言えないものであろう。

そして，Q（24）はラグ24まで自己相関が存在しないという帰無仮説に対するユング・ボックス（Ljung-Box）の統計量である。KOSPI200株価指数の収益率におけるその統計量が約1%の水準で，またその先物の収益率における統計量が6%の水準で有意になっていることは，KOSPI200の現物と先物の時系列において一定の条件付相関が存在することを意味し，Bollerslev（1990）による一定相関モデルを用いることを支持するものである。しかし，日経225の現物と先物の時系列においては一定相関モデルを用いることに疑問を投げかける結果となっている。

その次に，KOSPI200株価指数とその先物の収益率におけるショックが条件付分散において非対称的な情報効果をもたらしているかどうかを調べるために，Koutmos and Tucker（1996）による2変量EGARCH（1,1）モデルを用いて推定を行った。その結果は表5と表6に示しているが，日経225の現物の収益率において定数項の$\beta_{s,0}$のt値が5%水準で有意ではないものの，日経225とKOSPI200の分析モデルにおいてそれ以外のすべての係数が有意な値を示していた。それらの

表5　2変量EGARCH(1,1)モデルによる推定結果(日経225の場合)

係数	現物	係数	先物
$\beta_{s,0}$	−0.0004（−1.5809）	$\beta_{f,0}$	−0.0009（−3.6100）
$\beta_{s,s}$	−0.3198（−5.1935）	$\beta_{f,f}$	0.0599（7.9285）
$\alpha_{s,0}$	−16.6651（−1142.7967）	$\alpha_{f,0}$	−16.5039（−1143.5993）
$\alpha_{s,s}$	0.0746（9.9172）	$\alpha_{f,f}$	−0.0187（−2.6867）
$\alpha_{s,f}$	−0.0595（−7.8692）	$\alpha_{f,s}$	0.0292（3.6263）
η_s	−0.9895（−656.7741）	η_f	−0.9932（−783.6584）
θ_s	0.2086（3.2578）	θ_f	0.1663（2.2007）
ρ	0.9778（2695.0968）		

（注）（　）の中の数値は，t値である。

結果は，日経225とKOSPI200株価指数とその先物の収益率の条件付共分散が時間変動的であることを強く支持するものである。

日経225とKOSPI200の株価指数とその先物の収益率において，誤差修正項はそのすべての係数が有意であるが，それは誤差修正項が株価指数とその先物の収益率において重要な決定因であることを意味している。また，両指数とも現物の収益率において有意な負の値を示しているが，それは負のベーシスとして将来の株価変動において有意な指標として用いられうることを意味するものである。

というのは，一般にベーシス（先物価格—現物価格）は将来の株式収益率に正に関係する傾向があり，それは新しい情報が先物市場に先に影響を与えるという考え方と一致している。しかし，誤差修正項は（現物価格－先物価格）であるので負のベーシスとなり，将来の株式の収益率には負に関係することになるが，そのベーシスが将来の株価変動において有意な指標として用いられうるのである。

表6　2変量EGARCH(1,1)モデルによる推定結果(KOSPI200の場合)

係数	現物	係数	先物
$\beta_{s,0}$	0.0008（2.1530）	$\beta_{f,0}$	0.0011（2.7630）
$\beta_{s,s}$	−0.0487（−2.4971）	$\beta_{f,f}$	0.0783（3.9038）
$\alpha_{s,0}$	−0.1165（−6.0303）	$\alpha_{f,0}$	−0.1155（−5.8568）
$\alpha_{s,s}$	−0.0845（−5.3570）	$\alpha_{f,f}$	0.3140（13.4240）
$\alpha_{s,f}$	0.2989（12.9316）	$\alpha_{f,s}$	−0.0953（−5.4950）
η_s	0.9847（393.5122）	η_f	0.9844（375.8167）
θ_s	−0.9788（−4.0297）	θ_f	−0.4285（−6.4553）
ρ	0.9329（391.6913）		

（注）（　）の中の数値は，t値である。

条件付分散における非対称的な情報効果は，KOSPI200の先物の収益率においては明らかにその存在が確認されたが，KOSPI200の現物の収益率と日経225の現物と先物の収益率においては特定できないものであった。すなわち，情報の非対称性関数にかかわる係数において，$\alpha_{i,i} > 0$，$\theta_i < 0$であるとすると，$z_{i,t-1} < 0$の場合が$z_{i,t-1} > 0$の場合より大きいボラティリティをもたらすことになるが，$\alpha_{i,i} > 0$，$\theta_i < 0$であったものは，KOSPI200の先物の収益率だけであった。

また，現物市場と先物市場間のボラティリティ流出（volatility spillover）においては，KOSPI200の場合，現物市場に対する先物市場の非対称的な情報効果（$\theta_f < 0$，$\alpha_{s,f} > 0$の場合）のみが確認された。それは，先物市場における負のショックが同じ大きさの正のショックに比べて，株式市場のボラティリティにより大きい影響を及ぼしていることを意味し，実際に先物市場が現物市場をリードしていることと一致するものである。しかし，KOSPI200において先物市場に対する現物市場のボラティリティ流出と，また日経225において現物市場と先物市場間のボラティリティ流出は確認することができなかった。

最後に，2変量のGARCH（1,1）モデルとEGARCH（1,1）モデルから推定された条件付分散・

共分散を用いて（24）式によって最適ヘッジ比率を推定し，日経225とKOSPI200のヘッジ比率の分散を計算した。その結果，日経225におけるヘッジ比率の分散がGARCHモデルによるものが0.001719，EGARCHモデルによるものが0.000797，またKOSPI200においてはGARCHモデルによるものが0.006653，EGARCHモデルによるものが0.000355であって，EGARCHモデルによるヘッジ比率に大幅な安定性が見られた。

Ⅳ　むすびに

本研究では，日経225先物とKOSPI200先物を用いたリスク・ヘッジにおいて，ARCH類のモデルによる最適ヘッジ比率の推定が妥当であるかどうかを検討してみた。すなわち，両株価指数の現物と先物の収益率はARCH類のモデルが意味する時間変動的な分散構造をもっているかどうか，また現物市場と先物市場における非対称的な情報効果と両市場間のボラティリティ流出が存在しているかどうか，について分析を行った。

2変量GARCH（1,1）モデルと2変量EGARCH（1,1）モデルによる推定結果をみると，両株価指数の現物と先物の収益率は，時間変動的な条件付分散構造をもつモデルによっておおむねうまく説明されることが示された。それは，先物を用いたリスク・ヘッジにおいて，最適ヘッジ比率の推定は，このようなGARCH，EGARCHモデルを用いるのが適切であることを示唆するものである。

しかし，非対称的な情報効果はKOSPI200の先物の収益率においては明らかに確認されたが，KOSPI200の現物の収益率と日経225の現物と先物の収益率においては特定できないものであった。それは，KOSPI200先物の収益率において，負のショックが同じ大きさの正のショックに比べて，その収益率の変動性により大きい影響を及ぼしていることを意味するものである。こういう結果は，Engle & Ng（1993）類の1変量モデルによる推定結果から十分予想されることでもあった。

また，現物市場と先物市場間のボラティリティ流出においては，KOSPI200の場合，現物市場に対する先物市場の非対称的な情報効果のみが確認された。それは，先物市場における負のショックが同じ大きさの正のショックに比べて，株式市場のボラティリティにより大きい影響を及ぼしていることを意味するものである。それは，実際に先物市場が現物市場をリードしていることと一致するものである。同様の結果は，Koutmos and Tucker（1996）による研究においても得られていた。

2変量GARCH（1,1）モデルと2変量EGARCH（1,1）モデルによる推定結果において，ほとんどすべての係数が有意であったことから，日経225とKOSPI200の現物と先物の収益率は，時間変動的な条件付分散構造をもつモデルによってよく説明できることが示唆される。しかし，非対称的な情報効果とボラティリティ流出に関してモデルが意味する結果が得られなかったことは，現時点で多く提示されているARCH類の他のモデルによる推定を考慮せねばならないものかもしれない。それについては，今後の課題とする。

附記　本論文は，本学の2005年度研究奨励金による研究成果の一部である。

注

1）株価の下落が株主資本に対する負債の比率を上昇させることから，レバレッジ効果（leverage effect）とも呼ばれている。

2）以下の（14）式から（17）式は，Brooks（2002），p. 474–478を参照されたい。

3）多変量GARCHにおいて，推定すべきパラメータを簡略化したモデルについては，Brooks（2002），p. 506–510を参照されたい。。

4）福田・姜（2004）において，単位根検定と共和分検定の結果が誤差修正項を取り入れるべきであることとして示されたので，誤差修正項を取り入れた2変量GARCH（1,1）モデルを用いた。また，Kroner and Sultan（1993）と同じく$\delta=1$として推定を行うのは，共和分検定においてその係数がほぼ1に近かったからである。

5）本研究における代数最尤推定法のアルゴリズムは，BHHH（Berndt-Hall-Hall-Hausman）法を使用した。

参考文献

Baillie, R. T., and Myers, R. J. (1991), “Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge”, Journal of Applied Econometrics 6, pp. 109–124.

Bollerslev, T. (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, Journal of Econometrics 31, pp. 307–327.

Bollerslev, T. (1990), “Modeling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model”, Review of Economics and Statistics 172, pp. 498–505.

Brooks, C. (2002), Introductory Econometrics for Finance, Cambridge University Press.

Brooks, C., Henry, Q. T. and Persand, G. (2002) “The Effect of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios”, Journal of Business 75, pp. 333–352.

Dickey, D. A., and Fuller, W. A. (1981), “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, Econometrica 49, pp. 1057–1072.

Engle, R. F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, Econometrica 50, pp. 987–1008.

Engle, R. F., and Granger, C. W. J. (1987), “Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing”, Econometrica 55, pp. 251–276.

Engle, R. F., and Kroner, K. F. (1995) “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH”, Econometric Theory 11, pp. 122–150.

Engle, R. F., and Ng, V. K. (1993), “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility”, Journal of Finance 48, 1749–1778.

Ghosh, A. (1993), “Hedging with Stock Index Futures: Estimation and Forecasting with Error Correction Model”, Journal of Futures Markets 13, pp. 743–752.

Henry, O. (1998), “Modelling the asymmetry of stock market volatility”, Applied Financial Economics, pp. 145–153.

Koutmos, G., and Tucker, M. (1996), “Temporal Relationships and Dynamic Interactions between Spot and Futures Stock Markets”, Journal of Futures Markets 16, pp. 55–69.

Koutmos, G. and Pericli, A. (1998), "Dynamic Hedging of Commercial Paper with T-Bill Futures", Journal of Futures Markets 18, pp. 925–938.

Kroner, K. F., and Ng, V. K. (1998), "Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns", The Review of Financial Studies 11, pp. 817–844.

Kroner, K. F., and Sultan, J. (1993), "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures", Journal of Financial and Quantitative Analysis 28, pp. 535–551.

Lindahl, M. (1992), "Minimum Variance Hedge Ratios for Stock Index Futures: Duration and Expiration Effects", Journal of Futures Markets 12, pp. 33–53.

Myers, R. J. (1991), "Estimating Time-Varying Optimal Hedge Ratios on Futures Markets", Journal of Futures Markets 11, pp. 39–53.

Nelson, D. B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", Econometrica 59, pp. 347–370.

Phillips, P. C. B., and Perron, P. (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", Biometrika 75, pp. 335–346.

姜　喜永（2002)，「最適ヘッジ比率の推定方法」，名古屋学院大学論集（社会科学篇），Vol. 38 No. 3，pp. 97–103。

福田司文・姜　喜永（2004)，「日韓の株価指数先物における最適ヘッジ比率の比較―時系列分析の適用」，（濱村章編著，『コーポレート・ガバナンスと資本市場』，税務経理協会，pp. 193–222)。

姜　喜永（2005)，「最適ヘッジ比率における非対称的な情報効果―韓国のKOSPI200株価指数先物の場合―」，名古屋学院大学論集（社会科学篇），Vol. 41，No. 4，pp. 21–29。