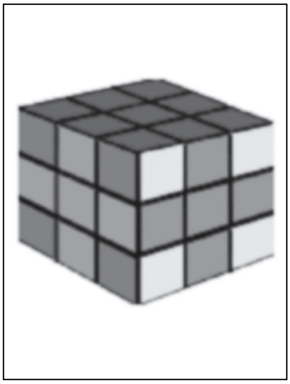
ACERTIJOS MATEMÁTICOS E IMAGINACIÓN: UNA VISIÓN VIQUIANA DE LA ENIGMATOLOGÍA

Marcel Danesi



Enigmatología es el término que ha sido usado para designar el estudio de los puzzles en la cultura humana. La estructura poética de los puzzles implica que quien intenta resolverlos debe literalmente imaginar escenarios que trasciendan un razonamiento lineal. En tiempo de Vico, el cartesianismo dominaba la escena académica de la época, haciendo que la vieja tradición, centrada en el estudio de la lengua y la literatura perdiera terreno frente a un énfasis puesto en la matemática, la filosofía crítica y las ciencias. Los puzzles eran considerados como productos de un pensamiento lógico-racional. Pocos los consideraron como productos de una fuerza creativa más fundamental. El concepto de *fantasia* de Vico vino a proporcionar una poderosa estructura explicativa para comprender cualquier ingenio enigmatológico.

Enigmatology is the term that has been used to designate the study of puzzles in human cultures. The poetic structure of puzzles implies that they require the solver to literally imagine scenarios in ways that transcend linear reasoning. In Vico's times, Cartesianism dominated the academic scene of the day, causing the older tradition, centered on the study of language and literature, to lose ground to an emphasis on mathematics, critical philosophy, and the sciences. Puzzles were viewed as products of rational-logical thinking. Few saw them as products of a more fundamental creative force. Vico's concept of fantasia came forward to provide a powerful explanatory framework for understanding enigmatological artifacts.

INTRODUCCIÓN

Los rompecabezas son tan antiguos como la civilización. Jamás ha habido un período de tiempo, ni siquiera una cultura, sin algún tipo de tradición en este sentido. Raro es cualquier otro tipo de ingeniosidad que haya despertado un interés más generalizado que los rompecabezas y los juegos. A lo largo de la historia los acertijos, los laberintos, los cuadrados mágicos, los rompecabezas geométricos y las representaciones matemáticas se han utilizado con una función mística, pedagógica, recreativa y varias otras clases de finalidades sociales (Mohr 1993: 11)*. La tendencia al acertijo sigue manifestándose en la generalizada popularidad que hoy en día tienen las revistas de crucigramas y adivinanzas, libros que tratan de lo mismo, secciones en la prensa diaria, programas-concurso en la televisión, campeonatos de ajedrez, damas, cartas, etc …

* Para las referencias bibliográficas en el texto véase la Bibliografía al final del artículo.

Sevilla (España). ISSN 1130-7498

Pero con los rompecabezas y otros enigmas lúdicos, ¿sólo se intenta entretener o acaso éstos son meros espejos que reflejan algo muchas más fundamental en la vida humana?, ¿nos revelan éstos algo más intrínseco a la estructura de la mente?, ¿qué funciones podrían desempeñar en un sentido antropológico? Para responder a preguntas tan intrigantes es preciso anteriormente plantearnos una cuestión mucho menos ambiciosa: ¿Qué son los "puzzles"?

Desde mi punto de vista el único tipo de respuesta viable que puede darse en principio a las preguntas anteriores es la aportada por Giambattista Vico. Según él, las personas usamos la imaginación para crear cosas, pero durante el proceso acabamos descubriendo para nuestra sorpresa ciertos principios que gobiernan la vida humana. De hecho, el propósito de este documento es un acercamiento a los puzzles desde la perspectiva de la imaginación viquiana. Si no me equivoco, jamás se ha llevado a cabo una aproximación de este tipo dentro del amplio campo de los estudios sobre Vico. Espero alertar a los especialistas en Vico sobre la importancia de los puzzles para comprender los frutos de la imaginación. Llevaré a cabo mi investigación viquiana basándome en cómo los puzzles matemáticos, a diferencia de los puzzles de palabras tales como acertijos o anagramas, revelan la naturaleza de la *fantasía* ("fantasia") y del *ingenio* ("ingegno").

Los puzzles a lo largo de la historia

Un puzzle es un utensilio lúdico, un texto u objeto que ha sido diseñado para proporcionar distracción y potenciar la habilidad. Así como sus características específicas podrían variar en cierto modo de una cultura a otra, su estructura básica y sobre todo su intención de despertar destrezas permanecen. La solución de un puzzle despliega un tipo de dialéctica lúdica entre quien lo creó, el propio puzzle y quien intenta solucionarlo. Frecuentemente ésta se establece a través de una "intertextualidad" programada mediante la cual el texto superficial (la propia presentación del puzzle) se refiere a ciertos textos de la vida real (cuentos e historias en puzzles algebraicos, cosas o hechos reales en puzzles geométricos, etc.).

Los puzzles nunca presentan un problema de una forma obvia y evidente. En cierto sentido, la mayoría de puzzles son "mentiras", ya que están diseñados intencionadamente para engañar a quien intenta resolverlos. Aunque los puzzles son textos cerrados en el sentido de que sólo conducen a una solución (Eco, 1990), son también abiertos en el sentido de que son solucionables, pues dependen de la habilidad de quien intente desentrañar su método de respuesta. Tal como Hovanec (1978: 10) observó acertadamente, el atractivo de los puzzles reside en el hecho de que éstos "ocultan las respuestas al tiempo que piden a gritos ser resueltos", retando a quienes se enfrentan a ellos a oponer su propio ingenio al de quienes los idearon. Los puzzles deben ser diferenciados de los juegos (juegos de mesa, competiciones, etc.), aunque algunos juegos están basados en los mismos principios de formulación (juegos de fichas, juegos de cartas, etc.). La característica común de ambos, juegos y puzzles, sin embargo, es el juego, que se ha trasmitido a lo largo de las culturas, en un principio estimulando invariablemente respuestas afectivas y experimentales (Munzert, 1991) pero también se manifiesta como artefactos lúdicos que la gente produce, entre los que los puzzles son los más comunes

La *enigmatología* es el término que se ha usado para designar el estudio de los puzzles en la cultura humana. No podemos aquí entrar en una detallada historiografía de la enigmatología. Hay muchos y muy completos tratados históricos de ésta que el lector puede consultar (por ejemplo, Ball 1972, Hovanec 1978, Costello 1988, Wells 1992, Olivastro 1997, Danesi 2002). Aquí menciono tan sólo unos pocos de los aspectos más destacables. Aparte de los puzzles legados a la posteridad por los grandes matemáticos de la antigüedad (Arquímedes, Diofante, etc.) que parecían recurrir instintivamente a la confección de puzzles para conseguir un entendimiento de los principios básicos de las matemáticas y la lógica, en el mundo antiguo abundan historias anecdóticas sobre autores de puzzles anónimos. Afortunadamente, algunas de sus creaciones han sobrevivido agrupadas en una recopilación de principios de la edad media, llamada la "Antología Griega", que adquirió fama universal. Se cree que fue el poeta Metrodorus (500 AD) quien llevó a cabo tal recopilación, pero no se conoce al autor con certidumbre. El período medieval constituye lo que podrá llamarse "la edad dorada" de la enigmatología. Carlomagno, fundador del sagrado imperio romano, se obsesionó tanto por los puzzles durante la época que contrató a un experto para que creara todo tipo de puzzles para su deleite. La persona elegida para el trabajo fue el famoso erudito y eclesiástico inglés Alcuin (735-804 AD). Alcuin recopiló cincuenta y seis de los puzzles que inventó para Carlomagno en un manual instructivo titulado *Problemas ad acuendos juvenes*, para introducir a la juventud medieval en la matemática y en el pensamiento lógico. Hacia el siglo XIII las antologías sobre puzzles eran comunes y habituales. De las que han llegado hasta nosotros, *Liber Abaci*, de Leonardo Fibonacci (1170-1240), publicada en 1202, es sin duda la más importante. Fibonacci diseñó su libro como una introducción práctica al sistema numérico hindú-arábigo, sistema que él había aprendido a usar a lo largo de sus múltiples viajes. Su método de exposición estaba basado en la creación de puzzles que ilustraban de qué forma tan fácil podía usarse el sistema hindú-arábigo para resolver lo que de otra forma constituían problemas prácticamente irresolubles según el sistema numérico romano.

Durante el Renacimiento, la confección de puzzles entró en su "edad de oro". Éstos se habían convertido en parte de la vida cotidiana. Con la invención de la imprenta de caracteres metálicos movibles en el siglo XV se empezaron a editar libros asequibles y se publicaron más y más colecciones de puzzles. Famosos matemáticos como el galés Robert Recorde (1510-1558) o los italianos Niccolo Fontana Tartaglia (1499-1557) y Girolamo Cardano (1501-1576) emplearon cada vez más este formato para ilustrar conceptos matemáticos. A principios del siglo XVII las recopilaciones de rompecabezas y acertijos gozaban de una aceptación generalizada, no sólo como materiales de deleite y disfrute sino también como herramientas para ilustrar y explorar ideas matemáticas y filosóficas.

En 1612 el poeta y erudito jesuita francés Claude-Gaspar Bachet de Mézirac (1581-1638) publicó la que se ha convertido en una de las colecciones de puzzles más vendidas de todos los tiempos, titulada *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, libro que aún hoy en día sigue suscitando una gran interés. Bachet presentó la primera clasificación de acertijos lógicos y matemáticos, esquema que ha sido adoptado *grosso modo* por los autores de puzzles desde entonces. Otra conocidísima antología de puzzles correspondiente a la misma época fue *Mathematical recreation or a Collection of sundrie excellent problems out of ancient and modern philosophers both useful and recreative*, de Henry Van Etten, publicada en francés en 1624 y más tarde en inglés, en 1633.

En el siglo XVIII la enigmatología entró en su *edad moderna*. Cada vez más matemáticos crearon este tipo de pasatiempos como fórmula para despertar interés hacia sus ideas. Leonhard Euler (1707-1783), por ejemplo, logró suscitar con ingenio un gran interés por las teorías sobre gráficos y por lo que poco tiempo más tarde se dio a conocer como la topología, derivada de aquellos. El primer tratado completo sobre topología, titulado *Theory of Elementary Relationships* se publicó cien años más tarde de la muerte de Euler en 1863. Lo había escrito el matemático alemán Augustus Möbius (1790-1868).

En el siglo XIX, el matemático y lógico británico Augustus de Morgan (1806-1871), que escribió importantes trabajos sobre el cálculo y la lógica simbólica, presentó una ingeniosa colección de materiales bajo el título *A budget of paradoxes*, donde exploraba multitud de teorías, supuestos e ideas matemáticas que en aquel momento tanto se barajaban. Aproximadamente por la misma época el *Ladie's Diary* reflejaba una nueva percepción de los puzzles como parte de la lectura diaria. Fundada en 1704, consistía en sus orígenes en un compendio de recetas, biografías de mujeres notables y artículos sobre salud y educación, para más tarde convertirse en la primera revista de pasatiempos y enigmas de la historia, que proporcionaba a sus lectores puzzles de todos los tipos ingeniosamente escritos para el esparcimiento intelectual. La revista dejó de publicarse en 1841. En esa misma época fue el escritor y matemático inglés Lewis Carroll (1832-1898) quien elevó el género del puzzle a la categoría de arte (consúltense, por ejemplo, Carroll 1958a, 1958b, 1958c). Lo consiguió creando los primeros libros de cuentos-enigma de la historia con la publicación de *Pillow Problems* en 1880 y *A tangled tale* en 1885. Pero Carroll es sobre todo famoso, por supuesto, por sus fantasías inmortales *Alice's adventures in Wonderland* (1866) y *Through the Looking-Glass* (1872). Éstos son, en efecto, extensos puzzles narrativos que han divertido y estimulado a los niños desde el momento en que fueron publicados.

Hacia finales del siglo XIX, la confección de puzzles y acertijos se había convertido en una verdadera profesión por derecho propio. Esa época asistió, de hecho, al nacimiento de los primeros "autores de puzzles" verdaderamente profesionales y a su aparición en la escena social –los americanos Oswald Veblen (1880-1960) y Sam Loyd (1841-1911), el francés François Edouard Anatole Lucas (1842-1891) y el británico Henry E. Dudeney (1847-1930)–. El trabajo de Veblen adquirió gran popularidad porque convirtió los pasatiempos clásicos en pequeñas obras de deleite para consumo generalizado. Lucas es tal vez más famoso como inventor del "Towers of Hanoi Puzzle", que él mismo recreó a partir de uno de los trabajos de Girolamo Cardano:

> "Un monasterio de Hanoi tiene tres estacas. En una hay colocados 64 discos de oro en orden descendente de tamaño –el más grande, al fondo, el más pequeño en lo alto–. Los monjes han recibido órdenes de Dios de trasladar todos los discos a la tercera estaca respetando el mencionado orden descendente. Un disco más grande nunca debe situarse encima de uno más pequeño. Pueden usarse las tres estacas. Cuando los monjes trasladen el último disco, la vida en el mundo acabará. ¿Por qué?"

La razón por la cual "la vida en el mundo acabará" es que los monjes deberían llevar a cabo 2^{64}-1 movimientos para cumplir la tarea que Dios les asignó. Incluso a un movimiento por segundo (y sin cometer error alguno), esta tarea requeriría 582.000 millones de años (para consultar el debate sobre este puzzle, ver Danesi 2002).

Sam Loyd fue el primer autor de puzzles verdaderamente profesional, convirtiéndose en una celebridad en la historia de la enigmatología. Loyd creó más de diez mil acertijos en su vida, la mayoría de los cuales eran de extrema exigencia, obligando a los adictos a los puzzles a pasar horas interminables intentando resolverlos (véase, por ejemplo, Loyd 1914, 1952, 1959, 1960). Henry Ernest Dudeney fue el equivalente británico de Loyd. En 1893, Loyd y Dudeney iniciaron una correspondencia, como autores de puzzles punteros de la época. Este intercambio de opiniones, sin embargo, pronto se rompió cuando Dudeney empezó a sospechar de que Loyd pudiera estar plagiando sus ideas. La obra maestra en enigmatología, *Amusements in Mathematics*, de Dudeney, 1917, sentó los criterios básicos para la creación de puzzles a partir de ese momento (véase también Dudeney 1919, 1958a, l958b, 1967).

En el siglo XX el matemático W.W. Rouse Ball produjo el primer tratado, extensivo y en profundidad, de famosos enigmas matemáticos. Su *Mathematical Recreations and Essays* fue publicado por primera vez en 1892, pero se han hecho al menos trece nuevas ediciones desde entonces. Dos creadores de pasatiempos ampliamente conocidos, Martín Gardner (1914) y Raymond Smullyan (1919) popularizaron más aún si cabe este tipo de pasatiempos por medio de sus escritos. Gardner ha escrito ampliamente sobre la historia, soluciones y significados de los puzzles (1994a, 1994b, 1996, 2001). Gardner ha llevado el estudio de los pasatiempos y acertijos al ámbito de lo académico, proporcionando a la enigmatología una estructura de clasificación y un método de referencia informativa muy bien organizado. Smullyan es un lógico-matemático que ha creado gran cantidad de ingeniosos puzzles sobre lógica y ajedrez diseñados para desmontar el pensamiento lógico y dejarlo en lo estrictamente necesario (Smullyan 1978, 1979, 1982ª, 1982b, 1985, 1987, 1997, 2000). El siglo XX también asistió a la invención del “crucigrama”, en 1913, y el “Cubo de Rubik” en 1975, habiéndose ambos convertido en parte del acerbo cultural moderno. Hoy en día existen asociaciones del puzzle por todo el mundo. Los juguetes de tipo rompecabezas y otros juegos diseñados para niños se hicieron también tan populares que algunos fabricantes incluso empezaron a especializarse en ellos. La compañía Lego es un ejemplo. Fue fundada a principios de 1930 en un pueblo de Dinamarca por Ole Kirk Christiansen. Formó la palabra “Lego” partiendo de los vocablos daneses *leg godt* (juega bien). Y, desde finales de 1980, el número de páginas *web* dedicadas a puzzles y juegos ha ido creciendo astronómicamente. Es obvio que hay algo en relación a los puzzles que trasciende su valor como mero entretenimiento. Parecería como si la parte lúdica de la imaginación ocultara algo ciertamente fundamental sobre la mente humana. Tal como se debatirá más adelante, puede argumentarse que los rompecabezas son sondas diminutas de estructuras con significado construidas dentro de la propia mente humana, estructuras supuestamente diseñadas para permitir a los humanos identificar las pautas a seguir en el mundo.

El esquema histórico ya mencionado ha descrito el desarrollo de la enigmatología occidental. Esquemas similares pueden desarrollarse para la tradición del pasatiempo en otras partes del planeta (Abraham 1933, Ho 1985, Li Yan y Du Shiran 1987, Bell y Comelius 1988, Eiss 1988, Olivastro 1993, Gullberg 1997, Berlekamp y Rodgers 1999). El mero hecho de que tales tradiciones existan por todo el mundo y en todas las culturas sugiere que la propia estructura de los puzzles es un espejo del conocimiento humano.

PUZZLES E IMAGINACIÓN

Los rompecabezas pueden adoptar cualquier forma, desde la verbal a la mecánica. Lo que distingue a un puzzle de muchos otros tipos de manifestaciones es el tortuoso vínculo que establece su creador entre el propio puzzle y su solución. Esto puede llevar de forma engañosa a una trampa o ambigüedad sostenida por su propio formato. O bien puede depender del diseño propiamente. Un ejemplo clásico de este último tipo de puzzle es el siguiente (Danesi 2002: 23). Inicialmente nos presentan un conjunto de seis palitos colocados sobre una mesa representando la fracción 1/7 en números romanos (I/VII)

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{VII}}$$

La formulación del puzzle es la siguiente:

Moviendo un solo palito, excepto el horizontal, ¿es posible cambiar la disposición arriba mostrada por otra que represente una fracción cuyo resultado sería "uno"?

La solución es unirle al V romano del denominador uno de los palitos significando 1(I) para lograr el signo de la raíz cuadrada. Esta nueva disposición muestra a I como numerador y a la raíz cuadrada de I, como denominador. Dicha fracción por supuesto da como resultado: "I" (1):

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{V}\,\overline{\mathrm{I}}}$$

Se ve claramente que este puzzle juega con los números usándolos de forma ingeniosa. Sólo si quien intenta solucionarlo se da cuenta de que para recomponerlo debe hacer algo que se parezca a una operación matemática (en este caso una raíz cuadrada), sólo entonces la solución aparecerá como algo obvio, lógico. En un sentido fundamental, este rompecabezas pone de manifiesto cómo trabaja la imaginación.

En tiempo de Vico, el cartesianismo dominaba la escena académica de la época, haciendo que la vieja tradición, centrada en el estudio de la lengua y la literatura perdiera terreno frente a un énfasis puesto en la matemática, la filosofía crítica y las ciencias. Los puzzles eran considerados como productos de un pensamiento lógico-racional. Pocos los consideraron como productos de una fuerza creativa más fundamental. El concepto de *fantasia* de Vico vino a proporcionar una poderosa estructura explicativa para comprender cualquier ingenio enigmatológico. En cierto sentido, los pasatiempos son extensiones lúdicas de la fantasía. La piedra angular de la "Ciencia Nueva" es la de la sabiduría poética, que puede ser definida para cualquier propósito como la capacidad universal innata de pensar "poéticamente", es decir, sensorialmente y de forma imaginativa. La característica más importante de la mente poética es que ésta es altamente mitológica y metafórica. En otras palabras, depende totalmente de las imágenes generadas por experiencias corporales que son codificadas y modeladas por la imaginación. La organización de los puzzles es universalmente "poética": se basa en experiencias conscientes que se han trasformado en ideas relacionadas con tradiciones mitológicas. "El enigma de la esfinge", por ejemplo, está relacionado con el mito de Edipo; los laberintos eran estructuras diseñadas como metáforas de los complicados caminos que la vida presenta a los mortales humanos; y los cuadrados mágicos siempre han estado imbuidos de un simbolismo mitológico desde su descubrimiento en la antigua China.

La estructura poética de los puzzles implica que quien intenta resolverlos debe literalmente imaginar escenarios que trasciendan un razonamiento lineal. Un clásico ejemplo de cómo se manifiesta la mente poética lo encontramos en la solución de un problema que le fue supuestamente planteado al gran John von Newmann (1903-1957), nacido en Hungría y profesor de matemáticas en la universidad de Princenton, cuyas ideas desempeñaron un papel decisivo en el desarrollo de los modernos ordenadores (Danesi 1997: 46):

> "Dos pequeños, niño y niña, montaban sendas bicicletas ayer acercándose en dirección convergente desde puntos de partida opuestos. Cuando tan sólo había 20 millas de separación entre ellos, empezaron a acelerar ambos, el uno hacia la otra y viceversa. En el preciso momento en que comenzaron la veloz carrera, una mosca posada sobre el manillar de la bicicleta de la niña empezó a volar hacia el niño. En cuanto la mosca alcanzó el manillar de la bicicleta de él, dio un giro y emprendió un vuelo de regreso hacia la niña. La mosca voló de esta manera, en una y otra dirección y de manillar en manillar hasta que las dos bicicletas se encontraron. Cada bicicleta se desplazaba a una velocidad constante de 10 millas por hora, y la mosca, más ligera, volaba a una velocidad constante de 15 millas por hora. ¿Qué distancia recorrió la mosca?"

Dado que los dos pequeños ciclistas viajaban a 10 millas por hora el uno hacia el otro, se encontrarían obviamente a la mitad del camino, es decir, después de que cada uno hubiera recorrido 10 de las 20 millas. Moviéndose a 10 millas por hora, los ciclistas cubrieron esta distancia en una hora. Como la mosca iba y venía a 15 millas por hora durante esa hora, ésta recorrió una distancia total de 15 millas. Muchas personas que intentan resolver el problema caen en la trampa de intentar computar los movimientos de la mosca en una y otra dirección: incluso von Newmann cayó en esa misma trampa. De lo que parecen no percatarse es de que la mosca recorre una cierta distancia, no una cierta dirección, dentro de ese período específico de una hora. No importa si esa distancia se planea como línea recta o como un movimiento adelante y atrás.

Obviamente, una solución al problema implica una "visualización" que procede del pensamiento imaginativo, no racional. Supone percibir una idea a partir de las condiciones dadas y que no puede deducirse directamente. Como cualquier otro producto de la imaginación, la respuesta "aparece", como por arte de magia. Y de hecho, cada vez que damos con una solución, invariablemente percibimos una sensación mágica.

El mismo tipo de percepción es evidente en lo que conocemos como "laberintos". Son redes de caminos especialmente sinuosos que parecen no seguir un orden en absoluto. El reto radica en encontrar el camino que nos conducirá o bien al centro del laberinto o bien a la salida. Los laberintos tienen origen mitológico. La prisión laberíntica de Creta, por ejemplo, fue construida por el artesano ateniense Dédalo, en honor del rey Minos de Creta, para retener al Minotauro, mitad hombre, mitad toro. Según la leyenda, allá por el año 1600 antes de Cristo, Androgeo, hijo del rey, murió aparentemente a manos de los atenienses. Mientras tanto, su esposa Pasífae se había enamorado de un toro, fruto de cuya unión fue el Minotauro. Avergonzado por esto y ansioso de venganza contra los atenienses, Minos exigió un tributo de siete jóvenes, hombres y mujeres, cada año, a quienes enviaba a la prisión. En el centro de ésta puso al Minotauro, una bestia horrorífica ávida por destruir a cualquiera que se aproximara. Teseo, hijo del rey Egeo de Atenas, se ofreció para el sacrificio anual. La hija de Minos, Ariadna, que estaba enamorada de Teseo, le dio a su amado una espada con la cual matar al Minotauro, y también hilo para que aquel pudiera marcar su recorrido por el laberinto. Teseo mató al Minotauro y logró salir, siguiendo la marca señalada por el hilo, y así reunirse con Ariadna. Egeo había dicho a Teseo que izara una vela blanca en su nave en caso de que hubiera logrado su misión. Pero Teseo olvidó hacerlo, y, según cuenta la leyenda, cuando su padre vio regresar el barco con velas negras, él mismo se arrojó al mar, que a partir de entonces se llamaría mar Egeo.

El laberinto de Creta ha atraido a gobernantes, filósofos, matemáticos, así como a artistas y escritores. Los últimos emperadores romanos mandaban que les fueran bordadas copias del laberinto en sus ropajes. Se pueden ver los laberintos de Creta grabados en las paredes de muchas de las primeras iglesias cristianas. Jorge Luis Borges (1899-1986) quedó tan fascinado por el laberinto que escribió, bajo el título colectivo de *Laberintos*, las que muchos críticos consideran sus mejores historias. En la popular novela de Umberto Eco *El nombre de la rosa* (1983), el eje central es una biblioteca construida como un intrincado laberinto. La historia nos habla de una serie de asesinatos cometidos en un monasterio medieval. Un asesino en serie anda suelto, y libre, entre los monjes. A dos clérigos venidos del exterior se les encomienda la misión de resolver los asesinatos. Cuando por vez primera quedan atrapados dentro de la biblioteca del monasterio, los dos "detectives" medievales logran escapar con la ayuda de un hilo, en clara alusión al mito griego. En el centro del laberinto encuentran por fin al culpable –un monje ciego que ha envenenado las páginas de un libro de Aristóteles sobre el humor. Asustado por el poder del humor, el monje se había propuesto eliminar a todos aquellos que osaran aventurarse hasta el centro del laberinto intentando descubrir las delicias y peligros de la risa.

Se podría afirmar que la estructura de la imaginación es laberíntica en sí misma. Tal como argumentó Vico en su *Ciencia Nueva*, esa imaginación se caracteriza por su capacidad para generar asociaciones, conexiones y enlaces entre aquellas cosas que se basan en impresiones sensitivas. Es ese tipo de pensamiento asociativo el que se manifiesta a la hora de resolver un laberinto. Experimentar cómo los caminos pueden estar conectados unos a otros y a su vez a uno que es crucial constituye todo un modelo de cognición imaginativa. Los laberintos son, de hecho, espejos del mismo tipo de pensamiento que produce la metáfora. No es de extrañar, pues, que los laberintos hayan sido siempre considerados como metáforas de la vida. Incluso las antiguas pirámides egipcias se construyeron interiormente como laberintos, sugiriendo que la ruta hacia la otra vida había de ser recorrida haciendo uso de la imaginación.

El anterior debate pretende sugerir que los puzzles, las matemáticas y el pensamiento mítico están relacionados en su origen. Uno de los manuscritos más antiguos de la civilización humana que todavía hoy perduran es, esencialmente, una colección de puzzles matemáticos. Se les conoce, o bien como el "Papiro de Ahmes" (*Ahmes Papyrus*) en reconocimiento al egipcio Ahmes, que lo copió, o el "Papiro de Rhind" (*Rhind Papyrus*), ya que cierto abogado y anticuario escocés, A. Henry Rhind, lo compró en 1858 mientras viajaba por Egipto. El papiro había sido encontrado pocos años antes entre las ruinas de un pequeño edificio en Tebas, en el alto Egipto. Además de ochenta y cuatro exigentes retos matemáticos, el *Papyrus* contiene tablas para calcular áreas, conversión de fracciones, secuencias elementales, ecuaciones lineales y una extensa información sobre medidas (Peet 1923, Gillings 1972, Chase 1979, Olivastro 1993, Blatner 1997).

Hoy en día el *Papyrus* está considerado como el origen de las antiguas matemáticas. Pero lo que éste muestra más significativamente es que los puzzles, el pensamiento mítico y la matemática tienen un origen común. En su prefacio, el *Papyrus* define los puzzles como llaves para entrar en todo aquello que es oscuro y recóndito. Se les considera, por tanto, como pequeños mitos, ilusiones, cada una de las cuales revela una conexión entre cierta realidad metafísica y la habilidad humana para resolver problemas. Los puzzles, como los mitos, explican las cosas de forma integral. Muestran por qué fenómenos tales como el orden encierran una lógica poética.

Tomen, por ejemplo, el cuadrado mágico. Un cuadrado mágico se forma colocando en orden aleatorio una serie de números consecutivos en las casillas de un cuadrado de manera que las sumas de los números, en sentido horizontal, vertical o diagonal, sea siempre la misma. Por ejemplo, los números 1 al 9 pueden disponerse en un cuadrado de 3 x 3 casillas, de la forma siguiente:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Cada línea, columna o diagonal suma 15. A éste se le llama un cuadrado mágico "de orden 3" (el "orden" es el número de casillas en sentido horizontal o vertical), y a la suma constante (en este caso 15) se le llama "constante del cuadrado mágico".

Los cuadrados mágicos se inventaron en China allá por 2200 antes de Cristo, donde les dieron el nombre de "*lo-shu*". Según la leyenda, el cuadrado mágico fue un regalo de una tortuga que vivía en el río Lo al emperador Yu el Grande, que controlaba el curso del Río Lo y el del Río Amarillo. Dado el origen misterioso de los cuadrados mágicos, no es de extrañar que los antiguos habitantes de China llevaran consigo amuletos y talismanes con los cuadrados inscritos en ellos. Los cuadrados mágicos se extendieron desde China al mundo occidental hacia el 130 *anno Domini*. Un filósofo llamado Theon de Smyrna fue el primer occidental de la época en mencionarlos. Al percibir propiedades ocultas en ellos, los astrólogos árabes del siglo IX usaron cuadrados mágicos para elaborar horóscopos. Cuatro siglos más tarde, hacia 1300, el matemático griego Manuel Moschopoulos los extendió por todo el mundo medieval. Muchos los consideraron como reflejos de modelos numéricos recónditos que gobernaban el universo. El eminente astrólogo Cornelius Agrippa (1486-1535) creyó que un cuadrado mágico de una casilla, por ejemplo un cuadrado que contuviera el único número “1”, representaba la eterna perfección de Dios. Agrippa también consideró que un cuadrado mágico de 2 x 2 no se puede construir, como prueba de la imperfección de los cuatro elementos: aire, tierra, fuego y agua.

En los cuadrados mágicos los modelos no parecen tener *raison d’être*, pero son, no obstante, interesantes, confiriendo un aura de misterio a los propios cuadrados. No es, pues, de extrañar que los cuadrados mágicos hayan cautivado la fantasía de filósofos y artistas a lo largo de la historia. Hechizado por su misterioso encanto, el gran artista de la Reforma alemana Albrecht Dürer (1471-1528) incluyó un dibujo de un cuadrado mágico 4 x 4, con una “constante” de 34, en su famoso grabado *Melancolía*, de 1514. Los escritos de Dürer muestran que estaba cautivado por las pautas misteriosas que existían entre los números. Su pintura es, de hecho, una metáfora de las fuerzas sobrenaturales que gobiernan el universo. Hipnotizado por el cuadrado de Dürer, Leonhard Euler lo estudió escrupulosamente, mostrando, más de dos siglos después, que hay 880 maneras de construir un cuadrado mágico de cuarto orden.

Los números mágicos continúan despertando nuestra fantasía incluso hoy en día porque, al igual que en la antigüedad, seguimos intrigados por su orden. La fascinación que suscitan refleja un sentimiento profundamente arraigado de que existe una conexión intrínseca simbólico-numérica entre las cosas. Un estudio de los cuadrados mágicos puede que no tenga una aplicación práctica pero el conocerlos confirmará lo que Vico siempre afirmaba, concretamente que la imaginación favorece la percepción de la estructura de cualesquiera reglas simplemente relacionándolas.

Dado el papel de la *fantasia* en cuanto a espolear la mente humana para crear su propio modelo de mundo, la cuestión es cómo pasa uno de simplemente imaginar a realmente producir estructuras enigmatológicas. Para Vico, a mi entender, la respuesta la encontraremos en una segunda habilidad humana, única, el *ingegno*, el ingenio, la “invención”, la facultad de la mente consciente que organiza las formas poéticas producidas por la fantasía en estructuras enigmatológicas. Así como la *fantasia* es un producto epifenoménico de la actividad cerebral, enlazando cuerpo y mente, el *ingegno* es un derivado de la *fantasia*, es un tipo de actividad “epi-epifenoménica” que estimula la mente para llevar a cabo su obra creativa. No está, pues, conectado directamente a los procesos neurales. Y opera totalmente dentro de los límites de la mente cuando configura y crea modelos de acontecimientos humanos. El “tener sentido” es un producto del ingenio, en cuanto que impone una norma que regula las imágenes que la fantasia crea en el espacio de la mente. Esto parece obvio en los puntos de encuentro o similitudes que sólo la mente humana es capaz de establecer entre las imágenes producidas por el cerebro y sus correspondientes unidades sensoriales tal como las registra el cuerpo. En palabras de Vico: “La mente humana, llevada por los sentidos de forma natural, es proclive a verse, a reconocerse externamente en el cuerpo” (*Ciencia Nueva*, § 236).

El *ingegno* es, pues, la fuente del diseño de modelos en cosas tales como los cuadrados mágicos o en los trazados específicos de los laberintos. Estos incorporan las propiedades estructurales de los símbolos con los que están construidos, permitiéndonos observar datos inconfundibles y fenómenos del mundo real, como un todo integrado, y no como elementos dispares de la consciencia.

Puede argumentarse que "el orden", su disposición, es la esencia de los puzzles. De hecho, ordenar trozos de un todo, objetos, números, con el fin de conseguir el resultado requerido parece ser en gran media característico de la solución de un puzzle. Consideren, por ejemplo, el siguiente reto acerca de un juego sobre tablero que, aún pareciendo extremadamente difícil, tiene, no obstante, una solución engañosamente simple:

> "Si se eliminan dos esquinas opuestas de un tablero de damas, ¿puede dicho tablero cubrirse con fichas de dominó? Suponga que el tamaño de cada ficha es el del tamaño de dos casillas adyacentes del tablero. Las fichas no pueden colocarse una encima de otras y tampoco en posición vertical."

No es posible cubrir el manipulado tablero de esa forma por la sencilla razón de que las dos casillas (esquinas) que han de eliminarse son del mismo color. Una ficha de dominó sobre el tablero siempre cubre una casilla blanca y una negra. Con las dos esquinas opuestas eliminadas el tablero no tiene un número igual de casillas blancas y negras para que las cubran las fichas de dominó.

Una solución a este puzzle la debemos de "imaginar" literalmente. Y el hecho de "imaginar" es un producto directo de la lógica poética, de conectar unas cosas a otras de forma que produzcan una organización lógica. Es por ello que Vico a los primeros seres humanos sensibles les llamó "poetas", que etimológicamente significa "creadores". Los puzzles, como los mitos, nos permiten dividir el mundo, organizarlo, clasificarlo y explicarlo en nuestros propios términos poéticos. La estructura de estos artefactos enigmatológicos, por tanto, puede usarse para investigar la estructura de nuestra mente creativa. Ésta es la idea, el principio *verum-factum* de Vico, que postula que podemos solmente conocer aquello que nosotros mismos hemos hecho. La motivación de Vico por esta idea procede de su observación de que: "el mundo de la sociedad civil ha sido de hecho construido por hombres, y sus principios deben pues encontrarse dentro de las modificaciones de nuestra propia mente humana" (*Ciencia Nueva*, § 331).

No es, por tanto, sorprendente observar que los puzzles presentan un modelo inesperado ya que éste no es en realidad más que una "modificación" producida por la imaginación. Sirva de ejemplo el famoso "rompecabezas del conejo" de Fibonacci. Increíblemente, la solución a este acertijo aparece de forma autónoma, como una pauta, un modelo a seguir en la Naturaleza, en el arte y en muchos productos humanos. El puzzle original lo encontramos en la tercera sección del *Liber Abaci*:

> "Un hombre coloca un par de conejos, macho y hembra, en una jaula muy grande. ¿Cuántas parejas de conejos pueden producirse en esa jaula en un año si cada mes cada pareja tiene un nuevo par que, desde su segundo mes de existencia es también productivo?"

Hay una pareja de conejos en la jaula al empezar. Al final del primer mes todavía hay una sola pareja ya que el puzzle afirma que un par es productivo sólo a partir del segundo mes de su existencia. Es durante el segundo mes cuando la primera pareja tendrá su primer par de descendientes. Así pues, al final del segundo mes, un total de dos parejas, la original y la primera pareja de descendientes, están en la jaula. Bien, durante el tercer mes sólo la pareja original tiene un nuevo par. La primera pareja de descendientes debe esperar un mes antes de poder ser fértiles. Así pues, al final del tercer mes, hay un total de tres parejas en la jaula –la pareja inicial y las otras dos parejas engendradas por la primera hasta ese momento–. Si vigilamos la situación mes a mes podemos mostrar la secuencia de parejas que sucesivamente va conteniendo la jaula, de la forma siguiente: 1, 1, 2, 3. El primer dígito representa el número de parejas que había en la jaula al comienzo; el segundo, el número de parejas después del primer mes; el tercer dígito, el número después de dos meses, y el cuarto el número de parejas viviendo en la jaula tras tres meses.

Durante el cuarto mes, la pareja original tiene otra parejita más, y así también la primera pareja descendiente. La otra pareja aún no ha empezado a tener crías. Por tanto, durante ese mes un total de dos parejas de conejos recién nacidos se añaden a la jaula. En total, al final del mes tenemos a las primeras tres parejas más las dos recién nacidas, haciendo un total de cinco parejas en la jaula. Este último número puede ahora añadirse a nuestra secuencia: 1, 1, 2, 3, 5. Durante el quinto mes la pareja original tiene otra parejita recién nacida, y la primera pareja de descendientes tiene así mismo otro par de conejos; y ahora la segunda pareja de descendientes tiene su primera parejita propia. Las otras parejas de conejos de la jaula todavía no han empezado a tener descendencia. Así que al final del quinto mes, 3 parejas recién nacidas se han añadido a las 5 parejas que había previamente en la jaula. De forma que 5 + 3 = 8. Ahora podemos añadir este número a nuestra secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8. Continuando este tipo de razonamiento podría deducirse que tras doce meses habrá 233 parejas en la jaula. Pues lo más intrigante sobre este puzzle es la propia secuencia de parejas:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233

La característica más destacable de esta secuencia es que cada número en sí mismo es la suma de los dos anteriores: por ejemplo, 2 (el tercer número) = 1 + 1 (la suma de los dos anterior); 3 (el cuarto número) = 1 + 2 (la suma de los dos anteriores); etc. Acertadamente conocida como la Secuencia Fibonacci, puede de hecho extenderse hasta el infinito, aplicando la regla simple de sumar sistemáticamente los dos números anteriores para generar el siguiente:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

Poco intuía Fibonacci lo significativa que llegaría a ser esta secuencia. Pero por lo que aquí nos atañe baste con decir que se ha demostrado que oculta muchos patrones matemáticos insospechados, y lo que es más, que aparece inesperadamente en la Naturaleza y en las actividades humanas: las margaritas, por ejemplo, suelen tener 21, 34, 55 u 89 pétalos (= los números octavo, noveno, décimo y undécimo de la secuencia); los trilios, las rosas salvajes, las azucenas, los lirios y muchas otras flores también suelen tener pétalos en número acorde a la secuencia de Fibonacci. Un acorde mayor en la música occidental está compuesto por los tonos octava, tercero y quinto de la escala, es decir, los tonos 3, 5 y 8, otro ejemplo de números consecutivos en la mencionada secuencia. La lista es verdaderamente sorprendente. "Reificación" es el término usado por los filósofos para referirse a las manifestaciones exactas, a menudo descubrimientos accidentales, de algo que originalmente se concibió como una abstracción o como un producto de la imaginación.

¿Qué hace que la solución a un simple puzzle pueda aportar modelos al mundo real? Según mi opinión no hay una respuesta definitiva a esta pregunta, ni podrá jamás haberla. Lo único que se puede decir, en el contexto del presente debate, es que los puzzles parecen haber adquirido alguna cualidad que de alguna manera puede detectar ejemplos en la realidad. Según el matemático Ian Stewart (2001: v), "un simple puzzle podría mostrar ante nuestros ojos las más recónditas profundidades del universo".

Según argumentan Sebeok y Danesi (2000), el poder profético de varios textos estriba probablemente en el hecho de que éstos son modelos de cosas. La construcción de modelos constituye un éxito evolutivo verdaderamente asombroso, sin el cual sería virtualmente imposible para los humanos llevar a cabo la rutina de la vida diaria. Me gustaría sugerir que los puzzles son *modelos* de un patrón intrínseco –numérico, espacial, etc.–. El estudio de los puzzles sugiere que son modelos que han nacido del "sentido de patrón" en y de sí mismo.

Como se ha mencionado, los puzzles son ejemplos del principio *verum-factum*. Aunque hay precedentes, nadie pudo definirlo de forma tan perspicaz como lo hizo Vico. Este principio puede definirse como la habilidad de los seres humanos para descubrir modelos en el mundo porque su mente ya tiene conciencia interna de ellos. Tal como Bergin y Fisch (1984: xiv) han señalado preceptivamente, al ser creadores de cosas Vico pensaba que los seres humanos estaban hechos justo para hacer eso:

> "Los hombres han hecho por sí mismos este mundo de naciones, pero eso no ocurrió sin planearlo; sin siquiera fijarse en el plan, hicieron justo lo que éste preveía".

He ahí por qué, según se ha mencionado anteriormente, las antiguas historias de matemáticas, magia y creación de puzzles se solapan considerablemente. A los antiguos magos, matemáticos y creadores de puzzles les interesaba básicamente lo mismo: desvelar modelos ocultos. De hecho, no se establecía diferencia alguna entre *numeración* y *numerología*. Los numerólogos trasladaban el nombre de un individuo y su fecha de nacimiento a los números, que a su vez creían que revelaban el destino y el carácter básico de dicha persona.

La numerología comenzó con los Pitagóricos, que enseñaban que todas las cosas eran números y que todas las relaciones podían expresarse numéricamente. En hebreo se usan los mismos símbolos para números y para letras, y el antiguo arte de la *gematría* o "adivinación" proclamaba que las letras de cualquier palabra o nombre encontradas en las Sagradas Escrituras podrían interpretarse como dígitos y éstos ser reorganizados de tal manera que formaran un número que contuviera mensajes secretos codificados. La utilización más antigua, que se sepa, de la gematría fue por el rey babilónico Sargon II, en el siglo VIII, que edificó la muralla de la ciudad de Khorsbad con una longitud exacta de 16.283 cúbitos, porque éste era el valor numérico de su nombre[*].

"Cúbito": antigua medida de longitud, aproximadamente igual al largo de un antebrazo. *Cubitum:* "codo" [N.T.]

Se podría escribir un voluminoso libro sobre los múltiples significados adjudicados a ciertos números a lo ancho del mundo y a lo largo de la historia. Recordemos los muchos significados místicos adjudicados al número 7. Lo encontramos, por ejemplo, en el viejo Testamento donde, como parte de las instrucciones de Dios a Moisés para que los sacerdotes hicieran una ofrenda de sangre, se lee lo siguiente: “Y el sacerdote hundirá su dedo en la sangre y se sacudirá la sangre siete veces ante el Señor, ante el velo del santuario” (Levítico 4; 6). También es digno de tener en cuenta que Dios empleó seis días en la creación del mundo y descansó el séptimo. También el número 13 tiene una larga historia, asociada al misticismo. Tan extendido está el miedo al número 13 que hasta se le ha dado un nombre a este hecho: *triskaidekaphobia*. Para el Cristianismo, el 13 está unido a la última cena de Jesús y a sus doce discípulos, y al hecho de que la decimotercera persona, Judas, le traicionara. En diferentes culturas del mundo existen otros números igualmente “aciagos”. Y la gente tiende a pensar que ciertas cosas, como fechas, direcciones o algunos números tienen un gran significado. Los seres humanos parecen poseer la noción básica de que el mundo es en sí mismo un ejemplo mágico de pequeños números modélicamente dispuestos.

Fue después del Renacimiento cuando la numerología fue relegada al status de seudociencia. Paradójicamente, a principios del Renacimiento se alentó el interés por las antiguas artes mágicas y por su relación con la investigación filosófica. Intelectuales como el filósofo italiano Giovanni Pico della Mirandola (1463-1494) redescubrieron las raíces ocultas de la filosofía clásica, y protocientíficos como el físico suizo Philippus Aureolus Paracelsus (1493-1541) apoyaron estas prácticas, en parte como desafío a la religiosidad medieval. Tanto la Iglesia Católica Romana como el nuevo Protestantismo, sin embargo, se opusieron abiertamente a la magia y a las artes ocultas durante los siglos XV y XVI. Subsecuentemente la matemática se liberó completamente del misticismo oculto que la envolvía en la antigüedad.

Pero la conexión entre misticismo y matemáticas apenas se ha perdido. Resolver cuadrados mágicos, demostrar teoremas difíciles u observar una manifestación misteriosa de los números de Fibonacci en la Naturaleza todavía sigue proyectando sobre nosotros un “cierto hechizo”. De hecho, hasta el momento presente, las fronteras entre la matemática y la magia están poco definidas. Cada idea matemática forma parte de un sistema de referencias a otras ideas, modelos y diseños con los que los humanos estamos inclinados a soñar. Y esto concede un aura de misticismo pitagórico al propio sistema.

Observaciones finales

Desde el “Enigma de la Esfinge” y los cuadrados mágicos hasta la práctica (ss. XVII, XVIII y XIX) por parte de los japoneses de dar *sangaku* (palabra japonesa que significa “tableta matemática”) a los espíritus para descubrir pruebas matemáticas, existe el sentimiento universal de que los puzzles albergan un conocimiento oculto.

Debería llevarse a cabo una investigación mucho más extensa comparando los diversos géneros, formas y tradición del puzzle en todo el mundo para entender mejor las funciones que éste aporta a la vida humana. También será necesario desarrollar una tipología mucho más detallada. La que se ha elaborado aquí sólo puede concebirse como algo que debe ser modificado, ampliado y reestructurado en función de los nuevos hallazgos de los investigadores. Como rama de la filosofía, la enigmatología podría de este modo ser muy importante para entender la relación entre el conocimiento y lo que éste representa.

En esta empresa, sin embargo, el principio a seguir debería ser siempre el de la imaginación viquiana, ya que desde ningún otro marco es posible investigar la premisa de que todo conocimiento está interconectado con su representación de forma significativa. En cualquier cultura los seres humanos emplean signos para representar y clasificar el mundo. El resultado es que las estructuras del conocimiento, no importa lo aparentemente diversas que puedan parecer en la superficie, están relacionadas mediante las mismas propiedades significativas básicas. Ésa es la razón de por qué los puzzles parecen ser inteligibles del mismo modo en todo el mundo, sin un tipo particular de esfuerzo mental (Norman 1993: 53 *passim*).

La raza humana es una especie consumida por la búsqueda del "significado". Esta búsqueda nos ha llevado a crear mitos, arte, ciencia, lenguaje y todos los demás fenómenos básicos que definen la vida. Nos ha llevado también a inventar los puzzles. Pero éstas son creaciones sin apenas importancia. El concretar lo que representan, cómo codifican sus significados y por qué surgieron en primer lugar son las cuestiones que deberían guiar cualquier trabajo futuro sobre la enigmatología.

[Trad. del inglés por Vicente Orquín Berga]

BIBLIOGRAFÍA

ABRAHAM, R. M. (1933), *Diversions and Pastimes*, New York: Dover.

BACHET, C-G. (1612), *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, Lyon.

BALL, W. W. ROUSE (1972), *Mathematical Recreations and Essays*, 12th edition, revised by H. S. M. Coxeter, Toronto: University of Toronto Press.

BELL, R. C. AND CORNELIUS, M. (1988), *Board Games Round the World: A Resource Book for Mathematical Investigations*, Cambridge: Cambridge University Press.

BERGIN, T. G. AND FISCH, M. H. (1984), *The New Science of Giambattista Vico*, 2nd ed., Ithaca: Cornell University Press.

BERLEKAMP, E. AND RODGERS, T. (EDS.) (1999), *The Mathemagician and Pied Puzzler: A Collection in Tribute to Martin Gardner*, Natick, Mass.: A. K. Peters.

BLATNER, D. (1997), *The Joy of Pi*, Harmondsworth: Penguin.

CARROLL, L. (1958a), *The Game of Logic*, New York: Dover.

CARROLL, L. (1958b), *Mathematical Recreations of Lewis Carroll*, New York: Dover.

CARROLL, L. (1958c), *Pillow Problems and a Tangled Tale*, New York: Dover.

CHASE, A. (1979), *The Rhind Mathematical Papyrus: Free Translation and Commentary with Selected Photographs, Transcriptions, Transliterations and Literal Translations*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

COSTELLO, M. J. (1988), *The Greatest Puzzles of All Time*, New York: Dover.

DANESI, M. (1998), *Increase Your Puzzle IQ*, New York: John Wiley.

DANESI, M. (2002), *The Puzzle Instinct: The Meaning of Puzzles in Human Life*, Bloomington: Indiana University Press.

DE MORGAN, A. (1954), *A Budget of Paradoxes*, New York: Dover.

DUDENEY, H. E. (1919), *Modern Puzzles and How to Solve Them*, London: Nelson.

DUDENEY, H. E. (1958a), *The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems*, New York: Dover.

DUDENEY, H. E. (1958b), *Amusements in Mathematics,* New York: Dover.

DUDENEY, H. E. (1967), *538 Puzzles and Curious Problems*, New York: Scribner.

ECO, U. (1990), *The Limits of Interpretation*, Bloomington: Indiana University Press.

EISS, H. E. (1988), *Dictionary of Mathematical Games, Puzzles, and Amusements*, New York: Greenwood.

GARDNER, M. (1961), *The 2nd Scientific American Book of Mathematical Puzzles*, New York: Simon and Schuster.
GARDNER, M. (1972), *Codes, Ciphers and Secret Writing*, New York: Dover.
GARDNER, M. (1994a), *My Best Mathematical and Logic Puzzles*, New York: Dover.
GARDNER, M. (1994b), *New Mathematical Diversions*, Washington D.C.: Mathematical Association of America.
GARDNER, M. (1996), *More Mathematical Puzzles and Diversions*, Harmondsworth: Penguin.
GARDNER, M. (1997), *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and Other Mathematical Mystifications*, New York: Copernicus.
GARDNER, M. (2001), *The Colossal Book of Mathematics*, New York: W. W. Norton.
GILLINGS, R. J. (1972), *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, Cambridge, Mass.: MIT Press.
GULLBERG, J. (1997), *Mathematics from the Birth of Numbers*, New York: W. W. Norton.
HO, PENG YOKE (1985), *Li, Qi and Shu: An Introduction to Science and Civilization in China*, New York: Dover.
HOVANEC, H. (1978), *The Puzzlers' Paradise: From the Garden of Eden to the Computer Age*, New York: Paddington Press.
LI YAN - DU SHIRAN (1987), *Chinese Mathematics: A Concise History*, trans. by J. H. Crossley and A. W-C. Lun, Oxford: Oxford University Press.
LOYD, S. (1914), *Cyclopedia of Tricks and Puzzles*, New York: Dover,
LOYD, S. (1952), *The Eighth Book of Tan*, New York: Dover.
LOYD, S. (1959-1960), *Mathematical Puzzles of Sam Loyd*, 2 volumes, compiled by M. Gardner, New York: Dover.
LUCAS, F. E. A. (1882-1894), *Récreations mathématiques*, 4 vols. Paris: Gauthier-Villars.
MOHR, M. S. (1993), *The Games Treasury*, Shelburne: Chapters.
MUNZERT, A. W. (1991), *Test Your IQ*, New York: Prentice-Hall.
NORMAN, D. A. (1993), *Things that Make Us Smart: Defending Human Attributes in the Age of the Machine. Reading*, Mass.: Addison-Wesley.
OLIVASTRO, D. (1993), *Ancient Puzzles: Classic Brainteasers and Other Timeless Mathematical Games of the Last 10 Centuries,* New York: Bantam.
PEET, T. E. (1923), *The Rhind Papyrus*, Liverpool: University of Liverpool Press.
SEBEOK, T. A. - DANESI, M. (2000), *The Forms of Meaning: Modeling Systems Theory and Semiotics*, Berlin: Mouton de Gruyter.
SMULLYAN, R. (1978), *What Is the Name of this Book? The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
SMULLYAN, R. (1979), *The Chess Mysteries of Sherlock Holmes*, New York: Knopf.
SMULLYAN, R. (1982a), *Alice in Puzzle-Land*, Harmondsworth: Penguin.
SMULLYAN, R. (1982b), *The Lady Or the Tiger? and Other Logic Puzzles*, New York: Knopf.
SMULLYAN, R. (1985), *To Mock a Mocking Bird and Other Logic Puzzles*, New York: Knopf.
SMULLYAN, R. (1987), *Forever Undecided: A Puzzle Guide to Gödel*, New York: Knopf.
SMULLYAN, R. (1997), *The Riddle of Scheherazade and Other Amazing Puzzles, Ancient and Modern*, New York: Knopf.
SMULLYAN, R. (2000), *To Mock a Mockingbird*, 2nd ed. Oxford: Oxford University Press.
STEWART, I. (2001), Foreword to I. Moscovich, *1000 PlayThinks*, p. v, New York: Workman Publishing.
WELLS, D. (1992), *The Penguin Book of Curious and Interesting Puzzles*, Harmondsworth: Penguin.

* * *