

Evolución paramétrica del sistema de Lorenz

R. BARRIO¹, S. SERRANO², F. BLESAS³

¹ GME, Depto. Matemática Aplicada y IUMA, Universidad de Zaragoza, E-50009 Zaragoza, Spain.

E-mail: rbarrio@unizar.es

² GME, Depto. Informática e Ingeniería de Sistemas, Universidad de Zaragoza, E-50015 Zaragoza, Spain. E-mail: sserrano@unizar.es.

³ GME, Depto. Física Aplicada, Universidad de Zaragoza, E-50009 Zaragoza, Spain. E-mail: fblesa@unizar.es.

Palabras clave: caos, sistema de Lorenz, indicadores de caos

Resumen

En esta comunicación se estudia el comportamiento del sistema clásico de Lorenz en función de los tres parámetros adimensionales del sistema utilizando indicadores de caos.

1. Análisis paramétrico del sistema de Lorenz

El sistema de Lorenz [5] es el problema por excelencia a la hora de hablar de sistemas caóticos. A lo largo de los últimos 40 años ha sido estudiado utilizando diversas técnicas, tanto numéricas como analíticas. Las ecuaciones clásicas de Lorenz son

$$\dot{x} = -\sigma x + \sigma y, \quad \dot{y} = -xz + rx - y, \quad \dot{z} = xy - bz, \quad (1)$$

donde aparecen tres parámetros de control adimensionales: σ el número de Prandtl, b una constante positiva de orden 1, y r el número de Rayleigh relativo. Este modelo es una versión altamente simplificada de un problema real para el cual ciertos valores de los parámetros no tiene sentido, pero desde el punto de vista matemático una interesante pregunta es la siguiente: ¿cómo evoluciona el sistema de Lorenz con respecto de los tres parámetros? En la literatura la mayor parte de los análisis se restringen a fijar dos de ellos y variar solamente uno. Recientemente ha aparecido una referencia en la que se fija uno de los parámetros y se cambian los otros dos [4].

Nosotros, en esta comunicación estudiamos el sistema de Lorenz con respecto de los tres parámetros, dando por tanto una visión global del mismo [3]. Para ello utilizamos

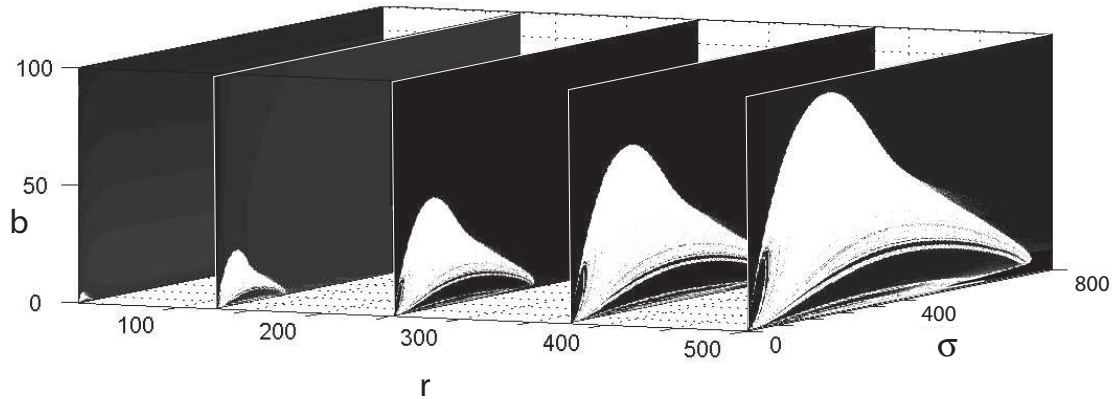


Figura 1: Región caótica del sistema de Lorenz en función de los tres parámetros del problema.

diversas técnicas numéricas, siendo la más útil el recientemente introducido indicador de caos OFLI2 [1, 2], el cual nos permite localizar las regiones en las cuales podemos esperar un comportamiento caótico. Los resultados obtenidos con OFLI2 se comparan con los obtenidos con MLE (Maximum Lyapunov Exponent) y con diagramas de bifurcaciones realizados con AUTO.

Como ilustración, se presenta en la figura 1 la región caótica del sistema de Lorenz en función de los tres parámetros del problema. En blanco aparece la región caótica (región en la que existe comportamiento caótico para alguna condiciones iniciales del problema) y en negro la región en la que no existe comportamiento caótico. La figura 1 ha sido realizada usando el indicador de caos OFLI2. Para más detalles consultar [3].

Agradecimientos

Los autores R.B. y S.S. han sido financiados por el proyecto DGYCT MTM2006-06961 y el autor F.B. por ESP2005-07107.

Referencias

- [1] R. Barrio, *Sensitivity tools vs. Poincaré sections*, Chaos Solitons Fractals 25 (3) (2005), 711-726.
- [2] R. Barrio, *Painting chaos: a gallery of sensitivity plots of classical problems*, Internat. J. Bifur. Chaos 16 (10) (2006), 2777-2798.
- [3] R. Barrio and S. Serrano *A three-parametric study of the Lorenz model*, Physica D 229 (2007), 43-51.
- [4] H.R. Dullin, S. Schmidt, P.H. Richter and S.K. Grossmann, *Extended phase diagram of the Lorenz model*, <http://www.citebase.org/cgi-bin/citations?id=oai:arXiv.org:nlin/0504024>, (2005).
- [5] E.N. Lorenz, *Deterministic nonperiodic flow*, Journal of the Atmospheric Sciences 20 (1963), 130-141.