

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS  
CONTINUOS, TEORÍA DE ESTRUCTURAS E INGENIERÍA  
DEL TERRENO**

**Tesis Doctoral:**

**“LA INFLUENCIA DE LA FORMA EN LAS  
ZAPATAS DE MEDIANERA Y DE ESQUINA”**

**Rocío Romero Hernández**

**Arquitecto**

**Sevilla, septiembre de 2004**

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS  
CONTINUOS, TEORÍA DE ESTRUCTURAS E INGENIERÍA  
DEL TERRENO**

**Tesis Doctoral:**

**“LA INFLUENCIA DE LA FORMA EN LAS  
ZAPATAS DE MEDIANERA Y DE ESQUINA”**

**Director Tesis Doctoral:  
Antonio Jaramillo Morilla**

**Doctorando:  
Rocío Romero Hernández  
Sevilla, septiembre de 2004**

## ÍNDICE

1.-	ANTECEDENTES	1
1.1.-	Historia de las cimentaciones	1
1.1.1.-	Inicio y evolución de los distintos sistemas de cimentación	1
1.1.2.-	Análisis de los sistemas de cimentación empleados en España desde el siglo XVIII	23
1.2.-	Tipología de cimentaciones	26
1.2.1.-	Cimentaciones superficiales y profundas	26
1.2.2.-	Tipología de zapatas	27
2.-	MÉTODOS DE CÁLCULO DE ZAPATAS DE HORMIGÓN	29
2.1.-	Nociones básicas de cálculo: Comprobaciones geotécnicas y estructurales	29
2.1.1.-	Acciones a considerar	29
2.1.2.-	Comprobación de tensiones en el terreno:	31
2.1.3.-	Comprobación estructural de la cimentación:	33
2.2.-	Presión máxima y presión de cálculo	37
3.-	ESTUDIO COMPARATIVO NORMATIVAS DE HORMIGÓN	40
3.1.-	Evolución de las distintas normativas españolas	40
3.1.1.-	Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado 1968/ EH-73	40
3.1.1.1.-	Zapatas rectangulares flexibles $h < v$ .	40
3.1.1.2.-	Zapatas rectangulares rígidas $h > v$	41
3.1.2.-	Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-80, 82 y EH-88	42
3.1.2.1.-	Cálculo a flexión:	43
3.1.2.2.-	Determinación y disposición de la armadura:	44
3.1.2.3.-	Adherencia de las armaduras en zapatas	44
3.1.2.4.-	Cálculo a cortante	45
3.1.2.5.-	Cálculo a punzonamiento	45
3.1.2.6.-	Comprobación de las condiciones de fisuración	45
3.1.2.7.-	Dimensiones y armaduras mínimas	46
3.1.3.-	EH-91	46
3.1.3.1.-	Cálculo a flexión	46
3.1.3.2.-	Comprobación a cortante	48
3.1.3.3.-	Comprobación a punzonamiento	49
3.1.3.4.-	Condiciones de adherencia	52
3.1.3.5.-	Comprobación de las condiciones de fisuración	52
3.1.3.6.-	Condiciones de anclaje	53
3.1.3.7.-	Dimensiones y armaduras mínimas	56

3.1.4.-	EHE-98	58
3.1.4.1.-	Clasificación de las cimentaciones	58
3.1.4.2.-	Dimensiones mínimas	59
3.1.5.-	Comprobación a punzonamiento	62
3.1.6.-	Comprobación a cortante	63
3.1.6.1.-	Cuantías mínimas	66
3.1.6.2.-	Modificación del valor de los recubrimientos.	66
3.2.-	Zapatas excéntricas, de medianería y de esquina	67
3.3.-	Cálculo a flexión de las zapatas de medianera	67
3.4.-	Cálculo a flexión de las zapatas de esquina	68
3.4.1.-	Resistencias mínimas del hormigón y el acero	68
3.5.-	EUROCÓDIGO EC-2	69
3.5.1.-	Comprobación a punzonamiento	69
3.5.2.-	Comprobación a cortante	70
3.6.-	ACI 318	70
3.6.1.-	Comprobación a punzonamiento	70
3.6.2.-	Comprobación a cortante	70
4.-	EVOLUCIÓN DE LOS DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO	72
5.-	EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO	75
5.1.-	Descripción del elemento shell	77
5.2.-	Placas gruesas. Teoría de Reissner/Mindlin	79
5.3.-	Cálculo de esfuerzos y deformaciones.	84
5.4.-	Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales	86
5.5.-	Formulación de los elementos finitos. Discretización del campo de movimientos.	87
5.6.-	Discretización del campo de deformaciones generalizadas	88
5.7.-	Obtención de la matriz de rigidez del elemento	89
5.8.-	Condiciones de contorno	91
6.-	COMPROBACIONES REALIZADAS	92
7.-	CÁLCULOS REALIZADOS CON EL SAP2000	106
7.1.-	Discretización del conjunto con luces de 3m	109
7.2.-	Discretización del conjunto con luces de 4m	110
7.2.1.-	Área 1 m <sup>2</sup>	110
7.2.2.-	Área 2 m <sup>2</sup>	113
7.2.3.-	Área 3 m <sup>2</sup>	113
7.3.-	Discretización del conjunto con luces de 5m	114
7.3.1.-	Área 1 m <sup>2</sup>	114
7.3.2.-	Área 2 m <sup>2</sup>	116
7.3.3.-	Área 3 m <sup>2</sup>	116

---

7.4.-	Discretización del conjunto con luces de 6m	117
7.4.1.-	Área 1 m <sup>2</sup>	117
7.4.2.-	Área 2 m <sup>2</sup>	118
7.4.3.-	Área 3 m <sup>2</sup>	119
7.5.-	Discretización del conjunto con luces de 7m	120
7.5.1.-	Área 1 m <sup>2</sup>	120
7.5.2.-	Área 2 m <sup>2</sup>	120
7.5.3.-	Área 3 m <sup>2</sup>	121
8.-	RESUMEN Y CONCLUSIONES	124
8.1.-	RESUMEN	124
8.2.-	CONCLUSIONES	127
8.3.-	FUTURAS INVESTIGACIONES	129
9.-	BIBLIOGRAFÍA	130

ANEJO 1: TABLAS

ANEJO 2: DEFINICIONES, SÍMBOLOS Y SISTEMAS DE UNIDADES

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

# 1.- ANTECEDENTES

## 1.1.- Historia de las cimentaciones

### 1.1.1.- Inicio y evolución de los distintos sistemas de cimentación

Se denomina cimentación a la parte de una estructura que transmite al terreno subyacente su propio peso, el de la superestructura y todas las sobrecargas.

El cimiento es por tanto el enlace entre la superestructura y el terreno, y son por ello elementos básicos en el diseño y organización general del edificio, aunque durante muchos siglos el diseño y dimensionamiento de los mismos, ha sido un proceso eminentemente empírico.

Un inadecuado diseño de la subestructura de un edificio colocado sobre un terreno inestable, conduce a la ruina del mismo, mientras que cimientos cuidadosamente diseñados y sólidamente establecidos, aseguran la permanencia de la edificación superior. Sin embargo, las cimentaciones de los edificios antiguos, a pesar del papel tan relevante que han tenido en la permanencia de los mismos, han sido normalmente ignoradas, en parte quizás porque no participan de los desarrollos formales, en parte por un posible desconocimiento de la importancia vital de las mismas.

También el estudio de las cimentaciones resulta dificultoso dado que éstas no suelen estar fácilmente accesibles y su observación requiere de complejas excavaciones arqueológicas. Vamos a realizar un recorrido, más o menos concreto, por distintas cimentaciones desde la antigüedad hasta nuestros días, haciendo un mayor hincapié en las cimentaciones superficiales por medio de zapatas, que son el tema fundamental de este documento.

Desde el momento en el que el hombre se hace sedentario necesita erigir su hogar, establecerse y para ello ha de ir colonizando el suelo. Las primeras estructuras de tierra de las que tenemos constancia, tenían un motivo religioso y datan del Neolítico o del Paleolítico Superior, mucho antes de la Edad del Hierro.

Incluso las presas de tierra eran erigidas a un dios, (figura 1).



Figura 1: Stonehenge

Stonehenge fue construido en tres fases que abarcan desde el 2400 hasta el 1700 a.C. Su tamaño, complejidad e importancia hacen de este monumento circular de la edad del bronce, una obra de características únicas. El círculo exterior de piedras hitas soportó en un principio un dintel arqueado que, a su vez, rodeaba a cinco trilitos (dolmen de dos piedras que sostienen a una tercera en posición horizontal) dispuestos en forma de U.

Las primeras viviendas eran ligeras, generalmente realizadas con raíces y ramas de los árboles, para ir evolucionando progresivamente hasta emplear ladrillo de barro cocido al sol, dispuestos en hiladas sucesivas.

En Mesopotamia hay restos del zigurat de Aqar Quf, donde vemos cómo se intercalaban entre las hiladas de ladrillos o bloques de barro, unas capas de arena con unas mallas tejidas con hojas y ramas que actuaban como elemento drenante, para eliminar la humedad y rigidizar las fábricas. (Kerisel, 1987)



Figura 2 Detalle de las mallas vegetales

El empleo de pilotes de madera, por ejemplo, se presenta en los palafitos, o viviendas lacustres neolíticas construidas hace más de 5.000 años, ejemplares de las cuales se han encontrado en el lago de Lucerna, en Italia y en Irlanda. Precisamente la palabra "palafitta" quiere decir en italiano pilotes hincados en tierra. Mediante estos pilotes se independizaban las viviendas de la acción de las mareas y los ataques por vía terrestre. Desde los primeros tiempos el hombre se va adaptando al medio y aprovechando los recursos de que dispone.

Los egipcios, los caldeos, etc... se sirvieron, para construir sus viviendas, de ladrillos de arcilla desecada o endurecida al sol, lo cual significaba que ya conocían algunas propiedades de este suelo y en otros casos emplearon grandes trozos de roca.

Los antiguos conocían ya las ventajas de cimentar en roca o en terreno estable. Así, la gran Pirámide de Keops (c. 3.000 a.C.), de 160 m de altura, fue cimentada en una superficie rocosa nivelada. La base rocosa es capaz de resistir presiones superiores a 3000 kPa. (Kerisel, 1987)



Figura 3 : Pirámide de Keops

Los problemas de Tolomeo II para construir el faro de Alejandría (200 a.C.) de 160 m de altura en la isla de Pharos, tuvieron que ser mayores, por los posibles efectos sísmicos.

Desde sus primeros días el hombre va a necesitar pronto del conocimiento del terreno, aunque en un principio se trataba de un conocimiento eminentemente empírico, no sólo para cimentar sus edificios sino también para construir las vías de comunicación. Según J.L. Escario (1960), el primer camino que registra la historia es el que construyó el faraón Keops, citado anteriormente, para transportar los materiales necesarios para la construcción de su pirámide. Las grandes losas empleadas en este camino indican que los egipcios eran ya conscientes de la necesidad de repartir las cargas sobre el terreno, con objeto de no superar la capacidad portante del mismo

Los primeros asentamientos humanos solían ser próximos a valles de ríos y en terrenos no excesivamente buenos como material portante. La ciudad de Babilonia se extendía sobre una gran llanura aluvial de suelo blando. Sus habitantes construyeron esta ciudad sobre rellenos de tierra de 1,50 a 5,00 m de altura. Las construcciones se cimentaban sobre lechos de ladrillo unidos por un mortero natural bituminoso. Según Sowers (1972), los caldeos tomaban medidas para contrarrestar los asientos diferenciales en sus construcciones, mediante el empleo de bloques rígidos separados por juntas.

No es de extrañar el cuidado de los constructores de Babilonia, dadas las terribles penas decretadas en el Código de Hammurabi para quien se le derrumbase un edificio.

Durante las excavaciones realizadas en la ciudad de Jericó se observó que las murallas apoyaban sobre una capa de piedra colocada como cimentación, y que esta capa de piedra se había desplazado hacia el exterior, lateralmente. Parece como si se hubiera minado la base del muro para provocar un deslizamiento. De ser, esto cierto, los

israelitas, hacia el 1.605 a.C., poseerían un cierto conocimiento de la estabilidad de los muros y habrían inundado la zanja al pie exterior de las murallas, a una señal de trompeta, provocando su derrumbamiento. (Verdeyen , 1971).

Muchas son las teorías acerca del derrumbe de la Torre de Babel, señalando alguna de ellas que pudo hundirse al alcanzar cierta altura, como consecuencia de las condiciones del suelo sobre el que se apoyaba.



Figura 4: Torre de Babel

Los griegos, chinos y mayas, y otros pueblos de la antigüedad utilizaron bases de mampostería en forma de losas de reparto.

Las piedras se unían con llaves de plomo o hierro y se ajustaban milimétricamente, del mismo modo que estudiaremos con posterioridad en la Grecia clásica.

Los mayas del Yucatán (200 a.C.) empleaban con frecuencia las cimentaciones sobre placas formadas por una capa de piedras rugosas de 30 a 60 cm de lado a la que se añadía encima otra capa de piedras pequeñas y mortero de cal, todo ello situado sobre un terreno bien nivelado. Los muros del edificio se cimentaban sobre esta plataforma.



Figura 5 Templo maya

Aunque sin basarse en teorías científicas, los antiguos constructores chinos empleaban un método que está relacionado con el de los "drenes de arena". En sus suelos aluviales blandos hincaban pilotes de madera que extraían, a continuación, por rotación. Los agujeros eran rellenados con cal viva bien compactada. Estos pozos de cal absorbían el agua que los rodeaba, produciendo, de este modo, una consolidación acelerada del suelo, siendo éstos los principios del empleo de las *técnicas de mejora del terreno*.

Conforme va evolucionando la especie humana van complejizando sus asentamientos y modificando los sistemas constructivos para irse adaptando a las nuevas tipologías, con nuevas formas y nuevas disposiciones de las cargas.

Los griegos pudieron desarrollar una arquitectura muy esbelta, combinada con materiales muy pesados, gracias a la buena calidad del terreno sobre el que se asentaban, que permitía soportar cargas importantes.



Figura 6: Partenón

Normalmente las hileras de columnas de sus templos se apoyaban en el ortostato, para incluir dos hileras de subestructura, e irse escalonando posteriormente hacia el exterior, algo similar a unas zapatas corridas de largos bloques de piedra dispuestos horizontalmente, permitiendo un mayor reparto de las cargas. Al igual que en los muros sobrerasante, estas hiladas se construían sin mortero, manteniéndose juntas mediante anclajes de hierro, meticulosamente colocadas. El escalonamiento de los muros se colocaba generalmente bajo el muro de la *cella* y en la cara interior de la columnata. También se pueden encontrar zapatas aisladas bajo las columnatas internas, así como en las construcciones hipóstilas.

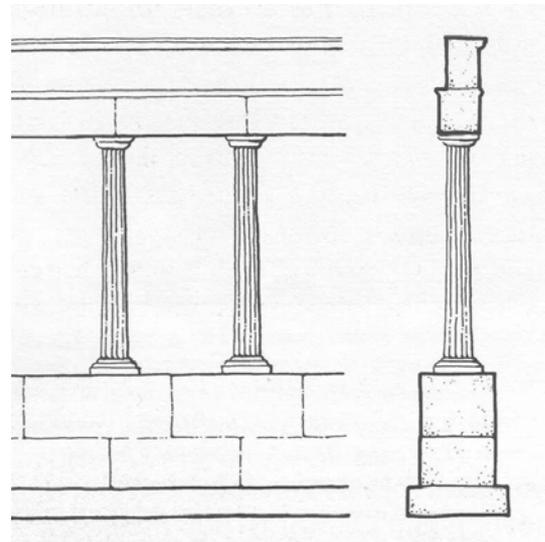
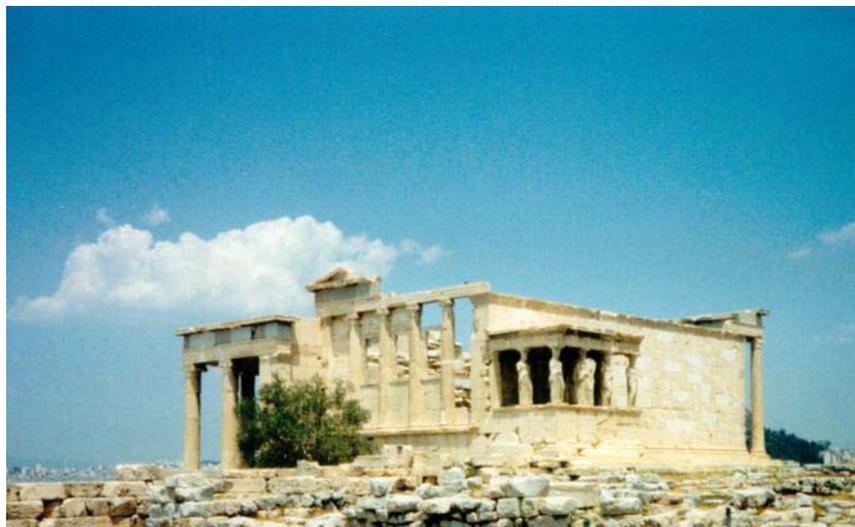


Figura 7: detalle de la columnata

La profundidad media era de 1,20 m. Donde era posible, los constructores griegos dispusieron sus templos sobre lechos de roca, o suelo virgen. Cuando el terreno era deficiente se utilizaban bloques de reparto o losas, como en el Tholos de Marmarjá en

Delfos. No existen referencias de que utilizaran pilotajes, recurriendo generalmente a cimentaciones de tipo superficial. Debido a la orografía de Grecia, los templos solían colocarse en las cimas de las colinas, orientando la stoa al sur.



**Figura 8: Erectheion de Atenas**

También se produjeron grandes fracasos, y hubo que reforzar templos como el de Delfos en el siglo IV, o la tragedia del arquitecto Trofonio ("Tragado por la Tierra"), aunque de muchos de estos sucesos no han llegado noticias hasta nuestros días,.

El mejor ejemplo de estructura de contención de la antigüedad está en el templo de Demetrio en Pérgamo (s. II a. C.). Para construir una terraza en el frente del muro se requería un muro de 14 m de altura y 85 m de longitud con contrafuertes. (Kerisel, 1987).

Los bloques de piedras usados eran relativamente pequeños y se usó un mortero de limo, arena y arcilla para las juntas.

Los romanos elegían el método de cimentación más adecuado según las características de cada suelo y las cargas que tuvieran que transmitir: pilotes de madera en suelos muy blandos, planchas de madera colocadas sobre la superficie en suelos más resistentes, o bien cimentaciones elevadas formadas por piedras planas unidas por cemento romano o mortero de cal, (los griegos empleaban un método parecido, pero uniendo los bloques con cintos metálicos, y formando con ellos plataformas).

La cimentación de los templos estaba formada por muros continuos de mampostería bajo cada hilera de columnas. La anchura del muro era vez y media el diámetro de la columna, a menos que a juicio del constructor se impusiera una cimentación sobre pilotes.

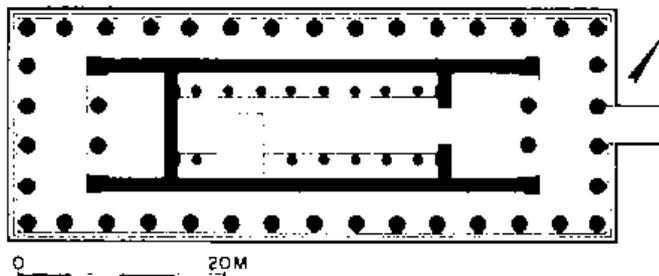


Figura 9: Planta de cimentación

Prueba de la calidad de las cimentaciones romanas es el gran número de edificaciones que se han mantenido hasta nuestros días. Recordemos que los árabes utilizaban los cimientos romanos para apoyar sus nuevas edificaciones, dada la calidad de sus elementos de cimentación.

Los romanos eran buenos arquitectos y la idea de solidez, “firmitas” según Vitrubio en su “De arquitectura”, presidió la mayoría de sus realizaciones, por lo que dedicaron esfuerzos tanto a los elementos *visibles* como a los *no visibles*, como pudieran ser las cimentaciones. La siguiente figura muestra los elementos que sirvieron de apoyo al templo de Apolo en Delfos.

Durante las primeras etapas del imperio continuaron empleando ladrillo o elementos de barro cocido, pero las crecidas del Tiber degradaron las cimentaciones de muchos edificios, causando la ruina de los mismos, lo que les llevó a sustituir el barro por piedras de calidad e inventaron el homigón, mezclando las piedras con puzolanas y limos.



Figura 10: Templo de Apolo en Delfos

La más importante innovación romana en el campo de las cimentaciones de los edificios parece haber sido sus plataformas de hormigón en masa, la capacidad hidráulica del cemento puzolánico permitió la colocación de las plataformas de cimentación incluso bajo agua. En algunos casos, la utilización de estas cimentaciones continuas de gran espesor (losa de cimentación), supuso una solución eficaz en suelos pobres, con riesgo de asentamientos diferenciales. El Coliseo romano se levanta sobre el antiguo lago del palacio de Nerón, sobre un anillo macizo de 12m de profundidad, y 170 metros de diámetro,



Figura 11: Imagen del Coliseo romano

compuesto de hormigón y de grandes bloques de piedra. De forma similar el Panteón descansa sobre un anillo sólido de 4.5m de profundidad y más de 7m de anchura.

Los muros de cimentación romanos solían estar formados por hormigón revestido, aunque en algunas zonas del norte de Europa, donde predominaban limos y arcillas, se emplearon cimentaciones gruesas y amplias, construidas con bloques de sillería procedentes de los monumentos sacrificados para las campañas defensivas y en algunos casos las piedras se emplearon selectivamente dentro de las cimentaciones de hormigón, en aquellos puntos donde se concentraban las cargas.

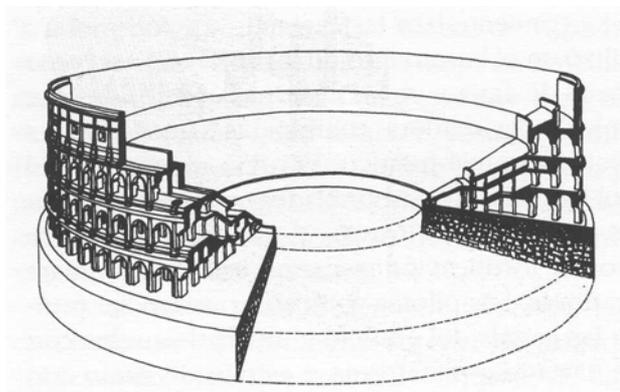


Figura 12: Esquema del Coliseo

Existen multitud de referencias literarias del ímpetu constructor de los romanos (Plinio, César, etc...). Vitrubio, nos decía:

*“Si es posible encontrar un terreno sólido, la cimentación de estos edificios se excavará sobre terreno firme en una extensión que se ajuste proporcionalmente a las exigencias del volumen de la construcción; se levantará la obra lo más sólida posible, ocupando la totalidad del suelo firme. Se erigirán unas paredes sobre la tierra, debajo de las columnas, con un grosor que sobrepase en la mitad al diámetro de las columnas que posteriormente se levantaran, con el fin de que las inferiores, que se llaman esterobatae (en su sentido etimológico significa el apoyo firme y sólido en el que descansa una columna) por soportar todo el peso, sean más sólidas que las situadas encima de ellas.*

*Los resaltos de las basas no sobresalgan mas allá de la base; debe mantenerse con la misma proporción el grosor de las paredes superiores. El espacio que quede en medio se abovedará o bien se consolidara mediante relleno, con el fin de que todo quede bien compactado. Si, por el contrario, no se encuentra un terreno sólido sino que es de tierra de relleno en gran profundidad, o bien, si se trata de un terreno palustre, entonces se excavará, se vaciará y se clavarán estacas endurecidas al fuego de álamo, de olivo, o de roble y se hundirán como puntales o pilotes, en el mayor numero posible, utilizando unas maquinas; entre los pilotes se rellenara el espacio con carbones; así, quedaran llenos los cimientos con una estructura muy consistente. Una vez dispuestos los cimientos, deben colocarse a nivel los estilobatos.*

*Se levantarán las columnas sobre los estilobatos, como anteriormente dijimos, según se trate de un templo picnóstico, sístico, diástilo o eústilo. No obstante, en los templos areostios queda toda la libertad para que cada uno establezca las medias como guste.*

*En los templos perípteros se colocaran las columnas de manera que los intercolumnios de los lados sean el doble de los intercolumnios de la fachada o frente, y así su longitud será el doble que su anchura. En efecto, los arquitectos que han levantado doble numero de columnas, se han equivocado porque da la impresión que en su longitud hay un intercolumnio mas de lo que debe ser. En la fachada, las gradas o escalones deben ser siempre impares, pues al empezar a subir se coloca el pie derecho sobre*

*el primer escalón y solo así el pie derecho será el que pisara el escalón más alto, a ras de suelo del templo.*

Las siguientes palabras de S. Pablo (S. Pablo 56) nos dan una idea de la importancia que concedían los antiguos a las cimentaciones:

*"Según la gracia de Dios que me fue dada, yo, como sabio arquitecto, puse los cimientos, otro edifica encima".*

También podemos citar las palabras del Evangelio de S. Mateo (7:24.25):

*"Aquel, pues, que escucha mis palabras y las pone por obra, será como el varón prudente, que edifica su casa sobre roca. Cayó la lluvia, vinieron los torrentes, soplaron los vientos. y dieron sobre la casa, pero no cayó, porque estaba fundada sobre roca".*

La amplitud del Imperio Romano motivó la necesidad de disponer de un medio para recorrerlo, estableciéndose una vasta red de calzadas que llegaban a todos los rincones y que tenían su origen en Roma, alcanzando casi los 100.000 kilómetros. Las primeras vías se abrían por razones militares ya que el ejército construía calzadas al mismo tiempo que conquistaba nuevos territorios, realizándose de la manera más recta posible para llegar con mayor rapidez.

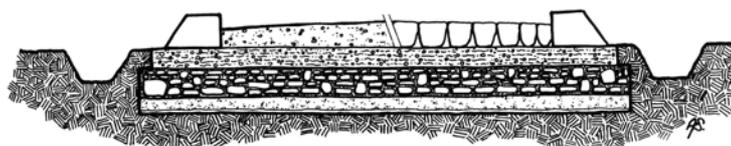


Figura 13: Sección calzada romana

Para su construcción, en primer lugar se abría un ancho surco en el suelo para ponerse después bordillos de piedra en ambos lados. El surco era llenado con sucesivas capas de piedra, grava y arena, cubriéndose finalmente con anchas losas de pavimento. Un supervisor comprobaba el correcto nivel de la vía, empleando para ello un utensilio llamado groma. Para evitar la inundación de las vías se combaba la calzada y se empleaban caños subterráneos para dirigir las aguas residuales al exterior. Hoy día

podemos observar que las calzadas romanas satisfacen perfectamente las necesidades de drenaje. Se observa en ellas, además, que los romanos tenían el sentido de los filtros graduados.



**Figura 14: Imagen de una calzada romana**

La llegada del imperio bizantino supuso el aprovechamiento de muchas de las innovaciones constructivas realizadas por los romanos, fundamentalmente en el campo de las cimentaciones hidráulicas. En las zonas secas del imperio se incorporaron a menudo grandes cisternas de piedra revestidas con mortero hidráulico bajo los edificios, con el fin de almacenar agua para las épocas de grandes sequías, frecuentes en esta zona.

Las iglesias bizantinas incorporan las bóvedas en muchas de ellas. Durante el período romano las cúpulas y bóvedas se apoyaban sobre elementos continuos y lineales, mientras que el imperio bizantino comienza a apoyarlas sobre pechinas. Las bóvedas son muy sensibles a movimientos de los apoyos, por lo que varias han colapsado, como la de Santa Sofía, que lo hizo dos veces. La planta del edificio denota que todo él se concibe con un nuevo sentido artístico, porque tras un somero examen se observa que todas las partes están dispuestas para contener la gran cúpula central, de 31 m de diámetro, inscrita en un gran cuadrado, y sostenida por cuatro pechinas en los ángulos y sobre las arcadas de cuatro grandes pilares.

Esto constituye la gran innovación de la arquitectura bizantina y lo que hace famosa a la cúpula de Santa Sofía, porque únicamente se apoya sobre cuatro puntos, a diferencia de las bóvedas de la antigüedad romana, por ejemplo el Panteón de Agripa, que lo hacían sobre un muro circular.

El peso de las cúpulas romanas recaía sobre el suelo directamente a través del muro de cerramiento circular dando la sensación de un espacio hermético, mientras que la gran media naranja de Santa Sofía parece estar flotando en el aire, inmersa en una luz sobrenatural gracias a las cuarenta ventanas que se abren en su arranque. Al este y al oeste, su enorme empuje se distribuye sobre medias cúpulas de diámetros iguales (33 m), sustentadas por pilares dispuestos octogonalmente y contrarrestados a su vez por tres nichos que se abren en arcadas entre ellas.



Figura 15: Cúpula de Santa Sofía

En los otros dos lados, al norte y sur, los empujes están contrarrestados por dos arcos que actúan a modo de contrafuertes exteriores, cerrados por dos filas de columnas y ventanas. Una serie de dependencias laterales rodea este enorme espacio: naves laterales con galerías altas, que forman salas independientes desde donde la corte y los altos funcionarios asistían a las ceremonias que se celebraban en el grandioso templo. Al fin de aligerar el peso de la cúpula, los arquitectos de Santa Sofía adoptaron el sistema de construirla con anillos de ánforas engarzadas en gruesos lechos de cemento y con un sistema de tejas blancas esponjosas fabricadas en la isla de Rodas.

Se asume que los cimientos de Santa Sofía llegan hasta el lecho de roca, transmitiendo las cargas de la superestructura, aunque las excavaciones realizadas hasta ahora no han confirmado esta hipótesis. Al parecer la iglesia se cimenta sobre una serie de muros

escalonados de piedra caliza y mortero hidráulico, hasta un nivel de arcillas a unos 4,5m de profundidad, según el esquema que se adjunta en la figura anterior.

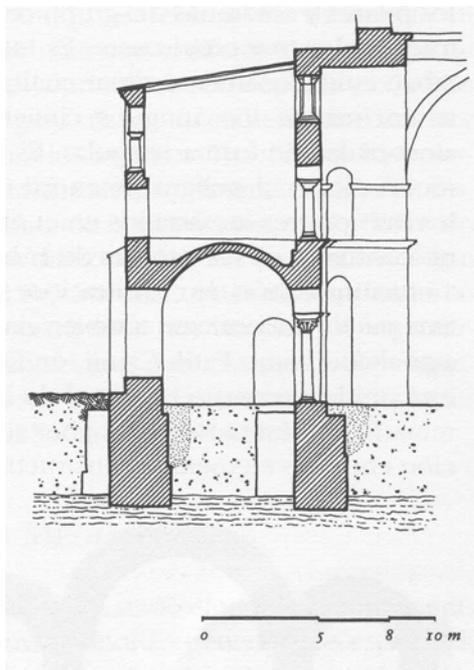


Figura 16: Esquema de la cimentación Santa Sofía

La Edad Media supuso el abandono de muchas técnicas constructivas y la paralización de la evolución de los conocimientos, dada la modesta escala de la mayoría de los monumentos de este período.

Excavaciones realizadas en la catedral de York revelaron la utilización de un sofisticado entramado de vigas de madera entre los elementos de mampostería unidos con mortero, produciendo una malla de refuerzo o trabazón de la subestructura, dando una mayor resistencia a flexión, sin embargo existieron en esta época notables fracasos, como los cimientos de la torre de Pisa, que demuestran que el conocimiento del comportamiento del suelo estaba lejos de ser una ciencia exacta.

La utilización de la zapata independiente en edificios, es debida a la aparición del estilo gótico en la Edad Media, pues las grandes luces y el uso de columnas aisladas provocan la separación de las plataformas usadas anteriormente. En los terrenos resistentes la cimentación era poco más ancha que el elemento que soportaba (Paterson, 1970). En los suelos blandos se prolongaba más allá de los límites de la columna o el muro. Las dimensiones de las zapatas en raras ocasiones estaban determinadas por las cargas que

actuaban sobre ellas. Cuando se producía un accidente, se ensanchaba la parte defectuosa hasta que la carga era soportada de modo adecuado. En terrenos muy blandos se empleaban fajinas de varios decímetros de espesor bajo las zapatas de mampostería, más adelante se emplearon suelos de madera.

Durante el siglo XI en Italia se produce el colapso de importantes edificios, debido a fallos de sus cimentaciones y son muchos los campaniles que sufren inclinaciones, algunos de los cuales han continuado su movimiento hasta nuestros días, como es el caso de la torre de Pisa, (Kerisel, 1987). Esta torre, de 20m de diámetro y 60m de altura fue construida en tres fases, comenzándose en 1173. Una vez construido el primer tercio comenzó a inclinarse y se paralizaron las obras durante un tiempo realizándose posteriormente el segundo tercio, continuando su inclinación. No fue hasta 1373 cuando se tomó la decisión de finalizarla. Este puede ser considerado uno de los grandes errores de los constructores y arquitectos de la Edad Media en Italia, una torre excesivamente pesada para la escasa calidad del suelo sobre el que se cimentó.

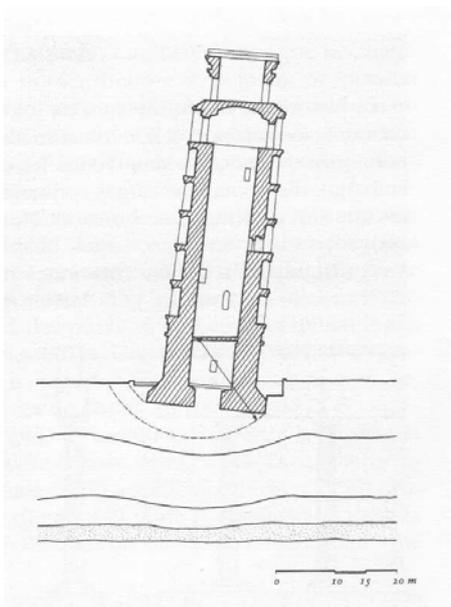


Figura 17: Torre de Pisa

La llegada del gótico supuso una gran innovación conceptual, tanto en el empleo de delgados muros como en el diseño de sus cimentaciones. Las retículas de trabazón escalonadas que penetran en el terreno hasta grandes profundidades, podemos considerarlos el equivalente de las cada vez más altas y delgadas estructuras

sobrerresante, reflejando un conocimiento más o menos pragmático y una apreciación de las distintas características del suelo.

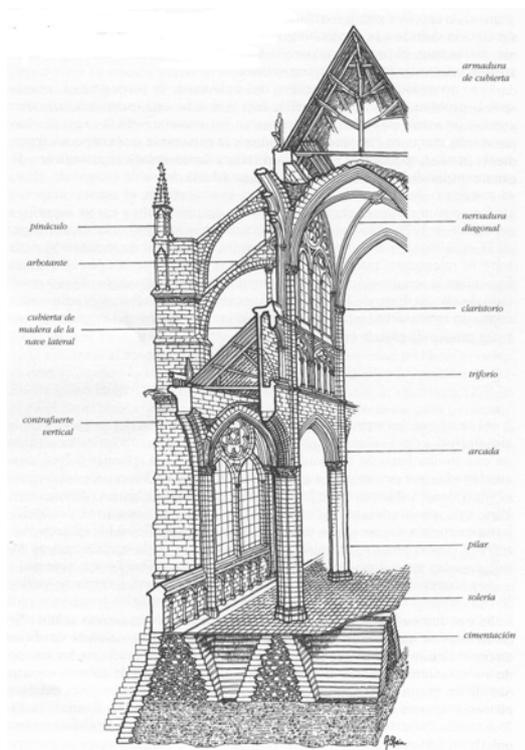


Figura 18: Esquema de cimentación de la catedral de Amiens

El desarrollo de las catedrales obligó a soportar cargas y empujes muy superiores a los conocidos hasta entonces. Los fallos de cimentación pueden explicarse por el predominio de razones religiosas o políticas más que técnicas, en la elección de lugares, el deficiente tratamiento de mamposterías enterradas y posibilidad de ahorro en las zonas que no quedaban a la vista.

Las excavaciones de Viollet-le-Duc en la catedral de Amiens, son uno de los ejemplos bien documentados de la construcción de cimentaciones góticas. La catedral se construyó sobre un estrato de arcilla próximo a un río, por lo que nivel freático podría estar alto, disminuyendo la capacidad portante del terreno.

Se construyeron unos muros escalonados con una profundidad de casi 8 metros, dispuestos en forma de retícula, lo que favorecía el reparto de las cargas, y recuerda de algún modo las retículas utilizadas en los templos romanos, como es el caso del templo de Delfos.

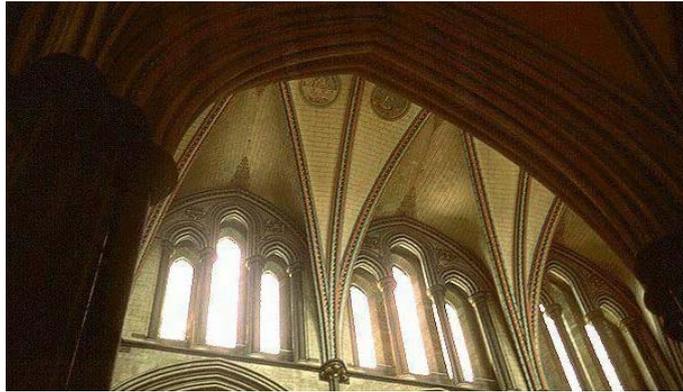


Figura 19: Nuevos espacios: Nueva distribución de las cargas

Allí donde fue posible se reutilizaron cimentaciones antiguas sobre las que se erigieron los nuevos edificios, en las que los edificios anteriores habían compactado las capas inferiores de suelo, disminuyendo así el riesgo potencial de asentamientos diferenciales.

Las nuevas disposiciones de las cargas y su distribución modifican las plantas de los edificios. La imagen siguiente es de la planta de la catedral de Chartres, ahora ya no son muros y elementos lineales sino que se pasa a emplear elementos más esbeltos y con dimensiones en planta mucho más reducidas.

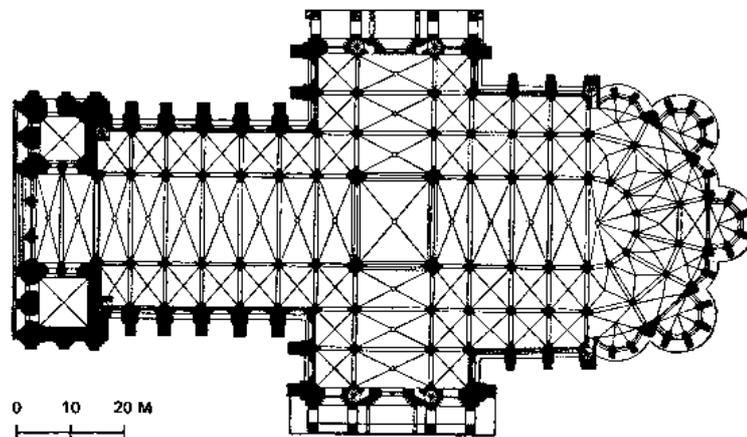


Figura 20: Planta de la catedral de Chartres

El arquitecto-ingeniero italiano Vitrubio, en su *“De Architectura”*, no trata con extensión la materia de cimentaciones, su lema principal parece ser: *“si existe duda, use pilotes”*, sin embargo recomienda la utilización de cimientos escalonados sugiriendo, por ejemplo, que la cimentación de una columna debe de ser 50% más ancha que la propia columna, (libro

IV, cap. I). También este mismo autor, en su libro III, capítulo III, propone como medida preventiva para una buena cimentación del edificio «...*alcanzar el firme...*».

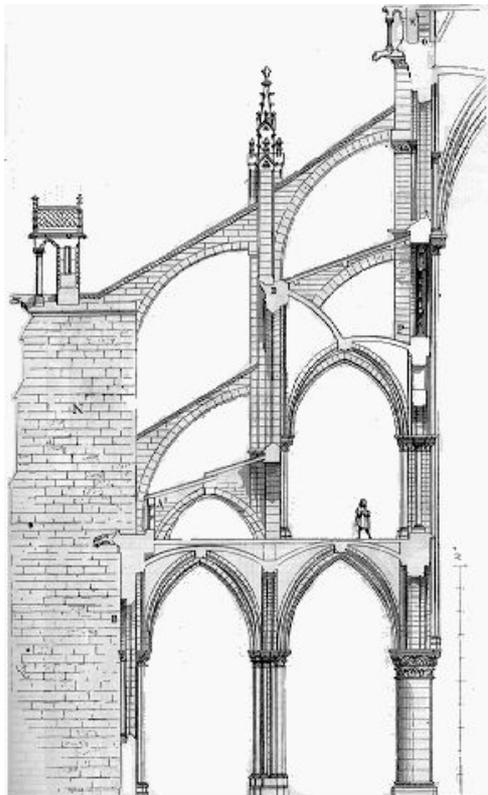


Figura 21: Sección de una catedral gótica

En el Renacimiento continúa la preocupación por las cimentaciones. Palladio plantea que las cimentaciones deberían ser el doble de gruesas que los muros soportados por ellas, una dimensión que podría modificarse según la calidad del suelo y la escala de la edificación.

Según Alberti, la excavación de la cimentación debería ser horizontal, para evitar cualquier deslizamiento o movimiento y los muros deberían ubicarse en el centro de la zapata, recomendando abrir algunos pozos o fosos para conocer las características de los estratos presentes bajo la superficie. Existe en este momento una mayor preocupación sobre las cimentaciones y sus técnicas constructivas, si bien no es posible realizar un desarrollo evolutivo del diseño de las cimentaciones, ya que fueron tan variadas como los edificios que sustentaban.

En el siglo XV Leonardo da Vinci diseñó una máquina para hincar pilotes. Igualmente Francesco di Biorgio (alrededor de 1450) avanzó en el diseño de dichas máquinas.

En el siglo XVIII se empleó por primera vez el método de la precarga (Sowers, 1968): el emplazamiento de la futura construcción se cargaba con anterioridad para provocar una parte de los asientos antes de construir la obra. Sin embargo, parece ser que se desconocía el fundamento de este procedimiento.

En 1783 un arquitecto inglés, Wyatt, empleó por primera vez, al parecer sin intencionalidad clara, una cimentación parcialmente flotante, el peso de las tierras excavadas era al menos un 50% del peso del edificio, (Skempton, 1955) mediante la construcción de sótanos. Este método, usado a comienzos del siglo XIX, fue pronto olvidado, y no reapareció hasta final de la década de 1920 (v. D'Appolonia y Lambe, 1971).

Hasta este momento la Mecánica del Suelo había sido prácticamente un arte. El aumento de las tensiones sobre el terreno que exigen obras cada vez más pesadas, el empleo de terrenos cada vez más malos, y la necesidad de economizar debido al coste creciente de la mano de obra, precisan una cuantificación del comportamiento del terreno. Esto hace que la Mecánica del Suelo se convierta en una ciencia.

Podemos decir que la transformación de la Mecánica del Suelo en una ciencia se inicia con el científico francés Coulomb, el cual, en el año 1773 enuncia el criterio de rotura que lleva su nombre. Merece destacarse que la teoría de rotura de Coulomb es muy anterior a las teorías de rotura de los metales. Asimismo Coulomb inicia las teorías de empujes de tierras al determinar el empuje activo como un máximo y el pasivo como un mínimo de todos los empujes posibles, suponiendo, para simplificar, que las líneas de rotura son rectas.

Antes del siglo XIX los edificios, formados por gruesas paredes algo flexibles, podían sufrir grandes asientos sin ser dañados. Como consecuencia los constructores prestaban poca atención a sus cimentaciones. Cuando debían construirse estructuras de dimensiones excepcionales, con fuertes cargas, los proyectistas tendían a dimensionar cimentaciones muy pequeñas, pues no había reglas ni experiencia que los guiase. Como consecuencia muchos edificios importantes se derrumbaron.

En el siglo XIX se necesitaron edificios grandes pero económicos. Los tipos de edificios que se desarrollaron eran mucho más sensibles a los asentamientos diferenciales, y, además, hubo necesidad de construir en sitios donde los suelos eran blandos. Se precisaba, pues, un método seguro y sencillo para cimentar. En la década que comienza en 1870 se desarrolló en varios países el concepto de la "presión admisible del suelo" (Terzaghi y Peck, 1955), basándose en el hecho evidente de que, en condiciones generales, las zapatas que transmiten grandes presiones al terreno asientan más que aquellas que transmiten cargas de menor cuantía.

De forma empírica empezaron a observar el comportamiento de los distintos edificios que empleaban cimentaciones superficiales y que ejercían distintas presiones sobre el terreno.

A la presión máxima que no producía daños en el edificio se le denominó "*presión admisible del suelo*".

En los reglamentos de edificación de cada ciudad importante se incluyeron tablas de presiones admisibles.

Baumann en 1873 enunció por primera vez en Estados Unidos el principio de la presión admisible, a la vez que señalaba que el punto de aplicación de las cargas debía coincidir con el eje del apoyo en la zapata.

También a finales del siglo XIX se adoptaron algunas reglas empíricas sobre las zapatas, como el que al aumentar la anchura de una zapata en una cantidad debía incrementarse también su espesor en esta cantidad (Sowers, 1972). Se usaron bóvedas invertidas como cimentaciones para aligerar éstas, pero no se resolvió el problema de contrarrestar el empuje transmitido por los arcos extremos, por lo cual hubo de abandonarse el sistema.

Con gran sofisticación, los lechos inferiores de piedra o tabique fueron construidos un poco más anchos que el escalón inmediatamente superior, para producir un cimiento por ampliación de la base, logrando una superficie mayor de apoyo. Este fue un avance importante, dado que permitió soportar cargas más grandes sin aumento de la presión transmitida al terreno, y de este modo fue posible construir edificios más altos.

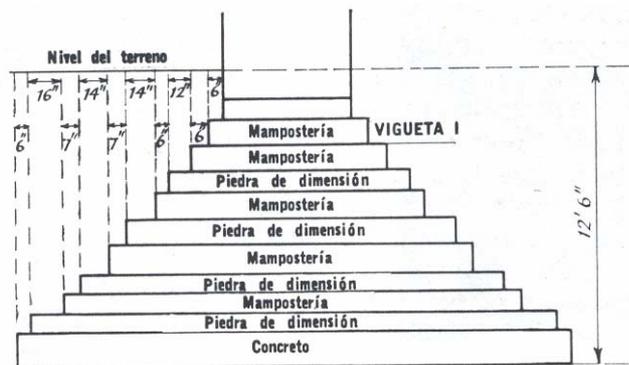


Figura 22: Detalle de la cimentación escalonada

Este método alcanzó su límite cuando la cimentación ocupó toda la superficie en planta del edificio, con lo que resultaba imposible cualquier aumento en altura de los mismos sin introducir innovaciones técnicas. Aún con el adelanto que significó el uso del cemento, su diseño continuaba siendo casual. La mayoría de las cimentaciones se hacían continuas, aparentemente con el fin de disponer de una superficie de apoyo mayor, y no se trató de adecuar el tamaño de la cimentación a las cargas que se trataba de transmitir.

Por fin, la necesidad de transmitir cargas mayores obligó a los proyectistas a fijar su interés en las cimentaciones. El desarrollo más importante en el diseño de las cimentaciones tuvo lugar en Chicago en el último cuarto del siglo XIX.

En 1871, la ciudad fue destruida en un gran incendio, al que siguió un período de construcción febril. En el área de negocios de Chicago, conocida como “The Loop” tiene un terreno cuyas características no son favorables para la construcción de grandes edificios con cimentaciones superficiales. El terreno es una arcilla de espesor considerable depositada por el lago Michigán en condiciones periglaciales.

Aproximadamente entre 3,65 y 4,6 metros, (12 y 15 pies) se encuentra un estrato de arcilla dura. Sobre esta superficie se apoyó la cimentación de la ciudad a reconstruir. A pesar de la escasa capacidad portante del estrato algunos de los edificios se apoyaron el él,



Figura 23: Home Insurance Company

hasta que los siniestros posteriores demostraron su incapacidad para soportar algunas de estas cimentaciones.

En 1873, Frederick Baumann edita un folleto titulado “*The art of Preparing Foundations with particular illustration of the method of Isolated Piers*”, donde pedía que las cimentaciones se proporcionaran a las cargas que debían transmitir, de forma que la presión fuera uniforme. También recomendaba que se consideraran admisibles asientos de 38,1 mm (1 ½ pulgada).

En este tiempo, las cimentaciones en Chicago se hacían con la *piedra de dimensión*, que era llamada así porque se cortaba aproximadamente de acuerdo con las dimensiones requeridas en el sitio de la explotación. Usando la técnica de ir escalonando los niveles, se iban conformando las cimentaciones aisladas. Baumann recomendaba que el espesor de las piedras de dimensión fuera de 20,3 a 50,8 cm (8 a 20 pulgadas). La escasa capacidad portante del suelo obligaba a cimentaciones que ocupaban una gran cantidad del espacio disponible, llegando a ser exageradamente grandes en los edificios pesados, de ahí que fuera necesario encontrar nuevas formas de cimentar los edificios.

En la figura siguiente se muestra el cimientamiento piramidal de piedra del edificio del “Home Insurance Building”, que ocupaba la mayor parte de la superficie del sótano del edificio (Little, 1965). La presión de diseño del mismo fue de 200 kPa (4000 lb/pie<sup>2</sup>). Este edificio se terminó en 1885 y fue demolido en 1931, siendo uno de los últimos que emplearon la piedra de dimensión, y el primero con estructura metálica, lo que liberaba a las paredes de parte de la carga y que se hizo a prueba de incendios.



Figura 24: Edificio Monadnock

Se plantea en este momento un dilema, las cimentaciones por ampliación de la base no podían hacerse a una profundidad mayor y por otro lado, los propietarios necesitaban cada vez más espacio para sótanos, al mismo tiempo que se aplican severas restricciones en la altura de los edificios ante la poca capacidad de sus cimentaciones.

En el edificio Pullman de 9 plantas, se emplearon emparrillados de madera consistentes en dos niveles de vigas de 30x30cm, colocadas en ángulo recto.

En el edificio Rookery, de once pisos, se empleó un emparrillado metálico en la cimentación de todos sus pilares, lo que permitió reducir el tamaño de la cimentación, disminuyendo la superficie ocupada por estos elementos, si bien el peso total que es lo que decide el área de apoyo no se había reducido, eran necesarias modificaciones más radicales.

Esta dificultad se resolvió cuando se construyó el templo masónico, con 92m (302 pies) de alto y 21 plantas, con estructura completa de acero y con paredes reducidas a un recubrimiento a prueba de agua, lo que permitió reducir la superficie de la cimentación al 50% de la planta del edificio.

Las losas de cimentación se consideran como un desarrollo moderno de la técnica de cimentación, sin embargo, en una escala reducida, fueron empleadas hace ya mucho tiempo.

Uno de los primeros ejemplos de “losa” formada por cúpulas invertidas de ladrillo se hizo para la cimentación del molino “Albion Flour”, en Blackfriars, Londres. Probablemente, la primera losa de hormigón armado se usó en 1900 en Newcastle-upon-Tyne, por Hennibgique (Skempton , 1955).

En el año 1880 se emplean por primera vez emparrillados en Chicago para repartir las cargas sobre el terreno y disminuir el espesor

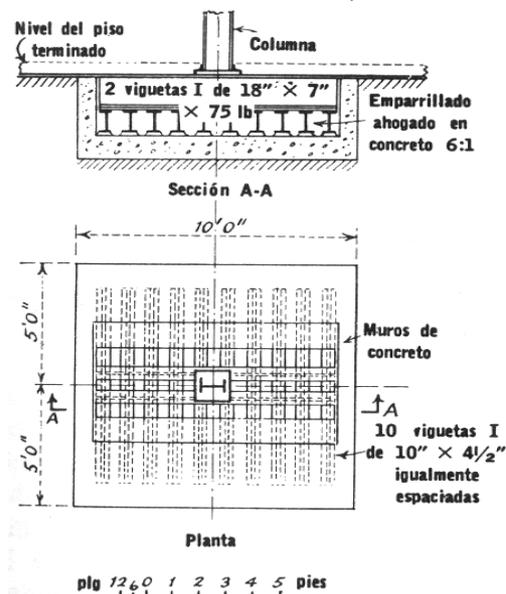


Figura 25: Cimentación edificio Rookery



Figura 26: Edificio Pullman

de las cimentaciones. Estos emparrillados estaban formados por vigas de madera o acero.

Las presiones admisibles dadas por los códigos de edificación condujeron a algunos fracasos; como consecuencia se introdujo el método de los ensayos de carga para determinar la presión admisible. Con ello se inicia la aplicación de las fórmulas de la elasticidad a la Mecánica del Suelo.

Según Mayer (1954), las fórmulas relativas a la deformación de un sólido elástico indefinido sobre cuya superficie se ejercen presiones normales dadas fueron establecidas por Lamé y Clapeyron en 1828. Estas fórmulas, sin embargo, eran de tal complicación que no tenían ninguna utilidad práctica.

En el año 1885, Boussinesq publica su famosa obra "Application des potentiels á l'étude des solides elastiques", en la cual, basándose en un cierto potencial logarítmico, encuentra expresiones sencillas para las tensiones producidas en el interior de un semiespacio elástico por una carga concentrada normal a la superficie del semiespacio. Estas tensiones habrían de permitir más adelante el cálculo de asientos de las cimentaciones. Por integración de las ecuaciones correspondientes a la carga aislada obtiene las tensiones producidas por una carga en línea. A él se deben también los primeros cálculos de asientos elásticos y la distribución de tensiones bajo una cimentación rígida.

Boussinesq es el segundo autor que se aproxima al principio de presión efectiva, al indicar que se puede desprestigiar la presión atmosférica por actuar en todo el contorno de cada grano de arena, y por tanto no influir en las fuerzas transmitidas a través de los contactos que son las únicas que hay que considerar.

### **1.1.2.- Análisis de los sistemas de cimentación empleados en España desde el siglo XVIII**

En general, las cimentaciones de esta época suelen ser "*zanjas corridas*", con dimensiones tanto en planta como en profundidad variables, según criterio del responsable técnico. La capacidad de carga del terreno es generalmente inferior a la del material de construcción sustentante, por lo que es preciso repartir sobre una mayor

superficie de terreno la carga del elemento a soportar mediante ensanchamientos en la planta de la zapata.

Normalmente, la zanja se rellenaba de la siguiente forma:

- Nivelación uniforme de toda la excavación de la zanja.
- Capa de nivelación entre 10 y 20 cm, formada por una mezcla de cal, arena y piedra machacada.
- Tongadas sucesivas de 50-60cm, para completar el relleno de las zanjas, procurándose colocar piedra en rama de dimensiones mayores en la zona inferior y apisonando cada tongada.

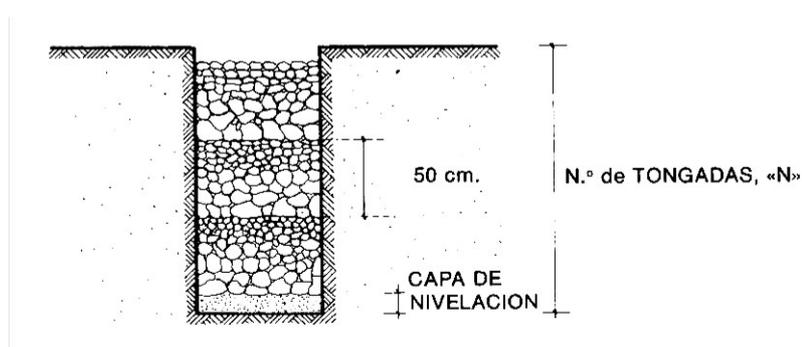


Figura 27: Cimentación en zanja corrida

El mortero empleado es de cal y arena de río en proporción 1:2. La piedra varía en función de cada localidad.

En el caso de cimentaciones en terrenos de echadizo o relleno, o bien, en el caso de que existan elementos a respetar como pudiera ser alguna conducción de agua o saneamiento, la solución adoptada consistía en pozos rellenos y arcos de piedra o ladrillo en su coronación para salvar los problemas de falta de firme en el suelo, o los obstáculos o servidumbres encontrados. Esta solución se venía empleando desde la época de los romanos.

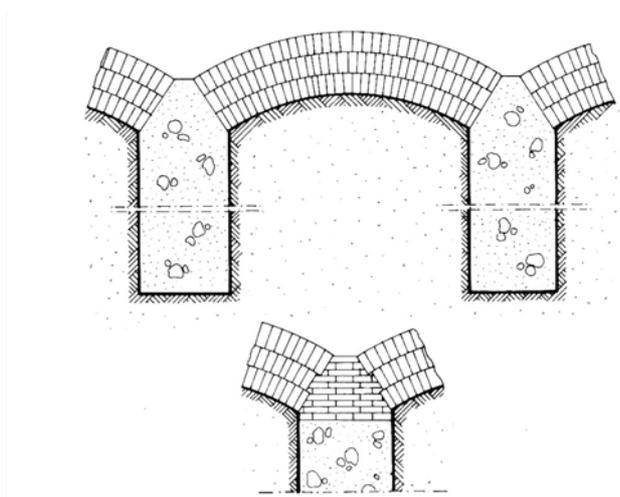


Figura 28: Arcos de piedra como elementos de cimentación

Durante el siglo XIX, lo más normal es encontrar cimentaciones en zanja corrida, pero hay casos especiales que se resuelven por distintos sistemas, combinando las zanjas con pilotes de madera y encepados de distintos materiales, o en el caso de terrenos en los que el firme se encuentra a gran profundidad y sobre ellos hay rellenos, material de acarreo o suelos sedimentarios flojos, se recurre a cimentación mediante pozos rellenos con hormigón ciclópeo por tongadas de piedra y mortero, coronados por hiladas de mampostería o de fábrica de recocho. La propia tierra se empleaba como cimbra perdida para el trazado del arco. Este elemento se unía a la estructura superior por medio de un encepado que servía a su vez de base de sustentación del muro.

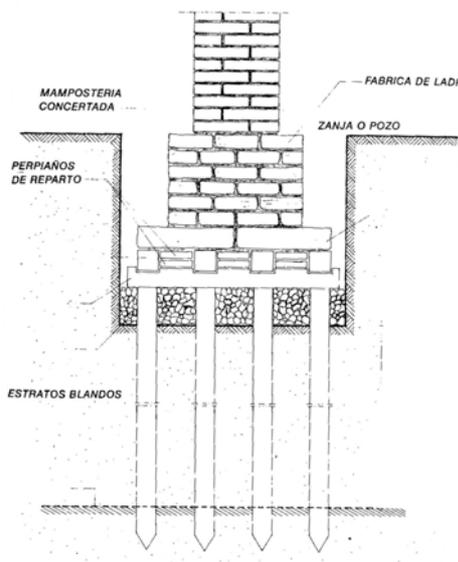


Figura 29 Pilotes en cimentación

Las cimentaciones se construyen en su gran mayoría de hormigón, no realizándose ya zapatas de ladrillo, mampostería o rellenos compactados con elementos vegetales.

Las dimensiones en planta del elemento de cimentación se determinan en función de la presión admisible del terreno, y en cuanto a la altura del mismo, el ángulo de reparto en la obra de fábrica hecha con mortero de cemento y cal en la obra de hormigón apisonado es de  $60^\circ$ , y en la de ladrillos y arena (silicocalcáreos) y mortero de cemento portland, de  $45^\circ$ , adoptándose como altura mínima del elemento de cimentación 30cm, que viene a ser la altura de una capa apisonada.

## **1.2.- Tipología de cimentaciones**

### **1.2.1.- Cimentaciones superficiales y profundas**

Como hemos mencionado con anterioridad, el cimiento es aquella parte de la estructura encargada de transmitir al terreno las cargas actuantes sobre la totalidad de la construcción. En condiciones normales, no podemos elegir el terreno sobre el que vamos a cimentar y las características del mismo no suelen ser modificables, ya que no suele ser económicamente viable la mejora del mismo. Es por ello que la cimentación tendrá que proyectarse de acuerdo con el suelo, incluso puede que muchos aspectos de la estructura vengán también condicionados por él.

La interacción suelo-cimiento es muy importante para el cálculo de la cimentación, y a su vez depende de las deformaciones relativas del suelo y del cimiento. Hoy día el conocimiento de las características del suelo resulta aún algo imperfecto, de ahí que no podamos pretender una gran precisión en los cálculos de los elementos de cimentación, a pesar de contar con el apoyo de los ordenadores.

La distinción entre cimentaciones superficiales y profundas depende de la profundidad a la que se encuentre el terreno que consideramos apto para cimentar, tanto a nivel técnico como económico. Si el terreno se encuentra a poca distancia de la parte inferior de la estructura de nuestra edificación, estaremos hablando de cimentaciones superficiales o directas, mientras que si éste se encuentra muy por debajo de la zona inferior de la estructura, hablaremos de una cimentación profunda. Las cimentaciones superficiales están constituidas por zapatas, vigas, muros y losas, o combinaciones de éstos, y las profundas habitualmente mediante pilotes o pantallas.

A veces se plantean situaciones en las que el terreno de cimentación se encuentra a niveles intermedios, en cuyo caso recurrimos a lo que suele denominarse cimentaciones semiprofundas, que normalmente denominamos pozos.

### 1.2.2.- Tipología de zapatas

En función de las cargas a soportar, de la proximidad entre pilares y de la profundidad del estrato resistente, podemos establecer diferentes tipos de zapatas.

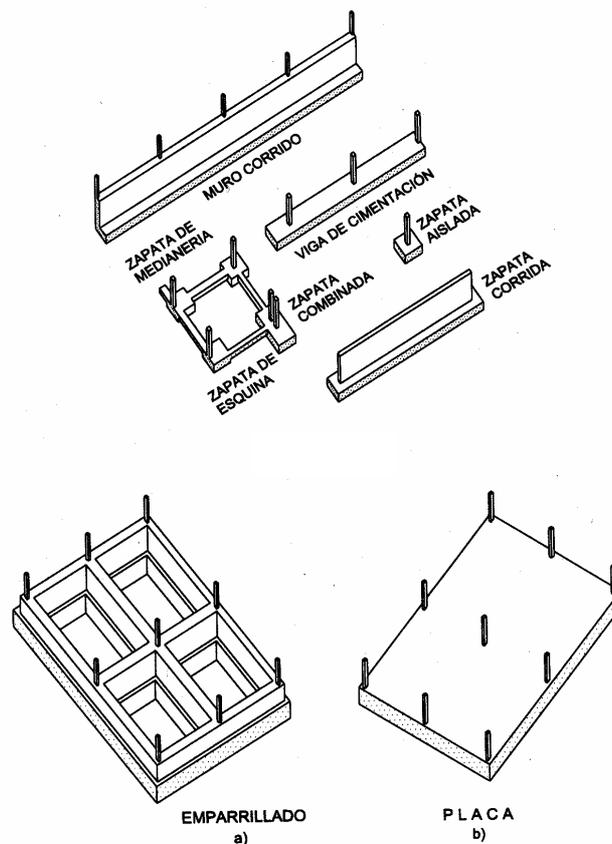


Figura 30: Tipologías de cimentación

-Para soportar cargas bajo un solo pilar:

- Zapatas aisladas bajo un solo pilar.
- Zapata superficial centrada.
- Zapata superficial en medianera.
- Zapata superficial en esquina.

-Para soportar cargas bajo elementos lineales:

- Zapatas corridas.

-Para soportar la acción de varios pilares relativamente cercanos:

- Zapatas combinadas.

En la figura anterior se representan los diferentes tipos de zapatas y pozos.

## 2.- MÉTODOS DE CÁLCULO DE ZAPATAS DE HORMIGÓN

Dada la variedad y tipología de zapatas que hemos mencionado en el apartado anterior, es necesario acotar el problema que vamos a desarrollar en este documento, por lo que nos vamos a centrar en el estudio y en el cálculo de zapatas de hormigón aisladas, que soportan cargas bajo un solo pilar, esto es:

- Zapata centrada.
- Zapata de medianera.
- Zapata de esquina.

No hemos considerado las zapatas bajo elementos lineales (zapatas corridas) y las diseñadas para soportar dos pilares cercanos (zapatas combinadas), ya que la causuística sería excesivamente amplia, y no se encuentra dentro de lo que pretendemos abarcar en este documento. El comportamiento de una zapata combinada y la distribución de tensiones en la misma depende directamente de la luz entre pilares y de la sección de cada uno de esos pilares, por lo que alargaría mucho los cálculos al introducir tantas variables y sin embargo no aportaría prácticamente nada a lo que pretendemos demostrar en este documento.

Las abreviaturas de los distintos términos que se emplean en este documento aparecen recogidas al final del mismo, en el anejo 1 y corresponden a los empleados en el Borrador del Código Técnico.

### 2.1.- Nociones básicas de cálculo: Comprobaciones geotécnicas y estructurales

#### 2.1.1.- Acciones a considerar

En el cálculo de toda cimentación ha de partirse de las siguientes acciones sin mayorar:

$N_p$  Axil transmitido por el pilar al nivel de cota superior de cimentación.

$H_x$  Esfuerzo horizontal según la dirección x al nivel de cota superior de la cimentación.

**H<sub>y</sub>** Esfuerzo horizontal según la dirección y al nivel de cota superior de la cimentación.

**M<sub>x</sub>** Momento en cimentación según la dirección x al nivel de cota superior de la cimentación.

**M<sub>y</sub>** Momento en cimentación según la dirección y al nivel de cota superior de la cimentación.

**P<sub>c</sub>** Peso propio del elemento de cimentación, para lo cual hay que partir de un predimensionado del elemento.

Las dimensiones se indican en la figura.

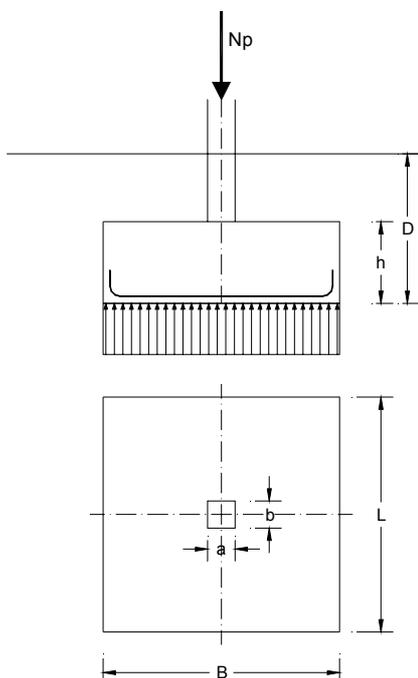


Figura 31: Dimensiones de la zapata

Para zapatas rectangulares de hormigón:  $W = B.L.h.\gamma_{hor}$  (1)

**P<sub>t</sub>** Peso de las tierras sobre el elemento de cimentación.

Para zapatas rectangulares de hormigón:  $Wt = B.L.(D - h)\gamma_{terr}$  (2)

Estos esfuerzos en la base de zapata se transforman en:

$$N = Np + Nc + Nt \quad (3)$$

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} \quad (4)$$

$$M'_x = M_x + H_y \cdot h \quad (5)$$

$$M'_y = M_y + H_x \cdot h \quad (6)$$

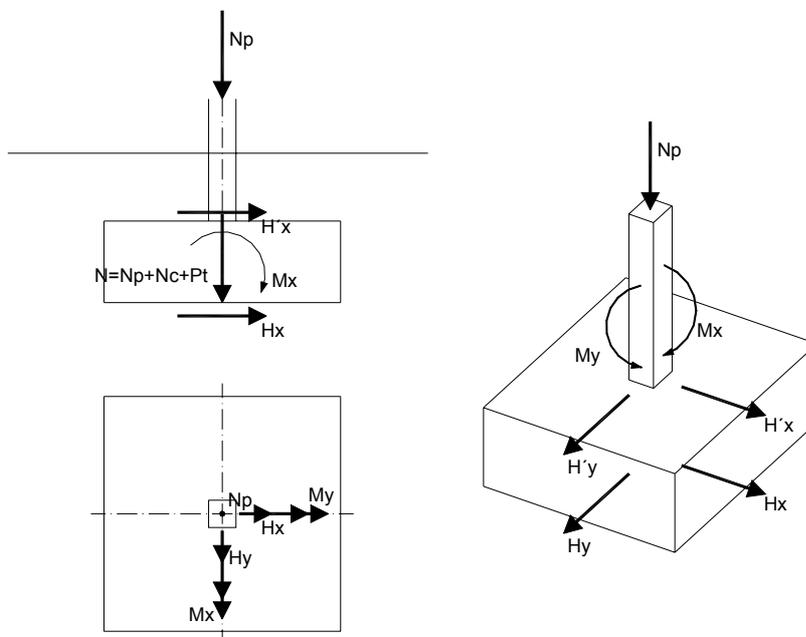


Figura 32: Acciones a considerar

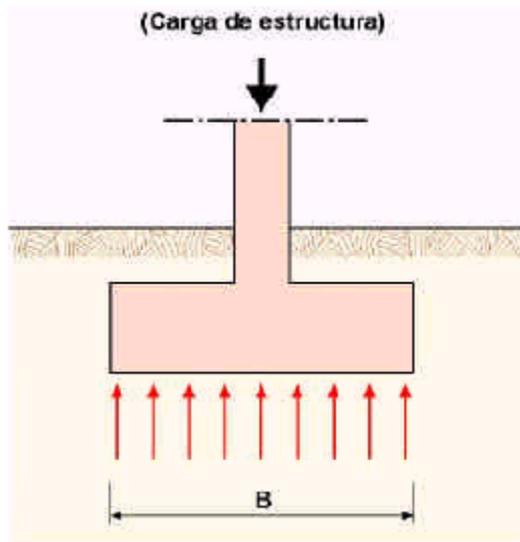
En la figura anterior se representan las distintas acciones que actúan sobre la base de la cimentación.

Cada una de las posibles combinaciones (con las cargas en servicio), constituye una hipótesis de cálculo. Aunque en edificación lo más desfavorable suele ser la combinación de concargas más sobrecargas totales, no se pueden despreciar las otras combinaciones (viento y sismo), sobre todo en edificios altos.

### 2.1.2.- Comprobación de tensiones en el terreno:

Para comprobar las tensiones transmitidas al terreno, se utilizan los valores de la combinación poco probable en Estado Límite de Servicio, a partir de las acciones exteriores que actúan sobre el terreno: cargas transmitidas por la cimentación, incluido el

peso propio de la misma y el peso de las tierras, así como las cargas uniformes repartidas por encima del plano de cimentación.



La distribución real de presiones de la zapata sobre el suelo, y por tanto de las reacciones de éste, constituyen un tema complejo que depende de muchas variables, en particular de la rigidez de la zapata, del nivel de carga de la misma y de las características tensión deformación del suelo.

En la tabla siguiente se adjunta un resumen realizado por Calavera (2000):

TIPO DE SUELO	TIPO DE ZAPATA	
	RIGIDA	FLEXIBLE
COHESIVO		
GRANULAR		
ROCA		

Según Jiménez Salas y Justo Alpañés, (1975) , la distribución de presiones sería la siguiente:



Sin embargo, para el caso de cimentaciones corridas y aisladas, con los vuelos empleados usualmente, la práctica universal es aceptar una distribución uniforme de presiones.

### 2.1.3.- Comprobación estructural de la cimentación:

Como reacción del suelo se consideran los valores de la tensión del terreno obtenidos del cálculo con las acciones ponderadas transmitidas por la cimentación, descontando el peso propio de la misma y las cargas uniformes por encima del plano de cimentación, cuando no influyan en el cálculo de esfuerzos.

#### Comprobaciones a realizar

Vamos a tomar como referencia para las comprobaciones a realizar en las zapatas, lo que especifican el Eurocódigo 7 y el borrador del Código Técnico, aunque este último no esté aún en vigor, pero no ha parecido importante introducir las especificaciones que en él figuran.

En el cálculo de una cimentación superficial debe de comprobarse:

1) El **coeficiente de seguridad al vuelco** debe de ser igual o superior a 2.

$$Fv_x = \frac{N \cdot \frac{L}{2}}{M_x} \quad (7)$$

$$Fv_y = \frac{N \cdot \frac{B}{2}}{M_y} \quad (8)$$

2) El **coeficiente de seguridad al deslizamiento** debe ser igual o superior a 1,5.

$$Fd = \frac{a_d \cdot B \cdot L + N \cdot \text{tg} \delta}{H} \quad (9)$$

En general puede tomarse:

$a_d$  Adherencia: En forma simplificada podemos considerarlo nulo para suelos arenosos y en caso de terrenos arcillosos el 50% de la cohesión. Si se requiere una mayor precisión puede utilizarse los datos de la tabla 10.2 que figura en el anejo 1, (Jiménez Salas y Justo Alpañés, 1976).

$\phi$  En forma simplificada puede tomarse 2/3 de  $\delta$  siendo  $\phi$  el ángulo de rozamiento interno del terreno. Si se requiere una mayor precisión pueden utilizarse los datos de la tabla mencionada en el apartado anterior.

$B', L'$  Dimensiones eficaces de la zapata.

$$L' = L - \frac{2M_1}{N} \quad (10)$$

$$B' = B - \frac{2M_2}{N} \quad (11)$$

### 3) El coeficiente de seguridad al hundimiento

Debe ser igual o superior a 3 para la combinación más desfavorable de peso propio, sobrecarga de uso y viento. Algunos autores (Jiménez Montoya, 1986), admiten bajar el coeficiente de seguridad a 2 en la comprobación de combinaciones de peso propio más sobrecarga, viento más sismo.

En el caso de que estemos trabajando con una cimentación que transmite una carga excéntrica, una carga vertical  $P$  y dos momentos, uno en cada dirección, según los ejes  $x$  e  $y$  de la zapata, Meyerhof (1953 y 1965) nos indica que la carga de hundimiento de la cimentación real bajo carga excéntrica es casi igual a la del área efectiva bajo la misma carga centrada (Mush y Weib, 1969).

Se han realizado también los cálculos según el Eurocódigo 7, anejo D y Geotecnia y Cimientos II.

4) **Deformaciones admisibles:** asientos totales, diferenciales, distorsiones angulares, etc.

La tabla 8.2 de la NBE-AE-88 especifica los asientos máximos. Esta tabla coincide con los asientos máximos según la NTE-CSZ. Los asientos diferenciales deben ser como máximo la mitad de los máximos, y la distorsión angular  $D_z/500$ , siendo  $D_z$  la distancia entre zapatas. Para edificios monumentales se reduce la distorsión angular a  $D_z/750$ .

La verificación de los Estados Límite de Servicio relacionados con los movimientos y las vibraciones de la cimentación podrá llevarse a cabo, mediante criterios basados en valores límite para:

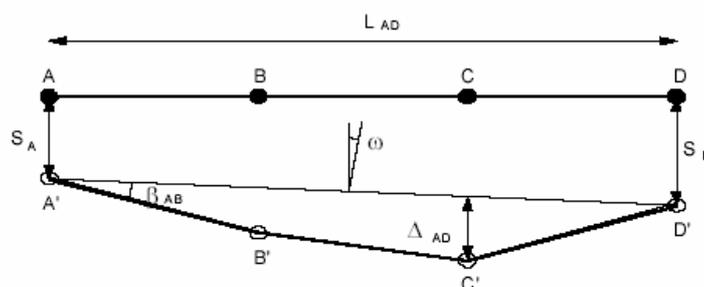


Figura 33: Definiciones básicas del movimiento de las cimentaciones

**Asiento**,  $s$ , definido como el descenso de cualquier punto de la cimentación de un edificio

**Asiento diferencial**,  $ds$ , definido como la diferencia de asiento entre dos puntos cualesquiera de la cimentación.

**Distorsión angular**,  $b$ , definida como el asiento diferencial entre dos puntos dividido por la distancia que les separa.

También se denomina **giro relativo** o rotación relativa cuando el asiento diferencial está referido a la distancia medida según la línea que define la inclinación media de la cimentación (línea A' D' en la figura).

**Deflexión relativa**,  $D$ , definida como el desplazamiento máximo relativo a la línea que une, tras el movimiento, dos puntos de la cimentación.

**Deflexión relativa normalizada**,  $D/L$ , definida como la deflexión relativa entre dos puntos dividida por la distancia que les separa.

---

#### Estados límite de servicio por distorsión angular

---

Estructuras isostáticas y muros de contención	1/300
Estructuras reticuladas con tabiquería de separación	1/500
Estructuras de paneles prefabricados	1/700

---

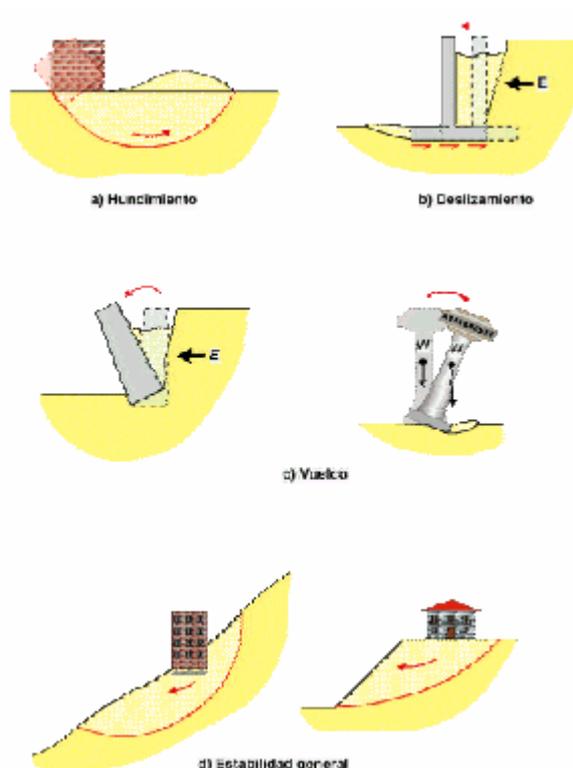
#### 5) Comprobación estructural.

La mayor parte de las cimentaciones son de hormigón, por lo que su dimensionado se realiza siguiendo los criterios de la EHE-98 actualmente en vigor, que analizaremos más adelante.

#### 6) Estabilidad general del conjunto.

Se ha de tener en cuenta no sólo la edificación propia, sino la posible influencia de las construcciones vecinas, posibles excavaciones próximas, estabilidad de laderas, etc. Las modalidades más predominantes son:

- Reptaciones lentas, que suelen afectar a una capa de poco espesor (1-3m), sensiblemente paralela a la superficie. Suelen provocarse por equilibrio estricto de urbanizaciones acumulación de edificaciones, fugas de agua, etc.
- Deslizamientos curvos afectando a masas importantes con formación de escarpes en cabecera. Suelen darse en taludes arcillosos con pendientes fuertes (20-40°), donde se producen subidas del nivel freático, socavaciones al pie, o acumulación de presiones en cabecera.
- Desprendimientos de bloques rocosos.



## 2.2.- Presión máxima y presión de cálculo

La distribución real de las presiones de la zapata sobre el suelo, y por lo tanto, las reacciones de éste, constituyen un tema complejo que depende de muchas variables, en particular de la rigidez de la zapata y de las características de tensión-deformación del suelo como hemos mencionado en el apartado anterior.

La presión a considerar en el cálculo estructural no podemos estimarla de una forma simple cuando el pilar tiene momentos en cimentación.

De una forma simplificada podemos calcular la presión máxima como la presión media sobre la zapata eficaz, utilizando el método de Meyerhof.

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{B' L'} \quad (12)$$

Los resultados obtenidos utilizando esta simplificación son aceptables, de modo que la hemos empleado en los desarrollos posteriores de este documento.

Para la comprobación al hundimiento se tomará:

Si  $B > L$  se tomará  $B' = L$  y  $L' = B$ .

Si  $B < L$  se tomará  $B' = B$  y  $L' = L$

Las instrucciones del hormigón, desde la del 68, establecen que para el cálculo de las solicitaciones se deduzcan las solicitaciones debidas al peso propio de la zapata y del terreno que descansa sobre ella. No obstante, el deducir estas presiones complica el cálculo, reduce el coeficiente de seguridad y en general puede en contra de la seguridad. Por ello en muchas ocasiones se consideran como solicitaciones o reacciones en el terreno las obtenidas sin descontar dicho peso propio, afectadas del coeficiente de mayoración de acciones.

En algunas ocasiones, por ejemplo muros de contención, el momento puede ser de signo contrario, de considerar o no el peso propio de la cimentación y del terreno.

La distribución de presiones suele considerarse uniforme, aplicando el método de Meyerhof, aunque algunos autores prefieren utilizar otras distribuciones, que proporcionan la presión máxima, en función del axil y de los dos momentos. Este último sistema presenta la dificultad de su complejidad en el cálculo.

Según la EH-98, la tensión máxima transmitida al terreno deberá cumplir:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{L.B} \pm \frac{6M_x}{L.B^2} \pm \frac{6M_y}{B.L^2} \leq 1,25\sigma_{\max} \quad (13)$$

$$\sigma_{\text{med}} = \frac{N}{B.L} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (14)$$

### **3.- ESTUDIO COMPARATIVO NORMATIVAS DE HORMIGÓN**

#### **3.1.- Evolución de las distintas normativas españolas**

En este capítulo vamos a realizar un recorrido por las distintas normativas promulgadas por el antiguo Ministerio de Obras Públicas y hoy Ministerio de Fomento, que han ido rigiendo el cálculo y la ejecución de estructuras desde 1968 hasta nuestros días, señalando los aspectos más significativos de las mismas, así como las principales novedades que se van a ir introduciendo en ellas a medida que van avanzando los conocimientos y los sistemas de cálculo empleados.

Con anterioridad a la instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado 1968 estaba vigente una Instrucción para el proyecto de obras de hormigón promulgada en 1939 y puesta al día en 1944, existiendo unas normas para el cálculo y ejecución de estructuras de hormigón armado de la Dirección General de Arquitectura de 1941.

Estudiaremos también las diferencias fundamentales que introducen otras normativas como el Código americano ACI 318-95 y normativas europeas como los Eurocódigos EC-7 y EC-2. Existen también algunas otras normas de ámbito europeo como el código inglés BS 8110 R1989 (BSI 1989), o la normativa Canadiense (CSA-A23.3-94) o la neozelandesa (NZS 3101-95), que introducen algunas variaciones en el cálculo pero que no hemos incluido en este documento por no haberlas considerado significativas.

#### **3.1.1.- Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado 1968/ EH-73**

La instrucción del 68, distingue entre zapatas rígidas y flexibles. Considera zapatas rígidas aquellas en las que el canto, medido en la sección del paramento del soporte, es mayor que el vuelo  $h > v$  y flexibles en el caso de que el canto sea inferior al vuelo  $h < v$ .

##### **3.1.1.1.- Zapatas rectangulares flexibles $h < v$ .**

Según art. 55.2 de la Instrucción del 68 se armarán paralelamente a los dos lados de su base, haciéndolo por separado en cada dirección, de acuerdo con las siguientes prescripciones:

**Cálculo a flexión** de la sección A-A coincidente con la cara del soporte, calculándose en la hipótesis de pieza en ménsula bajo la carga correspondiente a la reacción del terreno en zona del esquema. Esta sección de referencia se modificará en las normativas posteriores.

**Cálculo a cortante** de la sección B-B, situada a  $h/2$  de la cara del soporte, bajo la carga correspondiente a la reacción del terreno en zona del esquema. En la normativa posterior se considera situada a la mitad del canto útil, no del canto total.

**Armado:** paralelo al lado mayor distribuida uniformemente y la paralela al menor distribuida en una banda de ancho el lado menor  $A_b \cdot 2b/(a+b)$  y el resto en las bandas laterales resultantes.

### 3.1.1.2.- Zapatas rectangulares rígidas $h > v$

No es necesaria la comprobación a esfuerzo cortante y se dispondrá en cada una de las direcciones paralelas a los lados de la zapata una armadura uniformemente distribuida, dada por las fórmulas:

$$A_a = \frac{P^* \cdot a}{8 \cdot h_a \cdot \sigma_a^*} \quad A_b = \frac{P^* \cdot a}{8 \cdot h_b \cdot \sigma_b^*} \quad (15)$$

siendo:

- a,b: las dimensiones de la base de la zapata
- $A_a$ : sección total de la armadura paralela al lado a
- $A_b$ : sección total de la armadura paralela al lado b
- $P^*$ : valor de cálculo de la carga transmitida por el soporte

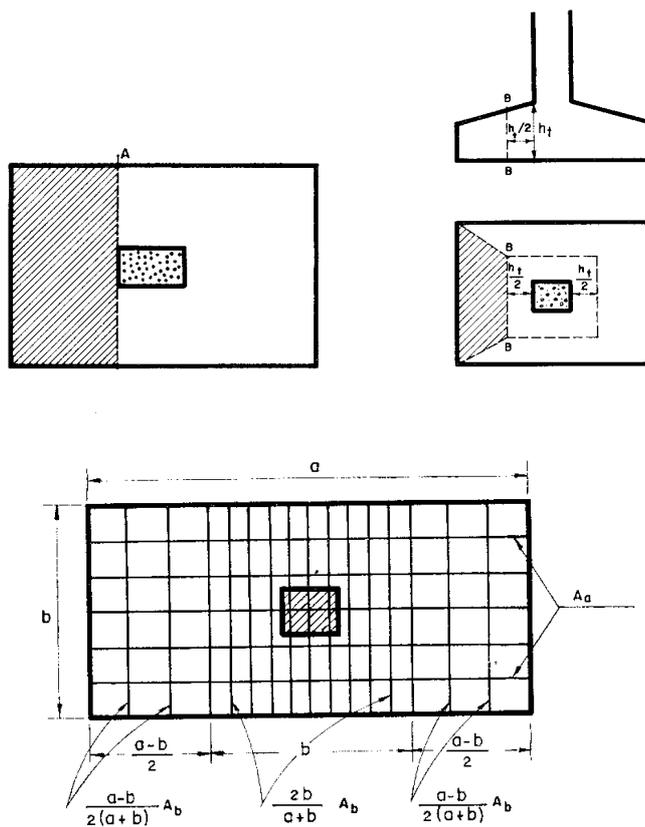


Figura 34: Armado según Instrucción del 68

**3.1.2.- Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-80, 82 y EH-88**

Estas instrucciones las hemos recogido de forma conjunta, ya que su tratamiento de las cimentaciones superficiales por medio de zapatas se tratan de forma similar, de ahí que no hayamos considerado necesario un apartado para cada una de ellas.

La EH-80 en su artículo 58.3, distingue tres tipos de zapatas, en función de su vuelo “v” en la dirección de mayor vuelo,

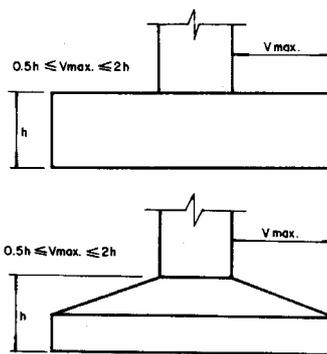


Figura 35: Tipo de zapatas según EH-80

**Tipología Zapatas**

Tipo	Vuelo
Tipo I	$0,5h < V_{max} < 2h$
Tipo II	$V_{max} < 0,5h$
tipo III	$V_{max} > 2h$

**3.1.2.1.- Cálculo a flexión:**

La sección de referencia  $S_1$  que se considera para el cálculo a flexión es paralela a la cara del soporte y está a una distancia de  $0,15 \cdot a$  de la cara del mismo, siendo  $a$  la dimensión del soporte medida ortogonalmente a la sección que se considera y siempre que el soporte sea de hormigón, tal y como indicamos en la figura siguiente.

El momento flector máximo a considerar es aquel que se produce en la sección de referencia  $S_1$ . Establece dónde se debe de tomar el momento flector máximo (Según art. 58.4.1.1.1. de la EH-80.)

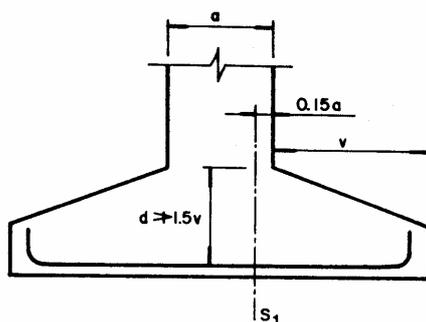


Figura 36 Situación de la sección S<sub>1</sub>

**3.1.2.2.- Determinación y disposición de la armadura:**

La armadura necesaria en la sección de referencia se hallará con un cálculo a flexión simple, calculada de acuerdo con los criterios anteriores, se extenderá en todos los casos, sin reducción alguna de su sección, de un lado a otro de la zapata. El momento flector que deberá resistir la sección de referencia no será menor que la quinta parte del momento de referencia que puede resistir la sección de referencia ortogonal.

En zapatas rectangulares, la armadura paralela al lado mayor de la base de la zapata de longitud  $a'$  se podrá distribuir uniformemente en todo el ancho  $b'$  de la base de la zapata. La armadura paralela al lado menor  $b'$  se deberá colocar de tal forma que una fracción del área total  $A$  igual a  $\frac{2b'}{a'+b'}$  se coloque uniformemente distribuida en una banda central coaxial con el soporte de anchura igual a  $b'$ . El ancho de  $b'$  no será inferior a  $a+2h$ , siendo  $a$  el lado del soporte paralelo al lado mayor de la zapata y  $h$  el canto de la misma.

**3.1.2.3.- Adherencia de las armaduras en zapatas**

Se ha de verificar que 
$$\tau_d = \frac{V_{d1}}{0,9.d.n.u} \leq \tau_{bd} \quad (16)$$

Siendo:  $V_{d1}$  el esfuerzo cortante mayorado por unidad de longitud en la sección de referencia  $s_1$

$n$  el número de barras por unidad de longitud

u el perímetro de cada barra

d el canto útil de la sección

$\tau_b$  la tensión tangencial de adherencia

$\tau_{bd}$  la resistencia de cálculo para la adherencia.  $\tau_{bd} = 0,95\sqrt[3]{f_{cd}^2}$  en kp/cm<sup>2</sup>

#### 3.1.2.4.- Cálculo a cortante

Se realizará en la sección de referencia, entendiendo como tal una sección plana perpendicular a la base de la zapata, paralela a la cara del soporte o muro y a una distancia d de la misma, medido el canto útil en la cara del soporte.

El valor de cálculo del esfuerzo cortante  $V_{d2}$  en la sección de referencia  $s_2$ , habrá de cumplir la siguiente limitación:

$$V_{d2} \leq 2 \cdot b_2 \cdot d_2 \cdot f_{cv} \text{ siendo } f_{cv} = 0,5\sqrt{f_{cd}} \cdot f_{cd} \text{ y } f_{cv} \text{ en kg/cm}^2 \quad (17)$$

#### 3.1.2.5.- Cálculo a punzonamiento

Se introduce por primera vez el cálculo a punzonamiento de los elementos de hormigón, manteniéndose este cálculo en todas las normativas de hormigón posteriores.

Se admite que la superficie  $S_p$  de referencia tiene un contorno en planta formado por rectas paralelas a los lados del soporte y distante de éste d/2, siendo d el canto de la zapata.

#### 3.1.2.6.- Comprobación de las condiciones de fisuración

De acuerdo con la EH-82, sólo es necesaria la comprobación en piezas lineales, luego no es el caso.

### 3.1.2.7.- Dimensiones y armaduras mínimas

En canto mínimo en el borde de las zapatas de hormigón armado no será inferior a 25cm. La cuantía geométrica mínima de la armadura longitudinal en las dos direcciones ortogonales es la misma que en la EH -91

La EH-82 recomienda no emplear diámetros inferiores a 12mm, aunque sin indicar calidad.

### 3.1.3.- EH-91

La EH-91 distingue los mismos 3 tipos de zapatas según la relación vuelo-canto de la normativa anterior:

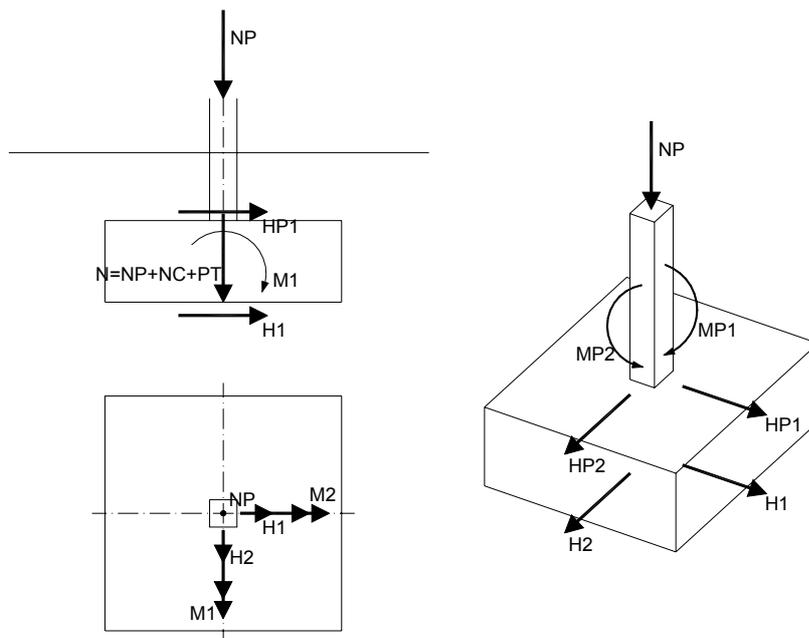


Figura 37: Acciones a considerar en la zapata

#### 3.1.3.1.- Cálculo a flexión

La sección de referencia y el cálculo a flexión es el mismo que en la normativa anterior.

El momento de cálculo de dicha sección es:

$$M_d^{11} = \frac{\tau_f \cdot \sigma \cdot b' \cdot v_a'^2}{2} \quad (18)$$

$$M_d^{22} = \frac{\tau_f \cdot \sigma \cdot a' \cdot v_b'^2}{2} \quad (19)$$

siendo para el caso de pilares:

$$v_a' = v_a + 0,15 \cdot a \quad v_b' = v_b + 0,15 \cdot b \quad (20)$$

La flexión produce unas tensiones de compresión y tracción en la sección de hormigón. Los valores máximos de estas tensiones son:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot \frac{h}{2}}{I} \quad (21)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot M_d^{11}}{b' \cdot h^2} = 3 \cdot \tau_f \cdot \sigma \cdot \left(\frac{v_a'}{h}\right)^2 \quad \sigma_{\max} = \frac{6 \cdot M_d^{22}}{a' \cdot h^2} = 3 \cdot \tau_f \cdot \sigma \cdot \left(\frac{v_b'}{h}\right)^2 \quad (22)$$

Estos valores de la tensión tienen que ser resistidos por el hormigón. La resistencia a tracción es lo más desfavorable, por lo que su valor viene limitado<sup>1</sup>:

$$f_{ct,d} = \frac{0,375 \cdot (f_{ck})^{2/3}}{\tau_c} \quad (23)$$

<sup>1</sup> Según el artículo 46.3 de la EH-91

Considerando el vuelo "v" aproximadamente igual a "v'", tenemos que (h/v') es aproximadamente mayor o igual a 2.

Para un hormigón H-150, y control reducido,  $\gamma_f = 1,8$  y  $\gamma_c = 1,7$ , tenemos:

$$\sigma_{\max} = \frac{0,375 \cdot 150^{2/3}}{1,7} = 6,22 \text{kp/cm}^2 \quad (24)$$

Si sustituimos en las expresiones anteriores, observamos que para presiones inferiores a 400kPa no sería necesaria armadura y cumpliría siempre.

### 3.1.3.2.- Comprobación a cortante

La comprobación es la misma que en la normativa anterior y debe de cumplirse:  $V_{2d} \leq V_{cu}$

El valor del cortante será:

$$V_2 = \sigma \cdot \left( \frac{a' - a}{2} - d \right) b' \quad (25)$$

$$V_{2d} = V_2 \cdot \tau_f \quad V_{cu} = f_{cv} \cdot b' \cdot d \quad f_{cv} = 0,5 \cdot \sqrt{f_{cd}} \quad (26)$$

La tensión tangencial de cálculo es:

$$T_d = \frac{v_{2d}}{A_2} = \frac{\sigma \cdot \left( \frac{a - a'}{2} - h \right) b' \cdot \tau_f}{b' \cdot h} \quad (27)$$

Este valor debe ser menor que la resistencia a tracción del hormigón:

$$T = \frac{0,375 \cdot (f_{ck})^{2/3}}{T_c} \quad (28)$$

### 3.1.3.3.- Comprobación a punzonamiento

La comprobación o cálculo a punzonamiento se realizará en superficie concéntrica a la zona de aplicación de la carga, situada a una distancia de las caras del soporte no menor que la mitad del canto total de la zapata.

El esfuerzo que produce el punzonamiento y el área resistente son:

$$V_d = \sigma \cdot (a' b' - (a + h) \cdot (b + h)) \cdot h$$

$$A = 2 \cdot (a + b + 2h) \cdot h \quad (29)$$

El valor del esfuerzo punzante de agotamiento vale:

$$V_{cu} = 2 \cdot f_{cv} \cdot A \quad (30)$$

Debe cumplirse:  $V_d \leq V_{cu}$

En el caso de no cumplir alguna de las dos condiciones, habría que aumentar el canto total  $h$ , y el canto útil  $d$ .

La tensión será:

$$\Gamma_d = \frac{\sigma \cdot (a' b' - (a + h) \cdot (b + h)) \cdot h}{2(a + b + 2h)h} \quad (31)$$

Esta tensión tendrá que ser menor o igual a  $2 \cdot f_{ct,d}$ , según art. 58.7 de la EH-91, por lo que:

$$\Gamma_d \leq 2 \cdot f_{ct,d} = \frac{0,75 \cdot (f_{ck})^{2/3}}{\tau_c} \quad (32)$$

En caso de no cumplir alguna de las dos condiciones, habría que aumentar el canto "h".

Hemos adjuntado un esquema comparativo de las dimensiones de las distintas superficies consideradas para el cálculo a punzonamiento, según las normativas más empleadas:

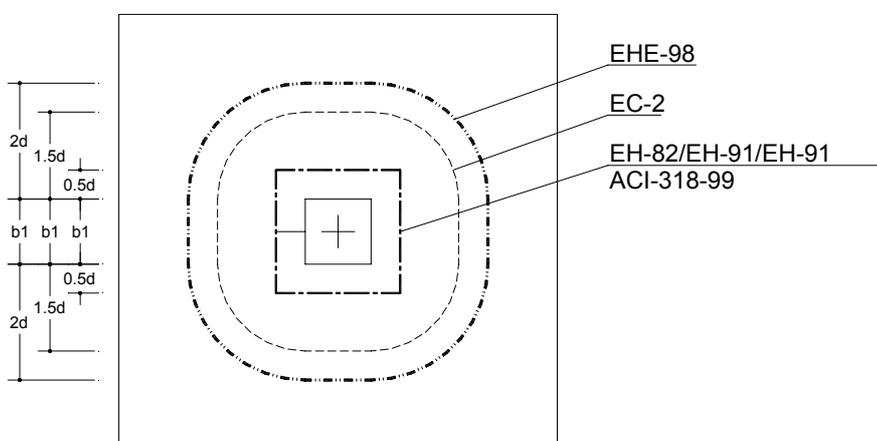


Figura 38: Secciones de punzonamiento según las distintas normas

Cuando el vuelo medido en las dos direcciones es igual o menor a la mitad del canto total, no es necesario realizar ningún tipo de comprobación ni a cortante ni a punzonamiento, si la presión transmitida es inferior a 400 kPa y el hormigón tiene una resistencia mínima H-150.

### ZAPATAS TIPO I Y III

#### Cálculo a flexión

Se considera una sección de referencia a la misma distancia definida en el apartado anterior.

El momento de cálculo de dicha sección es:

$$M_d^{11} = \frac{\tau_f \cdot \sigma \cdot b' \cdot v_a'^2}{2} \quad M_d^{22} = \frac{\tau_f \cdot \sigma \cdot a' \cdot v_b'^2}{2} \quad (33)$$

siendo para el caso de pilares:

$$v_a' = v_a + 0,15 \cdot a \quad v_b' = v_b + 0,15 \cdot b \quad (34)$$

Se dimensionará con estos esfuerzos la armadura necesaria, teniendo en cuenta la armadura mínima de la EH-91 :

$$A_s \leq 0,04 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \quad (35)$$

Se dispondrá como armadura de flexión el valor  $\alpha A_s$  siendo:

$$\alpha \cdot A_s = \left( 1,5 - 12,5 \cdot \frac{A_s f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \right) A_s \quad (36)$$

Si la zapata es cuadrada la armadura se distribuye uniformemente. Si es rectangular, la armadura paralela al lado mayor se distribuye uniformemente en el ancho  $b'$ . Una fracción de la armadura total  $A_s$  paralela al lado menor igual a:

$$\frac{2 \cdot A_s \cdot b'}{a' + b'} \quad (37)$$

se distribuye en un ancho  $b$  centrado con el soporte, pero este ancho no se tomará igual o mayor que:  $a+2h$ .

### 3.1.3.4.- Condiciones de adherencia

Las condiciones para zapatas apoyadas en el terreno, son las mismas que en la normativa anterior.

Para elementos con barras del mismo diámetro la EH-91 establece que se ha de cumplir para las dos direcciones:

$$V_{d1} = \tau_f \cdot \left( \frac{a'-a}{2} + 0,15.a \right) \cdot \sigma \cdot b' \quad V_{d2} = \tau_f \cdot \left( \frac{b'-b}{2} + 0,15.a \right) \cdot \sigma \cdot a' \quad (38)$$

Si  $V \leq 2h$  :

$$\tau_b = \frac{V_d}{0,9 \cdot d \cdot n \cdot u} \leq 0,95 \cdot \sqrt{f_{cd}^2} \quad (39)$$

Si  $V > 2h$  :

$$\tau_{bd} = \frac{\tau_{bu}}{1,6} \left( \frac{f_{ck}}{225} \right)^{2/3} \quad (40)$$

"d" es el canto de la zapata, "n" el número de barras en la dirección considerada y "u" el perímetro de cada barra.

$$\tau_{bu} = 115 \text{ kp/cm}^2 \text{ para } \Phi < 8$$

$$\tau_{bu} = 130 - 1,9 \varphi \text{ (el diámetro en mm) kp/cm}^2 \text{ para } 32 \geq \Phi \geq 8$$

$$\tau_{bu} = 69 \text{ kp/cm}^2 \text{ para } \Phi > 32$$

### 3.1.3.5.- Comprobación de las condiciones de fisuración

Es necesaria la comprobación en piezas superficiales, por lo que rige para zapatas aisladas.

Debe de realizarse al menos en ambiente húmedo con  $W_{lim} = 0,2$  mm, que sería el caso de ambiente II, (exteriores normales y piezas en contacto con aguas normales), ya que es usual la presencia de agua en el terreno.

La comprobación ha de hacerse para  $w=0,4$  mm en caso de ambiente I , que sería en el interior de edificios y ambiente exterior de baja humedad.

Deberá tenerse en cuenta que de acuerdo con la EH-91 corresponden unos recubrimientos de 20 y 30 mm, para ambiente I y II respectivamente. En sentido estricto, no es necesaria la comprobación de adherencia si  $N < 32$  mm.

### 3.1.3.6.- Condiciones de anclaje

En zapatas la armadura inferior debe de llevarse al menos de extremo a extremo. La armadura no necesita gancho siempre que se verifique:

$$V \geq D + l_b + \text{recubrimiento}$$

donde  $l_b$  es la longitud de anclaje recto en posición I de la EH-91. Si no se cumple, puede disponerse en el extremo el tramo vertical necesario para completar su longitud. Debe comprobarse en primer lugar si una simple terminación en patilla es suficiente para lo cual se debe cumplir:

$$V \geq D + 0,7 \cdot l_b + \text{recubrimiento}$$

Si se cumple, basta con colocar patillas en los dos extremos. En caso contrario, la longitud  $l'_b$  medida verticalmente desde el principio del codo debe ser:

$$l'_b = l_b - \frac{V - d - \text{recub}}{0,7} \text{ no menor de 2 diámetros}$$

### Anclaje de las barras corrugadas

Salvo justificación especial, las barras corrugadas se anclarán preferentemente por prolongación recta, pudiendo también emplearse patilla en las barras trabajando a tracción.

La patilla normal para barras corrugadas está formada por un cuarto de circunferencia de radio interior igual a  $3,5\phi$  , con una prolongación recta igual a  $2\phi$  .

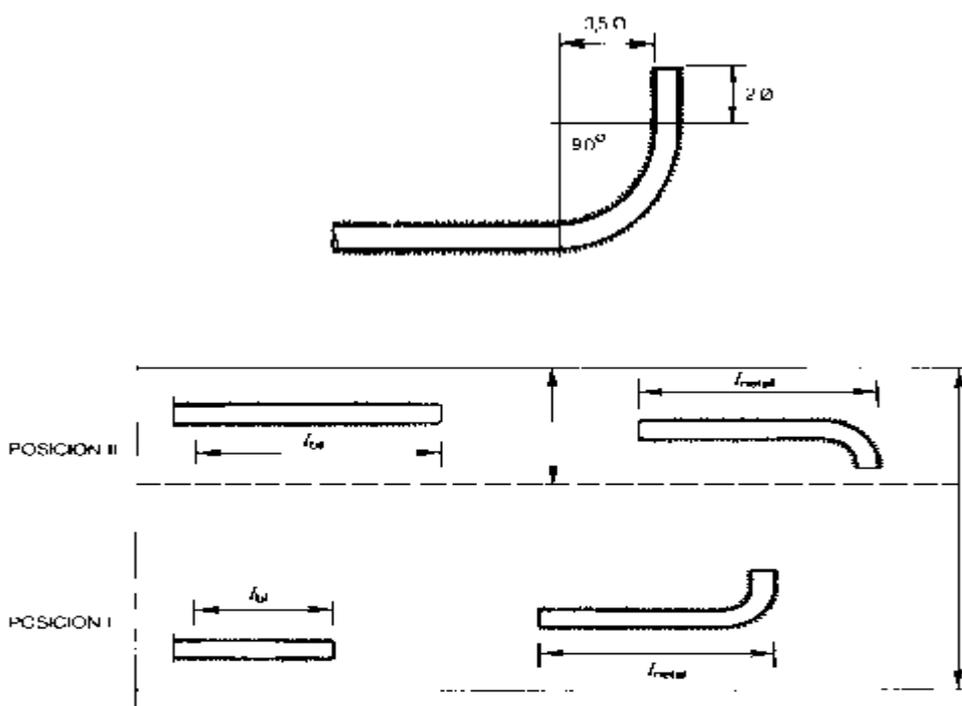


Figura 39: Longitudes de anclaje EH-91

Las longitudes prácticas de anclaje en prolongación recta  $l_b$  pueden calcularse para las barras corrugadas con las siguientes fórmulas

Para barras en posición I:

$$l_{br} = m \varnothing^2 \leq \frac{f_{yk}}{200} \varnothing \leq 15 \text{ cm}$$

Para barras en posición II:

$$l_{br} = 1,4 m \varnothing^2 \leq \frac{f_{yk}}{140} \varnothing \leq 15 \text{ cm}$$

siendo:

$\varnothing$  =diámetro de la barra, en centímetros.

m =coeficiente numérico, con los valores indicados en la tabla 40.3 en función del tipo de acero.

$f_{yk}$  =límite elástico garantizado del acero, en  $\text{kp/cm}^2$ .

<b>HORMIGON</b>	<b>m</b>		
	<b>AEH-400</b>	<b>AEH-500</b>	<b>AEH-600</b>
<b>H-150</b>	18		
<b>H-175</b>	16	21	
<b>H-200</b>	14	19	23
<b>H-225</b>	13	17	21
<b>H-250</b>	12	15	19
<b>H-300</b>	10	13	17
<b>H-350</b>	9	12	16
<b>H-400</b>	8	11	15
<b>H-500</b>	7	10	14

La terminación en patilla normalizada de cualquier anclaje de barras corrugadas en tracción permite reducir la longitud de anclaje a  $l_{neta} = 0,7 l_b \geq 10 \varnothing 15 \text{ cm}$ .

### 3.1.3.7.- Dimensiones y armaduras mínimas

#### Cuantías geométricas mínimas

	<b>AE-215 L</b>	<b>AEH-400</b>	<b>AEH-500</b>	<b>AEH-600</b>	
<b>LOSAS (*)</b>	2	1,8	1,5	1,4	
<b>MUROS (**)</b>	HORIZONTAL	2,5	2	1,6	1,4
	VERTICAL	1,5	1,2	0,9	0,8

(\*) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal. Las losas apoyadas sobre el terreno, requieren estudio especial.

(\*\*) Cuantía mínima de la armadura total en la dirección considerada. Esta armadura total debe distribuirse entre las dos caras, de forma que ninguna de ellas tenga una cuantía inferior a un tercio de la indicada. Los muros que deban cumplir requisitos de estanquidad, requieren estudio especial.

**Cantos y dimensiones mínimos**

El canto mínimo en el borde de las zapatas de hormigón en masa no será inferior a 35 cm. El canto total mínimo en el borde de los elementos de cimentación de hormigón armado no será inferior a 25 cm si se apoyan sobre el terreno, ni a 40 cm si se trata de encepados sobre pilotes. Además, en este último caso el espesor no será, en ningún punto, inferior a 1,5 veces el diámetro del pilote.

**Armadura mínima longitudinal**

Si el elemento de cimentación es una losa de espesor uniforme o variable, la cuantía geométrica  $\rho$  de la armadura longitudinal, en dos direcciones ortogonales, no será inferior a los valores dados en este apartado en función del límite elástico  $f_y$  del acero empleado. Esta cuantía geométrica  $\rho$  no será inferior, en ningún caso, a 0,0014. Además, la armadura dispuesta en las caras superior, inferior y laterales no se distanciará a más de 30 cm.

<b>Para aceros del tipo AE 215 L .....</b>	<b><math>\rho \geq 0,0020</math></b>
<b>Para aceros del tipo AEH 400N o AEH 400F.....</b>	<b><math>\rho \geq 0,0018</math></b>
<b>Para aceros con <math>f_y &gt; 4.100 \text{ kp/cm}^2</math> .....</b>	<b><math>\rho \geq 0,0018 \frac{4.100}{f_y}</math></b>

En la fórmula anterior  $f_y$  se expresará en  $\text{kp/cm}^2$  y  $\rho$  viene dado por:

$$\rho = \frac{A_{s1} + A_{s2} + A_{s3}}{A_c} \text{ en donde :} \tag{41}$$

$A_{s1}$  = Área de la sección de la armadura en tracción en  $\text{cm}^2/\text{ml}$  en la dirección en estudio.

$A_{s2}$  = Área de la sección de la armadura en compresión en  $\text{cm}^2/\text{ml}$  en la dirección en estudio.

$A_{s3}$  = Área de la sección de la armadura a disponer en las caras laterales en  $\text{cm}^2/\text{ml}$  en la dirección en estudio.

$A_c$  = Área de la sección del hormigón ortogonal a las armaduras en  $\text{cm}^2/\text{ml}$ .

La armadura mínima a disponer en la losa, de acuerdo con las fórmulas anteriores, se distribuirá uniformemente en el perímetro del elemento de cimentación.

La armadura longitudinal habrá de satisfacer lo establecido en el Artículo 38°.

Se recomienda que el diámetro mínimo de las armaduras a disponer en un elemento de cimentación no sea inferior a 12 mm.

### **Armadura mínima transversal**

No será preciso disponer armadura transversal en los encepados y zapatas tipo I y en las zapatas y encepados tipo II, la disposición de la armadura transversal estará de acuerdo con el Artículo 61° de la EH-91.

En las zapatas y encepados tipo III no será preciso disponer armadura transversal, siempre que no sea necesaria por el cálculo y se ejecuten sin discontinuidad en el hormigonado.

Si la zapata o el encepado se comporta esencialmente como una viga ancha y se calcula como elemento lineal, de acuerdo con 58.6.2.1, la armadura transversal estará de acuerdo con lo establecido en 39.1.3.

Si la zapata o el encepado se comporta esencialmente actuando en dos direcciones y se calcula a punzonamiento, de acuerdo con 58.6.2.2., la armadura transversal estará de acuerdo con lo establecido en 39.1.3 y con lo establecido en la figura 55.6.a.

### **3.1.4.- EHE-98**

#### **3.1.4.1.- Clasificación de las cimentaciones**

Según la EHE-98 las cimentaciones se clasifican en rígidas y flexibles:

**Rígidas:** Zapatas y encepados con  $v < 2h$  en la dirección de más vuelo, pozos y elementos masivos de cimentación, (Tipo I y II de la antigua EH-91). Se calcularán con la teoría de bielas y tirantes.

**Flexibles:** Zapatas y encepados con  $v \geq 2h$  en la dirección de más vuelo, losas y vigas de cimentación (Tipo III de la antigua EH-91). Se calcularán con la teoría general de flexión.

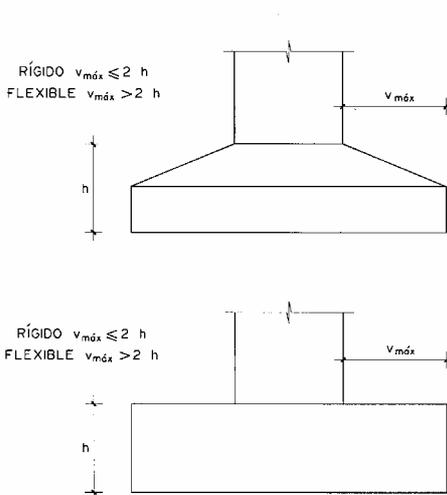


Figura 40 Tipos de zapatas EHE

### 3.1.4.2.- Dimensiones mínimas

En zapatas aisladas los cantos mínimos serán de 30cm en el caso de zapatas de hormigón en masa y 25cm en el caso de hormigón armado. Además será necesario que el canto de la zapata sea suficiente para poder desarrollar el anclaje de las barras trabajando a compresión. Las dimensiones en planta deberán garantizar que la tensión transmitida al terreno sea inferior a la admisible, admitiéndose una distribución plana de tensiones en el terreno bajo la zapata.

Las tensiones máxima y mínima producidas en el terreno por una zapata rectangular sobre la que actúan un axil  $N_k$  un momento  $M_k$  paralelo a la dimensión  $a_2$  son (para una ley trapezoidal) :

$$\sigma = \frac{N_k}{a_2 \cdot b_2} \pm \frac{6 \cdot M_k}{b_2 \cdot a_2^2} \quad (42)$$

Zapatas rígidas:

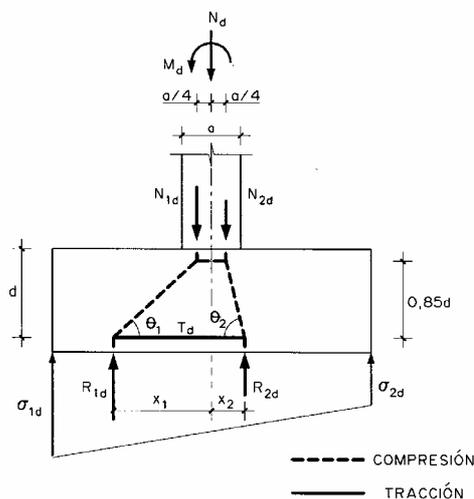


Figura 41:Esquema bielas

La armadura principal se obtendrá para resistir la tracción  $T_d$  indicada en el modelo, que resulta:

$$T_d = \frac{R_{1d}}{0,85 d} ( x_1 - 0,25 a ) = A_s f_{yd} \quad (43)$$

Resumen de cálculo

ZAPATAS AISLADAS RÍGIDAS			
Comprobación	Valor acciones	Combinación acciones	Referencias EHE
Cálculo			
Flexión	De cálculo (valor de comb.)	ELU	59.4.1.1, 24, 40
Cortante	De cálculo (valor de comb.)	ELU	No es necesario
Punzonamiento	De cálculo (valor de comb.)	ELU	No es necesario
Fisuración	De cálculo (valor casi-permanente)	ELS Cuasi-permanente	49

<b>Anclaje</b>	De cálculo	ELU	66.5
<b>ZAPATAS AISLADAS FLEXIBLES</b>			
<b>Comprobación</b>	<b>Valor acciones</b>	<b>Combinación acciones</b>	<b>Referencias EHE</b>
<b>Cálculo</b>			
<b>Flexión</b>	De cálculo (valor de comb.)	ELU	59.4.2.1, 42
<b>Cortante</b>	De cálculo (valor de comb.)	ELU	59.4.2.1.1.2, 44
<b>Punzonamiento</b>	De cálculo (valor de comb.)	ELU	59.2.1.2.2, 46
<b>Fisuración</b>	De cálculo (valor casi-permanente)	ELS Cuasi-permanente	49
<b>Anclaje</b>	De cálculo	ELU	66.5

El cálculo a flexión se realiza para cada dirección principal, en la sección de referencia S1, que está situada a una distancia de 0,15a de la cara del soporte en el caso de pilares de hormigón y a la mitad de la distancia entre la cara del pilar y el borde de la placa de anclaje en el caso de pilares metálicos.

$$M_d = \frac{1}{2} \frac{N_d}{a_2} \left( \frac{a_2 - a_1}{2} + 0.15a_1 \right)^2 \quad (44)$$

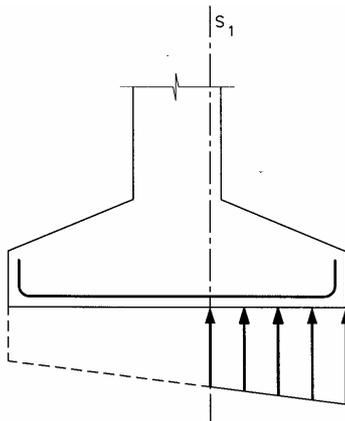


Figura 42: Situación s1 EHE

### 3.1.5.- Comprobación a punzonamiento

Se define el perímetro crítico a punzonamiento, como aquel que se sitúa a una distancia 2d del borde de la zona cargada, siendo d el canto útil de la zapata. En los pilares de borde y de esquina se recorta ligeramente, con objeto de tener en cuenta que la distribución real de tensiones tangenciales no es uniforme, o bien aumentamos el axil de punzonamiento mediante un coeficiente multiplicador  $\beta$ .

El perímetro crítico a punzonamiento se define de acuerdo con lo indicado en la figura:

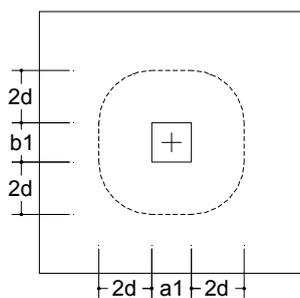


Figura 43: Sección referencia punzonamiento

Fuerza de punzonamiento actuante fuera del perímetro crítico:

$$V_{pd} = \sigma_{td} [a_2 b_2 - a_1 b_1 - 4d(a_1 + b_1) - 4\pi d^2] \quad (45)$$

La superficie resistente a punzonamiento viene definida por el producto del perímetro crítico definido anteriormente por el canto útil de la zapata:

$$S_p = 2(a_1 + b_1 + 2\pi d)d \quad (46)$$

El valor de la resistencia a punzonamiento viene dado por el producto de la tensión resistente a punzonamiento por  $S_p$ :

$$V_{pu} = V_{cu} \cdot S_p \quad (47)$$

donde:

$$V_{cu} = 0.12\xi(100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (48)$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d(mm)}} \quad (49)$$

$$\rho \leq 0.02$$

$$V_{pd} \leq S_p \cdot V_{cu} \quad (50)$$

### 3.1.6.- Comprobación a cortante

El cortante de cálculo resulta para la presión uniforme de cálculo  $\hat{f}_{td}$  y en la dirección  $a_2$ :

$$V_d = \sigma_{td} b_2 \left( \frac{a_2 - a_1}{2} - d \right) \quad (51)$$

$$V_{cu} = 0.12\xi(100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_0 d \quad (52)$$

$$V_d \leq V_{cu} \quad (53)$$

Si la comprobación anterior no se cumple, puede disponerse armadura transversal en cada dirección, de acuerdo con la teoría general de esfuerzo cortante en piezas lineales.

**Comprobación del estado límite de fisuración.**

Se realizará con la combinación de acciones de cálculo, valor cuasi-permanente.

**Comprobación del estado límite de anclaje.**

La armadura calculada deberá estar anclada según el más desfavorable de los dos criterios siguientes:

-Anclaje en una longitud  $l_{b, \text{net}, A}$  desde una sección  $S_3$  situada a un canto útil de la sección de referencia  $S_1$ .

$$l_{b, \text{net}, A} = l_b \frac{A_{s, \text{cálculo}}}{A_{s, \text{real}}} \quad (54)$$

$l_b$ , es la longitud básica de anclaje

$A_{s, \text{cálculo}}$ , es el área de la armadura a tracción resultante del cálculo a flexión. Podemos aproximarla con:

$$A_{s, \text{cálculo}} = \frac{M_d}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (55)$$

$A_{s, \text{real}}$ , es el área de la armadura real dispuesta en la zapata

-Anclaje de una fuerza  $T_d$  desde la sección  $S_3$  de la figura:

$$T_d = R_d \frac{v + 0,15 a - 0,25 h}{0,85 h} \quad (56)$$

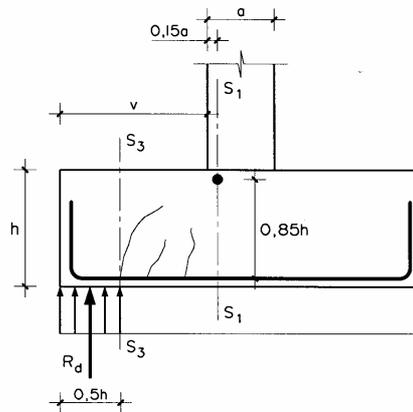


Figura 44: Secciones de referencia EHE

Las disposiciones de anclaje que se pueden utilizar son:

Condición	Criterio	$L_{b, neta}$ a considerar
$L_{b, neta, A} + d - 0,15 a > L_{b, neta, B} + v - A$ $0,5h_{,1}$		$L_{b, neta, A}$
$L_{b, neta, A} + d - 0,15 a < L_{b, neta, B} + v - B$ $0,5h,$		$L_{b, neta, B}$

Si...	Anclaje
<p>Criterio A</p> <p><math>v - r - d + 0,15a_1 &gt; L_{b, neta, A}</math></p> <p><math>v - r - d + 0,15a_1 &gt; 0,7 \cdot L_{b, neta, A}</math></p> <p><math>v - r - d + 0,15a_1 &lt; 0,7 \cdot L_{b, neta, A}</math></p>	<p>Prolongación recta</p> <p>Patilla o barra soldada</p> <p>Prolongación recta sobre patilla (L1)</p>
<p>Criterio B</p> <p><math>0,5h &gt; L_{b, neta, B}</math></p> <p><math>0,5h &gt; 0,7 \cdot L_{b, neta, B}</math></p>	<p>Prolongación recta</p> <p>Patilla o barra soldada</p>

$$0,5h < 0,7 * L_{b, neta, B}$$

Prolongación recta sobre patilla  
(L<sub>1</sub>)

**3.1.6.1.- Cuantías mínimas**

Elemento	B 400 S	B 500 S
Armadura longitudinal	2,0	1,8
Armadura transversal	2,0	1,8

**3.1.6.2.- Modificación del valor de los recubrimientos.**

La disposición de los recubrimientos adecuados capaces de garantizar un espesor mínimo del mismo en todo punto de cada una de las armaduras, constituye un criterio básico para alcanzar una durabilidad adecuada. Por ello será necesario disponer unos espesores mínimos y nominales, en función del nivel de control de ejecución, y de la clase de exposición.

En cimentaciones, muros de sótano y otros elementos en contacto con el terreno, el ambiente será

Clase de exposición	Recubrimiento nominal		Recubrimiento mínimo
	Control intenso	Control normal o reducido	
Ila	30	35	25
Qb	45	50	40*

\* este recubrimiento sólo es válido para el caso de que el ambiente Q<sub>b</sub>, sea consecuencia exclusiva de la presencia de sulfatos (tabla 8.2.3.b de la EHE).

### 3.2.- Zapatas excéntricas, de medianera y de esquina

Siempre que la resultante vertical de acciones esté aplicada dentro del núcleo central ABCD, la zapata puede considerarse centrada, con los momentos  $M_x$  y  $M_y$ , actuando en cada dirección principal.

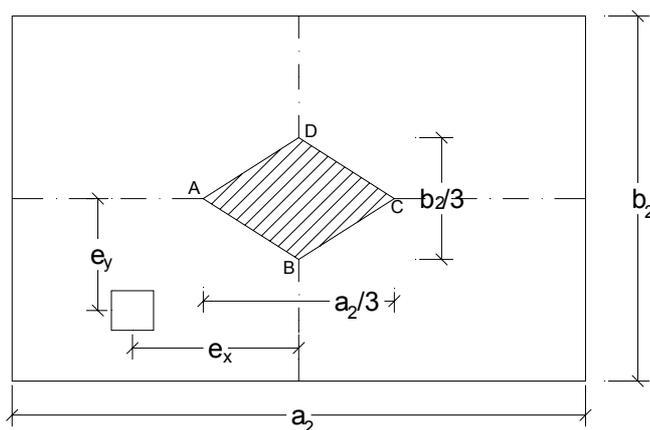


Figura 45: Situación del núcleo central

### 3.3.- Cálculo a flexión de las zapatas de medianera

El empleo de las zapatas de medianera surge ante la necesidad de situar los pilares perimetrales del edificio junto a los límites de propiedad o de la parcela, de ahí que su uso sea muy habitual. La utilización de este tipo de zapatas supone que las cargas transmitidas por los pilares van a estar descentradas con respecto a la geometría de las zapatas de modo que van a aparecer unos momentos en cimentación. Para centrar estos momentos podemos emplear distintas formas, que si bien no son objeto de este documento, de modo que vamos a señalar únicamente y de forma resumida las alusiones a ello de la EHE-98, refiriéndonos al empleo o no de viga centradora entre la zapata de medianera y la más próxima.

Podemos distinguir dos casos:

Sin viga centradora

Armatura según  $a_2$ : Se puede calcular como una viga de ancho el del pilar más medio canto a cada lado, en voladizo, sometida a las acciones del terreno y otros elementos como tirantes de arriostramiento.

Armatura según  $b_2$ : Se calcula como una losa en vuelo desde el eje de la zapata ( $b_2/2$ )

Con viga centradora

Armatura según  $a_2$ : La necesaria para resistir el 20% del esfuerzo que resiste la armadura según  $b_2$

Armatura según  $b_2$ : Se calcula como una zapata (rígida o flexible) con un ancho de soporte igual al ancho de la viga centradora.

### 3.4.- Cálculo a flexión de las zapatas de esquina

Un posible modelo simplificado para el cálculo de zapatas de esquina puede ser considerar éstas como placas empotradas sobre voladizos laterales unidos al pilar. Esto conduce a la necesidad de armar las zapatas en dos caras: superior e inferior.

En cuanto a las demás comprobaciones: cortante, punzonamiento, fisuración y anclaje, se realizará de la misma forma que en las zapatas aisladas.

#### 3.4.1.- Resistencias mínimas del hormigón y el acero

Las resumimos en la siguiente tabla:

Tipo de hormigón	$f_{ck}(N/mm^2)$
En masa	20
Armado o pretensado	25
De limpieza	--



### 3.5.2.- Comprobación a cortante

El valor de  $V_{cu}$  viene dado por:

$$V_{cu} = \tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_l) b_0 d \quad (57)$$

donde el valor de  $\tau_{Rd}$  en función de  $f_{ck}$  viene dado por:

$f_{ck}(\text{kPa})$	25	30	35	40	45	50
$\tau_{Rd}$	0,30	0,34	0,37	0,41	0,44	0,48

### 3.6.- ACI 318

#### 3.6.1.- Comprobación a punzonamiento

El perímetro crítico a punzonamiento se sitúa a una distancia de  $d/2$  del borde de la zona cargada. En el caso de pilares muy alargados se reduce el valor de la tensión  $V_{pu}$  de punzonamiento hasta igualarlo al de corte.

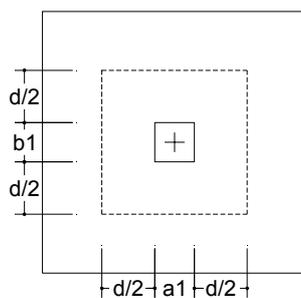


Figura 47: Sección de referencia a punzonamiento ACI-318

#### 3.6.2.- Comprobación a cortante

El valor de  $V_{cu}$  viene dado por el mayor de los siguientes valores:

$$V_{cu} = 0.13\sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 d \quad (58)$$

$$V_{cu} = \left[ 0,12\sqrt{f_{ck}} + 13,5\rho_l \frac{V_d d}{M_d} \right] b_0 \cdot d < 0,23\sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 \cdot d \quad (59)$$

Además de las normativas mencionadas existen otras, como las holandesas que también están alcanzando gran difusión, si bien no hemos considerado que puedan aportar datos significativos al estudio que estamos realizando.

## 4.- EVOLUCIÓN DE LOS DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO

Desde el momento en que se comienzan a sistematizar los cálculos de los elementos de cimentación y que ya hemos señalado en apartados anteriores, el cálculo de una estructura, en general, se compone de una serie de etapas, que podemos resumir de la siguiente forma:

- Establecimiento del esquema estructural, que suele ser una simplificación de la estructura real a efectos de cálculo.
- Determinación de las hipótesis de carga.
- Cálculo de esfuerzos.
- Cálculo de secciones.

La determinación de las hipótesis de carga de la estructura podemos hacerla de dos formas distintas:

- *Métodos clásicos o de tensiones admisibles*, que son aquellos que determinan las solicitaciones correspondientes a las cargas máximas en servicio y calculan luego las tensiones correspondientes a estas solicitaciones (tensiones de trabajo), comparando sus valores con una fracción de la resistencia de materiales (tensión admisible).
- *Métodos de cálculo en rotura*, o métodos probabilísticos, en los cuales se determinan las solicitaciones correspondientes a las cargas mayoradas y se comparan sus valores con las solicitaciones últimas, que son las que agotarían la pieza si los materiales tuvieran, en vez de las resistencias reales, las resistencias minoradas.

El método clásico de cálculo del hormigón armado resulta de la aplicación de las teorías clásicas de la Resistencia de Materiales, en fase elástica, a piezas heterogéneas constituidas por el hormigón y las armaduras.

Para la obtención del estado tensiones se procede generalmente en dos etapas:

- Primero se calculamos los esfuerzos, imaginando la pieza cortada en una serie de secciones planas características, calculándose, al considerar el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones de la estructura, la sollicitación que actúa sobre cada una de esas secciones.
- En la segunda etapa, a partir de esos esfuerzos obtenemos las tensiones en todas las fibras de hormigón y las armaduras de la sección, suponiendo un comportamiento lineal y elástico para ambos materiales.

En el cálculo de secciones por el método clásico partimos de una serie de hipótesis:

- Las tensiones admisibles tanto en hormigón como acero, son:

$$\sigma_{c,adm} = \frac{f_c}{V_1} \quad (60)$$

$$\sigma_{s,adm} = \frac{f_y}{V_2} \quad (61)$$

- Se admite la hipótesis de Bernouilli, de que las deformaciones normales a la sección siguen una ley plana.
- Se admite un diagrama tensión-deformación lineal para el hormigón en compresión, (ley de Hooke), con un módulo de elasticidad para cargas de actuación breve  $E_c (kp/cm^2) = 21.000\sqrt{f_c (kp/cm^2)}$ .
- Se admite un diagrama tensión-deformación lineal para el acero en tracción o compresión, con un módulo de elasticidad  $E_s (kp/cm^2) = 2.100.000kp/cm^2$
- Se aplicarán a la sección las ecuaciones de equilibrio, igualando las resultantes de las tensiones internas en hormigón y armaduras con los esfuerzos actuantes sobre la sección

Una vez que se establecen las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones en las sollicitaciones, adoptamos para el hormigón el diagrama parábola-

rectángulo y para los aceros de dureza natural el diagrama birrectilíneo de cálculo (J.Montoya, 1987).

El estado completo de tensiones y deformaciones de cada barra de una estructura lineal puede determinarse completamente si son conocidos los esfuerzos (fuerzas y momentos internos) que actúan en sus extremos. Una vez hallados éstos, el cálculo de puntos intermedios de una barra dependen exclusivamente de las características de la misma, no de la posición que ocupa en la estructura. El cálculo termina cuando conocemos los movimientos de los nudos y las fuerzas y los momentos en sus extremos. Para obtener los esfuerzos y movimientos se requieren cálculos complejos, lo que hace que estén ligados a desarrollos tediosos que deben ser realizados en el ordenador.

## 5.- EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO

La forma natural de proceder de la mente humana consiste en separar los sistemas en elementos o componentes individuales cuyo comportamiento pueda conocerse sin dificultad, y a continuación reconstruir el sistema original para estudiarlo a partir de sus componentes.

Con excepción de las estructuras de barras, la mayor parte de las estructuras de arquitectura e ingeniería son de naturaleza continua, y por tanto no pueden expresarse en forma precisa en función de un número pequeño de variables discretas. Un análisis riguroso de dichas estructuras precisa la integración de ecuaciones diferenciales que expresan el equilibrio de un elemento diferencial genérico de las mismas.

El método de los elementos finitos, (Zienkiewicz, 1994) es un procedimiento de aproximación de problemas continuos de tal forma que:

- El continuo se divide en un número finito de partes o elementos cuyo comportamiento se especifica mediante un número concreto de parámetros.
- La solución del sistema completo como ensamblaje de los elementos que sigue las mismas reglas que se aplican a los problemas discretos.

Aunque las estructuras continuas son inherentemente tridimensionales, en algunos casos su comportamiento puede describirse adecuadamente por modelos matemáticos uni o bidimensionales.

El método de los elementos finitos es hoy día el procedimiento más potente para el análisis de estructuras de carácter uni, bi o tridimensional, sometidas a las acciones exteriores más diversas. Las etapas básicas del análisis son las siguientes (Oñate, 1992):

- Seleccionar un modelo matemático apropiado para describir el comportamiento de la estructura, definiendo las propiedades mecánicas de cada uno de los materiales que lo componen, así como el carácter de deformación del mismo.

- Discretización de la estructura en porciones no intersectantes entre sí, denominadas “*elementos finitos*”, dentro de las cuales se interpolan variables principales, en función de sus valores en una serie de puntos discretos del elemento denominados “*nodos*”. Los elementos se conectan entre sí por los nodos situados en su contorno. Esta es la parte fundamental de este preproceso.
- A partir de la expresión del Principio de los Trabajos Virtuales<sup>2</sup>, se obtienen las matrices de rigidez  $K^{(e)}$  y el vector de cargas  $f^{(e)}$  para cada elemento.
- Ensamblaje de las matrices de rigidez y el vector de carga elementales en la matriz de rigidez global de toda la malla de elementos finitos  $K$  y el vector de cargas sobre los nodos  $F$ , respectivamente.
- El sistema de ecuaciones resultante  $ka=f$  se resuelve para calcular las variables incógnitas ( movimientos de todos los nodos de la malla).
- Cálculo de las deformaciones y tensiones de cada elemento, así como las reacciones en los nodos con movimientos prescritos.

Una vez realizados las distintas etapas, tenemos que interpretar y presentar los resultados numéricos obtenidos.

Las etapas 3 a 6 son las que implementamos en el ordenador con el método de los elementos finitos. Una vez estudiados los resultados, pueden efectuarse modificaciones de cualquiera de las etapas anteriores.

Las estructuras con las que vamos a trabajar y que hemos denominado con anterioridad sistemas estructurales continuos, tienen infinitos grados de libertad y, por tanto, para conocer cuál sería su comportamiento frente a la acción de cargas exteriores debería ser necesario integrar las correspondientes ecuaciones diferenciales de equilibrio. Sin embargo este tipo de análisis es con frecuencia difícil o imposible, debido a la geometría

---

<sup>2</sup> “Una estructura está en equilibrio bajo la acción de un sistema de fuerzas exteriores si al imponer a la misma unos desplazamientos arbitrarios (virtuales) compatibles con las condiciones de los apoyos, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores sobre los desplazamientos virtuales es igual al trabajo que realizan las tensiones en la barra sobre las deformaciones producidas por los desplazamientos virtuales”.

de la estructura, la naturaleza de las condiciones de contorno, la distribución de las propiedades mecánicas de los materiales, el tipo de cargas, etc., y en la práctica es necesario utilizar métodos simplificados que nos permitan analizar la estructura de manera aproximada.

El método de los elementos finitos es uno de los procedimientos que existen para aproximar el comportamiento de una estructura con infinitos grados de libertad por el de otra, con aproximadamente las mismas propiedades físicas y geométricas, pero con un número finito de grados de libertad, cuyas ecuaciones de equilibrio pueden expresarse por un sistema algebraico de ecuaciones simultáneas, con un número limitado de incógnitas. De esta forma sustituimos la estructura por un modelo teórico formado por una serie de elementos finitos, conectados entre sí a través de sus nodos y sometidos a una serie de acciones externas.

Una vez discretizada la estructura obtendremos las ecuaciones matriciales de la misma, a partir del estudio del equilibrio de los elementos que la componen.

Las cimentaciones superficiales, y en concreto las zapatas, podemos estudiarlas desde el punto de vista de la elasticidad bidimensional, ya que son elementos que plantean problemas de deformación plana, dado que una de sus dimensiones es mucho mayor que las otras dos, y además sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos perpendiculares al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales.

En nuestro caso hemos discretizados las zapatas por medio de elementos tri o tetranodales bidimensionales, tipo *shell*.

### **5.1.- Descripción del elemento shell**

El elemento shell es un elemento tri o tetranodal tridimensional general, que puede tener un comportamiento como placa o láminas a flexión, o bien, como membrana.

El comportamiento como membrana utiliza una formulación isoparamétrica que incluye componentes traslacionales rígidos en el plano y una componente traslacional de rigidez en la componente normal al plano del elemento.

La placa incluye dos tipos de componentes de rigidez, una rotacional exterior al plano de la placa y otra en la dirección normal al plano del elemento. En el caso de las placas gruesas se tiene en cuenta la teoría de Mindlin/Reissner, mientras que en el caso de placas delgadas son de aplicación los criterios de Kirchhoff.

Se utiliza para los elementos una fórmula de integración numérica de ocho puntos. Las fuerzas de los elementos, en el sistema local de coordenadas de los mismos, son evaluadas en los puntos de integración y extrapoladas a los nudos del elemento. Un error aproximado en las fuerzas de los elementos puede ser estimado desde diferentes elementos unidos a un nudo común. Esto dará una idea de la precisión de la aproximación de los elementos finitos y puede usarse como base para la selección de una nueva y más eficaz red de elementos finitos.

Cada elemento shell puede tener tres o cuatro nodos, siendo más eficaz la utilización de elementos tetranodales, recomendándose la utilización de los trinodales para el caso de las transiciones, ya que si bien su formulación de rigidez es razonable, la recuperación de la tensión es algo pobre.

Cada elemento shell tiene su propio sistema de coordenadas locales, utilizado para definir las características del material, sus cargas y el estado tensional en el que se encuentra. Los ejes de este sistema de coordenadas se denominan 1, 2 y 3. Los dos primeros están colocados en el plano del elemento y el tercero es perpendicular al mismo.

Para cada uno de los elementos definiremos las características del material, como son su módulo de elasticidad, el coeficiente de Poisson, coeficiente de dilatación térmica, su masa y su peso. También definiremos para cada uno de ellos el espesor.

Se permite la aplicación de cargas superficiales sobre el elemento en la forma de carga normal de presión, temperatura o cargas gravitatorias.

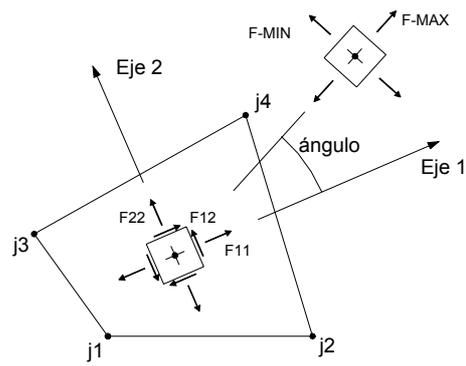


Figura 48: Fuerzas que actúan sobre el elemento shell

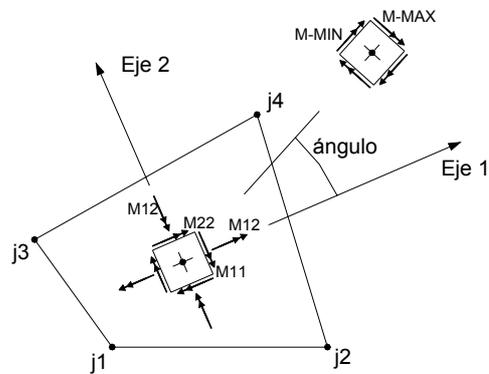


Figura 49: Momentos flectores y torsores que pueden actuar sobre el elemento

## 5.2.- Placas gruesas. Teoría de Reissner/Mindlin

La teoría de Reissner/Mindlin para el estudio de placas gruesas se basa en una serie de hipótesis fundamentales, (Oñate, 1992):

- En los puntos del plano medio  $u=v=0$ , en otras palabras, los puntos del plano medio sólo se mueven verticalmente.
- Todos los puntos contenidos en una normal al plano medio tienen el mismo desplazamiento vertical.
- La tensión normal  $\sigma_z$  es despreciable.

- Los puntos que antes de la deformación estaban sobre la normal al plano medio de la placa permanecen al deformarse sobre una misma recta, sin que ésta tenga que ser necesariamente ortogonal a la deformada del plano medio.

De las hipótesis 1, 2 y 4 se deduce:

$$u(x, y, z) = -z\theta_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = -z\theta_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y)$$

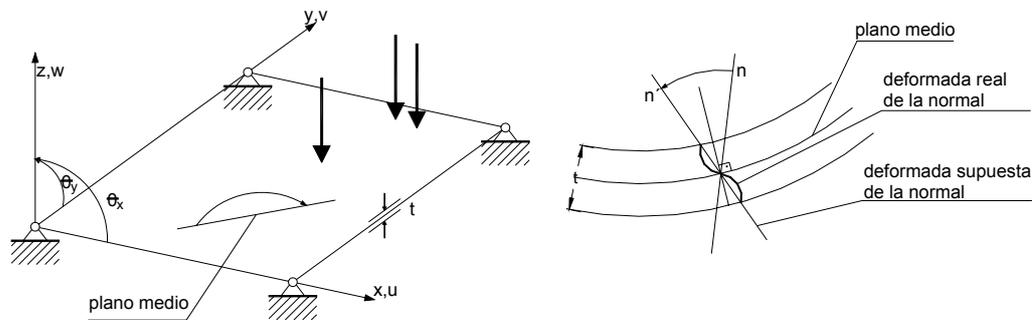


Figura 50: Deformación de la sección

donde  $\theta_x$  y  $\theta_y$  son los ángulos que definen el giro de la normal, por lo que podemos definir el vector de movimientos como:

$$u = [w, \theta_x, \theta_y]^T \quad (62)$$

De la hipótesis 4 sobre el giro de la normal se obtiene:

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x \quad (63)$$

e igualmente para el plano yz:

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \quad (64)$$

Es decir, los giros de la normal en un punto se componen de dos términos:  $\frac{\partial w}{\partial x}$  y  $\frac{\partial w}{\partial y}$  son debidos al cambio de pendiente del plano medio.  $\phi_x$  y  $\phi_y$ , se deben al giro adicional de la normal al no permanecer necesariamente ortogonal a la deformada del plano medio. El que las normales al plano medio permanezcan rectas después del giro implica que la distribución de tensiones  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  sea constante sobre el espesor. En realidad esto no es más que una aproximación, pues, de hecho, las normales inicialmente rectas se distorsionan durante la deformación, siendo dicha distorsión más importante conforme mayor es el espesor de la placa. Así pues, debemos interpretar los giros  $\phi_x$  y  $\phi_y$ , como valores medios de la deformada real de la normal.

Para obtener el campo de deformaciones partimos de la definición general de las deformaciones en tres dimensiones. Sustituyendo en dicha ecuación el campo de movimientos, se obtiene:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad (65)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \quad (66)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (67)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \quad (68)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial x} = -\phi_x \quad (69)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = -\theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} = -\phi_y \quad (70)$$

La no ortogonalidad de la normal se traduce en que las deformaciones transversales  $\gamma_{xz}$  y  $\gamma_{yz}$  no son nulas, siendo su valor absoluto el de los giros  $\phi_x$  y  $\phi_y$ , respectivamente. También se aprecia que dichas deformaciones son independientes de la coordenada z.

La condición de deformaciones transversales nulas implica que  $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x}$  y  $\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$ .

Según la hipótesis 3 la tensión normal  $\sigma_z$  es nula, con lo que podemos definir el vector de tensiones no nulas de la siguiente manera:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \dots \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \dots \\ \sigma_c \end{Bmatrix} \tag{71}$$

Por analogía podemos definir el vector de deformaciones asociado al de tensiones como:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \dots \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 x}{\partial x^2} \\ x \\ -z \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} \\ y \\ -z \left( \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \\ \dots \\ \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_f \\ \dots \\ \varepsilon_c \end{Bmatrix} \tag{72}$$

Donde  $\varepsilon_f$  y  $\varepsilon_c$  son relativamente, los vectores de deformaciones de flexión y de cortante transversal.

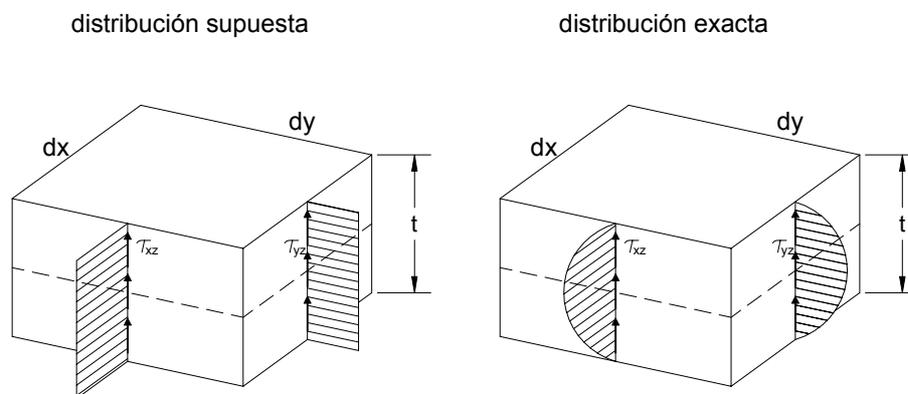


Figura 51: Distribución de tensiones

Partiendo de la ecuación constitutiva de la elasticidad tridimensional, y haciendo uso de que  $\sigma_z$  es nula, podemos encontrar la siguiente relación entre tensiones no nulas y deformaciones asociadas.

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \sigma_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_f & 0 \\ 0 & D_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_f \\ \varepsilon_c \end{Bmatrix} = D_\varepsilon \quad (73)$$

siendo  $D_f$  y  $D_c$  las matrices constitutivas de flexión y cortante, respectivamente, que para elasticidad ortótropa se escriben como:

$$D_f = \frac{1}{1 - \gamma_{yx}\gamma_{xy}} \begin{bmatrix} E_x & \gamma_{xy}E_x & 0 \\ \gamma_{yx}E_x & E_y & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \gamma_{yx}\gamma_{xy})G_{xy} \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$D_c = \begin{bmatrix} G_{xz} & 0 \\ 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \quad (75)$$

Para un material isótropo

$$E_x = E_y = E \quad \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \nu$$

$$G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (76)$$

Debido al campo de desplazamientos supuesto, la distribución de deformaciones  $\varepsilon_x$  y  $\varepsilon_y$  y  $\gamma_{xy}$  es lineal en  $z$  y, por consiguiente, también lo es la de las correspondientes tensiones  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $T_{xy}$ . Por otra parte la distribución de deformaciones  $\gamma_{xz}$  y  $\gamma_{yz}$  es constante a lo largo del espesor, al igual que las tensiones  $T_{xz}$  y  $T_{yz}$ .

No obstante, según la Teoría de la elasticidad, la distribución exacta de las tensiones tangenciales transversales no es constante a través del espesor. Generalmente dicha distribución tiene forma polinómica con valores nulos en los planos inferior y superior de la placa. Para sortear este problema se afecta a las tensiones tangenciales transversales

de un coeficiente, de manera que el trabajo de deformación de las mismas coincida con el realizado por las tensiones transversales "exactas". De esta forma se puede afirmar que el trabajo de la deformación global de la placa coincide con el exacto, aunque localmente las tensiones tangenciales no tienen la distribución correcta. Así, pues, en la práctica el vector  $\sigma_c$  se escribe como:

$$\sigma_c = \begin{bmatrix} \alpha_1 G_{xz} & 0 \\ 0 & \alpha_2 G_{yz} \end{bmatrix} \tag{77}$$

donde  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son los coeficientes de distorsión transversal.

**5.3.- Cálculo de esfuerzos y deformaciones.**

Se define el vector de esfuerzos  $\sigma$  en un punto del plano medio por:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \dots \\ \sigma_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ \dots \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} z\sigma_x \\ z\sigma_y \\ z\tau_{xy} \\ \dots \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} z\sigma_f \\ \dots \\ \sigma_c \end{Bmatrix} dz \tag{78}$$

donde  $\sigma_f$  y  $\sigma_c$  son los vectores de momentos flectores y esfuerzos cortantes, respectivamente. Se observa que los momentos  $M_x$ ,  $M_y$  y  $M_{xy}$  se obtienen integrando a través del espesor el momento con respecto al plano medio de las tensiones  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $T_{xy}$ , respectivamente, y los esfuerzos cortantes  $Q_x$  y  $Q_y$  son la resultante sobre el espesor de las tensiones tangenciales transversales  $T_{xy}$   $T_{yy}$ , respectivamente. En la figura se muestra el convenio de signos para los esfuerzos.

La ecuación anterior se puede modificar y escribirla como:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \dots \\ \sigma_c \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} zD_f \epsilon_f \\ \dots \\ D_c \epsilon_c \end{Bmatrix} dz \tag{79}$$

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \dots \\ \sigma_c \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{l} zD_f \left\{ \begin{array}{l} -z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \end{array} \right\} \\ D_c \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{array} \right\} \end{array} \right\} dz = \left\{ \begin{array}{l} \left( \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} z^2 dz \right) D_f \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \end{array} \right\} \\ \left( \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} dz \right) D_c \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{array} \right\} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{t^3}{12} D \right) \varepsilon_f \\ \dots \\ tD_c \varepsilon_c \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{D}_f \varepsilon_f \\ \dots \\ \dot{D}_c \varepsilon_c \end{array} \right\}$$

( 80

donde  $\frac{t^3}{12} D_f = \dot{D}_f$  y  $\dot{D}_c = tD_c$

son las matrices constitutivas generalizadas de flexión y cortante y los vectores de deformaciones generalizadas de flexión y cortante son los siguientes:

$$\varepsilon_f = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \end{array} \right\} \text{ y } \varepsilon_c = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{array} \right\}$$

( 81

Los vectores  $\varepsilon_f$  y  $\varepsilon_c$  pueden interpretarse como los vectores de curvaturas y de cizallamientos transversales de un punto de la superficie media de la placa. La relación entre los vectores de deformación y los de deformación generalizada es inmediata, así:

$$\varepsilon_f = z\varepsilon_f \varepsilon_c = \varepsilon_c$$

( 82

Podemos escribir la ecuación xx de la siguiente forma:

$$\delta = \begin{Bmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_f & 0 \\ 0 & D_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{Bmatrix} = D \delta \tag{83}$$

De lo anterior se desprende que la relación constitutiva entre el vector de esfuerzos  $\delta$  y el de deformaciones generalizadas  $\delta$  es análoga a la que existe entre el vector de tensiones  $\sigma$  y el de deformaciones  $\epsilon$ .

#### 5.4.- Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales

Vamos a considerar, por simplicidad, una placa sobre la que actúa únicamente una carga uniformemente distribuida  $q$  y las fuerzas puntuales  $w_i$  (ambas en dirección del eje  $z$ ). La igualdad entre el trabajo de deformación interno virtual y el de las fuerzas exteriores podemos escribirlo como:

$$\iiint_V \delta \epsilon^T \sigma . dV = \iint_A \delta w q . dA + \sum \delta w_i W_i \tag{84}$$

Si expresamos el trabajo de deformación virtual en función de los esfuerzos y deformaciones generalizadas virtuales, podremos operar como sigue:

$$\iiint_V \delta \epsilon^T \sigma . dV = \iiint_V \delta [z \epsilon_f^T, \epsilon_c^T] \begin{Bmatrix} \sigma_f \\ \sigma_c \end{Bmatrix} dV = \iiint_V \delta \epsilon^T \begin{Bmatrix} z \sigma_f \\ \sigma_c \end{Bmatrix} dV = \iint_A \delta \epsilon^T \left[ \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} z \sigma_f \\ \sigma_c \end{Bmatrix} dz \right] dA = \iint_A \delta \epsilon^T \delta dA \tag{85}$$

Operando con esfuerzos y deformaciones generalizadas, el problema de flexión de placas adquiere un carácter bidimensional, ya que todas las ecuaciones que aparecen en el PTV<sup>3</sup> son de dos dimensiones.

Como en el integrando no aparecen derivadas segundas basta con exigir a los elementos finitos continuidad de clase  $C_0$ .

<sup>3</sup> Principio de los trabajos virtuales

**5.5.- Formulación de los elementos finitos. Discretización del campo de movimientos.**

El plano medio de la placa se discretiza en una malla de elementos isoparamétricos de clase  $C_0$ . suponemos que cada elemento tiene  $n$  nodos. Puesto que la flecha y los giros son variables independientes podemos interpolar el vector  $u$  en la forma:

$$u = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{Bmatrix} N_i w_i \\ N_i \theta_{x_i} \\ N_i \theta_{y_i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x_1} \\ \theta_{y_1} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ w_n \\ \theta_{x_n} \\ \theta_{y_n} \end{Bmatrix} \tag{86}$$

$$u = [N_1, N_2, \dots, N_n] \begin{Bmatrix} a_1 \\ M \\ a_n \end{Bmatrix} = N_a^{(e)} \text{ donde } N = [N_1, N_2, \dots, N_n] \text{ y } a^{(e)} = \begin{Bmatrix} a_1^{(e)} \\ M \\ a_n^{(e)} \end{Bmatrix} \tag{87}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \text{ y } a_i^{(e)} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{x_i} \\ \theta_{y_i} \end{Bmatrix} \text{ son la matriz de forma y el vector movimientos del}$$

elementos y de un nodo  $i$  respectivamente.

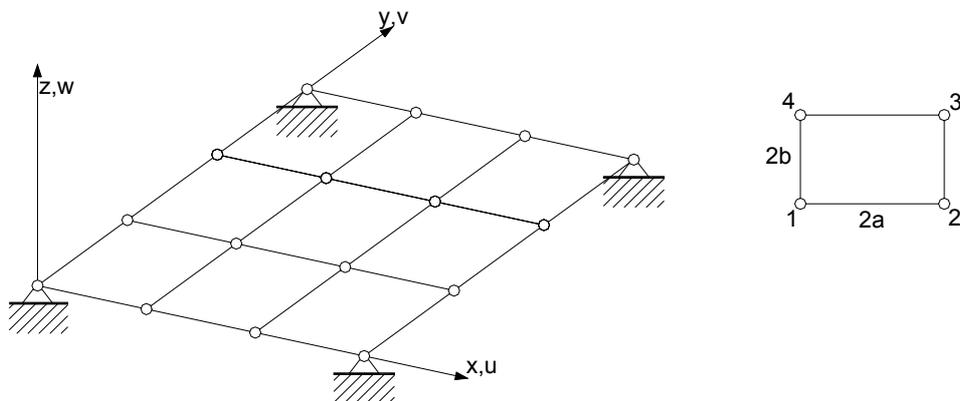


Figura 52: Discretización de una placa

**5.6.- Discretización del campo de deformaciones generalizadas**

El vector deformaciones generalizadas puede expresarse de la siguiente manera:

$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_f \\ \mathbf{M} \\ \varepsilon_c \end{matrix} \right\} = \left. \begin{matrix} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}\right) \\ \dots \\ \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{matrix} \right\} = \sum_{i=1}^n \left. \begin{matrix} -\frac{\partial N_i}{\partial x} \theta_{x_i} \\ -\frac{\partial N_i}{\partial y} \theta_{y_i} \\ -\left(-\frac{\partial N_i}{\partial x} \theta_{x_i} + -\frac{\partial N_i}{\partial y} \theta_{y_i}\right) \\ \dots \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} w_i - N_i \theta_{x_i} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} w_i - N_i \theta_{y_i} \end{matrix} \right\} \tag{88}$$

$$\left. \varepsilon \right\} = \sum_{i=1}^n \left. \begin{matrix} B_{f_i} \\ B_{c_i} \end{matrix} \right\} a_i^{(e)} = [B_1, B_2, \dots, B_n] \left. \begin{matrix} a_1^{(e)} \\ \mathbf{M} \\ a_n^{(e)} \end{matrix} \right\} = B a^{(e)} \tag{89}$$

donde B y B<sub>i</sub> son la matriz de deformación generalizada del elemento y del nodo i respectivamente, por lo que se deduce que:

$$B_i = \begin{Bmatrix} B_{f_i} \\ M \\ B_{c_i} \end{Bmatrix} \text{ con } B_{f_i} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \text{ y } B_{c_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & -N_i \end{bmatrix}$$

donde  $B_{f_i}$  y  $B_{c_i}$ , son las matrices de deformaciones generalizadas de flexión y de cortante transversal asociadas al nodo  $i$  respectivamente.

### 5.7.- Obtención de la matriz de rigidez del elemento

Aplicando el PTV al dominio discretizado de un elemento, se tiene:

$$\iint_{A^{(e)}} \delta \varepsilon^T \sigma . dA - \iint_{A^{(e)}} \delta w q . dA = \sum_i \delta w_i W_i \tag{90}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene la expresión:

$$\left[ \iint_{A^{(e)}} B^T \overset{\circ}{D} B . dA \right] a^{(e)} - \iint_{A^{(e)}} N t . dA = q^{(e)} \text{ o } K^{(e)} a^{(e)} - f^{(e)} = q^{(e)} \tag{91}$$

donde  $K_{ij}^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} B_i^T \overset{\circ}{D} B_j . dA$  (92)

$$f_i^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} N_i [q, 0, 0]^T \text{ y } q_i^{(e)} = [W_i, 0, 0]^T \tag{93}$$

son la submatriz de rigidez que conecta los nodos  $ij$ , el vector de fuerzas nodales equivalentes del nodo  $i$  debido a la carga repartida vertical y el vector de fuerzas nodales de equilibrio del nodo  $i$  respectivamente.

Podemos transformar expresión de la matriz de rigidez del elemento de la forma siguiente:

$$K^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \left[ B_f^T, B_c^T \right]^T \overset{\circ}{D} \begin{Bmatrix} B_f \\ B_c \end{Bmatrix} dA = \iint_{A^{(e)}} \left( B_f^T \overset{\circ}{D}_f B_f + B_c^T \overset{\circ}{D}_c B_c \right) dA = K_f^{(e)} + K_c^{(e)} \tag{94}$$

$$\text{donde } K_f^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} (B_f^T \dot{D}_f B_f) dA \quad K_c^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} (B_c^T \dot{D}_c B_c) dA \quad (95)$$

son las matrices de rigidez que contienen términos de flexión y de cortante, respectivamente. Obtener la matriz de rigidez del elemento como suma de las dos matrices anteriores es más económico que calcular directamente la matriz total.

### Otros vectores de fuerzas nodales equivalentes

En el apartado anterior se obtuvo el vector de fuerzas nodales equivalentes para el caso de una carga repartida vertical sobre el elemento. Si actúan momentos distribuidos la expresión será:

$$f_i^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} N_i \begin{Bmatrix} q \\ m_x \\ m_y \end{Bmatrix} dA \quad (96)$$

donde  $m_x$  y  $m_y$  son los momentos repartidos correspondientes a los giros  $\theta_x$  y  $\theta_y$  respectivamente.

El caso de peso propio es similar a la fuerza repartida vertical, de forma que si  $\rho$  es la densidad del material de la placa, se tiene, (suponiendo que actúa en dirección contraria al eje z):

$$f_i^{(e)} = - \iint_{A^{(e)}} N_i \rho t \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} dA^{(e)} \quad (97)$$

El vector de fuerzas puntuales de un nodo puede escribirse de forma genérica de la forma:

$$q_i^{(e)} = \begin{Bmatrix} W_i \\ M_{x_i} \\ M_{y_i} \end{Bmatrix} dA \quad \text{donde } W_i, M_{x_i} \text{ y } M_{y_i}, \text{ son respectivamente la fuerza puntual vertical y los}$$

momentos según  $\theta_x$  y  $\theta_y$  actuando en el nodo  $i$ .

### 5.8.- Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno corresponden a los valores de los movimientos nodales prescritos. Los más usuales son los siguientes:

Borde empotrado:  $w = \theta_x = \theta_y = 0$

Borde simplemente apoyado: condición fuerte:  $w = \theta_s = 0$

Condición débil:  $w = 0$  siendo  $s$  la dirección a lo largo del borde apoyado

Apoyo puntual:  $w_i = 0$

Eje de simetría (geometría y cargas):  $\theta_n = 0$

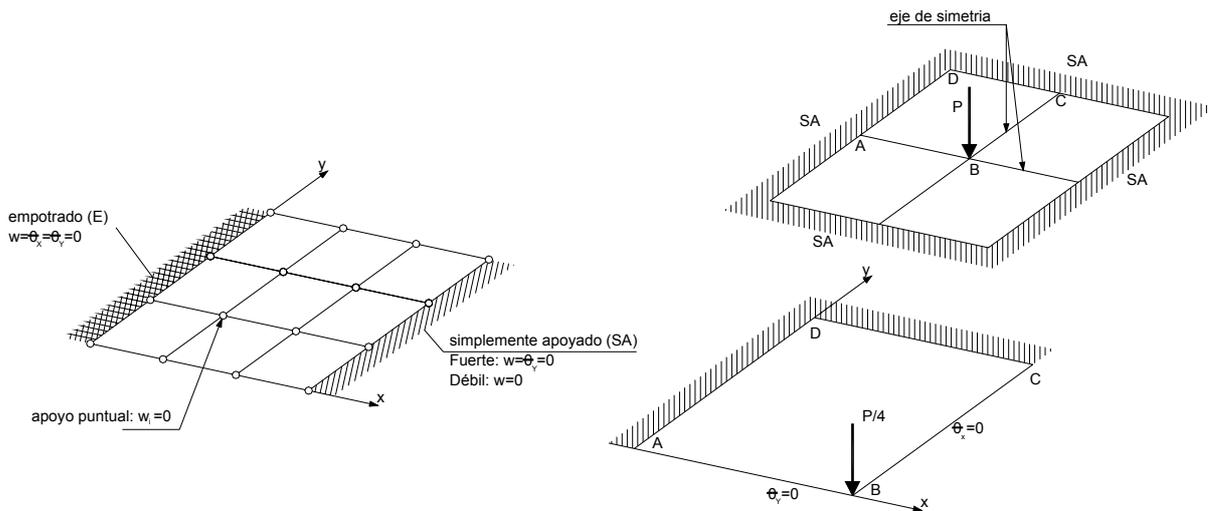


Figura 53: Diferentes condiciones de contorno en placas

## 6.- COMPROBACIONES REALIZADAS

Una vez analizados los distintos sistemas de cálculo y la normativa de aplicación, vamos a profundizar en el **estudio de la forma de las cimentaciones superficiales**, para ver cómo ésta influye en la distribución de tensiones en el interior de los elementos de cimentación, siendo nuestro objetivo demostrar que la influencia de la misma es bastante sustancial.

Hoy día la mayoría de las cimentaciones que empleamos en edificación son rectangulares o cuadradas, en definitiva tienen sus lados paralelos, o a lo sumo son circulares, en casos muy concretos, fundamentalmente en el caso de algunos silos o depósitos.

Según su localización en la planta del edificio, las zapatas pueden ser de tres tipos:

- Zapatas de esquina
- Zapatas de medianera
- Zapatas interiores, normalmente centradas.

Las zapatas de esquina y las centradas suelen ser cuadradas, salvo que existan momentos muy importantes y necesitemos centrar las cargas. En el caso de las zapatas de medianera, la forma habitual de las mismas suele ser rectangular, pero en definitiva siguen teniendo sus lados paralelos. A lo largo de este documento pretendemos analizar las posibles ventajas que podemos obtener al modificar la forma de estos elementos de cimentación, optando por elementos triangulares.

Trataremos de estudiar cómo es la distribución de tensiones y la transmisión de los esfuerzos si empleamos las zapatas descritas con anterioridad, que tienen todas ellas sus lados paralelos.

Partiremos del estudio de una zapata de forma aislada, sometida a una carga centrada determinada, en función de la superficie de la misma y admitiendo que la distribución de tensiones en la base es lineal. Como se ha mencionado con anterioridad en el

documento, en el caso de que la carga esté descentrada como consecuencia de la existencia de momentos en alguno de los ejes consideraremos una zapata de dimensiones eficaces, en la cual la carga esté perfectamente centrada, según la teoría de Meyerhof.

Recordemos que si todas las presiones en la base son de compresión o nulas, es decir, no admitimos tracciones dado que el suelo no resiste a tracción, la distribución seguirá la ley de Navier:

$$\sigma = \frac{N}{B.L} \pm \frac{6M_x}{L.B^2} \pm \frac{6M_y}{L^2.B} \quad (98)$$

En todo este documento nos hemos centrado en aquellas zapatas en las que la resultante de las cargas cae dentro de núcleo central, que en el caso de zapata rectangular es un rombo de diagonales iguales a  $1/3$  de las dimensiones de la zapata, de forma que la distribución de presiones en la base será uniforme.

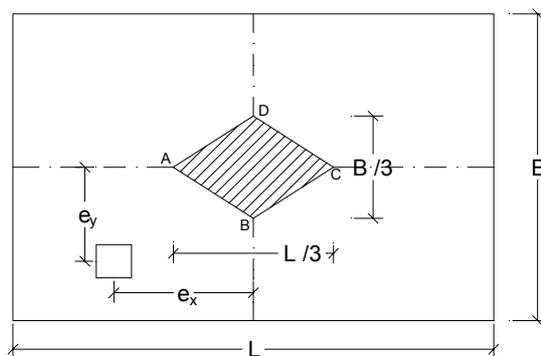
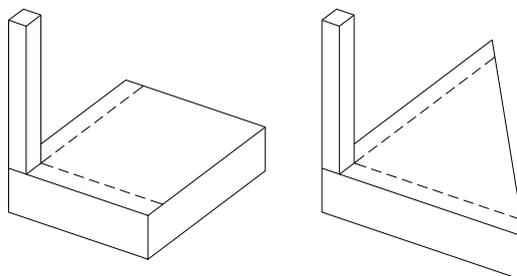


Figura 54: Esquema en planta del elemento de cimentación

Posteriormente estudiaremos el comportamiento de una zapata en las mismas condiciones, pero que sea una zapata de forma triangular.

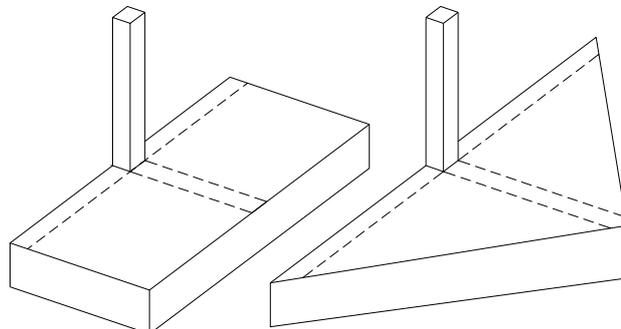
A lo largo de este capítulo vamos a comparar los cálculos de zapatas ortogonales, según las formas tradicionales, y los de las zapatas triangulares, que son las formas que proponemos como alternativa a la zapata tradicional.

En la siguiente figura mostramos cómo serían los dos tipos de zapatas de esquina, una de lados paralelos y otra triangular.



**Figura 55: Zapatas de esquina**

De igual forma que las zapatas de esquina compararemos las zapatas de medianera, tanto en el caso de los modelos rectangulares o cuadrados que son la forma de cualquiera de las zapatas habituales, como en el caso de las zapatas triangulares.



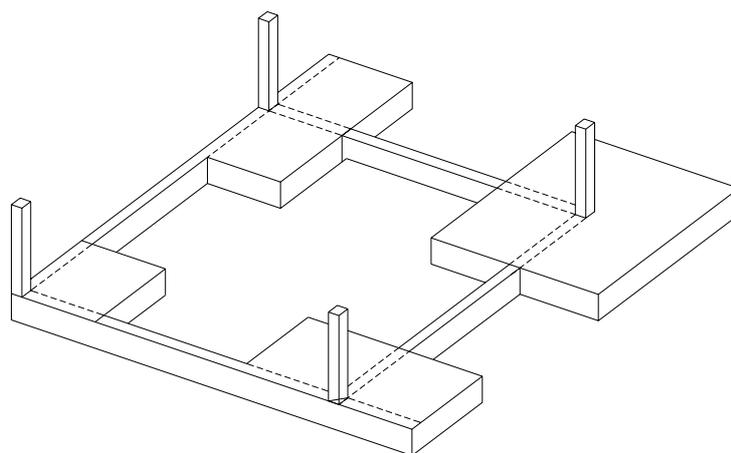
**Figura 56: Zapatas de medianera**

Una vez comparadas las zapatas como elementos aislados, vamos a estudiar qué resultados y qué datos que se obtienen si utilizamos el modelo completo, esto es, una zapata de esquina, dos de medianera y una centrada, unidas por medio de una serie de vigas de arriostramiento en las dos direcciones.

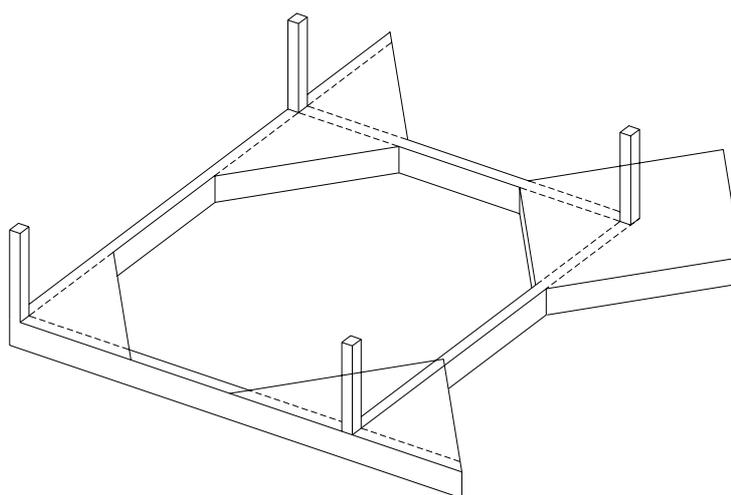
El modelo estudiado no incluye elementos de cimentación con vigas centradoras, y tampoco hemos considerado las zapatas combinadas, dado que ello introduciría muchas

variables y no podríamos obtener resultados comparables de forma sencilla, de ahí que hayamos optado por otro este modelo.

El primer modelo estudiado se compone de cuatro zapatas de lados paralelos y luego se repetirán los cálculos utilizando zapatas triangulares.



**Figura 57 Esquema del conjunto con zapatas de lados paralelos**



**Figura 58 Esquema del conjunto con zapatas triangulares**

### 5.1.- ESTUDIO DE LAS ZAPATAS DE ESQUINA

Estudiamos ahora el comportamiento de las zapatas de esquina, cuyo funcionamiento resulta algo complejo. Según J. Calavera (2000), podemos emplear un método simplificado de cálculo, basado en considerar la zapata como una placa gruesa empotrada en el pilar por una de sus esquinas, y suponiendo dos vigas virtuales, que serían los dos lados exteriores de la zapata, que trabajan en voladizo desde el pilar y sobre ellas se considera apoyada una placa cuadrada de lado el lado de la zapata, sometida a la ley de presiones del terreno.

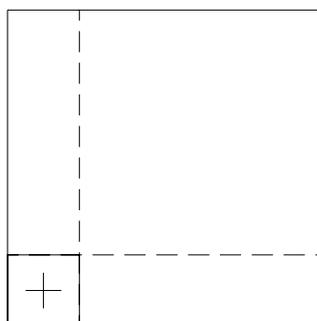


Figura 59: Planta de la zapata cuadrada con las dos vigas laterales

Del estudio del modelo descrito, resultan unos momentos máximos, uno en la dirección de la diagonal que pasa por el pilar y que produce tracciones en la cara inferior de la zapata y otro en la dirección ortogonal que produce tracciones en la cara superior. El valor de estos momentos es prácticamente coincidente, resultando por unidad de ancho:

$$M = \frac{\sigma_t a_2^2}{4,8} \quad (99)$$

Vamos a analizar qué sucedería si en lugar de emplear una zapata cuadrada adoptásemos una de forma triangular, para lo cual la suponemos apoyada en sus dos lados medianeros (los catetos), que serían las supuestas vigas en voladizo desde el pilar y sobre las que apoya la placa triangular de lado el lado de la zapata, según el modelo descrito en la figura 60.

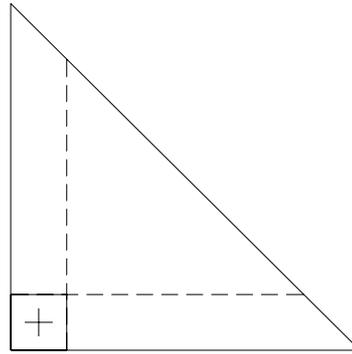


Figura 60: Planta de la zapata triangular con las dos vigas laterales

Buscamos obtener una relación sencilla entre los esfuerzos a los que la sometemos y las tensiones que se van a producir en ella, en función, lógicamente de sus dimensiones, o lo que es lo mismo de su superficie. De igual manera vamos a comprobar qué sucede en el caso de una zapata cuadrada de la misma superficie que la anterior, al ser sometida a esfuerzos análogos.

Hemos discretizado las zapatas de forma sencilla, utilizando elementos “shell”, que son elementos de tensión plana, como hemos expuesto en apartados anteriores.

Calculamos la zapata triangular para una presión de 1000 kPa, con una zapata de lado 1m, y obtengo  $M_{11}=M_{22}=0.426 \cdot E2$  y como  $M_{\max}=0.848E2$ , siendo 1.41 m la hipotenusa de la zapata triangular, lógicamente si aumentamos las presiones obtenemos resultados proporcionales.

Repetimos el cálculo con una zapata triangular, de 2m de lado y los resultados obtenidos son los siguientes:  $M_{11}=M_{22}=0.170E3$  y  $M_{\max}=0.339E3$ , con una hipotenusa de 2.848m.

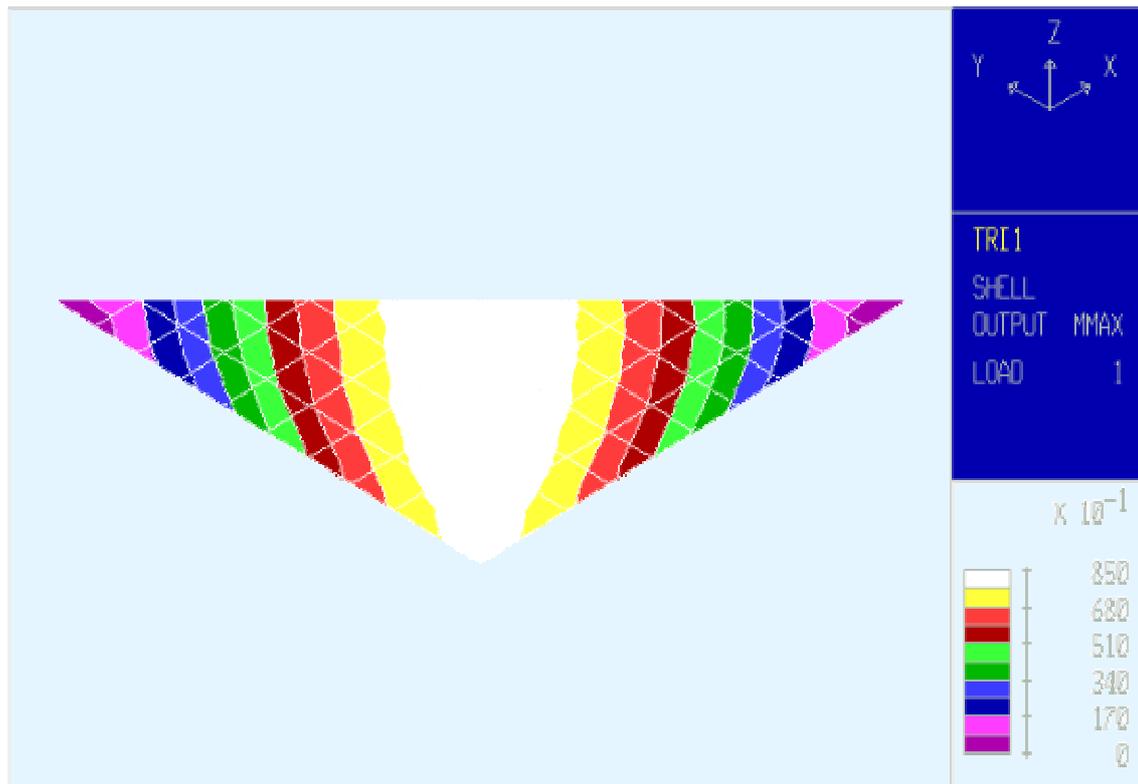


Figura 61: Discretización de zapata triangular. Apoyo en dos lados.

Discretizamos ahora una zapata cuadrada de dimensiones 0.70x0.70 m, de forma que tenga la misma superficie que la triangular de 1m de lado y podamos comparar presiones en uno y otro caso. Supongo la zapata apoyada en sus dos lados medianeros y trabajando como si estuviera en voladizo en los otros dos y obtengo los siguientes resultados:

$$M_{11}=M_{22}=0.567E2 \text{ y } M_{\max}=0.992E2.$$

Los esfuerzos que aparecen en las zapatas triangulares, para una misma presión y la misma superficie de zapata, son inferiores en un 17% en el caso de las triangulares.

Hemos visto que la modificación de la forma de las zapatas puede disminuir los esfuerzos en las mismas, como queríamos demostrar, lo que nos permite para una misma presión disminuir la superficie o los armados necesarios. Si conseguimos reducir la superficie necesaria de las zapatas o las armaduras de las mismas para los mismos esfuerzos,

podríamos disminuir los costes, al menos en lo referido al coste de los materiales de estos elementos.

Según Calavera, como hemos señalado con anterioridad, en el caso de zapatas cuadradas, y siendo  $a$  el lado del cuadrado, la relación era:

$$M = \frac{\sigma \cdot a^2}{4.8} \quad (100)$$

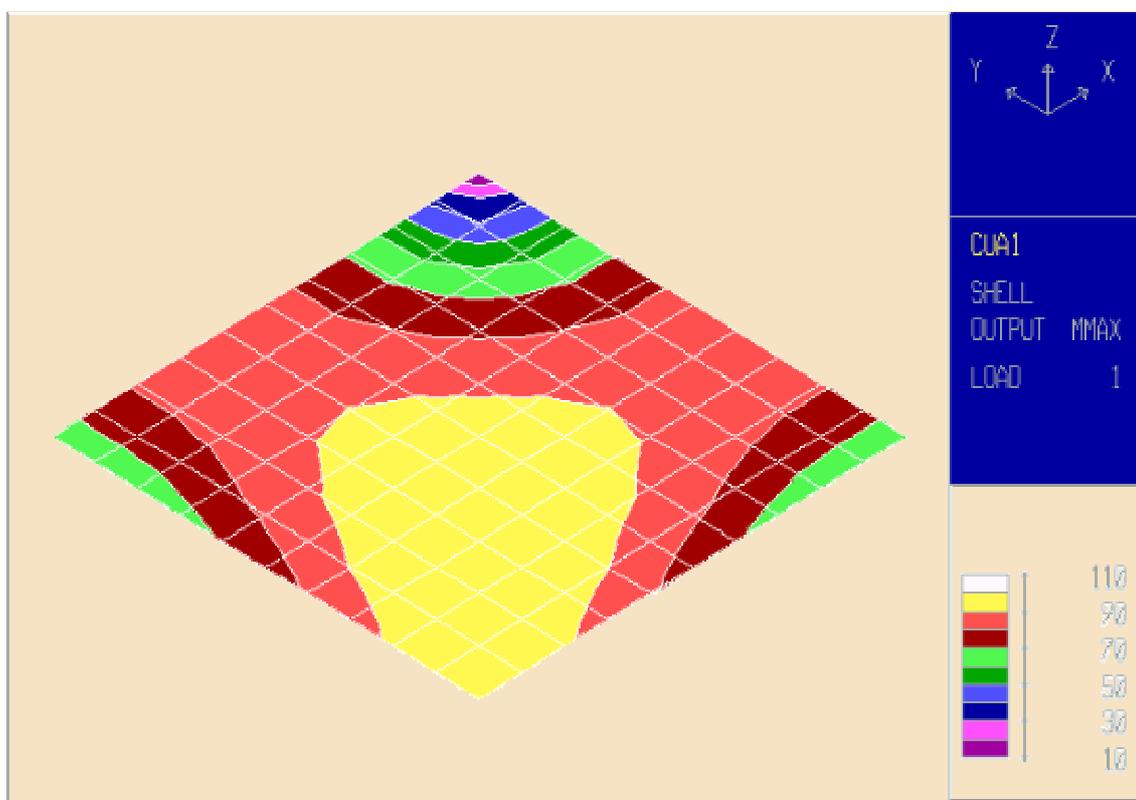


Figura 62: Discretización de zapata de esquina. apoyo en vigas esquina

Al tener 0,70m de lado tenemos un momento de 99.2 kN.m, luego:

$$99.2 = \frac{\sigma \cdot 0.70^2}{F} \Rightarrow F = 4.93$$

En el caso de la zapata de esquina triangular, con  $\text{Max} = 0.339\text{E}3$ , tenemos:

$$M = \frac{\sigma \cdot d^2}{F} = \frac{1000 \cdot 2,848^2}{F} = 0.339E3$$

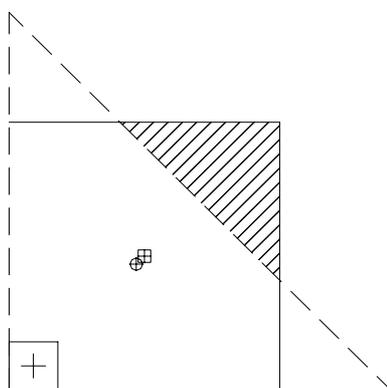
Despejando  $F=23.59$ , lo que nos permite de forma sencilla ver cuáles son los momentos máximos.

Si utilizo el lado del triángulo en lugar de su hipotenusa para obtener este coeficiente, tendré:

$$84.8 = \frac{1000 * 1^2}{F} \Rightarrow F = 11.79$$

Como podemos observar los resultados en el caso de las zapatas cuadradas dan muy próximos a los cálculos simplificados que aparecen en el libro de “Cálculo de estructuras de cimentación” de J. Calavera, 3ª edición.

En la siguiente figura hemos superpuesto dos zapatas con la misma superficie y distinta forma, señalando las posiciones de sus centros de gravedad.



**Figura 63: Superposición de ambas zapatas indicando su centro de gravedad**

Al considerar dos vigas virtuales en voladizo desde el pilar empotradas en el soporte y el resto como una losa apoyada sobre esas vigas, en la figura anterior podemos ver que la zona rayada de la zapata ortogonal está más alejada de sus vigas que la losa de la zapata triangular, ya que la altura del triángulo rectángulo es menor que la diagonal del

cuadrado, por lo que los voladizos desde las vigas tienen una longitud mayor, de ahí que los esfuerzos aumenten.

## 5.2.- ESTUDIO DE LAS ZAPATAS DE MEDIANERA

El paso siguiente es hacer el comparativo con zapatas de medianera, tratando de ver si sucede lo mismo que en el apartado anterior, para lo cual discretizamos una zapata rectangular en la que el lado mayor es dos veces el menor, y con una superficie de  $1,5 \text{ m}^2$  con lo cual la zapata es de  $1.73 \times 0.86 \text{ m}^2$ .

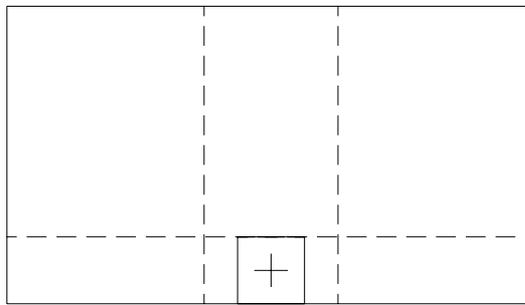


Figura 64: Planta de la zapata de medianera

En el caso de zapatas de medianera Calavera considera una viga virtual en voladizo con una anchura de  $b+d$ , siendo  $b$  el lado del pilar y  $d$  el canto de la zapata.

Consideramos que existen dos vigas perpendiculares, una paralela a la medianera y otra perpendicular en voladizo.

El  $M_{\max}$  resultante se produce en el nodo 34 de la discretización y tiene de valor  $0.847E2$ .

$$279 = \frac{\sigma * 0.86^2}{F} \Rightarrow F = 2.65$$

(101

Obtengo  $F=8.73$  entrando con la dimensión del lado menor.

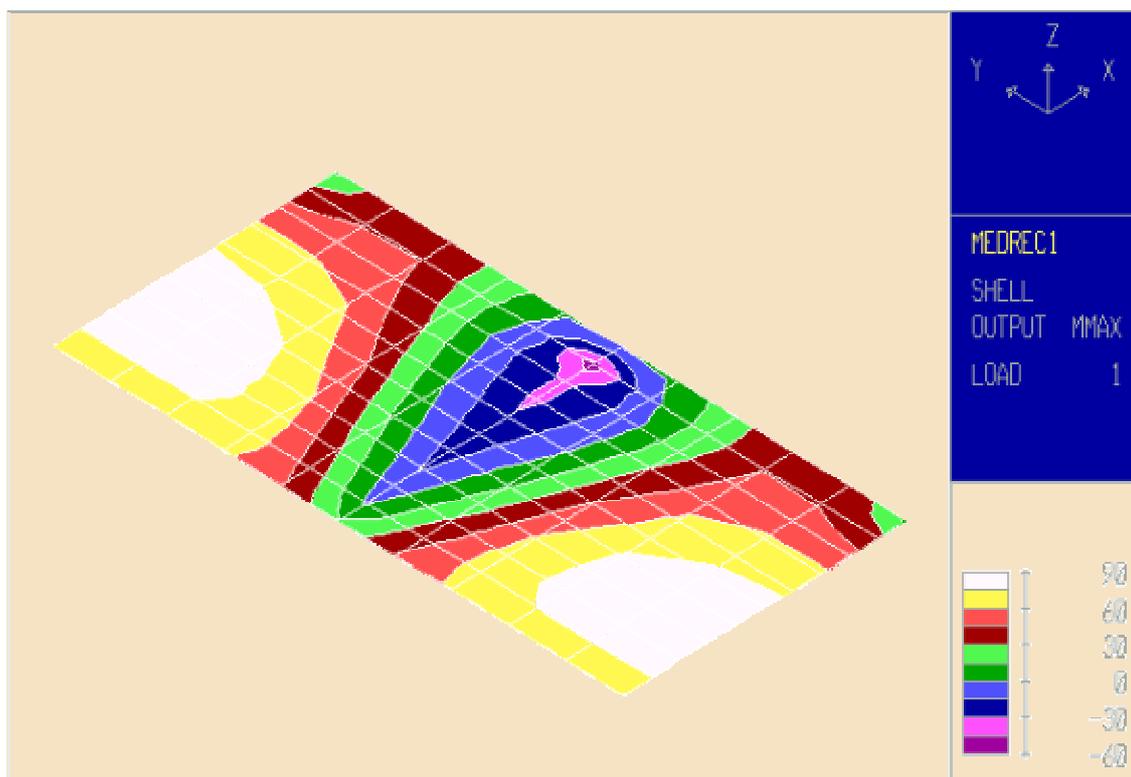


Figura 65: Zapata medianera apoyada en dos vigas perpendiculares

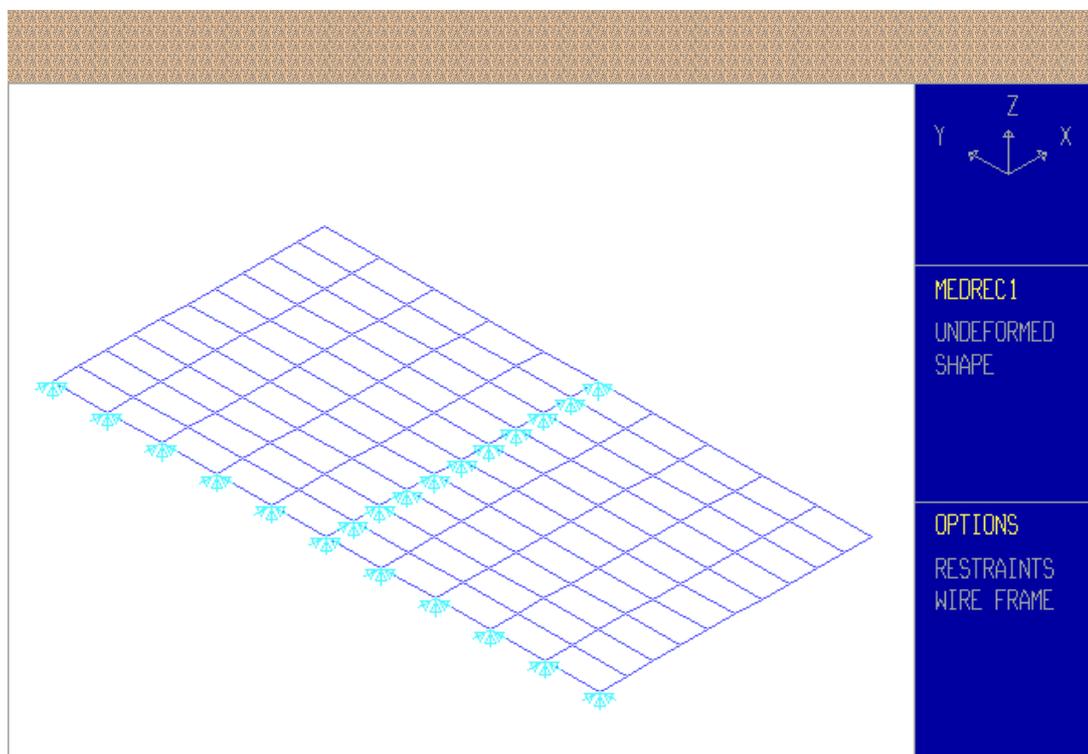


Figura 66: Zapata medianera apoyada en dos vigas perpendiculares

Lo calculamos y obtengo  $M_{\max}=.576e2$  en el nodo 61 y  $M_{\min}=-.384E3$  en el nodo 61, considerando el apoyo sólo en los nodos de la línea central.

Las dimensiones de la zapata siguen siendo de  $1.73 \times 0.86 \text{m}^2$  de superficie.

$$384 = \frac{\sigma * 0.86^2}{F} \Rightarrow F = 1.92$$

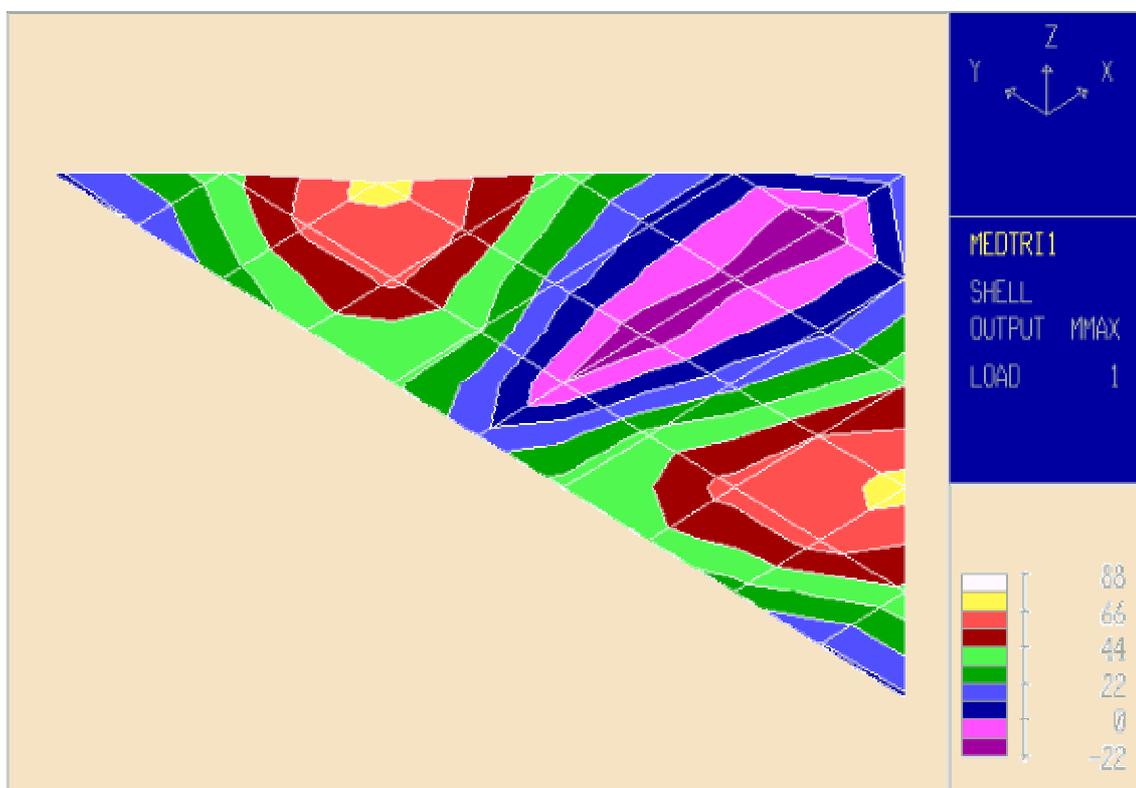


Figura 67: zapata triangular apoyada en dos vigas perpendiculares

Tabla comparativa de los momentos obtenidos según las distintas discretizaciones y según las coacciones que le coloquemos a las vigas (apoyadas o empotradas):

*MEDREC1*: Zapata de medianera de  $0,86 \times 1,73 \text{m}$  considerando que está apoyada en la viga de medianera y en la perpendicular a la fachada.

*MEDTRI1*: Zapata de medianera triangular de  $1,22 \times 2,44 \text{m}$  considerando que está apoyada en la viga de medianera y en la perpendicular a la fachada.

**MEDCAL1:** Zapata de medianera de 0,86x1,73m considerando que está empotrada en la perpendicular a la fachada.

**METRCAL1:** Zapata de medianera triangular de 1,22x2,44m considerando que está empotrada en la perpendicular a la fachada.

En el caso de considerarla a ella tenemos:

Tabla 1: Comparativo de resultados zapata rectangular y triangular apoyada en la medianera y en una viga perpendicular.

	<b>RECTANG.</b>	<b>TRIANG.</b>
	MEDREC1	MEDTRI1
<b>M<sub>11</sub></b>	53,6	50,1
	-51,8	-23
<b>M<sub>22</sub></b>	-279	-125
	33,1	25
<b>M<sub>max</sub></b>	84,7	71,9
	-51,6	-21,5
<b>M<sub>min</sub></b>	-279	-125
	5,84	2,49
		44.8%

Considerando que está empotrada en la perpendicular a la fachada, los resultados serían:

Tabla 2: Comparativo de resultados medianera/rectangular empotrada en la viga perpendicular a fachada

	<b>RECTANG.</b>	<b>TRIANG.</b>
	MEDCAL1	METRCAL1
<b>M<sub>11</sub></b>	12,3	31,4
	-57,6	-59,2
<b>M<sub>22</sub></b>	-384	-399
	18,7	62,6

$M_{max}$	12,9	34,1
	-57,6	-59,8
$M_{min}$	-384	-399
	0	12,2
		103.9%

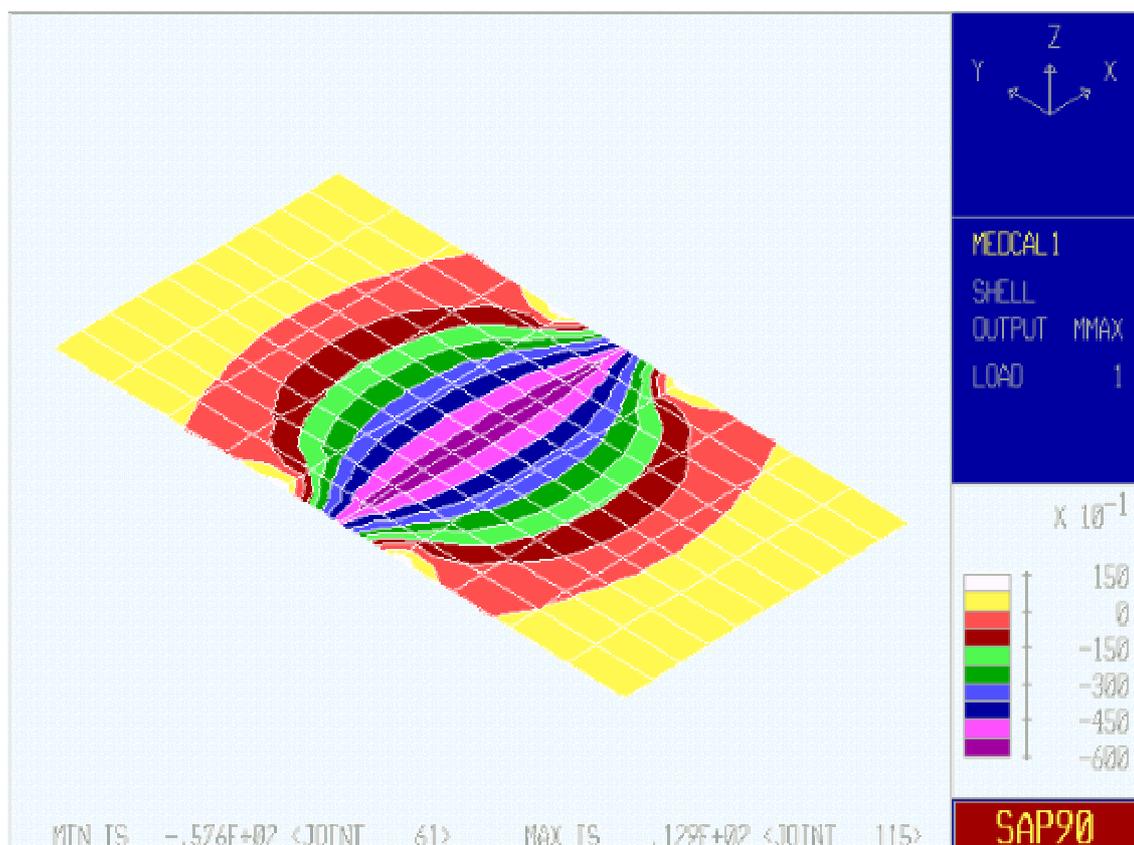


Figura 68: zapata medianera con empotramiento en el centro

Una vez comparados estos cálculos sencillos, ya nos permiten afirmar que la forma de los elementos de cimentación es un condicionante muy importante a la hora de poder disminuir los esfuerzos y con ello aprovechar mejor el material y disminuir los costes.

En el apartado correspondiente vamos a ver que también las comprobaciones a cortante y a punzonamiento van a ser más favorables en el caso de las zapatas triangulares, ya que la superficie de la zapata fuera del perímetro crítico va a ser mayor, lo que favorece su comportamiento frente a estas sollicitaciones.

## 7.- CÁLCULOS REALIZADOS CON EL SAP2000

Una vez que hemos comprobado mediante cálculos simples en el apartado anterior, que la forma de las cimentaciones es un condicionante importante a la hora de calcular una cimentación, vamos a profundizar más en este estudio, no tomando la zapata como elemento aislado, sino ubicada en el interior de la edificación, para lo cual vamos a estudiar cómo se comporta el conjunto formado por una zapata de esquina, una centrada y dos medianeras.

Abordaremos el problema de igual forma que en el apartado anterior, esto es, primero emplearemos zapatas ortogonales para las tres situaciones, centrada, medianera y de esquina y posteriormente realizaremos los cálculos con zapatas triangulares en medianeras y esquina y una zapata cuadrada, pero girada 45 grados respecto a la utilizada en el primer caso, según se explica en la figura siguiente en la que aparecen los dos esquemas utilizados.

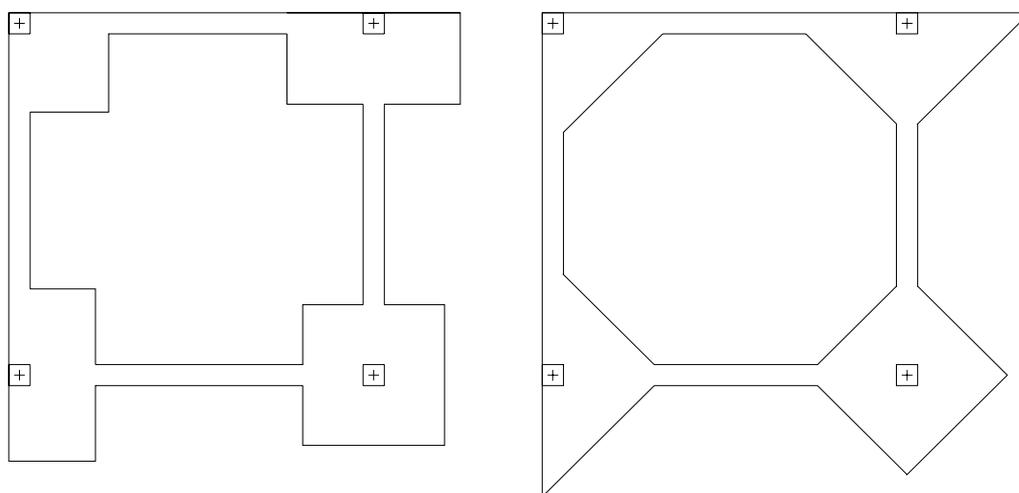


Figura 69: Representación de los dos modelos estudiados: rectangulares y triangulares

Una vez que hemos discretizado los dos modelos de zapatas iremos modificando primero las luces entre las zapatas y posteriormente la superficie de las mismas, con objeto de



**Esquema de dimensiones y cargas para el caso cuadrado**

Tabla 3: Datos de cálculo con zapatas de lados paralelos

<b>ZAPATAS CUADRADAS</b>						
<b>Tipo zapata</b>	<b>Dimensiones</b>			<b>Cargas</b>		
	<b>Área 1m</b>	<b>Área 2m</b>	<b>Área 3 m</b>	<b>Área 1m</b>	<b>Área 2m</b>	<b>Área 3m</b>
<b>Centrada</b>	1x1	1.41x1.41	1.73x1.73	100E3	200E3	3000E3
<b>Medianera</b>	1.2x0.60	1.7x0.85	2x1	75E3	150E3	225E3
<b>Esquina</b>	0.7x0.7	0.86x0.86	1x1	50E3	100E3	150E3

**Esquema de dimensiones y cargas para el caso de los elementos triangulares.**

Tabla 4 :Datos de cálculo con zapatas triangulares

<b>ZAPATAS TRIANGULARES</b>						
<b>Tipo zapata</b>	<b>Dimensiones</b>			<b>Cargas</b>		
	<b>Área 1m</b>	<b>Área 2m</b>	<b>Área 3 m</b>	<b>Área 1m</b>	<b>Área 2m</b>	<b>Área 3m</b>
<b>Centrada</b>	1x1	1.41x1.41	1.73x1.73	100E3	200E3	3000E3
<b>Medianera</b>	1.8x0.9/2	2.4x1.2/2	3x1.5/2	75E3	150E3	225E3
<b>Esquina</b>	1x1/2	1.4x1.4/2	1.73x1.73/2	50E3	100E3	150E3

Las cargas se han introducido en los nodos correspondientes a los pilares y para el suelo suponemos un coeficiente de balasto, simulado como un muelle en la dirección z de valor 100e3 kN/m. En los nodos de las medianeras no se han permitido los desplazamientos perpendiculares a las mismas.

Obtenemos los momentos máximos en el ejemplo con elementos triangulares y en el cuadrado, comparándolo con lo realizado anteriormente en el apartado anterior en el que habíamos considerados las zapatas como elementos aislados y con la formulación

simplificada para el cálculos de los momentos que aparece en el libro de J. Calavera (2000).

### 7.1.- Discretización del conjunto con luces de 3m

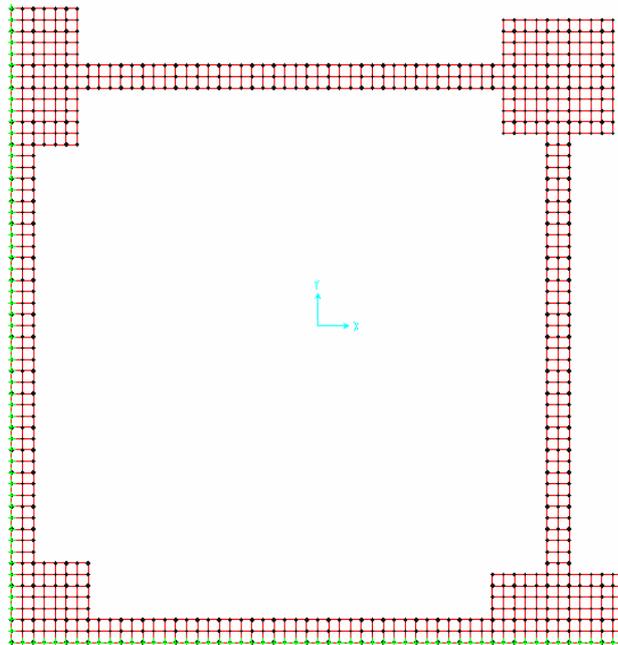


Figura 71: Discretización del conjunto con luces de 3m

Partimos de una luz entre pilares de 3 metros y de una superficie de las zapatas de  $1 \text{ m}^2$ ,  $0.75 \text{ m}^2$  y  $0.5 \text{ m}^2$  respectivamente.

Tabla 5: Momentos en esquema de zapatas cuadradas con luz de 3 metros

<b>ZAPATA CUADRADA luz 3m</b>		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	12571	6406
40	12708	6399
50	12871	6398
60	12876	6393
70	12882	6461
80	12980	6463

Tabla 6: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 3metros

<b>ZAPATA TRIANGULAR luz 3m</b>		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	12608	6406
40	12708	6439
50	12787	6451
60	12918	6457
70	12952	6461
80	12980	6463

Momentos en las direcciones principales en N/m

Para una luz de 3m no tiene sentido aumentar la superficie ya que quedarían excesivamente juntas las zapatas.

## 7.2.-

### Discretización del conjunto con luces de 4m

#### 7.2.1.-

Área 1 m<sup>2</sup>

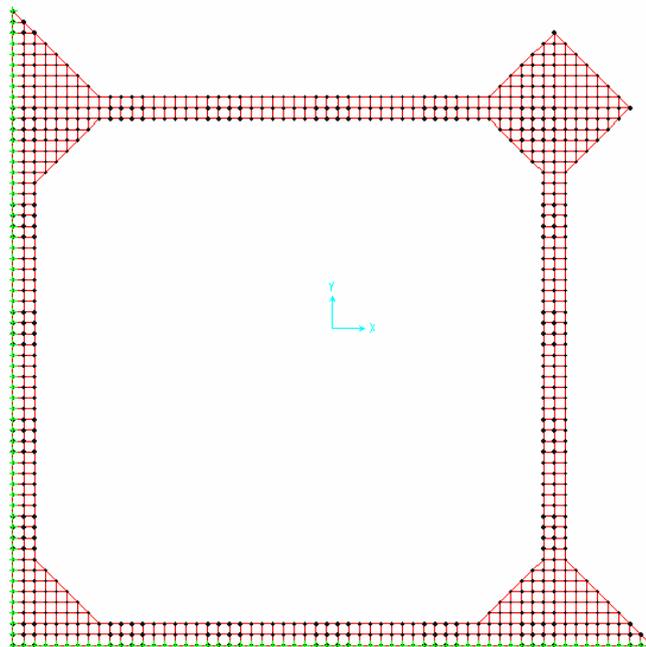


Figura 72: Discretización del modelo triangular con luces de 4m

Repetimos los cálculos anteriores con luces entre pilares de 4 metros. Partimos de una superficie de las zapatas de  $1 \text{ m}^2$ ,  $0.75 \text{ m}^2$  y  $0.5 \text{ m}^2$  respectivamente. Inicialmente el canto de las zapatas es de 30 centímetros y vamos aumentando el mismo de 10 en 10 centímetros hasta alcanzar los 80 cm.

Tabla 7: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4 metros y área  $1 \text{ m}^2$

<b>ZAPATA CUADRADA luz 4m</b>		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	18821	21317
40	18890	23493
50	18787	24628
60	18769	25256
70	18697	25439
80	18653	25851

Tabla 8: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4 metros y área  $1 \text{ m}^2$

<b>ZAPATA TRIANGULAR luz 4m</b>		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	12269	6332
40	12476	6289
50	12536	6251
60	12554	6225
70	12564	6208
80	12573	6196

Momentos en las direcciones principales en N.m

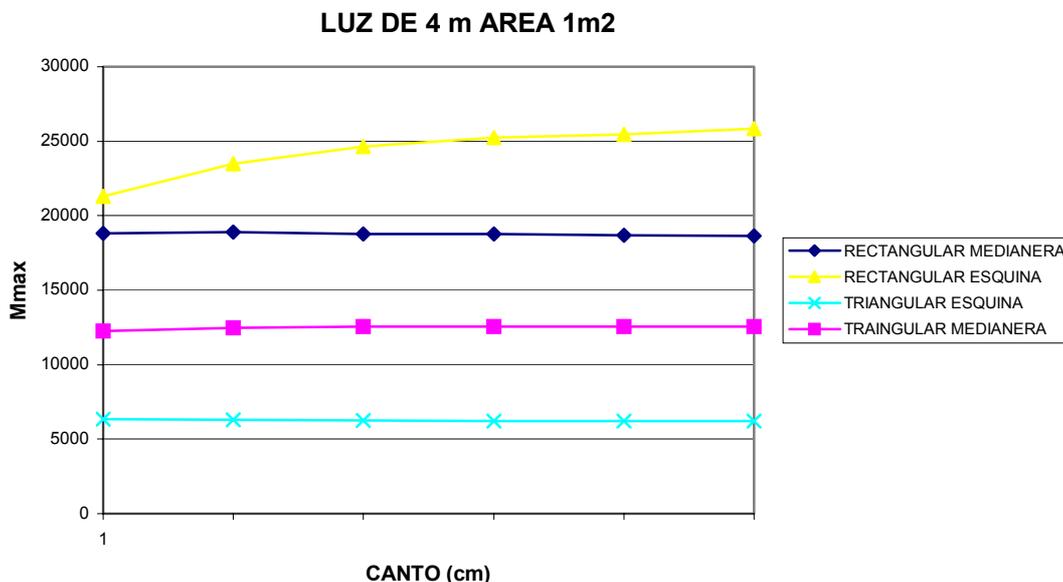


Figura 73: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos

Si analizamos los resultados tabulados en la figura anterior vemos que los momentos son mucho mayores en el caso de que estemos empleando zapatas de lados ortogonales. La curva superior es la correspondiente a las zapatas cuadradas de esquina, mientras que la que tiene los valores más pequeños y aparece en la parte inferior de la gráfica es la correspondiente a las zapatas triangulares de esquina.

En el caso de las zapatas de medianera, también hemos reducido los momentos al emplear las zapatas triangulares, de ahí que la gráfica esté por debajo de la de los momentos de las zapatas rectangulares de medianera, aunque las diferencias en los valores de estas dos sean menores.

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el doble, lo que supone 2m<sup>2</sup>, 1.5m<sup>2</sup> y 1m<sup>2</sup> respectivamente, para ver si el comportamiento de los dos modelos es el mismo.

**7.2.2.- Área 2 m<sup>2</sup>**Tabla 9: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4metros y área 2m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 4m área 2 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	71685	64485
40	73708	71376
50	74718	74320
60	75518	75715
70	75685	76423
80	77295	76799

Tabla 10: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4metros y área 2m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 4m área 2 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	30653	25040
40	31717	25339
50	32304	25428
60	32430	25438
70	32494	25607
80	32553	25615

Los resultados que hemos obtenido son muy similares a los comentados en el caso de las superficies más pequeñas.

**7.2.3.- Área 3 m<sup>2</sup>**

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el triple de la inicial, lo que supone 3m<sup>2</sup>, 2.25m<sup>2</sup> y 1.5m<sup>2</sup> respectivamente y vamos aumentando las luces entre las zapatas, de la misma forma que en los casos anteriores.

Tabla 11: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4 metros y área 3m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 4m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	107809	105295
40	119016	117795
50	125322	123619
60	128878	125550
70	130905	126974
80	132676	128635

Tabla 12: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 4 metros y área 3m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 4m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	56636	48296
40	63414	51262
50	67124	52136
60	69209	52751
70	70712	53114
80	70846	53339

### 7.3.- Discretización del conjunto con luces de 5m

#### 7.3.1.- Área 1 m<sup>2</sup>

Partimos de una luz entre pilares de 5 metros. Partimos de una superficie de las zapatas de 1 m<sup>2</sup>, 0.75 m<sup>2</sup> y 0.5 m<sup>2</sup> respectivamente.

Tabla 13: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 5 metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 5m área 1 m <sup>2</sup>			
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar
30	24440	24951	25070
40	24758	27933	23159
50	24734	29711	22223
60	24497	30783	21900
70	23379	31452	21572
80	24289	31642	21507

Tabla 14: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 5 metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 5m área 1 m <sup>2</sup>				
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar	M <sub>max</sub> esquina pilar
30	14229	10021	27621	10740
40	14606	10018	25085	10410
50	14746	10080	23744	10066
60	14935	10055	22921	9930
70	14995	10034	22678	9794
80	15031	10016	22069	9808

Momentos en las direcciones principales en N.m

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el doble, lo que supone 2m<sup>2</sup>, 1.5m<sup>2</sup> y 1m<sup>2</sup> respectivamente.

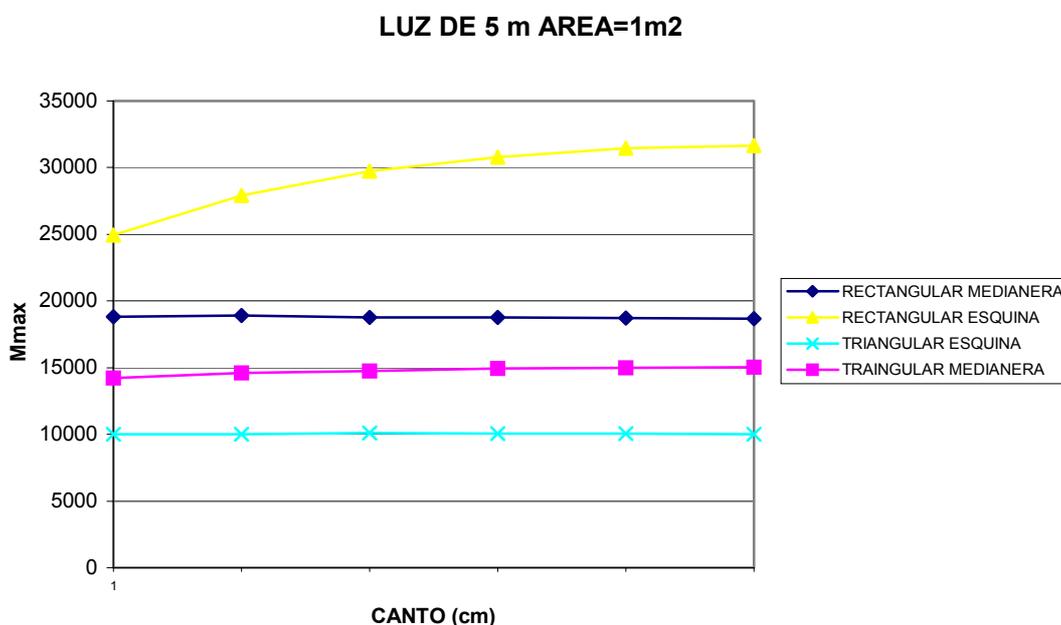


Figura 74: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos

**7.3.2.- Área 2 m<sup>2</sup>**Tabla 15: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 5 metros y área 2 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 5m área 2 m <sup>2</sup>			
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar
30	75975	66505	50719
40	78274	75074	45395
50	79139	79155	42006
60	80969	81818	40078
70	82311	82361	39008
80	83511	83273	37946

Tabla 16: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 5 metros y área 2 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 5m área 2 m <sup>2</sup>			
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar
30	31714	25604	65482
40	33414	26272	59932
50	33983	26177	56670
60	34012	26077	55006
70	33878	26110	54141
80	33738	26209	53800

**7.3.3.- Área 3 m<sup>2</sup>**

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el triple de la inicial, lo que supone 3m<sup>2</sup>, 2.25m<sup>2</sup> y 1.5m<sup>2</sup> respectivamente.

Tabla 17: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 5 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 5m área 3 m <sup>2</sup>			
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar
30	140263	102651	89449
40			
50	162315	139795	77619
60			
70			
80	171654	152381	71312

Tabla 18: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 4 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 5m área 3 m <sup>2</sup>			
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina	M <sub>max</sub> med. pilar
30	55267	49169	112583
40	63213	52577	104048
50	67941	53942	98948
60	70750	54628	95610
70	72003	55016	93405
80	83102	58514	96166

#### 7.4.- Discretización del conjunto con luces de 6m

##### 7.4.1.- Área 1 m<sup>2</sup>

Partimos de una luz entre pilares de 6 metros. Partimos de una superficie de las zapatas de 1 m<sup>2</sup>, 0.75 m<sup>2</sup> y 0.5 m<sup>2</sup> respectivamente.

Tabla 19: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 6 metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 6m área 1 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	21249	21765
40	20905	25349
50	20258	28049
60	19382	30431
70	18351	32427
80	17824	33680

Tabla 20: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 6 metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 6m área 1 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	11874	6188
40	12283	6069
50	12402	6061
60	12616	5999
70	12691	5900
80	12749	5874

Momentos en las direcciones principales en N/m

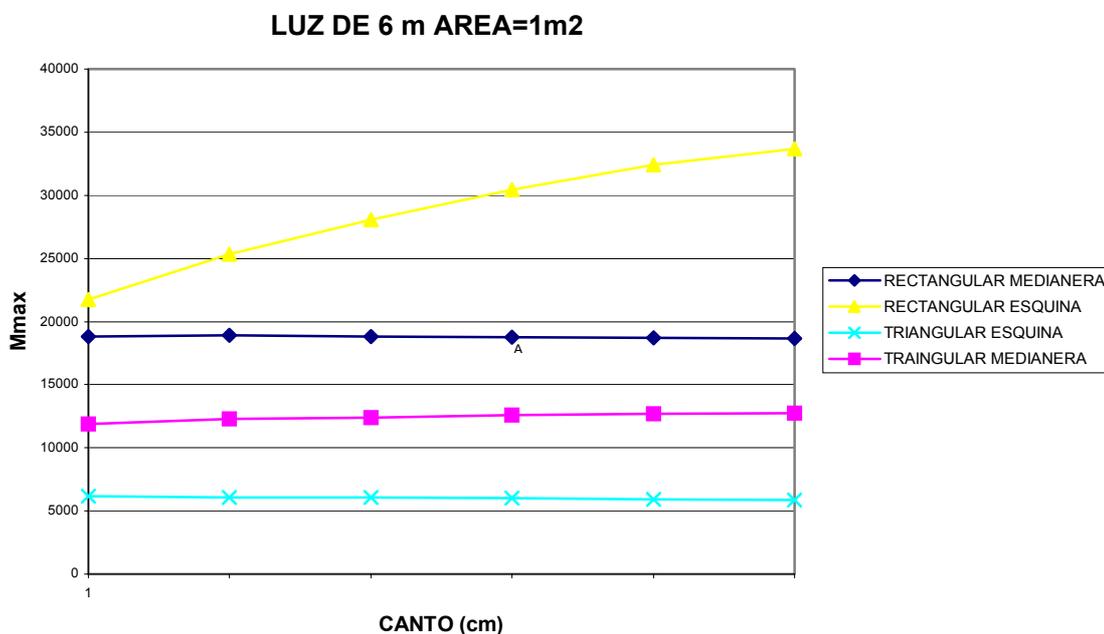


Figura 75: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos

**7.4.2.- Área 2 m<sup>2</sup>**

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el doble, lo que supone 2m<sup>2</sup>, 1.5m<sup>2</sup> y 1m<sup>2</sup> respectivamente.

Tabla 21: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 6metros y área 2 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 6m área 2 m <sup>2</sup>		
Canto	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	73209	59121
40	73637	68222
50	73199	73333
60	73520	75552
70	74102	77616
80	75343	78390

Tabla 22: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 6 metros y área 2 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 6m área 2 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	9519	24604
40	31155	25590
50	32206	25811
60	32456	25794
70	32423	25710
80	32304	25622

#### 7.4.3.- Área 3 m<sup>2</sup>

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el triple de la inicial, lo que supone 3m<sup>2</sup>, 2.25m<sup>2</sup> y 1.5m<sup>2</sup> respectivamente.

Tabla 23: Momentos esquema de zapatas cuadradas con luz de 6 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 6m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	104821	95038
40	117340	112258
50	124744	120752
60	129509	127665
70	132828	129504
80	135010	131862

Tabla 24: Momentos esquema de zapatas triangulares con luz de 6 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 6m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	53172	46291
40	56888	49341
50	58322	50528
60	58936	51079
70	59190	51386
80	59264	51586

**7.5.- Discretización del conjunto con luces de 7m**  
**7.5.1.- Área 1 m<sup>2</sup>**

Tabla 25: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 7m área 1 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	19217	20897
40	19172	24293
50	18499	26850
60	17726	28588
70	16906	30198
80	16044	31513

Tabla 26: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7metros y área 1 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 7m área 1 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	11880	6168
40	12229	6138
50	12532	5990
60	12812	6008
70	13005	5987
80	13178	5983

Momentos en las direcciones principales en N.m

**7.5.2.- Área 2 m<sup>2</sup>**

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el doble, lo que supone  $2\text{m}^2$ ,  $1.5\text{m}^2$  y  $1\text{m}^2$  respectivamente.

Tabla 27: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7 metros y área  $2\text{m}^2$

ZAPATA CUADRADA luz 7m área $2\text{m}^2$		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	73812	57586
40	74071	67068
50	74673	72044
60	75042	75660
70	74790	77291
80	76302	78077

Tabla 28: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7 metros y área  $2\text{m}^2$

ZAPATA TRIANGULAR luz 7m área $2\text{m}^2$		
<i>Canto</i>	$M_{\max}$ medianera	$M_{\max}$ esquina
30	29227	24101
40	31142	25285
50	31979	25465
60	32616	25681
70	32707	25631
80	32650	25386

### 7.5.3.- Área $3\text{m}^2$

Hacemos ahora una comparación haciendo que las superficies sean el triple de la inicial, lo que supone  $3\text{m}^2$ ,  $2.25\text{m}^2$  y  $1.5\text{m}^2$  respectivamente.

Tabla 29: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA CUADRADA luz 7m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	103721	93192
40	116835	111468
50	124697	124045
60	129827	127789
70	133492	130968
80	136349	132547

Tabla 30: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7 metros y área 3 m<sup>2</sup>

ZAPATA TRIANGULAR luz 7m área 3 m <sup>2</sup>		
<i>Canto</i>	M <sub>max</sub> medianera	M <sub>max</sub> esquina
30	51155	44933
40	58158	48893
50	63686	50778
60	67398	51870
70	69708	52300
80	71815	53174

Una vez realizados estos cálculos se han modificado las características de las capas del terreno, variando su coeficiente de balasto y los resultados obtenidos son sustancialmente los mismos.

También se han modificado las dimensiones de los elementos, haciendo la malla de nodos cuatro veces más pequeña y cuatro veces mayor, sin que tampoco esto introduzca alteraciones en los resultados. También hemos introducido más capas de terreno, en concreto tres, sin alterar los resultados.

Una vez que hemos estudiado cuál es la variación de los resultados de los esfuerzos en los distintos elementos, como consecuencia de las variaciones de luces y de cargas, vamos a analizar si la modificación de las características del terreno puede modificar los resultados, para lo cual hemos variado los módulos de elasticidad de material, multiplicando por 10 y por 100 el valor inicial de  $E$ , ( $E=50.000$  kN/m,  $E=500.000$  kN/m y  $E=5.000.000$  kN/m obteniéndose los mismos esfuerzos).

La modificación de las características geotécnicas del terreno de apoyo no supone una variación de las conclusiones anteriores.

De igual manera y antes de poder afirmar que la forma es determinante en los esfuerzos a los que se ven sometidos los elementos que componen la cimentación superficial, resulta necesario cerciorarse de que una modificación de la discretización de estos elementos o de la forma de la malla empleado no nos conduce a otros resultados distintos, para lo cual se han remallado todas las zapatas, pudiendo concluir que los resultados han sido iguales a los precedentes, de modo que el tamaño de los elementos no es tampoco una condición excluyente o diferenciadora.

Los resultados son independientes de la malla de elementos con la que se realicen los cálculos. Los modelos iniciales se discretizaron con una malla de 10x10cm, y hemos comparado los resultados obtenidos empleando una malla de elementos finitos de 5x5 cm con zapatas de 50 cm de canto y una malla de 20x20 cm con el mismo canto que los anteriores.

La consideración de una discretización más tupida o de un número mayor de capas de terreno no produce variaciones sustanciales de los momentos calculados.

En general y como orden de magnitud, debemos utilizar 3 capas de elementos en sección y los elementos deben tener una dimensión no superior a la mitad del canto. En nuestros modelos partíamos de un canto de 30 cm en el caso menor y de 80 cm en el caso mayor, por eso hemos adoptado en todos una dimensión de 10x10 cm.

## **8.- RESUMEN Y CONCLUSIONES**

### **8.1.- RESUMEN**

El cimiento es aquella parte de la estructura encargada de transmitir al terreno las cargas actuantes sobre la totalidad de la construcción. En condiciones normales, no podemos elegir el terreno sobre el que vamos a cimentar y las características del mismo no suelen ser modificables, ya que no suele ser económicamente viable la mejora del mismo. Es por ello que la cimentación tendrá que proyectarse de acuerdo con el suelo, incluso puede que muchos aspectos de la estructura vengan también condicionados por él.

Tradicionalmente se han venido utilizando cimentaciones de lados paralelos, rectangulares o cuadradas, y en casos muy concretos, como pueden ser los silos o los depósitos, se han diseñado cimentaciones circulares.

El objetivo principal de este trabajo es el estudio de la influencia de la forma en las cimentaciones superficiales por medio de zapatas aisladas, realizando una comparación entre los esfuerzos y las tensiones transmitidas por zapatas de forma triangular y zapatas de lados paralelos, en los casos más habituales de utilización de las mismas: zapatas centradas, medianeras y de esquina.

Para lograr este objetivo hemos ido abordando distintos puntos:

- Estudio de los tipos de cimentación más comunes usados desde la Antigüedad hasta nuestros días, analizando sus formas y características, así como las causas que motivaban el empleo de cada una de ellas, dado que se basaban en métodos totalmente empíricos.
- Análisis de los distintos métodos de cálculo que se han empleado para el cálculo de zapatas de hormigón, realizando una revisión de las distintas normativas e instrucciones del hormigón, desde 1968 hasta nuestros días, así como normativas de ámbito europeo y americanas (EC-2 y ACI-318).

- Análisis de la evolución de los distintos sistemas de cálculo de elementos de hormigón, desde sus inicios hasta los métodos basados en elementos finitos tan usados hoy en día.
- Descripción de los métodos de cálculos basados en los elementos finitos, explicando la formulación de los mismos y los conceptos básicos en los que se fundamentan.
- Descripción breve del programa de cálculo que hemos usado y la discretización empleada, tanto en las zapatas triangulares como en las de lados paralelos.

Una vez analizados los puntos anteriores hemos partido del estudio de las zapatas de forma aislada, primero la zapata centrada, y posteriormente las que habitualmente reciben una carga descentrada, como es el caso de las de medianera y de esquina, que en circunstancias normales y dado que los pilares irán colocados en el perímetro de la parcela, resulta muy difícil centrar geoméricamente las cargas y puede que sea necesario recurrir a otros sistemas.

No hemos incluido en el estudio las zapatas combinadas, centrándonos exclusivamente en el análisis del comportamiento de las zapatas centradas de medianera y de esquina, tanto de forma aislada como unidas entre sí por medio de vigas de arriostramiento.

Hemos abordado el estudio de un conjunto formado por una zapata de esquina, dos medianeras y una centrada, unidas entre ellas por las correspondientes vigas de arriostramiento y hemos tratado de comparar las tensiones provocadas en cada caso para los mismos esfuerzos.

Partimos del análisis de un modelo en el que las zapatas tienen sus lados ortogonales, que son las más usadas habitualmente y posteriormente hemos empleado elementos de cimentación triangulares, como forma propuesta para reducir esfuerzos en estos elementos, facilitando la transmisión de los mismos al terreno subyacente. Hemos ido variando en ambos caso el canto de las zapatas, desde 30 hasta 80 cm.

A continuación se han ido modificando los esfuerzos que se aplican a las zapatas y posteriormente las luces entre las mismas, para ver cómo variaban las tensiones en función de estos parámetros.

Hemos realizado unas comparaciones de los resultados, tanto en el caso de emplear zapatas triangulares o zapatas de lados paralelos.

Posteriormente hemos realizado una comparación de los resultados obtenidos, en el caso de modificar la discretización empleada y el tamaño de la malla, tanto para uno como para el otro tipo de geometría.

El siguiente escalón en este metódico proceso, ha sido comparar los resultados si modificamos los parámetros del suelo, como por ejemplo su módulo de elasticidad o el número de capas de terreno que hemos considerado.

Una vez realizados estos cálculos hemos podido analizar los resultados obtenidos, que han sido bastante concluyentes, permitiéndonos afirmar que la forma de los elementos de cimentación hace que los esfuerzos máximos a los que se vean sometidos sean muy distintos.

Al resultar determinante el empleo de una u otra forma, en el diseño de las cimentaciones, ésta puede resultar otra variable para optimizar los recursos materiales en las obras de cimentación.

Como último punto de este trabajo hemos analizado las tablas simplificadas de uso más frecuente para cálculos de armaduras de las zapatas y dimensionado de las mismas en función de las limitaciones impuestas por la normativa del homigón para cortante y punzonamiento, que están realizadas para zapatas de lados paralelos, obteniendo otras similares para el caso del empleo de zapatas triangulares en sus posiciones más frecuentes.

En los anejos del documento se recogen las tablas comparativas de los cálculos realizados.

## 8.2.- CONCLUSIONES

La forma de las cimentaciones superficiales por medio de zapatas aisladas tiene una gran influencia en el comportamiento de las mismas y condiciona de manera muy clara los esfuerzos a los que se van a ver sometidos los elementos de cimentación.

La modificación del diseño de las cimentaciones superficiales por medio de zapatas aisladas nos va a permitir una reducción de los costes de material de estos elementos.

Los resultados obtenidos en un cálculo simplificado, considerando las zapatas de esquina como una placa gruesa apoyada en vigas virtuales que serían los dos lados medianeros de la zapata, que trabajan en voladizo desde el pilar nos permiten afirmar que los esfuerzos disminuyen en casi el 20% si empleamos una zapata triangular en lugar de una zapata cuadrada con la misma superficie.

En el caso de las zapatas de medianera, la sustitución de una zapata rectangular por una triangular de idéntica superficie en planta, calculadas como vigas gruesas apoyadas en la viga de medianera y en una perpendicular a la fachada, y considerándolas de forma aislada, supone una disminución de esfuerzos próxima al 40% en algunos casos.

Los análisis de los modelos comparados, formados por cuatro zapatas: una de esquina, dos de medianera y una centrada, nos permiten afirmar que en todos los casos, en el conjunto de zapatas triangulares son menores los momentos obtenidos, tanto en las de medianera como en las de esquina, independientemente de las luces entre pilares y del canto de las zapatas con las que trabajemos.

En los modelos de cálculo las luces entre pilares han sido de 3, 4, 5, 6 y 7 metros y los cantos de las zapatas han variado desde 30 hasta 80 centímetros y en todos los casos los resultados han sido los mismos.

Hemos comprobado que al emplear zapatas triangulares, la distribución de esfuerzos en las mismas es más homogénea, eliminándose los picos en el interior de las mismas, todos los elementos van a soportar presiones similares, lo que favorece un comportamiento más homogéneo del material.

La modificación de las características geotécnicas del terreno de apoyo de la cimentación no supone una variación de las conclusiones anteriores.

Los resultados son independientes de la malla de elementos con la que se realicen los cálculos. Los modelos iniciales se discretizaron con una malla de 10x10cm, y hemos comparado los resultados obtenidos empleando una malla de elementos finitos de 5x5 cm con zapatas de 50 cm de canto y una malla de 20x20 cm con el mismo canto que los anteriores.

La consideración de una discretización más tupida o de un número mayor de capas de terreno no produce variaciones sustanciales de los momentos calculados.

En general y como orden de magnitud, debemos utilizar 3 capas de elementos en sección y los elementos deben tener una dimensión no superior a la mitad del canto. En nuestros modelos partíamos de un canto de 30 cm en el caso menor y de 80 cm en el caso mayor, por eso hemos adoptado en todos una dimensión de 10x10 cm.

La disminución de los esfuerzos permite reducir el consumo de acero, o bien emplear una zapata de más pequeña, manteniendo los esfuerzos y reduciendo el consumo de hormigón, lo que a su vez implica menor excavación y menor superficie a encofrar y perfilar.

La obligatoriedad del empleo de las cuantías geométricas mínimas en el armado de los elementos de hormigón, hace que sean muchos los casos en los que al modificar la forma, disminuyendo los esfuerzos que han de soportar, y al hacerlos trabajar de forma más homogénea, podamos armar por cuantía geométrica y no serían necesarios más cálculos.

Reducir el consumo de materiales puede permitirnos abaratar el capítulo de cimentación.

Las zapatas triangulares están sometidas a esfuerzos de torsión, por lo que es necesario el armado con una malla en las dos direcciones.

### 8.3.- FUTURAS INVESTIGACIONES

Las propuestas de futuras investigaciones a partir de este trabajo son:

- Realización de tablas simplificadas que nos permitan obtener de forma rápida unos armados aproximados de distintas zapatas triangulares partiendo de distintos valores de carga, de forma similar a las tablas que aparecen en las normas tecnológicas.

*Es importante considerar las cuantías geométricas mínimas al elaborar las tablas, ya que serán muchos los casos en los que sea suficiente el armado por cuantía mínima, lo que nos permite reducir mucho los cálculos, facilitando de esta manera el armado de los elementos.*

- Estudio de los valores de los esfuerzos por encima de los cuales son necesarios cálculos exhaustivos de las zapatas, ya que no sean suficientes los armados según las cuantías mínimas.
- Medida de los esfuerzos y de las deformaciones y asentos de los elementos de cimentación en un modelo real, tanto en laboratorio, como en un edificio y sometido a las cargas habituales en viviendas, con objeto de contrastar estos resultados con nuestros modelos de elementos finitos.
- Estudio de la influencia de la forma en otro tipo de cimentaciones, como pueden ser los encepados de las cimentaciones profundas por medio de pilotes.
- Analizar cómo se van a comportar las zapatas triangulares frente al hundimiento. En el anexo D del Eurocódigo se introducen unas comprobaciones al hundimiento de los elementos de cimentación, en las que influye el coeficiente de forma  $s_c$  de los mismos. La formulación incluye un factor de forma para cimentaciones rectangulares y otro para circulares, de ahí que fuera necesario hacer una serie de comprobaciones y calcular el coeficiente de forma que debemos emplear para el caso en el que el elemento tenga una forma triangular.

## 9.- BIBLIOGRAFÍA

“Guía de aplicación de la instrucción del hormigón estructural Edificación. Ministerio de Fomento”. 2002.

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado 1968”. Aprobada según Decreto de la Presidencia de Gobierno 29/87/1968, de 20 de septiembre.

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-1973”. Aprobada según Decreto 3062/1973, de 19 de octubre.

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-1980”. Aprobada según Real Decreto 2868/1980.

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-1982”. Aprobada según Real Decreto

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado EH-1988”. Aprobada según Real Decreto 824/1988, de 15 de julio.

“Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado 1980”. Aprobada según Real Decreto 1039/1991, de 28 de junio.

“Tecnología Arquitectónica hasta la revolución científica”. Textos de Arquitectura Akal, 2002.

Baumann, F. (1873). “The art of preparing foundations with particular illustration of the method of isolated piers”

Boussinesq, J. 1885. “Application des potentiels à l'Étude de l'Équilibre et due Mouvement des solides Élastiques. Gauthier-Villars”, París.

Calavera, J. (2000) “Cálculo de estructuras de cimentación”. 4ª edición. INTEMAC.

Coulomb, C.A., 1773. “Sur une application des regles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture”. Acad. R. Sci. Mém. Math. Phys. Par divers savants, 7 :343-382.

D'Appolonia, E. y Lambe, T.W., 1971. “Floating foundations for control of settlement”. J. Soil Mech. A.S.C.E. 95: 263-248.

- De Miguel Rodríguez, J.L. "Zapatas I". CIMIENTOS. Cuadernos del Instituto Juan de Herrera de la ETSA de Madrid.
- Escario, J.L. y Escario, V. 1960. "Caminos" Tomo I. Dossat, Madrid.
- Jiménez Montoya, P., García Meseguer, A. y Morán Cabré, F., 1987. "Hormigón armado", Editorial Gustavo Gili. S.A.
- Jiménez Salas, J.A. , Justo Alpañés, J.L. y Serrano González, A., 1976. "Geotecnia y Cimientos II". Editorial Rueda, página 695
- Jiménez Salas, J.L y Justo Alpañés, J.L., 1975. "Geotecnia y cimientos, III." Editorial Rueda.
- Jordan, S. K., 1940. "Foundation for basemenet building adjoining exisiting property". J.ICE. XV, 119.
- Julio Martínez Calzón (1970) "Métodos matriciales para cálculo de estructuras" Editorial Blume, Madrid.
- Kerisel, J. (1987) "Down to earth :Foundation Past and Present: The Invisible Art Of The Builder". A.A. Balkema Publishers.
- Little A.L. 1965. "Cimentaciones". Compañía Editorial continental, S.A.
- Mayer and Aviv , 1954. ""Gonflement du sol sus les fondation d'un bâtiment industriel" Fourth Conference, I, 373.
- Meyerhof, G.G. 1953. "The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads" 3<sup>er</sup> ICOSOMEF, Zurich 1:440.
- Meyerhof, G.G. 1965. "Capacidad de carga de cimientos bajo cargas excéntricas e inclinadas". Bol. Información Lab. Transporte, Madrid, 32:29.
- Mush, H. Y Weib, K. 1969. "The influence of the load inclination on the bearing capacity of shallow footings" ICOSOMEF, Méjico, 2:187-194.
- Oñate, E., 1992 "Cálculo de estructuras por el método de los elementos finitos" CIMNE, Barcelona.
- Peck, P.B., 1948 "History of building foundation in Chicago", University of Illinois, Engineering Experiment Station. Bulletin No. 373.
- Skempton (1955), "Foundations for high buildings". P.I.C.E. IV (pt.3), 246.

- Sowers, G. B. y Sowers, G.F. 1972. "Introducción a la mecánica de suelos y cimentaciones". Limusa-Wiley, Méjico.
- Terzaghi, K. y Peck, R.B., 1955. "Mecánica de suelos en la ingeniería práctica". El Ateneo, Buenos Aires.
- Verdeyen, J. Roisin, V. Y Nuyens, J. 1971. "Applications de la Mécanique des Sols. II", Vander, Bruselas.
- Vitrubio, "De Re Architectura"
- Vitrubio. "Libro Tercero, Capítulo 4: Los cimientos de los templos.
- Zienkiewicz, O.C - Taylor, 1994. "El Método De Los Elementos Finitos". 4º Edición 1994 Cimne, Barcelona

## TABLAS RESUMEN DE LAS COMPROBACIONES REALIZADAS

Se han realizado una serie de tablas con objeto de poder facilitar la lectura de las comprobaciones efectuadas.

A continuación se han realizado los cálculos y comprobaciones, en los tres casos:

- Zapata de medianera
- Zapata de esquina
- Zapata centrada

Las tablas permiten, en función de las dimensiones de las zapatas y de su canto y la presión transmitida al terreno, obtener unos gráficos con los que calcular el canto mínimo de cada zapata, comprobándolas a cortante. Al igual que en los capítulos anteriores las zapatas de medianera triangulares la relación hipotenusa/altura es de  $\frac{1}{2}$ .

La comparación está realizada en función de las dimensiones de los lados de las zapatas, lo cual implica que las áreas guardan una relación de  $\frac{1}{2}$ . Para que las zapatas tuvieran la misma superficie, la relación entre el lado de la zapata cuadrada y la triangular debería ser de  $1/\sqrt{2}$ .

## DEFINICIONES

A continuación se define el sentido que debe darse a cada término que aparece en el uso de este documento. (Los hemos tomado del Borrador del Código Técnico).

**ACCIÓN O CARGA:** Toda causa o agente actuante capaz de generar estados tensionales o deformaciones tanto en las estructuras como en el terreno.

**ADHESIÓN:** Resistencia al corte de un contacto suelo-estructura, cuando la presión normal efectiva sobre el contacto es nula.

**ÁNGULO DE ROZAMIENTO INTERNO.** Ángulo cuya tangente es la derivada de la resistencia al corte respecto a la presión normal efectiva.

**ARCILLAS:** Fracción de suelo de partículas de tamaño inferior a 0.002 mm y a las que se las puede determinar un límite plástico y un límite líquido.

**ARENA:** Fracción de suelo cuyas partículas tienen un tamaño comprendido entre 0,08 mm y 2 mm. Fina hasta 0,2 mm; media hasta 0,6 mm; gruesa por encima de 0,6 mm.

**COEFICIENTE DE SEGURIDAD:** Relación entre el valor real de una determinada propiedad o magnitud y el valor mínimo requerido en estudio de un determinado problema.

**COEFICIENTE DE SEGURIDAD PARCIAL DE LA RESISTENCIA DEL TERRENO:** Factor por el que se divide la resistencia característica del terreno para obtener la resistencia de cálculo.

**COEFICIENTE DE SEGURIDAD PARCIAL PARA LOS EFECTOS DE LAS ACCIONES SOBRE EL TERRENO:** Factor por el que se multiplican los efectos de las acciones sobre la cimentación, para obtener los valores de cálculo de los efectos de las acciones.

**COHESIÓN:** Resistencia al corte del terreno cuando la presión normal efectiva es nula.

**EMPOTRAMIENTO:** Zona de cimentación que queda por debajo de la superficie del terreno.

**ER:** Energía relativa en el ensayo SPT expresada en tanto por ciento. Cociente entre la energía real del golpe en el dispositivo utilizado y la nominal establecida en la Norma UNE 103800.

**ESTADOS LÍMITE:** Aquellos estados o situaciones de la estructura, o de partes de la misma, que de alcanzarse y excederse ponen a la estructura fuera de uso por incumplimiento de las condiciones tensionales o funcionales límite preestablecidas.

**ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO:** Situaciones que suponen que una obra, estructura o elemento, deja de cumplir los requisitos de calidad (por razones funcionales, estéticas, de durabilidad, etc.) establecidos en el proyecto, aunque ello no implique la ruina o puesta fuera de servicio de modo inmediato.

**ESTADOS LÍMITE ULTIMO:** Situaciones que suponen la puesta fuera de servicio, de una determinada obra, estructura o elemento, como consecuencia de rotura, hundimiento, pérdida de estabilidad o cualquier otra forma de fallo.

**FLUENCIA:** Deformaciones diferidas del suelo sin modificar su estado tensional.

**GRADO DE CONSOLIDACIÓN:** Porcentaje de las sobrepresiones intersticiales disipadas después de la aplicación de una carga sobre un suelo con respecto a la totalidad de las generadas por la aplicación de dicha carga.

**GRADO DE SATURACION:** Porcentaje de poros que están ocupados por el agua.

**GRAVA:** Fracción de suelos cuyas partículas tienen un tamaño comprendido entre 2 mm y 60 mm. Fina hasta 6 mm; media hasta 20 mm; gruesa por encima de 20 mm.

**LIMO:** Fracción de suelo cuyas partículas pasan por el tamiz 0,08 UNE y tamaño superior a 0.002 mm. Si se le puede determinar unos límites plástico y líquido su comportamiento se asimila a las arcillas. Si no se puede determinar su plasticidad se asimila su comportamiento a las arenas.

**MODULO DE BALASTO:** Razón entre la tensión aplicada sobre una superficie y el desplazamiento producido. Designado asimismo como módulo de reacción o módulo de Winkler.

**N:** Número de golpes en el ensayo SPT, corregido para una energía relativa del 60%, es decir aplicando el factor ER/60.

**PESO ESPECIFICO APARENTE:** Peso real de una muestra (partículas sólidas + agua) dividido entre volumen total de la misma.

**PESO ESPECIFICO SATURADO:** Peso específico correspondiente a una muestra saturada, con todos sus poros llenos de agua.

**PESO ESPECIFICO SECO:** Peso de las partículas sólidas, dividido por el volumen total de la muestra.

**PESO ESPECIFICO SUMERGIDO:** Peso específico del material saturado al estar sumergido en agua en condiciones hidrostáticas.

**POROSIDAD:** Relación entre el volumen ocupado por los poros y el volumen total de la muestra (partículas sólidas + poros).

**PRESIÓN DE HINCHAMIENTO:** Presión efectiva que evita la expansión de un suelo durante su saturación.

**PRESIÓN INTERSTICIAL:** Presión (en exceso sobre la presión atmosférica) del agua en los vacíos de un suelo o roca saturados.

**PRESIÓN NORMAL EFECTIVA:** Presión normal total menos la presión intersticial.

**PRESIÓN NORMAL TOTAL:** Presión (en exceso sobre la presión atmosférica) que actúa perpendicularmente a un plano dado.

**PRESIÓN DE SOBRECONSOLIDACIÓN:** Máxima presión efectiva que ha soportado un suelo a lo largo de su historia geológica.

**RAZÓN DE SOBRECONSOLIDACIÓN:** Cociente entre la presión efectiva de sobreconsolidación y la presión efectiva actual.

**REACCIÓN:** Las acciones provocan en el terreno ciertas variaciones tensionales cuya integración en el contorno estructura-terreno conduce a unas fuerzas, reacciones, de sentido contrario a las acciones.

**RESISTENCIA AL CORTE:** tensión tangencial máxima que un suelo puede soportar sin alcanzar la rotura. Se distinguen varias situaciones:

a) "Con drenaje". Corresponde a aquellas situaciones en las que, bien por unas buenas condiciones de permeabilidad, bien por el largo tiempo transcurrido desde la aplicación de la carga, el terreno ha disipado los excesos de presión intersticial que hubieran podido generarse durante el proceso de carga.

b) "Sin drenaje". Corresponden a aquellas situaciones que, bien por falta de drenaje, bien por el escaso tiempo transcurrido desde la aplicación de la carga, existen en el terreno las mismas presiones intersticiales que se han generado durante el proceso de carga.

**RESISTENCIA DE PICO:** Valor máximo de la resistencia alcanzada en un proceso de rotura con tensiones tangenciales monótonamente crecientes en el plano de rotura.

**RESISTENCIA RESIDUAL:** resistencia al corte de un determinado suelo para deformaciones mayores que la correspondiente a la resistencia de pico.

**RETRACCIÓN:** Disminución de volumen que experimental algunos suelos al disminuir su humedad.

**ROCA:** Agregado natural de uno o más minerales que para sufrir modificaciones sensibles en su estructura en presencia del agua, necesita periodos de tiempo superiores a la vida útil de un edificio.

**ROZAMIENTO NEGATIVO:** Incremento de carga en un pilote producido como consecuencia del asentamiento del terreno que le rodea.

**SITUACIÓN DE DIMENSIONAMIENTO:** Esquema simplificado de un problema real, que incluye una definición de la geometría, las características de los materiales y las acciones, todo lo cual sirve de base para la realización de los cálculos correspondientes.

**SUELO:** Parte de la corteza terrestre formada por materiales que pueden ser disgregados en partículas individuales, mediante la acción del agua.

**SUELO NORMALMENTE CONSOLIDADO:** Suelo cuya presión efectiva es igual a su presión de sobreconsolidación.

**SUELO SOBRECONSOLIDADO:** Suelo cuya presión efectiva actual es inferior a su presión de sobreconsolidación.

**SÍMBOLOS**

t	Tiempo
g	Aceleración de la gravedad
V	Volumen
W	Peso
M	Momento
$\gamma_E$	Coeficiente de seguridad parcial para el efecto de las acciones en la cimentación
$\gamma_F$	Coeficiente de seguridad parcial para las acciones estructurales o geotécnicas
$\gamma_R$	Coeficiente de seguridad parcial para la resistencia
$\gamma_M$	Coeficiente de seguridad parcial para las propiedades de los materiales
$F_d$	Valor de cálculo de una acción
$F_{rep}$	Valor representativo de una acción
$F_K$	Valor característico de una acción
$E_d$	Valor de cálculo del efecto de una acción
$E_{d, est}$	Valor de cálculo del efecto de una acción estabilizante
$E_{d, des}$	Valor de cálculo del efecto de una acción desestabilizante
$R_d$	Valor de cálculo de la resistencia
$R_K$	Valor característico de la resistencia

## Tensiones y deformaciones relativas

$\sigma_n$	Presión normal
$\sigma_n'$	Presión normal efectiva
$\tau$	Tensión tangencial (esfuerzo cortante)
$\varepsilon$	Deformación lineal unitaria
$\nu$	Coeficiente de Poisson (se usa también $\mu$ )
E	Módulo de deformación lineal (módulo de Young)
G	Módulo de deformación tangencial
K	Módulo de compresibilidad de reacción
$\eta$	Coeficiente de viscosidad
$\mu$	Coeficiente de rozamiento

## Propiedades de los suelos

## Pesos específicos

$\gamma$	Peso específico aparente del suelo
$\gamma_s$	Peso específico de las partículas sólidas
$\gamma_w$	Peso específico del agua

$\gamma_d$	Peso específico del suelo seco
$\gamma'$	Peso específico del suelo sumergido en condiciones hidrostáticas
G	Densidad relativa de las partículas sólidas
e	Índice de huecos
n	Porosidad
w	Contenido de humedad
Sr	Grado de saturación

#### Consistencia

wL	Límite líquido
wP	Límite plástico
I <sub>p</sub>	Índice de plasticidad
w <sub>s</sub>	Límite de retracción
IL	Índice de liquidez
I <sub>c</sub>	Índice de consistencia
e <sub>max</sub>	Índice de huecos en el estado más flojo del material
e <sub>min</sub>	Índice de huecos en el estado más denso del material
I <sub>D</sub>	Índice de densidad

#### Permeabilidad

h	Altura de carga hidráulica o potencial
q	Caudal
v	Velocidad
i	Gradiente hidráulico
k	Coefficiente de permeabilidad

#### Consolidación (en una dimensión)

m <sub>v</sub>	Coefficiente de compresibilidad
C <sub>c</sub>	Índice de compresión
c <sub>v</sub>	Coefficiente de consolidación
t	Tiempo de consolidación
T <sub>v</sub>	Factor tiempo
U	Grado de consolidación

#### Resistencia al esfuerzo cortante

$\tau$	Resistencia al corte
c'	Cohesión efectiva
$\Phi'$	Angulo de rozamiento interno efectivo

**Empuje de las tierras**

d	Distancia
$\delta$	Angulo de rozamiento entre el muro y el suelo adyacente
K	Coefficiente de empuje de las tierras
$K_0$	Coefficiente de empuje en reposo

**Cimientos**

N	Factor de capacidad portante
$k_s$	Módulo de reacción
B	Anchura de la cimentación
L	Longitud de la cimentación
D	Profundidad de la cimentación

**SISTEMA DE UNIDADES**

El sistema de unidades utilizado en este documento es el Sistema Internacional (SI), oficialmente vigente en España (RD 1317/1989;BOE 03/11/89). Las unidades fundamentales, junto con sus abreviaturas son:

- Masa: kilogramos = kg
- Tiempo: segundo = s
- Longitud: metro = m
- Temperatura. grado centígrado = °C
- Fuerza: Newton = N
- Presión: Pascal = Pa = N/m<sup>2</sup>

3 Los múltiplos más comunes de fuerza y presión son los siguientes:

- Fuerza: kN = 10e3 N; MN = 10e6 N
- Presión: kPa = 10e3 Pa; Mpa = 10e6 Pa
- Densidad: Kg/m<sup>3</sup>, Mg/m<sup>3</sup>, t/m<sup>3</sup>
- Peso específico: N/m<sup>3</sup>, KN/m<sup>3</sup>
- Permeabilidad: m/s
- Consolidación: m<sup>2</sup>/s

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Comparativo de resultados zapata rectangular y triangular apoyada en la medianera y en una viga perpendicular. ....	104
Tabla 2: Comparativo de resultados medianera/rectangular empotrada en la viga perpendicular a fachada	104
Tabla 3: Datos de cálculo con zapatas de lados paralelos .....	108
Tabla 4 :Datos de cálculo con zapatas triangulares.....	108
Tabla 5: Momentos en esquema de zapatas cuadradas con luz de 3 metros .....	109
Tabla 6: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 3metros.....	110
Tabla 7: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4metros y área $1\text{ m}^2$ .....	111
Tabla 8: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4metros y área $1\text{ m}^2$ .....	111
Tabla 9: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4metros y área $2\text{ m}^2$ .....	113
Tabla 10: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4metros y área $2\text{ m}^2$ .....	113
Tabla 11: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 4metros y área $3\text{ m}^2$ .....	114
Tabla 12: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4metros y área $3\text{ m}^2$ .....	114
Tabla 13: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 5metros y área $1\text{ m}^2$ .....	114
Tabla 14: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 5metros y área $1\text{ m}^2$ .....	115
Tabla 15: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 5metros y área $2\text{ m}^2$ .....	116
Tabla 16: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 5metros y área $2\text{ m}^2$ .....	116
Tabla 17: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 5metros y área $3\text{ m}^2$ .....	116
Tabla 18: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 4metros y área $3\text{ m}^2$ .....	117
Tabla 19: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 6metros y área $1\text{ m}^2$ .....	117
Tabla 20: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 6metros y área $1\text{ m}^2$ .....	117
Tabla 21: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 6metros y área $2\text{ m}^2$ .....	118
Tabla 22: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 6metros y área $2\text{ m}^2$ .....	119
Tabla 23: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 6metros y área $3\text{ m}^2$ .....	119
Tabla 24: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 6metros y área $3\text{ m}^2$ .....	119
Tabla 25: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7metros y área $1\text{ m}^2$ .....	120
Tabla 26: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7metros y área $1\text{ m}^2$ .....	120
Tabla 27: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7metros y área $2\text{ m}^2$ .....	121
Tabla 28: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7metros y área $2\text{ m}^2$ .....	121
Tabla 29: Momentos en el esquema de zapatas cuadradas con luz de 7metros y área $3\text{ m}^2$ .....	122
Tabla 30: Momentos en el esquema de zapatas triangulares con luz de 7metros y área $3\text{ m}^2$ .....	122

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Stonehenge	1
Figura 2 Detalle de las mallas vegetales	2
Figura 3 : Pirámide de Keops	3
Figura 4: Torre de Babel	4
Figura 5 Templo maya	4
Figura 6: Partenón	5
Figura 7: detalle de la columnata	5
Figura 8: Erectheion de Atenas	6
Figura 9: Planta de cimentación	7
Figura 10: Templo de Apolo en Delfos	7
Figura 11: Imagen del Coliseo romano	8
Figura 12: Esquema del Coliseo	8
Figura 13: Sección calzada romana	10
Figura 14: Imagen de una calzada romana	11
Figura 15: Cúpula de Santa Sofía	12
Figura 16: Esquema de la cimentación Santa Sofía	13
Figura 17: Torre de Pisa	14
Figura 18: Esquema de cimentación de la catedral de Amiens	15
Figura 19: Nuevos espacios: Nueva distribución de las cargas	16
Figura 20: Planta de la catedral de Chartes	16
Figura 21: Sección de una catedral gótica	17
Figura 22: Detalle de la cimentación escalonada	20
Figura 23: Home Insurance Company	20
Figura 24: Edificio Monadnock	21
Figura 25: Cimentación edificio Rookery	22
Figura 26: Edificio Pullman	22
Figura 27: Cimentación en zanja corrida	24
Figura 28: Arcos de piedra como elementos de cimentación	25
Figura 29 Pilotes en cimentación	25
Figura 30: Tipologías de cimentación	27
Figura 31: Dimensiones de la zapata	30
Figura 32: Acciones a considerar	31
Figura 33: Definiciones básicas del movimiento de las cimentaciones	35
Figura 34: Armado según Instrucción del 68	42
Figura 35: Tipo de zapatas según EH-80	43
Figura 36 Situación de la sección $S_1$	44

Figura 37: Acciones a considerar en la zapata	46
Figura 38: Secciones de punzonamiento según las distintas normas	50
Figura 39: Longitudes de anclaje EH-91	54
Figura 40 Tipos de zapatas EHE	59
Figura 41:Esquema bielas	60
Figura 42: Situación $s_1$ EHE	62
Figura 43: Sección referencia punzonamiento	62
Figura 44: Secciones de referencia EHE	65
Figura 45: Situación del núcleo central	67
Figura 46: Sección de referencia a punzonamiento EUROCÓDIGO EC-2	69
Figura 47: Sección de referencia a punzonamiento ACI-318	70
Figura 48: Fuerzas que actúan sobre el elemento shell	79
Figura 49: Momentos flectores y torsores que pueden actuar sobre el elemento	79
Figura 50: Deformación de la sección	80
Figura 51: Distribución de tensiones	82
Figura 52: Discretización de una placa	88
Figura 53: Diferentes condiciones de contorno en placas	91
Figura 54: Esquema en planta del elemento de cimentación	93
Figura 55: Zapatas de esquina	94
Figura 56: Zapatas de medianera	94
Figura 57 Esquema del conjunto con zapatas de lados paralelos	95
Figura 58 Esquema del conjunto con zapatas triangulares	95
Figura 59: Planta de la zapata cuadrada con las dos vigas laterales	96
Figura 60: Planta de la zapata triangular con las dos vigas laterales	97
Figura 61: Discretización de zapata triangular. Apoyo en dos lados.	98
Figura 62: Discretización de zapata de esquina. apoyo en vigas esquina	99
Figura 63: Superposición de ambas zapatas indicando su centro de gravedad	100
Figura 64: Planta de la zapata de medianera	101
Figura 65: Zapata medianera apoyada en dos vigas perpendiculares	102
Figura 66: Zapata medianera apoyada en dos vigas perpendiculares	102
Figura 67: zapata triangular apoyada en dos vigas perpendiculares	103
Figura 68: zapata medianera con empotramiento en el centro	105
Figura 69: Representación de los dos modelos estudiados: rectangulares y triangulares	106
Figura 70: Esquema con lados ortogonales y paralelos	107
Figura 71: Discretización del conjunto con luces de 3m	109
Figura 72: Discretización del modelo triangular con luces de 4m	110
Figura 73: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos	112
Figura 74: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos	115
Figura 75: Gráfica comparativa de los momentos obtenidos en los dos modelos	118