VIII Congreso de Ingeniería de Organización
Leganés, 9 y 10 de septiembre de 2004

Modelos Matemáticos para Revenue Management con Grupos

José Guadix Martín, Luis Onieva Giménez, Juan Larrañeta Astola, Pablo Cortés Achedad

Ingeniería de Organización. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092 Sevilla. guadix@esi.us.es, onieva@esi.us.es, astola@us.es, pca@esi.us.es

Resumen

El sector servicios goza de una importancia fundamental en la actividad empresarial, de aquí la trascendencia de analizar la gestión de las empresas que lo integra. El uso de la técnica Revenue Management es debida a que la mayoría de las empresas que lo integran presentan simultaneidad en la producción y consumo del servicio prestado, junto con la imposibilidad de almacenamiento del producto por ser perecedero. En este trabajo se analiza el caso de aplicación de la técnica a la gestión hotelera, aceptando la posibilidad de clientes individuales y grupos, ambos segmentos necesarios en el funcionamiento de un hotel debido a su diferente incertidumbre.

Palabras clave: Revenue Management, Grupos, Hoteles, Modelos Matemáticos

1. Introducción

En los últimos años existe un incremento en el interés por el uso de las técnicas Revenue Management para poder maximizar los ingresos en actividades con restricciones de capacidad. La mayoría de las líneas características aportadas por esta técnica ya han sido utilizadas en diversos sectores. Empresas con productos perecederos, como carniceros, vendedores de frutas o empresarios de teatros, gestionan la demanda con variaciones de los precios en el tiempo. Tras la desaparición de la regularización aérea de los EEUU en 1978, cualquier compañía podía volar entre dos aeropuertos cualesquiera, a cualquier hora y con unas tarifas libres, Smith *et al.* (1992).

Revenue Management, también denominado Yield Management, consiste en adaptar la oferta a la demanda existente, actuando sobre los precios y la gestión del inventario, de modo que se maximicen los ingresos obtenidos. Al aumentar la importancia de las empresas del sector servicios, esta técnica resulta de un interés primordial. Las empresas del sector servicios, compañías aéreas, hoteles, alquiler de coches, transporte frigorífico, deben gestionar sus unidades de inventario, asientos de avión, flota de vehículos, camiones, como un inventario perecedero.

De esta forma, Revenue Management, trata de vender la correcta unidad de inventario, al cliente adecuado en el instante más propicio. Para hacer posible su aplicación, las empresas necesitan cumplir cinco requisitos, Kimes (2000): Capacidad Limitada, Segmentación del Mercado, Incertidumbre en la Demanda, Inventario Perecedero y Costes fijos elevados.

El sistema, en general, se puede dividir en tres módulos relacionados. El primero de previsión de la demanda, donde con datos históricos, que reflejen el nivel de ocupación pasado, se pueda prever el futuro a corto plazo. El segundo, con los datos disponibles de la previsión, se puede utilizar uno de los modelos matemáticos que se plantean en este trabajo. De esta forma se tiene la capacidad total de la empresa dividida en distintas categorías que tendrán un nivel tarifario distinto. Por último, faltaría el modo de venta de los servicios, el sistema de reservas. Hay que definirle al encargado de ventas una metodología para determinar, ante la llegada de un posible cliente, si se acepta o se rechaza la petición.

Figura 1. Esquema General

En este trabajo se estudian dos procedimientos para modelar la parte central del problema. Se consideran datos las previsiones de clientes futuros para tratar de encontrar la distribución óptima de la capacidad total del hotel. El primer procedimiento considera una demanda determinista de clientes individuales y de grupos de clientes. Los grupos de clientes requieren un trato particular, al realizar la llegada y partida al unísono y además utilizar unos servicios especiales. Como segundo procedimiento, se utiliza un modelo con demandas estocásticas, tratando de representar la incertidumbre del número de clientes futuros. Al igual que antes, se considerará un modelo con clientes individuales y grupos de clientes.

2. Modelos Matemáticos

El primer problema consiste en optimizar los beneficios finales del hotel teniendo en cuenta la capacidad limitada del mismo y la demanda variable tanto de clientes individuales como de grupos. Este primer modelo proporcionará el número de habitaciones de cada categoría y el número de grupos que se deben aceptar para obtener el máximo beneficio.

Para hacer el planteamiento del primer problema de gestión de recursos se considera necesario conocer:

- N : el número de días en los que se pretende optimizar
- C : el número de categorías individuales, con precios distintos, en las que se segmenta el hotel
- p_j : los precios para las distintas categorías individuales del hotel, donde j varía entre 1 y C
- E_j : el número máximo de días de estancia en el hotel para cada categoría individual j.
- d_{ijk} : las demandas esperadas para cada día i, categoría j y número de días de estancia k, donde i varía entre 1 y N, y k varía entre 1 y E_j.
- b_i : las capacidades diarias del hotel.

Además se considera como base de partida que se dispone de los siguientes datos adicionales:

- N_g : el número grupos que llegan al hotel
- c_g : el precio por individuo y día de cada grupo, donde g varía entre 1 y N_g
- λ_g : la duración de las estancias de cada grupo
- μ_g : el tamaño de cada grupo
- i^* : el día de llegada de cada grupo.

Se consideran como variables individuales del problema las habitaciones a vender cada día, en cada categoría y para cada número de días de estancia (x_{ijk}). Dichas variables han de ser enteras, al solo poderse vender una habitación y no parte de ella. Después se vuelven a relajar estas variables enteras a continuas, obteniéndose entonces el problema lineal mixto.

Las variables discretas, que son binarias, serán x_g e indican si se debe o no aceptar a los grupos de las características anteriores.

Matemáticamente se puede plantear el problema, teniendo ya en cuenta tanto a los clientes individuales como a los grupos, a partir de maximizar los beneficios totales del hotel. Los beneficios se obtienen a través de la venta de los recursos:

$$\text{Max} \sum_{i,j,k} x_{ijk} p_j k + \sum_{g=1}^{Ng} \lambda_g c_g \mu_g x_g \tag{1}$$

Al asumir un límite de capacidad diaria:

$$\begin{aligned} &\sum_{l \le i} \sum_{i<j} \sum_{k} x_{ljk} \le b_i && \forall i \notin \{i^*, ..., i^* + \lambda_g\} \\ &\sum_{l \le i} \sum_{i<j} \sum_{k} x_{ljk} + \mu_g x_g \le b_i && \forall i \in \{i^*, ..., i^* + \lambda_g\} \end{aligned} \tag{2}$$

Como se puede ver, habrá días en los que se tengan sólo variables individuales y otros en los que además se tenga uno o varios grupos.

Al tener en cuenta que no se puede vender por encima de la demanda esperada:

$$0 \le x_{ijk} \le d_{ijk} \qquad \forall i, j, k \tag{3}$$

De las ecuaciones generales, (1) a (3), el modelo completo queda como sigue:

$$\begin{array}{lll} \max & \displaystyle\sum_{i,j,k} x_{ijk} p_j k \; + \; \sum_{g=1}^{Ng} \lambda_g c_g \mu_g x_g & \\ \text{s.a.} & \displaystyle\sum_{l \le i} \sum_{i<j} \sum_{k} x_{ljk} \le b_i & \forall i \notin \{i^*, ..., i^* + \lambda_g\} \\ & \displaystyle\sum_{l \le i} \sum_{i<j} \sum_{k} x_{ljk} + \mu_g x_g \le b_i & \forall i \in \{i^*, ..., i^* + \lambda_g\} \\ & 0 \le x_{ijk} \le d_{ijk} & \\ & x_{ijk} \text{ entera (o continua)} & \\ & x_g \in \{0,1\} & \end{array} \tag{DGP}$$

Como se puede intuir, este problema de programación lineal con variables enteras tiene una solución complicada. Se plantea una relajación que ya se refleja en el modelo de la ecuación (DGP), de las variables individuales enteras a continuas, con lo que se tiene un problema lineal mixto con unas variables continuas y otras binarias (MILP). Tras su resolución, todas las variables continuas de clientes individuales resultan enteras, por lo que la relajación no necesita ninguna aproximación posterior.

La realidad puede dar lugar a un número mayor de peticiones, con lo que se puede llegar a un número de clientes superior al esperado. Es un factor que incrementaría el beneficio si las categorías más caras presentan la posibilidad de admitir más clientes de los previstos en un principio. Este modelo estocástico fue presentado para el sector aéreo por De Boer *et al.* (2002).

Se asume que las demandas d_{ijk} tienen diferentes escenarios en los que pueden ocurrir, que se representan por $d_{ijk,1} < d_{ijk,2} < ... < d_{ijk,S}$, indicando el último subíndice el escenario posible de peticiones de clientes que el hotel se puede encontrar.

A continuación se incluye el modelo de demanda estocástica con grupos. Los parámetros son: *i, l, j* como índices de fechas, *i* y *l* se refieren al día de llegada y *j* se refiere al día de partida (fin del servicio); *k* es el índice de la categoría; c_k representa los ingresos en la categoría *k*; b_i es la capacidad (número de habitaciones) del hotel en el día *i*; $d_{ijk,r}$ es la demanda esperada en el escenario *r* para clientes que lleguen el día *i*, y finalicen la estancia el día *j*, con una categoría *k*; *i** es el día de llegada del grupo; λ_g es la duración de la estancia del grupo; μ_g es el tamaño del grupo y c_g la categoría del grupo. Las variables son: $x_{ijk,r}$ el número de servicios para una llegada el día *i* y salida el día *j*, *i*<*j*, en la categoría *k* y para un posible escenario *r*.

La variable binaria $x_g : (0,\ 1)$ indica si se debe o no aceptar al grupo de las características correspondientes a los datos anteriores. El modelo resultante es:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{r=1}^{S}\sum_{i,j,k}(j-i)\cdot c_k\cdot \Pr(D_{ijk}\ge d_{ijk,r})\cdot x_{ijk,r}+\lambda_g c_g \mu_g x_g \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{r=1}^{S}\sum_{l\le i}\sum_{i<j}\sum_{k} x_{ljk,r}\le b_i & \forall\ i\notin\left\{i^*,...,i^*+\lambda_g\right\} \\
& \sum_{r=1}^{S}\sum_{l\le i}\sum_{i<j}\sum_{k} x_{ljk,r}+\mu_g x_g\le b_i & \forall\ i\in\left\{i^*,...,i^*+\lambda_g\right\} \\
& x_{ijk,1}\le d_{ijk,1} \\
& x_{ijk,r}\le d_{ijk,r}\text{ - } d_{ijk,r-1} & \forall\ r=2,...,S \\
& x_{ijk,r}\ge 0\quad \text{entera} \\
& x_g\in\left\{0,1\right\}
\end{aligned}
\qquad \text{(SGP)}
$$

Las variables $x_{ijk,r}$ representan la parte de demanda perteneciente al intervalo $(d_{ijk,r-1}, d_{ijk,r}]$. Nótese que $x_{ijk,r}$ es distinta de cero si y solo si $x_{ijk,r-1}$ ha alcanzado el límite $d_{ijk,r-1}$, es decir $\Pr(x_{ijk} = d_{ijk,r-1}) = \Pr(x_{ijk} = d_{ijk,r})$. Debe cumplirse como restricción que la suma de las variables $x_{ijk,r}$ ofertadas en los *S* escenarios posibles de cada día sea menor que la capacidad permitida ese día.

El modelo determinista consistiría en resolver este mismo modelo considerando un solo escenario. Un escenario se tiene presente si la demanda originada es mayor que el nivel de demanda prevista del escenario anterior. Para cada escenario el nivel de demanda es $d_{ijk,r}$, con una probabilidad de que el escenario ocurra $\Pr(D_{ijk} = d_{ijk,r})$. La probabilidad de cada escenario posible debe fijarse previamente. Se puede definir la demanda del escenario medio como la esperada y los niveles de los escenarios extremos por un incremento o decremento en *n* veces la desviación típica.

En experiencias resueltas en el caso real de la previsión en una cadena hotelera de la Comunidad de Andalucía, se comprobó que si se toman como límites superiores e inferiores los resultados de incrementar y disminuir, respecto al valor medio previsto, una vez la desviación típica, en el 97% de los casos el valor real estaba dentro de la franja limitada por ambos límites. Debido a este resultado, se opta por utilizar tres escenarios.

Para su resolución genérica con grupos, el modelo presenta *S* escenarios. Al considerar un posible grupo nuevo aparece una doble posibilidad de actuación:

> 1º) Se eliminarían los clientes de precio mínimo, como se ha hecho en el modelo determinista con grupos. No es más que la resolución de un nuevo problema estocástico disminuyendo la capacidad diaria b_i del hotel los días de estancia del nuevo grupo.
>
> 2º) Se eliminarían primero los clientes del escenario que tiene menos probabilidad de aparecer, r=3. Si el tamaño del grupo fuese mayor se continúa con los clientes del siguiente escenario, r=2, y si fuese necesario con los de r=1. De esta manera se le concede más importancia a los escenarios que a los precios de los clientes. Con este método resulta un precio de grupo mayor, pero es más realista de cara al comportamiento final de los clientes.

Durante las pruebas experimentales se considera la segunda alternativa, asemejándose a un comportamiento de clientes en la realidad. Si al aceptar el grupo se asegura su presencia (aplicando una probabilidad igual a uno) y unos clientes individuales, que según su futura aparición se encuadran en distintos escenarios con diferentes probabilidades.

Al resolverse los modelos con datos de previsión determinista y estocástico, se obtienen valores de ingresos de la función objetivo distintos. La programación estocástica, Kall y Wallace (1994), define esta diferencia (solución^{DP} - solución^{SP}) como el valor esperado de la información perfecta (EVPI) que representa la pérdida de ingresos debida a la presencia de incertidumbre en el modelo estocástico respecto al determinista. Sería la cantidad que se está dispuesto a pagar para asegurarse el número de clientes futuros con certeza.

El valor EVPI muestra la importancia que tiene la aleatoriedad en el problema. Si el EVPI es pequeño, significa que la aleatoriedad juega un papel menor en el modelo que si tuviese otro valor mayor.

3. Obtención del Precio Mínimo

Normalmente los grupos suelen usar unos servicios adicionales que se podrían incluir fácilmente en el caso de un hotel: salones de conferencias, comidas, etc. Además, los grupos presentan una característica de comportamiento peculiar, suelen hacer las reservas con bastante antelación. Por otro lado, su presencia tiene un grado de incertidumbre menor que las reservas individuales, Kimes (1999). A los grupos se les suele exigir un adelanto en el pago a la vez que presentan menor riesgo de cancelación que los clientes individuales, que en contraposición no suelen adelantar nada.

A la hora de tener en cuenta los precios mínimos exigibles a un grupo se ha de considerar como un parámetro muy importante el grado de incertidumbre que tiene el grupo, frente al que aportan los clientes individuales.

Un grupo suele reservar las habitaciones con bastante antelación, ya que al ser normalmente un número elevado de personas que requieren unos servicios específicos (salones, conferencias, comidas, visitas conjuntas, etc.), han de avisar al establecimiento para reservar estos servicios de modo que puedan disponer de ellos ya que, evidentemente, el número de salones, comedores y salas de conferencias es limitado.

De este modo, un grupo será un valor seguro en la gestión de las reservas de un hotel, una fuente de ingresos confirmada porque, además, suelen pagar una cantidad por adelantado, para así confirmar la reserva de todos los servicios que pretenden usar. Esto, para el hotel, tiene un gran valor, al asegurarle una ocupación de antemano, con sus correspondientes beneficios económicos. En consecuencia, el grado de incertidumbre con un grupo es bastante bajo. Cabe resaltar que si el grupo suspende su reserva, ya habrá pagado una cantidad por adelantado. Además la suspensión de la reserva será, por lo general, lo suficientemente adelantada en el tiempo como para que el hotel pueda cubrir esas plazas libres, si no en su totalidad, sí en parte.

Por el contrario, la gestión de los clientes individuales implica un mayor grado de incertidumbre. Al tratarse de personas muy diferentes, su comportamiento no es previsible como lo es el de un grupo. El riesgo de anulación de reservas es aleatorio y conlleva un uso no definido de los recursos de los hoteles (comedores, salones, etc.). En resumen la posibilidad, en absoluto irreal y, sin duda, mucho mayor que con los grupos, de tener que afrontar situaciones económicamente no deseadas.

De todo esto lo que interesa remarcar es que el hotel debe ser extremadamente cuidadoso en la consideración a los grupos debido a su mayor seguridad de aportar ingresos. Habrá que considerar y equilibrar debidamente dos cuestiones contrapuestas muy importantes:

- Al aumentar el tamaño del grupo el precio mínimo a fijar irá incrementándose ya que paulatinamente se estarán rechazando cada vez mejores clientes individuales (aquéllos que son rechazados para admitir el grupo).

- Al aumentar el número de integrantes del grupo el precio fijado irá disminuyendo, dado que se están asegurando el uso de unos servicios con costes fijos y unos ingresos.

El hotel tendrá que resolver este compromiso. La menor incertidumbre que reportará un grupo frente a la petición que sin duda formulará el grupo, consistente en que cuanto mayor sea el número de personas que lo integran menor será el precio por individuo que estén dispuestos a pagar.

En la práctica no se dispone del precio del grupo. Al no estar predeterminado, este precio será a negociar entre el hotel y el operador turístico. Es evidente el interés y la gran ayuda que supone disponer durante la negociación del precio mínimo rentable a partir del cual el hotel podrá admitir grupos.

En este modelo se parte de unas determinadas previsiones de demanda individual y de la capacidad diaria del hotel. Se dispone también del día en que llega el grupo, del número de días que pretende permanecer en el hotel y, por último, del tamaño del grupo a considerar. Además, sería muy interesante disponer del dato de cómo varía este precio mínimo ante un incremento en el número de integrantes del grupo a la hora de negociar el precio del grupo.

La formulación matemática de este segundo problema se fundamenta en la resolución de dos modelos de clientes individuales. El precio mínimo rentable se puede estimar calculando la distribución óptima de clientes sin tener en cuenta al grupo. Es decir, resolviendo el modelo DGP completo para unos determinados datos.

A la distribución obtenida, se le incorpora el número de clientes que se verían desplazados si se acepta el grupo, ya que la capacidad diaria del hotel es limitada. Esto se hace planteando de nuevo el modelo DGP completo, pero añadiendo el número de personas que componen el grupo en las restricciones correspondientes a los días en los que ese grupo pretende alojarse en el hotel, que sumado al número de clientes individuales que entren esos días habrán de ser menor o igual a la capacidad diaria del hotel.

Los posibles clientes rechazados debido a la admisión del grupo, proporcionarían unos ingresos I que se perderán por aceptar el grupo. Si se dividen estos ingresos entre el total de servicios que usará el grupo (tamaño del grupo por el número de días que permanecerá en el hotel) se obtiene el precio mínimo diario para cada componente del grupo.

Por lo tanto, el método propuesto consiste en la resolución del modelo DGP en dos ocasiones, con la peculiaridad que se ha explicado para la segunda etapa de resolución: restar ambas soluciones, con lo que se tendrán los ingresos perdidos I correspondientes a los clientes rechazados, pudiéndose de este modo valorar las dos situaciones. Tan sólo falta realizar la división explicada anteriormente para obtener el precio mínimo diario para cada componente del grupo y así obtener el precio mínimo rentable para el grupo.

4. Experiencias Computacionales

Es un modelo de programación lineal entera que, tras aplicar la propiedad de la unimodularidad para los clientes individuales, resulta un modelo de programación lineal mixta. Se han resuelto una batería de problemas generados aleatoriamente, mediante los dos modelos, y se hace una comparación de los resultados obtenidos.

Para la resolución de los diferentes problemas se conoce de antemano el número de días de estudio, la capacidad diaria del hotel y el número de categorías del hotel para clientes individuales. Para este caso, el número de días de estudio será 180, la capacidad diaria del hotel será constante e igual a 200; y el número de categorías del hotel serán cinco, quedando fijado el precio para cada una de ellas tal como se indica en la tabla 1.

Tabla 1. Precios de Categorías Individuales

Categoría	Precio
Premiere / Lujo	170 €
Business / Superior	140 €
Standard / Normal	120 €
Economy / Descuento	90 €
Supereconomy / Superdescuento	60 €

Para la consideración de problemas que presentan los grupos, se han generado tres baterías (Grupos 1, Grupos 2, y Grupos 3) para cada problema inicial. Estas tres baterías difieren entre sí en el número de grupos. Para la primera batería, el rango de número de grupos es de 1 a 5, para la segunda el número de grupos puede variar de 6 a 10, y para la tercera el número de grupos puede oscilar entre 11 y 20.

Tras resolver una batería de 72 problemas, se incluye a modo resumen en las tablas siguientes los resultados obtenidos al resolver ocho problemas según cuál de los dos modelos anteriormente explicados.

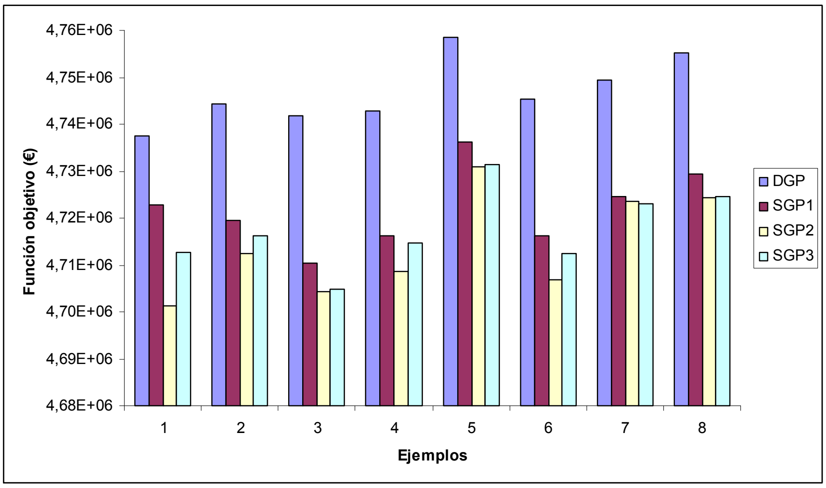

Figura 2. Ingresos frente a distintos problemas según el modelo elegido

En la figura 2, el valor de los ingresos para el modelo con demanda estocástica y grupos es menor que para el modelo con demanda determinista y grupos. La razón es el valor esperado de la información perfecta, explicado anteriormente. En esta comparativa se obtienen mejores resultados que en el apartado mencionado, porque aquí se tiene la posibilidad de la incorporación de grupos y esto, en el peor de los casos y si no se aceptara ningún grupo, mantendría los mismos ingresos; y en el caso que se aceptara algún grupo aumentaría los mencionados ingresos.

La otra variable de interés en los modelos planteados en este capítulo es el tiempo de ejecución. A continuación se representan los tiempos necesarios para resolver el problema, usando la herramienta CPLEX, sin tener en cuenta el tiempo de construcción del modelo, ni el tiempo de extracción. Los tiempos de ejecución que se muestran están expresados en segundos. Para los cálculos de los tiempos de ejecución se ha utilizado un PC Pentium III a 850 MHz con 64 Mb de memoria RAM.

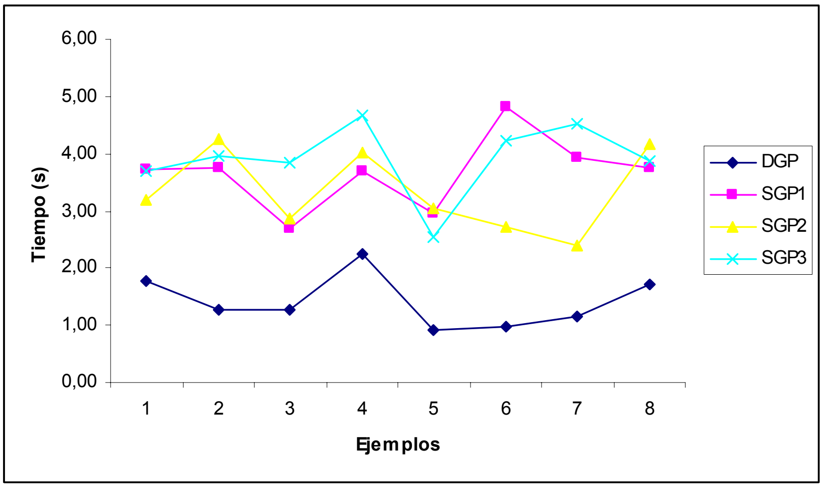

Figura 3. Tiempo promedio de resolución

En la figura se pueden observar en conjunto los tiempos promedios de computación de los distintos modelos, como dato a destacar es que todos los problemas de la batería se resolvieron en un tiempo operativo, por lo que todos los modelos son susceptibles de ser aplicados.

Si se hace una nueva prueba, incrementando el número de grupos en los modelos DGP y SGP, se puede apreciar como los problemas MILP van aumentando su tiempo de resolución. En la figura 4 se aprecia este incremento.

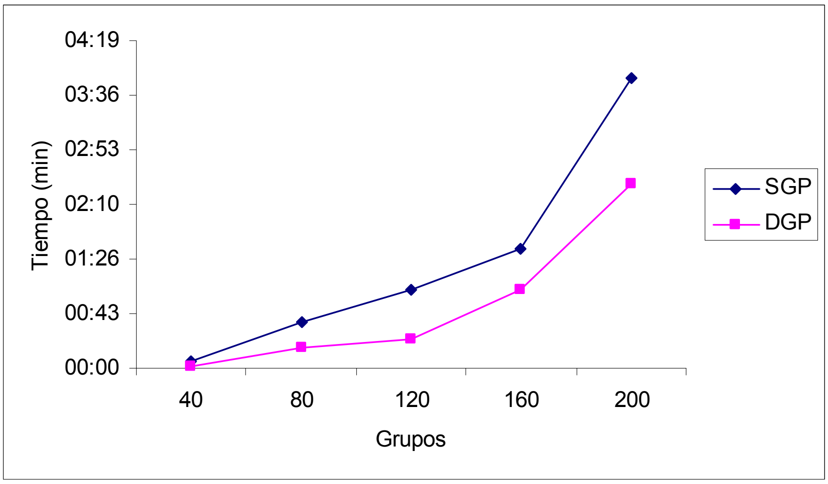

Figura 4. Número de grupos frente al tiempo de conmutación

Como límite superior de número de grupos, para problemas con un tamaño de 200 habitaciones y 180 días de horizonte temporal, a partir de 200 grupos, se dispara el tiempo exponencialmente, situándose en los 25 minutos con 240 grupos. La diferencia entre el DGP y el SGP no es significativa.

Para el cálculo del precio mínimo, se expone un ejemplo de un grupo que estará cuatro días, se calcula su precio dual y se obtiene que el precio dual para una nueva persona en el grupo será de 90 euros. Este precio sería pagado sólo por el nuevo componente del grupo, mientras que el modelo reparte ese incremento de precio por quitar a un cliente individual entre todos los miembros del grupo, por lo que el impacto económico será menor. Así, probando con el programa para un grupo de 9 componentes se obtiene un precio mínimo de 81 euros por persona. Al compartir entre los ahora nueve integrantes el incremento de precio se llega a que el precio mínimo por integrante, calculando la media aritmética, será de 81.11 euros.

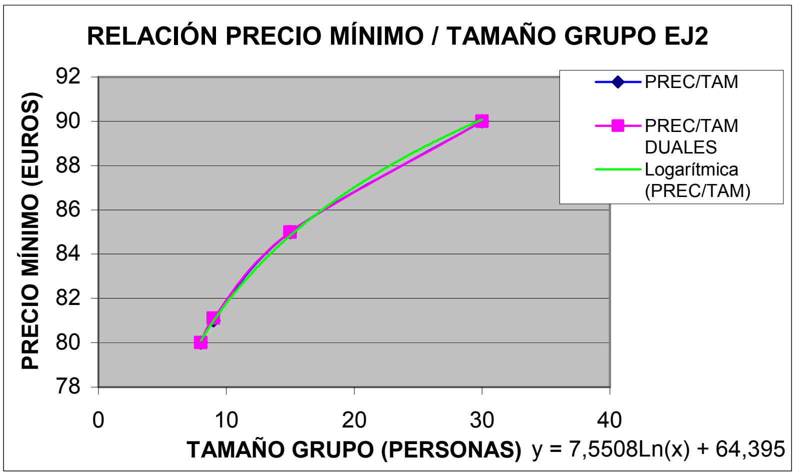

Figura 5. Variación del precio mínimo con el tamaño de los grupos

En la figura se muestran tres curvas, una correspondiente a la relación precio/tamaño teniendo en cuenta los resultados del modelo de precio mínimo, otra examinando su tendencia logarítmica y la última incorporando el precio dual.

Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el problema de la gestión hotelera de clientes, diferenciando la tipología del cliente. Se han propuesto dos modelos que aceptan clientes individuales y grupos, junto con la posibilidad de obtener el precio mínimo a partir del cual un grupo es rentable.

Los resultados obtenidos, muestran la diferencia existente de ingresos entre los modelos determinista y estocástico, y la posibilidad de aceptar o rechazar las peticiones de grupos de clientes en función de los clientes individuales que se verán desplazados. Del mismo modo, se resalta que ambos modelos presentan tiempos de resolución razonables utilizando la herramienta CPLEX hasta un número de unos 200 grupos. En la actualidad se están implantando en una cadena hotelera de Andalucía, junto con una herramienta para la previsión de clientes.

Referencias

De Boer, S. V.; Freling, R.; Piersma, N. (2002). Mathematical Programming for Network Revenue Management Revisited. *European Journal of Operational Research*, Vol. 137, pp. 72-92.

Kall, P.; Wallace, S. (1994). *Stochastic Programming*. 1st ed. John Wiley & Sons.

Kimes, S. (1999). Group Forecasting Accuracy in Hotels. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 11, pp. 1104-1110.

Kimes, S. (2000). A Strategic Approach to Yield Management. *Yield Management: Strategies for the service industries*, A. Ingold, U. McMahon-Beattie and I. Yeoman, Ed. Contiuum: London, pp. 3-14.

Smith, B.; Leimkuhler, J.; Darrow, R. (1992). Yield Management at American Airlines. *Interfaces*, Vol. 22, No. 1, pp. 8-31.