

FILOSOFIAS DE LA MATEMATICA Y EVOLUCION DEL POSITIVISMO LOGICO

M. CARMEN HERNÁNDEZ MARTÍN
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

El positivismo lógico afirma que una teoría científica es, o debe ser, un sistema axiomático. No sólo tropezará el positivista con el problema complejo de meter en este molde lógico-matemático a leyes de alto y bajo nivel, hipótesis y datos, términos teóricos y términos observacionales, sino que antes o después notará que es el propio molde lógico-matemático el que está cambiando entre sus manos.

En efecto el neopositivismo nace ligado a la filosofía logicista de la matemática – Frege, Russell, Wittgenstein– y poco a poco va deslizándose hacia planteamientos formalistas hilbertianos.

El sistema axiomático para el logicista es una estructura conceptual, es decir, los términos usados tienen un significado concreto aunque éste sea meramente ideal. Para el formalista, en cambio, el sistema axiomático es una estructura abstracta en que los términos son, en expresión de Frege, como las incógnitas en un sistema de ecuaciones; es decir, no tienen más significado que el que reciben del sistema de relaciones en que están inmersos. Ello equivale a decir que poseen una pluralidad de posibles significados: los permitidos por el sistema de relaciones.

Por otro lado el logicismo es un atomismo. Y no sólo porque el análisis descienda hasta la proposición y el hecho atómico, sino porque el logicismo justificará, antes que al sistema, a las proposiciones que lo componen. Las proposiciones de la matemática son tautologías, o verdades formales, ya que pueden ser derivadas de unas pocas verdades lógicas. El sistema recibe la verdad del conjunto de las proposiciones verdaderas que lo componen. Y no es necesaria, como afirmará Frege, ninguna prueba adicional de consistencia¹.

En cambio el formalismo es sistémico. Nada sabemos de la verdad de cada una de las proposiciones. Pero sí podemos saber que el sistema es verdadero en cierto sentido, que no puede ser sino formal, al ser consistente. «Si los axiomas arbitrariamente establecidos, junto con sus consecuencias, no se contradicen entre sí,» –nos dirá Hilbert–

1. Ver Mosterín 1984.

«entonces existen las cosas definidas por los axiomas. Este es para mí el criterio de la verdad y de la existencia»². Por tanto el acento se pone ahora en las pruebas de consistencia. Y surge no sólo el problema de estas pruebas, sino el del significado, cada vez más escurridizo, de verdad formal.

En la evolución del positivismo lógico encontramos rasgos diferenciales semejantes a los que acabamos de describir. Por un lado el cambio de un atomismo a un sistemismo en el propio criterio empirista de significado. Por otro el deslizamiento desde un sistema teórico significativo en que los términos teóricos se construyen a partir de los observacionales, hasta un cálculo abstracto en que los términos reciben su significado mediante un sistema de reglas de interpretación.

En efecto, el criterio empirista de significado comienza refiriéndose al significado de la proposición, rechazando tajantemente la pseudo-proposición o proposición sin sentido, y termina aplicándose globalmente al sistema de postulados y reglas de correspondencia.

Una proposición es cognitivamente significativa si es susceptible, al menos en principio, de verificación completa por medio de la observación. Este será el primerísimo criterio que enseguida sustituirá 'verificación completa' por 'confirmación'.

El sentido, el significado, la verdad o probabilidad, está en cada proposición. La proposición observacional tiene un sentido directo, ya que puede ser contrastada directamente; la proposición teórica ha de ser traducida a proposición o proposiciones de observación para adquirir sentido. Y es esta traducción la que adquiere diferentes matices provocando diferentes planteamientos.

En una primera explicitación encontramos que:

- I) La teoría se formula en una lógica de primer orden con identidad.
- II) Los términos se agrupan en tres clases disjuntas o vocabularios:
 - a) vocabulario lógico que contiene los términos lógicos y matemáticos,
 - b) vocabulario teórico que contiene los términos teóricos,
 - c) vocabulario observacional que contiene los términos observacionales.
- III) Los términos observacionales se refieren a objetos físicos, o características de éstos, directamente observables.
- IV) Hay un conjunto de axiomas o postulados teóricos con términos teóricos.
- V) Los términos del vocabulario teórico han de ser definidos explícitamente en términos del vocabulario observacional.

Como puede verse en esta caracterización, el criterio de significado de las proposiciones teóricas pasa por la definición explícita de cada uno de sus términos en base a términos de observación. Los términos teóricos, se insistirá una y otra vez, son meras abreviaturas de los observacionales. No se admite más regla de correspondencia que la definición.

2. Id.

Pero muy pronto se evidenciará la insuficiencia de este planteamiento. Los términos disposicionales, a mitad de camino entre lo teórico y lo observacional, no son definibles explícitamente. Se recurre entonces a ciertas definiciones condicionadas, a las que se denomina enunciados de reducción. La «definición» queda subordinada a una operación previa. La cláusula V se transforma en:

V') Los términos teóricos pueden ser interpretados parcialmente en términos del vocabulario de observación mediante enunciados de reducción.

Pero aún más. Como señala Hempel, existen términos altamente teóricos que no son introducidos por definición ni por reducción. Se trata de construcciones muy complejas que no son introducidas por ningún proceso que les asigne significado individual. Las teorías de tipo avanzado en que aparecen estos términos, continúa Hempel, son sistemas hipotético-deductivos equiparables a los sistemas axiomáticos no interpretados de la lógica y de la matemática. Estos sistemas adquieren el carácter de teorías empíricas mediante interpretaciones que consisten en la traducción de algunas proposiciones. Se trata, de hecho, de interpretar el sistema teórico como un bloque, no ya término a término ni proposición a proposición. Ningún término puede quedar aislado, ya que algunos recibirán su «significado» del propio contexto a través de una relación indirecta con el plano de la observación.

Todo ello queda resumido en una nueva formulación de la cláusula V en que el concepto de regla de correspondencia ha sufrido un nuevo descenso:

V'') Las reglas de correspondencia constituyen un sistema interpretativo C respondiendo a las condiciones:

- a) C es finito.
- b) C es compatible con los axiomas.
- c) C contiene sólo términos del vocabulario teórico y del vocabulario observacional.
- d) Cada regla debe contener, esencial y no vacuamente, al menos un término teórico y un término observacional.
- e) El conjunto TC, teoría y reglas de correspondencia, debe ser cognitivamente significativo.

El punto e), que subraya el cambio de criterio, fué muy discutido por sus dificultades de explicitación total. De hecho acabó por ser abandonado. Suppe apunta, que el sistema TC es significativo si está parcialmente interpretado –es decir, si tiene consecuencias observables que lo hacen comprobable– de tal forma que ninguno de sus axiomas quede aislado. Es decir, V'' establece que es la teoría como un todo lo que debe ser cognitivamente significativo.

Esta posición plantea qué pueda considerarse como verdad de un sistema empíricamente significativo. Y nos encontramos que el concepto 'verdad' necesita en este caso de las dos vertientes –verdad formal', 'verdad-correspondencia'– entrelazadas. Porque el sistema en primer lugar ha de presumirse consistente; consistencia que en sentido

hilbertiano se traduce en verdad formal –problemática verdad formal–. Pero el sistema ha de tener una correspondencia con lo observable. Esta correspondencia pasa por los puntos de contacto con eso observable, por las consecuencias que se derivan del sistema como totalidad. Esta correspondencia, que no es por tanto de término a término, ni de proposición a proposición, es inseparable de la consistencia, de la coherencia, al ser entendida como correspondencia de todo el sistema. A esta luz puede entenderse la expresión usada en ciertos ámbitos, y tan discutida, de teoría de la verdad como coherencia. La verdad objetivamente considerada es verdad formal, o verdad-correspondencia. Pero la verdad subjetiva es una mezcla inseparable de ambos planos en tensión.

En estos planteamientos se evidencia ya un análisis lógico que distingue entre teoría abstracta e interpretación. En efecto, una última versión califica ya a la teoría como cálculo, –ya se ha apuntado antes en la alusión a Hempel– que ha de ser interpretado mediante enunciados mixtos –teórico-observacionales– que son las reglas de correspondencia.

En esta evolución descrita podemos preguntarnos por el status de los axiomas. Recordemos que en el logicismo los axiomas son verdades lógicas, mientras que en el formalismo pueden ser meras convenciones. Para el positivismo lógico los axiomas no pueden ser sino las leyes más altamente teóricas. Pero si en un primer positivismo estas leyes serán hipótesis extraordinariamente bien confirmadas–lo que más se acerca a la verdad en el terreno empírico– en la última versión el problema se vuelve mucho más complejo. Las leyes son a menudo construcciones muy sofisticadas, que hacen referencia a situaciones ideales y contienen términos cuyo significado individual ofrece grandes problemas. Postular el convencionalismo de las leyes parece el paso siguiente. De hecho, convencionalismo e instrumentalismo conviven fácilmente con esta última versión: las leyes son convenciones útiles, las teorías son herramientas adecuadas.

La definición presenta asimismo matices variados, en cuanto al uso, e incluso en cuanto al propio concepto. En el plano interpretativo tenemos la definición explícita de términos teóricos a partir de términos observacionales, que funciona como la más estricta de las reglas de correspondencia. En el plano formal tenemos la definición que actúa en sentido opuesto a la anterior ya que construye a partir de unos pocos términos teóricos primitivos todo el resto. Según esto habrá algunos términos teóricos que gozarán de ambas definiciones. La mayor parte de los que no sean interpretables directamente mediante definición se apoyarán en los primitivos. Para los primitivos se hablará de otro tipo de definición, una especie de definición contextual, que les viene dada por el propio sistema de axiomas. El significado empírico se transmitirá de un modo u otro a través de esta red a la que se pedirá que ningún término quede desconectado.

Esta definición contextual, propuesta por Hilbert por primera vez, en su versión de la geometría euclídea, para los conceptos ‘punto’, ‘línea’, ‘plano’..., puede corresponder en cada caso a múltiples objetos, lo que cuestiona su calidad de definición. «Me parece»

—le criticará Frege³— «que lo que usted en realidad quiere definir son conceptos de segundo orden, pero que usted no los distingue claramente de los de primer orden».

«En efecto» —comenta Mosterín— «los axiomas de Hilbert definen algo —como él decía— pero lo que definen —y no implícita sino explícitamente— no son los conceptos de primer orden de punto, recta etc, sino el concepto de segundo orden de espacio euclídeo, o, como hoy diríamos, la estructura abstracta de espacio euclídeo».

En una palabra, lo que definen los axiomas es la estructura subyacente a la teoría. Y esta idea ya claramente vista por Frege será la idea conductora de los enfoques lógicos estructuralistas.

El problema de la consistencia y el de la verdad formal nos llevan de alguna forma a los enfoques semánticos que postulan un modelo intermedio entre teoría y observación, al ser ésta última sólo una interpretación parcial de la primera.

El positivismo lógico nos conduce a través de la autocrítica hasta la puerta de estos nuevos planteamientos en que de nuevo puede plantearse el paralelismo aquí esbozado entre filosofía de la ciencia empírica y filosofía de la matemática.

BIBLIOGRAFIA

- CARNAP, R. *Fundamentos de lógica y matemáticas*. Chicago, 1939. Traducción castellana: Madrid, 1975.
- HEMPEL, C.G. «Problemas y cambios en el criterio empirista de significado», en Ayer A.J. ed. *El positivismo lógico*. Chicago, 1959. Traducción castellana: Mexico, Madrid, Buenos Aires, 1965.
- MOSTERÍN, J. «La polémica entre Frege y Hilbert acerca del método axiomático», en *Conceptos y teorías en la ciencia*. Madrid, 1984.
- SUPPE, F. *La estructura de las teorías científicas*. Illinois, 1974. Traducción castellana: Madrid, 1979.

3. Id.