



UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie civil

# ÉVOLUTION DES PROPRIÉTÉS DYNAMIQUES DE POUTRES EN BÉTON ARMÉ ENDOMMAGÉES EN LABORATOIRE

Mémoire de Maîtrise ès Sciences Appliquées  
Spécialité : génie civil

Composition du jury :  
Patrick Paultre (directeur)  
Jean Proulx (rapporteur)  
Najib Bouaanani

---

Mamar Saidou Sanda



# Résumé

Le présent document constitue une partie d'un projet de recherche global sur la quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations ambiantes mesurées sur un pont routier en service. L'objectif de l'étude effectuée dans cette maîtrise est de suivre l'évolution des propriétés dynamiques de poutres en béton armé en fonction de différents niveaux d'endommagement qui leur sont infligés en laboratoire, et de vérifier si ces propriétés sont des indicateurs fiables de l'endommagement. Elles serviront par la suite à effectuer une détection d'endommagement avec le logiciel commercial FEMtools et avec un algorithme développé en langage Matlab.

Une étude expérimentale qui a porté sur trois spécimens de poutre en béton armé simple fabriqués et testés à l'Université de Sherbrooke est présentée. Toutes les poutres ont été dimensionnées adéquatement en flexion et présentent des défauts de renforcement en cisaillement. Deux spécimens ne renferment que l'armature minimale de cisaillement, et la dernière ne renferme aucune armature de cisaillement, comme c'est le cas pour des ponts-dalle. Les types d'endommagement testés sont ceux qui sont le plus souvent retrouvés sur les ponts routiers au Québec : l'endommagement dû au travail des poutres en flexion-cisaillement, l'endommagement dû à la corrosion des armatures de flexion et l'altération des conditions d'appui. Des essais de flexion quatre points ont été effectués pour simuler les dommages en flexion-cisaillement. Les modifications des conditions d'appuis sont simulées en bloquant les degrés de liberté d'un des appuis. La corrosion des armatures de flexion est simulée en sectionnant de manière séquentielle ces armatures en trois positions le long de la poutre. L'extraction des propriétés modales des poutres a été effectuée après tout nouvel endommagement imposé à l'aide d'excitations au marteau d'impact et d'une série d'accéléromètres. Deux méthodes d'analyse modales ont été utilisées : FRF (fonctions de réponse en fréquence) et FDD (*Frequency Domain Decomposition*).

Les évolutions des propriétés modales à travers les endommagements des trois poutres montrent que les fréquences naturelles et les déformées modales sont des indicateurs très clairs de l'altération des conditions d'appui et de la fissuration en flexion-cisaillement. L'évolution de ces indicateurs est néanmoins plus subtile dans le cas d'une poutre sans renforcement en cisaillement, dont la rupture est très précoce. Les résultats montrent, en revanche, que la corrosion des armatures est un dommage beaucoup plus difficile à saisir à travers l'évolution des propriétés modales. L'ensemble des analyses expérimentales montre aussi que les taux d'amortissement modaux ne constituent pas des indicateurs fiables des endommagements testés sur les poutres.



# Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance.

Le travail a été réalisé sous la direction de Monsieur Patrick Paultre, professeur titulaire au département de génie civil de l'Université de Sherbrooke. J'aimerais lui adresser toute ma gratitude de m'avoir accordé la chance de faire partie de son excellente équipe qu'est le centre de recherche en génie parasismique (CRGP). Je salue le professeur pour les connaissances et l'expérience que j'ai pu acquérir lors de ma maîtrise.

Je remercie le ministère des transport du Québec (MTQ), division de l'ingénierie, dont le soutien financier a permis la réalisation de ce travail de maîtrise.

Je désire remercier dans un second temps Monsieur Olivier Gauron, professionnel de recherche du CRGP, pour sa patience, sa disponibilité et ses judicieux conseils sans lesquels ce projet n'aurait pas abouti. Je tiens également à remercier les collègues du CRGP (Steeve Ambroise, Nicolas Turcotte, Kevin Boulerice, Christopher Calixte, George Chancy) pour leur aide précieuse à divers étapes de ce projet.

Je souligne le travail acharné des techniciens du CRGP qui ont permis les essais en laboratoire : Claude Aubé, Jeason Desmarais, Raphael Prévost et Éric Beaudoin.

Je termine en remerciant particulièrement mon frère Adamou Saidou Sanda, ma famille et ma fiancée pour leur support tout au long de ce projet. Je dédie ce travail à Maika.

# Table des matières

Résumé	i
Liste des figures	v
Liste des tableaux	vii
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Mise en contexte . . . . .	1
1.2 Détection de l'endommagement par mise à jour d'un modèle numérique . .	2
1.3 Problématique . . . . .	3
1.4 Méthodologie et objectifs du projet . . . . .	4
1.5 Plan du mémoire . . . . .	5
<b>2 Revue de littérature</b>	<b>7</b>
2.1 Effets de l'endommagement sur les propriétés dynamiques . . . . .	8
2.2 Approches pour la détection de l'endommagement . . . . .	9
2.3 Méthodes basées sur les fréquences propres . . . . .	11
2.4 Méthodes basées sur les déformées modales . . . . .	18
2.5 Méthodes basées sur l'amortissement . . . . .	25
2.6 Méthodes par mise à jour de modèle numérique . . . . .	26
<b>3 Méthodes d'analyses modales expérimentales</b>	<b>33</b>
3.1 Rappels théoriques de traitement du signal dans le domaine fréquentiel . .	33
3.2 Excitation au marteau d'impact . . . . .	41
3.3 Analyse modale par FRF . . . . .	43
3.4 Analyse modale par FDD . . . . .	50
3.5 Complexité des modes expérimentaux . . . . .	57
<b>4 Programme expérimental et méthodologie</b>	<b>59</b>
4.1 Description des spécimens . . . . .	59
4.2 Propriétés des matériaux . . . . .	61
4.3 Mesure de vibrations sur les spécimens . . . . .	66
4.4 Essais d'endommagement des spécimens . . . . .	73
<b>5 Résultats expérimentaux</b>	<b>85</b>
5.1 Analyses préliminaires . . . . .	85
5.2 Modes propres de vibration des poutres . . . . .	88
5.3 Poutre PBA1-1 . . . . .	90
5.4 Poutre PBA2 . . . . .	99
5.5 Poutre PBA1-2 : blocage des appuis . . . . .	107
5.6 Poutre PBA1-2 : corrosion des armatures longitudinales . . . . .	114
<b>6 Conclusions et recommandations</b>	<b>125</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>129</b>

# Liste des figures

1.1	Diagramme général de l'algorithme itératif de recalage de modèles numériques	3
2.1	Méthode du ressort en rotation	9
2.2	Paramètres définissant l'endommagement	18
2.3	Niveaux d'endommagement considérés par Dawari et Vesmawala	20
2.4	Détection d'endommagement basée sur la rigidité	24
2.5	Détection d'endommagement par la méthode d'Ismail et al	24
2.6	Relation obtenue par Kovàc et Farkas	25
2.7	Illustration de la fonction d'endommagement du module d'élasticité	28
2.8	Calibration du modèle initial de Teughels et al	29
2.9	Détection sur un état endommagé	30
2.10	États d'endommagement de la poutre testée par Jaishi et Ren	30
2.11	Détection de l'endommagement par Jaishi et Ren	31
3.1	Exemple de signaux	34
3.2	Signal stationnaire aléatoire $g(t)$	35
3.3	Représentation d'une fonction discrète non périodique en une fonction discrète périodique	36
3.4	Illustration du repliement de fréquence sur le spectre d'amplitude de Fourier	38
3.5	Illustration du <i>leakage</i>	39
3.6	Fenêtrage de Hanning appliqué à un signal temporel	39
3.7	Effet du fenêtrage de Hanning sur la transformée de Fourier discrète	39
3.8	Fonction d'autocorrélation et de densité spectrale de puissance pour un signal réel	41
3.9	Détails d'un marteau d'impact	42
3.10	Signal typique d'un impact de marteau	42
3.11	Modèle de FRF	43
3.12	Évolution de la FRF en fonction de la pulsation relative $\beta$ et du taux d'amortissement $\xi$	45
3.13	Détermination de l'amortissement par méthode de l'acuité de résonance	46
3.14	Représentation d'une courbe d'amplitude typique de FRF montrant les contributions des différents modes	49
3.15	Illustration de la méthode du <i>peak picking</i> sur une poutre simplement appuyée	50
3.16	Périodogramme pour un signal $y(t)$	52
3.17	Concept de chevauchement des données	53
3.18	Fenêtrage appliqué au calcul des matrices spectrales	53
3.19	Illustration de la méthode FDD	55
3.20	Identification de deux modes rapprochés	57
3.21	Identification de deux modes confondus	57
3.22	Complexité de la déformée d'un mode d'une poutre simplement appuyée	58
4.1	Géométrie des poutres (dimensions en mm)	60
4.2	Ferrailage des poutres	62
4.3	Relation contrainte-déformation en compression des bétons à 28 jours	64
4.4	Relation contrainte-déformation en compression des bétons les jours des essais	64
4.5	Relation contrainte-déformation en tension des aciers	65
4.6	Montage expérimental pour les mesures de vibration sur les poutres	66
4.7	Matériel pour les mesures vibratoires	67

4.8	Emplacements des accéléromètres . . . . .	68
4.9	Têtes du marteau . . . . .	69
4.10	Essais préliminaires des têtes du marteau . . . . .	70
4.11	Exemple d'enregistrement d'un accéléromètre en FDD . . . . .	71
4.12	Points d'impact pour les essais FDD . . . . .	72
4.13	Points d'impact pour les essais FRF . . . . .	72
4.14	Exemple d'enregistrements lors d'un essai par FRF . . . . .	73
4.15	Montage expérimental pour les essais de flexion quatre points . . . . .	74
4.16	Appuis rotulés des poutres . . . . .	75
4.17	Emplacements et numérotation des jauges de déformation . . . . .	76
4.18	Emplacements des potentiomètres et des LVDT . . . . .	76
4.19	Modification des appuis pour la poutre PBA1-2 . . . . .	78
4.20	Éléments de blocage pour l'endommagement de l'appui 9 . . . . .	80
4.21	Positions des armatures longitudinales coupées pour simuler la corrosion . . . . .	81
4.22	Positions des accéléromètres à la section centrale de la poutre PBA1-2 . . . . .	81
4.23	Coupures successives de barres pour simuler la corrosion . . . . .	83
5.1	Étude des vibrations de la dalle d'essai . . . . .	86
5.2	Vérification de la répétabilité des essais FRF entre les configurations de capteurs . . . . .	87
5.3	Déformées des modes . . . . .	89
5.4	Réponses de la poutre PBA1-1 . . . . .	90
5.5	Déformations dans les lits d'armature tendus de la poutre PBA1-1 . . . . .	91
5.6	Déformations dans les armatures de cisaillement de la poutre PBA1-1 . . . . .	92
5.7	Déformations du béton de la poutre PBA1-1 . . . . .	92
5.8	États d'endommagement de la poutre PBA1-1 . . . . .	93
5.9	Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-1 . . . . .	96
5.10	Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-1 . . . . .	97
5.11	Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-1 . . . . .	98
5.12	Réponses de la poutre PBA2 . . . . .	99
5.13	Déformations dans les lits d'armature tendue de la poutre PBA2 . . . . .	100
5.14	Déformations du béton de la poutre PBA2 . . . . .	100
5.15	États d'endommagement de la poutre PBA2 . . . . .	101
5.16	Évolution des fréquences propres de la poutre PBA2 . . . . .	104
5.17	Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA2 . . . . .	105
5.18	Évolution des déformées modales de la poutre PBA2 . . . . .	106
5.19	Degrés de liberté de l'appui . . . . .	107
5.20	Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis . . . . .	109
5.21	Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis . . . . .	112
5.22	Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis . . . . .	113
5.23	Évolution des déformées des modes 6 et 8 . . . . .	114
5.24	Coupe des barres d'armature dans la section centrale de la poutre . . . . .	115
5.25	Réponse de la poutre PBA1-2 . . . . .	115
5.26	Déformations dans les lits d'armature tendue de la poutre PBA1-2 . . . . .	116
5.27	Déformations dans les armatures de cisaillement de la poutre PBA1-2 . . . . .	116
5.28	Déformations dans le béton de la poutre PBA1-2 . . . . .	117
5.29	États d'endommagement de la poutre PBA1-2 : corrosion des armatures . . . . .	118
5.30	Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-2 . . . . .	122
5.31	Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-2 . . . . .	123
5.32	Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-2 . . . . .	124

# Liste des tableaux

4.1	Résumé des caractéristiques des poutres . . . . .	61
4.2	Propriétés des bétons à l'état frais . . . . .	63
4.3	Propriétés mécaniques des bétons . . . . .	63
4.4	Caractéristiques des têtes du marteau . . . . .	70
4.5	Degrés de liberté bloqués de l'appui 9 . . . . .	79
5.1	Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-1 à l'état 0 . . . . .	95
5.2	Propriétés dynamiques de la poutre PBA2 à l'état 0 . . . . .	103
5.3	Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 (blocage des appuis) à l'état 0 . . . . .	108
5.4	Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 : corrosion des armatures, état 0 . . . . .	121

# Liste des symboles

$A(\bar{\omega})$	fonction d'accélération
$c$	amortissement d'un système à un degré de liberté
$\mathbf{C}$	matrice d'amortissement d'un système à plusieurs degrés de liberté
$\tilde{\mathbf{C}}$	matrice diagonale contenant les amortissements modaux
$f$	fréquence naturelle
$\Delta f / \Delta \omega$	résolution fréquentielle
$f_c / \omega_c$	fréquence de Nyquist
$f_{max}$	fréquence maximale dans un signal
$f_s$	fréquence d'échantillonnage
$f(t)$	signaux temporels
$\mathcal{F} / \mathcal{F}^{-1}$	symbole de la transformée de Fourier/inverse de la transformée de Fourier
$G_{yy}$	fonction de densité spectrale unilatérale
$G_{xy}$	fonction de densité spectrale unilatérale croisée
$H(\omega)$	fonction de transfert dans le domaine fréquentiel
$H_{jk}(\omega)$	terme de la matrice de fonction de transfert correspondant à l'excitation du ddl $j$ due à une force au ddl $k$
$\mathbf{I}$	matrice identité
$k$	rigidité d'un système à un degré de liberté
$\mathbf{K}$	matrice de rigidité d'un système à plusieurs degrés de liberté
$M(\bar{\omega})$	fonction de mobilité
$m$	masse d'un système à un degré de liberté
$\mathbf{M}$	matrice de masse d'un système à plusieurs degrés de liberté
$n$	indice d'échantillonnage
$N$	nombre de sous-intervalles d'un signal temporel
$p(t)$	force d'excitation
$\bar{p}(t)$	forme complexe de $p(t)$
$\mathbf{P}(t)$	vecteurs des forces
$P$	amplitude de la force d'excitation
$R_{gg}$	moyenne des fonctions d'autocorrélation des sous-intervalles
$R_{yy}$	fonction d'autocorrélation d'un signal $y(t)$
$R_{xy}$	fonction de corrélation croisée de deux signaux $x(t)$ et $y(t)$
$S_{yy}$	transformée de Fourier de $R_{yy}$
$S_{xy}$	transformée de Fourier de $R_{xy}$
$t$	temps
$\Delta t$	intervalle de temps d'échantillonnage
$T$	période
$Y(\omega)$	transformée de Fourier d'un signal temporel $y(t)$
$x(t)$	déplacement
$\dot{x}(t)$	vélocité

$\ddot{x}(t)$	accélération
$\beta$	pulsation relative
$\delta$	décroissement logarithmique
$\theta$	angle de phase
$\Lambda$	matrice spectrale
$\mu_g$	moyenne des sous-intervalles d'un signal temporel
$\xi$	taux d'amortissement
$\Phi$	vecteurs propres
$\omega$	pulsation naturelle du système
$\bar{\omega}$	pulsation de l'excitation harmonique

# Liste des abréviations

CSA	association canadienne de normalisation ( <i>Canadian Standards Association</i> )
CoMAC	indice qui mesure quels ddl contribuent négativement au MAC ( <i>Coordinate Modal Assurance Criterion</i> )
ddl	degré de liberté
FDD	méthode de décomposition dans le domaine des fréquences ( <i>Frequency Domain Decomposition</i> )
FFT/IFFT	transformée de Fourier rapide / transformée inverse ( <i>Fast Fourier Transform / Inverse FFT</i> )
FRF	fonction de Réponse en Fréquence
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transducer</i>
MAC	critère de dépendance linéaire entre deux vecteurs ( <i>Modal Assurance Criterion</i> )
MTQ	ministère des Transports du Québec
PBA	poutre en béton armé
PSD	densité spectrale de puissance ( <i>Power Spectral Density</i> )
SVD	décomposition en valeurs singulière ( <i>Singular Value Decomposition</i> )
TFD	transformée de Fourier discrète

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 MISE EN CONTEXTE

Les dégradations que subissent les structures par le simple effet du temps ou à la suite des conditions auxquelles elles sont soumises constituent un problème qui affecte tous les types d'ouvrages de génie civil, particulièrement les ponts. L'entretien des structures de génie civil est essentiel pour assurer l'intégrité structurale et la sécurité. Le ministère des Transports du Québec investit annuellement de façon considérable pour assurer l'entretien de son réseau de ponts qui est actuellement vieillissant et qui a fait l'objet de nombreuses réfections ces dernières années. La mise en œuvre d'une gestion durable des infrastructures se base sur la connaissance précise de leur état. Dans ce contexte, l'utilisation d'une technique expérimentale in situ innovante permettant d'augmenter le niveau de précision obtenu des inspections visuelles ou des instruments de mesure locaux devient un outil pertinent pour assurer une meilleure gestion du parc des ouvrages d'art. Une série d'accéléromètres ou de capteurs de vitesse adéquatement disposés sur l'ensemble de l'ouvrage permet de faire un suivi global de la structure en déterminant ses propriétés dynamiques. Les variations soudaines ou progressives des fréquences naturelles et des modes de vibration sur une période donnée peuvent être indicateurs de changements dans les propriétés structurales d'un pont par rapport à son état initial, et donc d'endommagement. Pour cette raison, la grande majorité des méthodes existantes de détection globale de l'endommagement font la comparaison des propriétés dynamiques obtenues lors d'une nouvelle analyse et lors de la précédente. C'est sur ce principe que se base la méthode de détection de l'endommagement qui est testée dans le cadre du projet de recherche global dans lequel s'inscrit l'étude présentée dans ce mémoire.

Ce mémoire de maîtrise présente une étude sur l'endommagement minimum détectable dans des poutres de pont en béton armé simple testées en laboratoire.

## 1.2 DÉTECTION DE L'ENDOMMAGEMENT PAR MISE À JOUR D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE

Les méthodes de détection d'endommagement classiques (inspections visuelles, mesures acoustiques ou magnétiques, etc.) sont limitées, car elles ne permettent d'obtenir que des informations locales, et ne permettent pas d'inspection des zones inaccessibles de la structure. Dans les deux dernières décennies, des méthodes de détection globales ont été développées pouvant être appliquées sur des structures complexes. Ces techniques utilisent généralement l'évolution des propriétés dynamiques de la structure entre deux périodes, où des essais in situ d'analyse vibratoire sont effectués.

L'idée de base des techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans le fait que les réponses modales mesurées (fréquences propres, déformées propres, coefficients d'amortissement) sont fonction des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement) [42]. Ainsi, un endommagement dans la structure se manifeste généralement par des changements dans ses propriétés physiques (souvent une diminution de la rigidité structurale), et par conséquent par une modification des fréquences naturelles. De ce fait, pour être détectables, les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques de la structure à la suite d'un endommagement doivent avoir un effet sur les paramètres modaux. Plusieurs revues de littérature recensant les méthodes de détection de l'endommagement basées sur les propriétés modales ont été publiées dans les années 90 et 2000 [19, 59].

L'étude présentée dans ce mémoire constitue une étape d'une étude globale qui se concentre sur la méthode de détection d'endommagement basée sur le recalage de modèles numériques à partir de résultats d'analyses modales expérimentales. La méthode consiste à adapter les propriétés méconnues d'un modèle d'éléments finis de manière à minimiser les écarts entre les données modales expérimentales et les prédictions du modèle d'éléments finis. La méthode utilisée est itérative et ajuste des paramètres physiques locaux qui actualisent par conséquent certaines matrices de rigidité élémentaires du modèle dans lesquelles ces paramètres figurent. L'actualisation des matrices élémentaires permet ensuite d'actualiser les matrices globales du système. Les méthodes itératives sont en majeure partie basées sur la sensibilité, qui correspond à la variation d'une réponse modale en fonction de la variation unitaire d'un paramètre de recalage. Un diagramme général de l'algorithme des méthodes itératives de recalage de modèles par éléments finis est présenté à la figure 1.1. De plus amples détails sur les méthodes de détection d'endommagement par mise à jour d'un modèle numérique basée sur la sensibilité peuvent aussi être trouvés dans les références [24, 42, 66–68].

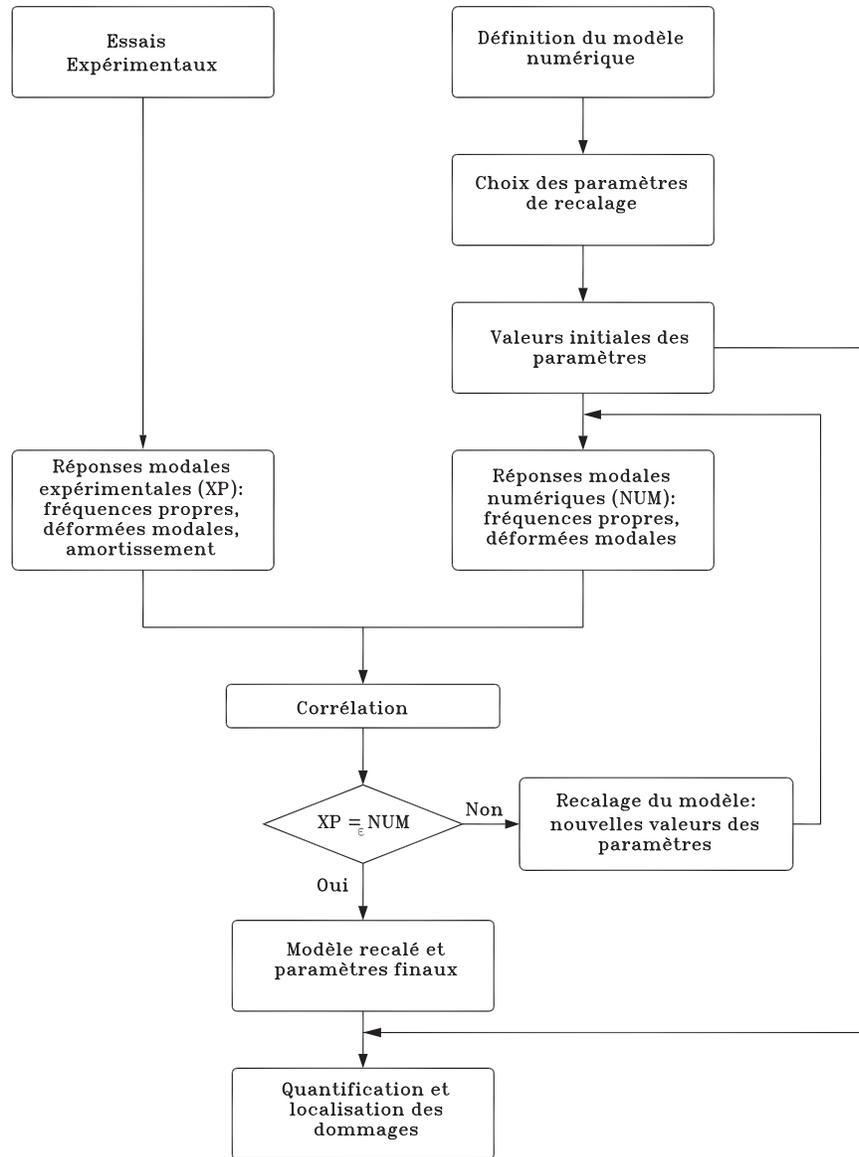


Figure 1.1 – Diagramme général de l’algorithme itératif de recalage de modèles numériques

### 1.3 PROBLÉMATIQUE

Le ministère des Transports du Québec (MTQ) cherche à se munir de méthodes fiables et performantes afin de suivre efficacement l’état du réseau de transport routier à travers la province. Les ponts représentent une partie importante de ce réseau routier et il est important de pouvoir suivre et estimer leur endommagement durant leur cycle de vie. Pour cela, une connaissance approfondie de l’état de chacun des éléments des ponts (superstructure, piliers, fondation, appuis, etc.) est requise. Les poutres des ponts en béton armé font partie des éléments essentiels des ponts qui sont le plus fréquemment sujets aux dommages. Les dommages critiques recherchés dans le présent projet de recherche sont :

- les dommages résultant d'un travail en flexion, allant de la fissuration importante en flexion à la plastification des armatures longitudinales ;
- les dommages critiques résultant d'un travail en cisaillement, allant de la fissuration en cisaillement à la plastification des armatures transversales ;
- la corrosion des armatures longitudinales ;
- l'endommagement des appareils d'appuis aux extrémités des poutres.

Avant d'utiliser à grande échelle la méthode de détection de l'endommagement basée sur la mise à jour de modèles numériques et de déployer les investissements nécessaires à sa mise en œuvre, il est nécessaire de connaître l'efficacité de la méthode à détecter les dommages les plus fréquents énumérés précédemment. La problématique du présent projet est donc de caractériser les types et les niveaux minimums d'endommagement détectables avec les outils de mise à jour de modèles numériques utilisés dans le projet, soit l'algorithme Matlab de l'UdeS et FEMtools.

### 1.4 MÉTHODOLOGIE ET OBJECTIFS DU PROJET

L'objectif global du projet est de suivre l'évolution des propriétés dynamiques de poutres en béton armé en fonction de différents niveaux d'endommagement qui leur sont infligés en laboratoire. Ces propriétés dynamiques servent alors d'entrée pour les deux outils de détection d'endommagement mentionnés précédemment. La capacité de ces outils à retracer les divers endommagements sur les poutres testées peut ainsi être évaluée.

Plus spécifiquement, trois poutres en béton armé à échelle réelle ont été définies, puis fabriquées au laboratoire de structures de l'Université de Sherbrooke. Toutes les poutres disposent de la même armature de flexion ; deux de ces poutres sont rigoureusement identiques avec une armature minimale en cisaillement ; la dernière poutre est dépourvue de renforcement en cisaillement. Les poutres ont ensuite été successivement endommagées au laboratoire sous un processus contrôlé. Deux des poutres ont été endommagées lors d'un essai de flexion quatre points, effectué en plusieurs étapes jusqu'à la rupture. Ces essais ont permis d'infliger des niveaux de dommages croissants par fissuration de flexion et de cisaillement. L'endommagement des appareils d'appui de la troisième poutre a été simulé par modification des appuis utilisés au laboratoire. Ces essais étant non destructifs, la même poutre a finalement été endommagée par des coupures successives de barres d'armature de flexion simulant l'effet de la corrosion. Les propriétés dynamiques des poutres (fréquences propres, déformées modales et amortissements modaux) ont été mesurées avant et après chaque nouvel endommagement. Des essais d'impact au marteau ont été effectués à cette

fin, analysés soit par calcul des FRF (fonctions de réponse en fréquence) sous Matlab, soit par méthode FDD (*Frequency Domain Decomposition*) à l'aide du logiciel Artemis. Les évolutions d'une dizaine de modes propres ont ainsi pu être suivies à travers les différents types et niveaux d'endommagement.

## 1.5 PLAN DU MÉMOIRE

Suite à la présente introduction, le chapitre 3 explique les méthodes d'extraction modale utilisées durant les essais expérimentaux pour mesurer les fréquences propres, les déformées et les amortissements modaux des trois poutres. Quelques rappels théoriques de traitement du signal et de dynamique des structures sont effectués et les méthodes FRF et FDD sont détaillées. Une revue de littérature sur les méthodes de détection de l'endommagement sur des poutres en béton armé est présentée au chapitre 2. Le chapitre 4 présente ensuite toute la méthodologie et les procédures utilisées lors de l'expérimentation en laboratoire. Les spécimens de poutres y sont présentés en détail ainsi que les dommages qui leur ont été infligés. Le chapitre 5 présente les résultats obtenus des essais expérimentaux, notamment l'évolution des différentes propriétés modales, qui sont des indicateurs des niveaux d'endommagement. Le chapitre 6 conclut le mémoire avec un résumé des principaux résultats préliminaires obtenus au stade actuel du projet.



# Chapitre 2

## Revue de littérature

Ce chapitre présente une revue de la littérature de la détection d'endommagement sur des structures en béton armé utilisant des mesures de vibrations et l'évolution des propriétés modales. Ces nouvelles méthodes présentent des avantages certains sur les méthodes les plus courantes (méthodes acoustiques, à ultrasons, magnétiques, visuelles, etc.), qui requièrent que la localisation de l'endommagement soit a priori connue et accessible sur la structure [19]. Les méthodes utilisant les propriétés modales pour faire de la détection d'endommagement reposent sur un même principe : un endommagement sur la structure, c'est-à-dire un changement des propriétés physiques, entraîne des modifications de ses propriétés dynamiques, notamment les fréquences naturelles, les déformées modales et les taux d'amortissement. Les variations de ces propriétés ainsi que de leurs dérivées (courbure, flexibilité, etc.) sont utilisées comme indicateurs d'endommagement.

De manière idéale, une méthode de détection de l'endommagement doit pouvoir identifier l'occurrence d'un endommagement sur une structure, localiser cet endommagement, déterminer sa sévérité et estimer la durée de vie utile restante de la structure. Plusieurs méthodes sont mises au point qui combinent une ou plusieurs de ces caractéristiques. Un système de classification est proposé par Rytter [55] :

- **Niveau 1** : Détection de la présence d'un endommagement.
- **Niveau 2** : Localisation de l'endommagement.
- **Niveau 3** : Quantification de la sévérité de l'endommagement.
- **Niveau 4** : Estimation de la durée de vie utile restante de la structure.

Les effets de l'endommagement sur une structure peuvent être linéaires ou non linéaires. Lorsque le comportement linéaire élastique de la structure reste inchangé après l'endommagement, l'effet est linéaire. La structure peut être modélisée en utilisant la théorie élastique des matériaux. Lorsque le comportement linéaire élastique de la structure n'est pas conservé, l'effet est non linéaire. Les indicateurs les plus utilisés dans la littérature sont linéaires. Plusieurs recherches [36,46,65] ont cependant porté sur l'utilisation d'indicateurs non linéaires pour faire la détection de l'endommagement.

Ce chapitre se consacre principalement aux études antérieures menées sur des poutres en béton armé. Des revues de littératures plus complètes et sur plusieurs types de structures peuvent être trouvées aux références [19, 59].

## 2.1 EFFETS DE L'ENDOMMAGEMENT SUR LES PROPRIÉTÉS DYNAMIQUES

L'endommagement d'une structure peut être défini comme un changement pouvant affecter ses performances courantes ou futures. Pour les structures à l'étude dans ce rapport, la définition se limite à des modifications des propriétés des matériaux, géométriques ou encore des conditions d'appuis. L'équation du mouvement d'une structure à plusieurs degrés de liberté et soumise à un chargement dynamique est donnée par :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t) \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice de masse,  $\mathbf{C}$  la matrice d'amortissement,  $\mathbf{K}$  la matrice de rigidité,  $\mathbf{x}(t)$  le vecteur des déplacements,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  le vecteur des vitesses,  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  le vecteur des accélérations et  $\mathbf{F}(t)$  le vecteur des forces extérieures. Les fréquences naturelles et les déformées modales du système peuvent être obtenues en résolvant l'équation (2.1) et en annulant le terme  $\mathbf{F}(t)$ . Les dommages dans la structure causent des changements dans la rigidité des éléments, dans les taux d'amortissement et parfois dans la distribution de la masse, c'est-à-dire dans les matrices  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{M}$  respectivement. Par conséquent, les propriétés modales du système se trouvent modifiées.

Salawu [56] indique que la présence d'une fissure sur une poutre en béton équivaut à une réduction du second moment d'inertie. Cela provoque une réduction locale de la rigidité flexionnelle à la section où se situe la fissure. La poutre peut être modélisée par deux poutres indépendantes reliées entre elles par un ressort en rotation (fig. 2.1). La rigidité du ressort dépend de la profondeur de la fissure [26]. La conséquence de cette réduction de rigidité est de réduire les fréquences naturelles.

Pour une poutre en béton armé, l'endommagement se manifeste le plus souvent par une fissuration du béton. Cette fissuration commence déjà sous le poids propre de la poutre. Teughels et al [62] ont montré que celle-ci a une influence déjà non négligeable sur les propriétés dynamiques. L'évolution des fissures par fatigue ou par augmentation des charges finit par exposer les armatures. Ces dernières, sous l'effet des agents environnementaux, finissent par se corroder. De nombreuses recherches [10, 11, 13, 35, 53, 57] ont étudié l'influence de cette corrosion sur les propriétés modales de poutres en béton armé.

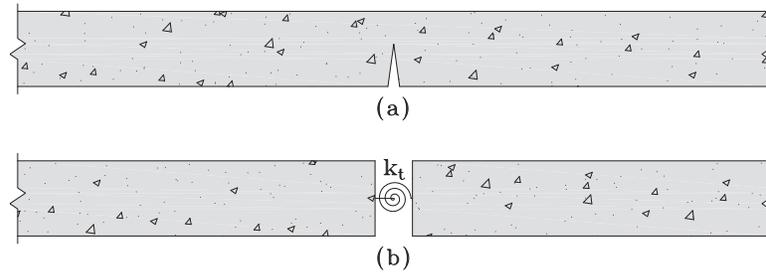


Figure 2.1 – Méthode du ressort en rotation : (a) poutre avec une fissure et (b) simulation de la fissure par un ressort

L'endommagement d'une poutre peut aussi se manifester à travers une modification de ses conditions d'appuis (blocage d'un ou plusieurs degrés de liberté, mauvais fonctionnement des appareils d'appui, etc.). Quelques travaux montrant l'influence des conditions d'appuis sur le comportement dynamique de poutres peuvent être trouvés aux références [12, 23].

## 2.2 APPROCHES POUR LA DÉTECTION DE L'ENDOMMAGEMENT

La plupart des développements modernes sur la détection d'endommagement à travers les propriétés modales proviennent des études effectuées sur des plates-formes par l'industrie pétrolière dans les années 70 et au début des années 80 [29]. L'industrie aérospatiale a suivi le pas de l'industrie pétrolière pour l'évaluation de leurs structures. Dès le début des années 80, la communauté de génie civil a rapidement suivi les études menées sur les techniques d'évaluation d'endommagement et a commencé à les appliquer aux ponts. L'un des avantages des méthodes vibratoires réside dans le fait qu'elles ne nécessitent pas la connaissance a priori du lieu d'endommagement, le nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et leur position ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement. Cet avantage provient du fait que la mesure des caractéristiques dynamiques, les déformées propres, les fréquences et les taux d'amortissement sont indépendants de la localisation des capteurs de mesure sur l'ouvrage [17].

Plusieurs méthodes ont donc été développées pour être appliquées sur des structures de génie civil, en allant des ponts jusqu'à des bâtiments multiétagés. De nombreuses recherches ont été menées sur des poutres en béton armé étant donné leur simplicité. Des techniques ont été mises au point puis testées sur ces poutres. Une revue des quelques-unes de ces méthodes est présentée dans le développement de ce chapitre. Les méthodes de détection d'endommagement peuvent être classifiées selon le type de résolution du problème (le problème direct, le problème inverse et la mise à jour ou recalage de modèles par éléments finis) ou selon les propriétés modales utilisées pour la détection.

Le problème direct, tel que défini à la référence [19], consiste à supposer un dommage sur la structure et à calculer les variations dans les propriétés modales provoquées par cet endommagement. Des relations entre les propriétés modales et les caractéristiques physiques sont généralement mises au point pour estimer les variations. Lorsque seulement les fréquences naturelles sont utilisées pour faire la détection de l'endommagement, les changements sont calculés en comparant les différences entre les fréquences mesurées expérimentalement et les fréquences prédites par un modèle, généralement par éléments finis. Pour que les résultats soient exploitables, les différences de fréquences dues aux erreurs de modélisation doivent être inférieures à celles dues à l'endommagement. Pour cela, le modèle par élément fini est d'abord recalé fidèlement à l'état intact de la structure à étudier. La sélection des paramètres de recalage peut cependant être difficile, surtout pour des structures complexes. Un bon modèle doit pouvoir adéquatement simuler le comportement dynamique de la structure dans son état intact et dans l'état endommagé. Une mauvaise sélection des paramètres peut conduire à un modèle numérique qui ne respecte pas les critères physiques nécessaires à la détection de l'endommagement.

Le problème inverse consiste en la localisation de l'endommagement, et quelques fois en la quantification de sa sévérité, en partant des variations des propriétés modales d'une structure [19]. Plusieurs approches sont formulées dans la littérature. L'approche typique est d'utiliser un modèle par éléments finis paramétrique pour faire la détection d'endommagement [25]. Cette approche tire son origine des méthodes de mise à jour de modèle numérique. Les deux techniques consistent essentiellement à résoudre un problème des moindres carrés non linéaire [24, 47, 71]. Lorsque le nombre d'inconnues est supérieur au nombre propriétés dynamiques disponible, le problème est dit sous-déterminé, tandis qu'il est surdéterminé dans le cas contraire [71]. La méthode de Gauss-Newton est celle qui est généralement utilisée pour résoudre ce genre de problème, après linéarisation. Cette méthode présente cependant des inconvénients majeurs pour un problème sous-déterminé. Tout d'abord, une convergence de la solution n'est pas garantie. Ensuite, la méthode de Gauss-Newton est sensible aux erreurs de modélisation et aux bruits dans les mesures expérimentales. Comme une infinité de solutions existe à chaque itération d'un problème sous-déterminé, une solution unique doit être déterminée en utilisant une forme de régularisation [25]. La méthode de régularisation typique est celle de Moore-Penrose [24] effectuée après linéarisation du problème. Des algorithmes plus robustes de recalage de modèles numériques ont été développés à l'Université de Sherbrooke dans les années 2000 par Weber et al [66–68], qui, elles, utilisent la méthode de régularisation de Tikhonov avant la linéarisation du problème. Le problème inverse de détection d'endommagement

repose dans un premier temps sur la mise au point d'un modèle numérique pouvant simuler de manière assez précise le comportement dynamique de la structure à l'étude. Le développement de ces modèles numériques, surtout pour des structures complexes, est donc une des difficultés de cette méthode. La seconde difficulté du problème inverse est le développement d'un algorithme robuste pour effectuer la détection. Les variations mesurées des fréquences dues aux endommagements incluent des erreurs expérimentales et des erreurs de modélisation. Ces erreurs peuvent être assez significatives et donner de mauvais résultats.

Dans la suite de ce cette revue de littérature, plusieurs études antérieures de détection d'endommagement, principalement sur des poutres en béton armé, sont présentées. Ces différentes études sont organisées en fonction des propriétés dynamiques sur lesquelles se basent les méthodes appliquées. En fin de chapitre, quelques études basées spécifiquement sur le recalage de modèles numériques (méthode appliquée dans le présent projet de recherche), sont présentées séparément.

### 2.3 MÉTHODES BASÉES SUR LES FRÉQUENCES PROPRES

Les premières méthodes de détection d'endommagement utilisant les informations modales des structures étaient basées sur les changements des fréquences naturelles uniquement. Salawu [56] a fait une revue exhaustive sur le sujet. Les changements dans les propriétés structurales d'une structure entraînent des changements dans les fréquences de vibration de cette dernière. Ces observations sont à la base des méthodes de détection utilisant les fréquences de vibration. Une baisse des fréquences est généralement une indication d'une perte de rigidité tandis qu'une augmentation des fréquences est signe d'une augmentation de la rigidité (généralement aux appuis), car la masse est généralement constante. Salawu [56] indique qu'un changement de plus de 5% de la fréquence est nécessaire pour que la variation soit considérée comme fiable. Il note cependant qu'un changement de plus de 5% n'indique pas automatiquement un endommagement puisque des différences de plus de 5% peuvent être dues aux changements des conditions ambiantes pour certaines structures (effet de la température sur les ponts). Alampalli [3] a montré que les facteurs environnementaux ont une influence non négligeable sur les propriétés modales de pont. Il souligne qu'une étude sur un cycle entier des conditions environnementales doit être effectuée afin d'établir les limites de variations des paramètres modaux.

Il est important de noter que l'utilisation des fréquences comme paramètre de détection de l'endommagement présente des limitations d'application selon les structures à

l'étude. En effet, la présence de dommages structuraux peut n'entraîner que de très faibles changements sur les fréquences. Par exemple, lorsqu'un endommagement est proche d'un nœud de vibration d'un mode particulier, des variations mineures sont observées sur la fréquence de ce dernier étant donné que les contraintes sont à leur minimum au niveau des nœuds de vibration. Cela implique que pour avoir des données utiles, il faudrait disposer d'instruments et de méthodes de mesure extrêmement précis ou encore que le niveau d'endommagement soit suffisamment élevé. En plus, étant donné que les fréquences sont des propriétés globales de la structure, elles ne peuvent détecter que l'apparition des dommages et non les localiser ni les quantifier. Une exception à cette limitation est observée pour les modes supérieurs qui sont associés à des réponses locales. Ces modes sont cependant difficiles à caractériser en pratique. Une variation des fréquences de plusieurs de ces modes peut donner des informations spatiales sur l'endommagement étant donné que des changements structuraux à plusieurs localisations entraînent des combinaisons de variations de fréquences différentes. En pratique, obtenir un nombre suffisant de fréquences variant suffisamment pour détecter la localisation est difficile [19].

### 2.3.1 Le problème direct

Pour des poutres en béton armé, le problème direct correspond à étudier l'influence de l'endommagement (fissuration du béton, corrosion des armatures, fatigue, etc.) sur les propriétés dynamiques. Chowdhury et Ramirez [16] ont effectué des essais de caractérisation modale sur des poutres en béton armé et non armé. Les auteurs ont testé deux types d'endommagement : des défauts localisés internes et des dommages dus à la dégradation structurelle des poutres. Ces défauts simulent, selon les auteurs, les dommages dus à la fatigue, à l'environnement ou encore aux erreurs lors de la construction. Pour simuler la dégradation structurelle, trois types d'essais sont réalisés. Les premiers essais sont faits pendant la cure du béton à des intervalles réguliers d'âge (sept jours, dix jours, quinze jours, etc.). Différentes méthodes de cure sont utilisées pour ces poutres. Le second groupe de poutres sert à tester les effets dus à une charge soutenue, donc à la fatigue. Le troisième groupe de poutres est utilisé pour des essais de chargement incrémental. En ce qui concerne les défauts internes, deux types d'essais sont réalisés. Le premier consiste à simuler des fissures dans les poutres. Pour cela, des lamelles de plastique sont insérées dans la cage d'armature avant la coulée du béton. Le second type d'essais concerne des simulations de délamination en insérant des plaquettes de mousse de polystyrène dans le béton. Les auteurs concluent qu'il y a une relation de proportionnalité entre la résistance du béton et les fréquences naturelles des spécimens :

$$\left(\frac{\omega_d}{\omega}\right)_n = \left(\frac{f'_{c,d}}{f'_c}\right)^{1/4} \quad (2.2)$$

où  $\omega$  représente la  $n^{\text{ième}}$  fréquence naturelle,  $f'_c$  la résistance du béton et l'indice  $d$  indique l'état endommagé. Les fréquences diminuent lorsque les propriétés des matériaux se dégradent. Ils ont aussi remarqué que les dommages se manifestent à travers les déformées modales. Aucune tentative de détection et de localisation des dommages n'a cependant été effectuée. Prasad et Seshu [52] ont mené une étude similaire pour établir une relation entre l'endommagement par fatigue de poutres en béton armé et les propriétés modales et arrivent aux mêmes conclusions.

Brincker et al [7] ont défini des indicateurs d'importance afin d'apprécier l'importance des variations des fréquences de poutres en béton armé :

$$S_{fn} = \frac{f_{n0} - f_{nd}}{\sqrt{\sigma_{fn0}^2 + \sigma_{fnd}^2}} \quad (2.3)$$

où  $f_{n0}$  et  $f_{nd}$  désignent respectivement les moyennes de la  $n^{\text{ième}}$  fréquence à l'état initial (état 0) et à l'état endommagé  $d$  mesurées sur plusieurs essais. Les termes  $\sigma_{fn0}$  et  $\sigma_{fnd}$  sont respectivement les écarts types de la fréquence initiale et celle à l'état endommagé. De manière similaire, un indicateur est défini pour l'amortissement :

$$S_{\xi n} = \frac{\xi_{nd} - \xi_{n0}}{\sqrt{\sigma_{\xi nd}^2 + \sigma_{\xi n0}^2}} \quad (2.4)$$

Ils ont effectué des essais sur deux poutres en béton armé afin de déterminer quels niveaux d'endommagement peuvent être détectés par des mesures de vibration. Ils ont utilisé une poutre convenablement armée et une autre faiblement armée. Les résultats montrent une influence directe de l'état d'endommagement sur les fréquences et les taux d'amortissement. En effet, les fréquences diminuent avec l'endommagement, tandis que les taux d'amortissement augmentent. Les indicateurs des équations (2.3) et (2.4) ont permis aux auteurs de conclure que les changements des fréquences sont significatifs, tandis que ceux des taux d'amortissement le sont beaucoup moins. Ils ont aussi remarqué que la détection de l'endommagement est plus facile sur une poutre présentant un renforcement adéquat, lorsque comparée à une poutre faiblement armée. Prasad et Seshu [52] ont également observé ce phénomène.

Slastan et Pietrzko [58] ont étudié l'influence de la fissuration, de l'ajout de renforcement externe en fibre de carbone et de la fatigue sur les propriétés modales de poutres en béton armé. Pour cela, deux poutres en béton armé avec des sections en T ont été construites. Les deux poutres présentent des configurations différentes d'armature. À chaque état d'endommagement, les poutres sont testées selon deux configurations des

appuis : une configuration simplement appuyée et une autre en porte-à-faux. Les résultats ont permis aux auteurs de conclure que l'endommagement des poutres se manifeste à travers les variations des fréquences naturelles, surtout des modes de flexion. Pour ces derniers, plus le niveau d'endommagement augmente, plus le taux de réduction des fréquences diminue. Les fréquences naturelles de plusieurs modes, principalement des modes de torsion ou des modes combinant des composantes de torsion et de flexion, n'ont pas évolué au cours des essais. Les auteurs concluent également que les variations des modes de torsion sont principalement dues à la rigidité apportée par la rugosité des surfaces des fissures.

L'effet de la corrosion des armatures de flexion de poutres en béton armé a été étudié par Razak et Choi [53]. Cet effet se manifeste par une fissuration progressive des poutres sous les mêmes conditions de chargement. Une réduction des fréquences naturelles et une augmentation des taux d'amortissement sont observées. Pour localiser de l'endommagement par corrosion sur des poutres en béton armé, Wu et Wu [69] définissent la variation de la pulsation du mode  $i$  ( $\delta\omega_i$ ) comme une fonction de la variation de la rigidité ( $\delta K$ ) et de la localisation ( $r$ ) :

$$\delta\omega_i = f(\delta K, r) \quad (2.5)$$

En développant la fonction autour de  $\delta K = 0$  et en ignorant les termes de second ordre, elle peut se réécrire :

$$\delta\omega_i = f(0, r) + \delta K \frac{\partial f}{\partial(\delta K)}(0, r) \quad (2.6)$$

Étant donné qu'il n'y a pas de variation de fréquence sans endommagement, le terme  $f(0, r)$  est nul. La variation de la pulsation du mode  $i$  peut donc s'écrire :

$$\delta\omega_i = \delta K \cdot g_i(r) \quad (2.7)$$

Le ratio de la variation de fréquence de deux modes est donc uniquement dépendant de la localisation de l'endommagement :

$$\frac{\delta\omega_i}{\delta\omega_j} = \frac{g_i(r)}{g_j(r)} \quad (2.8)$$

Cette relation a aussi été démontrée par Morassi [43]. En utilisant ce principe, les auteurs définissent une fonction de localisation, qui dépend des éléments ou des groupes d'éléments supposément endommagés, et dont le minimum permet de localiser les dommages. Des essais en laboratoires sont réalisés sur des poutres intactes et des poutres présentant de la corrosion et de la fissuration. Les propriétés modales sont mesurées à l'aide d'impacts au marteau. Des modèles par éléments finis sont également mis au point pour les

différents types de poutres testés et calibrés sur les états initiaux. Les résultats permettent aux auteurs de conclure que le modèle de localisation de l'endommagement par corrosion des poutres en béton armé donne des résultats satisfaisants. Les essais en laboratoires montrent des résultats globalement corroborés par le modèle. Ils notent cependant que les erreurs expérimentales ont une grande influence sur la précision de la méthode. Des études similaires peuvent être trouvées aux références [11, 35, 72].

Fayyadh et al [23] ont mené des études sur l'influence des conditions d'appuis sur les propriétés modales de poutres de pont. Les appuis non endommagés ont été simulés en utilisant des appuis en plastique ayant une rigidité de 10 MN/m. Les appuis endommagés ont été simulés avec des appuis en plastiques dont la rigidité est réduite à 3 MN/m. Un autre scénario d'endommagement testé par les auteurs est la détérioration totale des appuis en les remplaçant par des blocs d'acier. L'évolution des fréquences naturelles et des déformées modales (à travers un calcul de MAC) des six premiers modes de flexion est suivie au cours de l'étude. Les résultats ont montré qu'une relation directe existe entre les propriétés modales et les conditions aux limites. Plus les appuis sont rigides, plus les fréquences augmentent. Les premiers modes se sont avérés être les plus sensibles aux modifications des appuis. En ce qui concerne les déformées modales, peu d'influence est observée. Les auteurs concluent que les propriétés des modes de flexion peuvent servir d'indicateurs pour les modifications des conditions d'appuis.

Maas et al [36] ont séparé les indicateurs de dommages en deux catégories : linéaires et non linéaires. Avant la fissuration du béton, l'amortissement est principalement dû à l'amortissement du matériau et peut donc être représenté par des relations linéaires. Ce mécanisme change lorsque des fissures sont présentes. Des essais ont été réalisés sur des poutres endommagées avec des essais de flexion à trois points. Les essais dynamiques sont effectués en suspendant les poutres pour simuler des appuis libres. L'excitation est appliquée par balayage fréquentiel avec des amplitudes de force variables. Les auteurs remarquent que, selon l'amplitude de la force utilisée, les fréquences obtenues pour un même mode sont différentes. Cela est un effet de la non linéarité due à l'hétérogénéité des propriétés du béton. Cette plage de variation de la fréquence présente également des évolutions selon l'état d'endommagement, ce qui en fait un indicateur. Le taux d'amortissement est également dépendant de l'amplitude de la force d'excitation, mais aussi du niveau d'endommagement. Les auteurs définissent des indicateurs linéaires, qui sont les fréquences naturelles et les taux d'amortissement. Ils notent cependant que le taux d'amortissement n'est pas fiable. Ils définissent également trois indicateurs de dommages non linéaires. Le premier de ces indicateurs est la plage de variation de la fréquence naturelle en fonction

de l'amplitude de la force d'excitation (*Amplitude Dependency Range*). La rigidité de la poutre varie à cause des non-linéarités : elle diminue lorsque les fissures s'ouvrent (mouvement vers le bas en flexion) et augmente lorsque les fissures se ferment (mouvement vers le haut). Ce phénomène cause l'apparition d'harmoniques avec beaucoup d'énergie dans les réponses dynamiques des spécimens. Le deuxième indicateur non linéaire (*Total Harmonic Distorsion*) est défini comme le quotient de la somme des amplitudes de toutes les harmoniques sur celle de la fréquence fondamentale :

$$THD = \frac{\sqrt{C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots}}{C_1} \approx \frac{C_2}{C_1} \quad (2.9)$$

Cet indicateur différencie facilement les conditions initiales et les états endommagés, mais moins bien les états endommagés entre eux. Le troisième indicateur non linéaire défini par les auteurs est une fonction de transfert qui permet d'éviter les effets des hautes harmoniques contenues dans le signal d'excitation. La seule différence entre cette fonction de transfert et une FRF normale est le signal d'excitation qui est tronqué :

$$TF = \frac{\text{Spectre entier de la réponse}}{\text{Spectre tronqué de l'excitation}} \quad (2.10)$$

Les endommagements produisent des harmoniques, dont les amplitudes dépendent de la sévérité, et peuvent être localisés sur la courbe de la fonction  $TF$ .

### 2.3.2 Le problème inverse

L'utilisation du problème inverse pour localiser et quantifier les endommagements en utilisant uniquement les fréquences naturelles a été introduite par Adams et al [1]. La plupart des études du problème inverse ont porté sur des matériaux homogènes tels que de l'acier ou de l'aluminium. Pour de matériaux hétérogènes comme du béton, moins de recherches sont faites parce que la définition de l'endommagement est plus complexe que sur des matériaux homogènes. Quand l'endommagement est localisé, il peut être simulé en utilisant un ressort [15, 45, 48]. Avec cette approche, les paramètres à déterminer sont la localisation et la sévérité (rigidité du ressort). Il a été montré que l'utilisation de trois fréquences naturelles est suffisante pour résoudre ce genre de problème inverse [64]. Cependant, lorsque l'endommagement est réparti sur une zone (comme la fissuration de poutres en béton armé), la résolution du problème est plus complexe.

Cerri et Vestroni [14] ont mis au point un modèle afin de localiser l'endommagement sur des poutres en béton armé. Ce modèle représente la zone affectée par la fissuration par un élément poutre présentant une rigidité  $EI^D$  plus faible que la rigidité initiale  $EI^U$ . Trois paramètres définissent l'endommagement : la position, la longueur de la zone et la sévérité.

Avec quelques hypothèses simplificatrices, les auteurs montrent que les fréquences propres obtenues d'une modélisation de Timoshenko ( $f_i^T$ ) sont proportionnelles aux fréquences propres d'une modélisation avec Euler-Bernoulli ( $f_i^{EB}$ )

$$f_i^T = \gamma_i^{1/2} f_i^{EB} \quad (2.11)$$

où le terme  $\gamma_i$  est une correction de la fréquence pour tenir compte des effets du cisaillement et est défini par :

$$\gamma_i = \left[ 1 + r^2 (\lambda_i^{EB})^2 \left( 1 + \frac{E}{\kappa G} \right) \right]^{-1} \quad (2.12)$$

où  $\lambda_i$  représente la valeur propre  $i$ ,  $r$  est le rayon de giration de la section,  $E$  le module d'élasticité du béton,  $\kappa$  le coefficient de cisaillement et  $G$  le module de cisaillement. L'endommagement est défini par trois paramètres, tels que montré à la figure 2.2. Ils sont définis par :

$$b = \frac{L^D}{L} \quad \bar{s} = \frac{\bar{S}}{L/2} \quad \beta = \frac{EI^U - EI^D}{EI^U} \quad (2.13)$$

La poutre est divisée en trois parties : deux intactes et une endommagée. L'équation du mouvement de chacune de ces parties est écrite. Les conditions de compatibilité permettent d'obtenir un ensemble d'équations qui donnent les fréquences de la poutre endommagée. La procédure d'identification consiste en un problème de minimisation d'une fonction définie par la différence entre les résultats expérimentaux et analytiques. Pour tester la procédure, deux poutres en béton armé ont été construites. Elles sont endommagées par des essais de flexion à trois points avec un chargement croissant. Les propriétés modales sont mesurées en simulant des appuis libres et avec des vibrations aléatoires. Les résultats montrent que très peu de fréquences sont nécessaires pour calculer les paramètres définissant l'endommagement. Cependant, lorsque la zone endommagée n'est pas assez large, le niveau de sous-détermination du problème inverse augmente. Pour des dommages localisés, les paramètres  $b$  et  $\beta$  ne peuvent pas être identifiés et doivent être remplacés par un seul paramètre. Les essais sur les poutres de béton armé ont montré que la méthode donne des résultats satisfaisants lorsque la zone d'endommagement est large.

### 2.3.3 Limitations des méthodes basées sur les fréquences

Les méthodes utilisant uniquement les fréquences naturelles pour faire la détection d'endommagement présentent plusieurs limitations. Le premier problème repose sur le fait que ces méthodes sont, dans leur grande majorité, basées sur des modèles (numériques ou analytiques). La modélisation de l'endommagement représente un point crucial pour ces modèles. Pour les modèles de poutres, la théorie d'Euler-Bernoulli est la plus communément utilisée et les fissures sont représentées par des ressorts en rotation. Il est

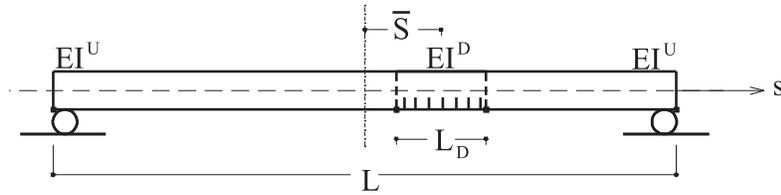


Figure 2.2 – Paramètres définissant l’endommagement (adapté de [14])

pourtant bien connu que cette théorie surestime les fréquences naturelles pour des poutres peu élancées et pour les modes supérieurs. L’utilisation de ressorts pour simuler l’endommagement n’est plus valide pour les modes supérieurs et les endommagements sévères. Les méthodes sont donc uniquement applicables pour des poutres non élancées et présentant peu de fissuration [21]. Étant donné la sensibilité des fréquences naturelles aux facteurs environnementaux, les variations dues à un endommagement peuvent être faibles par rapport à celles dues à la température par exemple. Pour cette raison, l’utilisation des fréquences naturelles est limitée à des essais contrôlés en laboratoire et n’est pas efficace pour des essais *in situ*. Un autre problème inhérent aux techniques de détection utilisant les fréquences est que les problèmes ne sont pas bien posés lorsqu’il faut déterminer l’emplacement et la sévérité de l’endommagement. La solution du problème n’est donc pas unique. Une variation identique des fréquences peut être due à deux ou plusieurs scénarios d’endommagement différents.

## 2.4 MÉTHODES BASÉES SUR LES DÉFORMÉES MODALES

Les études de détection de l’endommagement utilisant les fréquences ont montré que, malgré leurs réussites, les fréquences ne donnent que des informations globales sur la structure. En plus, des dommages significatifs peuvent n’entraîner que de faibles baisses de fréquences, surtout pour de larges structures [30]. Les déformées modales contiennent des informations locales sur la structure, ce qui les rend plus sensibles que les fréquences aux endommagements localisés. Elles sont également moins affectées par les conditions environnementales [22]. Cependant, l’enregistrement précis des déformées modales requiert un nombre important de capteurs et les déformées expérimentales obtenues sont très sensibles aux erreurs expérimentales et aux bruits dans les mesures. Kim et al [30] ont effectué une étude comparative entre une méthode de détection utilisant les fréquences naturelles et une autre utilisant les déformées modales. Cette dernière s’est montrée plus précise pour la localisation et la quantification des endommagements.

Plusieurs informations provenant des déformées modales peuvent être utilisées pour

faire de la détection de l'endommagement. Les principaux paramètres utilisés dans la littérature sont le MAC (*Modal Assurance Criterion*), le CoMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*), la courbure, la flexibilité, la rigidité et l'énergie de déformation (*Strain Energy*).

### 2.4.1 MAC et CoMAC

Le MAC est une mesure du degré de linéarité entre deux vecteurs (dans notre cas, entre deux déformées modales) (section 3.4). Le CoMAC, un critère proposé par Lieven et Ewins [34] en 1988, se veut un prolongement du MAC. Il permet d'identifier les degrés de liberté (ddl) où une erreur systématique se produit entre deux familles de modes  $\phi_i$  et  $\phi_j$  qui se correspondent. Il est défini pour le degré de liberté  $k$  par :

$$CoMAC(k) = \frac{\left( \sum_{r=1}^m \phi_{i,r}^k \phi_{j,r}^k \right)^2}{\sum_{r=1}^m (\phi_{i,r}^k)^2 \sum_{r=1}^m (\phi_{j,r}^k)^2} \quad (2.14)$$

où  $m$  est égal au nombre de paires de modes comparées issues des familles de données  $i$  et  $j$ . Cependant, la sensibilité du MAC et de ses autres formulations dépend grandement du type d'endommagement. S'il est distribué, comme la fissuration d'une poutre en béton endommagée en flexion, l'évolution des déformées modales à travers le MAC ou le CoMAC est faible. Lorsqu'il s'agit d'un endommagement localisé, une évolution significative du MAC ou du CoMAC est observée [70]. De plus, le MAC et le CoMAC ne sont pas assez sensibles pour détecter les faibles niveaux d'endommagement.

### 2.4.2 Courbure modale

La courbure modale a été utilisée pour la première fois par Pandey et al [50]. Ils ont démontré que la différence absolue dans la courbure est un indicateur d'endommagement. Une approche par différence centrée est utilisée pour estimer la courbure :

$$\varphi = \frac{\phi_{(j+1)i} - 2\phi_{ji} + \phi_{(j-1)i}}{l^2} \quad (2.15)$$

où  $\phi_{(j-1)i}$ ,  $\phi_{ji}$  et  $\phi_{(j+1)i}$  représentent respectivement les déplacements modaux des nœuds  $(j-1)$ ,  $j$  et  $(j+1)$  dans le mode  $i$  et  $l$  représente la distance entre les nœuds. Pour une poutre endommagée, la réduction de la rigidité conduit à une augmentation de la flexibilité. Il est ainsi possible de localiser des endommagements en calculant les augmentations dans la courbure. Le critère sur la courbure est défini comme la différence absolue  $\Delta$  entre les courbures à l'état intact  $\varphi(x)$  et à un état endommagé  $\varphi^*(x)$  :

$$\Delta = |\varphi^*(x) - \varphi(x)| \quad (2.16)$$

Dawari et Vesmawala [18] ont utilisé cette méthode pour faire de la détection d'endommagement sur des modèles numériques de poutres en béton armé. Le modèle est composé d'éléments 3D : 82 sur la longueur, 6 sur la hauteur et 4 sur la largeur. La figure 2.3 montre les trois niveaux d'endommagement considérés. Les résultats montrent une réduction des fréquences naturelles avec l'augmentation du niveau d'endommagement. La méthode utilisée a réussi à localiser l'endommagement de manière précise dans tous les scénarios.

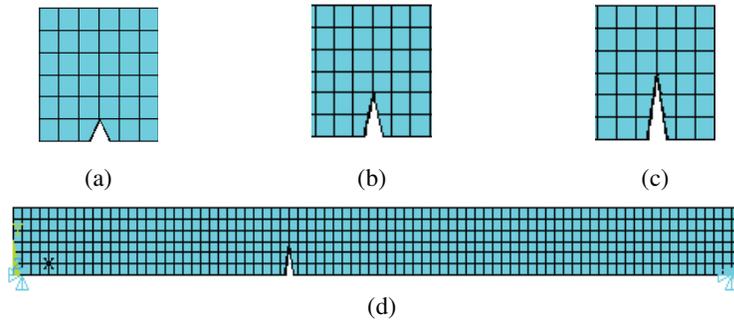


Figure 2.3 – Niveaux d'endommagement considérés par Dawari et Vesmawala : (a) dommage léger, (b) dommage moyen, (c) dommage sévère et (d) vue en élévation (adapté de [18])

Razak et al [54] ont réalisé des essais sur une poutre en béton armé afin de détecter de la fissuration avec des mesures de vibration. Ils utilisent la courbure des déformées des modes de flexion pour la détection. Une fissure préliminaire a été réalisée à l'aide d'une scie, puis la poutre a été chargée avec un essai de flexion à trois points. Les auteurs utilisent l'opérateur laplacien suivant en fixant la distance  $l$  entre les nœuds à l'unité dans l'équation (2.15) :

$$(LO)_i = \phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1} \quad (2.17)$$

Cet opérateur s'est avéré trop sensible lorsqu'il est utilisé sur des matériaux tels que du béton. Les auteurs ont alors utilisé un opérateur laplacien simplifié défini par :

$$(SLO)_i = \phi_{i+1} - \phi_i \quad (2.18)$$

Les résultats expérimentaux montrent que les fréquences diminuent avec l'endommagement de la poutre. Les auteurs remarquent également que les taux d'amortissement ne présentent aucune tendance spécifique et ont conclu qu'ils ne peuvent pas servir d'indicateurs d'endommagement. Les déformées modales, quant à elles, présentent une augmentation de la courbure au niveau de la fissure et avec l'augmentation de la charge. L'application des opérateurs laplaciens a donné des courbes irrégulières et sans tendance particulière. Les auteurs attribuent ce résultat à l'hétérogénéité du matériau béton, à

l'influence des conditions d'appuis et des déformations en cisaillement. Pour les modes inférieurs, les opérateurs n'ont pas donné de résultats fiables sur la localisation de la fissure. Cependant, plus le niveau des modes augmente, plus les opérateurs arrivent localiser le dommage. Les auteurs notent que l'opérateur laplacien simplifié donne de meilleurs résultats que l'opérateur normal.

Al-Ghalib et al [2] ont mis au point un indicateur d'endommagement sur une poutre en béton armé nommé CDR (*Curvature Difference Ratio*). Il élimine l'effet des larges courbures observées au niveau des appuis en normalisant la différence de courbure entre un état endommagé et l'état intact. L'application à la poutre a montré que la méthode prédit correctement les zones endommagées en trouvant la baisse de la rigidité. Les auteurs comparent leurs résultats à ceux obtenus par Maeck et De Roeck [37] et concluent qu'ils sont concordants. La méthode présente cependant une instabilité (division par zéro) au niveau des zones de courbure nulle. Elle a l'avantage de ne pas requérir de modèle analytique de la poutre à tester.

### 2.4.3 Flexibilité modale

La matrice de flexibilité  $\mathbf{F}$  d'un système est l'inverse de sa matrice de rigidité  $\mathbf{K}$  :

$$\mathbf{F} \equiv \mathbf{K}^{-1} \quad (2.19)$$

Cette matrice peut s'exprimer en fonction des déformées modales  $\Phi$  normalisées par rapport à la matrice de masse et de la matrice spectrale  $\Lambda$  qui est une matrice diagonale contenant les pulsations propres élevées au carré  $\omega^2$  :

$$\mathbf{F} = \Phi \Lambda^{-1} \Phi^T \quad (2.20)$$

Les méthodes basées sur la flexibilité reposent sur le principe qu'un endommagement réduit la rigidité, donc augmente la flexibilité. Étant donné que la contribution modale à la flexibilité diminue avec l'augmentation de l'ordre des modes, une bonne estimation de la matrice de flexibilité peut être obtenue en utilisant peu des premiers modes [49]. Pandey et Biswas [49] expriment la variation  $\Delta \mathbf{F}$  de la matrice de flexibilité comme suit :

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{F}^* - \mathbf{F} = [\delta_{i,j}] \quad (2.21)$$

où  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{F}^*$  sont respectivement les matrices de flexibilité de la structure intacte et dans son état endommagé. Le terme  $\delta_{i,j}$  représente l'élément à la  $i^e$  ligne et  $j^e$  colonne de la matrice  $\Delta \mathbf{F}$ . L'endommagement entraîne des modifications des éléments de  $\Delta \mathbf{F}$ , principalement sur la diagonale. L'endommagement peut être localisé avec les valeurs maximales

de  $\delta_{i,j}$ . Cette méthode est utilisée par Dawari et Vesmawala [18] sur des modèles numériques de poutres en béton armé (fig. 2.3). La méthode s'est avérée efficace pour faire la détection de l'endommagement, mais elle a été moins précise que celle utilisant la courbure.

Baghiee et al [5] ont développé une méthode statistique de détection d'endommagement sur des poutres en béton armé basée sur le calcul des vecteurs de Ritz extraits des matrices de flexibilité expérimentales. Il a été démontré que les vecteurs de Ritz présentent plusieurs avantages par rapport aux vecteurs de déplacements modaux. Dans une analyse dynamique linéaire, un plus petit nombre de vecteurs de Ritz est nécessaire pour approximer la réponse de la structure [60]. Les premiers vecteurs de Ritz s'expriment [5] :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{F}_m \mathbf{f} \quad (2.22)$$

où  $\mathbf{F}_m$  est la matrice de flexibilité expérimentale calculée à partir des modes fondamentaux et  $\mathbf{f}$  est un vecteur de distribution spatiale du chargement. Le vecteur  $\mathbf{f}$  est remplacé par les déformées modales étant donné qu'elles sont proportionnelles aux forces d'inertie. La différence absolue des vecteurs avant et après l'endommagement permet de localiser les endommagements. La méthode ne donne cependant pas de bons résultats dans le voisinage des appuis et les localisations ne sont pas précises. Les auteurs proposent alors un algorithme avec une approche statistique où les éléments endommagés sont pris comme des variables aléatoires. La méthode est validée par des essais numériques et expérimentaux. Deux poutres en béton armé de petites dimensions ont été construites et endommagées avec des essais de flexion à quatre points. Le modèle numérique utilisé est un modèle 2D composé d'éléments plaques et treillis. Les dommages sont simulés en réduisant le module d'élasticité du béton à certains éléments. Dans les deux types d'essais, l'algorithme a réussi à localiser les dommages sur plusieurs scénarios.

#### 2.4.4 Calcul direct de la rigidité

Maeck et al [39] ont utilisé une méthode de calcul de rigidité pour faire de la détection d'endommagement sur des poutres en béton armé. La méthode utilise la rigidité flexionnelle  $EI$ , qui est égale au quotient du moment fléchissant et de la courbure en flexion, et la raideur en torsion  $GJ$ , qui est égale au quotient du moment de torsion et de la courbure en torsion. Pour un système non amorti, le problème aux valeurs propres permet d'écrire :

$$\mathbf{K}_m \phi_m = \omega_m^2 \mathbf{M}_a \phi_m \quad (2.23)$$

où  $\mathbf{K}_m \phi_m$  correspond aux efforts élastiques aux nœuds développés par la déformées  $\phi_m$  du mode de fréquence  $\omega_m$ , et  $\mathbf{M}_a$  est la matrice de masse analytique estimée aux degrés

de liberté mesurés. Pour les modes de flexion, le vecteur  $\phi_m$  est égal aux déplacements verticaux enregistrés. Pour les modes de torsion, il est obtenu en calculant les rotations à partir des déplacements verticaux de chaque côté de la poutre. Les moments de flexion et de torsion internes sont estimés en assimilant l'équation (2.23) à un système pseudo statique, où les forces sont égales au produit de la masse locale et de l'accélération ( $\omega_m^2 \phi_m$ ). Comme  $\phi_m$  est juste connu aux points de mesure, une interpolation est utilisée pour obtenir pour une distribution continue des forces le long de la poutre. Étant donné que les poutres sont testées avec des conditions d'appuis libres, les forces d'inertie devraient être en équilibre statique. Cela n'est cependant pas le cas à cause des erreurs de mesure, et une orthogonalisation de Gram-Schmidt est utilisée pour corriger les modes propres expérimentaux. En calculant les courbure directement des modes expérimentaux, les auteurs ont remarqué que les résultats contiennent beaucoup d'erreurs. Ils ont alors utilisé une technique de lissage basée sur une approche similaire aux éléments plaque de Mindlin [37, 39]. Le quotient du moment obtenu des forces modales internes et de la courbure obtenue de la déformée modale approximative permet de calculer les rigidités flexionnelle et torsionnelle. Les endommagements peuvent être détectés en suivant l'évolution des ces rigidités le long de la poutre. Maeck et De Roeck [38] ont validé la méthode en l'utilisant sur une poutre en béton armé endommagée graduellement par un essai de flexion à quatre points. La courbure et la rigidité sont calculées le long de la poutre, tel que l'illustre la figure 2.4 pour le premier mode de flexion. Les auteurs notent que, déjà à partir de la courbure (fig. 2.4a), la zone d'endommagement concentrée au centre de la poutre peut être détectée par l'augmentation significative de la courbure. La raideur flexionnelle (fig. 2.4b) est cependant plus efficace pour détecter la zone d'endommagement. La méthode présente l'avantage de ne pas utiliser un modèle analytique de la poutre contrairement aux méthodes classiques, mais elle nécessite un grand nombre de capteurs pour bien définir les déformées modales expérimentales, surtout celles des modes supérieurs.

Ismail et al [27] proposent une méthode basée sur les dérivées des modes propres. Pour une poutre d'Euler, l'équation différentielle du mouvement transversal est donnée par :

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \lambda^4 y = 0 \quad (2.24)$$

où  $y(x)$  représente le déplacement et  $\lambda$  est un facteur dépendant de la fréquence naturelle. Ismail et al [27] réécrivent l'équation sous la forme :

$$|\lambda^4| = \left| \frac{y^{(iv)}}{y} \right| \quad (2.25)$$

La valeur de  $|\lambda^4|$  est utilisée comme indicateur d'endommagement que les auteurs appellent indicateur de rigidité locale. Tout changement de la fréquence naturelle ou de la

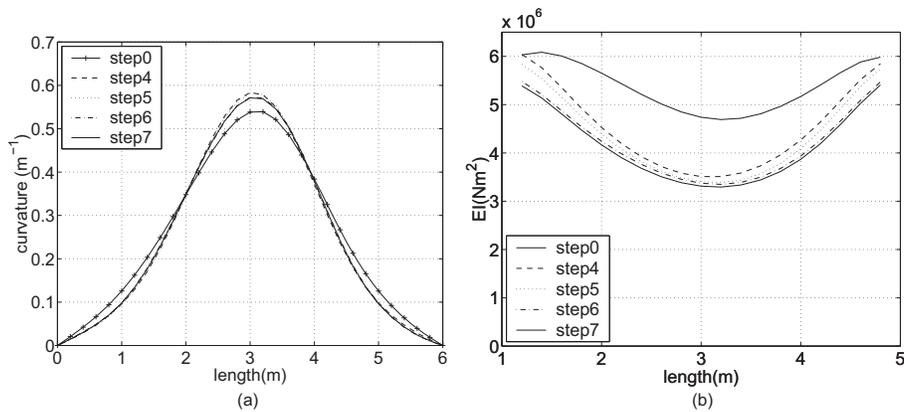


Figure 2.4 – Détection d’endommagement par Maeck et De Roeck basée sur la rigidité : (a) courbure du premier mode de flexion et (b) rigidité flexionnelle (adapté de [38])

rigidité dû à un endommagement se manifestera à travers une modification de la valeur de l’indicateur. Des polynômes de Chebyshev sont employés pour interpoler les déformées modales expérimentales afin d’en calculer les dérivées d’ordre quatre  $y^{(iv)}$ . Plus l’endommagement est sévère, plus la valeur de l’indicateur est élevée. La méthode a été validée avec une série d’essais en laboratoire sur cinq poutres en béton armé de petites dimensions. Différents types d’endommagements sont testés : fissures localisées et agglomération des granulats dans le béton. Les valeurs maximales de l’indicateur  $|\lambda^4|$  sont aux alentours des fissures et au milieu des zones d’agglomération des granulats (fig. 2.5). Les auteurs concluent que la méthode procure de bons résultats et qu’elle présente l’avantage de ne pas requérir la connaissance des états antérieurs des poutres. Cependant, elle procure de mauvais résultats au voisinage des appuis.

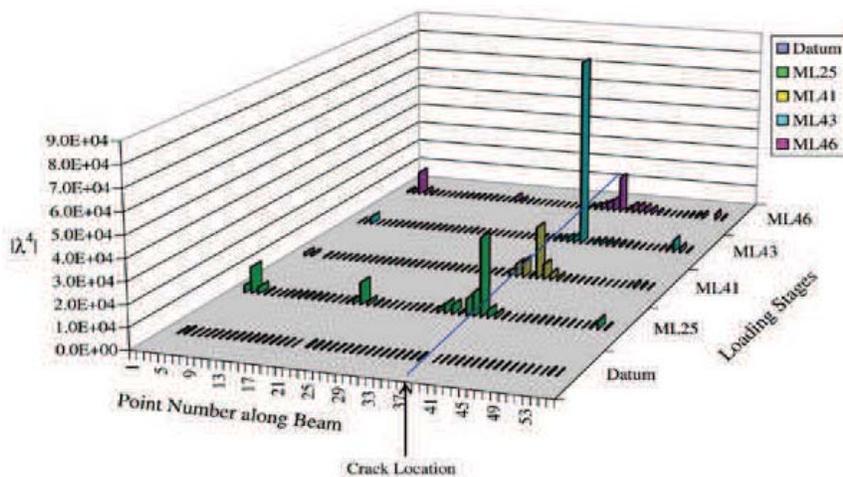


Figure 2.5 – Détection d’endommagement par la méthode d’Ismail et al (adapté de [27])

### 2.4.5 Énergie de déformation

Lorsqu'un solide se déforme, il stocke de l'énergie appelée énergie de déformation (*Strain Energy*). Pour un élément poutre soumis à un moment de flexion  $M$ , l'énergie de déformation est :

$$U = \int_L \frac{M^2}{2EI} dx \quad (2.26)$$

La réduction de la rigidité  $EI$  suite à un endommagement entraîne donc des modifications dans l'énergie. Ce principe peut donc être exploité pour effectuer de la détection d'endommagement. Kovàc et Farkas [31] ont effectué des essais de détection sur des poutres en béton armé en utilisant l'énergie de déformation. Leur approche repose sur le principe que le niveau d'endommagement dans une poutre en béton armé soumise à un moment de flexion est proportionnel à l'accumulation d'énergie due aux moments internes plus grands que le moment de fissuration. L'énergie de déformation est calculée avec la relation :

$$U = \int_L M(x)\rho(x)dx \quad (2.27)$$

où  $\rho(x)$  est la courbure corrigée pour tenir compte du raidissement en tension. La figure 2.6 montre la relation que les auteurs ont obtenue entre le premier mode de flexion et l'énergie de déformation.

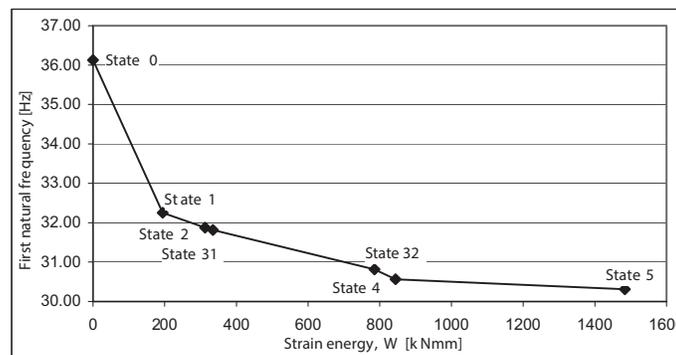


Figure 2.6 – Relation obtenue par Kovàc et Farkas entre le premier mode de flexion et l'énergie de déformation (adapté de [31])

## 2.5 MÉTHODES BASÉES SUR L'AMORTISSEMENT

Plusieurs recherches se sont intéressées aux amortissements modaux comme indicateurs d'endommagement. Huit poutres en béton armé ont été construites par Casas et Aparicio [13] pour des essais de détection d'endommagement. Les résultats ont montré qu'aucune relation claire n'existe entre les niveaux d'endommagement et les variations

du taux d'amortissement. De manière générale, le taux d'amortissement n'est pas considéré comme un indicateur fiable de l'endommagement par plusieurs chercheurs. Razak et Choi [53] ont cependant tiré une conclusion différente en effectuant des essais sur trois poutres en béton armé. Une des poutres est gardée à l'état intact pour servir de référence, tandis que les deux autres sont soumises à des endommagements par corrosion des armatures longitudinales. Les résultats montrent une augmentation des taux d'amortissement avec l'augmentation du niveau d'endommagement. Les auteurs concluent qu'une relation directe existe entre la sévérité des dommages et l'amortissement. Shahzad et al [57] ont aussi effectué des essais de détection d'endommagement par corrosion des armatures de poutres en béton armé. Ils concluent également que les taux d'amortissement peuvent être utilisés comme indicateurs d'endommagement, mais aucune méthode de localisation ou de quantification n'est proposée.

## 2.6 MÉTHODES PAR MISE À JOUR DE MODÈLE NUMÉRIQUE

La méthode de détection d'endommagement par mise à jour de modèle numérique est celle qui est utilisée dans le projet de recherche global de cette étude. Elle a été introduite à la section 1.2. Les détails mathématiques et des algorithmes précis peuvent être trouvés dans les références [24, 42, 66–68] et dans le rapport CRGP-2015/03 [4] remis au Ministère en juillet 2015.

La méthode consiste à minimiser les différences entre les fréquences et déformées modales expérimentales et numériques d'une structure. Des paramètres physiques numériques  $\mathbf{a} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]^T$  sont choisis et sont mis à jour afin d'obtenir la meilleure concordance possible entre les résultats des essais expérimentaux et du modèle par éléments finis. Le recalage est effectué en minimisant le résidu  $\mathbf{r}(\mathbf{a})$ , qui est défini comme la différence entre les quantités mesurées expérimentalement  $\mathbf{g}^{mes}$  et calculées numériquement  $\mathbf{g}(\mathbf{a})$  :

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}) = \mathbf{g}^{mes} - \mathbf{g}(\mathbf{a}) \quad (2.28)$$

Les valeurs des paramètres de recalage  $\alpha_j$  sont trouvées en minimisant la norme du résidu  $\|\mathbf{r}(\mathbf{a})\|_2$ . La fonction reliant les  $n$  données modales (fréquences naturelles et modes propres en chaque point de mesure), et les paramètres du modèle numérique ( $\alpha_j$ ) à recalculer est généralement non linéaire. À chaque itération  $k$ , le problème est donc linéarisé (pour de petites variations des valeurs des paramètres) :

$$\mathbf{r}(\mathbf{a}_{k+1}) = \mathbf{r}(\mathbf{a}_k + \Delta\mathbf{a}_k) = \mathbf{r}(\mathbf{a}_k) - \mathbf{S}_k \Delta\mathbf{a}_k \quad (2.29)$$

où  $\Delta \mathbf{a}_k$  est l'incrément des paramètres de recalage calculé à l'itération  $k$  et  $\mathbf{S}_k$  est la matrice de sensibilité :

$$\mathbf{S}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial \alpha_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial \alpha_p} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Cette matrice contient les dérivées des valeurs propres et des vecteurs propres du modèle numérique par rapport aux paramètres de recalage, c'est-à-dire les changements dans les valeurs modales résultant d'une variation unitaire de chaque paramètre de recalage. Durant le processus d'itération, les paramètres contenus dans le vecteur  $\mathbf{a}$  varient à chaque étape et la matrice de sensibilité doit donc être recalculée à chaque itération.

D'après l'équation (2.29), le problème de minimisation linéarisé qu'il faut résoudre à chaque itération est alors :

$$\min \|(\mathbf{S}_k \Delta \mathbf{a}_k - \mathbf{r}(\mathbf{a}_k))\|_2 \quad (2.31)$$

La solution s'obtient par une résolution de problème des moindres carrés. À chaque itération, les paramètres de recalage sont incrémentés :

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k + \Delta \mathbf{a}_k \quad (2.32)$$

Le processus itératif se poursuit jusqu'à la convergence des propriétés modales numériques vers les propriétés expérimentales.

Les systèmes d'équations à résoudre dans les méthodes de mise à jour de modèle sont généralement mal posés. Des méthodes de régularisations sont développées pour pallier à ce problème. La plus célèbre de ces méthodes est celle de Tikhonov [63]. De plus amples informations sur ce sujet peuvent être trouvées à la référence [4].

Les méthodes de mise à jour requièrent une certaine attention de l'utilisateur sur plusieurs sources d'erreurs potentielles. Ces erreurs peuvent être classées en trois catégories [44] : les erreurs d'idéalisation provenant des hypothèses de modélisation, les erreurs de discrétisation provenant des méthodes numériques et celles venant des hypothèses sur les paramètres. Seule la dernière catégorie peut être résolue par les méthodes de mise à jour. Lorsqu'un modèle contient les deux premiers types d'erreurs ou lorsque les paramètres sont mal choisis, la mise à jour peut reproduire les résultats expérimentaux, mais le modèle ne pourra par exemple pas reproduire le comportement de la structure en dehors de la zone de fréquence utilisée ou encore prédire les effets d'une modification structurale.

Maeck et al [40] ont conduit des essais afin d'établir la relation entre les dommages et les variations des caractéristiques dynamiques de poutres en béton armé. Les poutres ont des portées de 6 m et sont endommagées avec des essais de flexion à plusieurs niveaux de charge. Les propriétés modales sont mesurées en suspendant les poutres afin de simuler des appuis libres et d'obtenir les modes de corps rigide. Les auteurs définissent une fonction de réduction du module d'élasticité du béton pour pouvoir représenter les endommagements :

$$E = E_0[1 - (1 - \alpha) \cos^2 t] \quad \text{avec} \quad t = \frac{\pi}{2} \left( \frac{x}{\beta L/2} \right)^n \quad (2.33)$$

où  $E_0$  et  $E$  sont respectivement les modules d'élasticité initial et endommagé,  $\beta$ ,  $\alpha$  et  $n$  sont les paramètres d'endommagement,  $L$  est la longueur de la poutre et  $x$  est la distance par rapport au centre de la poutre. La figure 2.7 illustre l'allure de la fonction. Le paramètre  $\beta$  caractérise la longueur de la zone d'endommagement. Il varie de 0 à 1. Une petite valeur de  $\beta$  indique un dommage localisé au centre de la poutre tandis qu'une valeur égale à l'unité indique que toute la poutre est endommagée.  $\alpha$  représente la sévérité de l'endommagement et varie de 0 à 1 (pas de dommage). Le paramètre  $n$  représente la variation du module  $E$  du centre ( $x = 0$ ) de la poutre vers la fin de la zone d'endommagement ( $x = \beta L/2$ ). Un modèle numérique composé de 30 éléments poutre 2D a été calibré sur l'état initial des poutres. L'algorithme de mise à jour est appliqué en prenant comme réponses dynamiques les fréquences naturelles des quatre premiers modes de flexion, et les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $n$  sont pris comme paramètres de mise à jour. Les résultats ont permis aux auteurs de conclure que la méthode est efficace. Elle présente cependant l'inconvénient de ne pas prendre en compte les correspondances entre les déformées modales expérimentales et numériques.

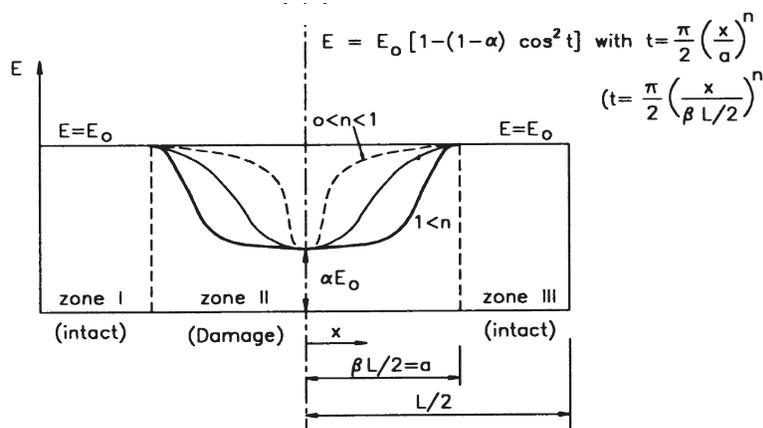


Figure 2.7 – Illustration de la fonction d'endommagement du module d'élasticité (adapté de [40])

Teughels et al [62] ont aussi mené des études de mise à jour de modèle numérique pour faire de la détection d'endommagement sur des poutres en béton armé. La méthode utilise la réduction de la rigidité des éléments suite à un endommagement. Des fonctions sont mises au point afin de calculer la distribution de la rigidité. Ces fonctions sont multipliées par des facteurs appropriés. Cette approche permet de réduire le nombre d'inconnues dans les équations. Les fonctions d'endommagement sont en fait des fonctions d'interpolation polynomiales telles que celles utilisées en éléments finis. La procédure est testée à l'aide d'une poutre en béton armé endommagée en laboratoire. L'endommagement consiste en un chargement statique à trois points avec une amplitude croissante. Un modèle par éléments finis composés de 30 éléments poutre est mis au point. Le paramètre de mise à jour est le module d'élasticité. La figure 2.8 illustre la calibration du modèle initial. Les termes  $a_{ref}$  sont les facteurs de modification de la rigidité. La forte réduction de la rigidité au centre de la poutre (fig. 2.8c) est, selon les auteurs, due à la fissuration initiale provoquée par le poids propre de la poutre. La figure 2.9 illustre l'identification de l'endommagement sur un état où la poutre est fissurée. L'endommagement appliqué à la poutre y est identifié de manière précise. Les auteurs concluent que la méthode est efficace et requiert beaucoup moins de paramètres que la méthode de mise à jour conventionnelle.

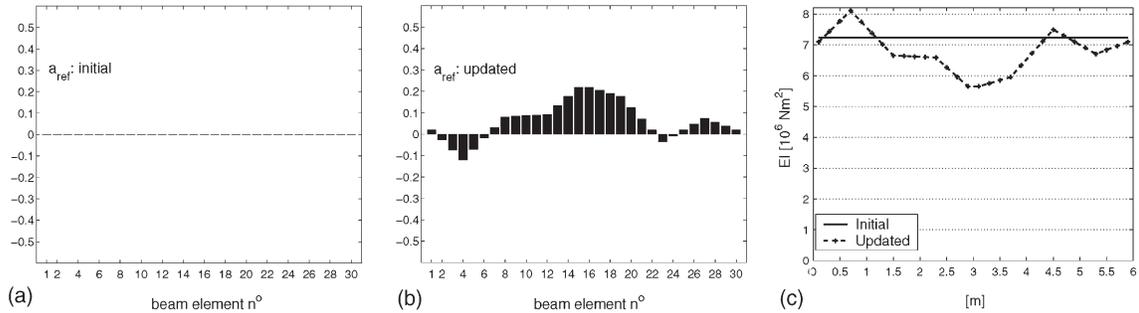


Figure 2.8 – Calibration du modèle initial de Teughels et al : (a) facteurs initiaux, (b) facteurs mis à jour et (c) distribution de la rigidité (adapté de [62])

Jaishi et Ren [28] ont mis au point une autre méthode de mise à jour de modèle numérique pour effectuer de la détection d'endommagement. La méthode utilise les résidus de la matrice de flexibilité. Cette matrice peut être obtenue des résultats expérimentaux tel que montré à la section 2.4.3. Elle peut être scindée en deux parties : les composantes modales  $\mathbf{F}_n$  et les composantes résiduelles  $\mathbf{F}_r$  :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_n + \mathbf{F}_r \quad (2.34)$$

En pratique, tous les degrés de liberté ne sont pas mesurés. Pandey et Biswas [49] ont montré qu'une bonne approximation de la matrice de flexibilité peut être obtenue en utilisant

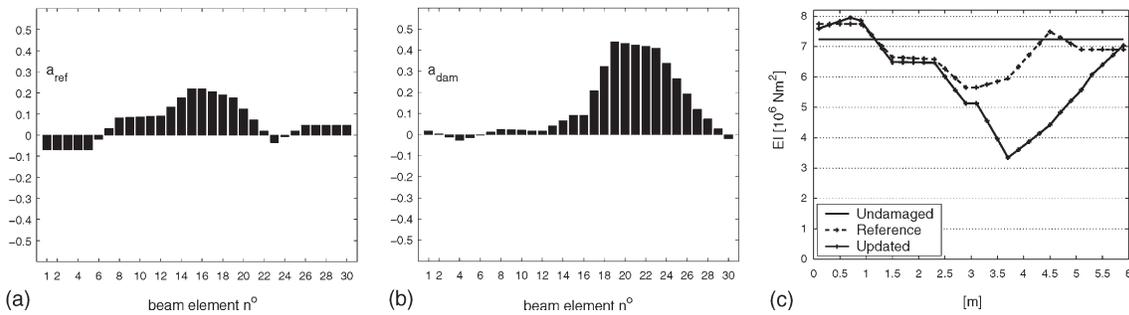


Figure 2.9 – Détection sur un état endommagé : (a) facteurs initiaux, (b) facteurs mis à jour et (c) distribution de la rigidité (adapté de [62])

quelques-uns des premiers modes mesurés expérimentalement. La fonction d'optimisation consiste en une réduction de l'erreur entre les résultats (matrices de flexibilité) expérimentaux et numériques. Un algorithme de région à confiance est utilisé pour résoudre le problème. La procédure est par la suite testée sur une poutre en béton armé qui est endommagée en laboratoire. Ces endommagements sont infligés par un essai de flexion à quatre points. La figure 2.10 illustre les états d'endommagement. Les essais dynamiques sont réalisés à l'aide d'un marteau d'impact et en suspendant la poutre par des ressorts flexibles afin de simuler des appuis libres. Le modèle par éléments finis mis au point est constitué de 30 éléments poutres. Le paramètre de mise à jour est le module d'élasticité du béton. Le module de chaque élément est considéré séparément, faisant 30 paramètres. La figure 2.11 montre la calibration de l'état initial et la détection de l'endommagement à l'état final de la poutre. Une excellente corrélation avec l'endommagement réel est obtenue de cette étude.

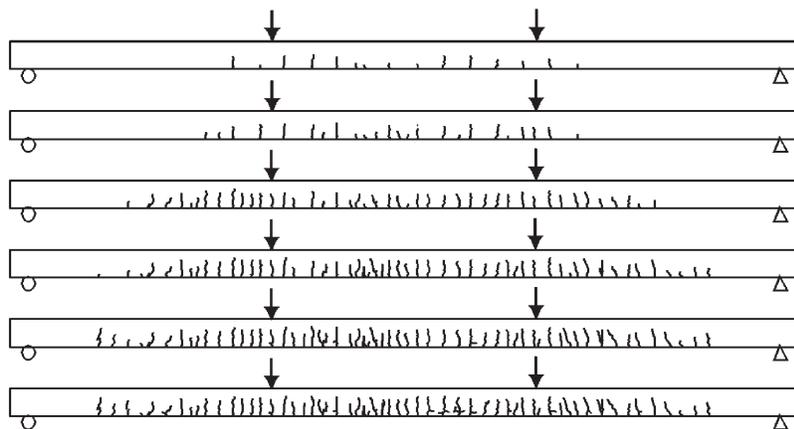


Figure 2.10 – États d'endommagement de la poutre testée par Jaishi et Ren (adapté de [28])

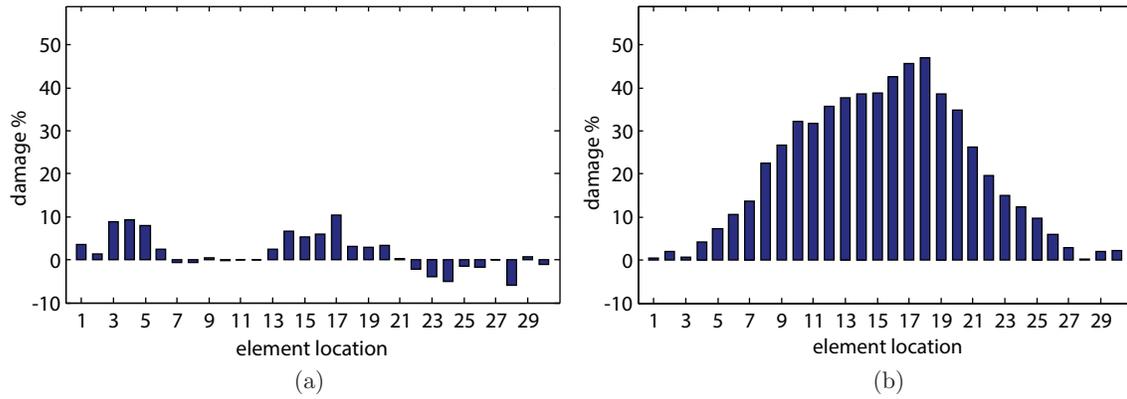


Figure 2.11 – Détection de l’endommagement par Jaishi et Ren : (a) calibration de l’état initial et (b) détection de l’endommagement à l’état final (adapté de [28])



# Chapitre 3

## Méthodes d'analyses modales expérimentales

Ce chapitre présente les méthodes d'analyses modales utilisées dans le cadre de ce projet. Les analyses sont effectuées par deux méthodes : analyse des fonctions de réponses en fréquence (FRF) et décomposition dans le domaine fréquentiel (FDD). Dans les deux cas, une excitation au marteau est utilisée. Les bases théoriques des deux méthodes et leur application pratique sont présentées. Le développement de ce chapitre est basé principalement sur les références [20, 32, 51]. Certains paragraphes et certaines figures ont pu être directement adaptés de la référence [32] avec l'accord de ses auteurs.

### 3.1 RAPPELS THÉORIQUES DE TRAITEMENT DU SIGNAL DANS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL

#### 3.1.1 Types de signaux

Les signaux utilisés dans les études d'identification des paramètres modaux des structures sont de plusieurs types. Les signaux stationnaires sont des signaux dont les propriétés d'ensemble ne dépendent pas de l'instant choisi. Ils sont déterministes ou aléatoires (fig. 3.1). Un signal déterministe est un signal où les diverses caractéristiques sont connues. En ce qui concerne les signaux aléatoires, il est impossible d'en obtenir une expression mathématique exacte les caractérisant. En revanche, par le biais de la probabilité et de la statistique, il est possible d'en obtenir une estimation valable. Les bruits blancs en sont des exemples très utiles qui, par analogie au spectre de la lumière blanche, contiennent toutes les composantes spectrales dans les mêmes proportions. Le spectre de Fourier d'un bruit blanc est en effet une constante, c'est-à-dire que toutes les fréquences contribuent de manière égale au signal. Le concept de spectre de Fourier est présenté à la section 3.1.2.

La stationnarité de premier ordre d'un signal temporel  $g(t)$  subdivisé en  $N$  sous intervalles est définie au niveau des moyennes d'ensemble par :

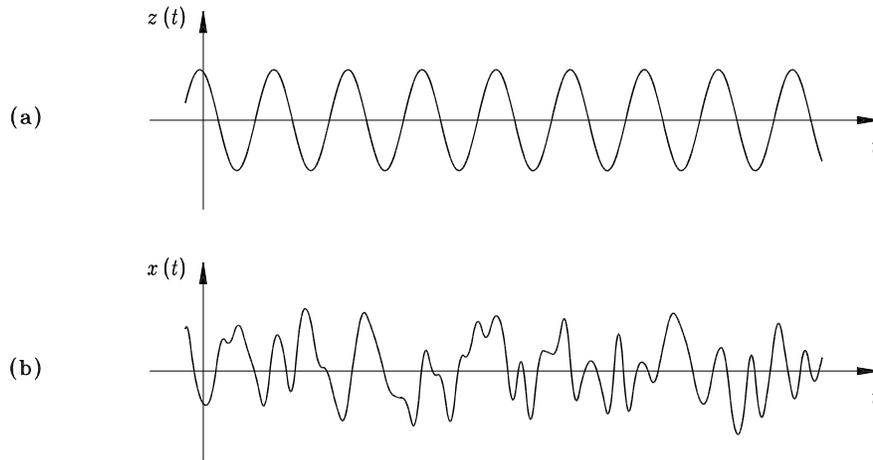


Figure 3.1 – Exemple de signaux : (a) déterministe, (b) aléatoire (Adapté de [32])

$$\mu_g(t_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N g_j(t_i) = \text{cte}, \quad \forall t_i \quad (3.1)$$

et celle de deuxième ordre est définie au niveau de la fonction d'autocorrélation par :

$$R_{gg}(t_i, t_i + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N g_j(t_i)g_j(t_i + \tau) = \text{cte}, \quad \forall t_i \quad (3.2)$$

où  $\mu_g$  représente la moyenne des sous-intervalles et  $R_{gg}$  la moyenne des fonctions d'autocorrélation des sous-intervalles. La notion d'autocorrélation est présentée à la section 3.1.3.

La stationnarité des signaux expérimentaux est difficile à vérifier. Il est cependant possible de considérer un phénomène comme stationnaire si ses propriétés statistiques d'ensemble ne dépendent pas de l'instant choisi sur un intervalle de temps grand devant celui du processus (figure 3.2). Le signal  $g(t)$  présenté à la figure 3.2a est subdivisé en  $N$  sous-intervalles. Ces sous-intervalles présentent des propriétés globalement identiques, telles que montrées à la figure 3.2b.

### 3.1.2 Analyses de Fourier

Les signaux enregistrés en laboratoire sont dans le domaine temporel. Pour pouvoir extraire le maximum d'information de ces signaux, il faut les étudier dans le domaine fréquentiel, d'où l'introduction du spectre de Fourier.

La transformée de Fourier est un outil permettant d'avoir des informations sur le contenu fréquentiel d'un signal. Elle permet de transformer un signal dans le domaine

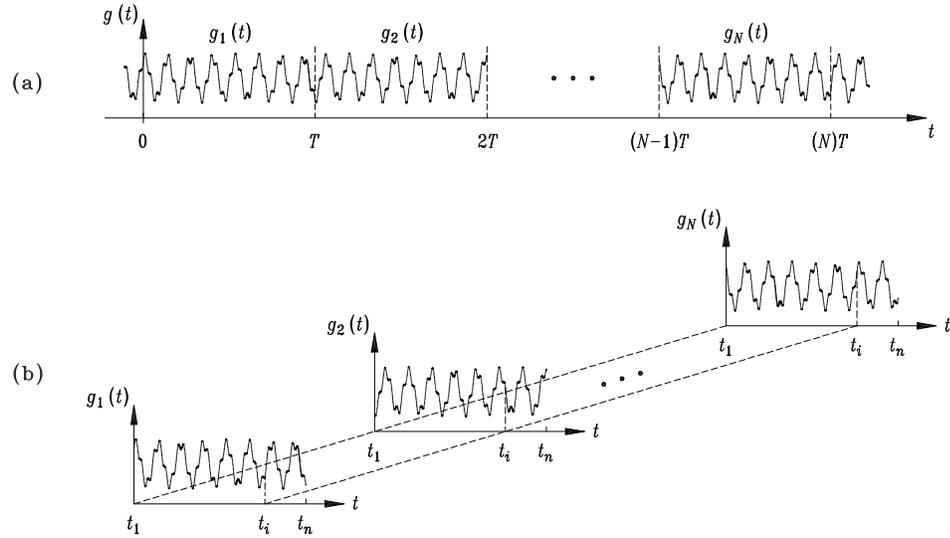


Figure 3.2 – Signal stationnaire aléatoire  $g(t)$  : (a) division en  $N$  échantillons de taille  $T$ , (b) représentation des  $N$  échantillons

temporel en un signal dans le domaine fréquentiel. La transformée de Fourier  $Y(\omega)$  d'un signal  $y(t)$  dans le domaine temporel se calcule comme suit :

$$Y(\omega) = \mathcal{F}(y(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.3)$$

Cette fonction est réversible, c'est-à-dire que le signal peut être ramené dans le domaine temporel. La transformée inverse de Fourier se calcule comme suit :

$$y(t) = \mathcal{F}^{-1}(Y(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.4)$$

Les équations (3.3) et (3.4) peuvent s'exprimer en fonction de la fréquence  $f$  en substituant le terme de la fréquence angulaire  $\omega$  par  $2\pi f$ . Les expressions des équations deviennent :

$$Y(f) = \mathcal{F}(y(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (3.5)$$

$$y(t) = \mathcal{F}^{-1}(Y(f)) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f)e^{-i2\pi ft} df \quad (3.6)$$

En pratique,  $y(t)$  est un signal réel, mais sa transformée de Fourier est un nombre complexe.

L'application des relations précédentes se limite aux cas où la fonction  $y(t)$  est exprimable d'une manière analytique. Lorsque le signal est discret (comme les mesures au laboratoire), la transformée de Fourier discrète (TFD) est définie et des algorithmes de

calcul rapides sont utilisés la calculer (FFT, *Fast Fourier Transform*). La fonction présentée à la figure 3.3 est échantillonnée à intervalle de temps constant  $\Delta t$ . La fréquence d'échantillonnage est  $f_s = 1/\Delta t$ . Il est important de souligner que la fonction est définie uniquement pour des valeurs entières de  $m$  et est inconnue sinon.

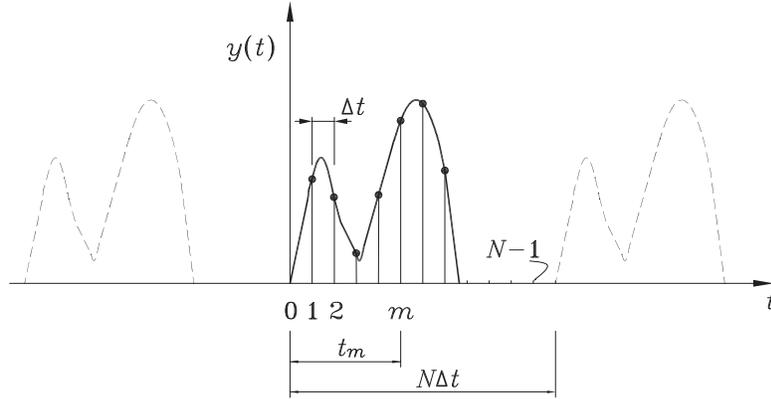


Figure 3.3 – Représentation d'une fonction discrète non périodique en une fonction discrète périodique (Adapté de [51])

Si la fonction est échantillonnée sur un temps  $T = N\Delta t$ , on considère cette fonction périodique de période  $T$  (fig. 3.3) et l'équation (3.3) peut s'écrire sous la forme d'une somme discrète appelée transformée discrète de Fourier (TFD) :

$$Y(\omega_n) = \Delta t \sum_{m=0}^{N-1} y(t_m) e^{-i(n\Delta\omega)(m\Delta t)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.7)$$

où  $t_m = m\Delta t$ ,  $\omega_n = n\Delta\omega$  et  $\Delta\omega$  est la résolution fréquentielle (le pas de fréquence) de la TFD :

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{N\Delta t} \quad (3.8)$$

La TFD peut alors s'exprimer :

$$Y(\omega_n) = \Delta t \sum_{m=0}^{N-1} y(t_m) e^{-i(2\pi mn/N)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.9)$$

De la même manière, la transformée de Fourier discrète inverse s'exprime :

$$y(t_m) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} Y(\omega_n) e^{i(n\Delta\omega)(m\Delta t)} \Delta\omega, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.10)$$

d'où :

$$y(t_m) = \frac{1}{N\Delta t} \sum_{n=0}^{N-1} Y(\omega_n) e^{i(2\pi mn/N)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.11)$$

### 3.1.2.1 Fréquence de Nyquist

La précision d'une représentation en transformée discrète de Fourier dépend de l'intervalle d'échantillonnage  $\Delta t$  de la fonction et du nombre d'intervalles  $N$ . L'augmentation de la période  $T$  augmente la résolution fréquentielle de la TFD, car  $\Delta f = \Delta\omega/2\pi = 1/T$ . La TFD est symétrique par rapport à la fréquence  $\omega_n$  correspondant à  $n = N/2$ . Cette fréquence est la plus haute fréquence qui peut être considérée dans les séries discrètes de Fourier. Elle est appelée fréquence de Nyquist  $\omega_c$  (ou  $f_c$ ) :

$$\omega_c = \omega_{N/2} = \frac{2\pi N/2}{T} = \frac{2\pi N/2}{N\Delta t} = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (\text{rad/s}) \quad (3.12)$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{f_s}{2} \quad (3.13)$$

Cette fréquence permet d'énoncer l'un des théorèmes fondamentaux du traitement numérique du signal connu sous le nom du théorème d'échantillonnage :

**Théorème :** *Si un signal  $x(t)$  ne contient aucune composante de fréquence supérieure à  $f_{max}$ , toute l'information concernant  $x(t)$  est entièrement contenue dans les valeurs échantillonnées  $x(n\Delta t)$ , pourvu que  $\Delta t \leq 1/(2f_{max})$ .*

La réduction de  $\Delta t$  (ou l'augmentation de  $f_s$ ) augmente donc la plage de fréquences accessible.

### 3.1.2.2 Repliement de fréquence (*Aliasing*)

Si des composantes harmoniques de fréquences supérieures à la fréquence de Nyquist existent dans le signal, des erreurs sont introduites dans les résultats parce que le théorème d'échantillonnage n'est pas respecté. Toutes les composantes supérieures à la fréquence de Nyquist sont ramenées dans la bande des fréquences qui lui sont inférieures. C'est le phénomène de repliement de fréquence (*aliasing*). La figure 3.4 illustre le repliement de bande ( $f_s$  est la fréquence d'échantillonnage et  $f_{max}$  est celle de Nyquist), résultant en un spectre d'amplitude erroné. Aucune correction n'est possible après l'échantillonnage. Il est donc important de connaître la fréquence maximale du signal à traiter et d'échantillonner ce signal à une fréquence au minimum deux fois supérieure.

### 3.1.2.3 Fuite d'énergie (*Leakage*)

Le problème de fuite d'énergie vient du fait qu'une fonction doit être échantillonnée sur une période de temps finie, alors que la transformée de Fourier s'applique en théorie sur

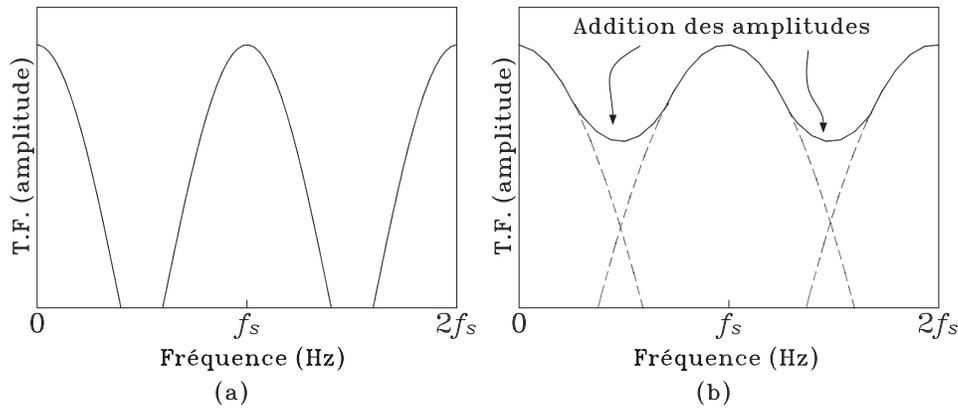


Figure 3.4 – Illustration du repliement de fréquence sur le spectre d'amplitude de Fourier : (a)  $f_s > 2f_{max}$  et (b)  $f_s < 2f_{max}$

une durée infinie du signal pour être exacte ou sur une période complète quand le signal est périodique. La TFD d'un signal échantillonné sur un temps  $T$  suppose que le signal est périodique de période  $T$ , ce qui n'est en général pas vraiment le cas. La figure 3.5 illustre le phénomène de *leakage* sur un signal harmonique. Dans le premier cas, figure 3.5a, le signal est parfaitement périodique dans la fenêtre de temps enregistrée et le spectre de fréquence est une simple ligne à la fréquence de la fonction sinusoïdale. Dans le deuxième cas, figure 3.5b, la périodicité n'est pas respectée et le spectre résultant contient des erreurs. Il existe plusieurs techniques pour éviter ce problème :

- S'assurer que le signal est périodique dans l'intervalle de temps enregistré. Cette solution n'est possible que lorsque le signal est parfaitement périodique.
- Augmenter le temps d'enregistrement, afin d'avoir une séparation nette entre les densités spectrales. Cette solution réduit uniquement l'erreur, mais ne le supprime pas. Si ce n'est pas possible, il est possible d'ajouter artificiellement des zéros à la fin du signal. C'est la technique du *zero padding*.
- Modifier le signal de sorte à réduire l'effet de fuite d'énergie. Cette technique s'appelle le fenêtrage (*windowing*). Elle consiste à imposer un profil prédéfini au signal temporel avant de calculer son spectre de Fourier. Il existe plusieurs fenêtres dont la plus populaire est celle de Hanning présentée à la figure 3.6. La figure 3.7 illustre l'effet du fenêtrage sur la transformée discrète de Fourier.

### 3.1.3 Fonctions de corrélation et de densité spectrale

La fonction d'autocorrélation  $R_{yy}(\tau)$  d'un signal  $y(t)$  se définit comme la moyenne du produit  $(y(t)y(t + \tau))$  calculé le long de l'axe du temps.

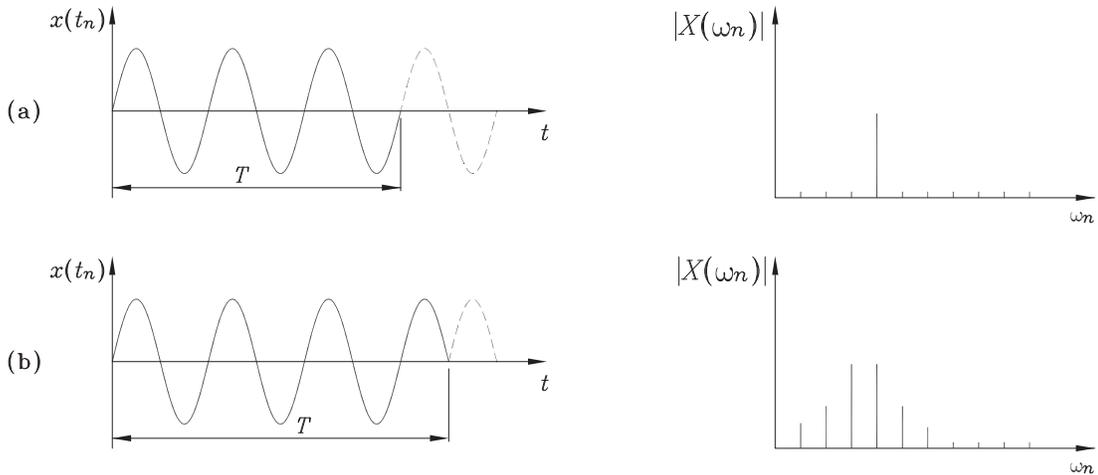


Figure 3.5 – Illustration du phénomène de fuite d'énergie sur un signal harmonique : (a) signal adapté à une transformée de Fourier et (b) signal non adapté à une transformée de Fourier (Adapté de [41])

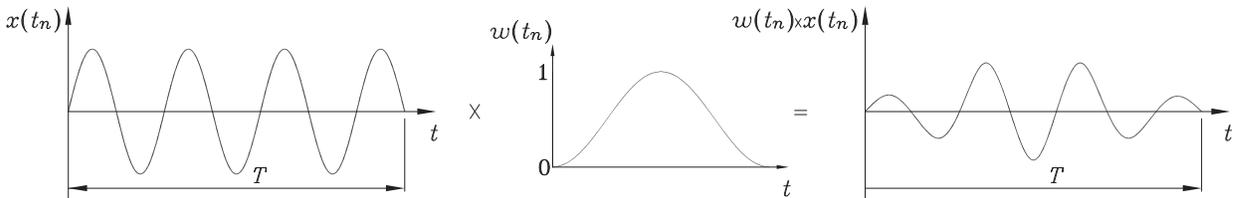


Figure 3.6 – Fenêtrage de Hanning appliqué à un signal temporel

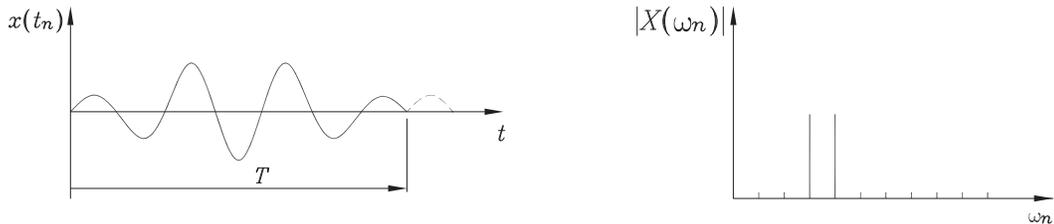


Figure 3.7 – Effet du fenêtrage de Hanning sur la transformée de Fourier discrète

$$R_{yy}(\tau) = E[y(t)y(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T y(t)y(t + \tau)dt \quad (3.14)$$

La définition de la fonction d'autocorrélation est exacte lorsque la durée  $T$  du signal tend vers l'infini. Comme il est impossible d'avoir une durée infinie en pratique, l'équation (3.14) prend la forme :

$$R_{yy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t)y(t + \tau)dt \quad (3.15)$$

Cette fonction est réelle et paire dans le domaine temporel.

La transformée de Fourier d'une fonction d'autocorrélation est appelée fonction d'autodensité spectrale de puissance (*Power Spectral Density function*, PSD). Elle se définit comme :

$$S_{yy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.16)$$

La fonction d'autodensité spectrale de puissance est une fonction paire et réelle de la fréquence.

De la même manière qu'aux équations (3.15) et (3.16), il est possible de définir la fonction de corrélation entre deux signaux  $x(t)$  et  $y(t)$ , appelée fonction de corrélation croisée, par :

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau)dt \quad (3.17)$$

C'est une fonction réelle, mais pas nécessairement paire dans le temps. La fonction de densité spectrale croisée s'exprime :

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.18)$$

qui est une fonction complexe, qui a la propriété de conjugaison :

$$S_{xy}(f) = S_{yx}^*(f) \quad (3.19)$$

Les fonctions de corrélation des équations (3.15) et (3.17) sont en fait, à un changement de variable près, des produits de convolution. Les PSD des équations (3.16) et (3.18) sont donc les transformées de Fourier du produit de convolution de deux fonctions. Les PSD sont donc égales au produit hermitien des transformées de Fourier des deux signaux corrélés :

$$\begin{cases} S_{yy}(f) = Y(f)Y^*(f) \\ S_{xy}(f) = X(f)Y^*(f) \end{cases} \quad (3.20)$$

La propriété de symétrie des PSD fait en sorte que l'information donnée par les fonctions de densité spectrale est dédoublée. En pratique, les fonctions de densité spectrales *unilatérales* sont utilisées :

$$G_{yy}(f) = \begin{cases} 2S_{yy}(f) & \text{si } 0 < f < \infty \\ S_{yy}(f) & \text{si } f = 0 \\ 0 & \text{si } f < 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

et

$$G_{xy}(f) = \begin{cases} 2S_{xy}(f) & \text{si } 0 < f < \infty \\ S_{xy}(f) & \text{si } f = 0 \\ 0 & \text{si } f < 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

La figure 3.8 illustre des fonctions d'autocorrélation et de densité spectrales typiques.

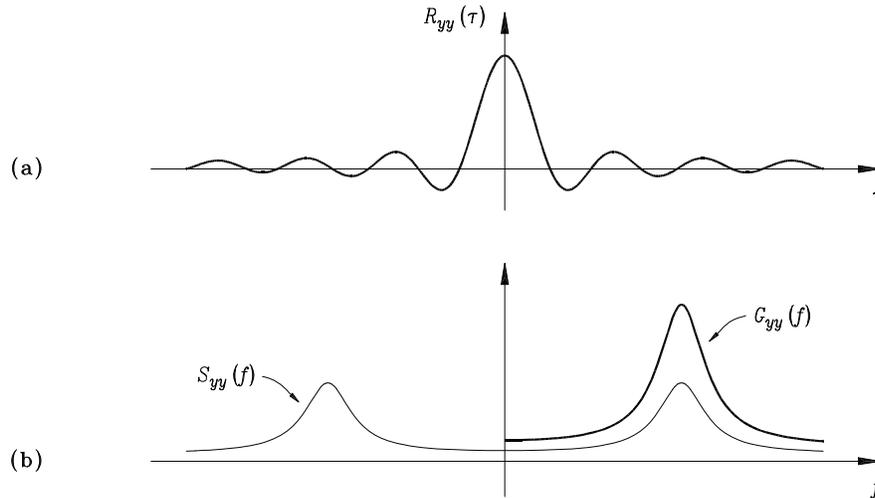


Figure 3.8 – Illustration pour un signal réel  $y(t)$  : (a) fonction d'autocorrélation, (b) fonctions de densité spectrale de puissance

### 3.2 EXCITATION AU MARTEAU D'IMPACT

Pour déterminer les propriétés modales d'une structure, celle-ci doit être excitée afin de capter soit les déplacements, les vitesses ou les accélérations de ses degrés de liberté. De plus, pour effectuer des analyses de FRF, le signal d'excitation doit être connu. Un outil permettant d'enregistrer ce signal est le marteau d'impact muni d'une cellule de force (fig. 3.9). Il vient avec un ensemble de plusieurs têtes permettant de modifier la plage de fréquence à exciter. L'amplitude de l'impact est déterminée par la masse du marteau et par la vitesse à laquelle l'impact est donné.

La plage de fréquence qu'un marteau est capable d'exciter dépend de la rigidité de la tête d'impact et de la masse ajoutée. Il y a une fréquence au-delà de laquelle l'énergie injectée dans la structure est négligeable. La figure 3.10a illustre l'allure du signal de force. Le contenu fréquentiel de ce genre de signal est présenté à la figure 3.10b. La courbe est relativement constante jusqu'à une fréquence caractéristique  $f_c$  à partir de laquelle elle décroît rapidement. Les fréquences supérieures à  $f_c$  sont difficilement excitées par l'impact. Il existe une relation directe entre la durée de l'impact  $T_c$  et la fréquence  $f_c$ . Plus la durée

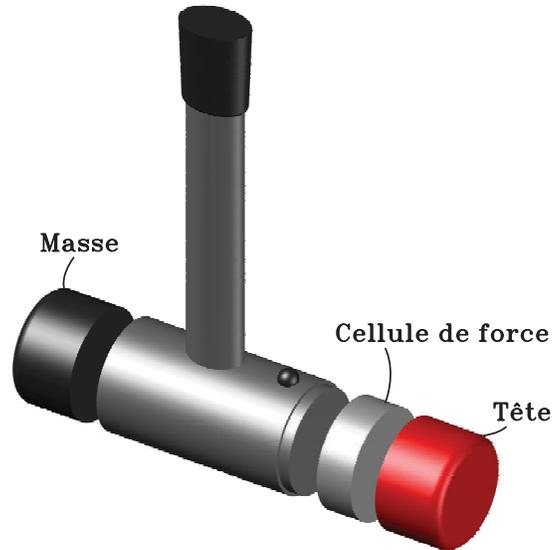


Figure 3.9 – Détails d'un marteau d'impact

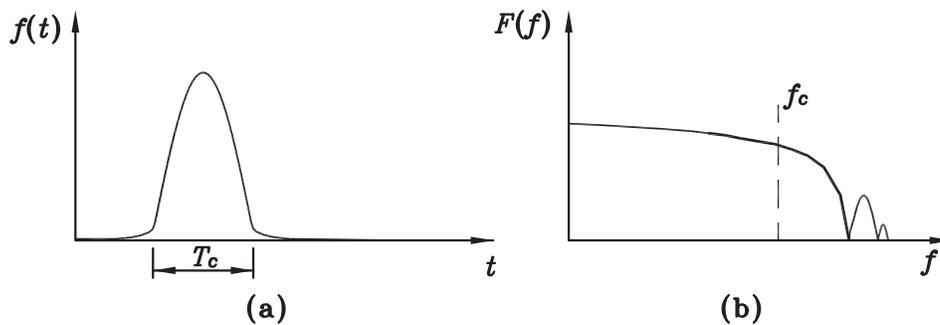


Figure 3.10 – Signal typique d'un impact de marteau : (a) signal temporel, (b) contenu fréquentiel (Adapté de [20])

de l'impact est courte, plus élevée est la fréquence seuil. Plus la tête d'impact est rigide, plus court est l'impact et donc plus la gamme de fréquences excitées est large. Également, plus la masse est petite, plus la plage est large. C'est la raison pour laquelle les marteaux d'impact viennent avec un ensemble de têtes différentes. Généralement, les essais sont effectués avec une masse et une tête adéquates pour exciter la structure aussi proche que possible de la fréquence maximale d'intérêt. L'excitation d'une plage trop large injecte de l'énergie dans des fréquences inutiles à l'essai, alors que la plage de fréquences utiles sera excitée avec des amplitudes peut-être trop faibles. Des mesures préliminaires sont souvent effectuées pour caractériser les excitations du marteau et pour choisir les caractéristiques les plus appropriées à l'étude.

### 3.3 ANALYSE MODALE PAR FRF

#### 3.3.1 Réponse d'un système linéaire à une excitation déterministe

Les fonctions de réponse en fréquence (FRF) sont des fonctions de transfert, qui relient l'excitation (la force) à la réponse (déplacement) du système tel que montré à la figure 3.11. On note  $F(\omega)$  la force appliquée au système et  $H(\bar{\omega})$  la fonction de transfert permettant de calculer le déplacement  $X(\bar{\omega})$ , tel que  $X(\bar{\omega}) = H(\bar{\omega})F(\bar{\omega})$ .

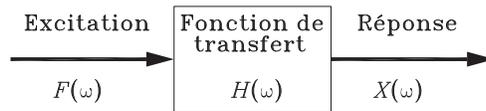


Figure 3.11 – Modèle de FRF

##### 3.3.1.1 Système à un degré de liberté

L'équation du mouvement d'un système linéaire à un seul degré de liberté  $x$  en régime forcé harmonique s'exprime :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t) \quad (3.23)$$

où  $m$ ,  $c$  et  $k$  représentent respectivement la masse, l'amortissement et la rigidité du système, et  $p(t)$  représente l'excitation harmonique. Cette équation peut s'écrire sous forme complexe en substituant  $p(t)$  avec  $\bar{p}(t) = Pe^{i\bar{\omega}t}$  et  $x(t)$  avec  $\bar{x}(t) = Xe^{i\bar{\omega}t}$ , où  $P$  est l'amplitude de l'excitation (nombre réel) et  $X$  est la réponse complexe du système à l'excitation complexe  $\bar{p}(t)$ . L'équation (3.23) se réécrit :

$$(-m\bar{\omega}^2 + ic\bar{\omega} + k)Xe^{i\bar{\omega}t} = Pe^{i\bar{\omega}t} \quad (3.24)$$

où  $\bar{\omega}$  est la pulsation (fréquence) de l'excitation harmonique.

De l'équation (3.24), la réponse du système s'écrit :

$$X(\bar{\omega}) = \frac{1}{-m\bar{\omega}^2 + ic\bar{\omega} + k}P \quad (3.25)$$

En tenant compte des expressions de la pulsation propre du système  $\omega$ , telle que  $\omega^2 = k/m$ , et de la définition du taux d'amortissement  $\xi$ , tel que  $c = 2\xi\omega m$ , l'équation (3.25) peut s'écrire :

$$X(\bar{\omega}) = \frac{P}{k} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega}\right)^2\right) + i2\xi\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega}\right)} = \frac{P}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2) + i2\xi\beta} \quad (3.26)$$

où  $\beta = \bar{\omega}/\omega$ . La fonction de réponse en fréquence du système est donc :

$$H(\bar{\omega}) = \frac{X}{P} = \frac{1}{k(1 - \beta^2) + i2\xi\beta} \quad (3.27)$$

L'amplitude de la réponse s'exprime donc :

$$|X(\bar{\omega})| = |H(\bar{\omega})||P| = \frac{P}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (3.28)$$

et l'angle de phase est tel que :

$$\tan \theta = \frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2} \quad (3.29)$$

La fonction de réponse en fréquence est complexe et contient des informations sur l'amplitude et la phase. Elle se définit donc sur deux graphes, dont l'un représente l'amplitude et l'autre la phase, comme le montre la figure 3.12. Cette figure montre la variation de l'amplitude de la FRF (pour un système de rigidité unitaire) et de l'angle de phase en fonction de la pulsation relative  $\beta$  et du taux d'amortissement  $\xi$ . Le phénomène de résonance est illustré pour  $\beta = 1$  (fréquence d'excitation égale à la fréquence propre du système), où on note une très forte amplification de la réponse du système (sauf pour des taux d'amortissement  $\xi$  très importants) et un déphasage  $\theta$  toujours égal à  $\pi/2$  entre l'excitation et la réponse. La courbe d'amplitude définit une cloche de résonance pour les valeurs de  $\beta$  au voisinage de 1.

Les types de réponses en fréquence étudiées jusque là sont appelés des fonctions de réceptance puisqu'elles sont le quotient des déplacements des degrés de liberté sur l'excitation. Selon les paramètres enregistrés lors des essais en laboratoire, il existe d'autres types de FRF qui ont des allures proches de celles présentées pour les déplacements :

- fonction de mobilité  $M$  : c'est le rapport des vitesses  $\dot{X}(\bar{\omega})$  des degrés de liberté sur la force d'excitation  $P$  :

$$M(\bar{\omega}) = \frac{\dot{X}(\bar{\omega})}{P(\bar{\omega})} \quad (3.30)$$

- fonction d'inertance  $A$  : c'est le rapport des accélérations  $\ddot{X}(\bar{\omega})$  des degrés de liberté sur la force d'excitation  $P$ . Ce type de réponse en fréquence est celui utilisé dans le

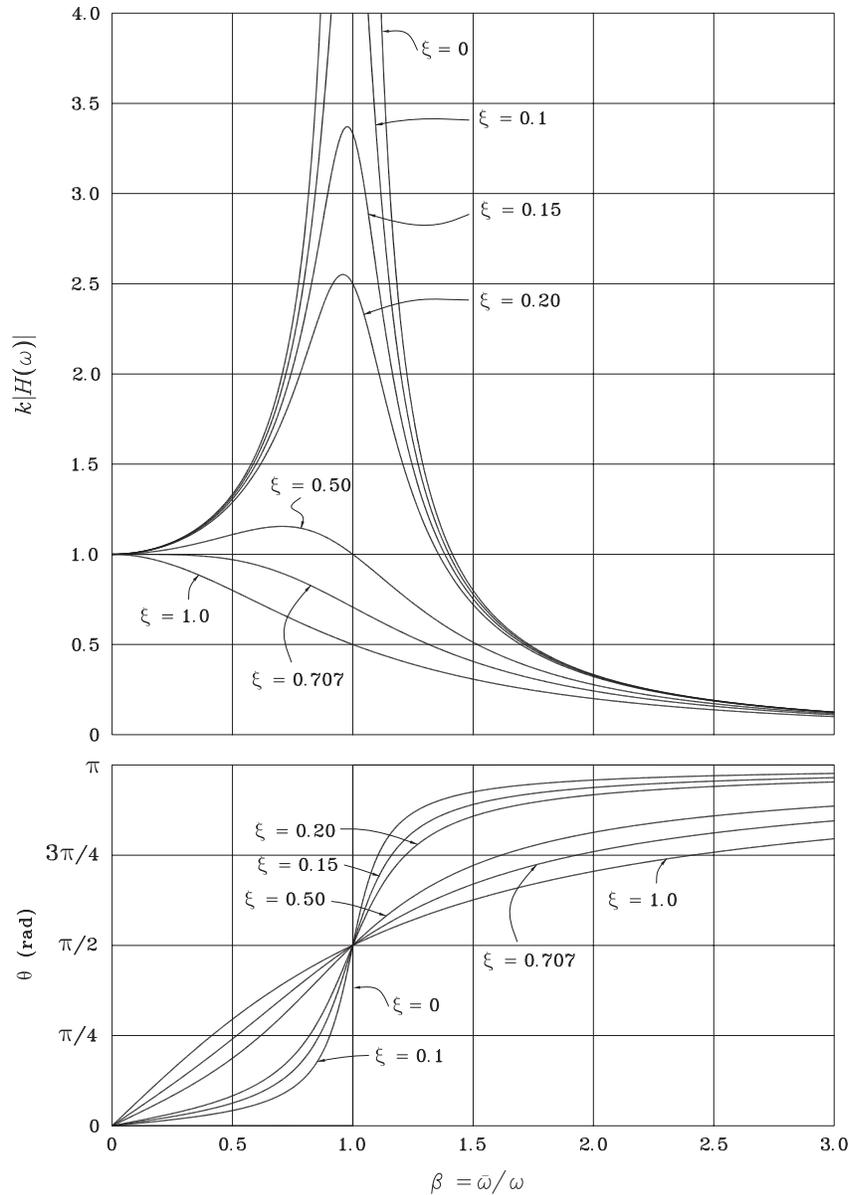


Figure 3.12 – Évolution de la FRF en fonction de la pulsation relative  $\beta$  et du taux d'amortissement  $\xi$  (Adapté de [51])

cadre de ce projet :

$$A(\bar{\omega}) = \frac{\ddot{X}(\bar{\omega})}{P(\bar{\omega})} \quad (3.31)$$

L'amortissement d'un système à un degré de liberté peut être déterminé à partir du pic de résonance. Cette méthode est connue sous le nom de la méthode de l'acuité de résonance ou encore méthode de la demi-puissance. Soit  $f$  la fréquence associée au pic,  $f_a$  et  $f_b$  respectivement les fréquences qui correspondent à l'amplitude maximale divisée par la racine de deux ( $\sqrt{2}$ ) de part et d'autre du pic (figure 3.13). Le taux d'amortissement  $\xi$  s'exprime alors [51] :

$$\xi = \frac{f_b - f_a}{2f} \quad (3.32)$$

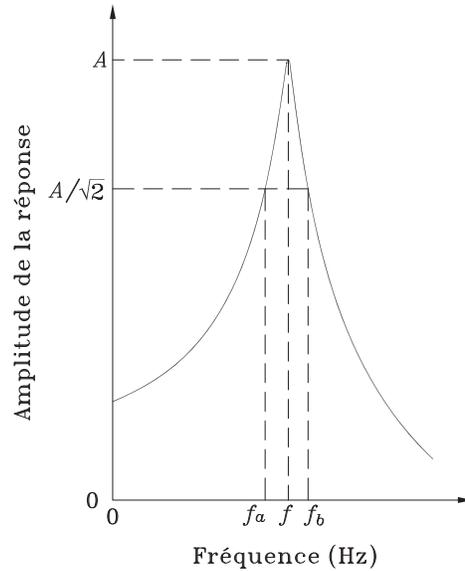


Figure 3.13 – Détermination de l'amortissement par méthode de l'acuité de résonance

### 3.3.1.2 Système à plusieurs degrés de liberté

L'équation du mouvement d'un système à plusieurs degrés de liberté  $\mathbf{x}$  soumis à une excitation harmonique s'écrit :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (3.33)$$

où  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$  représentent respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système,  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  et  $\mathbf{x}(t)$  sont respectivement les vecteurs des accélérations, des vitesses et des déplacements des degrés de liberté, et  $\mathbf{p}(t)$  est le vecteur des excitations. Pour une excitation harmonique, cette équation peut se mettre sous forme complexe en considérant une réponse complexe de la forme  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}e^{i\bar{\omega}t}$  ( $\mathbf{X}$  est un vecteur complexe) et l'excitation sous la forme  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{P}e^{i\bar{\omega}t}$  ( $\mathbf{P}$  est un vecteur réel) :

$$[\mathbf{K} - \bar{\omega}^2\mathbf{M} + i\bar{\omega}\mathbf{C}] \mathbf{X}e^{i\bar{\omega}t} = \mathbf{P}e^{i\bar{\omega}t} \quad (3.34)$$

La réponse  $\mathbf{X}(\bar{\omega})$  peut être isolée pour obtenir :

$$\mathbf{X}(\bar{\omega}) = [\mathbf{K} - \bar{\omega}^2\mathbf{M} + i\bar{\omega}\mathbf{C}]^{-1} \mathbf{P} \quad (3.35)$$

La fonction de réponse en fréquence du système est donc la matrice :

$$\mathbf{H}(\bar{\omega}) = [\mathbf{K} - \bar{\omega}^2 \mathbf{M} + i\bar{\omega} \mathbf{C}]^{-1} \quad (3.36)$$

La FRF d'un système à  $N$  degrés de liberté est donc une matrice  $N \times N$  dont chaque terme  $H_{jk}$  correspond à la réponse du ddl  $j$  de la structure,  $X_j$ , excitée par une force  $P_k$  appliquée au seul ddl  $k$  :

$$H_{jk}(\bar{\omega}) = \frac{X_j}{P_k}; \quad (P_m = 0 \quad \text{pour } m = 1, 2, \dots, N, \quad m \neq k) \quad (3.37)$$

Les éléments de la matrice de FRF s'apparentent donc à la FRF d'un système à un seul degré de liberté (équation (3.27)). De plus, l'équation (3.37) justifie la méthode utilisée expérimentalement pour mesurer les FRF d'une structure lors d'un essai au marteau : la structure est excitée par un impact en un point unique, et les FRF sont calculées à chaque ddl instrumenté en faisant le rapport de la transformée de Fourier de la réponse enregistrée à ce ddl sur la transformée de Fourier du signal du marteau. On obtient ainsi une colonne complète de la matrice  $\mathbf{H}$ .

L'équation (3.36) peut se réécrire :

$$[\mathbf{K} - \bar{\omega}^2 \mathbf{M} + i\bar{\omega} \mathbf{C}] = \mathbf{H}(\bar{\omega})^{-1} \quad (3.38)$$

En postmultipliant chaque terme par la matrice spectrale contenant tous les vecteurs propres normalisés par rapport à la matrice de masse  $\Phi$  et en prémultipliant par  $\Phi^T$ , l'expression devient :

$$\Phi^T [\mathbf{K} - \bar{\omega}^2 \mathbf{M} + i\bar{\omega} \mathbf{C}] \Phi = \Phi^T \mathbf{H}(\bar{\omega})^{-1} \Phi \quad (3.39)$$

Les propriétés d'orthogonalité des modes propres par rapport aux matrices de masse et de rigidité impliquent que :

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (3.40)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \mathbf{\Lambda} \quad (3.41)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice identité et  $\mathbf{\Lambda}$  est la matrice spectrale contenant les fréquences propres du système élevées au carré,  $\omega_r^2$ . Les vecteurs propres peuvent être aussi considérés orthogonaux par rapport à la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$ , en considérant celle-ci proportionnelle aux matrices de masse et de rigidité. L'orthogonalité donne alors :

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \tilde{\mathbf{C}} = \text{diag}[2\xi_r \omega_r] \quad (3.42)$$

où  $\tilde{\mathbf{C}}$  est une matrice diagonale dont chaque terme correspond aux coefficients d'amortissement modaux  $c_r = 2\xi_r\omega_r$ , où  $\xi_r$  est le taux d'amortissement du mode  $r$ .

En considérant les relations (3.40) à (3.42), l'équation (3.44) devient :

$$\mathbf{diag} \left[ \omega_r^2 - \bar{\omega}^2 + i2\xi_r\omega_r\bar{\omega} \right] = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{H}(\bar{\omega})^{-1} \mathbf{\Phi} \quad (3.43)$$

ce qui mène à :

$$\mathbf{H}(\bar{\omega}) = \mathbf{\Phi} \mathbf{diag} \left[ \omega_r^2 - \bar{\omega}^2 + i2\xi_r\omega_r\bar{\omega} \right]^{-1} \mathbf{\Phi}^T \quad (3.44)$$

Après développement du produit matriciel, les termes  $H_{jk}$  de la matrice de FRF peuvent s'exprimer :

$$H_{jk}(\bar{\omega}) = \sum_{r=1}^N \frac{(\phi_{kr})(\phi_{jr})}{(\omega_r^2 - \bar{\omega}^2) + i(2\xi_r\omega_r\bar{\omega})} \quad (3.45)$$

Cette équation indique que chaque terme de la FRF d'un système à plusieurs degrés de liberté est une superposition de  $N$  FRF de systèmes à un seul ddl associés à chacun des  $N$  modes, comme l'illustre la figure 3.14. Lorsque la fréquence d'excitation  $\bar{\omega}$  arrive à proximité d'une fréquence propre  $\omega_r$  du système, la composante de ce mode à l'équation (3.45) devient dominante, et le système se comporte alors comme un système à un seul degré de liberté. Les relations s'appliquant à un système à un degré de liberté peuvent ainsi être utilisées. En particulier, le pic de la FRF permet d'identifier la fréquence du mode ciblé et la cloche spectrale de ce mode peut être utilisée pour déterminer l'amortissement par méthode d'acuité de résonance. Le terme du mode dominant  $r$  à l'équation (3.45) indique également que l'amplitude la FRF  $H_{jk}$  mesurée au voisinage de  $\omega_r$  est proportionnelle à la déformée du mode  $r$  au ddl  $j$ ,  $\phi_{jr}$ . C'est ce qui permet de retrouver la déformée modale en tous les points de mesure lors d'un essai au marteau.

### 3.3.2 Méthode expérimentale et extraction des propriétés modales

Lors d'un essai d'analyse par FRF, la structure est excitée au marteau en un seul point. La vibration de la structure est composée de plusieurs de ses modes propres. Le point d'impact est choisi loin des nœuds ou des degrés de liberté nuls des modes recherchés, sinon ils ne seront pas excités. De plus, plusieurs essais avec des points d'impact différents peuvent être nécessaires pour identifier tous les modes, par exemple des modes purement verticaux et purement les modes latéraux pour une poutre. Les transformées de Fourier des signaux des capteurs et celui du marteau sont alors calculés. Le quotient de ces FFT donne les

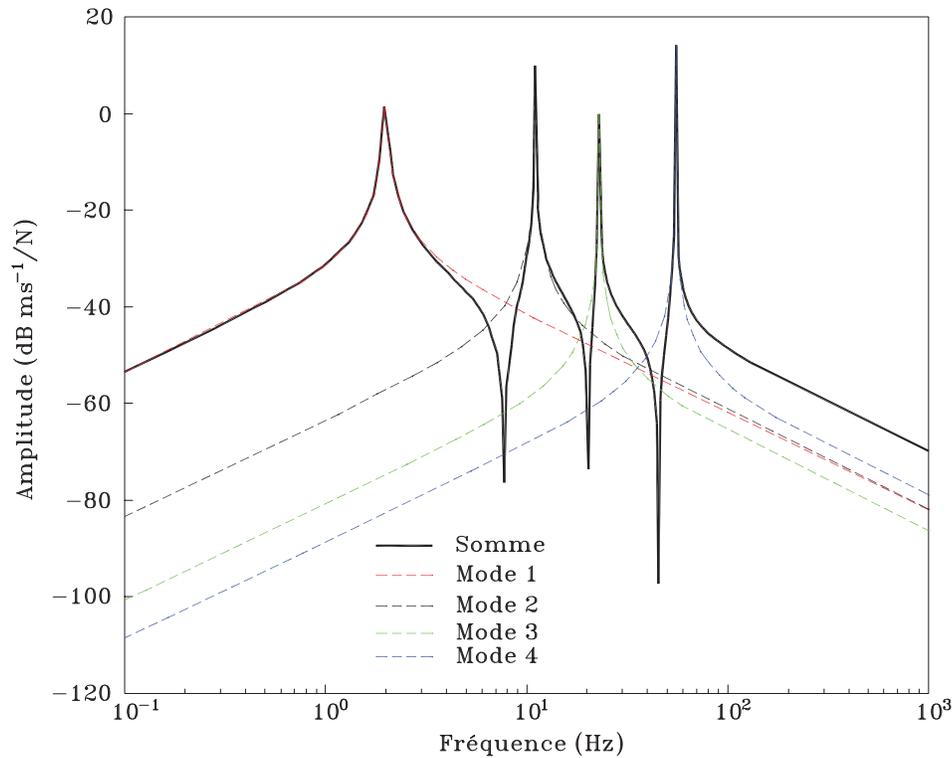


Figure 3.14 – Représentation d’une courbe d’amplitude typique de FRF montrant les contributions des différents modes (Adapté de [20])

fonctions de réponse en fréquence.

L’énergie injectée dans chaque mode de la structure avec un marteau d’impact est faible parce que la bande de fréquences excitée est large. Tous les modes sont excités de manière égale. Du bruit est toujours présent dans le signal. Il est donc important de faire des moyennes de plusieurs essais identiques afin d’éliminer les bruits dans les FRF obtenues.

La méthode utilisée pour l’extraction des modes à partir des FRF dans ce projet est celle du *peak picking*. D’autres méthodes existent et sont présentées à la référence [20]. Les fréquences naturelles sont identifiées par les pics de résonance des courbes d’amplitude des FRF. La déformée modale associée à une fréquence donnée est obtenue en prenant les amplitudes des FRF à la fréquence pour chaque degré de liberté. Les amplitudes des FRF sont toujours positives, alors qu’à la résonance, les degrés de liberté vibrent en phase ou en opposition de phase. Les courbes de phase des FRF sont alors utilisées pour identifier les degrés de liberté qui sont en phase ou en opposition de phase avec un degré de liberté de référence choisi, ce qui permet de définir la déformée modale. L’amortissement des modes est calculé en utilisant la méthode de l’acuité de résonance présentée à la section 3.3.1.

La procédure de la méthode est illustrée à la figure 3.15 en utilisant les trois premiers modes de flexion d'une poutre théorique simplement appuyée. Dix capteurs sont placés le long de la poutre pour capter les réponses verticales. Aux fréquences qui correspondent aux modes propres, les pics des FRF, reliés entre eux, forment les déformées modales.

Cette méthode suppose que les modes sont réels. Elle procure d'excellents résultats et est très précise lorsque les modes sont bien séparés et possèdent un faible taux d'amortissement. Des erreurs apparaissent dans cette méthode lorsque les modes sont rapprochés et que leurs contributions (cloches spectrales) se superposent : erreurs dans les déformées, complexité dans les déformées et erreurs dans les amortissements.

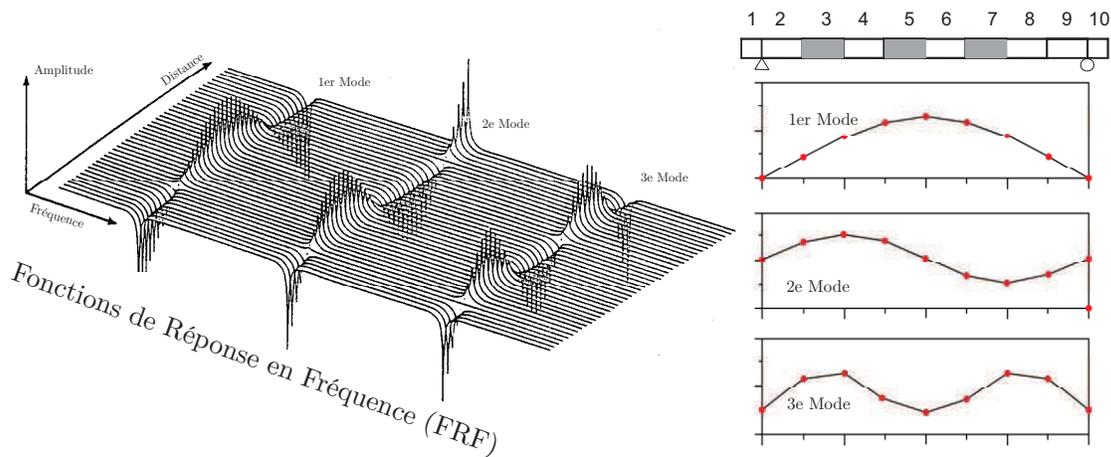


Figure 3.15 – Illustration de la méthode du *peak picking* sur une poutre simplement appuyée

### 3.4 ANALYSE MODALE PAR FDD

Cette section présente l'identification des propriétés modales dans le cas où l'information sur l'excitation de la structure est inconnue. Contrairement aux analyses par FRF, où l'enregistrement des signaux de réponse et d'excitation était requis, la méthode de décomposition dans le domaine des fréquences (FDD, *Frequency Domain Decomposition*) suppose que la structure est excitée par un bruit blanc parfait, ce qui suppose aussi une durée infinie d'une excitation aléatoire.

Dans la méthode de décomposition dans le domaine fréquentiel, les fréquences naturelles sont identifiées par inspection du spectre des valeurs singulières et sont réévaluées

systématiquement au cours de l'analyse. Les coordonnées modales sont évaluées par une décomposition en valeurs singulières (*SVD, Singular Value Decomposition*) des matrices de densité spectrale. La méthode permet également une estimation des taux d'amortissement. Les étapes de la méthode FDD sont :

1. Estimer les matrices de densité spectrale pour chaque fréquence discrète du spectre.
2. Faire une décomposition en valeurs singulières des matrices de densité spectrale.
3. Identifier les pics dominants du spectre (ces pics correspondent aux fréquences naturelles), et estimer les propriétés modales à partir des pics.

### 3.4.1 Estimation des matrices de densité spectrale

Les méthodes d'identification dans le domaine fréquentiel sont basées sur l'analyse de la matrice des densités spectrales  $\mathbf{G}_{yy}$  des réponses au niveau de chaque degré de liberté :

$$G_{yy} = \frac{2}{T} \left\{ \begin{bmatrix} Y_1^* \\ Y_2^* \\ \vdots \\ Y_n^* \end{bmatrix} [Y_1 \ Y_2 \ \cdots \ Y_n] \right\} = \begin{bmatrix} G_{y_1y_1} & G_{y_1y_2} & \cdots & G_{y_1y_n} \\ G_{y_2y_1} & G_{y_2y_2} & \cdots & G_{y_2y_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ G_{y_ny_1} & G_{y_ny_2} & \cdots & G_{y_ny_n} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

L'évaluation des fonctions de corrélation croisées des réponses est très coûteuse en terme de temps. Les matrices  $\mathbf{G}_{yy}$  sont donc évaluées directement par la multiplication des conjuguées complexes issues de la transformée discrète de Fourier de la réponse, plutôt que par les équations (3.15) et (3.16). Cette approche conduit néanmoins à une estimation biaisée de  $\mathbf{G}_{yy}(f)$ , car la durée du signal n'est pas infinie. Pour pallier cet inconvénient, le concept du périodogramme est utilisé.

Un périodogramme est la moyenne de plusieurs fonctions de densité spectrale. Le signal total est divisé en plusieurs sous-intervalles en supposant la stationnarité du signal, tel qu'illustré à la figure 3.16a. La fonction de densité spectrale de chaque sous-intervalle est calculée avant de faire la moyenne, tel que montré à la figure 3.16b. La fonction résultante  $\widehat{\mathbf{G}}_{yy}$  est également biaisée. Une manière d'en augmenter la précision est d'augmenter autant que possible le nombre de sous-intervalles. Cette approche a cependant ses limites en pratique, étant donné la durée finie des signaux enregistrés lors d'essais. Le calcul d'un périodogramme issu d'un essai sous vibration ambiante conduit généralement à des fonctions relativement lisses à condition que le temps d'acquisition total soit suffisamment long. Le bruit dans les signaux, étant de nature aléatoire, a tendance à s'annuler à travers la moyenne des fonctions formant le périodogramme.

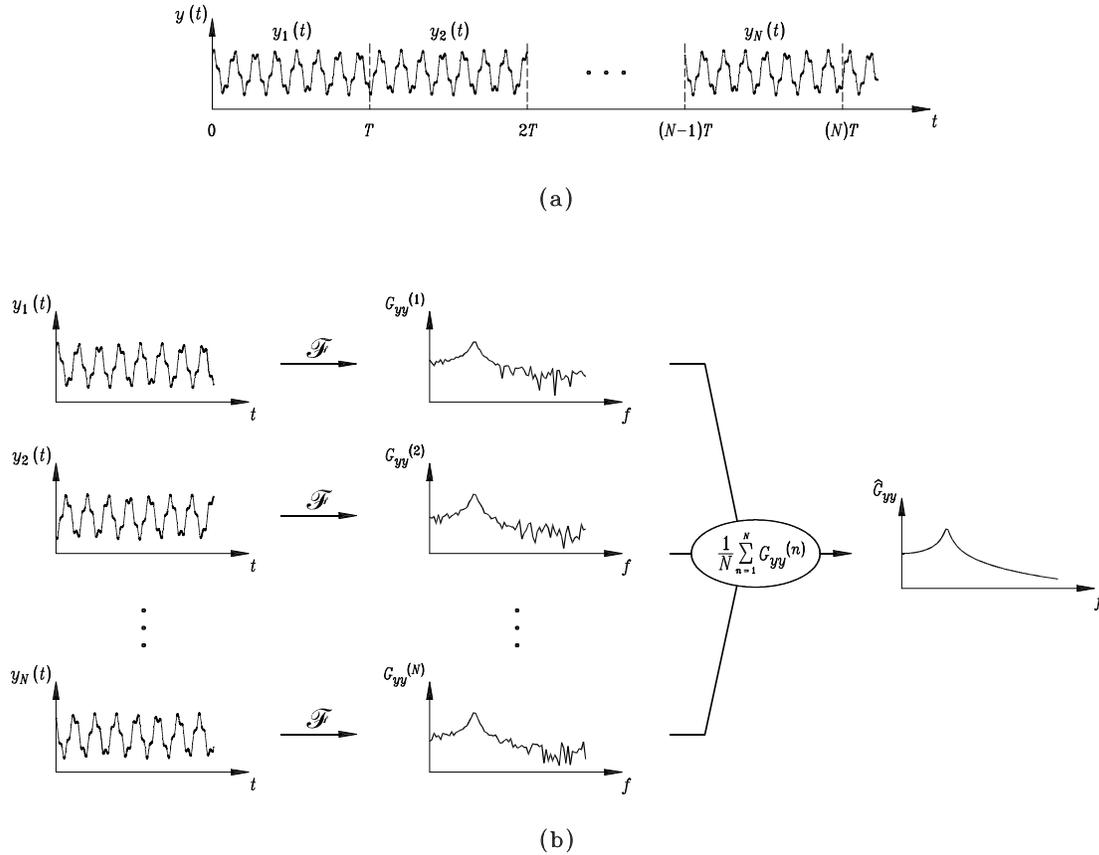


Figure 3.16 – Périodogramme pour un signal  $y(t)$  : (a) subdivision du signal en  $N$  sous-intervalles, (b) calcul de la moyenne des FFT (Adapté de [32])

Lors d'une analyse, il est nécessaire d'obtenir un spectre fréquentiel ayant une résolution minimum permettant d'atteindre une estimation adéquate des fréquences naturelles du système étudié. Cet aspect est particulièrement important lorsque deux modes sont rapprochés. Les transformées de Fourier servant au calcul des périodogrammes contiennent un certain nombre de points  $n$  de mesure, afin d'atteindre la résolution en fréquence  $\Delta f$  désirée :

$$\Delta f = \frac{f_s}{n} = \frac{1}{n\Delta t} = \frac{1}{T} \quad (3.47)$$

où  $f_s$  est la fréquence d'acquisition du signal,  $\Delta t$  le pas de temps d'échantillonnage et  $T$  la durée du signal nécessaire pour obtenir la résolution  $\Delta f$ . Le nombre de sous-intervalles disponibles de durée  $T$  est alors limité par la durée  $T_{max}$  d'acquisition. Ce problème peut être résolu par la méthode de *zero-padding* présentée à la section 3.1.2. Une autre méthode pour pallier ce problème est d'utiliser le chevauchement des données. Cette approche consiste simplement en un chevauchement des sous-intervalles, tel que présenté à la figure 3.17. Les parties qui se chevauchent introduisent des informations redondantes dans l'analyse,

mais ne causent pas de perte de résolution du périodogramme, tout en permettant de le lisser.

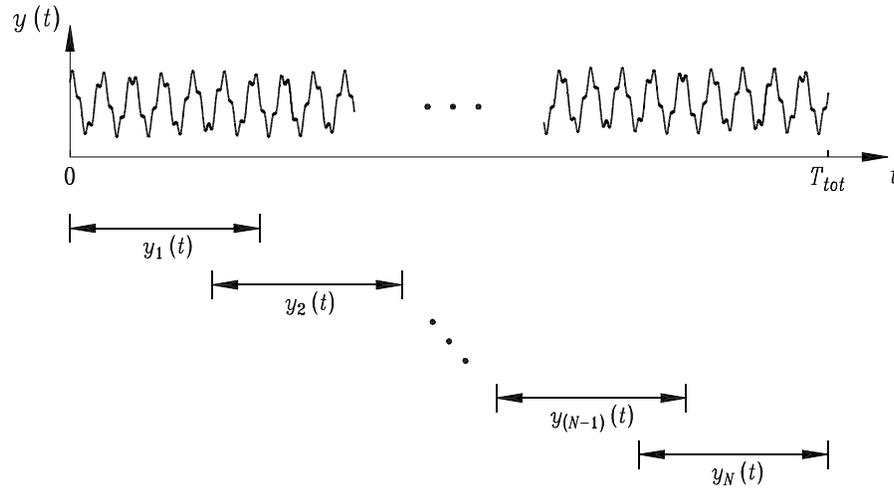


Figure 3.17 – Concept de chevauchement des données (Adapté de [32])

Afin de contrer l'effet de fuite d'énergie (*leakage*), la technique du fenêtrage présentée à la section 3.1.2 est utilisée. Le procédé consiste en la multiplication des sous-intervalles par une fenêtre rendant le signal plus apte à la transformée discrète de Fourier. La fenêtre la plus utilisée dans le cas des vibrations aléatoires est celle de Hanning, dont l'effet sur les signaux enregistrés est présenté à la figure 3.18. Elle a pour effet d'enrayer la discontinuité entre le début et la fin du signal, le rendant ainsi plus apte pour une transformée discrète de Fourier. Le périodogramme résultant se nomme un périodogramme modifié.

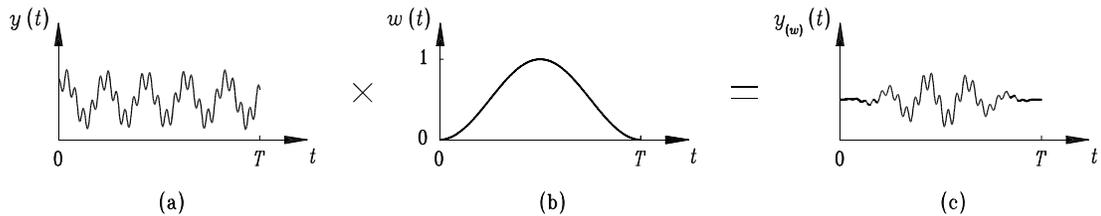


Figure 3.18 – Fenêtrage appliqué au calcul des matrices spectrales : (a) signal brut, (b) fenêtre de Hanning, (c) signal transformé (Adapté de [32])

### 3.4.2 Décomposition en valeurs singulières

La deuxième étape de la méthode consiste en une décomposition en valeurs singulières des matrices de densité spectrale dans le but de séparer les différentes composantes énergétiques du spectre. La décomposition en valeurs singulières de  $\hat{\mathbf{G}}_{yy}$  s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{G}}_{yy}(f) = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (3.48)$$

où la lettre  $H$  indique la transposée et conjuguée complexe. La matrice  $\mathbf{\Lambda}$  contient les valeurs singulières  $\lambda_i(f)$  sur sa diagonale ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Le nombre  $n$  de valeurs singulières correspond au nombre de points de mesure sur la structure. Elles sont classées de haut en bas en ordre décroissant sur la diagonale. Il est à noter que les valeurs singulières ont les mêmes unités que la densité spectrale.

La matrice  $\mathbf{U}$  est constituée de  $n$  vecteurs colonnes qui sont orthogonaux les uns par rapport aux autres. Dans le cas où les modes sont éloignés, le premier vecteur  $U_1$  constituera une approximation de la déformée d'un mode pour les fréquences  $f$  proches de la fréquence de ce mode. Dans le cas de  $p$  modes extrêmement rapprochés où les pics se confondent, les  $p$  premiers vecteurs de  $\mathbf{U}$  calculés par la décomposition en valeurs singulières seront les approximations des déformées de ces  $p$  modes. Dans un tel cas, les modes se doivent d'être orthogonaux les uns par rapport aux autres, afin que les approximations soient valables.

La matrice  $\widehat{\mathbf{G}}_{yy}$  est hermitienne, c'est-à-dire que les termes qui la composent présentent la propriété suivante :

$$\widehat{G}_{y_i y_j} = \widehat{G}_{y_j y_i}^* \quad (3.49)$$

Les valeurs singulières sont donc purement réelles et les vecteurs de  $\mathbf{U}$  sont complexes. Dans le cas d'un mode associé à une structure élastique dont l'amortissement est faible et proportionnel, l'angle de phase du vecteur propre varie ponctuellement, de façon générale, entre les valeurs 0, 180 et  $-180$  degrés. La composante imaginaire des vecteurs propres devient ainsi négligeable, ce qui fait en sorte qu'ils sont, à toutes fins pratiques, purement réels.

### 3.4.3 Estimation des propriétés modales

#### 3.4.3.1 Modes éloignés

L'identification des modes se fait, comme mentionné précédemment, par inspection des pics du spectre des valeurs singulières. La méthode FDD utilise une plage de fréquence pour définir les propriétés modales d'un mode donné. En supposant que la fréquence  $f_m$  correspond sur le spectre au pic du mode  $m$  d'une structure quelconque (fig.3.19a), la première valeur singulière associée à ce mode s'écrit  $\lambda_1(f_m)$  et sa déformée modale est estimée par le vecteur  $U_1(f_m)$  issu de la décomposition en valeurs singulières de la matrice spectrale  $\widehat{\mathbf{G}}_{yy}(f)$ . Une cloche spectrale associée au mode  $m$  est évaluée en balayant

le spectre au voisinage de la fréquence  $f_m$  (fig.3.19c) et en calculant les MAC entre les déformées modales  $U_1(f_m)$  et  $U_1(f)$  (fig.3.19b),  $U_1(f)$  étant l'estimé de la déformée modale à la fréquence  $f$ . On spécifie une valeur minimale du MAC pour cette association. La cloche spectrale ainsi obtenue est ensuite ramenée dans le domaine temporel par une transformée inverse de Fourier (fig.3.19d). Le résultat obtenu est une fonction de corrélation correspondant à un système à un degré de liberté caractéristique du mode étudié. Cette fonction est donc appelée *pseudo fonction de corrélation*. La fréquence naturelle du mode est corrigée en fonction du nombre de fois que la fonction s'annule sur un intervalle de temps donné. Le taux d'amortissement est estimé à partir du décrément logarithmique.

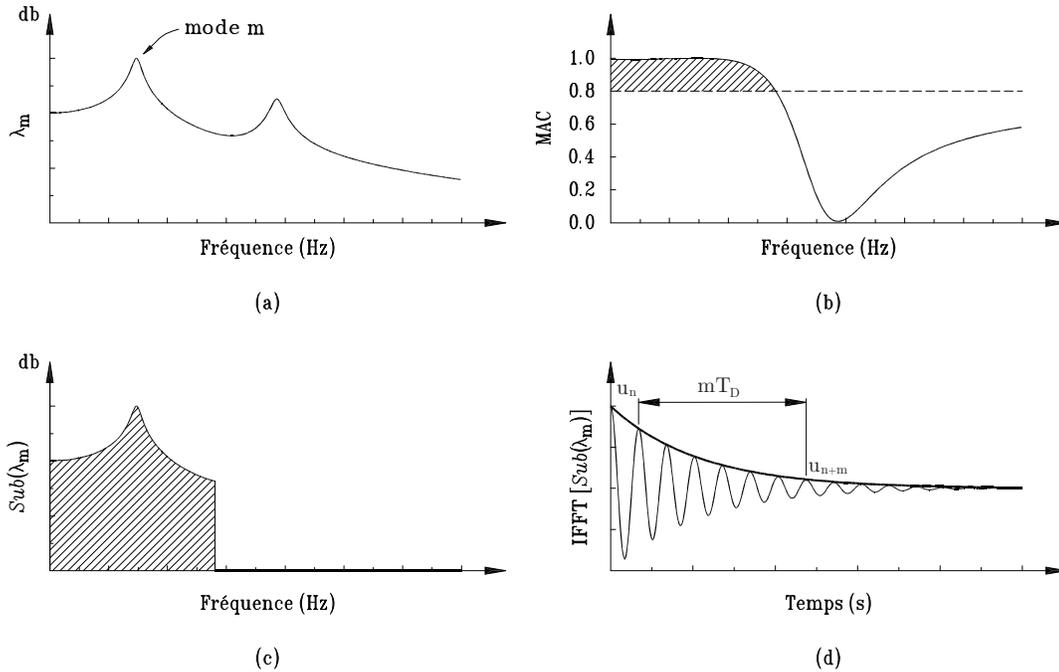


Figure 3.19 – Illustration de la méthode FDD : (a) pic de valeur singulière choisi, (b) MAC : vecteurs associés au pic, (c) cloche spectrale retenue, (d) pseudo fonction de corrélation issue des valeurs singulières retenues (Adapté de [32])

**Rappel 1 :** Le MAC (*Modal Assurance Criterion*) est un critère d'évaluation du degré de linéarité entre deux vecteurs et s'écrit :

$$\text{MAC} = \frac{|\phi_i^H \phi_j|^2}{(\phi_i^H \phi_i)(\phi_j^H \phi_j)} \quad (3.50)$$

où  $\phi_i$  et  $\phi_j$  sont des vecteurs colonnes de même dimension et l'indice  $H$  indique la transposée complexe. Le MAC varie entre 0 et 1. Une valeur nulle signifie que les deux vecteurs sont linéairement indépendants tandis qu'une valeur égale à 1 indique que les vecteurs sont identiques à une constante multiplicative près. Une valeur intermédiaire entre zéro et

l'unité signifie que les deux vecteurs comparés présentent un certain degré de couplage.

**Rappel 2 :** L'amortissement des structures est souvent exprimé en terme d'un amortissement visqueux équivalent. Une mesure de cet amortissement pour un système à un degré de liberté  $u(t)$  peut être obtenue de la réduction de l'amplitude de vibration après un cycle de vibration [51]. Le décrement logarithmique est défini par :

$$\delta \equiv \ln \frac{u(t)}{u(t + T_D)} \quad (3.51)$$

où  $T_D$  représente la période du mouvement amorti. L'amortissement est donné par :

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (3.52)$$

L'amortissement peut être déterminé en se servant de la différence d'amplitude après  $m$  cycles, et pour de faibles valeurs de  $\xi$ , l'amortissement est :

$$\xi \approx \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2m\pi} \ln \frac{u_n}{u_{n+m}} \quad (3.53)$$

où  $u_n$  et  $u_{n+m}$  représentent respectivement les amplitudes correspondant aux temps  $t_n$  et  $t_n + mT_D$ .

### 3.4.3.2 Modes rapprochés

Lorsque des modes sont rapprochés, l'identification se fait toujours à partir de la première valeur singulière  $\lambda_1(f)$ . La proximité des fréquences de résonance fait en sorte qu'elle est affectée simultanément par les différents modes correspondant aux fréquences voisines. La déformée modale est toujours déterminée à partir du vecteur  $U_1(f_m)$  correspondant à la fréquence  $f_m$ . Le spectre est ensuite balayé à la recherche des autres valeurs singulières définissant éventuellement le mode choisi. Cette fois, toutes les valeurs singulières sont inspectées puisqu'il est possible qu'à des fréquences différentes de  $f_m$ , ce soit un autre mode qui domine la première valeur singulière.

La figure 3.20a présente les deux valeurs singulières d'un système quelconque à deux degrés de liberté, où deux fréquences naturelles  $f_m$  et  $f_n$  sont identifiées. Les deux modes découplés par la méthode FDD sont présentés à la figure 3.20b. Le mode  $m$  domine la première valeur singulière lorsque la fréquence est inférieure à la fréquence de croisement des deux modes  $f_c$ . Lorsque la fréquence est supérieure à  $f_c$ , c'est le mode  $n$  qui domine la première valeur singulière.

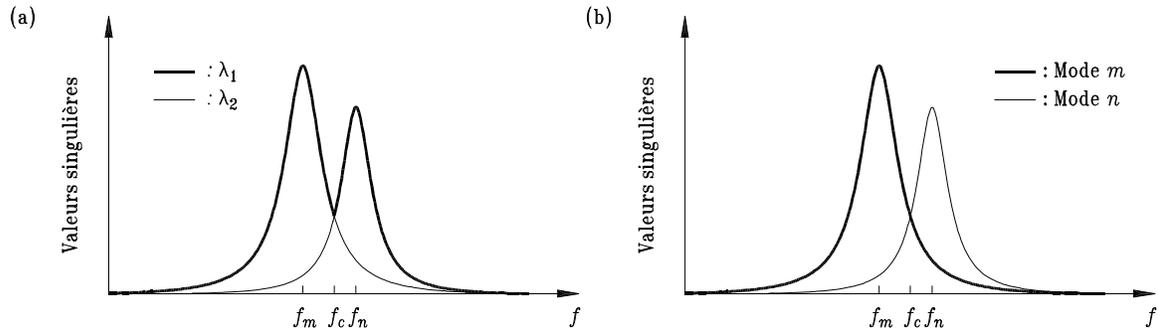


Figure 3.20 – Identification de deux modes rapprochés : a) valeurs singulières des modes rapprochés, b) modes rapprochés découplés (Adapté de [32])

### 3.4.3.3 Modes confondus

Lorsque les modes sont confondus, les modes de plus bas niveaux d'énergie sont estimés à partir de valeurs singulières autres que  $\lambda_1(f)$ . La figure 3.21a présente les valeurs singulières d'un système quelconque à deux degrés de liberté, où deux fréquences naturelles  $f_m$  et  $f_n$  sont identifiées. Le mode  $m$  est entièrement caractérisé par la valeur singulière  $\lambda_1(f)$  et le mode  $n$  par  $\lambda_2(f)$ . Le mode  $m$  est donc dominant sur tout le spectre de réponse. Il arrive cependant que la dominance des modes s'alterne sur le spectre, comme l'illustre la figure 3.21b. Dans ce cas, il est nécessaire de balayer toutes les valeurs singulières ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ ), même si le pic est identifié sur une valeur singulière de plus basse énergie.

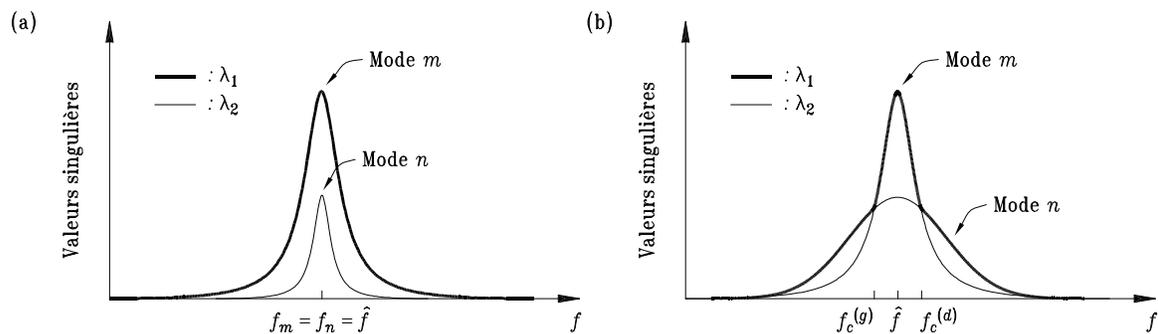


Figure 3.21 – Identification de deux modes confondus : (a) modes confondus, (b) modes confondus avec valeurs singulières alternées (Adapté de [32])

## 3.5 COMPLEXITÉ DES MODES EXPÉRIMENTAUX

La déformée d'un mode de vibration est réel lorsque tous les degrés de liberté sont soit en phase, soit en opposition de phase. En d'autres termes, tous les ddls atteignent leurs amplitudes maximales de mouvement respectives au même moment et passent par

la position initiale au même instant. Une déformée complexe par contre ne respecte pas cela. Il y a un certain déphasage entre les vibrations des différents ddls. Pour les structures de génie civil, ou celles étudiées dans ce projet, les méthodes d'analyses modales par FRF ou FDD devraient toujours fournir des déformées réelles. Cependant, la proximité de certains modes, les erreurs expérimentales liées aux faibles niveaux d'énergie, ou encore le non-respect des hypothèses de la théorie engendrent certains niveaux de complexité dans les déformées modales.

Une manière de mesurer le niveau de complexité d'un mode est de placer les valeurs complexes normalisées de tous les ddls sur un plan complexe unitaire et de déterminer l'aire maximale du polygone ainsi formé [20]. Le pourcentage de l'aire du cercle de rayon unitaire que représente l'aire du polygone est le niveau de complexité. La figure 3.22 illustre ce concept en utilisant le deuxième mode de flexion d'une poutre théorique simplement appuyée. Les points indiqués sont des ddls qui sont instrumentés. À la figure 3.22a, aucun déphasage n'existe entre les ddls et l'aire du polygone est nulle, indiquant un mode parfaitement réel. Sur la figure 3.22b par contre, il existe un déphasage entre les amplitudes de mouvement des ddls. L'aire hachurée représente le niveau de complexité. L'expérience montre qu'un mode est bien défini si son niveau de complexité est inférieur à 10%, correct s'il est situé entre 10% et 20%, et potentiellement très erroné s'il est supérieur à 20%. Le niveau de complexité de la déformée d'un mode expérimental peut être utilisé comme indicateur de la précision du mode mesuré expérimentalement.

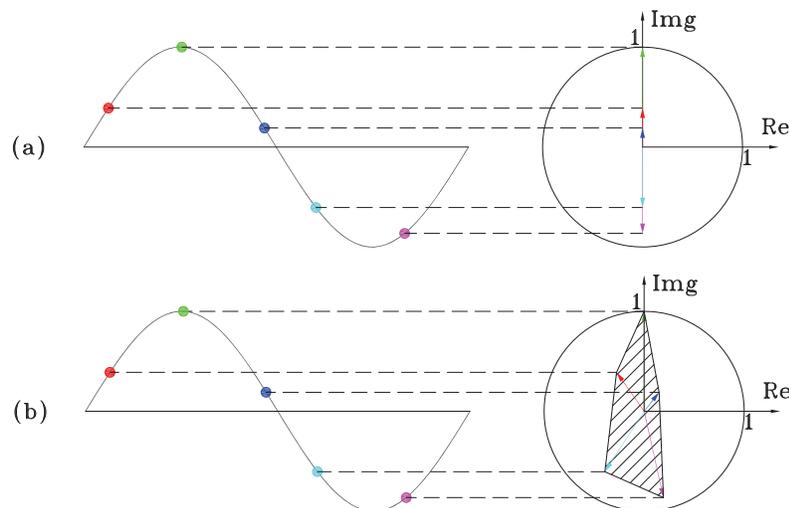


Figure 3.22 – Complexité de la déformée d'un mode d'une poutre simplement appuyée : (a) déformée réelle, (b) déformée complexe

# Chapitre 4

## Programme expérimental et méthodologie

Ce chapitre détaille le programme expérimental utilisé dans le cadre du projet. Une description des spécimens de poutres étudiés est d'abord effectuée. Puis les montages expérimentaux et les appareils de mesures qui ont été utilisés pour mesurer les propriétés dynamiques des poutres ou pour leur infliger un endommagement contrôlé sont présentés. La méthodologie et le protocole expérimental utilisés pour chaque poutre sont finalement expliqués.

### 4.1 DESCRIPTION DES SPÉCIMENS

#### 4.1.1 Spécimens

Au total, trois (3) poutres en béton armé ont été fabriquées au laboratoire de structure de l'Université de Sherbrooke. Toutes les poutres ont les mêmes dimensions : largeur de 300 mm, hauteur de 800 mm, et longueur de 7100 mm (fig. 4.1). Les deux premières poutres (PBA1-1 et PBA1-2) sont armées longitudinalement et transversalement (armature minimale en cisaillement), tandis que la poutre PBA2 ne comporte que des armatures de flexion. La section 4.1.2 présente le détail de l'armature de chacune des poutres.

Les types d'endommagement que subiront ces poutres sont les endommagements critiques le plus fréquemment retrouvés sur les ponts :

1. les dommages résultant d'un travail des poutres en flexion et en cisaillement pour des poutres présentant un défaut de renforcement en cisaillement, allant d'un état de faible fissuration de flexion à l'ouverture d'une fissure diagonale de cisaillement, en passant par la plastification des armatures transversales.
2. les dommages critiques résultant d'un travail des poutres non armées en cisaillement, allant d'un état de faible fissuration en flexion-cisaillement à l'ouverture soudaine d'une fissure diagonale de cisaillement. Une telle poutre représente le comportement des ponts-dalle dépourvus de renforcement en cisaillement, qui sont aujourd'hui

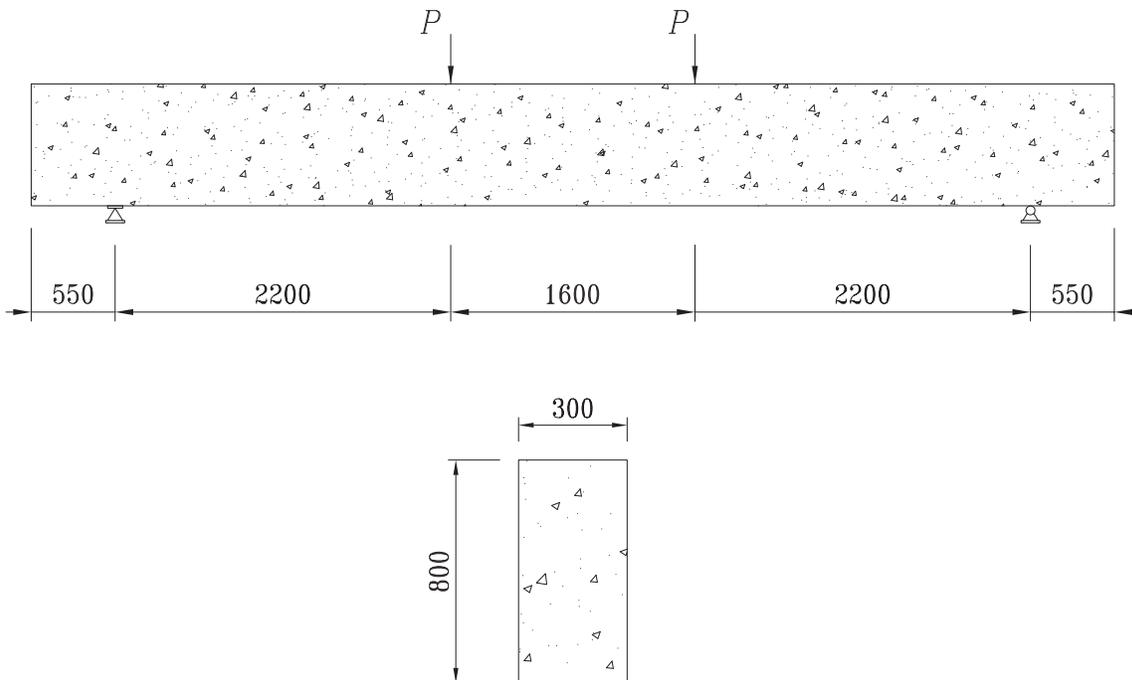


Figure 4.1 – Géométrie des poutres

interdits à la conception, mais dont un nombre important de spécimens sont encore en service au Québec.

3. la corrosion des armatures longitudinales.
4. l'évolution des conditions d'appuis aux extrémités des poutres.

#### 4.1.2 Ferrailage des poutres

Le présent projet de recherche s'est concentré sur les structures les plus problématiques du réseau routier, c'est-à-dire celles qui présentent des défauts de conception ou qui sont les plus sujettes aux endommagements critiques. Toutes les poutres de ce projet ont donc été dimensionnées de manière à éviter une rupture en flexion (poutres ductiles sous-armées, qui n'ont pas spécialement de problème de comportement structural), c'est-à-dire en s'assurant que  $M_n \geq V_p \times a$ , où  $M_n$ ,  $V_p$  et  $a$  représentent respectivement le moment résistant nominal, la capacité probable en cisaillement et la portée effective de cisaillement de la poutre. Les calculs sont effectués selon la norme CSA A23.3-04 [8] et sont présentés dans la référence [33]. Les deux spécimens de poutres PBA1 sont dotés de l'armature transversale minimale prescrite par la norme, tandis que la poutre PBA2 ne comporte aucune armature transversale contribuant à la résistance au cisaillement. Les quatre étriers de la poutre PBA2 sont placés au niveau des appuis et des points d'application des charges. Ces étriers servent uniquement de support pour la mise en place

des barres longitudinales et ne participent pas à la résistance en cisaillement étant donné qu'ils sont hors des zones d'effort tranchant. La figure 4.2 montre les détails des armatures.

Le tableau 4.1 présente un résumé des caractéristiques des différentes poutres. La poutre PBA1-1, étant donné son renforcement en cisaillement et en flexion, est supposée rompre de manière fragile en cisaillement. Cependant, elle devrait passer par des états de fissuration en flexion importants, avant de développer des fissures diagonales de cisaillement. Elle devrait finalement céder avec l'ouverture des fissures principales de cisaillement. La poutre PBA2, présentant un défaut d'armatures de cisaillement, devrait rompre soudainement et de manière précoce en cisaillement. Les fissures de flexion n'auront pas le temps de beaucoup se développer avant la rupture par ouverture trop grande des fissures diagonales principales. Enfin, la poutre PBA1-2 servira principalement à la simulation d'endommagements des appuis et de corrosion des armatures longitudinales.

Tableau 4.1 – Résumé des caractéristiques des poutres

Spécimen	Armatures de flexion	Armatures transversales	Types d'endommagement testés
PBA1-1	✓	✓	Fissuration de flexion et cisaillement
PBA1-2	✓	✓	Évolution des appuis et corrosion
PBA2	✓		Fissuration de cisaillement

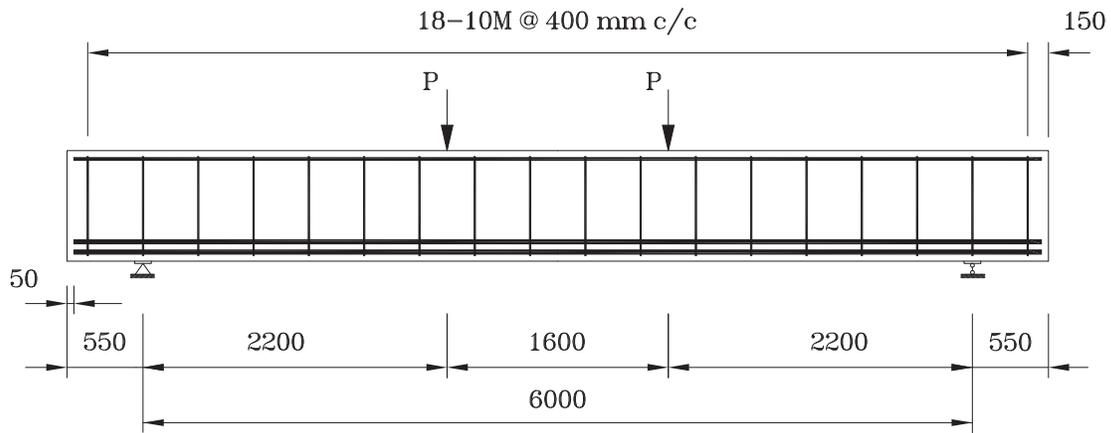
## 4.2 PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX

### 4.2.1 Propriétés des bétons

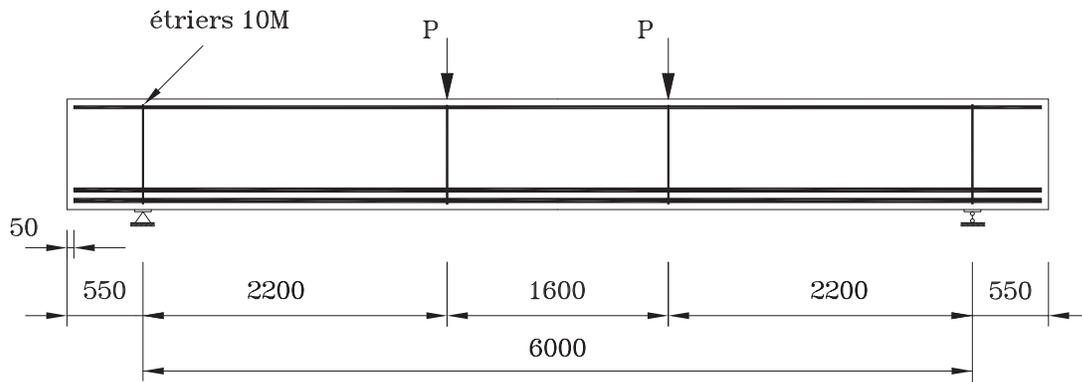
Le béton a été fourni par la compagnie DEMIX. La résistance spécifiée des bétons à 28 jours était de 30 MPa.

#### 4.2.1.1 Propriétés à l'état frais

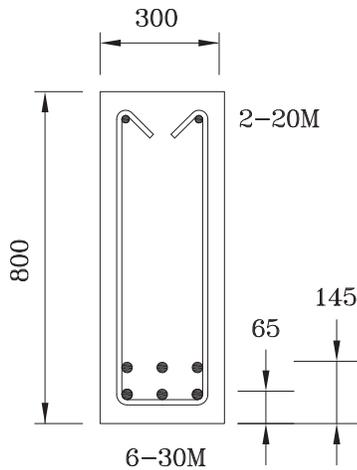
Toutes les poutres ont été coulées au laboratoire de structures de l'Université de Sherbrooke. Avant chaque coulée, l'affaissement, la masse volumique et la teneur en air ont été déterminées. Les tests d'affaissement ont été effectués selon la norme CSA A23.2-5C [9]. Les valeurs visées étaient comprises entre 90 mm et 140 mm étant donné la faible densité d'armature. La densité des bétons a été déterminée selon la norme CSA A23.2-6C et la teneur en air selon la norme CSA A23.2-4C. Les valeurs de teneur en air entre 4 % et 8 % étaient acceptées. Les propriétés des bétons à l'état frais sont présentées au tableau 4.2.



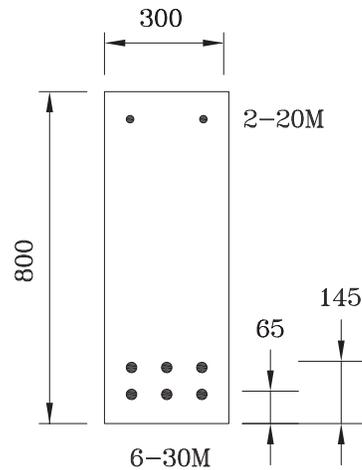
(a) Poutres PBA1 (vue de face)



(b) Poutre PBA2 (vue de face)



(c) Poutres PBA1  
(vue de profil)



(d) Poutre PBA2  
(vue de profil)

Figure 4.2 – Ferrailage des poutres (dimensions en mm)

Tableau 4.2 – Propriétés des bétons à l'état frais

Poutre	Date de coulée	Affaissement (mm)	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Teneur en air (%)
PBA1-1	05-11-2013	110	2350	5.0
PBA1-2	26-06-2014	105	2315	5.6
PBA2	03-07-2014	110	2326	5.5

#### 4.2.1.2 Mise en place et cure de mûrissement

Lors des coulées, une aiguille vibrante a été utilisée pour éviter la formation de nids d'abeille dans le béton. Après le décoffrage (24 h après la coulée), les poutres ont été soumises à une cure de mûrissement humide de sept jours. Pour ce faire, elles ont été recouvertes d'une jute qui a été humidifiée chaque 24 h à l'aide d'un boyau d'arrosage. Cette jute a été recouverte de polythène afin de conserver une humidité relative élevée.

#### 4.2.1.3 Propriétés mécaniques

Afin de déterminer les propriétés mécaniques des bétons, les normes CSA A23.2-9C et CSA A23.2-8C ont été utilisées respectivement pour la résistance à la compression et pour le module de rupture. À cet effet, neuf cylindres de 150 mm de diamètre et de 300 mm de hauteur et six petites poutres de 100 mm × 100 mm × 400 mm ont été coulés pour chacune des poutres.

Le tableau 4.3 présente les propriétés mécaniques des bétons à 28 jours et le jour du test. Les valeurs indiquées sont les moyennes des différents échantillons. Les figures 4.3 et 4.4 présentent respectivement les courbes de compression des bétons à 28 jours et le jour des essais.

#### 4.2.2 Propriétés de l'acier

Tableau 4.3 – Propriétés mécaniques des bétons

Poutre	28 jours				Jour du test				
	$f'_c$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\varepsilon'_c$ $\times 10^{-3}$	$f_r$ (MPa)	âge (jours)	$f'_c$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\varepsilon'_c$ $\times 10^{-3}$	$f_r$ (MPa)
PBA1-1	29.69	19108	1.97	6.76	406	33.23	18189	2.35	5.64
PBA1-2	28.57	17911	2.15	5.01	322	32.03	20814	1.99	6.72
PBA2	33.21	21452	2.08	5.27	211	38.95	25910	2.08	6.50

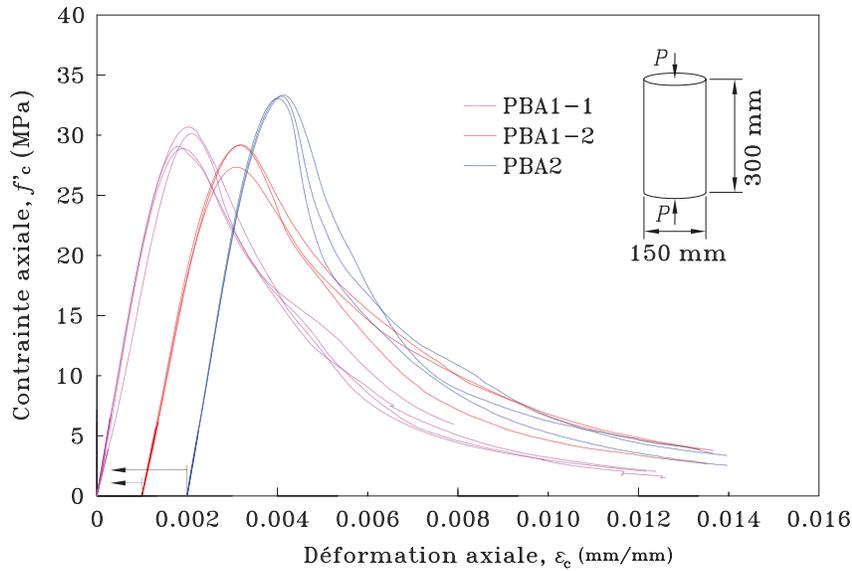


Figure 4.3 – Relation contrainte-déformation en compression des bétons à 28 jours

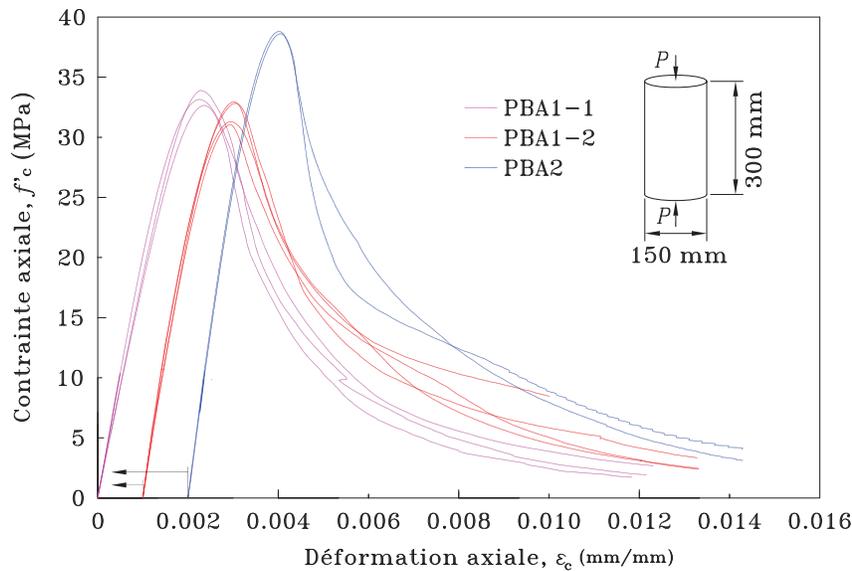


Figure 4.4 – Relation contrainte-déformation en compression des bétons les jours des essais

Les poutres PBA1-2 et PBA2 ont été construites avec l'acier d'une même livraison, tandis que la poutre PBA1-1 a été construite avec un acier a priori différent. Au total, trois grosseurs de barres ont été utilisées : 10M (100 mm<sup>2</sup>) pour les étriers, 20M (300 mm<sup>2</sup>) pour le lit supérieur et 30M (700 mm<sup>2</sup>) pour les lits inférieurs. La coupe des barres et le pliage des étriers ont été faits au laboratoire. La figure 4.5 montre les caractéristiques contrainte-déformation en tension des aciers obtenues pour les deux types d'acier et les différents diamètres de barres. Les valeurs du module de rigidité  $E_s$  et des contraintes élastiques  $f_y$  sont indiquées sur les figures.

Remarque : Les auteurs soupçonnent un défaut dans la mesure des déformations lors des essais en traction des échantillons d'acier, étant donné les très grandes valeurs obtenues du module de rigidité  $E_s$  pour la plupart des échantillons. À toute fin pratique, pour les calculs et la modélisation numérique, un module de rigidité standard  $E_s = 200\,000$  MPa sera considéré.

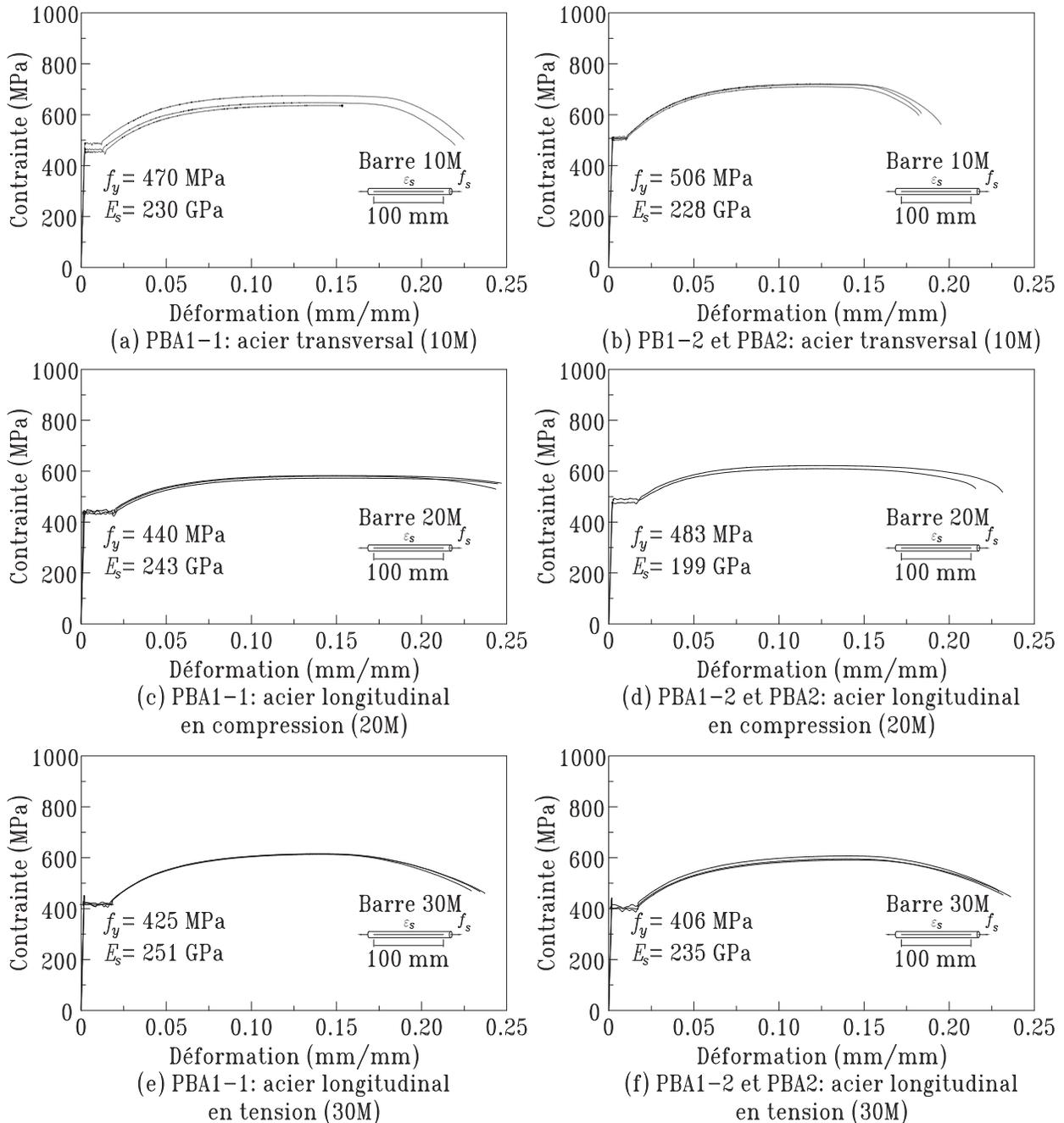


Figure 4.5 – Relation contrainte-déformation en tension des aciers

### 4.3 MESURE DE VIBRATIONS SUR LES SPÉCIMENS

#### 4.3.1 Montage expérimental

La figure 4.6 présente un schéma du montage expérimental pour les mesures de vibration sur les poutres. Afin d'exciter les poutres et de mesurer les vibrations résultantes, un marteau d'impact PCB 086C20 muni d'une cellule de force piézoélectrique (fig. 4.7a) et six accéléromètres piézoélectriques triaxiaux PCB T356A17 (fig. 4.7b) ont été utilisés. Deux accéléromètres triaxiaux additionnels Kinemetrics Episensor FBA-ES-T ont été placés en tout temps sur la dalle d'essai du laboratoire au niveau des appuis des poutres, afin d'enregistrer les vibrations ambiantes de la dalle. Les signaux électriques provenant des accéléromètres et du marteau ont été conditionnés, amplifiés et échantillonnés par un acquiiseur TEAC LX-10 (fig. 4.7c), et ils ont été ensuite enregistrés sur l'ordinateur de travail (fig. 4.7d).

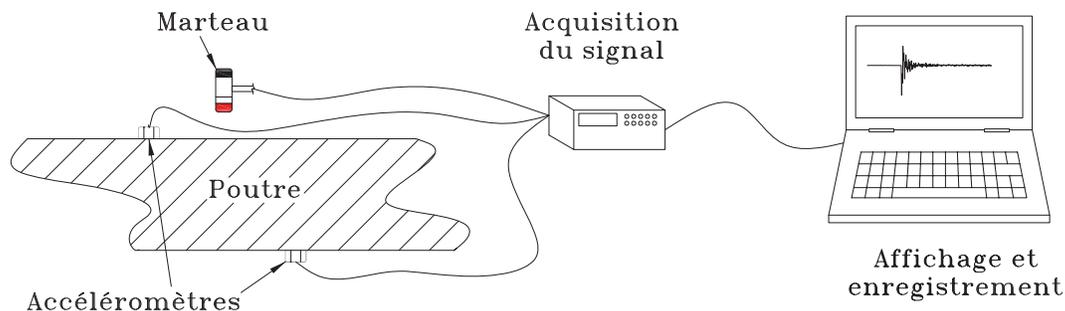


Figure 4.6 – Montage expérimental pour les mesures de vibration sur les poutres

Dix-huit points de mesure ont été placés le long des poutres comme l'indique la figure 4.8a. Neufs positions (T1 à T9) sont au sommet des spécimens et neuf positions (B1 à B9) sont au bas des spécimens. Les points de mesure T et B sont décalés de 40 mm des limites supérieure et inférieure de la poutre, respectivement, et se trouvent sur deux faces opposées des spécimens. Ce placement des accéléromètres permet de capter les modes de torsion, en plus des modes verticaux et latéraux. Puisque seulement six accéléromètres étaient disponibles, quatre configurations de placement ont été nécessaires pour balayer toutes les positions. Les différentes configurations sont présentées sur les figures 4.8b à 4.8e. Les accéléromètres 5 et 6 sont placés aux mêmes positions dans toutes les configurations. Ils servent de références pour les essais par FDD et permettent de vérifier la répétabilité des résultats d'une configuration à l'autre pour les analyses par FRF.



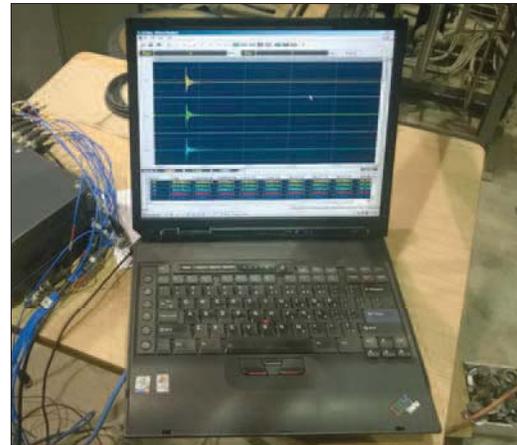
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 4.7 – Matériel pour les mesures vibratoires : (a) marteau d'impact, (b) accéléromètre PCB, (c) acquiiseur TEAC, (d) poste de travail

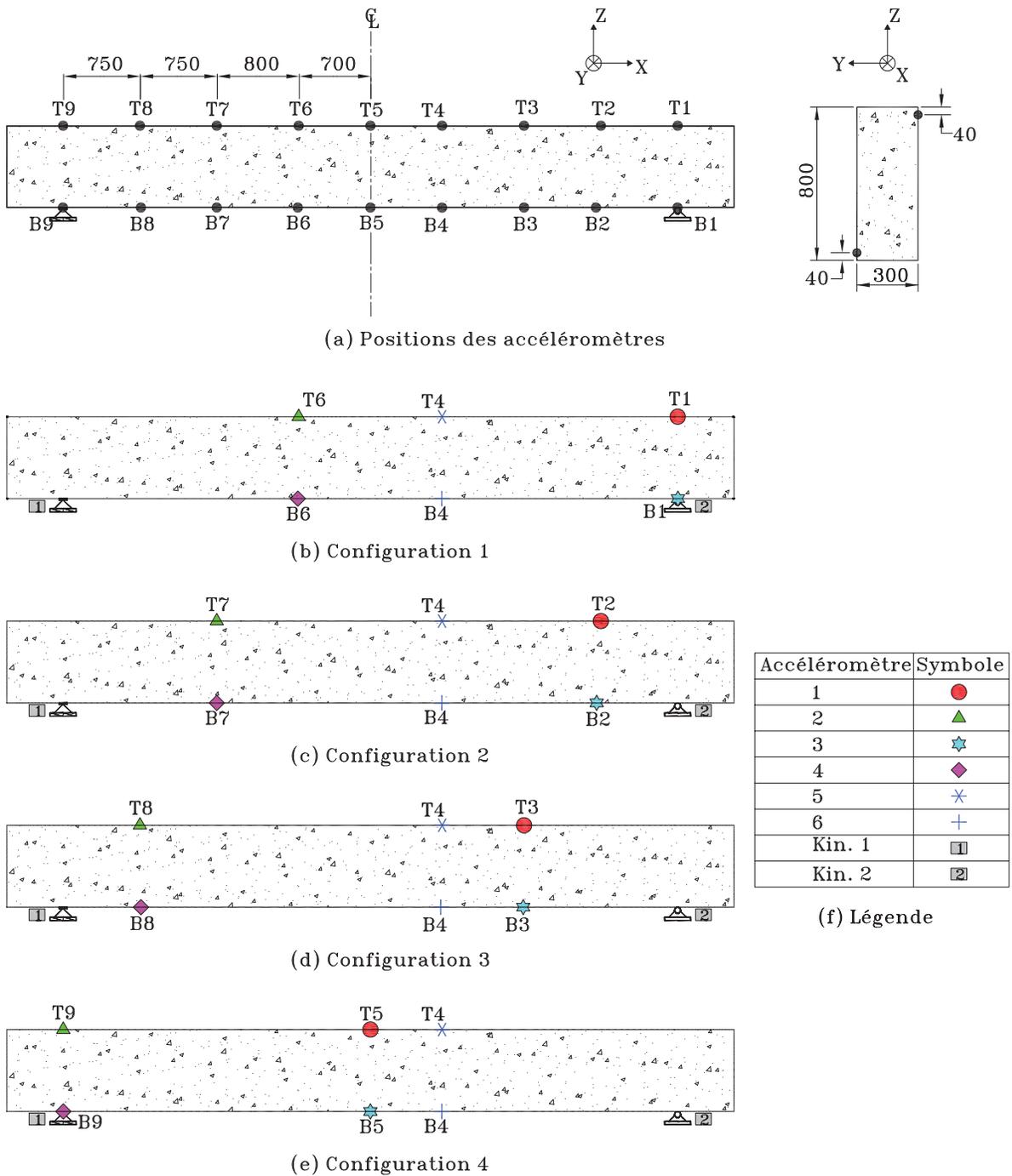


Figure 4.8 – Emplacements des accéléromètres (dimensions en mm)

### 4.3.2 Choix des caractéristiques du marteau

Avant de commencer des essais au marteau d'impact, il est important de choisir les caractéristiques du marteau, afin d'exciter toute la plage de fréquences d'intérêt. Le marteau utilisé est un modèle PCB 086C20, qui dispose de quatre têtes différentes comme le montre la figure 4.9. Leurs caractéristiques sont présentées au tableau 4.4. Le choix des caractéristiques du marteau a été fait avec une série d'essais préliminaires. Le but de ces essais était d'obtenir une estimation de la fréquence  $f_c$  (section 3.2), qui pouvait être excitée par le marteau selon la tête utilisée. Une série de vingt impacts a été enregistrée pour chacune des têtes. Les moyennes normalisées des transformées de Fourier de ces essais sont présentées à la figure 4.10. On y retrouve l'allure typique du contenu fréquentiel d'un coup de marteau (section 3.2), mais présentée sur une échelle linéaire de fréquences. Les valeurs trouvées pour  $f_c$  sont données au tableau 4.4 et correspondent à une atténuation de 90 % de l'amplitude maximale du spectre d'excitation. Puisque la fréquence maximale d'intérêt était fixée aux alentours de 500 Hz pour être certain de caractériser un nombre suffisant de modes de flexion des poutres, la tête rouge a été utilisée pour les essais, dont la fréquence  $f_c$  est égale à 640 Hz.



Figure 4.9 – Têtes du marteau disposées en ordre de rigidité croissante

### 4.3.3 Choix de la fréquence d'échantillonnage

Comme mentionné à la section 3.1.2, le choix de la fréquence d'échantillonnage est crucial pour éviter les problèmes de repliement de bande de fréquence si le système d'acquisition ne filtre pas les signaux avant de les échantillonner. Le système d'acquisition

Tableau 4.4 – Caractéristiques des têtes du marteau

Modèle	Rigidité	Couleur	$f_c$
084A60	Très mou	Gris	512 Hz
084A61	Mou	Marron	541 Hz
084A62	Dur	Rouge	640 Hz
084A63	Très dur	Noir	1025 Hz

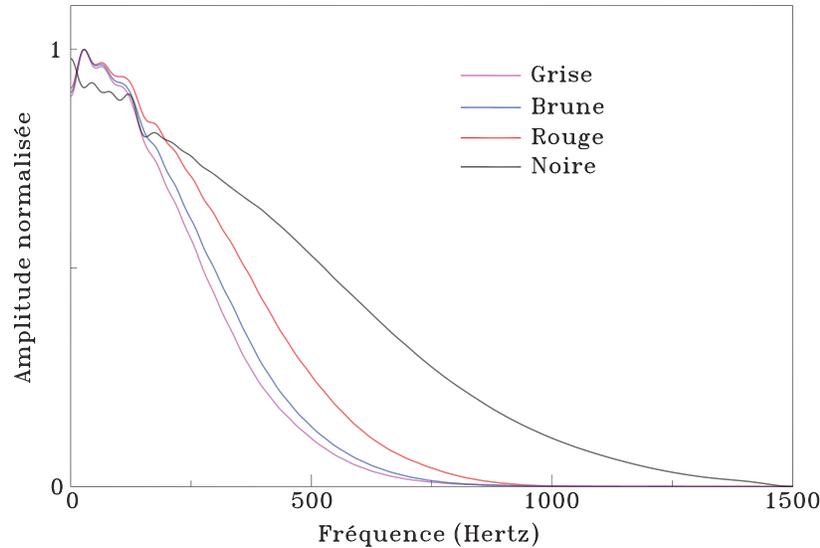


Figure 4.10 – Essais préliminaires des têtes du marteau

TEAC LX-10 ne filtre pas les signaux à la fréquence de Nyquist, mais il offre plusieurs fréquences d'enregistrement : 1500 Hz, 3000 Hz, 6000 Hz, 12 000 Hz et 24 000 Hz. Des essais préliminaires ont été réalisés dans le but de déterminer à partir de quelle fréquence il n'existait plus de signal significatif dans le contenu fréquentiel des accéléromètres et du marteau. La poutre PBA1-1 a été excitée au marteau et les accélérations résultantes ont été enregistrées à la fréquence d'échantillonnage maximale de 24 000 Hz. Les transformées de Fourier moyennes des essais préliminaires ont montré qu'il n'y avait plus aucun signal au-delà d'environ 1000 Hz. En fixant la fréquence de Nyquist à 1500 Hz, il a été décidé d'utiliser une fréquence d'échantillonnage de 3000 Hz pour l'ensemble des essais vibratoires.

#### 4.3.4 Procédure des essais de caractérisation dynamique

Tel qu'expliqué au chapitre 3, deux types d'essai et d'analyse ont été utilisés dans ce projet pour extraire les propriétés dynamiques des poutres testées : analyses par décomposition dans le domaine des fréquences (FDD) et analyses par fonctions de réponse en

fréquence (FRF). Ces deux types d'essais requièrent deux procédures de mesure différentes.

#### 4.3.4.1 Essais FDD

Pour les essais par FDD, une vingtaine de coups de marteau ont été donnés dans un intervalle de temps de 36 secondes. Cela représente approximativement un coup toutes les 2 secondes, soit le temps d'atténuation des réponses vibratoires de la poutre après un impact. La figure 4.11 illustre l'allure typique d'un enregistrement d'accéléromètre lors d'un essai FDD. Les impacts ont été donnés sur plusieurs points le long de la poutre en alternant les directions (impacts horizontaux selon Y et verticaux selon Z) de façon à exciter tous les modes propres du spécimen (fig. 4.12). Les données ont ensuite été traitées en utilisant le logiciel ARTEMIS Extractor [61], qui utilise la théorie présentée à la section 3.4. L'analyse a été effectuée en utilisant 8192 points pour une plage de fréquence de 0 Hz à 1500 Hz. Cela donne une résolution fréquentielle des transformées de Fourier de 0.183 Hz, qui représente environ 0.5 % de la fréquence estimée (avant essai) du premier mode de flexion des poutres. Cette résolution fréquentielle mène à des échantillons de signal de 5.46 s dans la constitution du périodogramme (section 3.4.1) et permet donc d'avoir environ 17 moyennes pour calculer la matrice spectrale lors de l'analyse FDD pour 36 s d'enregistrement.

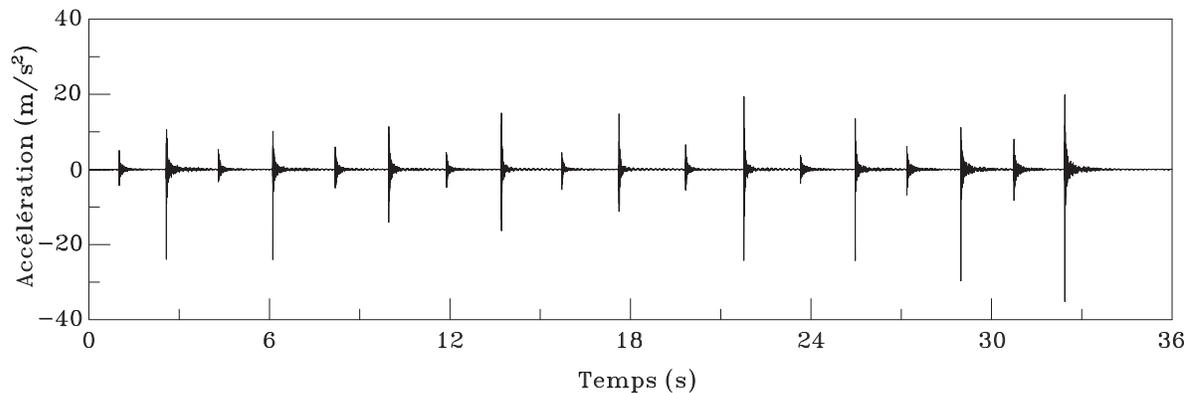


Figure 4.11 – Exemple d'enregistrement d'un accéléromètre en FDD

#### 4.3.4.2 Essais FRF

Pour les essais de réponse en fréquence (FRF), un seul coup de marteau a été donné en un point fixe du spécimen. Deux séries de mesure ont été effectuées selon la direction de l'impact (direction verticale Z ou direction horizontale Y) de façon à s'assurer de caractériser autant les modes de flexion verticaux, que les modes latéraux. Le point d'impact a été choisi de sorte qu'il ne soit pas, a priori, un nœud de vibration pour les modes propres

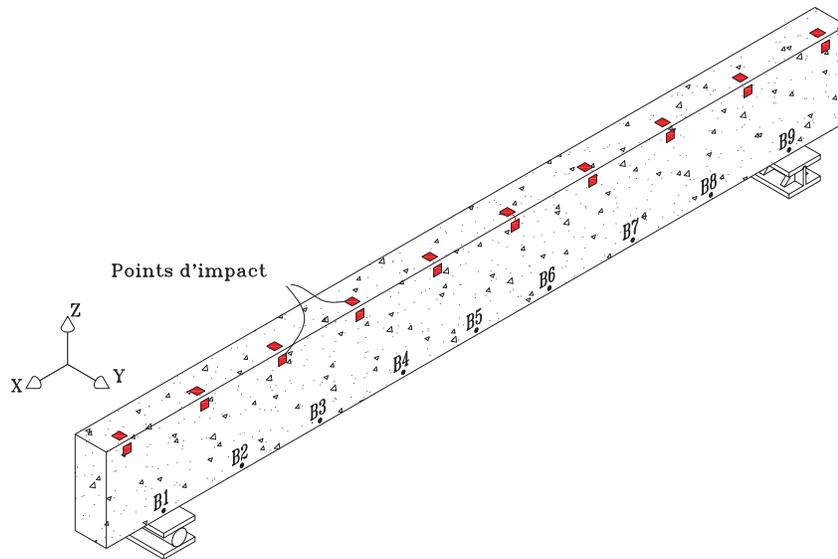


Figure 4.12 – Points d'impact pour les essais FDD

d'intérêt du système. Les points d'impact sur les poutres sont situés à 2850 mm de l'appui (à la même position longitudinale que les points de mesures T4 et B4, qui servent de référence). Les points d'impact sont aussi excentrés par rapport au centre de rigidité du spécimen, de façon à exciter les modes de torsion. Ils sont présentés à la figure 4.13.

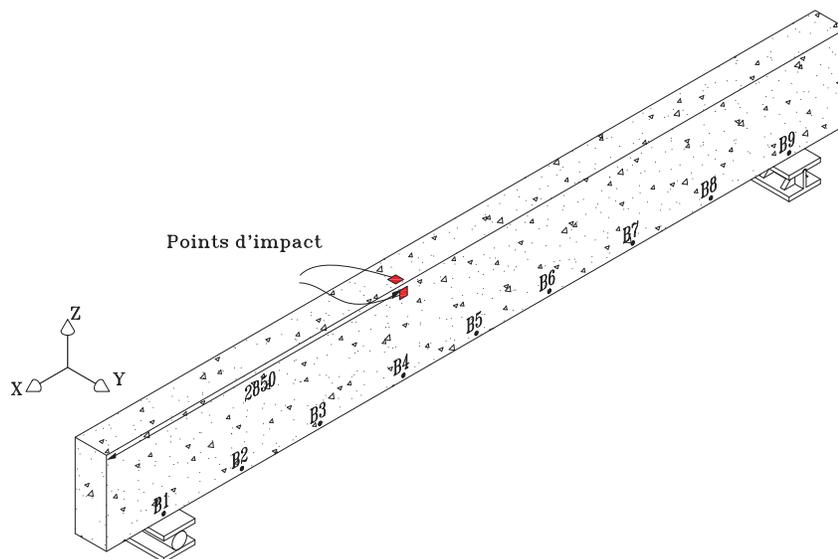


Figure 4.13 – Points d'impact pour les essais FRF (dimensions en mm)

Pour chacune des configurations des accéléromètres, 10 impacts ont été donnés dans chacune des directions (20 essais par configuration au total). Ces essais ont, par la suite, été inspectés à l'aide de Matlab, afin d'éliminer ceux présentant des anomalies (certains

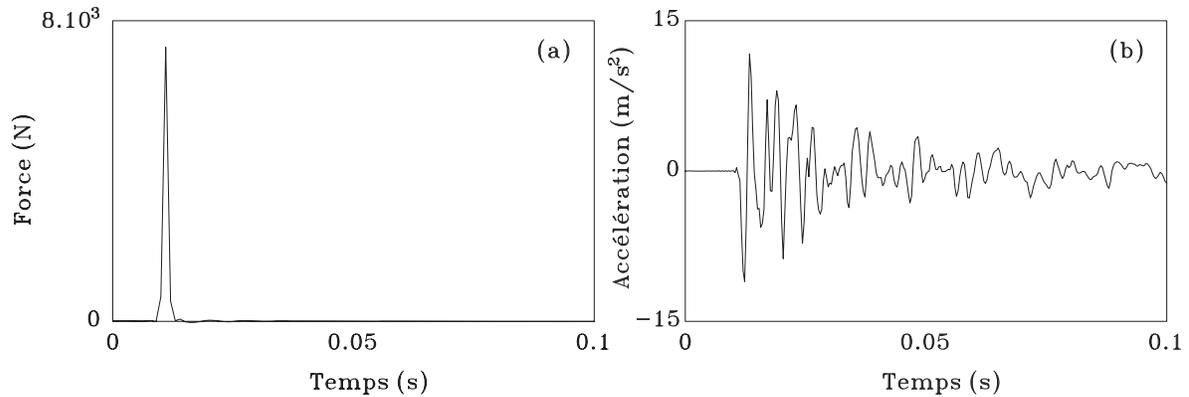


Figure 4.14 – Exemple d’enregistrements lors d’un essai par FRF : (a) marteau et (b) accéléromètre

accéléromètres saturent si leur limite d’accélération mesurable est dépassée). Les transformées de Fourier des accéléromètres et du marteau ont été calculées pour les essais retenus. Le rapport des transformées de Fourier des accéléromètres sur celle du marteau a été effectué pour calculer les fonctions de réponse en fréquence en chacun des points de mesure. Les FRF sont ensuite utilisées pour la détermination des propriétés modales des spécimens, tel qu’expliqué à la section 3.3.2.

La durée d’enregistrement utilisée pour l’analyse de chaque essai est de 5.46 s. Cette durée permet d’avoir exactement 16 384 points de mesure avec une fréquence d’échantillonnage de 3000 Hz, correspondant au nombre de points dans les transformées de Fourier utilisées. Cela donne une résolution fréquentielle de 0.183 Hz identique à celle des essais FDD. La figure 4.14 illustre des enregistrements typiques obtenus pour le marteau et un accéléromètre lors d’un essai par FRF.

## 4.4 ESSAIS D’ENDOMMAGEMENT DES SPÉCIMENS

### 4.4.1 Chargement en flexion et en cisaillement des poutres PBA1-1 et PBA2

#### 4.4.1.1 Montage expérimental

Les endommagements de fissuration de flexion et de cisaillement sur les poutres PBA1-1 et PBA2 ont été infligés avec des essais de chargement quatre points. Le même essai de chargement a aussi été utilisé pour la poutre PBA1-2 lors des essais de simulation de corrosion, comme il sera expliqué à la section 4.4.3. La figure 4.15 donne une vue générale du montage utilisé. Les charges sont appliquées par la presse géante du laboratoire de structures de l’Université de Sherbrooke d’une capacité maximale de 12 000 kN. Ces

charges sont appliquées symétriquement sur les poutres en 2 points distants de 1600 mm (charges  $P$  à la figure 4.2) par l'intermédiaire d'une poutre de transfert (en rouge). Aux extrémités, les poutres sont simplement appuyées sur deux rotules quasiment parfaites (en rouge), détaillées à la figure 4.16. Ces appuis seront respectivement numérotés 1 et 9 dans la suite du rapport, en référence aux positions 1 et 9 des accéléromètres utilisées pour les mesures de vibrations (section 4.3 et figure 4.8). Des équerres (en gris), sans contact avec la poutre, ont été ajoutées de chaque côté des appuis en cas de déversement latéral de la poutre lors du chargement.

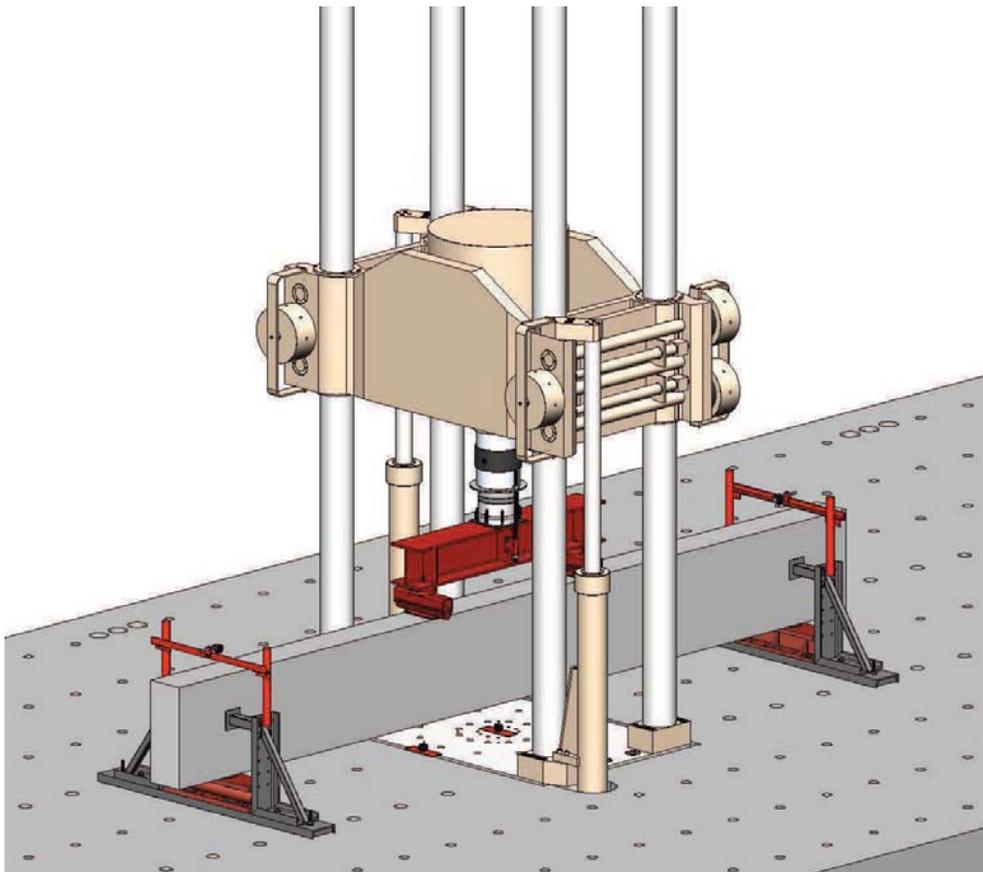


Figure 4.15 – Montage expérimental pour les essais de flexion quatre points

Afin de mesurer les déformations des armatures et du béton lors des chargements, ainsi que la flèche des poutres en certains points, une série de capteurs a été placée. Les déformations des armatures et du béton sont mesurées à l'aide de jauges de déformation Vishay Micro Measurements. Deux modèles de jauges sont utilisés : C2A-06-250LW-120 sur les armatures en acier et C2A-06-20CLW-120 sur la surface du béton. Les figures 4.17a, 4.17b et 4.17c présentent les emplacements des jauges sur les barres longitudinales en compression et en tension. Elles sont distribuées uniformément sauf au nu des appuis,

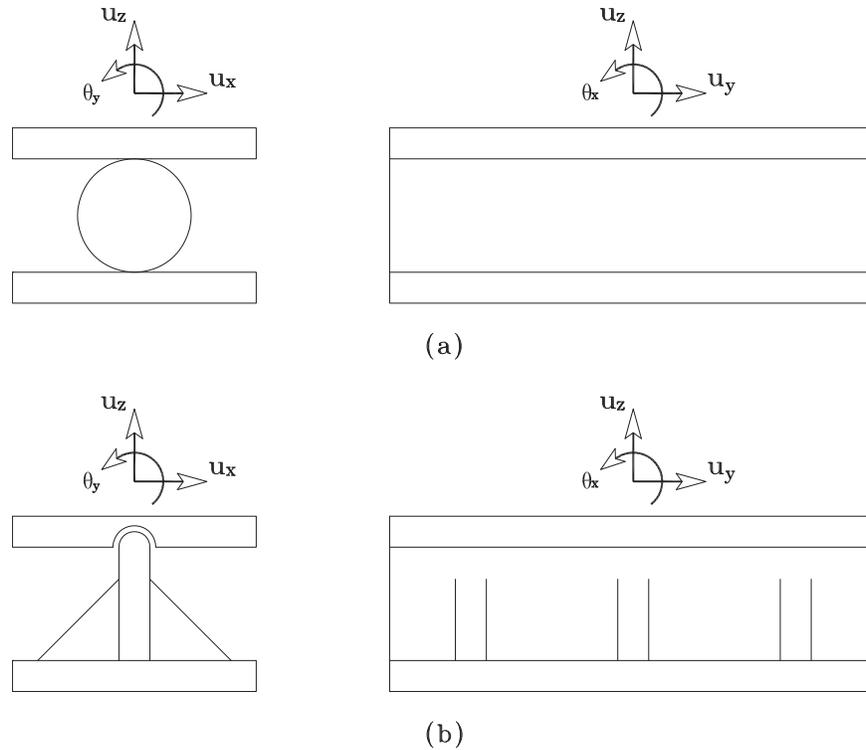


Figure 4.16 – Appuis rotulés des poutres : (a) appui 1 et (b) appui 9

où elles sont espacées de 175 mm, afin d'obtenir les déformations de part et d'autre des fissures diagonales principales de cisaillement. Tous les étriers dans la zone de cisaillement constant des poutres PBA1-1 et PBA1-2 (fig. 4.17e) et de la poutre PBA2 (fig. 4.17f) sont dotés de jauges de déformation. Enfin, la figure 4.17d présente la distribution des jauges de déformation sur le béton, qui sont placées sur le dessus des poutres dans la zone comprimée. Les jauges ont toutes été numérotées de façon identique pour les trois poutres (à l'exception des jauges sur les étriers, différents sur les poutres PBA1 et PBA2).

En plus des jauges de déformation, neuf potentiomètres ont été placés le long des poutres pour mesurer les déplacements verticaux (la flèche) en ces points : à mi-portée de la poutre, aux points d'application des charges, au centre des zones de cisaillement constant et de part et d'autre des appuis. Six capteurs de déplacement LVDT (*Linear Variable Differential Transducer*) ont aussi été disposés en rosette sur la face avant des poutres pour calculer les déformations en cisaillement au centre des portées de cisaillement. Les emplacements des potentiomètres et des LVDT sont présentés sur la figure 4.18 avec leur numérotation.

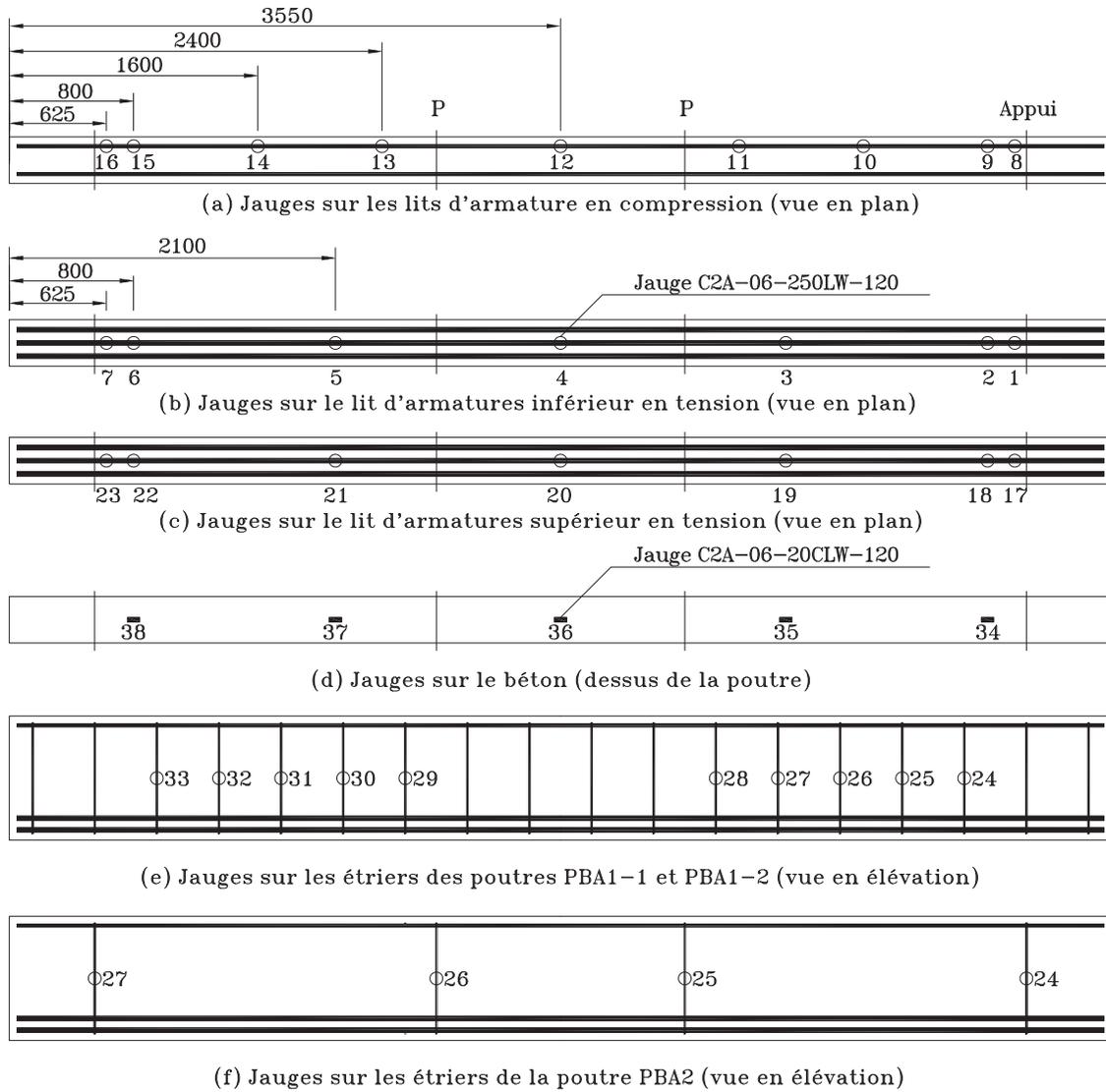


Figure 4.17 – Emplacements et numérotation des jauges de déformation (dimensions en mm)

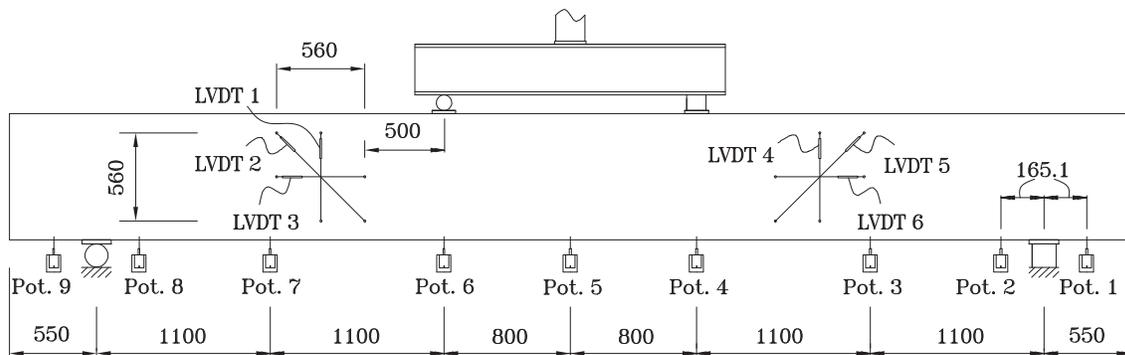


Figure 4.18 – Emplacements des potentiomètres et des LVDT (dimensions en mm)

#### 4.4.1.2 Protocole d'essai

Les poutres PBA1-1 et PBA2 ont été endommagées de façon graduelle en effectuant plusieurs essais de flexion quatre points à des niveaux de charge croissants. On a ainsi défini, pour ces deux poutres, six états d'endommagement progressifs numérotés de 0 à 5. Comme pour l'ensemble des essais d'endommagement effectués dans ce projet, l'état 0 correspond à l'état de référence des spécimens sains (avant endommagement). Pour PBA1-1 et PBA2, l'état 5 correspond à la ruine complète du spécimen. Les niveaux de chargement des états intermédiaires ont été définis durant l'essai en surveillant l'évolution, la distribution et l'allure de la fissuration des poutres. Les niveaux de chargement exacts utilisés pour les différents états d'endommagements seront donnés pour PBA1-1 et PBA2 au chapitre 5, mais ils correspondent qualitativement aux descriptions suivantes :

- **État 0** : Poutre intacte ;
- **État 1** : Fissuration significative du béton en flexion ;
- **État 2** : Fissuration significative du béton en cisaillement avant développement des fissures principales de cisaillement ;
- **État 3** : Fissures principales de cisaillement pleinement développées ;
- **État 4** : Rupture imminente ;
- **État 5** : Ruine du spécimen.

Puisque la poutre PBA2 ne dispose pas d'armatures de cisaillement, ses niveaux de charge pour les différents états seront évidemment beaucoup plus rapprochés que pour la poutre PBA1-1, comme l'indiquera le chapitre 5.

Le chargement a été appliqué aux poutres à un taux de 0.005 mm/s avec des pauses tous les 30 kN pour permettre le relevé progressif des fissures. Une fois atteint un des états d'endommagement décrits précédemment, l'ouverture des fissures a été mesurée, puis la poutre a été déchargée entièrement pour effectuer les mesures des propriétés dynamiques du spécimen. Après les mesures dynamiques, le spécimen a été rechargé rapidement à 0.03 mm/s jusqu'au niveau de chargement précédent, puis le chargement lent a été repris jusqu'à l'état d'endommagement suivant.

### 4.4.2 Blocage des appuis (poutre PBA1-2)

#### 4.4.2.1 Modifications au montage

Le spécimen PBA1-2 a d'abord été utilisé pour simuler des blocages des appuis, comme cela peut se produire sur un pont réel. Ces essais sont non destructifs. Des essais préli-

minaires ont montré que la configuration initiale des appuis de la poutre, telle qu'utilisée pour les poutres PBA1-1 et PBA2, ne permettait pas d'étudier l'influence des appuis sur sa réponse. En effet, sous son seul poids propre, la poutre ne parvient pas à transférer convenablement ses degrés de liberté aux appuis, notamment ses rotations et ses déplacements latéraux. Des blocages faits aux appuis ne se traduisaient donc pas dans la réponse dynamique du système. Pour pallier ce problème, des modifications ont été apportées au niveau de l'interaction poutre-appuis pour la seule poutre PBA1-2 et uniquement pour l'étude du blocage des appuis (pas pour les essais de corrosion), comme l'illustre la figure 4.19. Des petites plaques d'acier, présentes dans les autres cas entre la poutre et les appuis eux-mêmes, ont été retirées et du coulis a été utilisé pour solidariser les déplacements de la poutre et des appuis. De plus, au niveau de chaque appui, la poutre a été prise en étau entre l'appui et une autre plaque épaisse placée au sommet de la poutre. Du coulis a aussi été injecté entre cette nouvelle plaque et la poutre, et le tout a été solidement fixé à l'aide de tiges filetées.

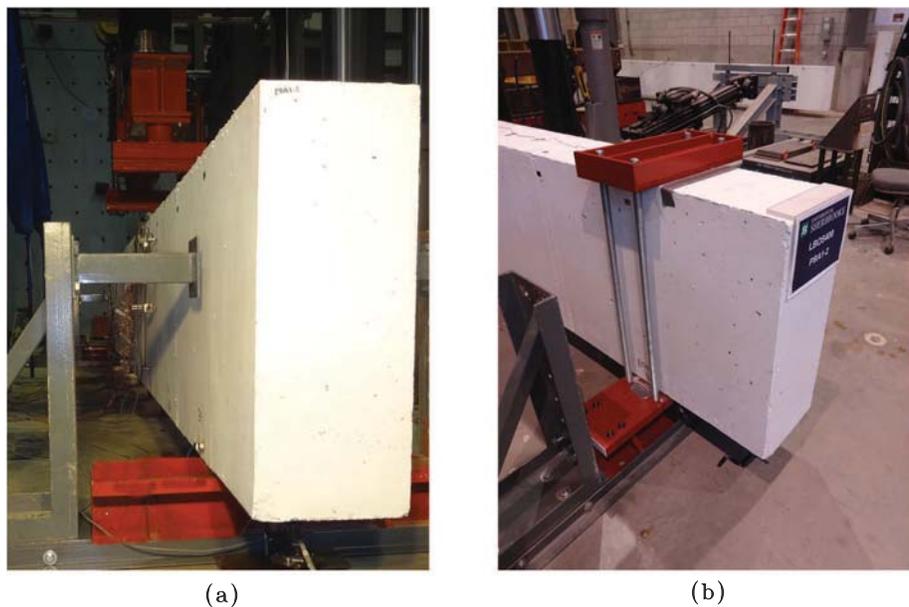


Figure 4.19 – Modification des appuis pour la poutre PBA1-2 : (a) configuration initiale, (b) configuration modifiée

#### 4.4.2.2 Protocole d'essai

Les états d'endommagement testés ont consisté à ajouter de la rigidité à l'appui 9 (plus facilement modifiable que l'appui 1) selon un ou plusieurs degrés de liberté (ddl). Pour se repérer, la figure 4.16b illustre les ddl associés à l'appui 9. Cinq configurations ont été

considérées, en plus de l'état 0 qui est encore la configuration de référence sans aucun blocage des appuis. Des mesures des propriétés dynamiques de la poutre ont été effectuées pour chaque configuration. Les éléments de blocage utilisés correspondant aux différents états de la poutre sont illustrés à la figure 4.20. Le tableau 4.5 indique les principaux degrés de liberté concernés (bloqués ou rigidifiés) dans les différents états :

- **État 0** : Appui intact non modifié (fig. 4.20a) ;
- **État 1** : Blocage de  $\theta_y$  par quatre tiges vers le centre de l'appui (fig. 4.20b). Cela aura un léger effet sur  $u_z$  et  $\theta_x$  ;
- **État 2** : Blocage de  $u_z$  et  $\theta_y$  par ajout de deux plaques épaisses au centre (fig. 4.20c).  $\theta_x$  sera aussi légèrement affecté ;
- **État 3** : Blocage de  $u_z$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$  par ajout de huit plaques épaisses au centre et sur les deux côtés de l'appui (fig. 4.20d) ;
- **État 4** : Blocage de tous les ddls ( $u_y$ ,  $u_z$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$ ) par une combinaison des états 3 et 5 (fig. 4.20e).
- **État 5** : Blocage de  $u_y$  par ajout de plaques latérales sur les côtés de l'appui (fig. 4.20f). Les surfaces de contact sont faites en téflon, afin de réduire au maximum les effets sur d'autres degrés de liberté.

Les modifications d'un état à un autre ont été effectuées avec le minimum de manipulations possibles des éléments déjà en place pour ne pas influencer les propriétés modales de la poutre par des modifications autres que celles de l'appui. En particulier, la poutre elle-même n'a jamais été déplacée de ses appuis lors des manipulations.

Tableau 4.5 – Degrés de liberté bloqués de l'appui 9

État	$u_y$	$u_z$	$\theta_x$	$\theta_y$
0				
1				✓
2		✓		✓
3		✓	✓	✓
4	✓	✓	✓	✓
5	✓			

### 4.4.3 Simulation de la corrosion (poutre PBA1-2)

Puisque les essais de blocage des appuis étaient non destructifs, la poutre PBA1-2 a servi par la suite à simuler l'effet de la corrosion sur les barres d'armatures longitudinales.

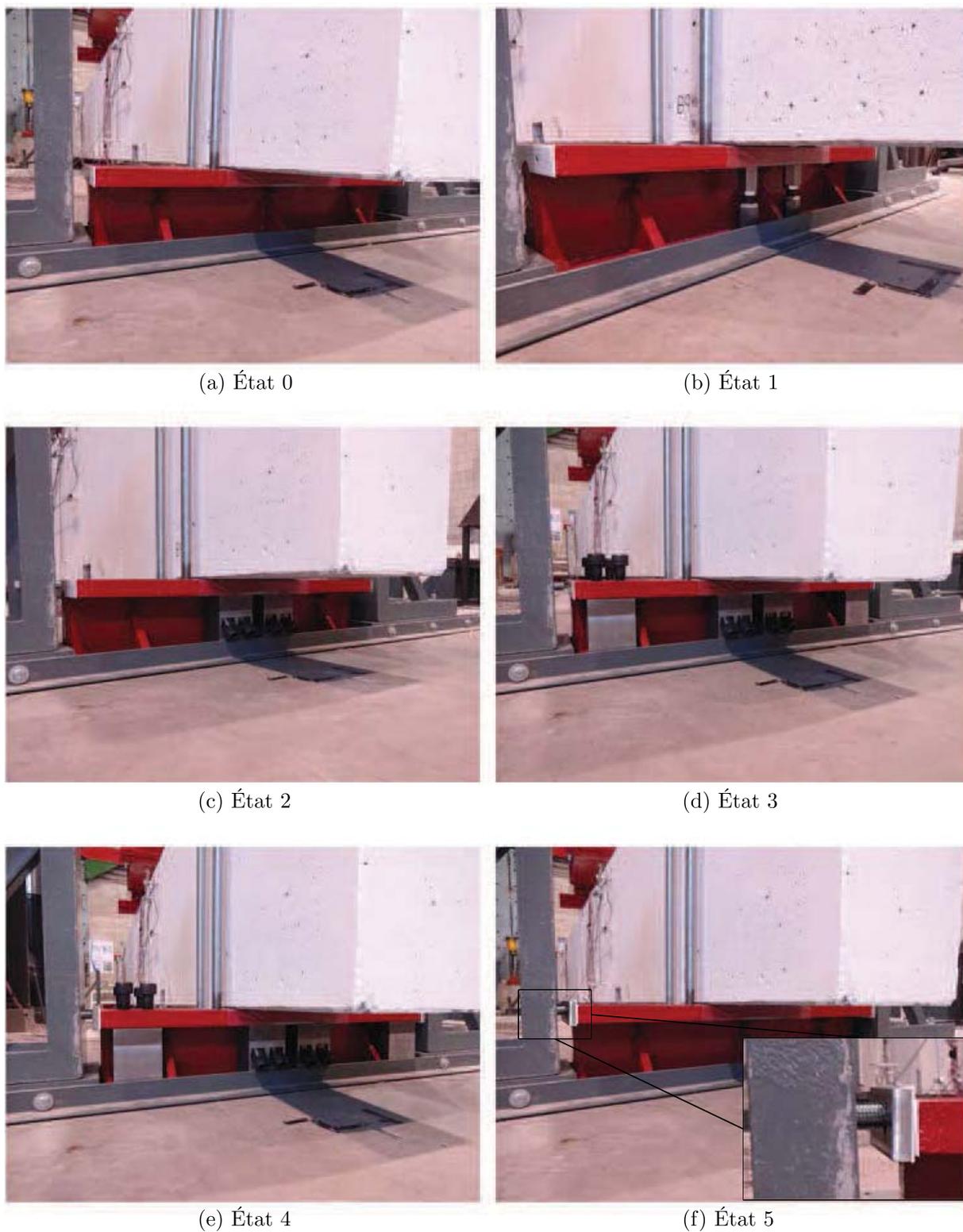


Figure 4.20 – Éléments de blocage pour l'endommagement de l'appui 9

Pour simuler la corrosion, la méthode utilisée a été de réduire progressivement la quantité d'armatures longitudinales en coupant certaines barres localement. Pour cela, le lit inférieur des armatures de flexion a été laissé à nu en trois sections de la poutre lors de la coulée, afin de pouvoir y accéder lors des essais. La figure 4.21 indique les sections de la poutre où des armatures ont pu être coupées. Au centre de la poutre, une des sections laissées à nu coïncide avec la position B5 d'un accéléromètre. Ce dernier a donc été déplacé à 150 mm du bas de la poutre (au lieu de 40 mm), comme l'indique la figure 4.22. Ce décalage a été pris en compte lors du traitement des données.

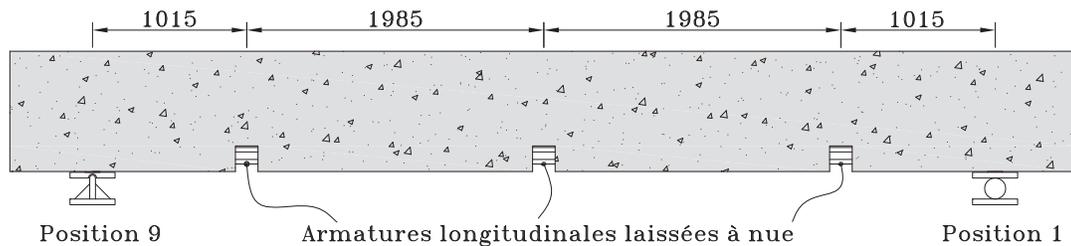


Figure 4.21 – Positions des armatures longitudinales coupées pour simuler la corrosion sur la poutre PBA1-2 (dimensions en mm)

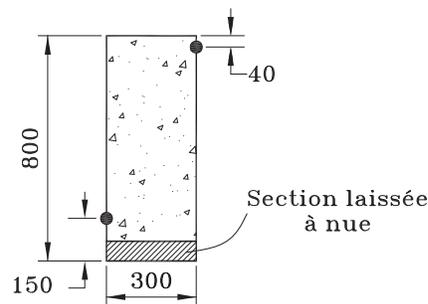


Figure 4.22 – Positions des accéléromètres à la section centrale de la poutre PBA1-2 (dimensions en mm)

#### 4.4.3.1 Protocole d'essai

Des barres du lit inférieur des armatures de flexion ont été coupées successivement pour définir au total cinq états d'endommagement croissant, en plus de l'état initial. Ces états et les coupures de barres correspondantes sont définis à la figure 4.23. L'état 0 (référence) se définit dans ce cas-ci comme la poutre avec des armatures saines et chargée à 50 % de sa capacité (soit 450 kN) par un essai de flexion quatre points (section 4.4.1), ce qui correspond à la charge que supporte généralement une poutre en service. Les propriétés modales de référence de la poutre ont donc été mesurées après déchargement de la poutre.

Par la suite, une barre a été coupée, puis les propriétés dynamiques de la poutre ont été à nouveau mesurées (sans avoir rechargé le spécimen). La poutre a ensuite été rechargée à 450 kN puis déchargée, et les nouvelles propriétés modales du spécimen ont alors été mesurées. Le processus de suivi des propriétés dynamiques de la poutre a ainsi été répété pour chaque coupure de barres effectuée.

Cette démarche a pour but d'étudier si seulement une coupure de barre simulant de la corrosion a un effet sur les modes propres d'une poutre en béton armé et peut être détectée. Cependant, sur un pont réel, si une barre subit de la corrosion et qu'elle ne peut plus participer à la reprise des efforts, ces derniers vont nécessairement développer la fissuration existante de la poutre. Cette nouvelle fissuration est elle-même un autre type d'endommagement dû à la corrosion, qui peut se traduire par une modification des propriétés modales. C'est pourquoi, après avoir sectionné des barres d'armature pour un certain état, des mesures vibratoires ont été effectuées avant et après rechargement de la poutre à son niveau de service.

Suite aux essais de coupure de barres, l'essai de flexion quatre points a été poursuivi jusqu'à la ruine de la poutre affaiblie. Suite aux sections des barres, la poutre PBA1-2 est devenue une poutre ductile avec un mode de rupture attendu en flexion par écrasement du béton dans la section centrale. À l'état 5, les jauges de déformation ont montré que le chargement à 450 kN correspondait exactement à la plastification des armatures de flexion restante dans la section centrale (chap. 5), ce qui a permis de définir le déplacement plastique  $\Delta_y = 18$  mm. Trois autres états d'endommagement (états 6, 7 et 8) ont donc été définis, jusqu'à la ruine de la poutre, correspondant à des déplacements égaux à  $1.5\Delta_y$ ,  $2.0\Delta_y$  et presque  $3.0\Delta_y$ , respectivement.

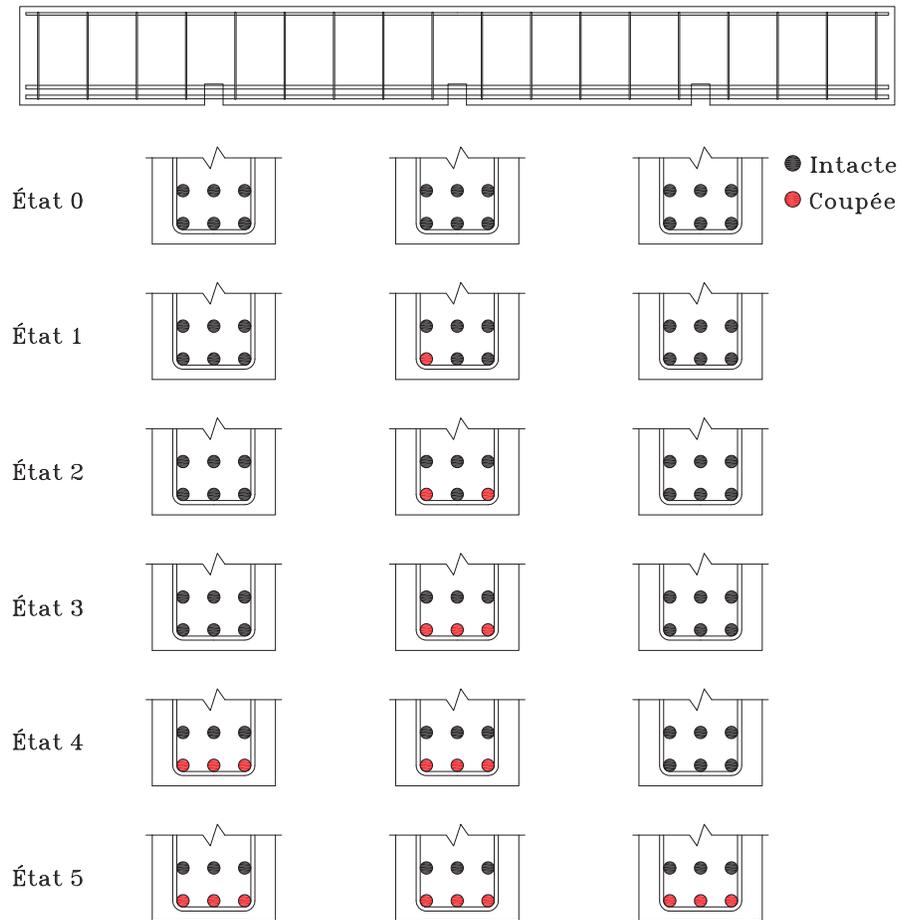


Figure 4.23 – Coupures successives de barres pour simuler de la corrosion



# Chapitre 5

## Résultats expérimentaux

Ce chapitre présente les principaux résultats expérimentaux obtenus dans le projet sur les trois poutres en béton armé à l'étude en suivant les protocoles exposés au chapitre 4. Les résultats de quelques analyses préliminaires sont d'abord présentés, qui vérifient des hypothèses d'analyse, qui ont été utilisées ensuite pour extraire l'ensemble des résultats sur les propriétés modales des spécimens. Dix modes sont ensuite présentés, qui ont été suivis au fil des endommagements contrôlés sur les trois poutres. Tant que possible, des modes similaires ont été choisis pour les trois poutres. Les résultats obtenus spécifiquement sur chacune des poutres sont ensuite présentés, dans l'ordre : PBA1-1, PBA2, PBA1-2 pour l'étude des appuis et PBA1-2 pour l'étude de la corrosion. Les résultats présentés concernent autant les endommagements constatés sur les spécimens aux différents niveaux choisis pour le suivi des propriétés dynamiques, que l'évolution de ces propriétés dynamiques, qui est indicatrice d'endommagement. Les indicateurs présentés sont principalement les fréquences des modes de vibration, les amortissements modaux et les déformées modales (dont l'évolution est suivie à travers un calcul de MAC). Dans tout le chapitre, les évolutions des propriétés modales sont données pour un certain état d'endommagement par rapport à l'état initial (numéroté état 0) de la poutre non endommagée.

### 5.1 ANALYSES PRÉLIMINAIRES

#### 5.1.1 Niveaux de vibration de la dalle

Deux accéléromètres triaxiaux étaient placés sur la dalle d'essai du laboratoire, à côté de chacun des appuis des poutres, afin de mesurer les vibrations verticales de la dalle. L'objectif était de déterminer, s'il était nécessaire de réduire les accélérations du système caractérisé (les poutres) en tenant compte de celles de la dalle. La figure 5.1 compare les enregistrements d'un accéléromètre sur la poutre (fig. 5.1a) et d'un des accéléromètres sur la dalle (fig. 5.1b).

Dans tous les essais, l'amplitude des accélérations de la dalle ne dépasse pas 0.5 % de celles de la poutre. Tous les résultats d'analyse modale présentés dans ce chapitre ont donc

été extraits sans tenir compte des vibrations de la dalle d'essai.

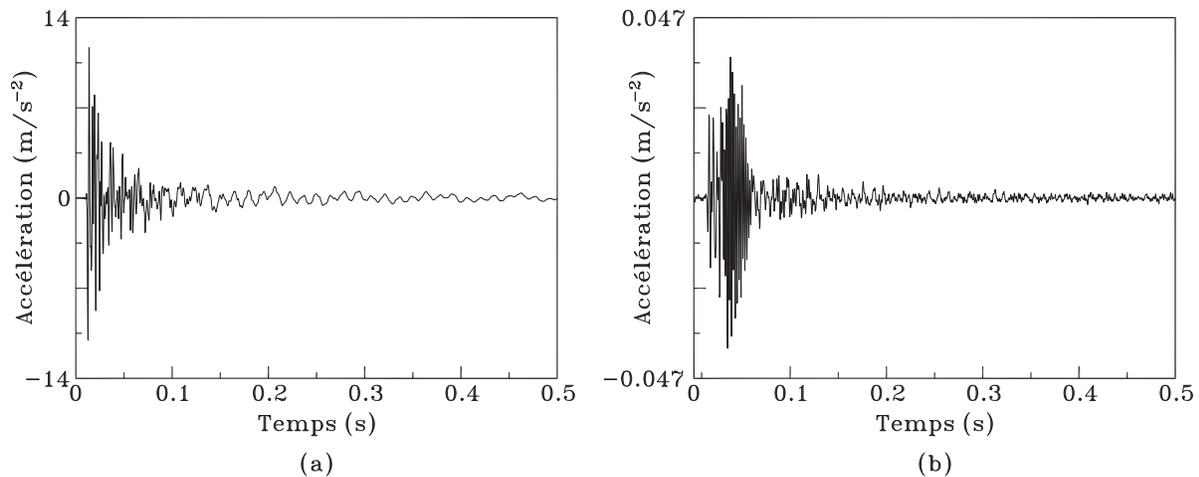


Figure 5.1 – Étude des vibrations de la dalle d'essai : (a) accélération de la poutre, (b) accélération de la dalle

## 5.1.2 Répétabilité des essais

### 5.1.2.1 Répétabilité entre deux configurations d'accéléromètres

Les accéléromètres 5 et 6 (fig. 4.8) sont des accéléromètres de référence, qui restent toujours aux mêmes positions (T4 et B4, respectivement) pour les quatre configurations qui sont nécessaires à la réalisation des essais FRF ou FDD. Pour les analyses par FDD, ces accéléromètres sont des références nécessaires aux calculs, car ils permettent de mettre à la même échelle les mesures issues des quatre configurations de capteurs. Pour les analyses par FRF, ces références ne sont pas nécessaires au calcul, car les fonctions de réponse en fréquence sont déjà des rapports des réponses par rapport à l'excitation du marteau. Cependant, elles peuvent servir à vérifier la répétabilité des essais d'une configuration à l'autre, et donc à s'assurer de la cohérence des résultats (les FRF doivent être identiques dans chacune des quatre configurations).

Lors des essais FRF, lorsque les impacts sont donnés verticalement selon Z, l'accéléromètre 6 est choisi pour référence, parce qu'il est situé vis-à-vis du point d'impact. Lorsque les impacts sont donnés latéralement, selon Y, l'accéléromètre 5 sert de référence. La figure 5.2 compare les courbes de réponse en fréquence des accéléromètres de référence selon les différentes configurations. Elle montre que les résultats enregistrés sont identiques d'une configuration à l'autre et qu'ils peuvent donc bien être assemblés pour obtenir des modes complets selon tous les ddl mesurés. Quelques différences mineures sont tout de même

présentes et sont dues aux erreurs expérimentales.

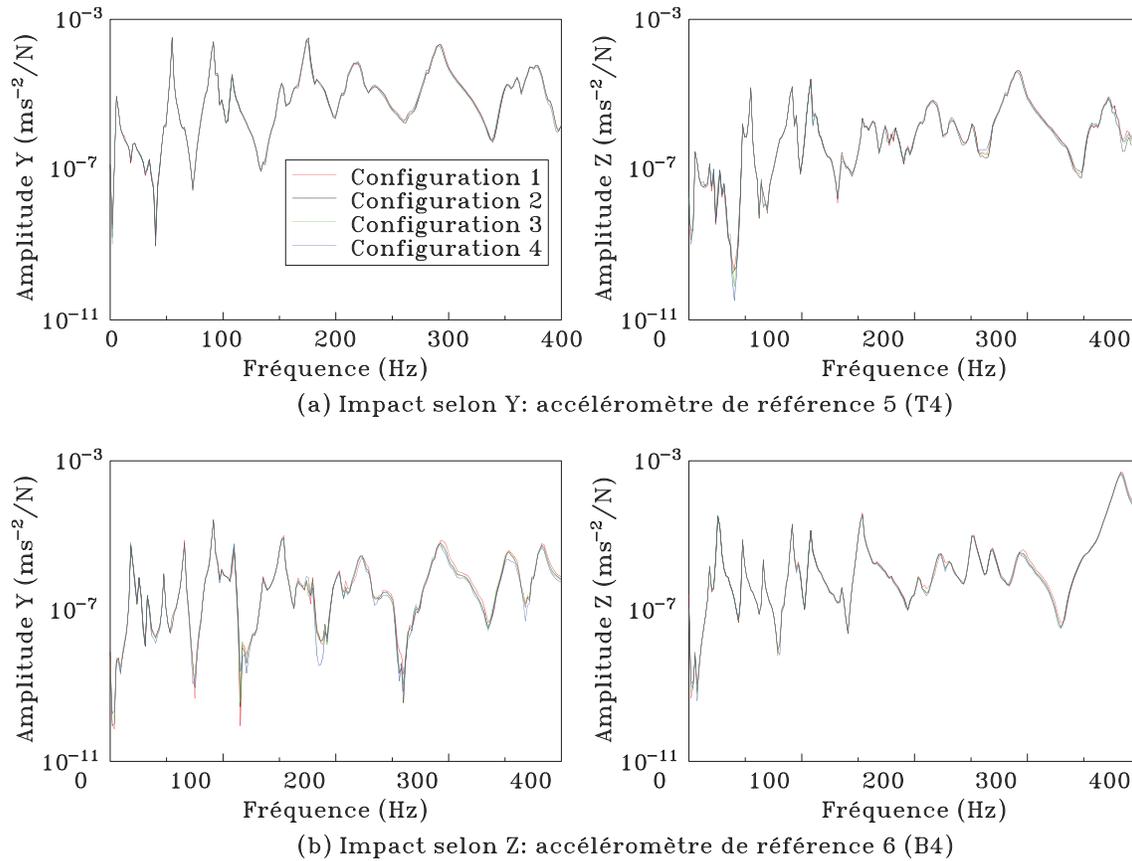


Figure 5.2 – Vérification de la répétabilité des essais FRF entre les configurations de capteurs

### 5.1.2.2 Répétabilité des analyses modales

Afin de quantifier de l'erreur expérimentale commise lors des analyses FRF ou FDD sur les propriétés modales des poutres, des essais ont été répétés consécutivement dans les mêmes conditions pour certaines poutres. Au total, cinq répétitions ont été enregistrées. Il s'agit de l'état intact de la poutre PBA1-2 (essais de corrosion, avant le premier chargement à 450 kN), des états 0 des poutres PBA1-1, PBA2 et PBA1-2 (essais de corrosion) et de l'état 1 de la poutre PBA2.

L'erreur moyenne commise sur les fréquences des dix modes caractérisés (section 5.2) est de 0.75% pour les essais en FRF et en FDD. L'erreur commise sur les fréquences semble donc quasiment négligeable. En ce qui concerne les amortissements modaux, les résultats montrent une plus grande variation. Avec les essais FRF, des variations du taux

d'amortissement de 0.0019 (soit environ 16 % des taux d'amortissement) sont parfois observées, et de 0.0015 (soit environ 13 % des taux d'amortissement) pour les essais en FDD. Cette incertitude sur les taux d'amortissement était attendue compte tenu de leurs très faibles valeurs (toujours inférieures à 3 % d'amortissement, soit 0.03) et de l'incertitude des méthodes de caractérisation dynamique pour ce paramètre particulier. Enfin, le MAC entre les déformées modales des essais répétés a également été calculé. La moyenne obtenue pour les essais en FRF et FDD est de 0.995 (soit 0.005 d'incertitude sur le MAC), ce qui fait des déformées modales un indicateur stable pour le suivi des dommages.

Ces valeurs d'erreurs permettront de juger, dans la suite du chapitre, si les évolutions constatées des fréquences, du MAC et de l'amortissement d'un mode sont le fait des dommages sur les spécimens ou si elles restent encore dans la plage d'erreur.

## 5.2 MODES PROPRES DE VIBRATION DES POUTRES

Les résultats expérimentaux montrent que les trois spécimens de poutre testés ont généralement les mêmes modes de vibration. Ces modes peuvent cependant avoir des fréquences différentes étant donné les différences intrinsèques de chacune des poutres (rigidité des matériaux, hétérogénéité du béton, masse, ...). Certains modes peuvent aussi être plus ou moins bien définis ou apparents sur les FRF (valeur des pics et définition des cloches spectrales) d'une poutre à l'autre en raison de ces différences. Parfois, des modes relativement clairs sur une poutre n'ont aussi pas pu être retrouvés sur une autre, car il étaient dominés par un autre mode proche plus énergétique. Lors de l'analyse des FRF, il s'est avéré aussi que des fréquences propres des poutres, définies par des cloches spectrales complètes mais très proches, avaient des déformées quasiment identiques aux points de mesure expérimentaux utilisés (une différence aurait certainement paru avec d'autres points de mesure, notamment si la direction longitudinale X avait été enregistrée). Ce problème est largement dû à la masse des poutres, qui n'est pas assez élevée pour dissocier nettement certains modes de vibration. De la même manière, le manque de masse est aussi responsable de la grande quantité de modes (plus d'une vingtaine), qui apparaissent dans les analyses FRF et FDD.

Pour la suite du projet, dix (10) modes ont été sélectionnés pour le suivi de leurs propriétés à travers les endommagements. Leur choix est basé sur des critères physiques (pertinence pour la détection d'endommagement de poutres de pont, comme les modes de flexion) et pratiques (modes bien définis et dominants, se retrouvant à chacun des états d'endommagement et d'une poutre à l'autre). Ainsi, trois modes de flexion, trois modes

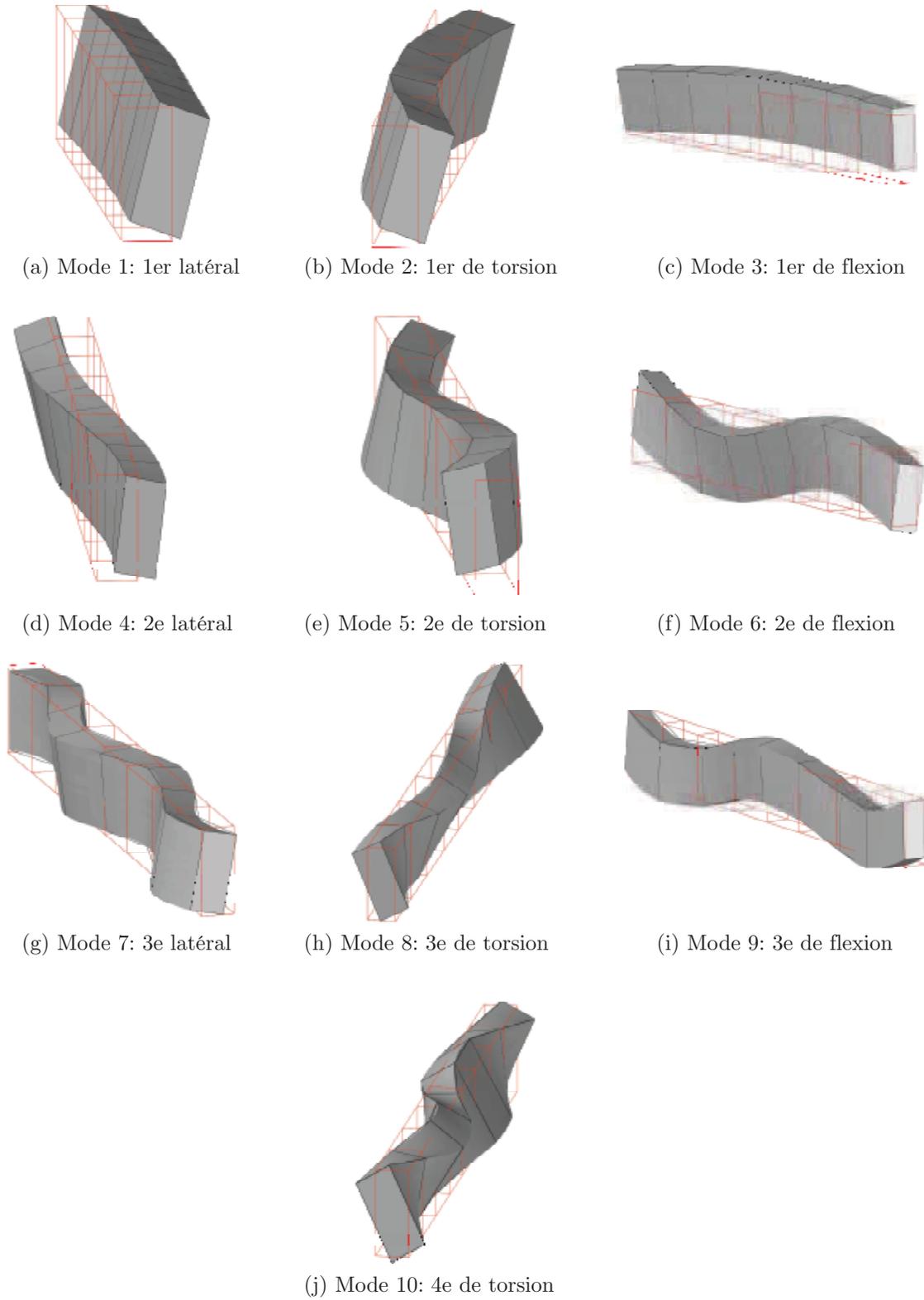


Figure 5.3 – Déformées des modes (poutre non déformée en rouge)

latéraux et quatre modes de torsion ont été retenus. La figure 5.3 illustre les déformées de ces dix modes, numérotés par ordre croissant de leur fréquence. Comme le montreront les prochaines sections, certains modes n'ont pas toujours pu être caractérisés à chaque état d'endommagement ou avec les deux méthodes (FRF ou FDD).

### 5.3 POUTRE PBA1-1

#### 5.3.1 États d'endommagement de la poutre PBA1-1

La poutre PBA1-1 a été endommagée par un essai de flexion quatre points à cinq niveaux de charge croissante, en plus de l'état initial (sans endommagement). Le protocole expérimental utilisé est celui décrit à la section 4.4.1. La figure 5.4a présente la courbe charge-flèche de l'essai avec les cinq états d'endommagement considérés pour la mesure des propriétés dynamiques de la poutre (l'état 5 correspond à la rupture). La flèche est obtenue de la lecture du potentiomètre 5 placé au centre de la poutre (fig. 4.18). La figure 5.4a montre également la courbe de comportement théorique, calculée avant l'essai à l'aide du logiciel Response 2000 [6]. Comme prévu, la poutre PBA1-1 a connu un comportement fragile avec une rupture en cisaillement, qui est survenue suffisamment tard pour permettre un large développement de la flexion. On montrera plus loin que les lits d'armature longitudinale se sont rendus à la limite de la plastification.

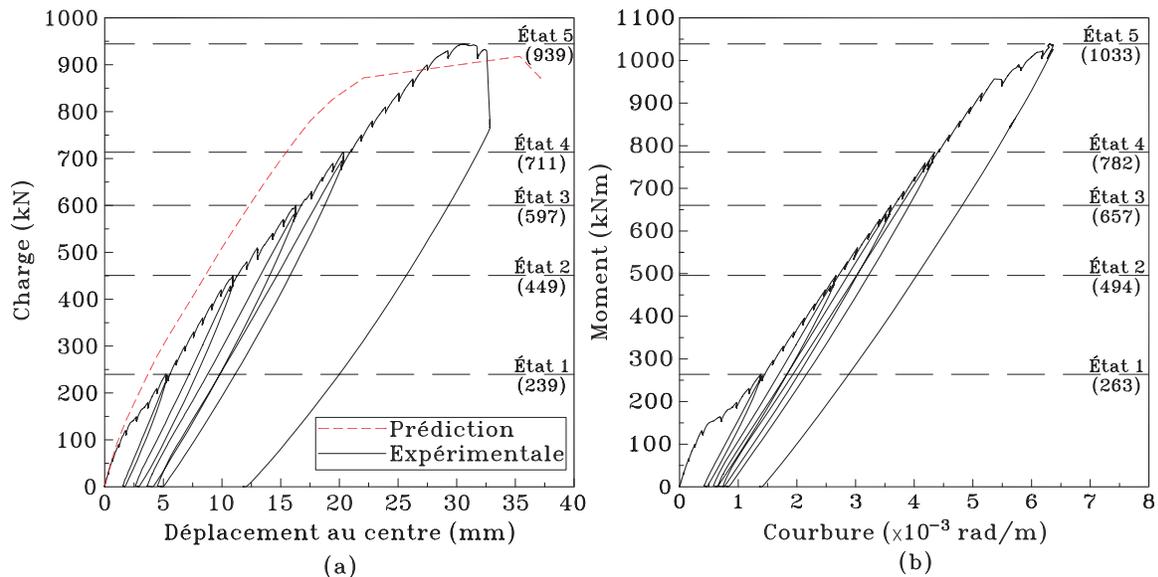


Figure 5.4 – Réponses de la poutre PBA1-1 : (a) charge-flèche et (b) moment-courbure

La figure 5.4b présente la courbe moment-courbure expérimentale obtenue pour la poutre PBA1-1. La courbure est obtenue en calculant une courbure moyenne à partir des

déformations à mi-portée des deux lits d'armature tendue (jauges 4 et 20, fig. 4.17) et du béton (jauge 36). Sachant que les distances entre les lits et le dessus de la poutre sont de 735 mm et 655 mm, respectivement pour le lit inférieur et le lit supérieur, la courbure s'exprime :

$$\varphi = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_b)}{0.735} + \frac{(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_b)}{0.655} \right] \quad (\text{rad/m}) \quad (5.1)$$

où  $\varepsilon_{s1}$ ,  $\varepsilon_{s2}$  et  $\varepsilon_b$  sont les déformations respectives des lits d'armature en tension inférieur et supérieur, ainsi que celle du béton. Les légères diminutions de charge apparaissant sur les courbes de la figure 5.4 s'expliquent par la relaxation du spécimen lors des arrêts aux 30 kN pour marquer et mesurer les fissures. Les grandes diminutions, quant à elles, s'expliquent par les déchargements de la poutre pour en mesurer les propriétés dynamiques.

La figure 5.5 présente les déformations dans les lits d'armature tendus en fonction de la charge appliquée. Les déformations dans les armatures de cisaillement et dans le béton au-dessus de la poutre sont présentées aux figures 5.6 et 5.7 respectivement. Les différents états d'endommagement sont indiqués sur ces figures, ainsi que les limites de déformation élastique des aciers (toutes fixées à  $\varepsilon_y = 2 \times 10^{-3}$ , section 4.2.2).

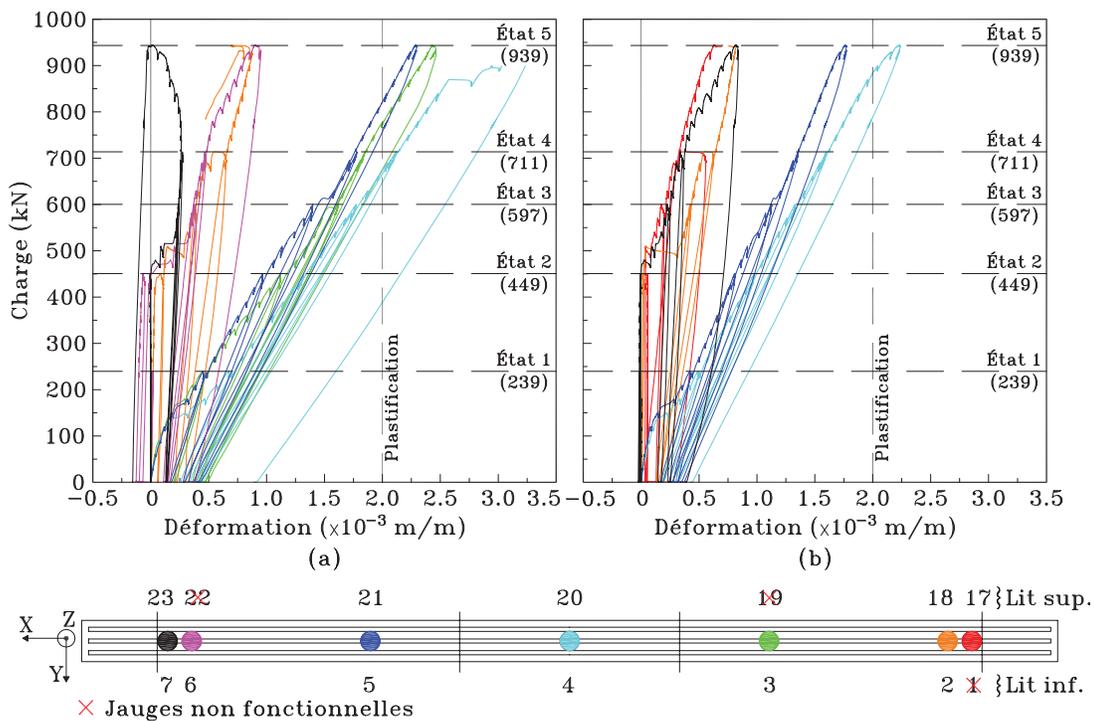


Figure 5.5 – Déformations dans les lits d'armature tendus de la poutre PBA1-1 : (a) lit inférieur et (b) lit supérieur

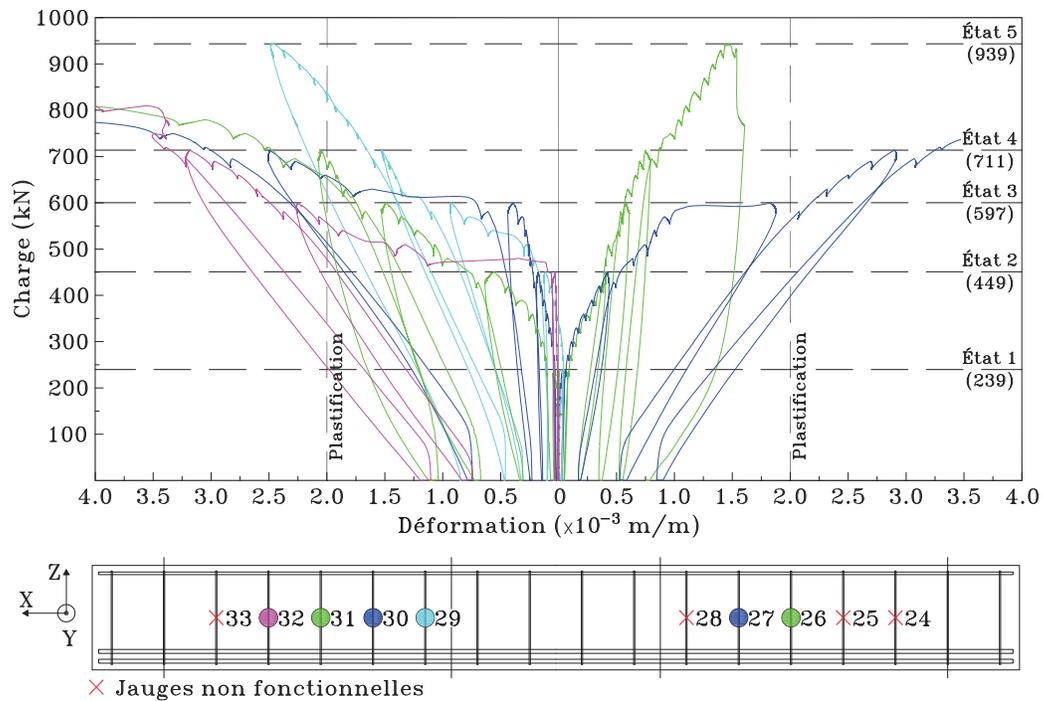


Figure 5.6 – Déformations dans les armatures de cisailage de la poutre PBA1-1

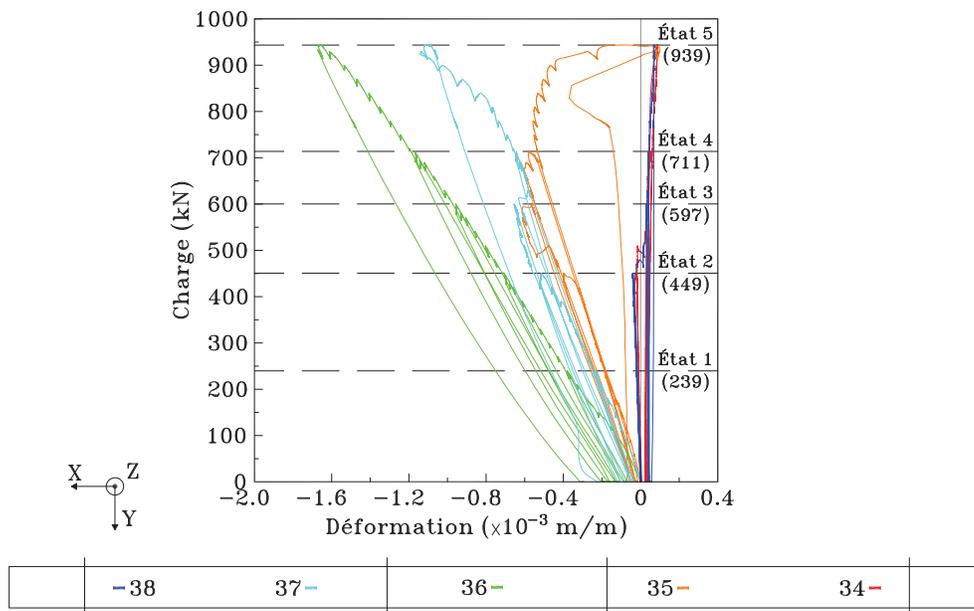


Figure 5.7 – Déformations du béton de la poutre PBA1-1

Les essais d'endommagement se sont déroulés en contrôle de déplacement de la presse à un taux de chargement de 0.005 mm/s. Des pauses ont été effectuées aux 30 kN pour vérifier l'état des fissures. Les premières fissures de flexion sont apparues à une charge d'environ 90 kN. La fissuration de la poutre à l'état 1 est présentée à la figure 5.8a, cor-

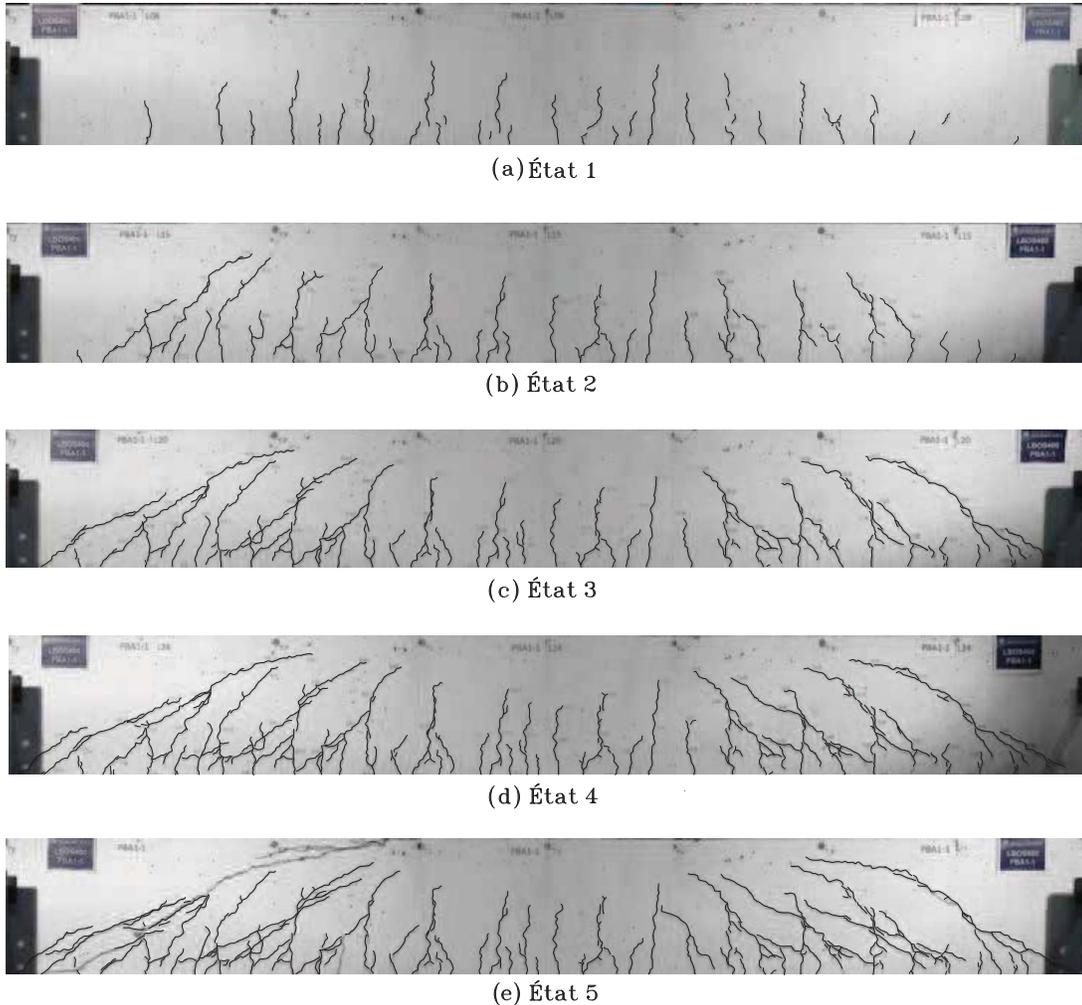


Figure 5.8 – États d'endommagement de la poutre PBA1-1

respondant à une charge de 239 kN et une flèche au centre de 5.22 mm. Les déformations dans les matériaux sont encore faibles. Cet état correspond à la fissuration significative du béton en flexion, comme l'indiquent les fissures verticales. L'ouverture maximale des fissures est de 0.15 mm. À ce niveau, la poutre a été déchargée, afin de mesurer ses propriétés dynamiques.

Un rechargement rapide à un taux de 0.03 mm/s a ensuite été utilisé pour atteindre à nouveau la charge de l'état 1, soit 239 kN, avant de poursuivre le chargement au taux de 0.005 mm/s. Les premières fissures de cisaillement, correspondant à une inclinaison légère des fissures de flexion, sont apparues à environ 330 kN. L'état 2 (fig. 5.8b) a été atteint à une charge de 449 kN et une flèche au centre de 10.95 mm. Pour cet état, les fissures diagonales de cisaillement commencent à bien se développer et à se diriger vers les points d'application des charges. L'ouverture maximale des fissures est de 0.30 mm.

Les fissures principales de cisaillement sont devenues très nettes à une charge de 480 kN, et la plastification du premier étrier est survenue à 570 kN (jauge 32, fig. 5.6). Dans la suite du chargement, plusieurs autres étriers ont plastifié (jauges 27, 29, 30 et 31, fig. 5.6). La figure 5.8c illustre la poutre à l'état 3, qui a été atteint à une charge de 597 kN et une flèche au centre correspondante de 16.29 mm. À ce niveau, les fissures principales ont une ouverture de 0.60 mm.

L'état 4 correspond à une charge de 711 kN et une flèche centrale de 20.31 mm (fig. 5.8d), et représente environ 80 % de la charge théorique de rupture de la poutre obtenue des modèles numériques. Dans cet état, les fissures principales de cisaillement sont pleinement développées, ont joint les appuis et ont presque joint les points d'application des charges. La jauge 4 (fig. 5.5a) indique que le lit inférieur en tension a atteint la plastification au centre de la poutre. L'ouverture maximale des fissures est de 1.00 mm.

En poursuivant le chargement de la poutre vers sa rupture, la figure 5.5 indique que le lit d'armature tendue inférieur a plastifié dans d'autres zones qu'au centre (jauge 5), et que, juste avant la rupture, la plastification du lit supérieur a débuté (jauges 19 et 20). La charge maximale atteinte par la poutre PBA1-1 est de 939 kN pour une flèche à la rupture de 30.67 mm. La fissure principale du côté gauche de la poutre a atteint le point d'application de la charge et s'est ouverte pleinement. La figure 5.8e présente l'état post-rupture de la poutre PBA1-1 (état 5).

### **5.3.2 Évolution des propriétés dynamiques de la poutre PBA1-1**

Les propriétés dynamiques de la poutre PBA1-1 à son état intact (état 0) sont présentées au tableau 5.1 (NB : le mode 9 n'a pas pu être identifié par méthode FDD pour cette poutre). Les fréquences obtenues des essais en FRF et en FDD sont identiques à quelques pas de fréquence près. Les amortissements sont dans les mêmes ordres de grandeur et les différences s'expliquent par la précision des méthodes utilisées. Les MAC entre les vecteurs propres obtenus des deux types d'essais sont également présentés dans le tableau. Les MAC sont très proches de l'unité et indiquent que les déformées modales sont pratiquement identiques, qu'elles soient déterminées par essais FRF ou FDD. En ce qui concerne les autres états d'endommagement, les différences entre les fréquences FRF et FDD restent toujours faibles, comme à l'état initial. Quelques différences plus marquées surviennent toutefois en comparant les valeurs d'amortissement ou encore les MAC. Comme mentionné

précédemment (chap. 3), les mesures d'amortissement sont relativement imprécises pour la méthode FDD. Les différences entre les MAC, elles, sont liées aux niveaux de complexité, parfois importants, introduits dans les déformées modales par les erreurs expérimentales.

Tableau 5.1 – Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-1 à l'état 0

Mode	Analyse FRF			Analyse FDD			MAC
	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	
1	6.96	1.67	7.32	6.87	2.05	0.27	0.994
2	23.07	0.82	26.92	22.81	1.27	2.11	0.995
3	29.90	0.82	7.82	29.85	0.84	0.43	1.000
4	38.43	0.69	9.19	38.38	0.72	0.99	0.995
5	68.25	0.76	11.15	67.97	1.06	3.64	0.993
6	165.38	0.83	9.90	165.00	0.99	5.96	0.997
7	198.23	1.18	16.16	197.40	1.03	11.34	0.993
8	231.93	1.89	17.01	231.20	1.85	12.34	0.984
9	291.70	1.05	19.65	-	-	-	-
10	317.31	2.65	19.50	316.80	1.94	11.09	0.980

L'évolution des fréquences des modes de vibration est présentée à la figure 5.9. Sur cette figure, comme sur celles qui suivront, l'état 5 est donné à titre informatif et est isolé des autres résultats, puisqu'il s'agit d'un état post-rupture du spécimen. Les résultats sont présentés en terme de fréquences relatives par rapport à la valeur de référence à l'état 0, pour les essais en FRF et les essais en FDD. Globalement, les fréquences diminuent lorsque les niveaux d'endommagement augmentent sur la poutre. Les dommages se manifestent en fait comme une modification de la rigidité des matériaux (la masse étant supposée invariable), ce qui résulte en un changement des fréquences propres. On note qu'à chaque fois que la poutre passe d'un état à un autre, une réduction des fréquences propres est observée. Des cas particuliers sont observés au niveau des modes 1, 2 et 3, dont les fréquences n'évoluent quasiment plus entre les états 2 et 4 (pour le mode 2, entre les états 1 et 4). Étant donné que la poutre est endommagée en flexion, une évolution plus grande est intuitivement attendue pour les modes de flexion, à savoir les modes 3, 6 et 9. Comme indiqué précédemment, le premier mode de flexion (mode 3) présente une diminution rapide de la fréquence entre les états 0 et 2, puis stagne par la suite. Le deuxième mode de flexion (mode 6) présente une réduction régulière de sa fréquence, mais l'évolution reste inférieure à 10%. Le troisième mode de flexion (mode 9) est celui qui présente l'une des plus grandes évolutions de sa fréquence avec une réduction de 17%. Le mode 5 (deuxième de torsion) présente également une très forte réduction de sa fréquence (-20%). Seulement 5% de réduction est observé pour les modes 2 et 8, et environ 10% pour les autres modes.

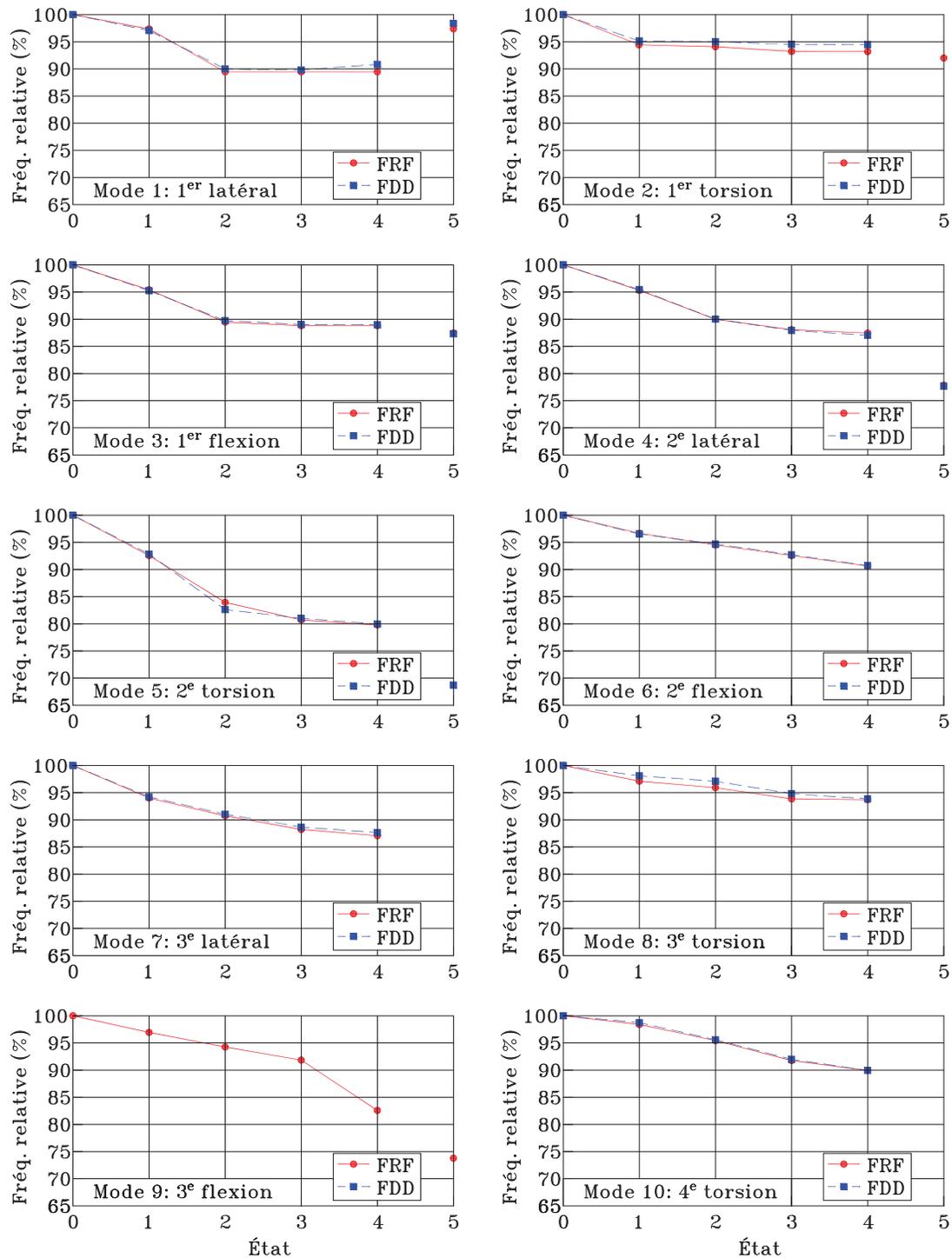


Figure 5.9 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-1

L'évolution des amortissements modaux est présentée à la figure 5.10 pour quelques-uns des modes suivis. Les résultats montrent que les amortissements ne suivent pas une tendance selon les niveaux d'endommagement. Des variations dans un intervalle de  $\pm 0.5\%$  sont observées entre l'état initial et l'état 4. Cette variation est du même ordre de grandeur

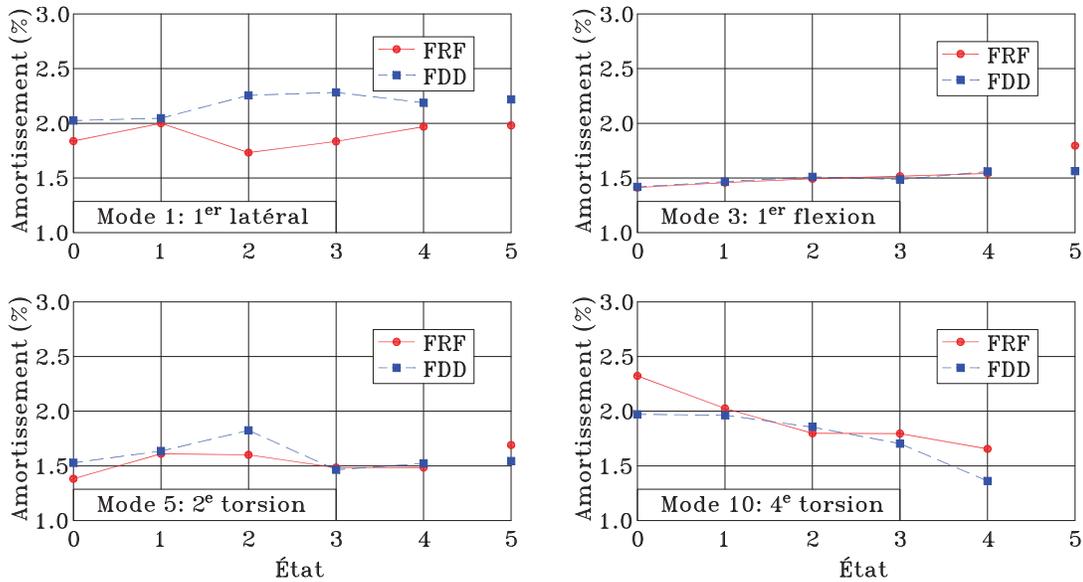


Figure 5.10 – Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-1

que l'erreur sur le taux d'amortissement obtenue à la section 5.1.2. Le taux d'amortissement ne semble donc pas être un indicateur fiable de l'endommagement des poutres en flexion.

Les différences dans les déformées modales selon les états d'endommagement sont données par les mesures des MAC entre la déformée d'un mode à un état donné et la déformée du même mode à l'état 0. La figure 5.11 présente les MAC obtenus pour tous les modes de vibration suivis. Les résultats montrent que, de manière générale, l'endommagement en flexion se traduit bien à travers les déformées modales, ce qui est visible d'après la réduction progressive du MAC au fur et à mesure que l'endommagement augmente. Comme dans le cas de la fréquence propre, une réduction du MAC est observée à chaque fois que la poutre passe d'un état donné à l'état subséquent. Ce résultat est normal étant donné que les dommages infligés à la poutre créent des modifications locales de rigidité, dues à des concentrations de déformations par exemple. Certains modes présentent cependant des déformées modales qui n'évoluent pas beaucoup à travers les endommagements de flexion. C'est le cas des modes 1, 6 et 8, le mode 6 étant pourtant un mode de flexion. À l'état 4, leur MAC a réduit respectivement de seulement 0.005, 0.047 et 0.054. Les modes 2, 3, 4 et 10 présentent des réductions de MAC de l'ordre de 0.100. Les modes dont les déformées évoluent les plus sont les modes 5, 7 et 9. Leur MAC diminue respectivement de 0.45, 0.35 et 0.20.

Le MAC semble donc être un indicateur d'endommagement de flexion, comme les fré-

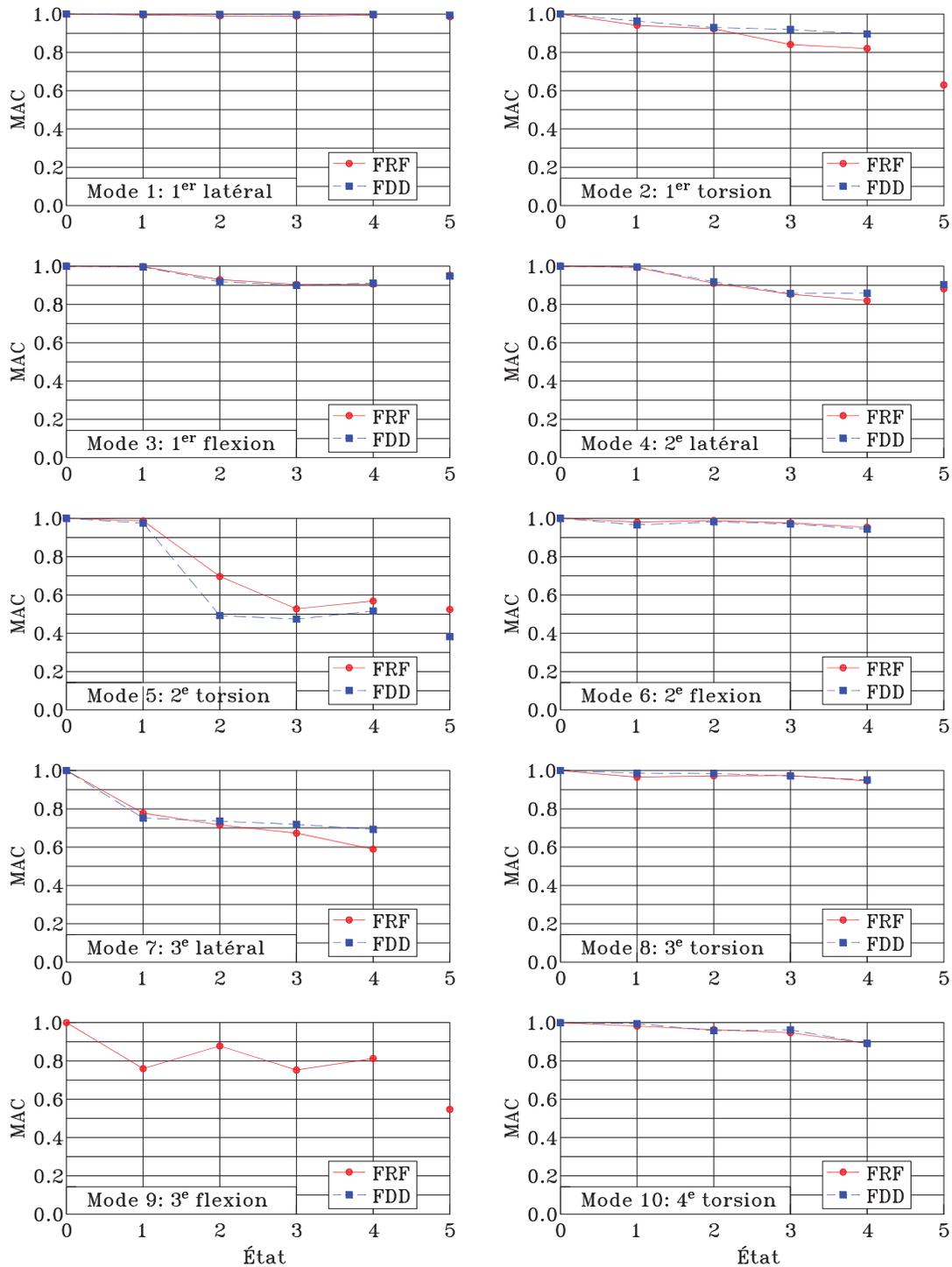


Figure 5.11 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-1

quences propres. Cependant, les déformées sont plus sensibles aux erreurs expérimentales que les fréquences. L'évolution du MAC du mode 9 (fig. 5.11) présente par exemple une allure irrégulière. Les mesures de complexité des déformées indiquent des niveaux de 20 % à 30 % pour ce mode.

## 5.4 POUTRE PBA2

### 5.4.1 États d'endommagement de la poutre PBA2

Comme la poutre PBA1-1, la poutre PBA2 a subi des endommagements par un essai de flexion quatre points. Le même protocole expérimental que pour la poutre PBA1-1 a été suivi. Elle a été endommagée avec cinq niveaux de charge croissante, en plus de l'état intact qui sert de référence (état 0). Cependant, puisque la poutre PBA2 n'est pas renforcée en cisaillement, une rupture beaucoup plus précoce que celle de la poutre PBA1-1 est attendue. Par conséquent, les cinq états d'endommagements seront beaucoup plus proches les uns des autres en terme de force et probablement de fissuration. Des évolutions plus subtiles des propriétés dynamiques du spécimen sont donc à anticiper. La figure 5.12 illustre les réponses charge-flèche et moment-courbure de la poutre PBA2. Les états d'endommagement, où les propriétés dynamiques sont mesurées, sont indiqués sur la figure. Comme prévu, la rupture fragile de la poutre PBA2 s'est produite assez tôt dans le chargement à 491 kN, ce qui représente 25 % de plus que la prévision théorique illustrée en rouge à la figure 5.12a. Une ouverture très soudaine des fissures principales de cisaillement a mené à la ruine du spécimen (fig. 5.15).

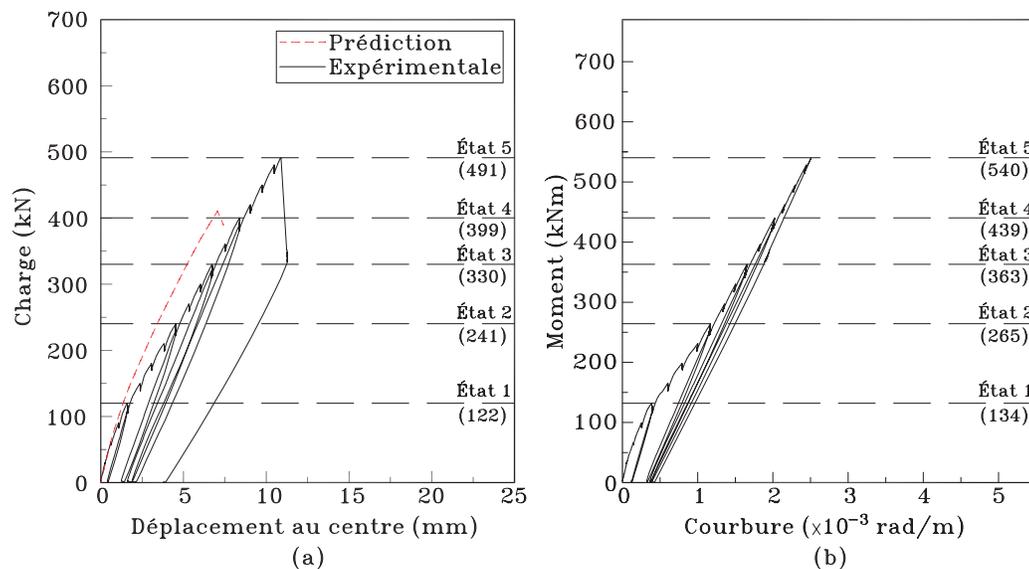


Figure 5.12 – Réponses de la poutre PBA2 : (a) charge-flèche et (b) moment-courbure

Les déformations dans les lits d'armature en tension sont présentées à la figure 5.13. Les armatures longitudinales n'ont jamais atteint la plastification ( $\varepsilon_y = 2 \times 10^{-3}$ ). Cela est caractéristique des ruptures fragiles en cisaillement. La figure 5.14 illustre les lectures des jauges de déformation du béton. Bien que les quatre étriers présents dans la poutre étaient

instrumentés, l'évolution des jauges n'est pas présentée, car ces étriers n'ont qu'une utilité pratique pour la fabrication de la poutre, mais aucune utilité structurale.

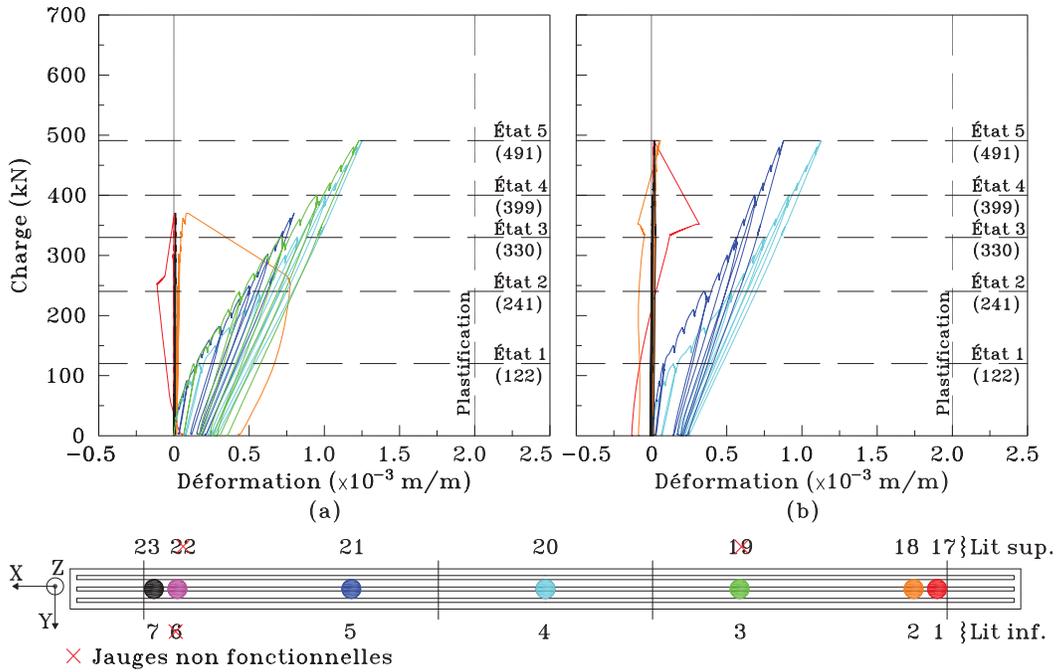


Figure 5.13 – Déformations dans les lits d'armature tendue de la poutre PBA2 : (a) lit inférieur et (b) lit supérieur

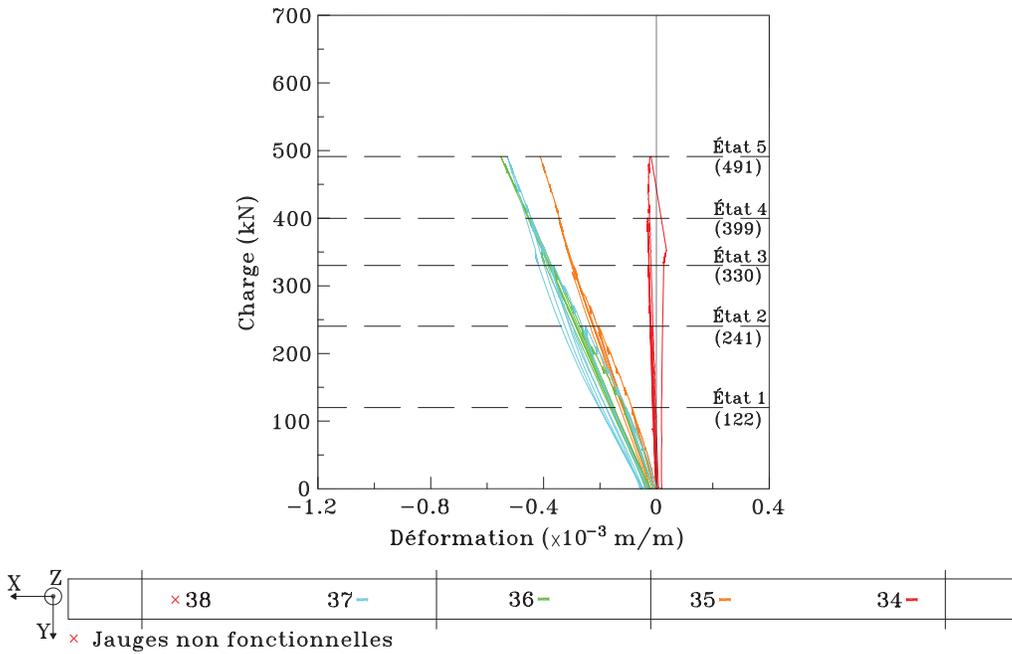
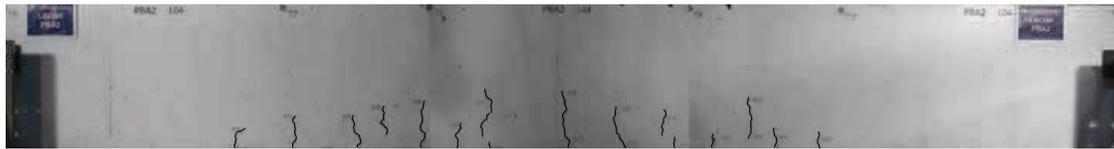


Figure 5.14 – Déformations du béton de la poutre PBA2

Les premières fissures de flexion se sont manifestées à une charge d'environ 90 kN. L'état 1 (figure 5.15a) a été atteint avec une charge de 122 kN et une flèche au centre de 1.60 mm. Cet état correspond à la fissuration significative du béton en flexion, comme l'indiquent les fissures verticales. L'ouverture maximale des fissures est de 0.15 mm.



(a) État 1



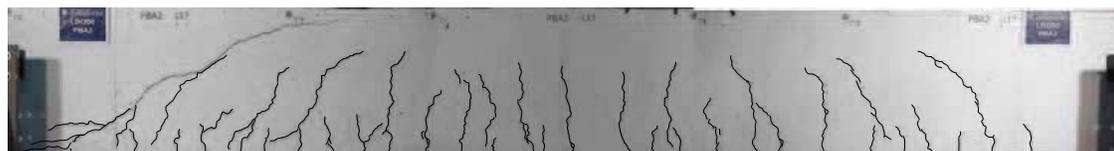
(b) État 2



(c) État 3



(d) État 4



(e) État 5

Figure 5.15 – États d'endommagement de la poutre PBA2

Juste après l'état 1, un changement de pente est apparu sur la courbe charge-flèche, indiquant une réduction significative de la rigidité à cause des fissures (fig. 5.12). L'état 2 a été atteint à une charge de 240 kN et une flèche au centre de 4.54 mm (fig. 5.15b). Les fissures de flexion sont développées, mais la fissuration en cisaillement n'est pas encore apparente. Dans cet état, l'ouverture maximale des fissures est de 0.20 mm.

Les premières fissures nettes de cisaillement sont apparues à environ 270 kN. La figure 5.15c présente la poutre dans l'état 3, atteint à une charge de 330 kN et à une flèche au centre de 6.74 mm. L'ouverture maximale des fissures est de 0.25 mm.

L'état 4 (fig. 5.15d) correspond à une charge de 399 kN et la flèche centrale correspondante est de 8.38 mm. Dans cet état, la fissuration en cisaillement est très importante avec apparition de ramifications aux fissures de cisaillement. L'ouverture maximale des fissures est de 0.30 mm. Il faut noter qu'à ce stade les deux fissures principales de cisaillement ne sont toujours pas évidentes.

La figure 5.15e présente l'état post-rupture de la poutre PBA2 (état 5). La fissure principale du côté gauche de la poutre est apparue soudainement au moment de la rupture, en passant par plusieurs fissures déjà existantes. Ceci correspond à une rupture fragile. La charge maximale atteinte est de 491 kN et flèche à la rupture est de 10.89 mm.

#### 5.4.2 Évolution des propriétés dynamiques de la poutre PBA2

Le tableau 5.2 présente les propriétés dynamiques de la poutre PBA2 à l'état 0. Les mêmes modes que ceux de la poutre PBA1-1 sont obtenus avec la poutre PBA2 (les essais FDD n'ont pas permis de caractériser le mode 6 adéquatement). Les fréquences des modes présentés au tableau 5.2 sont différentes de celles du tableau 5.1 étant donné les différences des propriétés intrinsèques des matériaux des deux spécimens et les conditions d'appuis, qui peuvent varier lors de l'installation des poutres. Les modes 1, 4 et 6 de la poutre PBA2 présentent des fréquences supérieures à 10% comparativement aux mêmes modes de la poutre PBA1-1. Le mode 1, particulièrement, est environ 60% plus grand pour PBA2. Les autres modes restent dans les mêmes ordres de grandeur. Comme pour la poutre PBA1-1, les fréquences des modes obtenues des essais FRF et FDD sont similaires. Les amortissements sont aussi dans les mêmes ordres de grandeur, sauf au niveau du mode 3, où une différence de plus du double est observée (erreur liée aux méthodes expérimentales). Le calcul du MAC entre les vecteurs propres en FRF et en FDD montre que les déformées modales sont presque identiques. Les MACs sont en effet tous proches de l'unité, sauf pour les modes 2 et 3 qui présentent des niveaux de complexité élevés en FRF ou en FDD. Les résultats FRF et FDD restent consistants dans les états d'endommagement subséquents, mis à part le taux d'amortissement du mode 3.

Tableau 5.2 – Propriétés dynamiques de la poutre PBA2 à l'état 0

Mode	Analyse FRF			Analyse FDD			MAC
	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	
1	11.12	1.65	13.84	11.11	1.62	0.17	0.996
2	25.22	1.11	23.68	25.18	1.22	1.51	0.923
3	29.49	2.10	8.39	29.54	0.93	8.52	0.929
4	45.05	1.06	9.78	45.07	1.02	1.39	0.999
5	73.25	0.80	7.02	73.14	0.75	3.13	0.998
6	188.17	1.38	8.55	-	-	-	-
7	203.26	0.63	5.18	203.10	0.58	2.17	0.999
8	252.00	1.84	15.28	252.00	1.80	8.19	0.998
9	295.69	0.71	8.08	295.60	0.59	9.28	0.976
10	335.29	1.33	12.23	335.40	1.23	5.35	0.997

L'évolution des fréquences propres selon les états d'endommagement est présentée à la figure 5.16. Pour les mêmes raisons que pour la poutre PBA1-1, l'état 5 est isolé des autres états. Les résultats montrent que les fréquences diminuent, généralement, à chaque état, c'est-à-dire avec l'augmentation du niveau d'endommagement. De même que précédemment, quelques plateaux sont observés où la fréquence change à peine entre deux ou plusieurs états consécutifs. Ceci est le cas, par exemple, des modes 6, 8, 9 et 10 entre les états 0 et 1. Les évolutions relatives des fréquences sont plus faibles pour la poutre PBA2 que pour la poutre PBA1-1. Ce résultat était anticipé, car les différents niveaux de chargement entre les états ont été choisis beaucoup plus rapprochés que pour la poutre PBA1-1. Même si les types de fissures développées sont un peu différents, il est normal que leur nombre et leur ouverture varient moins d'un état à un autre que pour la poutre PBA1-1. Ce résultat indique néanmoins que, pour une poutre très fragile en cisaillement, l'évolution des fréquences propres est faible jusqu'à la rupture. Cette observation est importante lorsque les fréquences sont utilisées comme indicateurs pour faire le suivi de l'endommagement. Les modes 5 (deuxième mode de torsion) et 7 (troisième mode latéral) sont ceux qui présentent le plus de réduction. À l'état 4, leurs fréquences ont diminué respectivement de 7.8 % et 7.0 %. Les trois modes de flexion sont ensuite ceux dont les fréquences évoluent le plus (environ -5 %), tandis que tous les autres modes ont des réductions inférieures à 4 %.

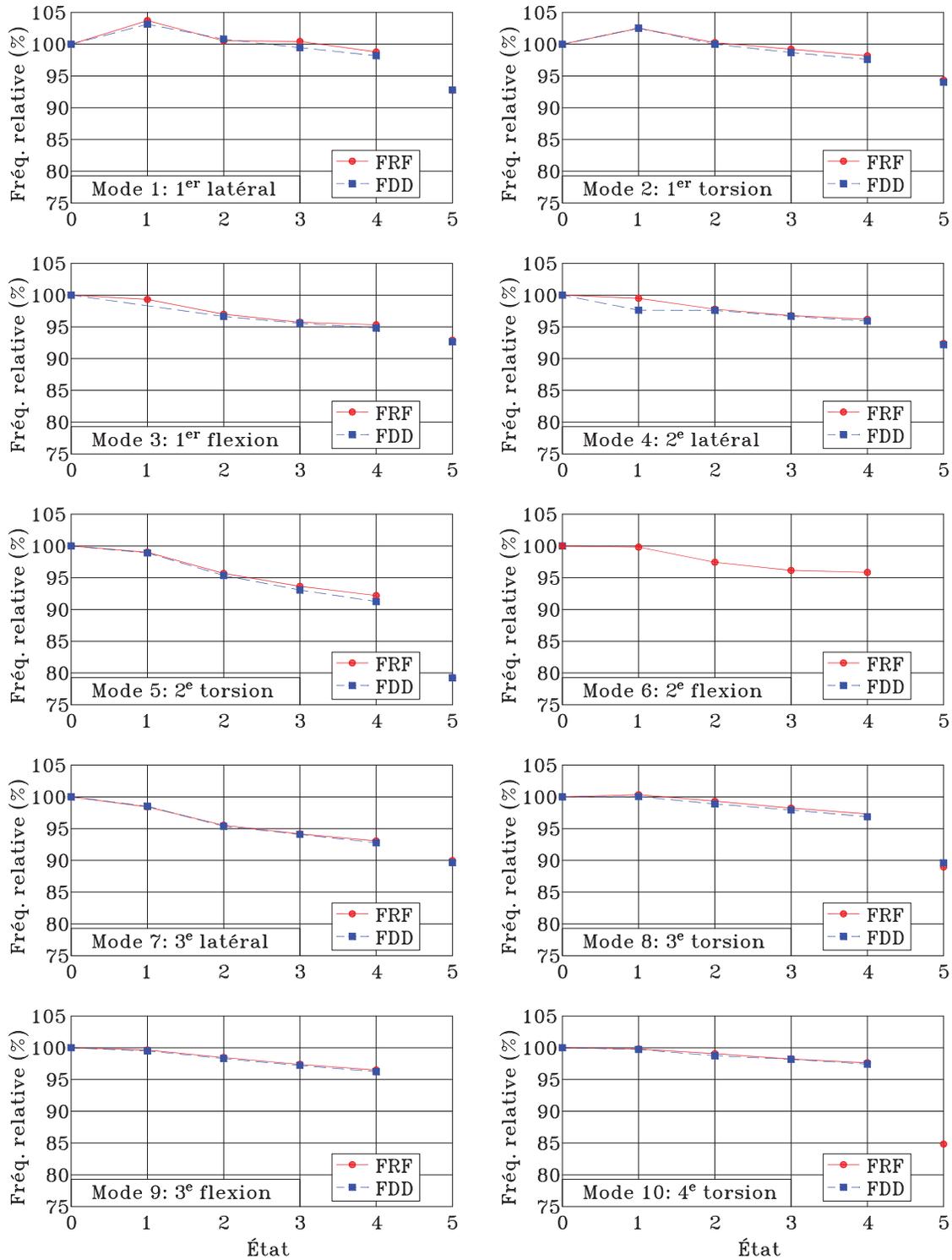


Figure 5.16 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA2

La figure 5.17 présente l'évolution des amortissements modaux pour les modes 1, 3, 5 et 10. Contrairement à la poutre PBA1-1 (fig. 5.10), le taux d'amortissement présente une légère tendance d'augmentation en fonction du niveau d'endommagement pour la plupart

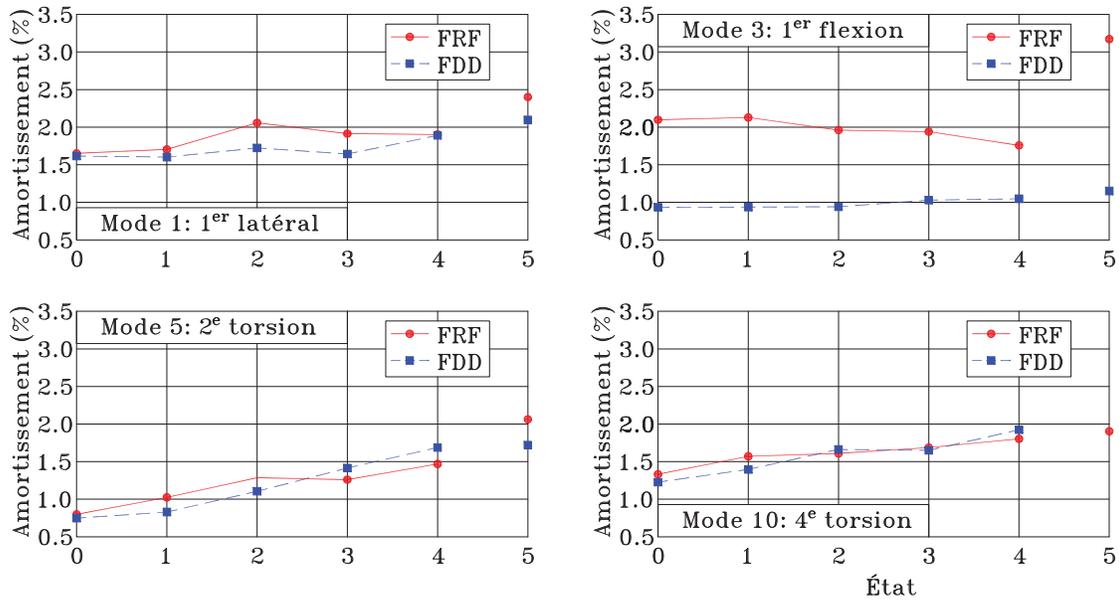


Figure 5.17 – Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA2

des modes suivis. Ces augmentations sont à peine plus grandes que l'erreur expérimentale et sont surtout irrégulières selon les modes. Notons que le mode 3 présente plusieurs particularités. Tout d'abord, les résultats en FRF et en FDD ont des grandes différences, tel que mentionné précédemment. Ensuite, le taux d'amortissement diminue légèrement avec l'endommagement pour les essais FRF, tandis qu'il stagne avec l'endommagement pour les essais FDD. Ces observations confirment que le taux d'amortissement n'est pas un indicateur fiable de l'endommagement des poutres en flexion.

L'évolution des déformées modales est présentée à la figure 5.18. L'endommagement se manifeste, comme pour la poutre PBA1-1, par une modification progressive des déformées modales (c'est-à-dire une réduction progressive du MAC) avec l'augmentation du niveau d'endommagement. Dans le cas de la poutre PBA2, les évolutions des MAC restent cependant très faibles, avec une réduction maximale de 0.02 pour la plupart des modes jusqu'à la rupture. Les modes dont les déformées évoluent le plus sont les modes de flexion (modes 3, 6 et 9). Le premier mode de flexion (mode 3) présente une diminution de 0.06 à l'état 4. Notons qu'à l'état 2, ce mode présente un MAC en FDD très faible de 0.552, qui résulte essentiellement de la complexité de la déformée modale, qui est de 31%. Le deuxième mode de flexion (mode 6), quant à lui, présente une réduction du MAC d'environ 0.19 à l'état 4, montrant une modification significative de sa déformée. Finalement, le troisième mode de flexion (mode 9) présente une réduction du MAC de 0.26 en FRF et 0.38 en FDD.

Les précédents résultats sur l'évolution des fréquences et des déformées d'une poutre

fragile non renforcée en cisaillement montrent que les modes de flexion sont les meilleurs indicateurs de son endommagement en flexion-cisaillement.

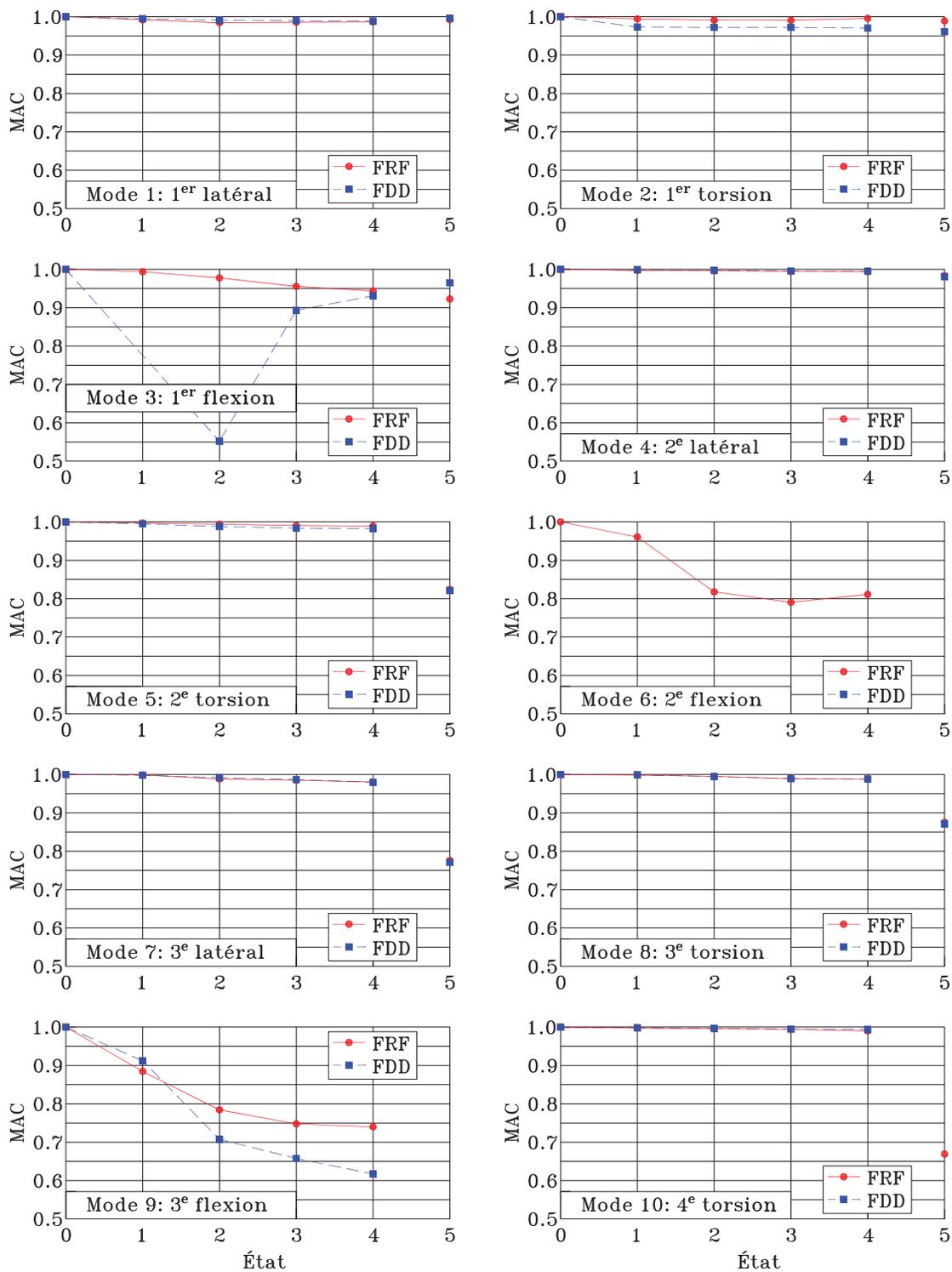


Figure 5.18 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA2

## 5.5 POUTRE PBA1-2 : BLOCAGE DES APPUIS

### 5.5.1 Blocage des degrés de liberté

La poutre PBA1-2 est utilisée dans un premier temps pour simuler des modifications dans les conditions d'appuis. Ces essais sont non destructifs pour le spécimen. Les modifications sont simulées en ajoutant de la rigidité selon un ou plusieurs degrés de liberté de l'appui 9, comme l'indique le protocole expérimental présenté à la section 4.4.2. Pour des raisons pratiques, la figure 5.19 rappelle les différents degrés de liberté de l'appui 9 et les configurations étudiées.

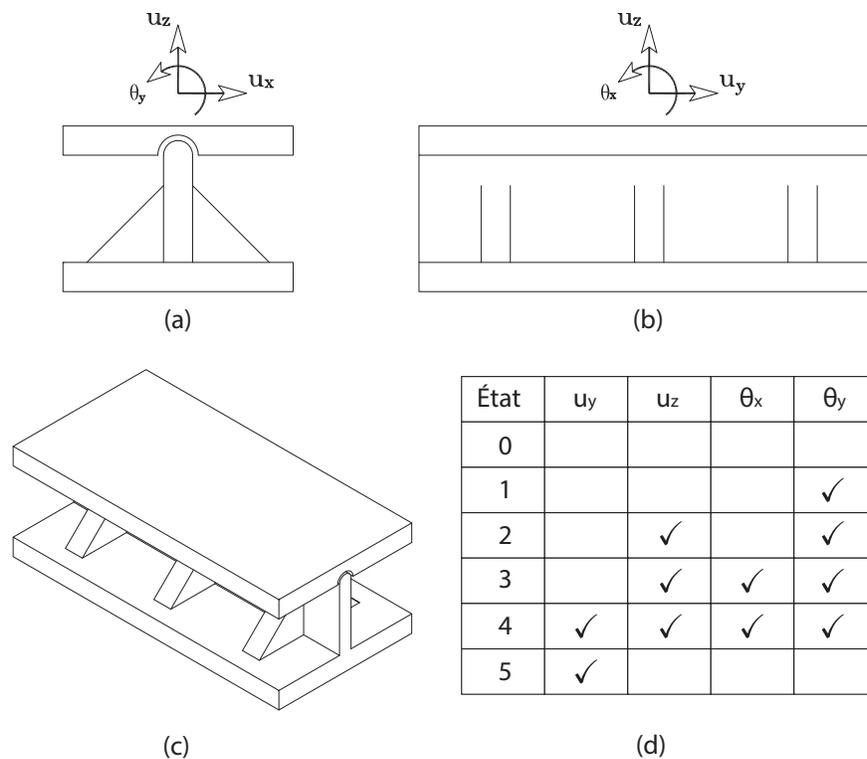


Figure 5.19 – Degrés de liberté de l'appui : (a) vue de côté, (b) vue de face, (c) vue 3D, (d) modifications des appuis

L'état 0 correspond à l'état initial de l'appui, où tous les degrés de liberté sont libres (fig. 4.20a). Dans l'état 1, le degré de liberté  $\theta_y$  est bloqué en utilisant quatre tiges d'acier de 19 mm de diamètre (3/4 po) vers le centre de l'appui (fig. 4.20b). L'état 2 correspond à un état, où les degrés de liberté  $\theta_y$  et  $u_z$  sont bloqués en utilisant quatre blocs d'acier vers le centre de l'appui (fig. 4.20c). À l'état 3, la même configuration qu'à l'état 2 est utilisée, en plus d'ajouter quatre autres blocs aux extrémités de l'appui, afin de bloquer la rotation  $\theta_x$  (fig. 4.20d). En plus des blocages de l'état 3, le déplacement latéral  $u_y$  est

bloqué à l'état 4 en utilisant des plaques latérales (fig. 4.20e). Les surfaces de contact sont recouvertes de téflon, afin de réduire au maximum les effets sur les autres degrés de liberté. Enfin, l'état 5 correspond à un blocage du déplacement latéral  $u_y$  uniquement par le même procédé qu'à l'état 4 (fig. 4.20f), tous les autres éléments de blocage étant retirés. Toutes les modifications ont été effectuées sans déplacer la poutre, ni modifier les éléments de blocage d'un état précédent, lorsque ce n'était pas nécessaire.

### 5.5.2 Évolution des propriétés dynamiques

Les propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 à son état initial sont présentées au tableau 5.3. On remarque à nouveau des différences dans les valeurs des fréquences des modes par rapport aux poutres PBA1-1 et PBA2 (tab. 5.1 et 5.2) (notamment le mode 6, dont la fréquence est sensiblement moins élevée), mais aussi que l'ordre des modes et l'ordre de grandeur de leur fréquence sont respectés. Les résultats comparatifs entre les essais FRF et FDD suivent les mêmes tendances que les cas précédents. Les fréquences sont quasi identiques à quelques pas de fréquence près, tandis que les taux d'amortissement sont très légèrement différents. Le calcul du MAC entre les déformées modales en FRF et en FDD montre que ces dernières sont quasi identiques. Ces mêmes observations sont valables dans les états subséquents, bien que les évolutions du MAC à travers les états présenteront parfois des différences de valeur pour certains modes, essentiellement liées à la complexité des déformées.

Tableau 5.3 – Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 (blocage des appuis) à l'état 0

Mode	Analyse FRF			Analyse FDD			MAC
	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	
1	9.62	2.37	5.98	9.51	2.17	0.38	0.986
2	22.54	1.00	18.02	22.24	1.57	3.54	0.988
3	30.34	0.98	3.46	30.25	0.90	1.89	0.996
4	40.19	1.22	5.14	40.02	1.46	2.40	0.997
5	65.94	0.76	3.04	65.84	0.77	2.67	0.996
6	143.75	1.40	7.93	143.30	1.45	5.63	0.985
7	189.88	1.15	21.06	189.60	0.95	12.31	0.986
8	234.58	1.05	16.10	234.10	0.99	12.10	0.991
9	272.76	0.73	12.89	271.90	0.28	7.89	0.984
10	311.70	1.08	15.45	309.80	1.44	12.79	0.965

La figure 5.20 présente l'évolution des fréquences pour les cinq états de modification de l'appui 9. L'état 5 est séparé des autres résultats parce qu'il ne suit pas la séquence

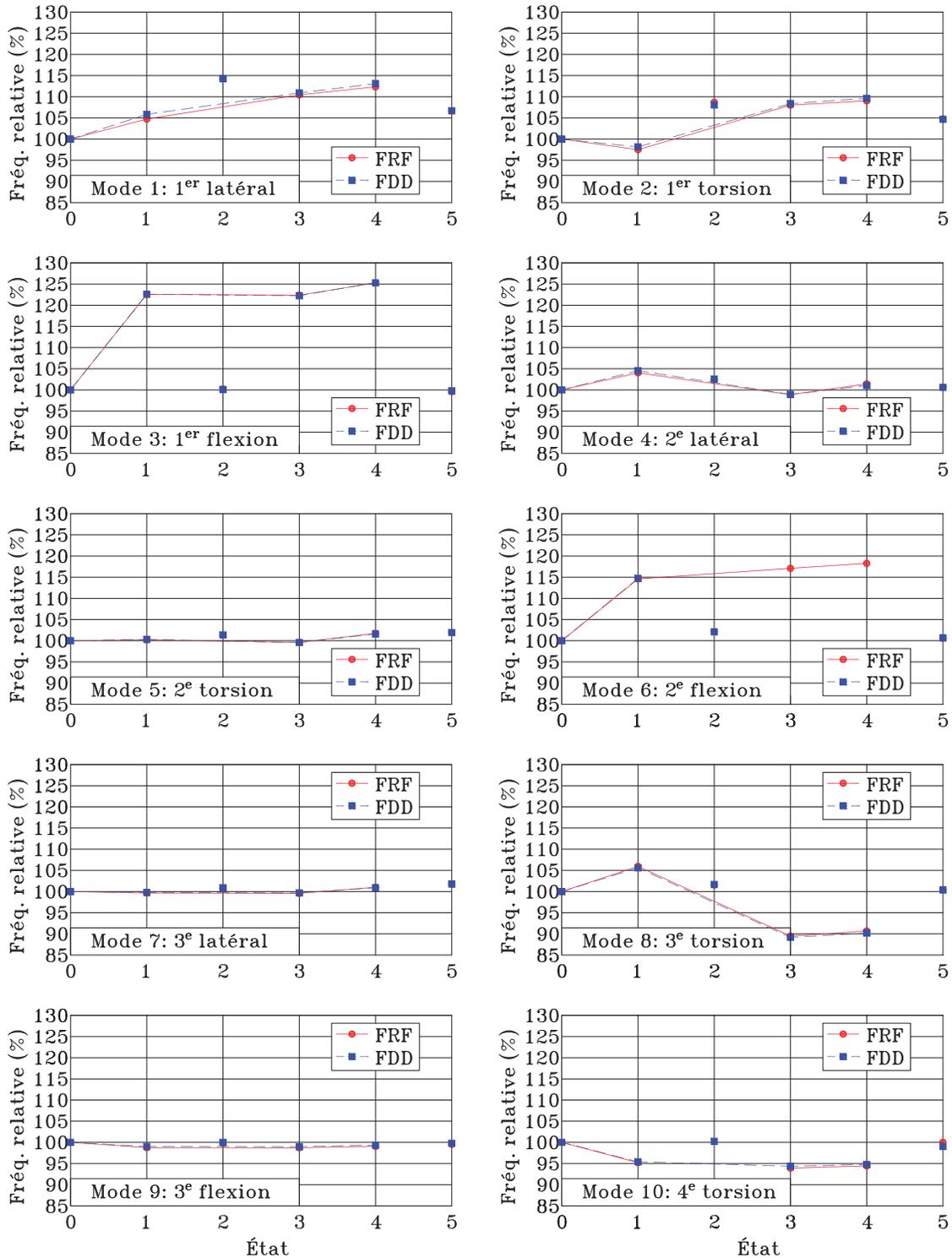


Figure 5.20 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis

logique des états 0 à 4. Ces derniers sont en effet réalisés en ajoutant toujours plus de rigidité selon un ou plusieurs degrés de liberté à un état donné pour obtenir l'état suivant. L'état 5, quant à lui, consiste au blocage du ddl latéral uniquement, donc au retrait des

éléments de blocage de l'état 4. Les résultats anticipés pour ces essais devraient être des augmentations systématiques des fréquences de l'ensemble des modes entre les états 0 et 4 (ou alors pas de variation selon le blocage effectué et le mode considéré), puis l'ensemble des fréquences devrait à nouveau baisser significativement entre les états 4 et 5, pour finir à des valeurs légèrement supérieures à celles de l'état 0. Une analyse préliminaire de la figure 5.20 permet de constater que ces tendances ne sont pas toujours respectées et que des baisses de fréquence ont même parfois été obtenues entre les états 0 et 4. On note que les modifications des appuis ne sont presque pas détectables sur les fréquences des modes 5, 7 et 9, et que les modes les plus affectés sont les modes 1, 2, 3, 6 et 8.

À l'état 1, la rotation selon l'axe  $y$  est rigidifiée. Cela aurait théoriquement pour effet d'augmenter les fréquences des modes ayant une composante importante selon cette rotation, comme les modes de flexion. Les résultats montrent en effet que les premier et deuxième modes de flexion (modes 3 et 6) présentent les augmentations les plus importantes, respectivement de 22.6% et 14.6%. La fréquence du troisième mode de flexion (mode 9) n'est cependant pas affectée. Les premier et deuxième modes latéraux (modes 1 et 4) sont également affectés, augmentant respectivement de 4.7% et 4.0%. Le troisième mode de torsion (mode 8) voit aussi sa fréquence augmenter sensiblement de 5.9%. De façon plus surprenante, les modes 2 et 10 (torsions) voient leur fréquence légèrement diminuer de 2.5% et 4.8%.

L'état 2 correspond à un ajout de rigidité aux mêmes ddl qu'à l'état 1. A priori, les effets obtenus précédemment devraient s'accroître, notamment pour les modes présentant des composantes verticales importantes aux appuis (selon l'axe  $z$ ). En pratique, seuls le premier mode latéral (mode 1) et le premier de torsion (mode 2) respectent ces prévisions, avec des augmentations respectives de 14.2% et 8.7% par rapport à l'état initial. Les autres modes à l'état 2 ont des fréquences inconsistantes avec les attentes, notamment les modes de flexion. Ces derniers présentent des réductions significatives de leurs fréquences par rapport à l'état 1, qui redeviennent très proches des fréquences à l'état initial (respectivement +0.18% et +2.15%). Ces résultats soulèvent des interrogations sur la réalisation expérimentale des blocages pour cet état, et pourraient donc être écartés des analyses ultérieures. Les résultats de l'état 2 ont été isolés des autres états aux figures 5.20 à 5.22.

À l'état 3, des blocs ont été ajoutés aux extrémités de l'appui pour rigidifier la rotation autour de l'axe  $x$  et le déplacement vertical selon  $z$ . Les modes de flexion et de torsion devraient être principalement affectés, tandis que les modes latéraux devraient l'être moins. Si l'on écarte les résultats obtenus à l'état 2, les évolutions de fréquences obtenues à l'état

3 sont globalement cohérentes avec les attentes. Les modes 1 (premier mode latéral, ayant une forte composante de rotation  $\theta_x$ ) et 2 (torsion) sont affectés de manière significative avec une augmentation de fréquence de 10.4% et 8.0% par rapport à l'état 0, soit bien plus qu'à l'état 1. Les premier et deuxième modes de flexion (modes 3 et 6) présentent des augmentations de fréquences de 22.4% et 17.1% respectivement, donc peu ou pas d'évolution par rapport à l'état 1. Le troisième mode de torsion est le seul à connaître une baisse significative de sa fréquence de 10.5% par rapport à l'état 0, et donc plus encore par rapport à l'état 1. Les fréquences des autres modes sont peu affectées par les modifications apportées à l'état 3.

Un blocage latéral du degré de liberté selon  $y$  est ajouté à l'état précédent pour obtenir l'état 4. Dans cet état, les modes latéraux et de torsion sont supposés voir leurs fréquences augmenter par rapport à l'état précédent. La figure 5.20 montre qu'en réalité les fréquences des dix modes ont été affectées de façon similaire, avec une légère hausse comprise entre 1% et 3% par rapport à l'état précédent.

À l'état 5, tous les blocs sont retirés pour laisser uniquement le blocage latéral du déplacement selon  $y$ . Dans cette configuration, on s'attend à obtenir une forte réduction de toutes les fréquences par rapport à l'état 4 pour revenir à des valeurs proches des valeurs de référence à l'état 0. Il ne devrait rester d'influence que sur les modes latéraux, et une influence légère sur les modes de torsion. Les résultats montrent que seuls les deux premiers modes sont affectés par le blocage restant. Le mode 1 (premier mode latéral) à une hausse de fréquence de 6.6% par rapport à l'état initial. Le mode 2 (premier mode de torsion) présente quant à lui une augmentation de 4.7%. Tous les autres modes ont des différences inférieures à 2% par rapport à l'état 0.

L'évolution des taux d'amortissement modaux est présentée à la figure 5.21 pour quelques modes. Les courbes montrent que le taux d'amortissement n'est pas un indicateur des modifications des conditions d'appuis du spécimen. Contrairement aux dommages en flexion (PBA1-1 et PBA2), où une évolution de l'amortissement aurait été logique à travers les endommagements, aucune évolution n'était attendue dans le cas des modifications d'appuis pour la poutre PBA1-2.

L'évolution des déformées modales est présentée à la figure 5.22 à travers les variations du MAC. L'effet du blocage des degrés de liberté de l'appui sur les déformées modales est difficile à prévoir. Aucune évolution cohérente ou continue du MAC n'était attendue, ce qui est confirmé par les courbes expérimentales. Néanmoins, la figure 5.22 montre que

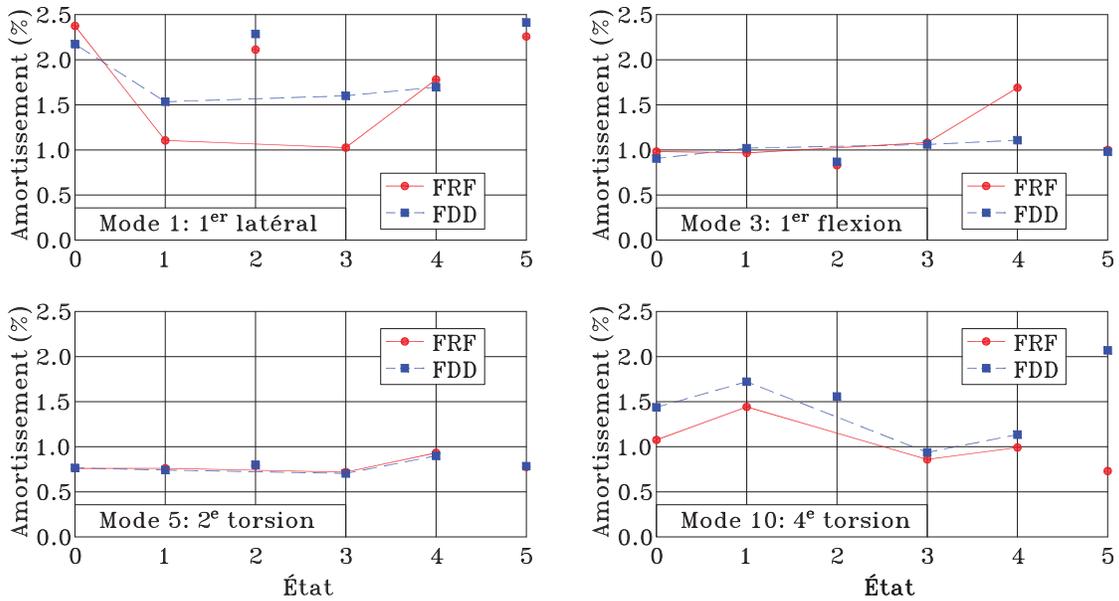


Figure 5.21 – Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis

les déformées modales constituent bien des indicateurs de la modification du système à l'appui. Le mode 1 (premier mode latéral) est le seul dont la déformée modale n'évolue quasiment pas avec une réduction maximale du MAC de 0.041 à l'état 1. Les modes 2 (premier de torsion), 3 (premier de flexion) et 5 (deuxième de torsion) sont des modes dont les déformées sont seulement légèrement affectées par les modifications des appuis, et essentiellement entre les états 0 et 1 (réduction du MAC de 0.1 ou moins). Tous les autres modes présentent des déformées modales très affectées par les modifications successives des appuis, avec des réductions de MAC allant de 0.2 jusqu'à 0.5 (si on exclue les cas particuliers des modes 6 et 8). Comme mentionné précédemment, les évolutions ne suivent pas forcément de tendance particulière d'un état à un autre. Les modes 6 (deuxième de flexion) et 8 (troisième de torsion) sont des cas particuliers, qui présentent des évolutions drastiques de leur déformée modale aux états 1 à 4 par rapport à l'état initial. Des réductions maximales respectives des MAC de 0.852 (état 4) et 0.912 (état 1) sont observées. En réalité, ces deux modes sont complètement modifiés par les changements des conditions d'appui, et ils ne présentent plus qu'une similitude globale par rapport à leur déformée à l'état initial. Ce résultat est normal lorsque les conditions aux limites d'un système sont modifiées. La figure 5.23 compare les déformées modales des modes 6 et 8 à l'état initial et aux états suivants. On remarque que les nœuds de vibration se sont déplacés dans les deux cas même si l'allure générale du mode est conservée, ce qui explique les très faibles valeurs du MAC obtenues.

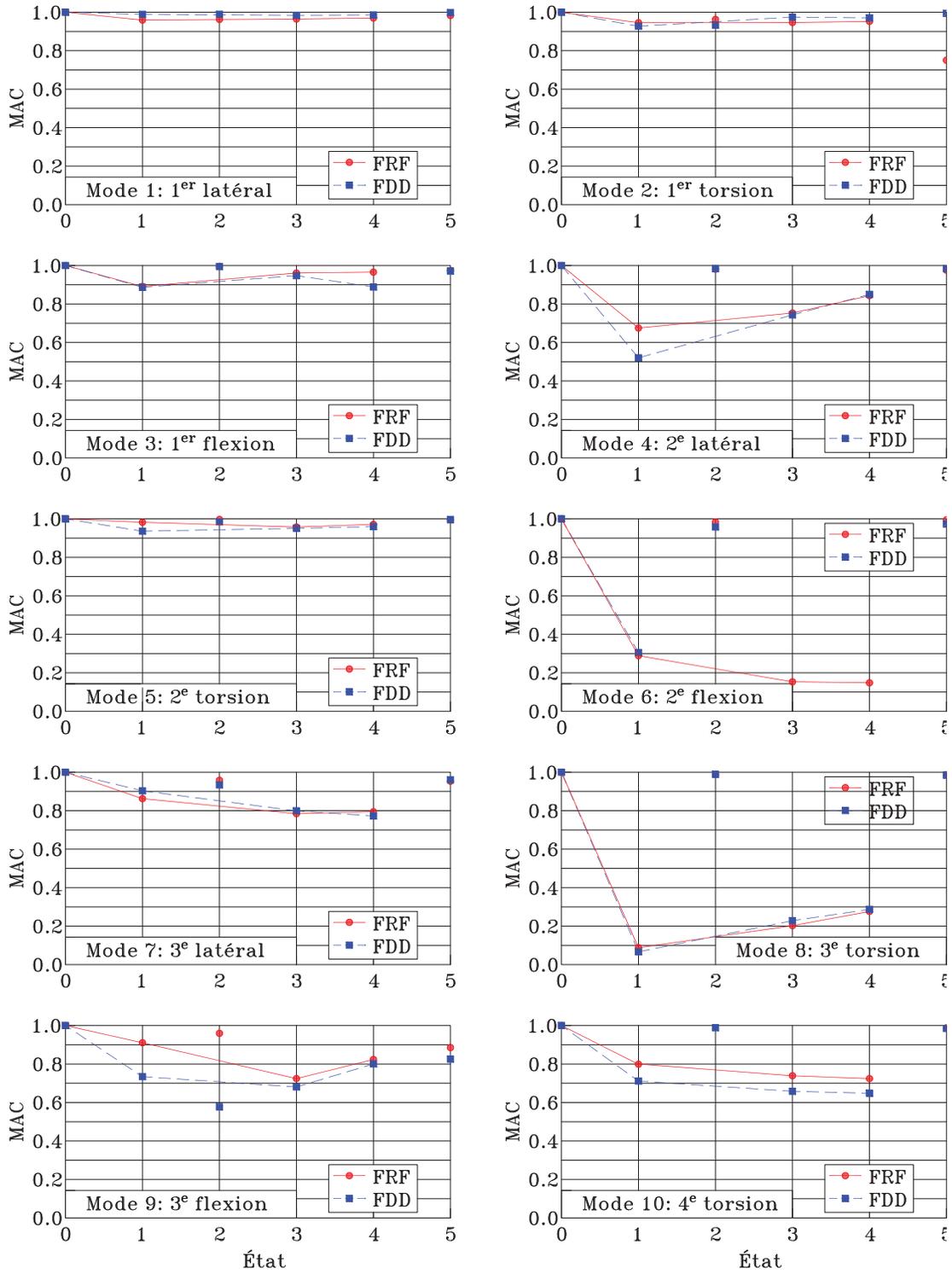


Figure 5.22 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-2 : blocage des appuis

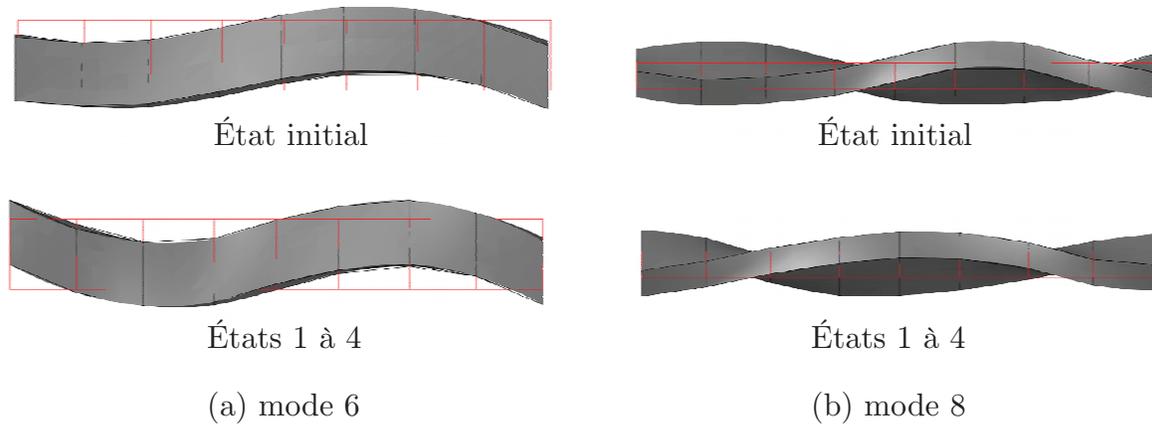


Figure 5.23 – Évolution des déformées des modes 6 et 8 (poutre PBA1-2 : blocage des appuis)

## 5.6 POUTRE PBA1-2 : CORROSION DES ARMATURES LONGITUDINALES

### 5.6.1 États d'endommagement

Après les essais non destructifs de simulation d'endommagement, la poutre PBA1-2 a été utilisée pour simuler la corrosion des armatures longitudinales. La corrosion a été simulée en sectionnant des barres d'armatures longitudinales tendues du lit inférieur dans l'ordre spécifié à la figure 4.23. La figure 5.24 illustre des coupures de barres dans la section centrale de la poutre à différents états étudiés. Le protocole expérimental détaillé utilisé lors de ces essais est celui décrit à la section 4.4.3 de ce rapport. Rappelons que les propriétés dynamiques de la poutre aux états 0 à 5 ont été évaluées après un chargement par essai de flexion quatre points à 450 kN, soit une charge de service usuelle représentant environ 50 % de la capacité de la poutre. Les propriétés de la poutre ont aussi été évaluées immédiatement après chaque coupure de barres (sans rechargement à 450 kN), définissant ainsi des états 1\* à 5\*. Une fois le lit inférieur entièrement sectionné aux trois positions accessibles, la poutre a été endommagée davantage en trois étapes (états 6 à 8) jusqu'à la rupture en flexion (état 8).

La figure 5.25a présente la réponse charge-flèche de la poutre PBA1-2. Des états 0 à 5, la poutre est systématiquement rechargée à 450 kN, comme le montre la figure. Des déplacements et déformations additionnels sont observés à chaque rechargement à cause des barres sectionnées, qui affaiblissent les trois sections de coupure. Parce que le lit inférieur d'armatures longitudinales ne participait plus à la reprise des efforts dans la section centrale, la poutre a connu une rupture ductile en flexion lors de la poursuite du charge-

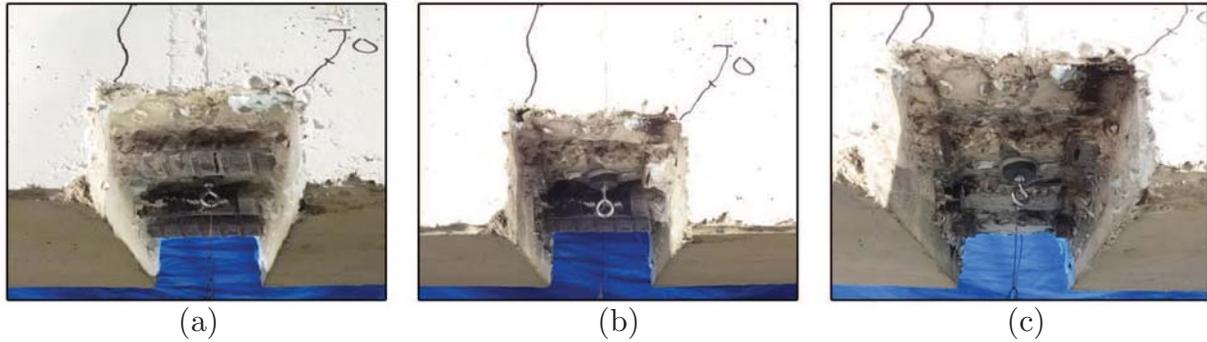


Figure 5.24 – Coupure des barres d’armature dans la section centrale de la poutre : (a) aucune barre sectionnée (état 0), (b) une barre sectionnée (état 1), (c) toutes les barres sectionnées (état 3)

ment quatre points après l’état 5 (au lieu d’une rupture fragile en cisaillement comme les poutres PBA1-1 et PBA2). La figure 5.25a fait apparaître les trois états d’endommagement additionnels étudiés après l’état 5, qui correspondent à différents niveaux de ductilité en déplacement de la poutre, avec des forces maximales atteintes qui stagnent entre 565 kN et 587 kN. La réponse moment-courbure est présentée à la figure 5.25b (jauges nécessaires au calcul non fonctionnelles après l’état 6).

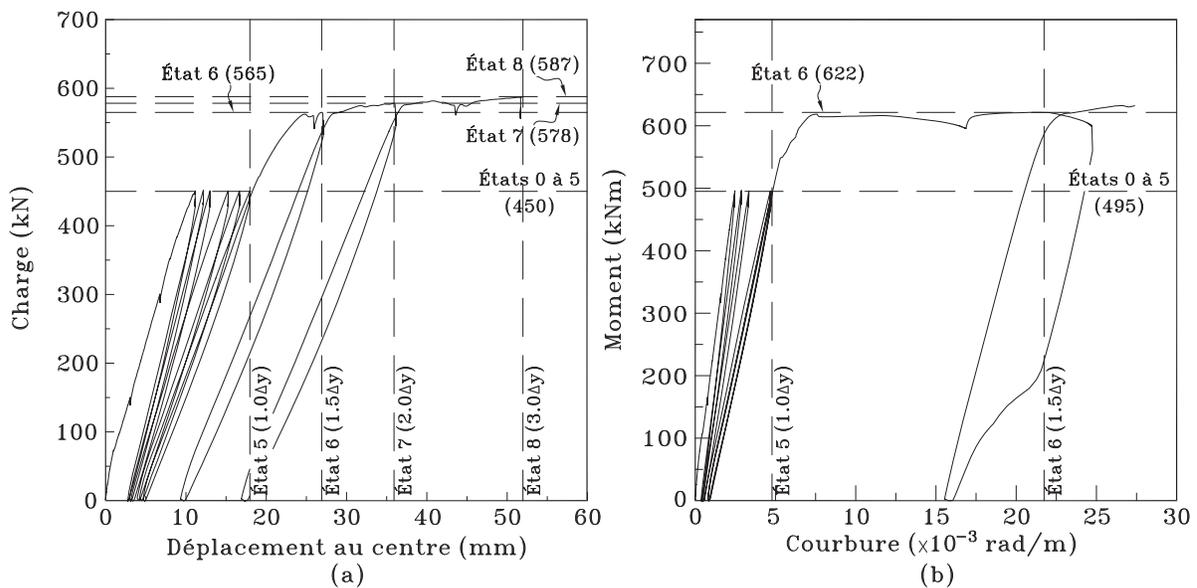


Figure 5.25 – Réponse de la poutre PBA1-2 : (a) charge-flèche et (b) moment-courbure

Les figures 5.26, 5.27 et 5.28 présentent respectivement les déformations dans les lits d’armature longitudinale en tension, dans les armatures de cisaillement et dans le béton, lors de l’essai. Les états d’endommagement sont présentés aux figures 5.29a à 5.29i. Il faut

noter qu'à cause de l'élasticité de la peinture utilisée, les fissures étaient difficiles à voir, et seules celles qui s'ouvraient de manière importante étaient mesurables.

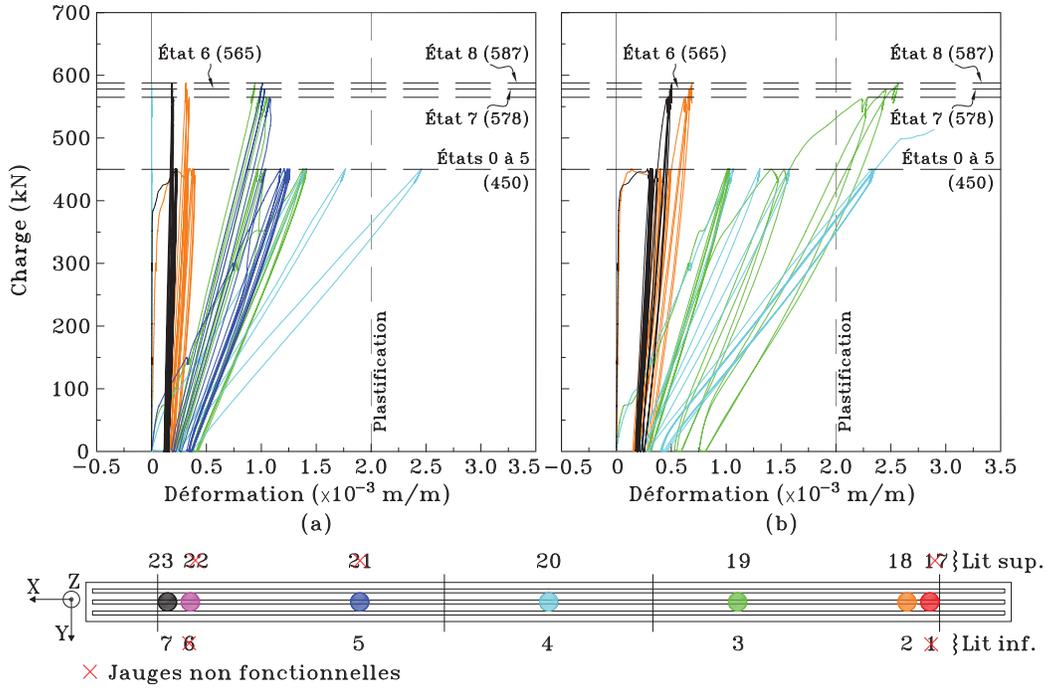


Figure 5.26 – Déformations dans les lits d'armature tendue de la poutre PBA1-2 : (a) lit inférieur et (b) lit supérieur

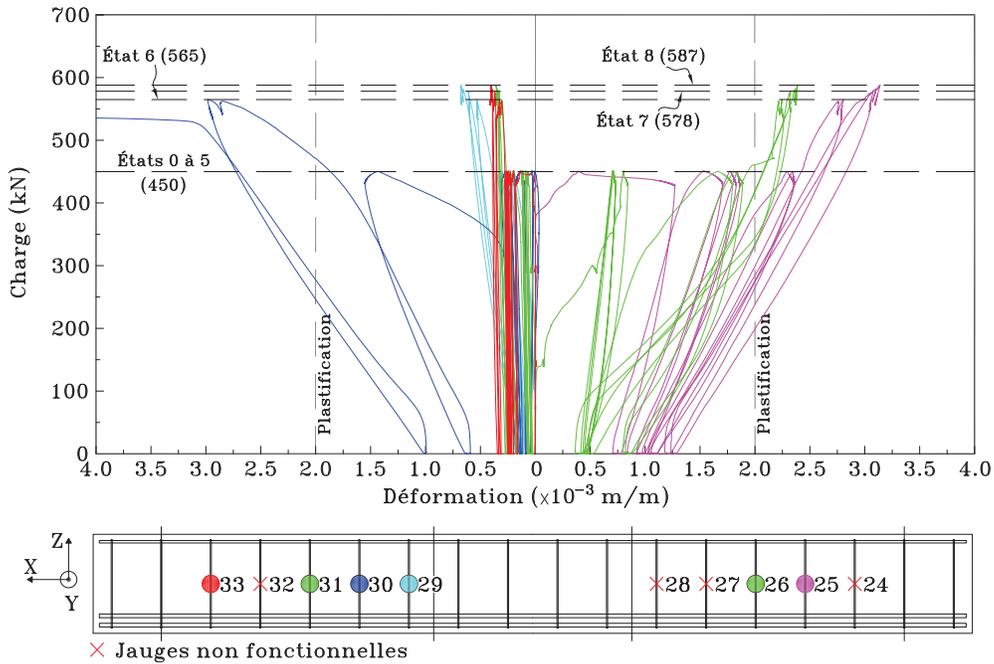
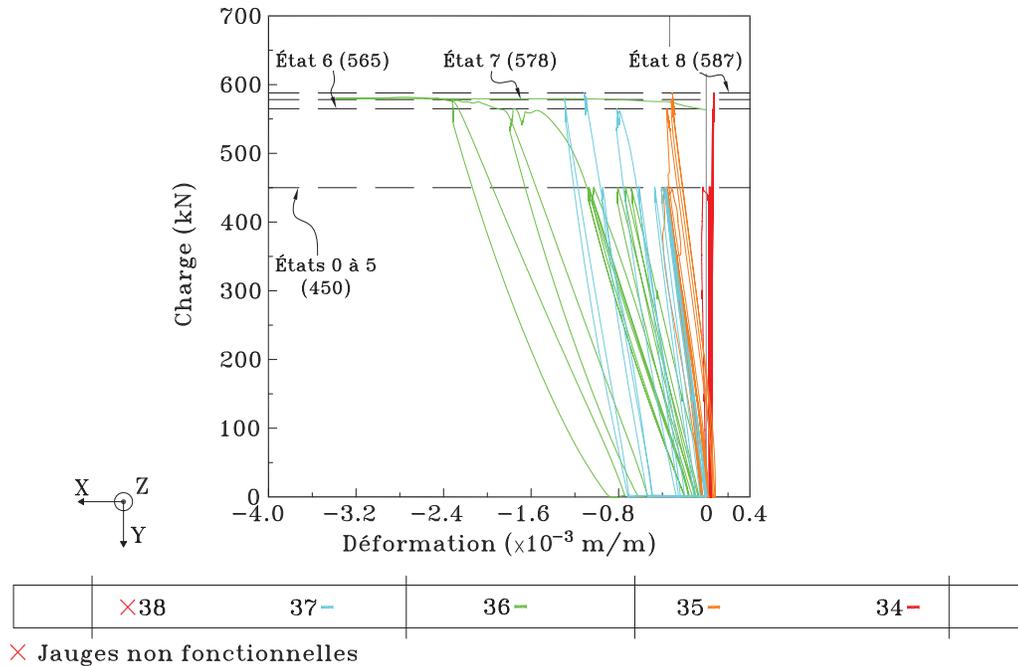


Figure 5.27 – Déformations dans les armatures de cisaillement de la poutre PBA1-2



Lors du chargement vers 450 kN pour l'état 0, un léger changement de pente sur la courbe charge-flèche est apparu aux environs de 72 kN, indiquant l'amorce de la fissuration du béton. À 450 kN, la flèche atteinte est de 11.14 mm, et la poutre est dans un état de fissuration avancé en flexion et en cisaillement (fig. 5.29a).

L'état 1 correspond à la section d'une barre d'armature au centre de la poutre. La poutre est rechargée jusqu'à 450 kN à un taux rapide de 0.03 mm/s. La flèche atteinte est de 12.17 mm. L'état de fissuration de la poutre n'a pas évolué par rapport à l'état 0, sauf au niveau de la section centrale laissée à nue, où il y a des concentrations de contraintes (fig. 5.29b). Les jauges de déformation indiquent une augmentation des déformations uniquement au centre de la poutre, ce qui est cohérent.

La figure 5.29c présente la poutre dans son état 2. La flèche atteinte est de 12.98 mm. L'état de fissuration est assez semblable à l'état précédent. Cependant, les fissures principales de cisaillement sont assez développées pour être mesurables, l'ouverture maximale étant de 0.60 mm. En plus, les armatures de flexion au centre de la poutre ont atteint leur point de plastification (jauge 4, fig. 5.26a).

À l'état 3, toutes les barres de flexion inférieures au centre de la poutre sont sectionnées. La flèche atteinte est de 15.24 mm. Avec la charge de 450 kN, le lit supérieur d'armature



(a) État 0: 450 kN



(b) État 1: 450 kN



(c) État 2: 450 kN



(d) État 3: 450 kN



(e) État 4: 450 kN



(f) État 5: 450 kN ( $1.0\Delta y$ )



(g) État 6:  $1.5\Delta y$



(h) État 7:  $2.0\Delta y$



(i) État 8:  $3.0\Delta y$

Figure 5.29 – États d'endommagement de la poutre PBA1-2 : corrosion des armatures

s'est plastifié (jauge 20, fig. 5.26b). Un développement important de la fissuration est observé au centre de la poutre. L'ouverture maximale mesurée des fissures est de 0.60 mm en zone de cisaillement et 1.00 mm en zone de flexion (fig. 5.29d).

À l'état 4 (fig. 5.29e), toutes les barres d'armatures du lit inférieur sont sectionnées du côté gauche de la poutre. La flèche atteinte est de 16.64 mm. Une forte augmentation des déformations dans les étriers (plastification, jauge 25) et dans le lit supérieur (jauge 19) est observée dans la région où le lit a été coupé. Dans cette même zone, une baisse des déformations est également visible sur le lit d'armature inférieur (jauge 3), laissant penser à une perte d'ancrage due à la section coupée. De plus, une asymétrie de la déformée globale de la poutre est apparue selon les lectures des potentiomètres. L'état de fissuration s'est relativement peu développé, sauf dans la zone de coupure, avec des ouvertures maximales de 0.80 mm en zone de cisaillement et de 1.25 mm au centre de la poutre.

La figure 5.29f montre la poutre à l'état 5, où toutes les barres du lit inférieur ont aussi été coupées du côté droit de la poutre. La flèche atteinte est de 17.96 mm. Les fissures se sont peu développées par rapport à l'état précédent, sauf dans la nouvelle zone de coupure, avec une ouverture maximale de 0.90 mm en zone de cisaillement et toujours de 1.25 mm au centre de la poutre. La déformée globale de la poutre est redevenue plus symétrique qu'à l'état 4. Comme à l'état précédent, on note une baisse des déformations sur l'armature tendue du lit inférieur (jauge 5) dans la zone de nouvelle coupure de barres, probablement liée à une perte d'ancrage des armatures.

Après les essais de simulation de la corrosion, seul le lit supérieur de l'armature longitudinale est resté intact sur la poutre PBA1-2. À l'état 5, la jauge 20 indique que la poutre ainsi affaiblie a atteint exactement son déplacement plastique (déformation de  $2 \times 10^{-3}$  des armatures tendues supérieures dans la section centrale), soit  $\Delta_y = 18$  mm. La poutre a ensuite été endommagée davantage en augmentant la flèche imposée au centre, définissant ainsi de nouveaux états d'endommagements (6 à 8) selon plusieurs niveaux de ductilité en déplacement.

La figure 5.29g montre l'état 6, où la flèche au centre correspond à  $1.5\Delta_y$ . La fissuration est concentrée au centre la poutre, où les fissures s'ouvrent de plus en plus. Dans cet état, l'ouverture maximale des fissures est de 2.00 mm au centre et de 1.25 mm pour la fissure principale de cisaillement, et la charge est de 565 kN. À l'état 7 (fig. 5.29h), la flèche au centre est imposée à  $2.0\Delta_y$  et l'effort maximum atteint est de 578 kN. Un fort développement de la fissuration est observé avec des ouvertures allant jusqu'à 3.00 mm au centre

de la poutre. L'état 8 correspond à la rupture de la poutre (fig. 5.29i) par écrasement du béton dans la section centrale. Il est atteint à une charge de 587 kN pour une flèche imposée quasiment égale à  $3.0\Delta_y$  (52 mm exactement).

### 5.6.2 Évolution des propriétés dynamiques

Le tableau 5.4 présente les propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 à l'état 0 (les essais en FDD n'ont pas permis de caractériser convenablement les modes 2, 3, 7 et 9). Cet état correspond à la poutre intacte (aucune armature sectionnée) chargée à 450 kN. Les mêmes modes qu'avec les poutres PBA1-1 et PBA2 sont obtenus, dans le même ordre et les fréquences propres sont également dans les mêmes ordres de grandeur. Comme dans les cas précédents, les différences s'expliquent par les propriétés des matériaux et les conditions d'appui qui diffèrent, et aussi parce que la poutre PBA1-2 à l'état 0 est chargée jusqu'à 450 kN (ce qui est équivalent à l'état 2 de la poutre PBA1-1, par exemple). On note aussi que les taux d'amortissement modaux sont plus élevés au tableau 5.4 que pour les autres poutres. Tous les modes présentent en effet des amortissements aux alentours de 2%. Les fréquences issues des essais en FRF et en FDD sont, comme avec les cas précédents, identiques, tandis que les amortissements présentent un peu plus d'écart. Les MAC entre les modes obtenus des essais FRF et FDD sont également proches de l'unité. Les quelques écarts visibles (mode 8) s'expliquent principalement par les niveaux de complexité des déformées modales. Pour les états d'endommagement subséquents, les fréquences et les déformées en FRF et en FDD restent parfaitement cohérentes, tandis que les taux d'amortissement continuent de présenter des écarts plus ou moins importants.

L'évolution des fréquences propres à travers les états d'endommagement est présentée à la figure 5.30. La zone grisée permet de délimiter les états correspondants à un endommagement de corrosion simulée et ceux d'endommagement en flexion, pour lesquels la charge est augmentée au-delà de 450 kN. L'état 8, représentant l'état post rupture, n'est pas relié aux autres états, comme dans le cas des poutres PBA1-1 et PBA2. Pour rappel, l'astérisque qui peut accompagner la numérotation de certains états, indique que l'état est mesuré avant le rechargement de la poutre à 450 kN pour les états 1 à 5. À la figure 5.30, des plateaux sont presque systématiquement observés sur l'ensemble des modes lorsque des barres d'armature sont sectionnées et que la poutre n'est pas rechargée (entre un  $(i-1)$  et  $i^*$ ). La seule perte d'armature ne semble donc pas détectable à partir de la mesure des fréquences propres de la poutre. L'évolution des fréquences propres entre les états 0 et 5 à la figure 5.30 montre que la corrosion n'est détectable qu'à travers le développement de

Mode	Analyse FRF			Analyse FDD			MAC
	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	$f$ (Hz)	$\xi$ (%)	Complexité (%)	
1	11.97	1.99	1.17	11.89	1.71	0.21	0.989
2	28.02	1.98	3.78	-	-	-	-
3	39.77	2.07	3.64	-	-	-	-
4	42.73	1.63	5.58	42.55	1.72	1.51	0.993
5	65.16	1.73	4.81	64.52	1.86	1.47	0.980
6	131.86	1.61	8.09	131.10	1.24	5.55	0.924
7	175.11	1.80	28.20	-	-	-	-
8	233.17	1.74	15.07	233.10	1.16	11.56	0.898
9	269.42	1.79	14.52	-	-	-	-
10	298.45	2.73	26.00	298.30	2.00	8.36	0.986

Tableau 5.4 – Propriétés dynamiques de la poutre PBA1-2 : corrosion des armatures, état 0

la fissuration sous la charge de service suite à une perte d'armature. De l'état 0 à l'état 5, très peu d'évolution de la fréquence est observée pour la majorité des modes, mais la tendance est nettement à la baisse. Les modes 5, 6, 9 et 10 sont ceux dont la fréquence diminue le plus (de 5 % à 7 %). Les modes 1 et 2 présentent de faibles réductions de fréquence (jusqu'à 2.5 %), puis un gain. Les modes 3 et 4 sont les seuls dont les fréquences restent pratiquement inchangées, tandis que les fréquences des modes 7 et 8 diminuent d'environ 3 %. L'évolution des fréquences ne devient significative qu'à partir de l'état 6, lorsque le chargement en flexion se poursuit. Le mode 1 et le mode 2 présentent des réductions respectives de 10.4 % et 12.3 % entre les états 5 et 7. Dans le même intervalle, les autres modes présentent des diminutions inférieures à 5 %. Ces résultats montrent que la corrosion des armatures n'est pas facilement détectable par des mesures de fréquences propres. La fissuration du béton résultant de la corrosion des armatures de flexion n'est en fait pas très significative sous les charges de service de la poutre.

La figure 5.31 illustre l'évolution des amortissements modaux. Comme dans les autres cas d'endommagement, aucune conclusion pertinente ne peut être tirée de la tendance des amortissements.

L'évolution des déformées modales est présentée à la figure 5.32 à travers un calcul de MAC. L'évolution des MAC suit la même tendance que les fréquences (fig. 5.30). Très peu de réduction du MAC est en effet observé pour les états 0 à 5. Les déformées des modes 1, 3, 4, 5, 6, 8 et 10 restent pratiquement identiques (MAC quasiment égal à 1), indiquant que la perte de barres d'armature n'affecte que très peu les déformées modales. Les seuls

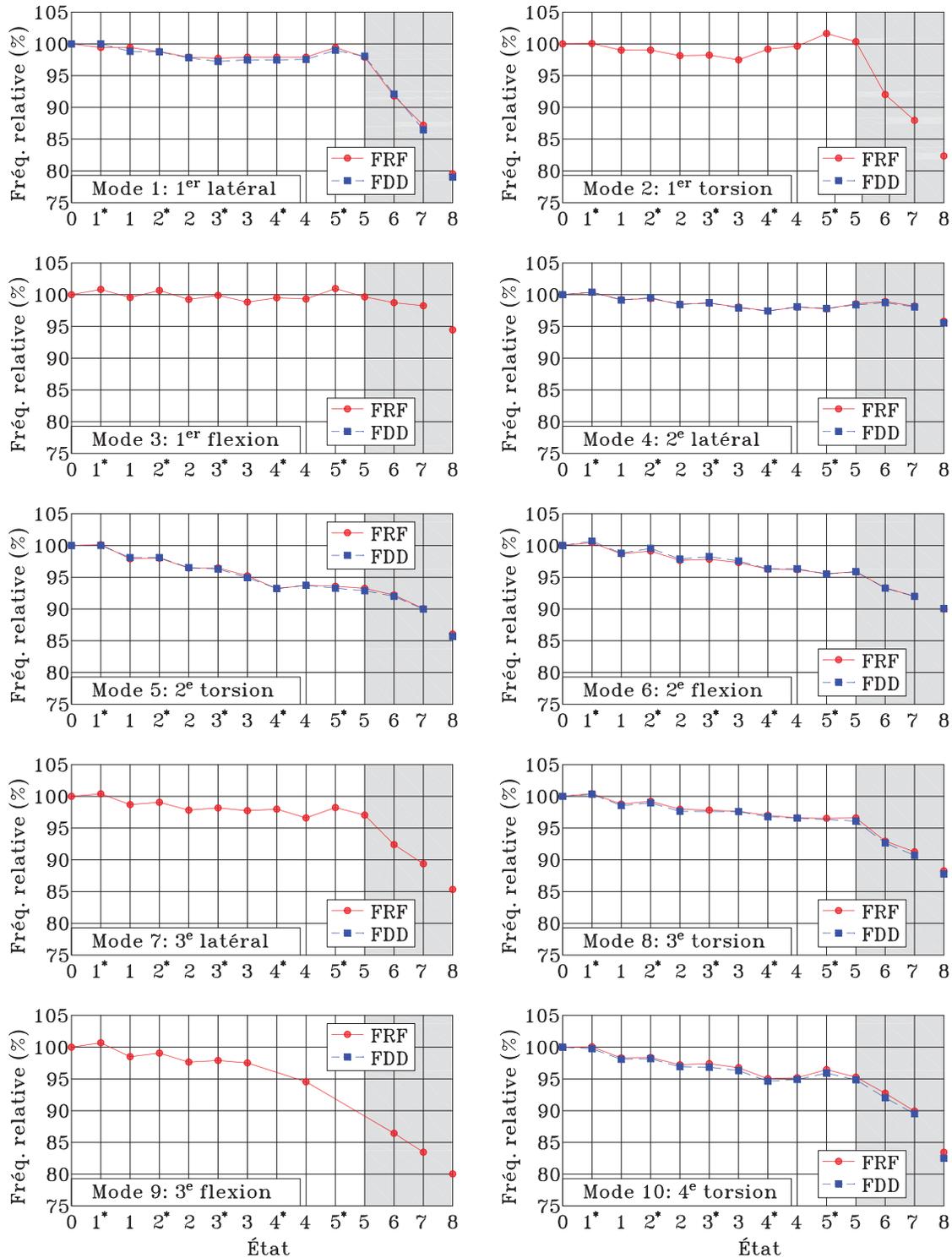


Figure 5.30 – Évolution des fréquences propres de la poutre PBA1-2

modes dont la déformée évolue un peu plus sont les modes 2 (réduction maximale du MAC de 0.115), 7 (réduction maximale du MAC de 0.150) et 9 (réduction maximale du MAC de 0.151). Pour les états d'endommagement en flexion (états 6 à 8), les modes présentant

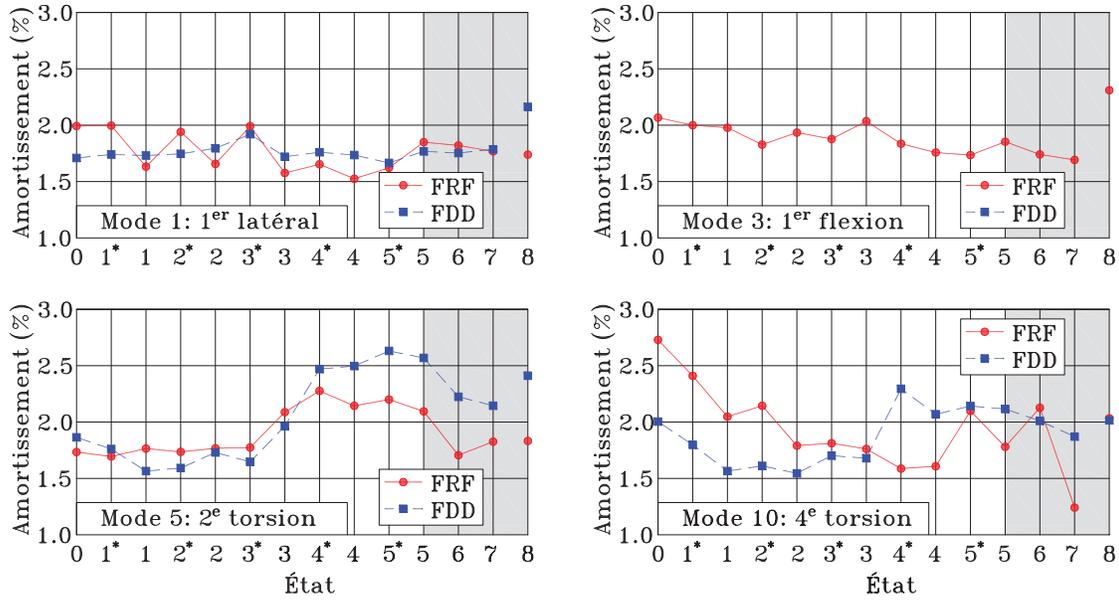


Figure 5.31 – Évolution des amortissements modaux de la poutre PBA1-2

les plus grandes modifications de leur déformée sont les modes 3, 8 et 10 (les modes 7 et 9 présentent de trop forts niveaux de complexité pour être considérés), avec des réductions du MAC allant jusqu'à 0.2. Ces résultats indiquent que la corrosion des armatures ne se manifeste donc pas de manière significative à travers les mesures des déformées modales.

Cette étude montre que les modes de vibration ne sont pas des indicateurs très clairs d'un endommagement par corrosion des armatures. Seules les fréquences pourraient être considérées, mais leur évolution reste limitée. De plus, lorsque les indicateurs évoluent suite à un endommagement de corrosion, c'est essentiellement parce que le défaut des armatures a permis une évolution suffisante de la fissuration sous la charge de service.

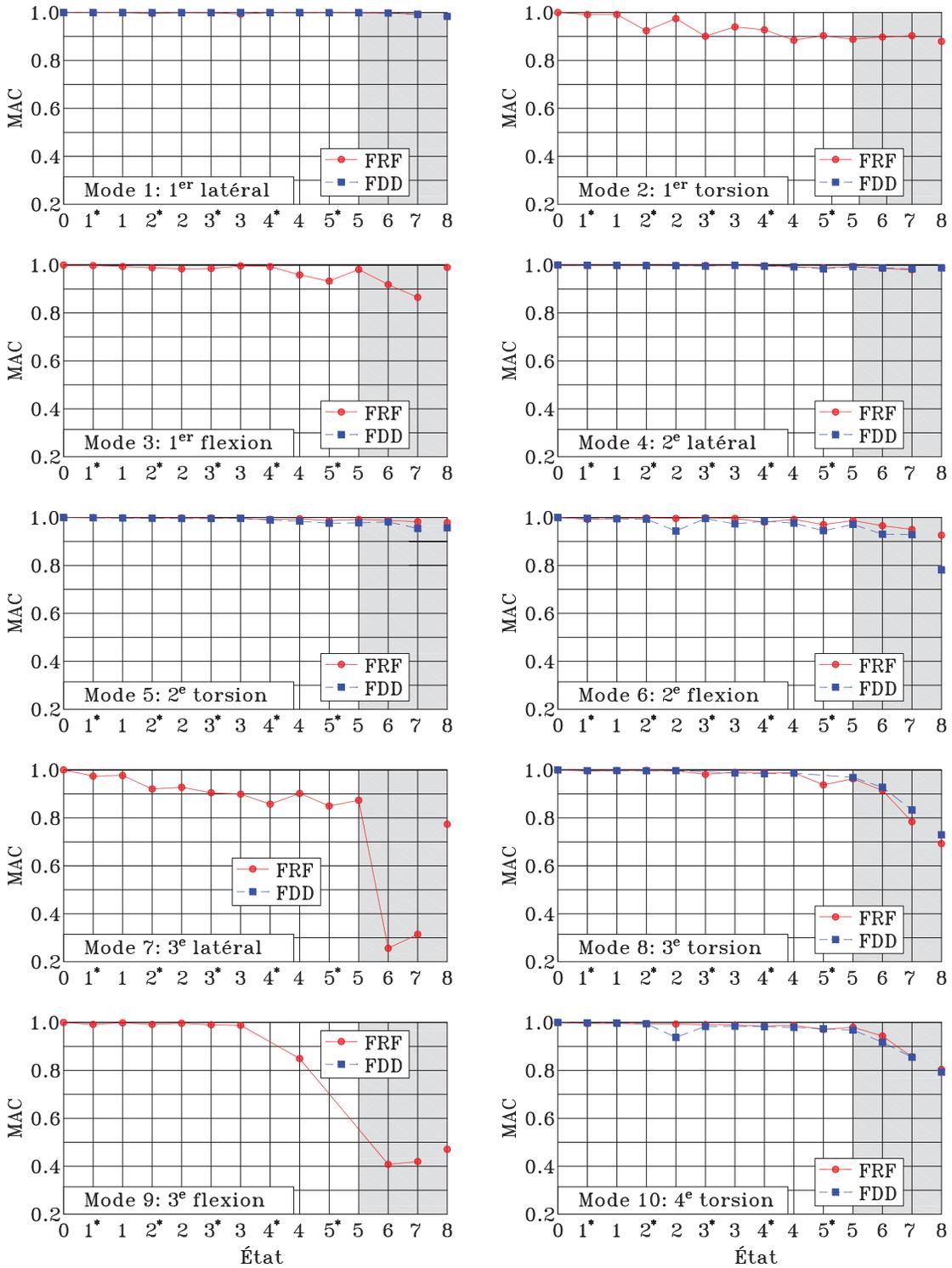


Figure 5.32 – Évolution des déformées modales de la poutre PBA1-2

# Chapitre 6

## Conclusions et recommandations

Le présent mémoire de maîtrise constitue une partie d'un projet de recherche global portant sur la quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations sur des poutres de pont en béton armé simple. Trois poutres en béton armé ont été construites et testées au laboratoire de structures de l'Université de Sherbrooke. Ces poutres ont la même géométrie, mais deux schémas de ferrailage différents ont été utilisés pour représenter les types d'éléments structuraux défailants retrouvés sur les ponts. Toutes les poutres ont été conçues avec la même armature en flexion, qui est adéquate. Cependant deux poutres (PBA1-1 et PBA1-2) ont un défaut de renforcement en cisaillement (armature minimale selon la norme CSA A23.3), et une autre poutre (PBA2) ne contient aucune armature de cisaillement, comme c'est le cas pour les ponts-dalle, qui sont aujourd'hui prohibés, mais qui ont été construits en grand nombre par le passé. Les trois poutres ont donc été choisies pour développer une rupture fragile en cisaillement. Plusieurs types d'endommagement ont été testés. Les poutres PBA1-1 et PBA2 ont été endommagées avec un essai de flexion quatre points. Elles ont ainsi été progressivement endommagées, passant d'un état de fissuration faible du béton, jusqu'à la rupture en cisaillement. La poutre PBA1-2 a été utilisée dans un premier temps pour simuler une dégradation des conditions d'appui. À cet effet, des modifications ont été apportées à un des appuis en rigidifiant un ou plusieurs de ses degrés de liberté. Ces essais étant non destructifs pour le spécimen, la poutre PBA1-2 a ensuite servi à tester les effets de la corrosion des barres d'armature longitudinale. Cette corrosion a été simulée en sectionnant successivement les barres d'armature de flexion.

La méthode de détection de l'endommagement utilisée dans le projet se base sur l'évolution des propriétés dynamiques des structures entre deux états d'endommagement. Les propriétés dynamiques des spécimens de poutre ont été mesurées selon deux types d'essais, dont les bases théoriques et pratiques ont été expliquées dans ce rapport : des essais en FRF (fonctions de réponse en fréquence), qui est la méthode la plus précise disponible en laboratoire, mais qui est difficile à réaliser sur une structure réelle, et des essais en FDD (*Frequency Domain Decomposition*), qui est une méthode très rapide et pratique à réaliser sur une structure réelle, mais dont la précision est moindre. Les propriétés dynamiques

mesurées sur les poutres testées sont les fréquences des modes propres, les amortissements modaux et les déformées modales, utilisés comme des indicateurs de l'endommagement. Les évolutions des déformées modales ont été suivies à travers un calcul de MAC avec les vecteurs propres mesurés entre deux états. Lors des essais de caractérisation dynamique, un nombre important de modes ont été détectés. De plus, plusieurs de ces modes de vibration présentaient des fréquences rapprochées et des déformées modales quasiment identiques aux points de mesure expérimentaux disponibles. Ce phénomène est principalement dû à la masse des poutres qui n'est pas assez importante. Pour de futures études du même type, une recommandation serait de disposer de spécimens ayant une grande masse de façon à rendre plus énergétiques les principaux modes de vibration par rapport à des modes de moindre importance. Notamment, l'ajout d'une dalle sur les poutres (poutre en Té) pourrait améliorer le processus. Au total, dix modes de vibrations ont été suivis dans ce projet, qui ont pu être retrouvés presque systématiquement pour les trois spécimens de poutre. Ces modes comprennent trois modes latéraux, trois modes de flexion et quatre modes de torsion.

Les résultats ont montré que les taux d'amortissement ne peuvent pas être utilisés comme des indicateurs fiables de l'état d'endommagement d'une poutre ou de ses appuis. En effet, pour les types d'endommagement testés, les taux d'amortissement n'ont pas montré de tendance cohérente et claire dans leur évolution. Les évolutions constatées entre les états étaient aussi à peine plus grandes que l'erreur expérimentale obtenue sur des répétitions successives d'une même mesure. De plus, selon la méthode d'essai utilisée, des résultats relativement différents ont parfois été obtenus pour l'amortissement d'un même mode.

Les fréquences et les déformées modales se sont révélées, elles, des indicateurs pertinents de l'état d'endommagement. Les fréquences sont généralement précises et peu affectées par les erreurs expérimentales. Les déformées modales sont beaucoup plus sensibles aux erreurs, comme l'ont montré les importants niveaux de complexité obtenus parfois sur certains modes, quelle que soit la méthode d'analyse. Pour cette raison, une attention particulière devra être portée dans la suite du projet sur la sélection des déformées utilisables ou non dans le processus de détection de l'endommagement par mise à jour de modèles numériques.

Les résultats obtenus pour la poutre PBA1-1 permettent de conclure que les propriétés modales sont efficaces pour indiquer un endommagement de flexion sur une poutre ayant un défaut de renforcement en cisaillement, mais contenant une armature minimale.

Les fissures ont en effet le temps de se développer suffisamment entre les différents paliers d'endommagement avant la rupture de la poutre, pour que des évolutions significatives des fréquences propres et des déformées modales aient lieu. La poutre PBA2, elle, a présenté de plus faibles évolutions des fréquences et des déformées pour les états d'endommagement qui ont suivi la fissuration initiale en flexion. Les modes de flexion ont été très nettement les meilleurs indicateurs des dommages infligés en flexion-cisaillement sur cette poutre. Pour une poutre dépourvue d'armature de cisaillement, les propriétés dynamiques sont donc des indicateurs pertinents, mais leur évolution est plus subtile à saisir. La fissuration de ce genre de poutre n'a en effet pas le temps de se développer grandement avant la rupture, qui a lieu de façon très précoce. Ce phénomène doit être pris en compte lorsque l'endommagement d'une structure est suivi à travers les évolutions des propriétés modales.

Les essais de blocage des appuis sur la poutre PBA1-2 ont montré que, de manière générale, les fréquences propres de vibration augmentent significativement lorsque des degrés de liberté des appuis sont bloqués. C'est a priori le seul type d'endommagement que l'on peut relier à une augmentation nette des fréquences propres. Celles-ci deviennent alors d'excellents indicateurs d'une altération des conditions d'appui. Cependant, lors des essais, cette évolution était plus marquée pour les premiers modes, alors que plusieurs modes supérieurs ont présenté dans le même temps des réductions plus ou moins marquées de leurs fréquences propres. Au niveau des déformées modales, les évolutions ont été, à l'inverse, plus marquées pour les modes supérieurs que pour les premiers modes. En fait, les déformées se sont avérées être des indicateurs flagrants de modification des appuis pour certains modes supérieurs dont la déformée a été radicalement modifiée, au point que le MAC calculé avec ces déformées et les déformées initiales ont parfois été inférieurs à 0.2.

Les résultats des essais de simulation de la corrosion sur la poutre PBA1-2 ont montré très peu d'évolution, sinon aucune des déformées modales, que ce soit immédiatement après la coupure d'une ou plusieurs barres ou après avoir rechargé la poutre sous sa charge de service suite à la coupure des barres. L'ensemble des fréquences naturelles a légèrement évolué à la baisse, mais de manière très subtile et seulement après la rechargement de la poutre sous la charge de service. La seule perte locale d'une armature n'est donc pas détectable, mais le développement de la fissuration qui s'en suit en raison des charges permanentes le sera éventuellement en se basant uniquement sur la faible réduction des fréquences propres. La corrosion des armatures est donc un dommage qui semble difficilement détectable par des mesures de vibration sur des poutres. Suite aux coupures de barres simulant la corrosion, la section centrale de la poutre PBA1-2 est devenue ductile en flexion, et elle avait atteint son point de plastification exactement sous la charge de

service utilisée pour les essais. Le chargement de la poutre a pu être poursuivi à plusieurs niveaux de ductilité. Pour ces états d'endommagement avancé, les fréquences et quelques déformées modales ont évolué de façon plus franche en raison de la fissuration importante, qui a alors pu se développer. Pour ces états, les conclusions sur les indicateurs d'endommagement sont similaires à celles obtenues pour l'endommagement en flexion de la poutre PBA1-1.

# Bibliographie

- [1] R. ADAMS, P. CAWLEY, C. PYE et B. STONE, A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 20(2):93–100, 1978.
- [2] A. A. AL-GHALIB, F. A. MOHAMMAD, M. RAHMAN et J. CHILTON, Damage identification in a concrete beam using curvature difference ratio. *Journal of Physics : Conference Series*, 305(1), 2011.
- [3] S. ALAMPALLI, Influence of in-service environment on modal parameters. *In Proceedings-SPIE The International Society For Optical Engineering*, vol. 1, p. 111–116. Citeseer, 1998.
- [4] S. AMBROISE, O. GAURON, N. TURCOTTE, C.-P. LAMARCHE et P. PAULTRE, Quantification de l'endommagement minimal détectable par des mesures de vibrations dans un pont routier en service - Évaluation d'outils de détection de l'endommagement : logiciel FEMtools et algorithme Matlab du CRGP. Rap. tech. CRGP-2015/03, Centre de recherche en génie parasismique et en dynamique des structures, Université de Sherbrooke, Juillet 2015.
- [5] N. BAGHIEE, M. ESFAHANI et K. MOSLEM, Damage assessment of reinforced concrete beams by flexibility matrix. *Civil Engineering Infrastructures Journal*, 44(3):327–338, 2010.
- [6] BENTZ, EVAN C. AND COLLINS, MICHAEL P. , Response-2000 reinforced concrete sectional analysis, 2000. [http ://www.ecf.utoronto.ca/bentz/r2k.htm](http://www.ecf.utoronto.ca/bentz/r2k.htm).
- [7] R. BRINCKER, P. ANDERSEN, P. H. KIRKEGAARD et J. P. ULFKJÆR, Damage detection in laboratory concrete beams. Rap. tech., Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, 1994.
- [8] CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION, *CAN/CSA-A23.3 - Calcul des ouvrages en béton*. CSA, Toronto, ON, Décembre 2004.
- [9] CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION, *CAN/CSA-A23.2 - Méthodes d'essai et pratiques normalisées pour le béton*. CSA, Toronto, ON, Décembre 2009.
- [10] R. CAPOZUCCA et M. CERRI, Influence of reinforcement corrosion in the compressive zone on the behaviour of RC beams. *Engineering Structures*, 25(13):1575–1583, 2003.
- [11] R. CAPOZUCCA et M. N. CERRI, Identification of damage in reinforced concrete beams subjected to corrosion. *ACI Structural Journal*, 97(6), 2000.
- [12] T. G. CARNE et C. R. DOHRMANN, Support conditions, their effect on measured modal parameters. *In Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference*, p. 477–483, Bethel, CT, 1998.
- [13] J. R. CASAS et A. C. APARICIO, Structural damage identification from dynamic-test data. *Journal of Structural engineering*, 120(8):2437–2450, 1994.
- [14] M. N. CERRI et F. VESTRONI, Use of frequency change for damage identification in reinforced concrete beams. *Journal of Vibration and Control*, 9(3-4):475–491, 2003.
- [15] T. CHONDROS et A. DIMAROGONAS, Identification of cracks in welded joints of complex structures. *Journal of sound and vibration*, 69(4):531–538, 1980.

- [16] M. CHOWDHURY et M. RAMIREZ, A comparaison of the modal reponses for defective versus nondefective concrete beams. *In 10th International Modal Analysis Conference*, p. 508–515, San Diego, CA, 1992.
- [17] R. COPPOLINO et S. RUBIN, Detectability of structural failures in offshore platforms by ambient vibration monitoring. *In Offshore Technology Conference*, vol. 4, p. 101–101, Houston, Texas, May 1980.
- [18] V. DAWARI et G. VESMAWALA, Identification of crack damage in reinforced concrete beams using mode shape based methods. *Civil and Environmental Research*, 3(13):24–29, 2013.
- [19] S. DOEBLING, C. FARRAR, M. PRIME et D. SHEVITZ, Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics : A literature review. Rap. tech. LA-13070-MS, Los Alamos National Laboratory, 1996.
- [20] D. EWINS, *Modal Testing : Theory, Practice and Application*. Taylor & Francis, London, 2nd édn, 2000.
- [21] W. FAN et P. QIAO, Vibration-based damage identification methods : A review and comparative study. *Structural Health Monitoring*, 10(1):83–111, 2011.
- [22] C. FARRAR et G. JAMES, System identification from ambient vibration measurements on a bridge. *Journal of Sound and Vibration*, 205(1):1–18, 1997.
- [23] M. FAYYADH, H. A. RAZAK et O. KHALEEL, Differential effects of support conditions on dynamic parameters. *Procedia Engineering*, 14(0):177–184, 2011.
- [24] M. FRISWELL et J. MOTTERSHEAD, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Springer Science & Business Media, 1995.
- [25] M. FRISWELL et J. PENNY, Is damage location using vibration measurements practical. *In Proceedings of EUROMECH 365 international workshop : DAMAS*, vol. 97, p. 351–362, Sheffield, UK, June/July 1997.
- [26] A. GOMES, On the use of modal analysis for crack identification. *In 8th International Modal Analysis Conference*, p. 1108–1115, Kissimmee, FL, 1990.
- [27] Z. ISMAIL, H. A. RAZAK et A. A. RAHMAN, Determination of damage location in RC beams using mode shape derivatives. *Engineering Structures*, 28(11):1566–1573, 2006.
- [28] B. JAISHI et W.-X. REN, Damage detection by finite element model updating using modal flexibility residual. *Journal of Sound and Vibration*, 290(12):369–387, 2006.
- [29] S. KHATIR, R. SERRA et I. BELAIDI, Détection et localisation de défauts dans des structures poutres par analyse vibratoire. *In 4ième Congrès Algérien de Mécanique (CAM2013)*, At Mascara, Algérie, 2013.
- [30] J.-T. KIM, Y.-S. RYU, H.-M. CHO et N. STUBBS, Damage identification in beam-type structures : frequency-based method vs mode-shape-based method. *Engineering structures*, 25(1):57–67, 2003.
- [31] T. KOVÁCS et G. FARKAS, Condition monitoring of concrete beams by dynamic measurements. *In IABSE Symposium Report*, vol. 92, p. 15–22, Budapest, January 2006.
- [32] C. P. LAMARCHE, Étude expérimentale du comportement dynamique des bâtiments de faible hauteur en acier. Mémoire de maîtrise, Département de Génie Civil, Université de Sherbrooke, 2005.

- [33] M. LAVICTOIRE, Comportement en effort tranchant des poutres en béton armé de grandes dimension renforcée de fibres. Mémoire de maîtrise, Département de Génie Civil, Université de Sherbrooke, 2011.
- [34] N. LIEVEN et D. EWINS, Spatial Correlation of Mode Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). *In 4th International Modal Analysis Conference*, vol. 1, p. 690–695, 1988.
- [35] M. MAALEJ, C. CHHOA et S. QUEK, Effect of cracking, corrosion and repair on the frequency response of RC beams. *Construction and Building Materials*, 24(5):719–731, 2010.
- [36] S. MAAS, A. ZURBES, D. WALDMANN, M. WALTERING, V. BUNGARD et G. DE ROECK, Damage assessment of concrete structures through dynamic testing methods. Part 1 - laboratory tests. *Engineering Structures*, 34:351–362, 2012.
- [37] J. MAECK et G. DE ROECK, Dynamic bending and torsion stiffness derivation from modal curvatures and torsion rates. *Journal of Sound and Vibration*, 225(1):153–170, 1999.
- [38] J. MAECK et G. DE ROECK, Damage assessment of a gradually damaged RC beam using dynamic system identification. *In Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference*, p. 1560–1566, Los Angeles, California, February 2002.
- [39] J. MAECK, M. WAHAB et G. DE ROECK, Damage localization in reinforced concrete beams by dynamic stiffness determination. *In 17th International Modal Analysis Conference.*, vol. 2, p. 1289–1295, Florida, USA, 1999.
- [40] J. MAECK, M. A. WAHAB, B. PEETERS, G. DE ROECK, J. D. VISSCHER, W. D. WILDE, J.-M. NDAMBI et J. VANTOMME, Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination. *Engineering Structures*, 22(10):1339–1349, 2000.
- [41] N. MAIA et J. SILVA, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Engineering dynamics series. Research Studies Press, 1997.
- [42] T. MARWALA, *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques : Applications to Structural Dynamics*. Springer, 2010.
- [43] A. MORASSI, Crack-induced changes in eigenparameters of beam structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 119(9):1798–1803, 1993.
- [44] J. E. MOTTERSHEAD, M. LINK et M. I. FRISWELL, The sensitivity method in finite element model updating : A tutorial. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(7):2275–2296, 2011.
- [45] Y. NARKIS, Identification of crack location in vibrating simply supported beams. *Journal of Sound and Vibration*, 172(4):549–558, 1994.
- [46] S. NEILD, M. WILLIAMS et P. MCFADDEN, Nonlinear vibration characteristics of damaged concrete beams. *Journal of structural engineering*, 129(2):260–268, 2003.
- [47] J. NOCEDAL et S. WRIGHT, *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [48] W. OSTACHOWICZ et M. KRAWCZUK, Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam. *Journal of sound and vibration*, 150(2):191–201, 1991.
- [49] A. PANDEY et M. BISWAS, Damage detection in structures using changes in flexibility. *Journal of Sound and Vibration*, 169(1):3–17, 1994.

- [50] A. PANDEY, M. BISWAS et M. SAMMAN, Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2):321–332, 1991.
- [51] P. PAULTRE, *Dynamique des structures : application aux ouvrages de génie civil*. Lavoisier, 2005.
- [52] D. PRASAD et D. SESHU, Study on change in modal parameters of RC beams due to fatigue type damage. *Asian Journal of Civil Engineering*, 11(4):521–532, 2010.
- [53] H. RAZAK et F. CHOI, The effect of corrosion on the natural frequency and modal damping of reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, 23(9):1126–1133, 2001.
- [54] H. A. RAZAK, S. L. TENG, Z. ISMAIL et A. G. A. RAHMAN, Crack detection in a simply supported RC beam using simplified Laplacian. In *19th International Modal Analysis Conference*, vol. 2, p. 1344–1350, Orlando, USA, February 2001.
- [55] A. RYTTER, *Vibrational based inspection of civil engineering structures*. Thèse de doctorat, University of Aalborg, 1993.
- [56] O. SALAWU, Detection of structural damage through changes in frequency : a review. *Engineering Structures*, 19(9):718–723, 1997.
- [57] S. SHAHZAD, H. YAMAGUCHI, R. TAKANAMI et S. ASAMOTO, Detection of corrosion-induced damage in reinforced concrete beams based on structural damping identification. In *Proceedings of the Thirteenth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-13)*, p. G–2–4, Sapporo, Japan, September 2013.
- [58] J. SLASTAN et S. PIETRZKO, Changes of RC beam modal parameters due to cracks. In *Fiber Reinforced Cement and Composites*, p. 70–76, Lancaster, London, 1975.
- [59] H. SOHN, C. R. FARRAR, F. M. HEMEZ, D. D. SHUNK, D. W. STINEMATES, B. R. NADLER et J. J. CZARNECKI, A review of structural health monitoring literature : 1996-2001. Rap. tech. LA-13976-MS, Los Alamos National Laboratory Report, 2004.
- [60] H. SOHN et K. LAW, Damage diagnosis using experimental Ritz vectors. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(11):1184–1193, 2001.
- [61] STRUCTURAL VIBRATION SOLUTION, Artemis Extractor v4.1, 2004. <http://www.svibs.com/>.
- [62] A. TEUGHEL, J. MAECK et G. DE ROECK, Damage assessment by FE model updating using damage functions. *Computers & Structures*, 80(25):1869–1879, 2002.
- [63] A. TIKHONOV, A. GONCHARSKY, V. STEPANOV et A. YAGOLA, *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*. Mathematics and Its Applications. Springer Netherlands, 1995.
- [64] F. VESTRONI et D. CAPECCHI, Damage evaluation in cracked vibrating beams using experimental frequencies and finite element models. *Journal of Vibration and Control*, 2(1):69–86, 1996.
- [65] L. WANG, X. ZHOU, H. LIU et W. YAN, Damage detection of RC beams based on experiment and analysis of nonlinear dynamic characteristics. *Construction and Building Materials*, 29:420–427, 2012.
- [66] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Structural damage detection using nonlinear parameter identification with Tikhonov regularization. *Structural Control and Health Monitoring*, 14(3):406–427, 2007.

- [67] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Consistent regularization of nonlinear model updating for damage identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(6): 1965 – 1985, 2009. Special Issue : Inverse Problems.
- [68] B. WEBER, P. PAULTRE et J. PROULX, Damage identification in a truss tower by regularized model updating. *Journal of Structural Engineering*, 136(3):307–316, 2010.
- [69] J. WU et S. X. WU, Location of damage due to corrosion in reinforced concrete structures. *In 28th Conference on Our World In Concrete & Structures*, Singapore, August 2003.
- [70] W. YEUNG et J. SMITH, Damage detection in bridges using neural networks for pattern recognition of vibration signatures. *Engineering Structures*, 27(5):685–698, 2005.
- [71] W. ZHU et K. HE, Detection of damage in space frame structures with L-shaped beams and bolted joints using changes in natural frequencies. *Journal of Vibration and Acoustics*, 135(5):051001, 2013.
- [72] D. ZOU, T. LIU et G. QIAO, Experimental investigation on the dynamic properties of RC structures affected by the reinforcement corrosion. *Advances in Structural Engineering*, 17(6):851–860, 2014.