

Modelo computacional para la formación de clases de equivalencia

Andrés García García^{*1}, José Antonio Martín Hernández²

María Teresa Gutiérrez Domínguez¹

¹Universidad de Sevilla, España

¹Universidad Complutense de Madrid, España

ABSTRACT

A Computational Model for the Formation of Equivalence Classes. A computational model of neuronal net closely related with the formation of equivalence classes is developed. First the formal pattern of the neuronal net is presented and then its operation and its direct relationship with the phenomenon of the formation of the equivalence classes and with the derived relationships are explained. Later on, the validation of the pattern is described carrying out several simulations allowing verification of the pattern so it is able to generate relationships not explicitly trained, these results being adjusted to the basic results of this investigation line. These simulations were carried out using a training of classic conditioning and a test phase by means of conditional discriminations.

Key words: computational model, neuronal net, equivalence classes.

RESUMEN

Se desarrolla un modelo computacional de red neuronal que está estrechamente relacionado con la formación de clases de equivalencia. Primero se presenta el modelo formal de la red neuronal para luego explicar su funcionamiento y su relación directa con el fenómeno de la formación de las clases de equivalencia y con las relaciones derivadas. Posteriormente, se describe la validación del modelo realizando varias simulaciones permitiendo verificar así que el modelo es capaz de generar relaciones no explícitamente entrenadas, ajustándose estos resultados a los resultados básicos de esta línea de investigación. Dichas simulaciones se realizaron utilizando un entrenamiento de condicionamiento clásico y una fase de prueba mediante discriminaciones condicionales.

Palabras clave: modelo computacional, red neuronal, clases de equivalencia.

El laboratorio en el que tuvo lugar el primer estudio documentado sobre las clases de equivalencia (Sidman, 1971) fue la unidad del Servicio de Neurología del Hospital General de Massachusetts. La mayoría de los pacientes ingresados en este centro eran afásicos y mostraban severos desórdenes en el lenguaje a causa de un daño cerebral debido a una enfermedad o accidente. Puesto que estos pacientes no podían hablar ni escribir, se tuvo que investigar su comprensión lectora sin requerirles que hablaran o

* La correspondencia sobre este artículo puede ser enviada al primer autor: Departamento de Psicología Experimental, Facultad de Psicología, c/ Camilo José Cela sn, 41018 Sevilla, Spain. Email: andresgarcia@us.es.

escribieran. Para solventar estas dificultades se utilizó el procedimiento de igualación a la muestra. Para este primer estudio se trabajó con un paciente de 17 años, institucionalizado, microcefálico y severamente retrasado. Dicho sujeto ya sabía igualar palabras habladas (A) a imágenes (B). Hubo que enseñarle progresivamente a igualar palabras habladas a palabras escritas (C). Con este entrenamiento se consiguió que el sujeto igualara imágenes (B) como muestras a palabras escritas (C) como comparaciones, y viceversa (relación C-B). También se consiguió que el paciente nombrara las palabras escritas (relación C-A). En definitiva, tras entrenar a un sujeto a relacionar 20 palabras dictadas con sus correspondientes imágenes y palabras escritas (40 relaciones en total), éste demostró ser capaz, sin entrenamiento adicional, de realizar 40 nuevas tareas, relacionando texto con imágenes e imágenes con texto. Sidman demostró que igualar palabras habladas a imágenes y palabras escritas era suficiente para la emergencia de lectura comprensiva y lectura oral.

Más de una década de investigación (Sidman y Tailby, 1982) fue necesaria antes de llegar a una formulación rigurosa y sistemática de las relaciones emergentes siguiendo la ya mencionada lógica matemática de los conjuntos. Tres propiedades son las que componen esta definición: reflexividad, simetría y transitividad. Si seguimos con los ejemplos de discriminaciones condicionales antes comentados (letras como muestras y números como comparaciones en una tarea y números como muestras y líneas como comparaciones en la otra) podríamos definir las propiedades características de la equivalencia como sigue: 1) Reflexividad: intercambiabilidad de un elemento consigo mismo ($A = A$). 2) Simetría: inversión de la relación muestra = estímulo de comparación (Si $A = 1$, entonces $1 = A$). 3) Transitividad: transferencia entre dos discriminaciones condicionales mediada por algún elemento compartido (Si $A = 1$ y $1 = l$, entonces $A = l$). La denominada prueba de equivalencia consistiría en la inversión de la transitividad (elegir "A" en presencia de "l"). Vemos, pues, que la relación reflexiva la debe cumplir cada estímulo, la simetría debe cumplirla cada pareja de estímulos y la transitividad cada triada de estímulos. En el momento en que los elementos de un grupo (p.e.: "A", "1" y "l") cumplen las tres propiedades antes citadas, decimos que forman una clase de equivalencia (ver García y Benjumea, 2002; Gómez, García, Gutiérrez y Bohórquez, 2004; Luciano, Barnes-Holmes y Barnes-Holmes, 2001).

El fenómeno de las clases de equivalencia ha estado englobado generalmente dentro del procedimiento operante (McGuire, Stromer, Mackay y Demis, 1994; Schenk, 1995; Sidman, Wynne, McGuire y Barnes, 1989; Smeets, Barnes y Roche, 1997; Vaughan, 1988), utilizándose para su estudio básicamente las discriminaciones condicionales formalizadas por Skinner (1950) e impulsadas décadas después por el estudio de Sidman en 1971 (García, 2002). Estudios más recientes han evidenciado, no obstante, la formación de clases de equivalencia mediante el entrenamiento respondiente. En este procedimiento la presentación de un estímulo A predice la llegada de un estímulo B. Después de suficiente exposición a este entrenamiento respondiente se evalúa la formación de clases de equivalencia utilizando un procedimiento de igualación a la muestra.

Leader, Smeets y Barnes (1997) utilizaron nueve sílabas sin sentido como estímulos y sometieron a los sujetos, chicos preescolares, a un entrenamiento pavloviano A-B y B-C. En la fase de prueba evaluaron la formación de clases de equivalencia a través de

un procedimiento de igualación a la muestra. Los resultados de este estudio mostraron que es posible producir equivalencia en sujetos humanos usando un procedimiento de condicionamiento clásico.

Gutiérrez y Benjumea (2003) utilizaron un entrenamiento de condicionamiento clásico para la formación de clases funcionales en función del tipo de contingencias (positivas, negativas y neutras) que señalaba el estímulo condicionado. Concretamente como estímulo condicionado se presentaban diversas figuras de color y como efecto se utilizó una imagen de teléfono con su sonido correspondiente. En la fase de prueba se utilizaron discriminaciones condicionales. Los resultados mostraron que la formación de clases es posible utilizando un procedimiento de condicionamiento clásico en el entrenamiento. Los sujetos formaron clases funcionales para los estímulos que señalan una relación contingente con su presentación, siendo más consistente la clase de estímulos excitatoria (positiva) que inhibitoria (negativa).

Hasta aquí hemos querido hacer una breve descripción de la línea de investigación de las clases de equivalencia. A continuación se describirá un modelo computacional y su relación directa con la formación de las clases de equivalencia utilizando el procedimiento de condicionamiento clásico (Barnes-Holmes, Barnes-Holmes, Smeets, Cullinan y Leader, 2004).

Se quiere mostrar un modelo computacional de red neuronal que está estrechamente relacionado con la formación de clases de equivalencia. Su inclusión aquí se debe a que al ser un modelo computacional, es un procedimiento constructivo que permite experimentar en un ordenador digital el mismo tipo de relaciones (de equivalencia) exhibidas por organismos vivos. Este modelo, uno de los más sencillos y de uso más extendido, es un modelo con base biológica fundamentado en las relaciones de competición entre neuronas e inhibición lateral.

El modelo del que hablamos es el Modelo de los Mapas Auto-organizados propuesto por Kohonen (Kohonen, 1973; Kohonen, Lehtio y Rovamo, 1974; Kohonen y Oja, 1976; Kohonen, Reuhkala, Makisara y Vainio, 1976). Primero se presenta el modelo formal de la red neuronal para luego explicar su funcionamiento y su relación directa con el fenómeno de la formación de las clases de equivalencia. Una de las observaciones fundamentales para el desarrollo del modelo, y que es básicamente la justificación del mismo, radica en el fenómeno de las relaciones derivadas. Siguiendo la definición de las clases de equivalencia, puede fácilmente elaborarse un modelo computacional que aprenda clases de equivalencia mediante una simple red de neuronas artificiales con topología de perceptrón multi-capa y entrenar mediante retro-propagación las relaciones necesarias (de forma explícita) para la formación de dichas clases. Sin embargo, no es ésta la tarea que se aborda, pues con un perceptrón multi-capa las relaciones derivadas posibles (en el ámbito computacional) son de dos tipos básicos:

- (a) Ruido proveniente de las condiciones iniciales de la red. Es decir, habrá patrones de entrada a los que la red responderá de forma similar, a pesar de no estar emparejados, debido a un entrenamiento insuficiente o problemas de convergencia del modelo debido mayormente a las condiciones iniciales, es decir la característica aleatoria con la cual se inician los pesos de las conexiones sinápticas.
- (b) El otro tipo de relaciones derivadas consisten en que la red responderá de forma

similar a patrones físicamente similares.

El problema fundamental es que con estos tipos de relaciones derivadas computacionales no pueden emularse las relaciones derivadas que ocurren en el proceso de formación de clases de equivalencia, pues no hay transitividad entre estímulos físicamente distintos: la transitividad no se deriva. Así, fundamentalmente el modelo que se propone es un modelo que permite la formación de clases de equivalencia y que emula el proceso de la derivación de la relación de transitividad (y posteriormente la de equivalencia) observado en la investigación empírica sobre el tema.

El modelo de mapas auto-organizados (SOFM) fue desarrollado durante las décadas de los setenta y ochenta del siglo pasado por Teuvo Kohonen (Kohonen, 1973; Kohonen, Lehtio y Rovamo, 1974; Kohonen y Oja, 1976; Kohonen, Reuhkala, Makisara y Vainio, 1976). Este modelo es uno de los modelos de redes no supervisadas más ampliamente usadas debido a su simplicidad y enorme potencial de aplicabilidad práctica.

El modelo SOFM está inspirado en la observación fisiológica de la corteza visual del cerebro de los primates, que tiende a formar un mapa espacial de características que preservan la topología de los estímulos de entrada. Esta topología se auto-organiza por medio del mecanismo básico de inhibición lateral que consiste en una serie de interacciones entre neuronas vecinas “que compiten entre sí para lograr un disparo”, hecho que ha sido estudiado y verificado mediante evidencia neuro-fisiológica.

En su versión más simple, el modelo SOFM se representa por una matriz de $(N \times M)$ unidades de proceso (nodos o neuronas) que forman una capa simple. Cada unidad de proceso o neurona está generalmente representada por un vector $w_{ij}(t)$ donde $w_{ij}(t)$ pertenece al espacio de los números reales de dimensión N : R_n y representan los “pesos sinápticos”.

En la fase operativa, estos pesos permanecen fijos. Cada neurona (i,j) calcula el grado de similitud entre un vector de entrada (estímulo) y su propio vector de pesos sinápticos por medio de alguna medida de similitud o diferencia, por ejemplo, la distancia euclídea. Una vez que todas las neuronas han calculado su grado de similitud con el estímulo de entrada la neurona más similar inhibe al resto de neuronas (inhibición lateral) estableciéndose así como la neurona “ganadora” según la siguiente ecuación:

$$d(w_g, X) = \min_{ij} [d(w_{ij}, X)] \quad \forall i, j \in (n \times m)$$

De esta forma, cada neurona actúa como un detector de un patrón estimular específico y la neurona ganadora (g) indica la característica específica o patrón detectado en el vector de entrada (X) . En la fase de entrenamiento (aprendizaje) cada neurona es inicializada de forma aleatoria uniforme con la intención de cubrir uniformemente las diferentes características del espacio de entrada. El proceso para entrenar la red comienza con la presentación de un vector de entrada X (estimulación) y por medio del mismo proceso de fase operativa (selección de una neurona ganadora). Una vez obtenida una neurona ganadora, ésta modifica sus pesos sinápticos de tal forma que hace que la neurona responda en el futuro más fuertemente al mismo estímulo. Es decir, se refuerza la asociación estímulo-respuesta entre la neurona ganadora y el estímulo

siguiendo la siguiente ecuación:

$$w_g = w_g + \alpha [X - w_g]$$

donde α es un factor llamado clásicamente “ritmo de aprendizaje”.

Puede verse que la ecuación anterior es la ecuación clásica de estimación de la media adaptativa que de forma progresiva aproxima el valor esperado (μ) de un conjunto $X=[x_1 \dots x_\infty]$ de observaciones obtenidas de forma secuencial:

$$w_{ij} = w_{ij} + \alpha \times N_g$$

De este modo, en presencia del mismo estímulo la neurona ganadora responderá en el futuro con mayor intensidad a este estímulo. Este proceso es repetido varias veces para diferentes patrones de entrada de forma tal que al final del entrenamiento la totalidad de las neuronas estarán especializadas en un tipo específico de características del dominio de entrada. Una de las características que definen al modelo SOFM es la relación entre neuronas próximas en el mapa. El modelo SOFM introduce una función de vecindad que define el entorno de la neurona ganadora. La idea principal consiste en que las neuronas vecinas a la neurona ganadora sean actualizadas tomando una fracción del aprendizaje de la neurona ganadora. Esta fracción se determina según la función de vecindad. Existen diferentes funciones de vecindad que son usadas frecuentemente. Las más comunes son “gaussianas” y rectangulares. De esta forma una ecuación más general del modelo seguirá la siguiente ecuación:

$$w_{ij} = w_{ij} + \alpha \times N_g(i, j) \times [X - w_{ij}]$$

donde $N_g(i, j)$ es la función de vecindad.

De este modo, para la neurona ganadora la función de vecindad valdrá 1 y para el resto tomará un valor entre (0 y 1). Así las neuronas vecinas responderán a estímulos cercanos al estímulo de entrada. Finalmente, podemos definir el modelo SOFM como un sistema dividido en los siguientes componentes:

1. Una colección de unidades de proceso llamadas neuronas donde cada unidad de proceso posee una representación interna de pesos sinápticos $w(ij)$.
2. Una medida de similitud $d(\cdot)$, que se aplica entre la representación interna de cada neurona y un vector arbitrario de entrada, y que determina el nivel de activación de cada neurona.
3. Una función de vecindad $N_g(i, j)$ que representa las interacciones laterales entre las neuronas de la red.
4. Una regla de aprendizaje $\Delta w(ij)$ que modifica los pesos sinápticos de cada neurona tomando en cuenta el factor de aprendizaje y la función de vecindad.

El modelo consiste en una única capa de neuronas o elementos de proceso, donde cada neurona puede estar representada por un vector, una matriz o cualquier otra estructura de datos que quiera utilizarse. Para nuestro propósito, a cada neurona o elemento de proceso lo definiremos como una matriz, consistente en N filas y M columnas tal y como se muestra en la figura 1.

Donde cada celda podrá tomar un cierto valor numérico. Una metáfora útil es pensar en esta estructura como un dispositivo análogo a la retina ocular. Así, una capa formada por estas unidades de procesamiento puede verse como una malla cuadrada compuesta por neuronas organizadas en filas y columnas en forma análoga a la organización funcional de la corteza visual primaria V1 y V2. El procedimiento de entrenamiento es el siguiente: para una entrada determinada (estímulo) (A) cada neurona calcula un grado de parecido con (A) y la neurona cuyo parecido sea máximo se seleccionará como la neurona ganadora.

Una vez que una neurona ha sido seleccionada como ganadora, se refuerza o castiga a la neurona haciendo que la representación interna de la neurona se parezca o difiera un poco más de la entrada (A). Entendemos por “representación interna” al formato informático que se utiliza para almacenar y representar un modelo de los estímulos que el sistema percibe. Este modelo en la mayoría de las aplicaciones consiste en un vector numérico que incluye valores computados de determinadas características físicas de un estímulo y puede, o no, tener significado para un observador humano. Así, si repetimos el proceso de entrenamiento bajo la misma entrada y utilizamos un elemento reforzador, el comportamiento de una neurona puede verse como la siguiente secuencia mostrada en la figura 2.

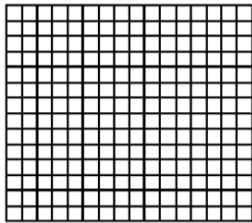


Figura 1. Unidad de proceso o neurona.

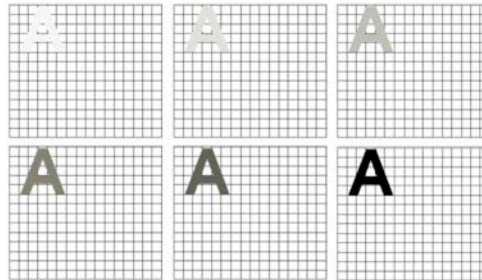


Figura 2. Entrenamiento de secuencia con refuerzo.

De esta forma, la neurona queda condicionada a responder a la entrada (A) y siempre que la entrada sea (A) la neurona disparará y será la ganadora. Así, debemos ahora considerar la inclusión de un factor refuerzo/castigo en la regla de aprendizaje, quedando la siguiente ecuación como la regla de aprendizaje básica la ecuación:

$$w_{t+1} = w_t + \alpha \times \beta \times N_g \times [X - w_t]$$

donde W_g es la representación interna de cada neurona en el instante (t+1) (después de la presentación del estímulo) y el nuevo parámetro (β) es un valor en el intervalo (-1 , 1) que actúa como reforzador (premio +1 o castigo -1). De esta forma, mediante un proceso continuo de reforzamiento y castigo la representación del mapa completo tenderá a asociar positiva o negativamente las características presentes en el conjunto de estímulos de entrenamiento.

La forma de utilizar el modelo anteriormente descrito para realizar aprendizaje por asociación es la siguiente: Supongamos ahora que una vez entrenada la red para reconocer el estímulo (A) se la entrena para reconocer el estímulo compuesto (AB). Dado que el grupo de neuronas que hemos entrenado se activa cuando está presente (A), disparará de igual forma para el estímulo compuesto (AB), ya que (A) está contenido en el estímulo compuesto (AB) y así el entrenamiento con reforzamiento positivo producirá una asociación entre los estímulos (A) y (B) como puede verse en la siguiente secuencia mostrada en la figura 3.

De esta forma, la neurona ha sido entrenada para responder al estímulo compuesto (AB), y de hecho para responder al estímulo (A) y al estímulo (B). Es importante señalar que esta neurona ahora cumple dos de las propiedades de una clase de equivalencia: (1) Reflexividad: $A \rightarrow A$, $B \rightarrow B$; y (2) Simetría: $A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$.

El hecho fundamental es que ahora la neurona no puede diferenciar entre los estímulos A o B y para ella son equivalentes, pero lo más importante aún y que es parte de nuestra hipótesis fundamental es que si ahora entrenamos una nueva relación (B+C) el estímulo (C) formará parte de la representación interna de la neurona y por tal motivo quedará relacionado de forma derivada con el estímulo (A) cumpliendo así la propiedad transitiva: (3) Transitividad: $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $A \rightarrow C$.

De esta forma, la neurona ha aprendido una clase de equivalencia (A, B, C) donde la propiedad de transitividad es derivada. A partir de este momento los estímulos (A, B, C) son equivalentes para la red, aún sin haber entrenado explícitamente las relaciones de reflexividad necesarias para inducir exhaustivamente una clase de equivalencia entre los estímulos (A, B, C).

Debido a que existirán tantas neuronas como se quieran definir en el modelo, podrán generarse tantas clases de equivalencia como se quiera.

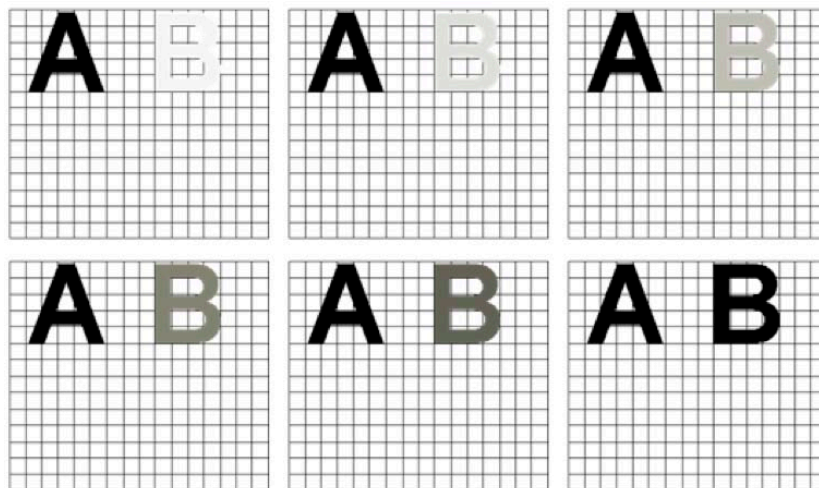


Figura 3. Secuencia de entrenamiento con reforzamiento positivo para un estímulo compuesto (A+B) (presentación simultánea).

VALIDACIÓN EXPERIMENTAL
FASE I: GENERACIÓN DE CLASES DE EQUIVALENCIA

El objetivo de esta fase fue la formación de clases de equivalencia mediante condicionamiento clásico, utilizando para ello una herramienta informática basada en el modelo computacional propuesto para la formación de clases de equivalencia.

MÉTODO

Instrumentos

La herramienta fundamental para la realización del experimento fue un ordenador personal con sistema operativo *Windows XP* y con el siguiente software: *python 2.5*, *python-imagine-library* (PIL 1.6), y *Numeric-Python*. El modelo computacional para la formación de clases de equivalencia ha sido desarrollado en *python* y consta del núcleo principal compuesto por un modulo donde se especifica la Red Neuronal SOM con todas sus operaciones y una aplicación gráfica que, utilizando el modulo SOM, permite el aprendizaje de clases de equivalencia de tres elementos. Los estímulos con los que trabajamos fueron los mismos con los que se ha realizado una serie experimental anterior con humanos en (García, Bohórquez, Gutiérrez, Gómez, y Pérez, 2008) y se muestran en la figura 4.










	A	B	C
1			
2			
3			

Figura 4. Estímulos utilizados para la experimentación.

Procedimiento

Se inicia la aplicación gráfica *-EqClass.py-* en la que se pueden aprender 3 clases de equivalencia con 3 elementos cada una.

Para generar una clase de equivalencia, debe seleccionarse, por ejemplo, algún estímulo A (A1, A2 ó A3) junto con un estímulo B (B1, B2 ó B3) y presionar el botón azul (Presentar Estímulo). Al hacer esto, serán presentados los estímulos seleccionados y el sistema se comportará según se ha descrito en la sección del método computacional. Por ejemplo, presentamos los estímulos (A1B1) y presionamos una vez el botón azul y el botón ver memoria tal y como se muestra en la figura 5.

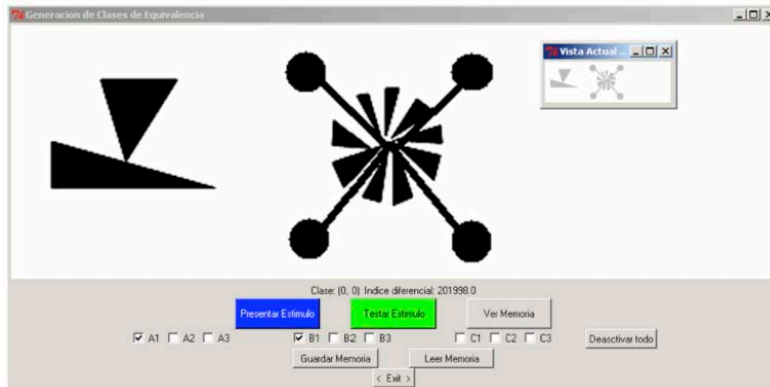


Figura 5. Presentación de estímulos A1B1.

Al realizar el proceso anterior podemos ver en la vista de memoria (ventana pequeña arriba a la derecha) cómo dentro de la memoria del modelo comienza a aprenderse débilmente la relación entre el estímulo A1 y B1. Es importante destacar que la aplicación nos da directamente una etiqueta de clase y un valor numérico que indica cómo es la relación establecida. En este caso la etiqueta indica Clase (0,0) Índice Diferencial 201.998. El Índice diferencial es el valor inverso a la fuerza de unión entre los estímulos presentados, siendo completamente fuerte cuando el Índice Diferencial es cero (0). Así, podemos repetir el entrenamiento mediante la presentación reiterada de los estímulos hasta conseguir un nivel diferencial muy bajo y relacionar así de forma más fuerte los estímulos. Después de unas 15 presentaciones de los estímulos, la fuerza de unión entre ellos es mucho mayor y la vista de memoria muestra que se ha aprendido la relación. Además de esto, podemos ver que el Índice Diferencial ha bajado considerablemente a un valor de tan sólo 2,33.

En este punto ya existe una unión entre A1 y B1 de tal modo que si presentamos solo el estímulo A1, la red responderá con la misma etiqueta de clase, haciéndonos saber que pertenece a la misma categoría.

Algo importante a resaltar es que, cuando pedimos ver la memoria interna al haber presentado el estímulo A1, la vista de la memoria interna nos muestra tanto el estímulo A1 como el B1, es decir, para el modelo ambos estímulos son equivalentes. Podemos ver además que el mismo fenómeno ocurre si presentamos solo el estímulo B1.

Una vez hecho esto, podemos proceder a la generación de una clase de equivalencia de 3 miembros, por ejemplo la clase A1B1C1, simplemente presentando como estímulo A1C1 o B1C1 y entrenar hasta que el índice diferencial sea suficientemente bajo. Presentamos entonces los estímulos B1C1 para formar una clase de equivalencia de tres miembros A1B1C1. Al presentar los estímulos B1C1 al modelo por primera vez, vemos en la figura 6 que el modelo comienza a asociar el nuevo estímulo C1 con los estímulos A1 y B1, es decir, por un lado comienza a establecerse una relación que hemos hecho explícita entre B1C1, pero al mismo tiempo podemos ver que comienza a surgir una relación derivada de transitividad entre los estímulos A1 y C1.

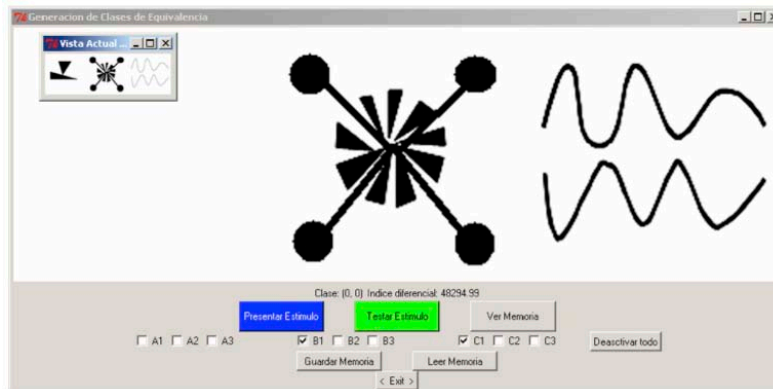


Figura 6. Presentación de estímulos B1C1 y comienzo de relación de transitividad derivada entre los estímulos A1 y C1.

Una vez que repetimos varias veces la presentación de los estímulos B1 y C1 hasta el punto de disminuir significativamente el Índice Diferencial, podemos observar en la vista de memoria interna que la clase de equivalencia ha sido aprendida.

Luego de generar la clase de equivalencia (A1B1C1) se ha procedido a la generación de dos nuevas clases de equivalencia (A2B2C2) y (A3B3C3) con resultados satisfactorios.

FASE II: PRUEBAS DE IGUALACIÓN A LA MUESTRA

Como verificación final del proceso de formación de clases de equivalencia se procedió a realizar un experimento de validación de este aprendizaje mediante la tarea de igualación a la muestra.

MÉTODO

Instrumentos

La herramienta fundamental para la realización del experimento fue un ordenador personal con sistema operativo *Windows XP* y con el siguiente software: *python2.5*, *pyhton-imagine-library* (PIL 1.6) y *Numeric-Python*. El modelo computacional para la formación de clases de equivalencia ha sido desarrollado en *python* y consta del núcleo principal compuesto por un módulo donde se especifica la Red Neuronal SOM con todas sus operaciones y 1 aplicación gráfica que utilizando el modulo SOM permite la realización de los experimentos de igualación a la muestra.

Procedimiento

En primer lugar se inicia la aplicación gráfica (*ParEq.py*). Al pulsar el botón (Leer Memoria) el modelo lee la memoria almacenada en disco que contiene la red

SOM donde fueron generadas las clases de equivalencia. Una vez realizado este paso, se procede a realizar pruebas de igualación a la muestra de forma libre, seleccionando bajo cada recuadro blanco el estímulo que queremos presentar. La gráfica está dividida en 2 partes, la parte izquierda donde se presenta la muestra y la parte derecha donde se presentan los estímulos de comparación. Seleccionemos por ejemplo el estímulo A1 como muestra y los estímulos B2 y C1 como comparaciones según se muestra en la figura 14, para finalmente presionar el botón (Solicitar Respuesta).

Como podemos ver en la parte inferior de la figura 7, la aplicación indica que hay una comparación válida entre la muestra y el estímulo 2 (el de la derecha), es decir, que pertenecen a la misma clase de equivalencia (más concretamente, la relación A1C1 se considera como prueba válida de transitividad).

A continuación procedemos con otra prueba. Presentamos como muestra al estímulo C1 y como estímulos de comparación 1 y 2 A1 y A3 respectivamente, indicándonos la aplicación que el estímulo de comparación 1 (A1) es válido, es decir, que forma parte de la misma clase de equivalencia que (C1). Esta prueba (C1A1) es la que se ha usado de modo estándar como prueba unificada de equivalencia, ya que incluye tanto la transitividad como la simetría.

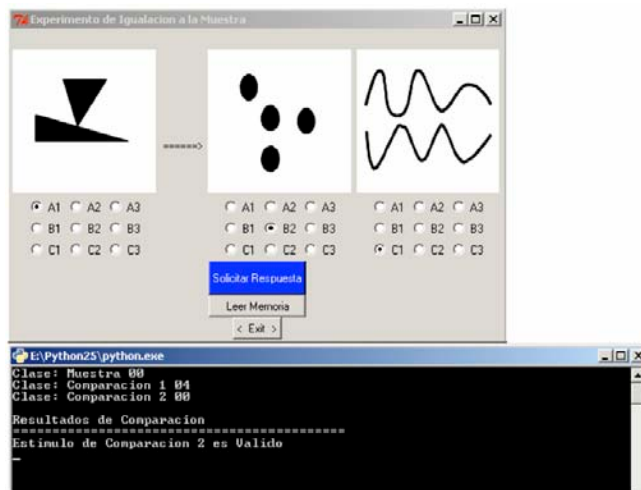


Figura 7. Presentación Ensayo de igualación a la muestra (A1)--(B2,C3).

DISCUSIÓN

Se ha desarrollado un modelo computacional para el estudio de la formación de clases de equivalencia. El modelo está inspirado en la neurofisiología ya que está compuesto principalmente por un modelo de red neuronal artificial conocido como SOFM ó SOM. Este modelo de red neuronal artificial ha sido modificado en su forma original para adaptarlo al tipo de función psicológica que debía desempeñar dentro del

modelo computacional propuesto. El modelo se ha explicado en su parte teórica y ha sido verificado mediante experimentación. Se han llevado a cabo varios experimentos para validar el modelo y verificar que se ajusta a los hechos básicos de las clases de equivalencia como son la simetría, la reflexividad y la transitividad. Mediante la experimentación con el modelo se ha podido constatar la generación de relaciones derivadas, es decir, no explícitamente entrenadas. Este hecho es fundamental ya que es una de las principales características que envuelven el estudio de la formación de clases de equivalencia y sus características en cuanto a la riqueza que ofrecen para experimentos en muy diversas áreas. Cabe destacar que el procedimiento que se ha seguido para la formación de las clases de equivalencia a través de la red neuronal ha sido el condicionamiento respondiente, lo que incidiría en la línea (Tonneau, 2001) de que tras el aprendizaje de las relaciones de equivalencia están actuando procesos de condicionamiento de segundo orden (Clayton y Hayes, 1999).

Este estudio representa un punto de partida de colaboración multidisciplinar y, como tal, deja abierta la investigación tanto para ampliar el número de fenómenos abordados por el modelo, como para el estudio de la incidencia de determinadas variables a nivel paramétrico. Entre las futuras líneas de investigación está la extensión del modelo para condicionamiento de orden superior, experimentos en Equivalencia-Equivalencia y la mejora del modelo para experimentación en entornos más "reales". También queda pendiente para trabajos inmediatos estudiar fenómenos de pre-exposición como la inhibición latente o, por otra parte, la posibilidad de romper parcialmente clases ya formadas. Del mismo modo, es necesario trabajar con el modelo computacional para ajustar el nivel de ejecución diferencial que suele aparecer en las diferentes propiedades definitorias de la equivalencia. Por último, de cara a dar mayor generalidad al estudio, sería interesante estudiar el potencial de la red neuronal para modelar la derivación de relaciones distintas a la equivalencia (por ejemplo, relaciones de oposición, diferencia, comparación, jerarquía, etc).

Se tiene como uno de los objetivos a largo plazo contar con un modelo lo suficientemente robusto, es decir, que se ajuste lo más posible al fenómeno que se da en animales (humanos o no), y utilizar este modelo para hacer predicciones, experimentos y pruebas de hipótesis. Con respecto a la formación de clases de equivalencia y la demostración de sus propiedades por parte de otras especies animales, conviene aclarar que, aunque es un tema que no está inequívocamente probado, sí es cierto que han aparecido en los últimos años varios trabajos que presentan serios indicios de su existencia: Frank y Wasserman, 2005; García y Benjumea, 2006; Schusterman y Kastak, 1993; Urcuioli, 2008).

Con este modelo desarrollado, podría ahorrarse parcialmente el coste en tiempo, recursos y esfuerzo que se invierte en un experimento donde intervienen gran cantidad de individuos y equipos. No obstante, queremos recalcar que utilidad del modelo es de tipo heurística, generadora de más investigación con organismos, no pretendiendo sustituir sino complementar a ésta.

Finalmente, este estudio de corte inter-disciplinar prosigue con la tradición que desde hace décadas lleva realizando el análisis experimental del comportamiento con otras disciplinas, compartiendo presupuestos y respetando vocabularios y técnicas, como

la farmacología y la fisiología (Lubinski y Thompson, 1987), la economía (Rachlin, Green, Kagel y Battalio, 1976), las matemáticas (Moreno, 1994), la política (Dorna y Méndez, 1979) y la propia informática (Holland, 1992) y más concretamente la inteligencia computacional (Sutton y Barto, 1998).

REFERENCIAS

- Barnes-Holmes D, Barnes-Holmes Y, Smeets P, Cullinan V y Leader G (2004). Relational frame theory and stimulus equivalence: conceptual and procedural issues. *International Journal of Psychology and Psychological Therapy*, 4, 181-214.
- Clayton M C y Hayes L J (1999). Conceptual differences in the analysis of stimulus equivalence. *The Psychological Record*, 49, 145-161
- Dorna A y Méndez H (1979). *Ideología y Conductismo*. Barcelona. Fontanella.
- Frank A J & Wasserman E A (2005). Associative symmetry in the pigeon after successive matching-to-sample training. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 84, 147- 165
- García A (2002). Antecedentes históricos del uso de discriminaciones condicionales en el estudio de la simetría. *Revista de Historia de la Psicología*, 23, 123-130.
- García A y Benjumea S (2002). Orígenes, ampliación y aplicaciones de la equivalencia de estímulos. *Apuntes de Psicología*, 20, 41-56.
- García A y Benjumea S (2006). The emergence of symmetry in a conditional discrimination task using different responses as proprioceptive simples in pigeons. *Journal of Experimental Analysis of Behavior*, 86, 65-80.
- García A., Bohórquez C, Pérez V, Gutiérrez MT y Gómez J (2008). Equivalence-equivalence responding: training conditions involved in obtaining a stable baseline performance. *The Psychological Record*, 58, 597-622.
- Gómez J, García A, Gutiérrez C y Bohórquez C (2004). Aportaciones del análisis conductual al estudio de la conducta emergente: algunos fenómenos experimentales. *International Journal of Psychology and Psychological Therapy*, 4, 37-66.
- Gutiérrez MT y Benjumea S (2003). Formación de clases funcionales utilizando una tarea de condicionamiento clásico. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 35, 165-174.
- Holland J (1992). *Adaptation in natural and artificial systems*. MIT Press.
- Kohonen T (1973). A new model for randomly organized associative memory. *International Journal of Neuroscience*, 5, 27-29.
- Kohonen T, Lehtio P y Rovamo J (1974). Modelling of neural associative memory. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae A*, 167, 1-18.
- Kohonen T, y Oja E (1976). Fast adaptive formation of orthogonalizing filters and associative memory in recurrent networks of neuron-like elements. *Biological Cybernetics*, 21, 85-95.
- Kohonen T, Reuhkala E, Makisara K, y Vainio L (1976). Associative recall of images. *Biological Cybernetics*, 22, 159-168.
- Lubinski D y Thompson T (1987). An animal model of the interpersonal communication of interoceptive (private) states. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 48, 1-15.
- Luciano MC, Barnes-Holmes Y y Barnes-Holmes D (2001). Early verbal developmental history and equi-

- valent relations. *International Journal of Psychology and Psychological Therapy*, 1, 137-149.
- McGuire RW, Stromer R, Mackay HA y Demis CA (1994). Matching to complex samples and stimulus class formation in adults with autismo and young children. *Journal of Autism and Developmental Disabilities*, 24, 753-772.
- Moreno R (1994). Notas sobre estadística y análisis del comportamiento. *Acta Comportamental*, 2, 40-42.
- Rachlin H, Green L, Kagel JH y Battalio RC (1976). Economic demand theory and psychological studies of choice. En GH Bower (Ed.), *The Psychology of Learning and Motivation*. Vol. 10 (pp 129-154). New York: Academic Press.
- Schenk JJ (1995). Complex stimuli in nonreinforced simple discrimination tasks: Emergent simple and conditional discriminations. *Psychological Record*, 45, 477-494.
- Schusterman RJ y Kastak D (1993). A California sea lion (*Zalophus californianus*) is capable of forming equivalence relations. *Psychological Record*, 43, 823-839
- Sidman M (1971). Reading and auditory-visual equivalences. *Journal of Speech and Hearing Research*, 14, 5-13.
- Sidman M y Tailby W (1982). Conditional discrimination vs. matching to sample: an expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 37, 5-22.
- Sidman M, Wynne C K, Maguire R W, y Barnes T (1989). Functional classes and equivalence relations. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 52, 261-274.
- Smeets PM, Barnes D y Roche B (1997). Functional equivalence in children: derived stimulus-response and stimulus-stimulus relations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 66, 1-17.
- Skinner BF (1950). Are theories of learning necessary? *Psychological Review*, 57, 193-216.
- Sutton RS y Barto A G (1998). *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press.
- Tonneau F (2001). Equivalence relations: A critical analysis. *European Journal of Behavior Analysis*, 2, 1-33.
- Urcuioli PJ (2008). Associative symmetry, "anti-symmetry", and a theory of pigeons' equivalence-class formation. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 90, 257-282.
- Vaughan W (1988). Formation of equivalence sets in pigeons. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 14, 36-42.

Recibido, 16 Marzo 2008
Aceptación final, 14 Enero 2010