

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie mécanique

# Caractérisation expérimentale et numérique de la transmission acoustique de structures aéronautique : effets du couplage et de l'excitation

Thèse de doctorat  
Spécialité : génie mécanique

Raef CHERIF

Jury : Nouredine ATALLA (Directeur)  
Saïd ELKOUN (Rapporteur)  
Jean-Daniel CHAZOT (Évaluateur externe)  
Andrew WAREING (Évaluateur externe)

*À ma mère, à mon père*

*À ma femme*

*À mes frères*

*Soleils de ma vie*

# RÉSUMÉ

La prédiction du bruit intérieur d'un habitacle typique d'un avion nécessite la modélisation vibroacoustique de l'ensemble fuselage et la compréhension des mécanismes gouvernant la transmission acoustique à travers ces structures. Ce projet a pour objectifs de développer et mettre en place un modèle hybride expérimentale-numérique rapide et précis permettant de prédire la transmission acoustique à travers ces structures soumises à des excitations aériennes et solidiennes. Le but est d'élucider les mécanismes de transmission acoustique afin de réduire la transmission solidienne de vibrations mécaniques ainsi que diminuer la transmission acoustique du bruit dans la cabine. À ce propos, une double-parois représentative d'avion est modélisée par la méthode de l'analyse statistique énergétique (SEA). Le modèle utilisé est basé sur la connaissance des différents indicateurs vibroacoustique; spécifiquement le nombre d'onde, la densité modale, le facteur de perte par amortissement, le facteur de perte par couplage et l'efficacité par rayonnement. La tâche est rendue davantage difficile par les complexités mécaniques et physiques mises en jeu.

Une première partie porte sur la caractérisation expérimentale du facteur de perte par amortissement des structures sandwich composites. Une nouvelle méthode expérimentale de mesure de l'amortissement dénommée IWM (Inverse Wave Method) est mise en place. Elle se base sur la mesure du nombre d'ondes complexe. Il ressort que la méthode développée présente plus de stabilité dans les résultats obtenus tant numériques qu'expérimentaux.

La deuxième partie de cette étude est totalement dédiée à l'efficacité de rayonnement. La mesure de l'efficacité de rayonnement est étudiée par une approche énergétique statistique des structures suspendues en libre libre et non bafflée dans une chambre réverbérante. La mesure est validée sur une large bande de fréquences pour plusieurs types de constructions.

La troisième partie porte sur une validation expérimentale détaillée d'un modèle sandwich (General Laminate Model). À partir des propriétés mécaniques des structures aéronautiques étudiées, le modèle sandwich permet de prédire leurs comportements vibroacoustique. La précision de ce modèle est étudiée sur une large bande de fréquences.

Enfin, la transmission acoustique d'une double paroi avec des connexions structurales entre les deux panneaux est étudiée. Les voies de transmission dominantes sont identifiées dans la gamme de fréquences entre 100 Hz et 10 kHz pour des doubles parois sous champ diffus. La transmission non-résonante est plus importante en basses fréquences alors que les parties structurale et aérienne dominent respectivement en moyennes et hautes fréquences. Une validation avec des résultats expérimentaux montre que le modèle est capable de prédire les changements au niveau de la transmission, causés par les différents couplages structuraux (couplage rigide, couplage souple). L'objectif final étant évidemment de réduire le niveau de bruit dans la cabine.

**Mots-clés :** Analyse statistique énergétique, perte par transmission, indicateurs vibroacoustiques, caractérisation expérimentale, lien mécanique, analyse des chemins de transfert.

# REMERCIEMENTS

Je tiens à manifester mes remerciements et ma profonde gratitude à mon superviseur Monsieur, Noureddine Atalla, pour son appui, son professionnalisme, son ouverture d'esprit, sa générosité et pour toute la confiance qu'il m'a accordée. En plus de ses qualités humaines, l'investissement, l'énergie et la générosité dont il fait preuve dans l'encadrement de ses thésards en général et, de moi en particulier, est tellement rare que je ne peux que souhaiter à tous les étudiants, d'en avoir un semblable.

Je remercie tous les membres de l'équipe de recherche du laboratoire GAUS, particulièrement Rémy Oddo, Maxime Bolduc et Yann Pasco, pour leurs amitiés.

J'adresse mes remerciements à Andrew Wareing, Ingénieur mécanique chez Bombardier Aerospace, pour avoir suivi une partie de mes travaux, notamment en ce qui concerne les tests vibroacoustique.

J'adresse mes remerciements au professeur Saïd Elkoun, directeur de département de génie mécanique, pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

J'aimerais aussi remercier Jean-Daniel Chazot, maître de conférences à l'université de Technologie de Compiègne, pour avoir aussi accepté d'évaluer ce travail.

J'adresse mes remerciements à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

À ma femme et à ma famille : merci pour tout votre support et votre compréhension lors de ces trois années d'études. Vous êtes plus que jamais important à mes yeux. Merci à mon cœur Rania, à maman Wassila, mon père Mustapha, et à mes frères Rami et Ramzi. Merci pour votre présence, vos encouragements, votre confiance et votre amour.

Enfin, je tiens à remercier Bombardier notre partenaire dans la chaire NSERC d'avoir financé ce projet. L'Université de Sherbrooke et la Société PRATT & WITNEY pour les prix qu'ils m'ont accordés. Grâce à cet appui financier, j'ai pu mettre l'accent sur mes études et me consacrer entièrement à mon projet de recherche.

# TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	i
REMERCIEMENTS .....	ii
LISTE DES FIGURES .....	v
LISTE DES TABLEAUX .....	ix
LISTE DES ACRONYMES.....	x
CHAPITRE 1 Introduction .....	1
1.1 Mise en contexte.....	1
1.2 Problématique.....	2
1.3 Contributions originales .....	4
1.4 Objectifs .....	5
1.5 Structure du document.....	6
CHAPITRE 2 État De L'art.....	8
2.1 Perte par transmission à travers des structures double parois .....	8
2.2 Différentes classes de modélisation.....	12
2.2.1 La méthode de modélisation énergétique (SEA) .....	14
2.3 Les paramètres de la SEA.....	22
2.3.1 Densité modale : .....	22
2.3.2 Le facteur de perte interne (amortissement) .....	23
2.3.3 Nombre d'onde .....	26
2.3.4 Le facteur de perte par couplage (CLF).....	31
2.3.5 L'efficacité de rayonnement .....	37
2.3.6 Conclusion .....	39
CHAPITRE 3 Identification de l'amortissement spatial des structures 2-D à partir des courbes de dispersion complexe.....	40
3.1 Introduction .....	40
3.2 Paper submitted to the Sound and Vibration journal-Introduction .....	43
3.3 Inverse Wave Method (IWM) .....	44
3.4 Reference methods .....	46
3.4.1 Half-power bandwidth method (3dB method).....	46
3.4.2 Decay Rate Method (DRM).....	47
3.4.3 Power Input Method (PIM).....	47
3.5 Numerical validation .....	48
3.6 Experimental validation.....	54
3.6.1 Wavenumber estimation .....	56
3.6.2 Damping loss factor estimation .....	58
3.7 Conclusion.....	61
Acknowledgments.....	61
CHAPITRE 4 Une technique inverse de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures complexes.....	62
4.1 Introduction .....	62
4.2 Paper submitted to the Noise and Control Engineering journal-Introduction .....	65
4.3 Background.....	67
4.3.1 Statistical energy analysis (SEA).....	67
4.4 Description of the measurements .....	69

4.5	Results and discussion.....	73
4.6	Conclusion.....	79
CHAPITRE 5 Étude expérimentale de la précision d'un modèle vibroacoustique de		
panneaux sandwich composites .....		
5.1	Introduction .....	80
5.2	Paper submitted to the Acoustical Society of America journal-Introduction .....	82
5.3	Description of the used models .....	84
5.3.1	General laminate model.....	84
5.3.2	Equivalent panel model .....	87
5.4	Description of the measurements .....	88
5.4.1	Wavenumber measurements.....	89
5.4.2	Damping loss factor.....	92
5.4.3	Modal Density .....	93
5.4.4	Radiation efficiency.....	94
5.4.5	Transmission loss .....	96
5.5	Results and discussion.....	97
5.5.1	Wavenumber.....	97
5.5.2	Damping loss factor.....	99
5.5.3	Modal Density .....	101
5.5.4	Radiation efficiency.....	103
5.5.5	Transmission loss .....	104
5.6	Conclusion.....	107
CHAPITRE 6 Prédiction de la transmission sonore de double-parois d'avion couplé par		
des liens mécaniques par l'analyse statistique énergétique.....		
6.1	Introduction .....	108
Evaluation of statistical energy analysis for prediction of sound transmission loss through		
mechanically coupled aircraft double-walls.....		
6.2	Introduction .....	111
6.3	Theory .....	112
6.3.1	Double-wall SEA model.....	112
6.3.2	SEA parameters determination.....	113
6.3.3	Transmission loss computation .....	117
6.3.4	Transfer path analysis.....	117
6.4	Description of the experiments .....	119
6.4.1	Coupling loss factor.....	122
6.4.2	Transmission loss .....	126
6.5	Results and discussion.....	127
6.5.1	Coupling loss factor.....	127
6.5.2	Transmission loss .....	129
6.6	Conclusion.....	134
CHAPITRE 7 CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....		
LISTE DES RÉFÉRENCES .....		
		140

# LISTE DES FIGURES

Figure 1. 1 Système double parois (fuselage d’avion). .....	3
Figure 1. 2 Modèle de transmission d’un système double parois.....	4
Figure 2. 1 Réflexion, transmission et absorption d'une onde sonore en contact avec une cloison [2]. .....	8
Figure 2. 2 Indice d’affaiblissement acoustique d’une double paroi infinie excitée par une onde plane à incidence oblique [6]......	9
Figure 2. 3 Indice d’affaiblissement acoustique d’une double paroi infinie excitée par un champ diffus [6]. .....	11
Figure 2. 4 Schéma de réponse dynamique d'une structure [8]......	13
Figure 2. 5 Différentes classes de modélisation [8]......	13
Figure 2. 6 Modèle SEA pour deux sous-systèmes couplés.....	17
Figure 2. 7 Modèle SEA représentative d’un système double paroi couplée par des liens mécaniques .....	20
Figure 3. 1 : Inhomogeneous Wave Correlation (IWC) of a plate at 1003Hz obtained from a finite element model. ( - - - ) Estimated wavenumber. Top Left: 1% of structural damping, Top Right: 5% of structural damping, Bottom: 10% of structural damping.....	50
Figure 3. 2 Comparison between the theoretical wavenumber and the wavenumbers estimated with the Inverse Wave Method and a numerical model. (—)Theoretical wavenumber, (o) IWM estimation with 1% of structural damping, (×) IWM estimation with 5% of structural damping, (Δ) IWM estimation with 10% of structural damping. ....	51
Figure 3. 3 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: ( - - - ) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 0 and 5%, (—) Final estimation between 0 and 3%. ....	52
Figure 3. 4 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: ( - - - ) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 0 and 10%, (—) Final estimation between 3 and 7%. ....	52
Figure 3. 5 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: ( - - - ) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 5 and 15%, (—) Final estimation between 8 and 14%. ....	53
Figure 3. 6 Three tested panels: one aluminium panel, and two composite panels.....	54
Figure 3. 7 Aluminium panel treated with viscoelastic patches. ....	55
Figure 3. 8 Inhomogeneous Wave Correlation (IWC) of the thin composite panel at 8250Hz. ( - - - ) Identified wavenumber. ....	56
Figure 3. 9 Dispersion curve of an aluminium panel. Theoretical wavenumber (—) vs measured wavenumber with the inverse wave correlation method (o). ....	57
Figure 3. 10 Dispersion curve of the thin composite panel. Theoretical wavenumbers in the directions $k_x$ (—) and $k_y$ (—), vs measured wavenumbers with the inverse wave correlation measurements in the same directions $k_x$ (o) and $k_y$ (o). ....	57

Figure 3. 11 Dispersion curve of the thick composite panel. Theoretical wavenumbers in the directions $k_x$ (—) and $k_y$ (—), vs measured wavenumbers with the inverse wave correlation measurements in the same directions $k_x$ (o) and $k_y$ (o).....	58
Figure 3. 12 Experimental damping loss factors measured on the isotropic aluminium panel with the 3dB method (▲), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).....	59
Figure 3. 13 Experimental damping loss factors measured on the isotropic aluminium panel treated with viscoelastic patches with the 3dB method (▲), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).....	59
Figure 3. 14 Experimental damping loss factors measured on the thin composite panel with the 3dB method (▲), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).....	60
Figure 3. 15 Experimental damping loss factors measured on the thick composite panel with the 3dB method (▲), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).....	60
Figure 4. 1 An isotropic and stiffened aluminium panels and two aircraft composite panels. .	69
Figure 4. 2 Measurement setup of the radiation efficiency in a semi-anechoic room. ....	71
Figure 4. 3 Measurement setup of the radiation efficiency in a reverberant room. ....	71
Figure 4. 4 FE/BEM model of stiffened aluminum panel in VA-One commercial software. ..	74
Figure 4. 5 Radiation efficiency of an aluminum panel: comparisons between theory and measurements.....	75
Figure 4. 6 Radiation efficiency of a stiffened aluminum panel: comparisons between theory and measurements.....	76
Figure 4. 7 Radiation efficiency of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.....	77
Figure 4. 8 Radiation efficiency of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.....	77
Figure 5. 1 (a) Dimensions of the plate and coordinate system, (b) the propagative wave number and the heading direction.....	84
Figure 5. 2 A thin and a thick flat sandwich composite panels.....	89
Figure 5. 3 Measurement setup of: (a) the phase difference technique, (b) the Fourier Transform technique.....	90
Figure 5. 4 Measured vs. predicted wavenumbers of the thick sandwich panel.....	98
Figure 5. 5 Measured vs. predicted wavenumbers of the thin sandwich panel.....	98
Figure 5. 6 Damping loss factor of a thick composite sandwich panel: comparisons between measurements.....	99
Figure 5. 7 Damping loss factor of a thin composite sandwich panel: comparisons between measurements.....	100
Figure 5. 8 Modal densities of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.....	101
Figure 5. 9 Modal densities of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.....	102
Figure 5. 10 Radiation efficiency of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.....	103



Figure 5. 11 Radiation efficiency of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements. ....	104
Figure 5. 12 Transmission loss of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements. ....	105
Figure 5. 13 Transmission loss of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements. ....	106
Figure 6. 1 SEA representative of the double-wall system. ....	112
Figure 6. 2 Sound transmission paths of the double-wall SEA system. 1-Source cavity, 2- skin panel, 3-inner cavity, 4-trim panel, 5-receiver cavity.....	118
Figure 6. 3 Representation of the double-wall structure: 1-diffuse field excitation, 2-skin panel, 3-trim panel, 4-porous layer, 5-vibration isolator. ....	120
Figure 6. 4 Isolator dynamic stiffness measurement setups. ....	123
Figure 6. 5 Double wall panels connected via the studied vibration isolators: (a) the trim panel, (b) the skin panel and (c) the connected panels. ....	124
Figure 6. 6 Double wall panels connected via the studied vibration isolators. ....	128
Figure 6. 7 Coupling loss factors - Soft and Rigid coupling. ....	129
Figure 6. 8 Transmission loss through the double-wall with rigid isolators. ....	130
Figure 6. 9 Transmission loss through the double-wall with soft isolators. ....	131
Figure 6. 10 Theoretical and measured delta transmission loss of a soft-coupling compared to a rigid-coupling configuration. ....	132
Figure 6. 11 Theoretical transmission loss contributions of each transmission path: double-wall with soft isolators. ....	133
Figure 6. 12 Theoretical transmission loss contributions of each transmission path: double-wall with rigid isolators. ....	133



# LISTE DES TABLEAUX

TABLE 3. I The physical properties of the thick and the thin panels. ....	55
TABLE 5. I. The physical properties of the thick and the thin panels. ....	89
TABLE 5. II Accelerometers positions measurement.....	91

# LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	Définition
FEM	Finite Element Model
TMM	Transfer Matrix Method
GA	Geometrical Acoustics
SEA	Statistical Energy Analysis
CLF	Coupling Loss Factor
DLF	Damping Loss Factor
FTMM	Finite Transfer Matrix Method

# CHAPITRE 1 Introduction

Ce projet de doctorat s'inscrit dans le cadre de la chaire en Acoustique appliquée à l'Aviation en collaboration avec un des trois partenaires industriels de la chaire: Bombardier Aéronautique. Ce chapitre est destiné à présenter le contexte industriel et les principaux objectifs de cette étude.

## 1.1 Mise en contexte

Ce dernier siècle a vu l'apparition de nombreux progrès technologiques qui se sont accompagnés de nouvelles sources de nuisances sonores. Les structures aéronautiques sont soumises pendant les vols à des excitations aléatoires large bande dues au bruit des moteurs et au bruit d'origine aérodynamique produit par l'écoulement de l'air le long des structures. Les fortes vibrations et le bruit de cabine doivent être réduites en conformité avec l'exigence des normes aéronautiques, afin d'assurer un confort adéquat pour les passagers. Les fuselages des avions sont généralement en aluminium ou en composite renforcés par des raidisseurs sur lequel est posé un traitement thermoacoustique (laine de verre) et connecté par des liens mécaniques (isolateurs vibratoires) à un panneau composite de finition de type sandwich nid d'abeille. Une bonne compréhension du mécanisme de transmission acoustique à travers ces structures est d'une importance primordiale pour répondre à l'amélioration acoustique. La réalisation de modèles prédictifs pour estimer les niveaux vibroacoustiques de ces structures en moyennes et hautes fréquences est de ce fait nécessaire pour assurer la bonne conception acoustique et vibratoire des avions. Une méthode couramment utilisée pour réaliser les modèles vibroacoustiques est basée sur une approche statistique énergétique (SEA). Cette technique nécessite la connaissance des différents indicateurs vibroacoustiques; spécifiquement les facteurs de perte interne (DLF ou amortissement), les facteurs de perte par couplage (CLF), le nombre d'onde, la densité modale et le facteur de rayonnement. La tâche est rendue davantage difficile par les complexités mécaniques et physiques mises en jeu (matériaux composites, géométrie non uniforme, raidisseurs, traitements absorbants et amortissant).

## 1.2 Problématique

Les incertitudes sur l'estimation de ces indicateurs vibroacoustiques pourraient potentiellement affaiblir la pertinence des modèles prédictifs. Par conséquent, ces modèles présentent une zone fréquentielle pour laquelle les estimations issues de ces indicateurs vibroacoustiques présentent un degré d'incertitude ne permettant pas de les valider. Il est alors nécessaire d'améliorer, de développer et de valider de nouvelles méthodes expérimentales-numériques afin de comprendre et de mesurer les différents indicateurs vibroacoustiques des structures représentatives du fuselage d'un avion.

Le travail présenté dans ce document s'attache à la modélisation ainsi qu'à la caractérisation de la transmission acoustique à travers une structure double paroi aéronautique avec traitement acoustique et liens mécaniques soumise à des excitations aériennes et solidiennes dans les domaines des moyennes et hautes fréquences. Le but est d'élucider et de comprendre les mécanismes de transmission acoustique afin de réduire la transmission solidienne de vibrations mécaniques ainsi que diminuer la transmission acoustique du bruit dans la cabine.

Spécifiquement, on s'intéresse à la modélisation d'une structure double-paroi représentative de fuselage d'avion par la méthode de l'analyse statistique énergétique (SEA). La figure 1.1 présente schématiquement le modèle étudié. Le système est composé d'une paroi extérieure, appelée peau, et d'une paroi intérieure appelée panneau de finition. La cavité entre ces deux parois est remplie d'un matériau qui joue le rôle de traitement acoustique et thermique. Ce traitement est généralement composé d'un matériau fibreux comme la fibre de verre. Les deux parois du fuselage sont reliées par des liens mécaniques appelés isolateurs vibratoires. Leur rôle étant de réduire la propagation des vibrations de la peau vers le panneau intérieur tout en assurant une rigidité structurale suffisante de l'ensemble. Dans certains cas, un traitement d'amortissement viscoélastique peut être appliqué sur le fuselage pour augmenter la dissipation de l'onde structurale. La peau extérieure du fuselage est excitée soit par le bruit aérodynamique dû à la couche limite turbulente, par des ondes acoustiques (tel que le bruit des moteurs) ou par des forces mécaniques (tel que le bruit causé par les vibrations des moteurs). L'énergie acoustique produite est transmise au panneau de finition à travers le chemin aérien fluide (transmission aérienne) et à travers les liens structuraux entre les panneaux (transmission solidienne). Elle est ensuite rayonnée en cabine.

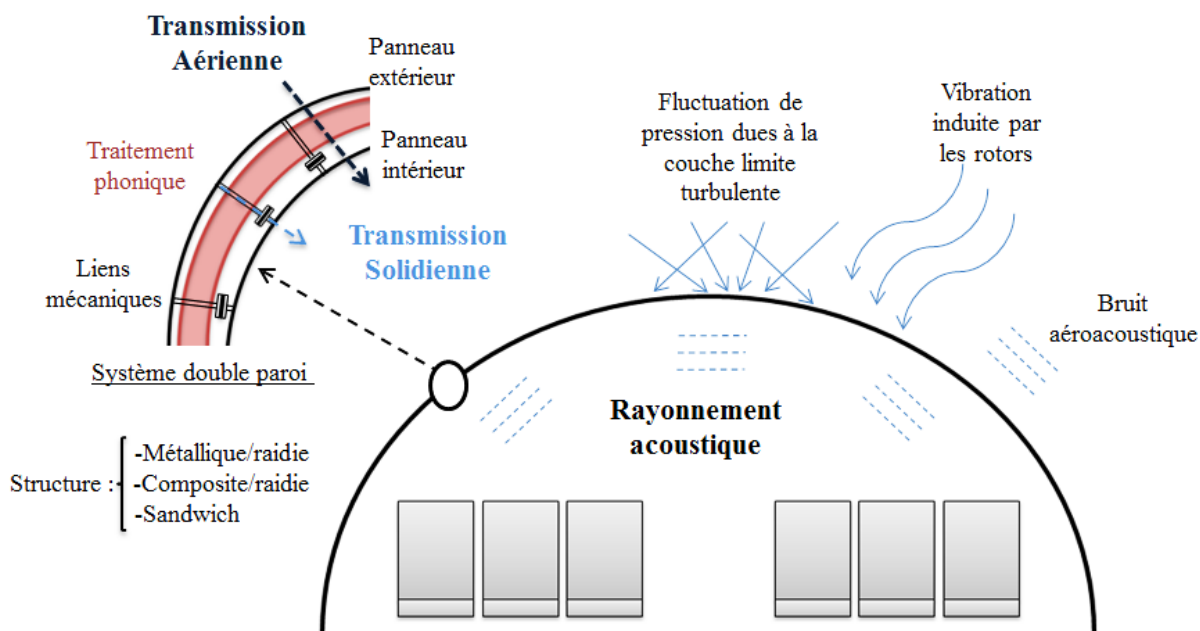


Figure 1. 1 Système double parois (fuselage d'avion).

Ce projet s'intéresse à l'étude de ces chemins de propagation. Une comparaison systématique avec la mesure évaluera la capacité du modèle développé à prédire ce qui se passe en réalité. Le but est de déterminer si la transmission du son à travers ce type de paroi se fait par la voie solidienne (couplage structure-structure) et/ou par la voie aérienne (couplage fluide-structure). En effet, il est inutile d'améliorer l'isolation acoustique si le chemin de propagation solidien n'est pas assez amorti et il en est de même dans la configuration inverse [1]. L'identification des éléments qui dominent la transmission permettra de mettre l'accent sur la stratégie de conception la plus efficace à adopter. Le but étant toujours d'améliorer la perte par transmission et de réduire les vibrations de ces structures et donc de diminuer le niveau sonore et vibratoire ressenti dans la cabine d'avion.

La modélisation analytique de la vibroacoustique de ce type de structures reste encore un problème d'actualité. En effet, bien que l'on puisse modéliser analytiquement et numériquement ce genre de structures, les résultats sont rarement satisfaisants. La pertinence du modèle développé est fortement corrélée à la détermination des différents indicateurs vibroacoustiques (figure 1.2).

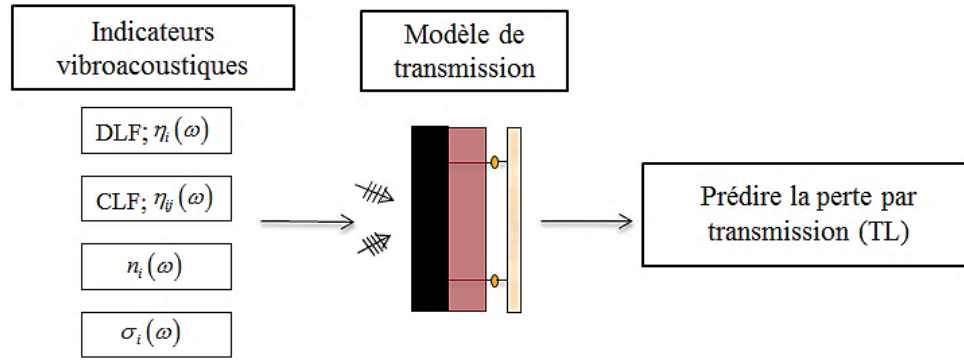


Figure 1. 2 Modèle de transmission d'un système double parois

La première partie du document propose des méthodes expérimentales de caractérisations de ces indicateurs. Les méthodes de mesures actuelles, rappelées au chapitre 2, ne permettent pas d'atteindre les paramètres nécessaires utilisés dans des modèles SEA, notamment parce qu'elles sont limitées en fréquences ou bien, car la nature complexe de ces structures rend difficiles l'excitation et la mesure vibratoire du squelette.

### 1.3 Contributions originales

L'originalité de ce projet est de pouvoir combler le manque de précision sur l'identification des différents indicateurs vibroacoustiques. Les nouvelles méthodes proposées ont pour objectifs de repousser les limites fréquentielles de caractérisation et de prendre en compte la complexité des structures.

La première méthode dénommée IWM (Inverse Wave Method), présentée au chapitre 3, porte sur la caractérisation expérimentale du facteur de perte par amortissement (DLF) à partir d'une simple mesure du nombre d'ondes complexe. La seconde méthode, présentée au chapitre 4, est basée sur la mesure de l'efficacité de rayonnement des structures suspendues en libre libre et non bafflée dans une chambre réverbérante par une approche énergétique statistique. Une troisième méthode hybride, présentée au chapitre 5, permet la mesure de la densité modale sur une large gamme fréquentielle. Le chapitre 6 propose une méthode de mesure de la transmission d'énergie par les connexions structurales entre panneaux (CLF) basée sur une approche énergétique statistique. L'utilisation de ces diverses méthodes proposées autorise une mesure sur une gamme de fréquences étendue et permet la prise en compte de la complexité des structures.



La détermination expérimentale et numérique des différents indicateurs vibroacoustiques nous a menés directement à notre objectif principal qui consiste à la construction et la validation expérimentale d'un modèle SEA hybride robuste et efficace permettant de prédire la transmission acoustique à travers une structure double paroi aéronautique avec traitement acoustique et liens mécaniques. Ce travail est présenté dans le chapitre 6.

Un autre objectif de ce travail, présenté au chapitre 5, est la validation expérimentale d'un modèle sandwich (General Laminate Model). En effet, à partir des propriétés mécaniques des structures aéronautiques étudiées, le modèle sandwich permet de prédire leurs comportements vibroacoustique (densité modale, efficacité de rayonnement, nombre d'ondes, perte par transmission). Ceci permet de s'affranchir de toute une phase expérimentale assez lourde et coûteuse. Ces indicateurs sont ensuite utilisés dans des modèles prédictifs SEA.

## 1.4 Objectifs

L'objectif général de ce projet est de développer et mettre en place un modèle hybride expérimentale-numérique rapide et précis permettant de prédire la transmission acoustique à travers une structure double-paroi représentative de fuselage d'un avion soumises à des excitations aériennes et solidiennes. La pertinence du modèle est fortement corrélée à la détermination des différents indicateurs vibroacoustique de ces structures spécifiquement les facteurs de perte interne (DLF ou amortissement), les facteurs de perte par couplage (CLF), le nombre d'onde, la densité modale et le facteur de rayonnement.

Pour atteindre notre objectif général, nous organisons notre travail autour de 5 objectifs spécifiques :

1. Proposer, implanter et valider une méthode de mesure des courbes de dispersion des structures complexes rencontrées en aéronautique: sandwich, composite raidi. La méthode doit être capable de caractériser l'amortissement de ces structures.
2. Proposer, implanter et valider une méthode de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures sandwich qui possèdent une faible fréquence de coïncidence. La méthode doit être capable de départager l'amortissement intrinsèque de celui par rayonnement.
3. Valider numériquement et expérimentalement un modèle (General Laminate Model) pour prédire la réponse vibroacoustique des panneaux sandwichs soumis à des excitations aériennes et solidiennes.

4. Proposer, implanter et valider une méthode de mesure du coefficient de couplage mécanique entre deux structures; structure double paroi avec liens mécaniques.
5. Utiliser les paramètres mesurés pour prédire, via un modèle SEA hybride, la transmission acoustique à travers ces structures, sous excitations acoustique; valider expérimentalement.

## 1.5 Structure du document

Ce document s'articule en sept chapitres, soit l'introduction (premier chapitre), six chapitres et une conclusion générale. Les chapitres 3 à 6 correspondent à des articles de journaux qui sont publiés ou soumis dans le cadre de cette thèse. Une conclusion générale prend place à la fin de ce document.

Dans le deuxième chapitre, la revue de la littérature, est présentée. Le troisième chapitre contient les développements reliés au sous-objectif 1, est présenté sous forme d'un article [91]. En premier lieu, une revue de la littérature sur les méthodes existantes de caractérisation expérimentale du facteur de perte par amortissement est donnée. Ensuite, une nouvelle méthode expérimentale de caractérisation de l'amortissement dénommée IWM (Inverse Wave Method) à partir d'une simple mesure des courbes de dispersion est présentée. Une étude paramétrique utilisant la méthode éléments finis est présentée et se concentre sur un panneau simple homogène en aluminium. Finalement, La méthode proposée est testée et validée sur un panneau d'aluminium isotrope et deux panneaux orthotropes sandwich composites avec un noyau en nid d'abeille: un panneau mince d'habillage et un épais (partie extérieure du fuselage). La présente méthode offre la possibilité de caractériser les structures complexe à partir d'un simple scan de leurs vitesses normales.

Le quatrième chapitre, relié au deuxième sous-objectif, est présenté sous forme d'un article [92]. Tout d'abord, une description des différentes méthodes de calcul de l'efficacité de rayonnement est réalisée. Ensuite, une nouvelle méthode de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures renforcées par des raidisseurs, régulier, composite sandwich est développée. Dans la section résultats de cet article, la méthode est validée sur une large bande de fréquences pour deux types de constructions : métallique (un panneau plat et raidi en aluminium) et deux panneaux orthotropes sandwich-composites avec un noyau en nid d'abeille (mêmes panneaux définis dans la première partie).

Dans le cinquième chapitre, un article proposant une validation expérimentale détaillée d'un modèle sandwich (General Laminate Model) (sous-objectif 3) est présenté [93]. Après une revue de la littérature, des formulations mathématiques permettant d'analyser le comportement vibroacoustique des structures sandwich-composites sont présentées. On trouve en particulier, le calcul des principaux indicateurs vibratoires et acoustiques ainsi que la détermination de deux paramètres clés de la SEA (densité modale et efficacité de rayonnement). Ensuite, une description des différents bancs d'essai expérimentaux permettant de mesurer les différents indicateurs vibroacoustique est présentée. Une validation expérimentale du comportement vibroacoustique de ces structures y est aussi présentée.

Le sixième chapitre contient l'article relié aux sous-objectifs 4 et 5 [94]. Dans un premier lieu, une revue de la littérature d'une approche statistique énergétique (SEA) utilisée pour prédire la transmission acoustique à travers des structures représentatives d'un fuselage d'avion est présentée. Ensuite, les formulations mathématiques permettant de calculer les différents paramètres clés de la SEA sont présentées. La transmission par les connections structurales entre panneaux est étudiée par une approche quadripolaire qui relie la paire force-vitesse de chaque côté du lien mécanique. Dans la section résultats, une validation avec des résultats expérimentaux montre que le modèle est capable de prédire les changements au niveau de la transmission, causés par les différents couplages structuraux (couplage rigide, couplage souple). Les voies de transmission dominantes sont identifiées dans la gamme de fréquences entre 100 Hz et 10 kHz.

## CHAPITRE 2

## État De L'art

Ce chapitre dresse l'état de l'art concernant les ouvrages et publications de référence sur lesquelles s'appuient les travaux de ce projet de recherche. La caractérisation des différents indicateurs vibroacoustique des structures aéronautiques et la modélisation de la transmission du son au travers un fuselage d'avion sont présentés. Les thématiques étudiées sont les suivantes:

- La physique gouvernant la perte par transmission des structures aéronautiques.
- Les différentes classes de modélisation des structures aéronautiques.
- Les méthodes de mesure des indicateurs vibroacoustiques.

### 2.1 Perte par transmission à travers des structures double parois

La perte par transmission à travers des structures a été largement étudiée au cours des dernières années et a fait l'objet de plusieurs ouvrages de références en la matière [2-6]. La compréhension des mécanismes gouvernant la transmission acoustique à travers des structures double parois est une étape clé dans l'étude visant à réduire leur transparence acoustique.

Le son, en frappant une structure, une partie de son énergie est réfléchi, une autre partie est absorbée et la partie restante est transmise à travers (voir Figure 2.1). Les proportions d'énergie réfléchi, transmise et absorbée dépendent des propriétés de la structure exposée.

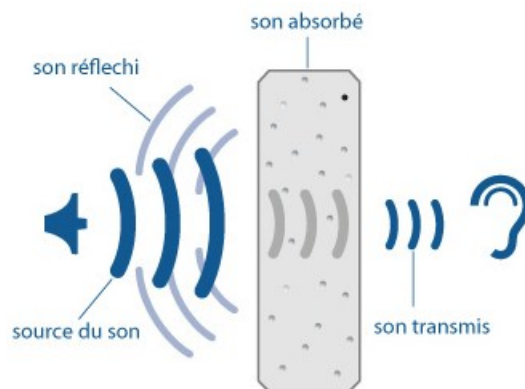


Figure 2. 1 Réflexion, transmission et absorption d'une onde sonore en contact avec une cloison [2].

L'indicateur acoustique souvent utilisée pour quantifier la transmission du son à travers ces structures est la perte de transmission  $TL$  aussi appelée l'indice d'affaiblissement  $R$  [2-6], défini comme étant le rapport logarithmique entre la puissance incidente  $W_i$  sur la puissance transmise  $W_T$ ;  $\tau = W_T/W_i$  :

$$TL = 10 \log \left( \frac{1}{\tau} \right). \quad (2.1)$$

En pratique, sous un champ diffus, la puissance incidente est déterminée à partir de la pression quadratique moyenne  $P_{rev}^2$  mesurée dans une chambre réverbérante par la relation suivante :

$$W_i = \frac{P_{rev}^2 A}{4\rho_0 c_0}, \quad (2.2)$$

où  $\rho_0$ ,  $c_0$  et  $A$  sont respectivement la masse volumique de l'air, la vitesse du son dans l'air et la surface de la paroi testée. La figure 2.2 présente une courbe typique de perte par transmission pour une double paroi immergée dans l'air, et séparée par une lame d'air, soumise à une excitation par une onde plane à incidence oblique

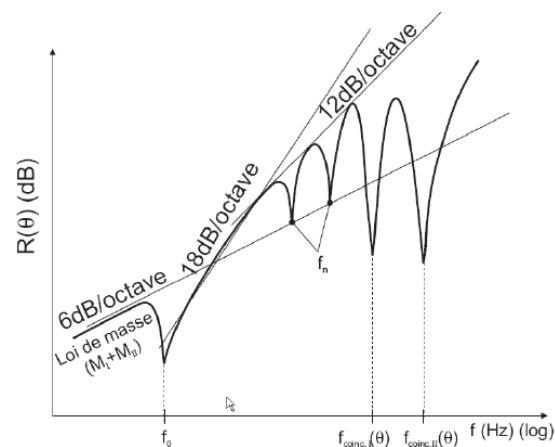


Figure 2. 2 Indice d'affaiblissement acoustique d'une double paroi infinie excitée par une onde plane à incidence oblique [6].

Pour une structure à double paroi, l'aspect important est la mise en évidence de la rentrée en résonance de la lame d'air à la fréquence de respiration ( $f_0$ ). Elle est définie par la relation suivante :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cos(\theta)} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2 (m_1 + m_2)}{h m_1 m_2}}, \quad (2.3)$$

où  $\rho_0$ ,  $c_0$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  et  $h$  sont respectivement la masse volumique de l'air, la vitesse du son dans l'air, la masse du premier panneau, la masse du deuxième panneau et la distance qui sépare les deux les panneaux. À cette fréquence les deux plaques se comportent comme deux masses reliées par un ressort. Les deux plaques vibrent en opposition de phase. En dessous de la fréquence de respiration ( $f_0$ ), la double paroi suit la loi de masse et se comporte comme une simple paroi de masse surfacique égale à la masse surfacique des deux parois. Ensuite, l'indice d'affaiblissement acoustique croit avec une pente de 18dB par octave. À plus haute fréquence, l'indice d'affaiblissement acoustique est perturbé par un creux provoqué par le premier mode de résonance de la lame d'air située entre les deux panneaux et la pente diminue à une enveloppe à croissance de 12 dB par octave [6]. Finalement, en plus hautes fréquences, l'isolation acoustique du système est une nouvelle fois dégradée par la fréquence critique de chacune des plaques avant d'augmenter de nouveau. Il est clair qu'on a intérêt de point de vue pratique à atténuer l'effet des ondes stationnaires dans la lame d'air ( $f_n$ ), donc à remplir, la cavité, lorsque c'est possible d'un matériau acoustique absorbant. Il faut aussi placer la fréquence de respiration ( $f_0$ ) et les fréquences de coïncidences hors de la zone fréquentielle étudiée. Si les deux plaques sont identiques, les deux fréquences de coïncidence le sont aussi et donc la transparence est totale s'il n'y a pas d'amortissement structural. Ainsi, une bonne double paroi acoustique évitera d'avoir deux plaques identiques notamment si leur fréquence critique tombe dans la zone audible.

Dans le cas du champ diffus, Lesueur [6] montre que la sommation de tous les angles d'incidence fait diminuer le phénomène de coïncidence. Il constate qu'en champ diffus, les

fréquences de coïncidences correspondant à un angle  $\theta_i$  donné, disparaissent (effet de moyenne) et ne subsistent qu'une seule singularité fréquentielle  $f_c$  dite fréquence critique. La zone de coïncidence est étalée sur une plage de fréquences aux environs de cette fréquence critique. Les fréquences des ondes stationnaires dans la lame d'air ne sont pas aussi marquées que pour une incidence donnée, mais elles demeurent. Enfin, la fréquence de respiration devient une zone d'isolement minimum.

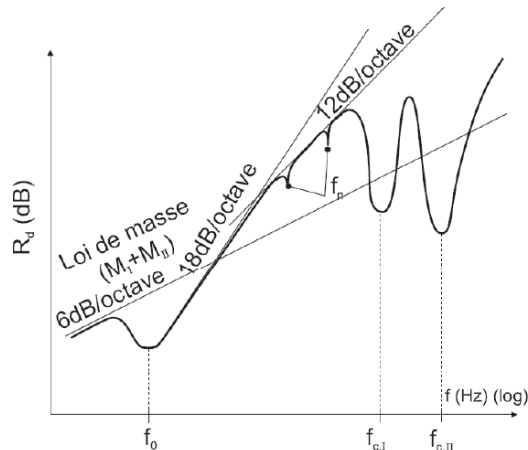


Figure 2. 3 Indice d'affaiblissement acoustique d'une double paroi infinie excitée par un champ diffus [6].

Dans le cas de double parois finies (figure 2.3), le problème est plus complexe, mais les tendances restent les mêmes que pour les parois infinies. Il apparaît cependant des résonances supplémentaires acousto-structurales liées au caractère fini de la paroi. L'amortissement structural joue un rôle au niveau de la résonance ( $f_0$ ), aux résonances structurales et aux fréquences de coïncidence.

Tous les résultats précédents sur la perte par transmission des doubles parois ont été établis en supposant l'absence de lien mécanique entre les parements. Dans la réalité, les deux panneaux constituant le fuselage d'un avion sont reliés par des liens mécaniques. Lorsqu'il existe de telles liaisons, des transmissions solidiennes supplémentaires peuvent se produire. De plus, ces liaisons modifient le schéma vibratoire et le rayonnement des parements. Sharp [7] a été un des premiers à étudier l'influence de la présence de tels liens sur la perte par transmission des systèmes double paroi. Il a démontré que la perte par transmission d'une double paroi liée par des liens rigides suit la même allure que dans le cas sans liens jusqu'à une certaine fréquence  $f_b$  appelée "bridge" (bridging frequency). À cette fréquence, il se produit une augmentation de

la proportion de l'énergie transmise par le chemin solidien réalisé par les liens mécaniques. Cette fréquence se situe au-dessus de la fréquence de respiration et en dessous de la fréquence de changement de pente entre 18dB/octave et 12 dB/octave de la paroi double et a pour effet de faire chuter la pente à 6 dB par octave dans le cas d'une onde plane.

Sur ce sujet, Legault et Atalla [1] ont présenté un modèle périodique pour étudier l'influence de la présence de liens mécanique sur la perte par transmission des systèmes double parois. Ils ont présenté une étude paramétrique de l'influence des paramètres suivants : la raideur, l'amortissement et l'espacement des liens mécaniques sur la perte par transmission. Il faut en retenir que l'ajout de lien souple peut être très bénéfique dans le cas des structures métalliques comme composites si ils sont bien conçus. Cependant, il a été observé que dans certains cas ils peuvent créer des résonances du fait de leurs interactions avec les panneaux. Ce problème peut être résolu en augmentant la masse des isolateurs vibratoires souple.

## 2.2 Différentes classes de modélisation

Cette section présente les différentes méthodes de modélisation des structures double-parois aéronautiques. L'accent y est mis respectivement sur les techniques d'identification des paramètres modaux et des paramètres de propagation. La modélisation du problème vibroacoustique est profondément liée à la physique du problème, la géométrie du problème (forme, dimensions, etc.), le domaine fréquentiel et le degré de précision ou de détail recherché (comportement local vs. global; déterministe vs. statistiques, etc.). De plus, la complexité du problème est liée essentiellement à la caractérisation des excitations et des conditions aux limites. La présentation de ces techniques s'appuie également sur une vision large bande du comportement dynamique des structures. En effet, certaines techniques perdent leur pertinence dans les domaines de grande densité modale.



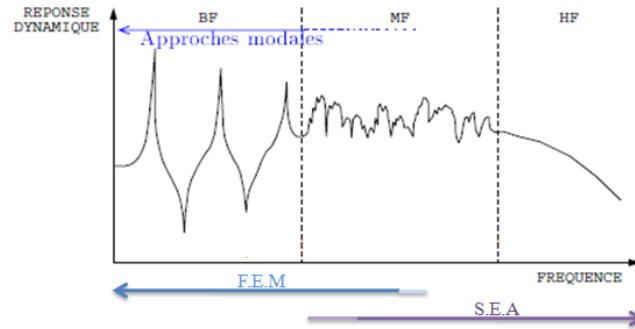


Figure 2. 4 Schéma de réponse dynamique d'une structure [8].

En basses fréquences, la dynamique d'une structure est largement dominée par un caractère modal. Les modes créent des résonances très marquées. L'identification des structures revient donc à définir les caractéristiques de ces modes: déformation, fréquences et amortissements modaux. En moyennes et hautes fréquences, le comportement modal des structures est moins prononcé (figure 2.4). Il convient alors d'aborder la dynamique des structures sous un angle différent. Dans ce domaine, plusieurs modèles prévisionnels sont étudiés et font l'objet de recherches intensives de la part de la communauté scientifique. Contrairement au domaine des basses fréquences, où les approches modales font l'unanimité, le domaine de fort recouvrement modal est traité tantôt par des approches modales appropriées, tantôt par des approches propagatives. Les techniques de condensation en moyennes et hautes fréquences [9] relèvent de la première approche. Les méthodes énergétiques prédictives globales (comme l'analyse statistique de l'énergie, SEA) font appel quant à elles à une description fortement propagatives [10]. Ces dernières nécessitent la connaissance des paramètres de propagation particuliers, comme le facteur de perte interne (DLF ou amortissement), le facteur de perte par couplage (CLF), le nombre d'ondes, la densité modale et le facteur de rayonnement. La figure 2.5 illustre les différentes classes de modélisation.

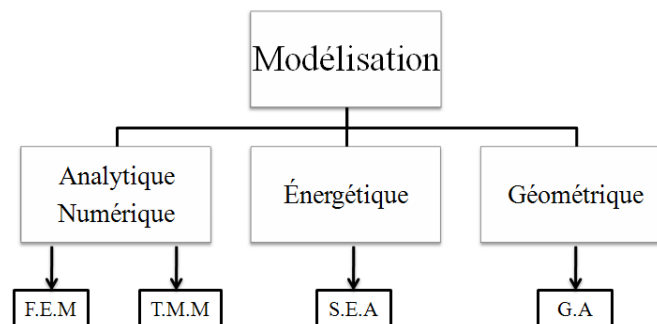


Figure 2. 5 Différentes classes de modélisation [8].

## 2.2.1 La méthode de modélisation énergétique (SEA)

### Principes fondamentaux

En basses fréquences, la méthode des éléments finis (FEM) prédit correctement les niveaux de vibration. Lorsque la fréquence du domaine de l'analyse augmente, la méthode des éléments finis est confrontée à l'augmentation excessive du degré de liberté associé à un maillage raffiné compatible avec les longueurs d'onde. Les calculs des coûts deviennent lourds et les résultats sensibles à la moindre perturbation des paramètres géométriques et physiques. Pour pallier ces inconvénients, ont fait appel à la méthode d'analyse statistique de l'énergie (SEA). Le terme SEA (*Statistical Energy Analysis*) est apparu au début des années 60 pour désigner une nouvelle approche d'étude des systèmes vibrants. Le terme *Statistical*, signifie que l'on ne considère plus les fréquences propres des modes comme des singularités fréquentielles, mais comme une population de mode dotée de caractéristiques statistiques dans une bande de fréquence donnée. Le terme *Energy* renvoie à la variable principale de l'étude SEA, à partir de laquelle les informations telles que le déplacement ou la vitesse sont issues. Enfin, le terme *Analysis* renvoie à une démarche qualitative plutôt qu'à une approche prévisionnelle comme dans le cas de méthodes déterministes, telle que les éléments finis. Les approches mécaniques classiques utilisées pour étudier les structures vibrantes ont généralement pour but d'étudier leurs premiers modes de par l'importance de leurs déplacements et de par le fait que les excitations se situent souvent dans un domaine basses fréquences. L'existence de structures de grandes dimensions dans l'industrie spatiale et la caractérisation d'excitations hautes fréquences ont conduit les études vibratoires à considérer les modes de vibration situés dans le domaine des hautes fréquences pour caractériser la fatigue des structures, la dégradation des équipements et les bruits générés par de telles excitations. En hautes fréquences, il devient difficile d'estimer les réponses vibratoires et acoustiques des structures complexes par des approches déterministes (FEM). La réponse fréquentielle des systèmes ne présente aucune résonance. Les conditions aux limites et les détails de la géométrie ont peu d'influence. Les systèmes montrent un fort comportement statistique et une densité de modes très importante. Il devient alors illusoire d'envisager l'utilisation d'outils basés sur des approches numériques

déterministes. Les méthodes énergétiques fournissent une façon d'aborder le problème. La méthode S.E.A est une méthode reconnue et appliquée dans l'industrie pour la modélisation en hautes fréquences des problèmes vibratoires, acoustique ou de couplage fluide-structure. Les premiers travaux sur le sujet datent de 1962. Lyon et Maidanik [11] ont calculé le flux de puissance entre deux oscillateurs linéaires faiblement couplés sous une excitation aléatoire. Ils ont montré que le flux de puissance est proportionnel à la différence de l'énergie modale moyenne des deux oscillateurs. L'approche a été développée plus en détail et présentée dans un premier ouvrage complet, publié en 1975 par Lyon et DeJong [12]. Bien que ces travaux datent quand même d'une trentaine d'années, ils représentent toujours, à l'heure actuelle, une bonne base de référence pour comprendre les fondements et les mécanismes de la technique. Au niveau des applications, de nombreux secteurs industriels ont investi dans la SEA : par exemple, l'acoustique architecturale, l'aérospatiale et l'aéronautique, le secteur de l'automobile sont tous des secteurs qui ont pu bénéficier des avantages de la SEA, en particulier pour les problèmes de transmissions aériennes. Dans le contexte de la SEA, un système vibroacoustique complexe est représenté comme un assemblage de sous-systèmes couplés qui peuvent recevoir, stocker, dissiper et transmettre l'énergie. L'état vibratoire est exprimé en termes d'énergies vibratoires des composants individuels; les excitations appliquées sont exprimées en termes de puissances injectées et le couplage entre les composantes est exprimé en termes de flux d'énergie. Une description détaillée de la méthode est donnée dans [12-15] et [6]. L'approche théorique de la SEA consiste à calculer le niveau d'énergie des sous-systèmes lorsque d'autres paramètres SEA sont connus. Les paramètres du système de SEA sont les densités modales  $n_i$ , l'amortissement  $\eta_{ii}$ , les facteurs de perte par couplage  $\eta_{ij} \eta_{ji}$ , les niveaux d'énergie  $E_i$  et les puissances injectées [6]. Alternativement, l'approche expérimentale de la SEA consiste à estimer l'amortissement et le couplage entre sous-systèmes à partir de la mesure de leurs niveaux d'énergie [6].

### Cadre général de la méthode SEA

L'analyse statistique de l'énergie est une approche permettant de modéliser les comportements vibratoire et acoustique de structures complexes. Elle consiste à représenter le système étudié par un ensemble de sous-systèmes simples couplés entre eux. Chaque sous-système représente

un ensemble dénombrable de modes de vibrations aux caractéristiques similaires. La SEA consiste à déterminer la réponse moyenne de chaque sous-système en considérant l'équilibre des puissances entre la puissance injectée, la puissance dissipée et la puissance échangée. L'hypothèse fondamentale de la SEA stipule que la puissance moyennée échangée  $P_{ij}$  entre les sous-systèmes  $i$  et  $j$  est proportionnelle à la différence des niveaux d'énergie, respectivement  $E_i$  et  $E_j$ , de chaque sous-système:

$$P_{ij} = \omega(\eta_{ij}E_i - \eta_{ji}E_j), \quad (2.4)$$

où  $\eta_{ij}$  et  $\eta_{ji}$  sont les facteurs de perte par couplage. Cette relation est une relation clé de la SEA.

Pour en arriver à l'équation(2.4), certaines hypothèses importantes ont dû être posées :

- Les forces sont décorréllées et en régime permanent.
- Le couplage est faible et est conservatif (pas de dissipation au niveau du couplage).
- La densité spectrale de puissance des forces est un bruit blanc.

Les équations de base de la SEA sont obtenues en écrivant le bilan des puissances pour chaque sous-système  $i$  :

$$P_i^{inj} = P_i^{diss} + \sum_{i \neq j}^n \omega(\eta_{ij}E_i - \eta_{ji}E_j), \quad (2.5)$$

où  $P_i^{inj}$  et  $P_i^{diss}$  sont respectivement la puissance injectée et la puissance dissipée dans le sous-système  $i$ . La puissance dissipée par un sous-système  $i$  est supposée proportionnelle à son énergie  $E_i$  :

$$P_i^{diss} = \eta_i \omega E_i, \quad (2.6)$$

où  $\eta_i$  est le facteur de perte interne du sous-système  $i$ . Ce facteur caractérise les différentes sources de dissipation de l'énergie au sein du sous-système, telles que l'amortissement structural, l'effet du rayonnement, dans le cas de milieu acoustique environnant ouvert, et les

effets de frictions internes. Dans le cas d'une structure composée de deux sous-systèmes, le modèle SEA est représenté par la figure suivante (figure 2.6):

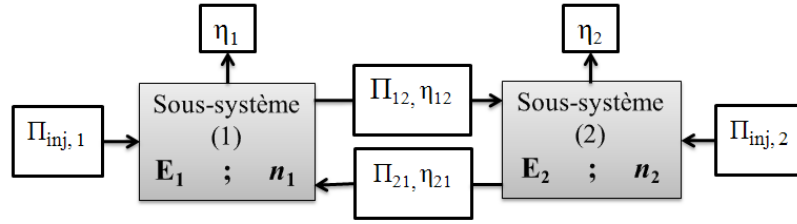


Figure 2. 6 Modèle SEA pour deux sous-systèmes couplés.

Les équations de la SEA peuvent alors être mises sous forme matricielle:

$$L\{E\} = \{P\}, \quad (2.7)$$

où  $\{E\}$  est le vecteur constitué des énergies  $E_i$ ,  $\{P\}$  est le vecteur constitué des puissances injectées  $P_i^{inj}$  et  $L$  est la matrice de couplage constituée des facteurs de perte interne  $\eta_i$ , des facteurs de perte par couplage  $\eta_{ij}$ , et de la pulsation  $\omega$ . Les équations correspondantes de la SEA s'écrivent:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \sum_{i \neq 1}^2 \eta_{1i} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \sum_{i \neq 2}^2 \eta_{2i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^{inj} \\ P_2^{inj} \end{Bmatrix}. \quad (2.8)$$

Généralement, les facteurs de perte par couplage utilisés dans la méthode SEA ne sont pas réciproques, autrement dit  $\eta_{ij} \neq \eta_{ji}$ . Toutefois, une relation de réciprocité peut être obtenue en admettant l'équirépartition modale de l'énergie d'un sous-système ainsi que les hypothèses émises pour les forces (décorrélation, bruit blanc) soit valides. Si  $N_i$  est le nombre de modes du sous-système  $i$  dans la bande de pulsation centrée en  $\omega$  et de largeur  $\Delta\omega$ , alors la densité modale  $n_i$  de ce sous-système est:

$$n_i = \frac{N_i}{\Delta\omega}. \quad (2.9)$$

La relation de réciprocité de la SEA relie les facteurs de perte par couplage par le biais des densités modales:

$$n_i(\omega)\eta_{ij} = n_j(\omega)\eta_{ji}. \quad (2.10)$$

### Limite de la SEA

Bien que, la méthode SEA est largement appliquée aux problèmes vibratoires et acoustiques en moyennes et hautes fréquences, elle ne fait pas l'unanimité pour plusieurs raisons détaillées dans la suite. En pratique, la méthode SEA permet donc d'estimer les niveaux vibratoires et acoustiques moyens d'un système pour lequel ses paramètres ont une certaine variabilité. Les facteurs limitant les bonnes performances de la SEA peuvent être résumés comme suit [14;16] :

- Un nombre insuffisant de modes résonnants dans la bande des basses fréquences.
- La difficulté de bien différencier les éléments d'une structure afin de diviser celle-ci en sous-systèmes.
- Un couplage fort entre sous-systèmes, comme, par exemple, dans le cas d'éléments raidis fortement connectés et présentant peu de pertes internes par couplage.
- La difficulté de déterminer les facteurs de perte par couplage.

La méthode SEA présente des avantages et des inconvénients. Contrairement aux Éléments finis, les coûts en termes de calcul d'un modèle SEA sont très faibles et les résultats obtenus sont moyennés en fréquence et en espace. La SEA est valide pour les structures complexes présentant une densité modale suffisamment importante [16,10].

### Notion de couplage faible

Le couplage faible représente une des hypothèses contraignantes de la SEA. En effet, pour pouvoir appliquer la SEA sur la structure considérée, il faut s'assurer que le couplage entre deux sous-systèmes est faible. De ce fait, plusieurs critères de couplage faible ont été publiés. Le critère de couplage faible le plus répandue est introduit par Smith [17]. Il considère que le facteur de perte par couplage  $\eta_{ij}$  représente la force du couplage et il constate que pour un assemblage de deux sous-systèmes le couplage peut être considéré faible lorsque la valeur du facteur de perte par couplage  $\eta_{ij}$  est très petite devant la valeur du facteur de perte interne  $\eta_i$  de à peu près d'un facteur de 10.

### Approches énergétiques pour les moyennes fréquences : Approches hybrides

Au moment où la fréquence d'excitation diminue, les hypothèses sur lesquelles repose la méthode SEA ne le sont plus valables et les prédictions de la SEA en moyennes fréquences ne sont pas précises. Cela peut principalement s'expliquer par le fait qu'en moyennes fréquences, le rapport de la longueur d'onde de déformation par rapport à la dimension du sous-système peut être petit pour certains d'entre eux quand il est grand pour d'autres sous-systèmes. Le problème des moyennes fréquences a été largement étudié et a fait l'objet de plusieurs recherches dans le but de combiner les méthodes déterministes et les méthodes statistiques en un seul modèle. Les premiers travaux visant à inclure le comportement statistique d'un système dans un modèle déterministe global sont attribués à Belyaev et Palmov [18]. Ce type d'approche a, ensuite, été développé à travers les travaux de Soize [19] sur la théorie du flou structural. Une méthode hybride FEM-SEA basée sur ces idées combinées avec un processus de séparation des longueurs d'ondes a été développé par Langley et Bremner [20]. Mace et Shorter [21] ont présenté une approche déterministe basée sur des moyennes fréquentielles dans laquelle le système est décomposé en sous-systèmes globaux et locaux. Théoriquement, une méthode hybride FEM-SEA combine les performances de la méthode SEA en hautes fréquences et celles de la méthode FEM en basses fréquences afin d'être appliquée de manière robuste sur toute la gamme de fréquences. Toutefois, le couplage des Éléments Finis et de la SEA en un seul modèle est difficile à réaliser, car les deux méthodes diffèrent en deux points :

- La SEA est une méthode statistique tandis que Les Éléments Finis constituent une méthode déterministe.
- La SEA est basée sur la conservation de l'énergie (variable énergétique moyennée dans le temps et en fréquences) tandis que les Éléments Finis sont basés sur les équations de la dynamique (principe de conservation).

Plus récemment, une nouvelle méthode effectuant ce couplage a été développée par Shorter et Langley [22-23]. Cette méthode repose sur des concepts d'onde plutôt que sur une approche de type modale.

#### Application de la SEA pour modéliser une structure double parois :

La SEA permet de prédire plus précisément la réduction du bruit et la perte par transmission du son pour les structures aéronautiques en résolvant le problème d'équilibre d'énergie vibroacoustique [6;12]. Un simple schéma SEA de la transmission acoustique consiste en deux salles, une réverbérante et une anéchoïque, couplées par une structure double parois reliées par des liens mécaniques. Le problème de la transmission acoustique est supposé combiner la contribution de deux chemins de transmission acoustique: transmission résonante et non résonante. Un schéma du problème à étudier est présenté par la figure 2.7.

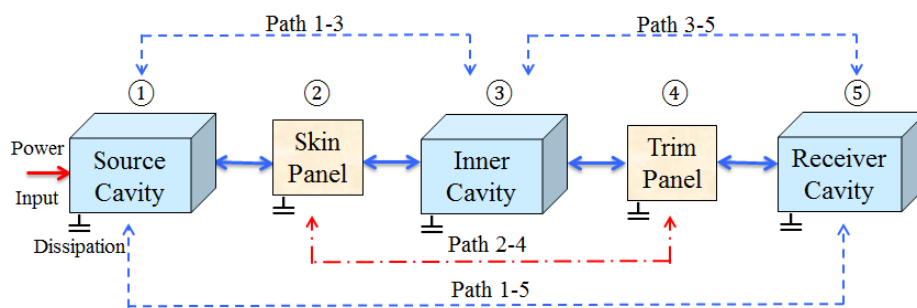


Figure 2. 7 Modèle SEA représentative d'un système double paroi couplée par des liens mécaniques

Les salles acoustiques (cavités) sont décrites par les systèmes 1 et 5, alors que les panneaux par les systèmes 2 et 4 pour la paroi extérieure et intérieure respectivement et le système 3 désigne la cavité qui sépare les deux parois.



Les chemins de la transmissions acoustique sont décrites comme suit :

- (1-2-3-4-5) représente le chemin principal et direct de la résonance pure. Il domine à des fréquences élevées, au cours de laquelle la cavité est excitée par des modes résonnants et les panneaux sont au niveau de leurs régions de fréquence critique ou au-dessus.
- (1-2-4-5) représente le chemin de transmission solidienne via les liens mécaniques entre les panneaux. Il domine principalement aux moyennes fréquences.
- (1-3-5) représente la transmission non-résonnante (loi de masse) à travers les panneaux lorsque la cavité interne est dans sa région de résonance. Quand un panneau est dans sa région de résonance tandis que l'autre se comporte d'une manière non résonnante, la transmission se fait à travers les deux chemins suivants : (1-2-3-5) où (1-3-4-5). Il s'agit de voies de transmission importantes dans la région de fréquence inférieure à la fréquence critique du panneau.
- (1-5) représente la transmission non-résonnante pure (la loi de masse de la double paroi), ce qui est important aux basses fréquences (inférieures à la fréquence de respiration).

Dans le cas d'une structure doubles parois de la figure 2.4, les équations correspondantes de la SEA s'écrivent:

$$\begin{bmatrix}
 \eta_1 + \sum_{i \neq 1} \eta_{1i} & -\eta_{21} & -\eta_{31} & -\eta_{41} & -\eta_{51} \\
 -\eta_{12} & \eta_2 + \sum_{i \neq 2} \eta_{2i} & -\eta_{32} & -\eta_{42} & -\eta_{52} \\
 -\eta_{13} & -\eta_{23} & \eta_3 + \sum_{i \neq 3} \eta_{3i} & -\eta_{43} & -\eta_{53} \\
 -\eta_{14} & -\eta_{24} & -\eta_{34} & \eta_4 + \sum_{i \neq 4} \eta_{4i} & -\eta_{54} \\
 -\eta_{15} & -\eta_{25} & -\eta_{35} & -\eta_{45} & \eta_5 + \sum_{i \neq 5} \eta_{5i}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 E_1 \\
 E_2 \\
 E_3 \\
 E_4 \\
 E_5
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \frac{P_1}{\omega} \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}.
 \quad (2.11)$$

La matrice des facteurs de perte par couplage et de perte interne est symétrique si l'on considère la relation de réciprocité vérifiée.

La résolution d'un système SEA nécessite donc la connaissance des facteurs de perte par couplage et de perte interne, la densité modale et l'efficacité de rayonnement. Ces facteurs

peuvent être obtenus de différentes manières et nous détaillerons dans la suite de ce document les différentes démarches expérimentales, analytiques et numériques utilisées.

## 2.3 Les paramètres de la SEA

À partir du bilan de puissance énergétique, on retrouve les paramètres principaux de la SEA, qui sont les facteurs de perte interne (DLFs), les facteurs de perte par couplage (CLFs) et la densité modale. La connaissance de la puissance injectée et la caractérisation de ces paramètres au sein des structures permettent de résoudre le bilan de puissance et par la suite d'estimer les énergies vibratoires moyennes des sous-systèmes SEA. D'autres paramètres importants tels que l'efficacité de rayonnement et le nombre d'ondes sont parfois nécessaires pour la détermination des facteurs de perte. Ils seront aussi discutés dans cette section.

### 2.3.1 Densité modale :

L'estimation du nombre de modes par bande passe généralement par le concept de densité modale. Elle est interprétée comme le nombre de fréquences naturelles d'une structure en vibration dans une gamme de fréquences. La densité modale  $n(f)$  est définie comme le nombre de fréquences naturelles par Hz. Supposons que nous savons résoudre l'équation du mouvement associée aux véritables conditions limites du problème. L'obtention des fréquences propres nous permet de compter le nombre  $\Delta N$  de modes dans  $\Delta f$ . La densité

modale et la séparation modale seront  $n(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta f}$  en nombre de modes par Hertz et

$s_m = \frac{\Delta f}{\Delta N}$  en Hertz. Pour les structures simples, il existe des formulations simples des densités

modales alors que, pour les systèmes de formes complexes, on peut procéder numériquement ou expérimentalement, soit en comptant le nombre de pics par Hertz, soit à partir de la mesure du nombre d'onde [6]:

$$n(\omega) = \int_0^\pi \frac{A}{2\pi^2} \frac{K(\varphi, \omega)}{|C_g(\varphi, \omega)|} d\varphi.$$

(2.12) ici  $K, A, C_g, \varphi$  et  $\omega$  représente le nombre d'onde, l'aire de la structure, la vitesse de groupe des ondes, la direction de propagation et la fréquence angulaire (pulsation), respectivement. La densité modale peut être mesurée pour une structure isolée en utilisant la formulation suivante [24-26] :

$$n_i = 4m_i Re(Y_p), \quad (2.13)$$

avec  $m_i$  et  $Re(Y_p)$  représente la masse totale de la structure étudiée et la partie réelle de l'admittance-vitesse du point d'excitation (mobilité d'entrée), respectivement.  $Y_p = \frac{\phi_{fv}}{\phi_{ff}}$ , avec,  $\phi_{fv}$  est l'interspectre entre la force et  $\phi_{ff}$  est l'autospectre de la force à l'emplacement de l'excitation. Il est clair que les erreurs effectuées sur la densité diminueront notablement pour des systèmes de dimension importante et dont la densité est grande. D'autre part, l'influence des conditions aux limites restera d'autant plus faible sur la densité que la bande des fréquences choisies sera grande.

Cette section a permis de dégager les principales méthodes de détermination de la densité modale. Notre étude s'intéresse à mesurer la densité modale structures aéronautiques sur une large bande fréquentielle.

### 2.3.2 Le facteur de perte interne (amortissement)

Le facteur de perte interne est un paramètre clé en SEA et il est nécessaire de bien le caractériser si on veut obtenir des résultats de modélisation fiable. Il intervient dans l'écriture de la puissance dissipée par un sous-système. Ce facteur caractérise les différentes sources de dissipation de l'énergie au sein du sous-système, telles que l'amortissement structural, l'effet du rayonnement, et l'amortissement des joints. De nombreuses études ont été menées sur la caractérisation expérimentale du facteur de perte interne. Quand la réponse vibratoire est composée de plusieurs modes suffisamment séparés en fréquence et les modes vibratoires sont prédominants [27], l'extraction de l'amortissement est faite dans le domaine fréquentiel par la

méthode de la largeur de bande à  $-3$  dB dite de la « demi-puissance » ou par lissage de la fonction de réponse en fréquence dans le plan complexe. Dans le cas où la densité modale est élevée, l'amortissement peut être obtenu dans le domaine fréquentiel avec la méthode de la puissance injectée (PIM) [28], ou directement dans le domaine temporel en utilisant la méthode de décroissance temporelle [29]. Norton [30] rappelle les deux grandes techniques d'identification du facteur de perte énergétique. La première est la méthode de la puissance injectée (Power Injected Method [28], PIM). Cette méthode est basée sur un bilan d'énergie, qui égale la puissance injectée dans une structure à la puissance dissipée :

$$P_{inj} = \eta \omega E. \quad (2.14)$$

Il met l'accent sur le fait que la mesure de la puissance injectée doit être effectuée avec la plus grande rigueur, les résultats quant à l'amortissement étant très sensibles. Pour une excitation en bruit blanc, il conseille l'utilisation de l'interspectre pour estimer la puissance injectée, tandis que pour une excitation déterministe (sinus glissant par exemple), on préférera la mesure de la partie réelle de l'impédance. La seconde technique d'identification du facteur de perte énergétique citée par Norton est celle du temps de réverbération à 60 dB,  $T_{60}$ , dite aussi DRM pour Decay Rate Method, qui est lié à l'amortissement par la formule [29]:

$$\eta = \frac{13.82}{\omega T_{60}}. \quad (2.15)$$

La structure doit être excitée par un bruit blanc, puis laissée libre (arrêt de la source). On aura donc intérêt à utiliser une excitation sans contact, par exemple acoustique ou électromagnétique (un contact entre la source coupée et la structure rendrait la mesure sensible à l'amortissement interne de la source). Bies [28] et Brown [31] constatent que les deux méthodes de mesure de l'amortissement citées ci-dessus, la méthode du temps de réverbération et la méthode de la puissance injectée ne donnent pas les mêmes résultats. En effet, si on considère, sur une bande de fréquence, un amortissement modal très variable, seuls les modes peu amortis seront très résonants, et donc porteront beaucoup d'énergie. La méthode de la puissance injectée, basée sur l'énergie contenue dans la structure, ne sera sensible qu'aux

faibles amortissements. Si on coupe la source, pour mettre en œuvre la méthode du temps de réverbération, les premiers instants de la décroissance seront pilotés par les modes décroissants le plus vites, c'est-à-dire les grands amortissements, tandis que la décroissance tardive sera gouvernée par les faibles amortissements. D'après Ranky [32], quelle que soit la raison réelle qui fait différer les résultats des deux méthodes, c'est celle de la puissance injectée qui donne les résultats adéquats pour une analyse SEA. Dans le cas d'un amortissement constant d'un mode à l'autre, les deux méthodes donnent des résultats similaires. Carfagni et Pierini [33] ont employé la méthode de la puissance injectée (PIM), comme un outil d'évaluation de l'amortissement. À partir des modèles éléments finis, les auteurs ont calculé les différents paramètres de la PIM et, par la suite, ils ont déterminé l'amortissement. Après avoir étudié numériquement la méthode de puissance injectée (PIM), Carfagni et Pierini [34] ont passé à la validation expérimentale de leur modèle numérique. L'essai expérimental a été effectué par une excitation de type marteau d'impact sur des plaques en acier de différentes tailles, avec un matériau amortissant. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux a validé la fiabilité et la pertinence de la méthode proposée (PIM). M. F. Ranky et B. L. Clarkson [32] ont mesuré l'amortissement à partir de deux méthodes (PIM et DRM) sur des plaques standards, sandwich et cylindriques. Bloss et Rao [35] ont fait de même. Il ressort de ces deux études que dans le cas d'un amortissement constant d'un mode à l'autre, les deux méthodes donnent des résultats similaires. Toutefois, lorsque l'amortissement modal est variable, une différence entre les deux méthodes devient inévitable et, dans ce cas, les résultats provenant de la puissance injectée sont préférables [36]. Le grand intérêt porté par les chercheurs sur l'amortissement est justifié par le rôle important qu'il joue dans la détermination des énergies vibratoires moyennes des sous-systèmes SEA. Cependant, la détermination de l'amortissement devient très délicate pour les structures complexes (sandwich Nida par exemple). Si peu de références traitent la mesure expérimentale de l'amortissement des structures complexes sur une large bande fréquentielle. Les techniques d'identification expérimentales présentées, dans ce paragraphe, permettent d'évaluer l'amortissement des structures simples et doivent être effectuées avec la plus grande rigueur. De plus elles ne donnent pas les mêmes résultats.

### 2.3.3 Nombre d'onde

Le nombre d'onde est une grandeur proportionnelle au nombre d'oscillations qu'effectue une onde par une unité de longueur : c'est le nombre de longueurs d'onde  $\lambda$  présentes sur une distance de  $2\pi$  unités de longueur [37-38]. Ce nombre d'onde est ainsi une grandeur inversement proportionnelle à la longueur d'onde.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.16)$$

Les livres de Fahy [37] et Rao [38] définissent aussi le nombre d'onde par une onde dans l'espace de manière analogue à la pulsation  $\omega$  qui définit une onde dans le temps. La relation qui relie le nombre d'onde à la vitesse de phase est la suivante :

$$k = \frac{\omega}{C}. \quad (2.17)$$

Le nombre d'onde peut être calculé de manière analytique ou mesuré par des techniques expérimentales. De nombreux articles ont été publiés sur ce sujet. Pour une plaque mince en flexion, le nombre d'onde de flexion s'écrit :

$$k_b = \left(\frac{\omega^2 m}{D}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.18)$$

Les formulations analytiques du nombre d'onde sont proposées dans l'ouvrage de référence de Fahy [37] et Rao [38]. Cependant, les développements théoriques complexes limitent les formulations analytiques à des cas simples. Pour les plaques composites, on est capable de retrouver les propriétés équivalentes d'une plaque simple à partir des propriétés des matériaux utilisés pour construire cette plaque composite [39-41]. Malheureusement, dans la plupart des cas, on ne connaît pas les caractéristiques de ces plaques. Pour les plaques raidies, le problème est encore plus complexe. Les études théoriques sont nombreuses, on peut citer les articles de Orrenius et al [42] ou bien Ichchou et al [43] ou encore Fahy et al. [44]. Ces trois articles calculent analytiquement les équations gouvernant la propagation des ondes dans une plaque

raidie. Toutefois, les auteurs se limitent dans leur étude à de faibles nombres de raidisseurs unidirectionnels. Des études plus récentes permettent de prédire la propagation des vibrations dans des structures raidies complexes, soit par des modèles périodiques [45], soit numériquement [46]. De manière expérimentale, le nombre d'onde peut être obtenu par plusieurs méthodes. La plus simple d'entre elle est l'identification du nombre d'onde par mesure d'une différence de phase entre deux réponses d'une plaque " infinie" suite à une excitation type impact. Cette méthode, connue sous le nom de la mesure de différence de phase, est rapide et efficace sur les plaques simples. Mais elle est peu décrite dans la littérature. Le nombre d'onde peut être directement calculé en divisant le déphasage déroulé par la distance entre les points de mesure :

$$k = \frac{\varphi}{r_2 - r_1}. \quad (2.19)$$

La méthode de différence de phase nécessite la validité de deux hypothèses majeures. La première est de supposer que la plaque est mince au regard de la longueur d'onde, d'où la présence des ondes de flexion pure (sans effet de cisaillement transverse ni d'inertie de rotation). Ceci est vérifié à condition que l'épaisseur de la plaque soit inférieure à la longueur d'onde divisée par 6. La seconde hypothèse est de supposer que l'on est en champ lointain. Cette hypothèse est validée, par Rindel [47], pour  $kr \gg 1$  ( $r$  étant la distance entre l'excitation est le premier point de mesure). Dans son article, Rindel a développé des formules, du nombre d'onde de plaque infinie, qui ne prennent pas en compte les réflexions sur les bords d'une plaque réelle et finie. Pour prendre en compte le cas d'une plaque finie, il est possible de mettre en place un fenêtrage temporel des réflexions [48]. Salmi et al [49] ont proposé une nouvelle méthode expérimentale qui permet d'identifier le nombre d'onde sur une plaque par une mesure de temps de vol des ondes entre un émetteur et un récepteur. Comme la méthode précédente, il ne doit pas y avoir de réflexions des bords de la plaque. Pour éviter ces réflexions, les auteurs montrent que la taille de la plaque testée doit être supérieure à 5 fois la longueur d'onde mesurée. L'étude de Kumar et al. [50] montre qu'il est possible de mesurer le nombre d'onde à partir des fréquences modales de poutre suspendue et excitée avec un marteau d'impact. Les fréquences propres  $f_i$  des modes en flexion sont ensuite identifiées à partir des réponses mesurées en plusieurs points de la poutre. À partir de ces fréquences, on

peut mesurer la rigidité en flexion ( $D$ ) de la poutre en fonction de la fréquence puis le nombre d'onde associé à chaque fréquence (par exemple pour une poutre libre-libre):

$$k(f_i) = \frac{\pi_i + \pi/2}{L^4}, \quad (2.20)$$

avec  $L$  est la longueur de la poutre étudiée. Cette méthode, proche de la poutre d'Oberst utilisée pour caractériser l'amortissement des matériaux viscoélastiques, est en revanche facilement adaptable à différents types d'excitations et de conditions aux limites. Halkyard [51] a défini une nouvelle méthode d'identification inverse du nombre d'onde appelée méthode de maximum de vraisemblance ("maximum likelihood method"). Elle consiste à supposer que le mouvement de la plaque peut être décomposé en une sommation d'ondes planes de nombre d'onde et d'amplitude inconnues. Un ensemble de nombres d'onde et d'amplitude est alors généré. Pour chaque couple nombre d'onde-amplitude, un champ de déplacement est recréé. Le champ ainsi généré est comparé au champ de déplacement mesuré, le but étant alors de minimiser l'écart entre le champ recréé et le champ mesuré. L'auteur utilise alors un algorithme qu'il nomme maximum de vraisemblance pour générer un autre champ de déplacement. Une itération est ainsi faite jusqu'à atteindre la convergence entre champ mesuré et champ généré. Une autre méthode bien particulière appelée méthode du passage dans le domaine du nombre d'onde a été développée par Thite et Ferguson. [52]. La méthode consiste à travailler directement dans le domaine du nombre d'onde. En effet, le champ de déplacement d'une plaque peut être décomposé en une somme d'ondes d'amplitude différente. On retrouve ici l'analogie espace-nombre d'onde et temps-fréquence. Ce qui signifie que l'on peut décomposer un champ de déplacement d'une plaque en une série de nombre d'onde associée à une amplitude. C'est ce qu'on appelle une transformée de Fourier spatiale (par analogie à la transformée de Fourier classique). Cette transformée de Fourier spatiale est donnée en deux dimensions dans le livre de Williams [49] par l'équation suivante :

$$\hat{W}(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(x_p, y_q, \omega) e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} d_x d_y. \quad (2.21)$$



$W$  est la réponse de la plaque (déplacement) ;  $x_p$  est le coordonné du point de mesure selon  $x$  ;  $y_p$  est le coordonné du point de mesure selon  $y$ . On suppose que la plaque est dans un baffle rigide, c'est-à-dire que le champ déplacement est nul en dehors de la plaque, sous forme discrète et en utilisant un maillage régulier de  $N$  quadrangles, on obtient alors une équation donnant l'amplitude pour chaque couple  $k_x, k_y$  :

$$\hat{W}(k_x, k_y, \omega) = \frac{l_x l_y}{N^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N W(x_p, y_q, \omega) e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_q}. \quad (2.22)$$

$l_x$  est la longueur de la zone de mesure suivant  $x$ ;  $l_y$  est la longueur de la zone de mesure suivant  $y$ . Thite et Ferguson [52] ont fourni une étude très détaillée de la méthode du passage dans le domaine du nombre d'onde. Ils ont analysé les effets de la localisation de l'excitation, de l'amortissement et de la zone de mesure sur la qualité des résultats. Thite et Ferguson montrent que les meilleurs résultats peuvent être obtenus avec une excitation centrée pour les grandes zones de mesures et pour des plaques assez amorties. La limite majeure de cette technique décrite par les auteurs est la résolution des vecteurs nombre d'onde de la transformée de Fourier spatiale discrète qui est liée à la zone de mesure : la résolution du vecteur nombre

d'onde est donnée par  $\Delta k_x = \frac{\pi}{L_x}$  ( $L_x$  est la longueur de la zone de mesure). Une bonne

résolution des vecteurs  $k_x$  et  $k_y$  nécessite donc une zone de mesure importante, ce qui n'est pas toujours possible. La seconde limitation vient du champ réfléchi qui peut rendre difficile l'identification du maximum correspondant à l'onde directe. Pour pallier à cet inconvénient, Thite et Ferguson proposent d'utiliser la SVD (Singular Value Decomposition) pour améliorer la résolution [52]. La méthode du passage dans le domaine des nombres d'onde a fait l'objet de grand nombre d'articles [53-54]. Cette méthode est applicable dans beaucoup de cas et dans de multiples domaines. En effet, elle peut être appliquée à des cas complexes comme des plaques raidies ou des plaques en matériaux composites. Thomas [48] a comparé systématiquement les deux méthodes sur différentes classes de structures aéronautiques. Il ressort de son étude que les 2 méthodes identifient bien le nombre d'onde. Toutefois, il est toujours possible d'améliorer ces méthodes. Les articles cités ci-dessus se limitent uniquement à la mesure du nombre d'onde. En effet, le nombre d'onde permet de calculer un grand

nombre de propriétés mécaniques et acoustiques de la plaque telles que la perte par transmission, la densité modale, la fréquence critique ou même des propriétés physiques équivalentes telle que la rigidité en flexion d'une plaque sandwich. D'autres recherches ont été menées pour mesurer l'amortissement à partir de la mesure du nombre d'onde complexe. Mac Daniel [55] propose, pour les poutres, une méthode d'identification du nombre d'onde complexe basée sur un formalisme ondulatoire. Avec des conditions initiales identiquement nulles et une excitation en bruit blanc aux seules extrémités d'une poutre, il montre qu'elle est le lieu de propagation de quatre ondes inhomogènes. Il utilise expérimentalement une antenne de  $n$  accéléromètres, placée sur la poutre. Ainsi, à partir d'un nombre d'onde donné, les amplitudes peuvent être estimées par moindres carrées. Pour juger de la validité du nombre d'onde qu'on s'est initialement donné, une fonction d'erreur est calculée en comparant au champ expérimental le champ reconstitué à partir des amplitudes trouvées. Sa méthode permet d'identifier l'amortissement sur une large bande de fréquence, contrairement aux méthodes modales. Cette bande de fréquence est cependant limitée : en basses fréquences, la longueur d'onde ne doit pas trop dépasser la longueur de la poutre. Ainsi, les premières fréquences modales sont une limite en dessous de laquelle la méthode est inefficace. Du côté des hautes fréquences, il s'agit d'avoir un bon rapport signal/bruit : les ondes ne doivent pas avoir la place (le temps) d'être trop amorties. Berthaut et al. [56] proposent à leur tour une nouvelle méthode d'identification de l'amortissement à partir du nombre d'onde. La méthode développée est appelée IWC (pour Inhomogeneous wave correlation method). Il a été montré dans le cas 1D que, si cette mesure est bien liée à l'amortissement de la structure, elle est cependant très sensible à la présence et la position de la source dans le champ mesuré. Dans le cas 2D, la relation entre amortissement spatial et amortissement modal n'a cependant pas été clairement identifiée. La conclusion quant à la mesure de l'amortissement interne par la méthode IWC est donc que cette mesure ne représente qu'une estimation de l'amortissement structural. L'identification d'amortissement à partir de la mesure du nombre d'onde complexe est encore un problème ouvert. Pour les applications aéronautiques, l'identification de l'amortissement structural sur une large bande de fréquence à partir des courbes de dispersion est un des objectifs de ce projet de doctorat.

### 2.3.4 Le facteur de perte par couplage (CLF)

Le facteur de perte par couplage est probablement le facteur central de la SEA et, malheureusement, le plus difficile à évaluer correctement. Les CLFs (Coupling Loss Factors) introduits dans les équations de base de la SEA représentent le ratio de la quantité moyenne d'énergie transmise d'un sous-système à un autre. La transmission peut être solidienne (couplage structure-structure) ou aérienne (couplage structure-cavité). Ainsi le couplage peut être ponctuel, linéique ou surfacique. Le couplage entre deux sous-systèmes doit être assez faible pour que le comportement dynamique des sous-systèmes découplés ne soit pas trop perturbé par la présence du couplage. Le point délicat dans l'application de la SEA est de calculer correctement ces CLFs pour le cas de deux sous-systèmes complexes. Les CLFs peuvent être calculés par les techniques de SEA, classique, inverse, hybride ou des techniques expérimentales. Dans les cas des structures simples, ils sont calculés de manière analytique. Deux approches peuvent être utilisées pour obtenir les CLFs : l'approche modale et l'approche d'ondes. Dans les approches SEA classiques, les termes de couplages structure-structure sont issus d'approches de type ondulatoires réalisées sur des systèmes simples équivalents. Nous détaillerons dans la suite de ce document les différentes méthodes analytiques, expérimentales et numériques utilisées.

#### Méthodes analytiques

Les formulations analytiques des CLFs entre des systèmes tels que les poutres ou les plaques sont proposées dans l'ouvrage de référence de la SEA de Lyon et Dejong [12]. Le calcul du CLF est généralement admis dans la littérature, toutefois, les développements théoriques complexes limitent l'utilisation de ces approches à des cas simples. Plusieurs études ont fait état de la possibilité d'utiliser des approches modales de type éléments finis pour l'obtention des facteurs de perte par couplage utilisés dans l'approche énergétique SEA [21], [57]. R.H. Lyon [12] a démontré que la méthode énergétique SEA deviendra de plus en plus attachée aux évolutions des outils de calcul informatique en utilisant les approches éléments finis pour obtenir les facteurs de perte par couplage. Simmons [57] a calculé les facteurs de perte par couplage dans le cas deux plaques isotropes couplées en L et en H à partir d'une résolution de type éléments finis. L'auteur a montré que les résultats obtenus sont proches des prédictions

SEA classique. De même, Thite et Mace [58] ont calculé les facteurs de perte par couplage à partir d'une analyse par élément finis. Les auteurs ont analysé deux approches. La première consiste à étudier l'effet de la variation des propriétés modales du système. Par contre, ils supposent, dans la deuxième approche, que les propriétés modales du système analysé sont équiprobables. Thite et Mace montrent que les résultats obtenus de la première approche sous-estiment les CLFs, alors que les résultats obtenus par la deuxième sont en accord avec les prédictions SEA obtenus à partir d'une approche analytique classique. Les chercheurs montrent que les résultats issus d'approches de type éléments finis donnent de bonnes estimations des facteurs de perte par couplage. Toutefois, des écarts sont observés dans le domaine des moyennes fréquences. Ces écarts sont attribués aux problématiques liées au recalage du modèle éléments finis et à la modélisation des conditions limites. Les coûts en termes de calcul sont très lourds.

### Méthodes expérimentales

La SEA expérimentale est une approche développée au cours des dernières années qui permet d'estimer les facteurs de pertes par amortissement et par couplage simplement à l'aide de mesures in situ sur la structure entièrement couplée. Ces paramètres sont obtenus par la méthode PIM présentée par Bies et Hamid [28]. Cette méthode nécessite la connaissance des puissances injectées dans les sous-systèmes ainsi que les énergies de chaque sous-système. Le principe consiste à exciter indépendamment chacun des sous-systèmes considérés et d'écrire le bilan énergétique de la SEA pour chaque excitation. Bies et Hamid ont déterminé, de façon classique, les facteurs de perte par couplage à partir du bilan de puissance, des facteurs de perte par amortissement et la relation de réciprocité. Ensuite, ils ont montré que l'inversion de la matrice SEA du système considéré permet d'obtenir à la fois les coefficients de perte interne des sous-systèmes et les coefficients de couplage. Lalor [59-60] a proposé une méthode peu différente. Selon sa procédure, il est possible d'estimer les facteurs de perte par couplage indépendamment des facteurs de perte par amortissement. Il a montré qu'un réarrangement des équations du bilan de puissance SEA permet d'obtenir les facteurs de perte par couplage. Cependant, cette méthode présente quelques difficultés, principalement liées à

---

l'inversion de la matrice SEA qui peut mener à un système mal conditionné et donc à l'obtention de CLF négatifs, ce qui n'a pas de sens physique. Afin de pallier à ce problème, Lalor [59-60] a proposé de négliger tous les sous-systèmes non connectés directement avec le système excité. Cette méthode nécessite que l'hypothèse de couplage faible soit satisfaite, mais présente l'avantage d'obtenir de bons résultats tout en diminuant le nombre de mesures. Lalor [61-62] a évoqué également le problème de la masse équivalente/volume équivalent pour les structures complexes. Pour mesurer l'énergie de chaque sous-système, on a besoin de mesurer leurs masses. Cependant, la masse totale d'un sous-système peut être utilisée lorsque ce dernier est uniforme et possède une épaisseur constante comme les poutres, plaques. Sinon on doit mesurer un coefficient de correction de masse. De ce fait Lalor [63] a présenté les expressions générales de la masse équivalente/volume équivalent. À l'aide de ces expressions, il a montré que les facteurs de perte de couplage peuvent être obtenus directement en termes de puissance injectée et de l'énergie. Renji et Mahalakshmi [24] ont validé à leur tour la méthode de puissance injectée (PIM) sur un système composé de trois plaques couplées par quelques points. D'autres recherches ont été menées pour déterminer le coefficient de perte par couplage. Ming [64] a proposé une nouvelle méthode expérimentale appelée méthode d'intensité structurale. Les CLFs sont déterminés à partir de l'intensité structurale mesurée aux jonctions du système étudié. Cette méthode nécessite que la densité modale du sous-système récepteur soit plus grande que celle du sous-système source. FAHY [65] a défini également un nouvel ensemble de coefficients reliant l'énergie transférée et stockée nommés respectivement coefficient de transfert de puissance et coefficient de dissipation de puissance. Il a proposé une méthode expérimentale pour déterminer ces derniers sans mesurer les puissances injectées ni la masse équivalente du système. Cacciolati et Guyader [66] et Manning [67] ont introduit le concept de mobilités dans les expressions des CLF et ont déterminé les facteurs de perte par couplage à partir de mesures de mobilités (rapport vitesse sur force). Fahy et James [68-70] ont développé une méthode expérimentale de mesure des CLF basée sur la réponse temporelle des sous-systèmes soumis à des excitations impulsionnelles (par chocs). Ils ont montré que cette méthode permet notamment, par la mesure du temps de réponse de l'énergie cinétique dans les sous-systèmes indirectement excités, d'évaluer la force de couplage. Certains auteurs se sont intéressés à déterminer le facteur de perte par couplage aux jonctions de structures simples [Clarkson et Ranky [71]]. Ce travail a permis de comprendre les mécanismes de

transport de l'énergie aux frontières des sous-systèmes. Clarkson et Ranky [71] ont proposé une méthode similaire à la méthode la puissance injectée appelée méthode transitoire. La méthode a été appliquée sur deux plaques couplées en aluminium. L'amortissement structural a été mesuré individuellement sur chaque plaque. De bons résultats ont été obtenus à partir de quelques points de mesures, cela permet de réduire le post traitement des résultats. Lalor et Wang [72] ont présenté une technique transitoire basée sur une excitation de type impact. Le problème du marteau est sa capacité à exciter la structure (mesurer la puissance injectée) à des hautes fréquences. Pour pallier à la limitation du marteau d'impact, Lalor et Wang ont suggéré une méthode combinée en régime permanent et régime transitoire. De bons résultats ont été obtenus pour le cas deux plaques simples couplées. Cependant de grandes différences ont été observées pour le cas des structures complexes. Ceci est dû au bruit extérieur additionné à la mesure. Lalor et Wang ont résolu le problème en ajoutant le spectre de cohérence dans la mesure de l'énergie vibratoire. Plus récent, Guasch [73] a proposé une nouvelle méthode expérimentale SEA qui ne nécessite ni la mesure de la puissance injectée ni l'hypothèse d'un couplage faible valide. Les facteurs de perte de couplage sont obtenus à partir, de la mesure de l'énergie transmise, entre les sous-systèmes et l'amortissement interne. La méthode est en cours de validation. Ces méthodes de détermination de CLF sont dédiées aux études expérimentales et de ce fait elles sont liées à la précision des mesures et à la détermination des positions des excitations. La SEA expérimentale se révèle donc pour voir être un outil précieux de diagnostic afin de savoir par où passe l'énergie dans une structure. Cependant, elle est moins flexible au niveau de la prédiction que son pendant théorique, i.e. la SEA théorique.

### Méthodes numériques

La SEA expérimentale nécessite la mesure d'un nombre important de fonctions de transfert pour évaluer les quantités moyennées spatialement, ce qui rend difficile de déterminer les énergies moyennes spatiales à partir de quelques mesures ponctuelles. Pour pallier à ce problème, plusieurs auteurs [74-79] ont étudié la possibilité d'exploiter les éléments finis ou éléments de frontières pour simuler numériquement le comportement vibratoire ou et

---

acoustique des systèmes couplés et d'appliquer par la suite la SEA avec ces résultats numériques pour calculer les facteurs de perte par couplage.

La SEA numérique consiste à modéliser la réponse des jonctions entre les sous-systèmes du SEA par l'intermédiaire des éléments finis, afin d'estimer les facteurs de perte par couplage. Cette approche dite SEA numérique est similaire à la SEA expérimentale standard qui emploie le CLF calculé à partir des données expérimentales. Traditionnellement, l'approche modale a été appliquée au sein de la théorie de SEA. Cette approche repose sur le principe du calcul du flux de puissance entre les deux sous-systèmes connectés. En principe, le CLF pourrait être déterminé expérimentalement ou numériquement à partir du principe que l'énergie injectée dans un sous-système est égale à l'énergie dissipée dans ce sous-système lui-même plus l'énergie transmise aux sous-systèmes connectés. Gagliardini [12] a expliqué que la SEA numérique est similaire à la SEA expérimentale, mais fondée sur des fonctions de réponses en fréquence (FRFs) calculées en utilisant un modèle éléments finis. La connaissance des facteurs de pertes internes et des énergies, conduit à un ensemble cohérent de données qui peuvent être utilisées pour identifier correctement un modèle SEA. À partir du calcul des mobilités en chacun des nœuds du modèle éléments finis, Gagliardini a élaboré une boucle d'optimisation en vue de définir les sous-systèmes étant les plus proches des hypothèses SEA. Le critère d'optimisation est essentiellement basé sur la notion de couplage faible et consiste à définir un sous-système SEA comme un sous-système présentant une différence d'énergie significative avec les sous-systèmes qui lui sont connectés. La boucle d'optimisation permet donc d'effectuer la sous-structuration et ainsi de définir les sous-systèmes SEA. Par la suite, les facteurs de perte par couplage sont obtenus à partir du modèle éléments finis. La SEA numérique a été appliquée sur un plancher de mini van, et la comparaison aux résultats expérimentaux semble valider la méthodologie en présentant des écarts très inférieurs à ceux observés à partir d'une résolution sur le logiciel AutoSEA2 basés sur les formulations analytiques classiques de la méthode SEA [80].

L'avantage de la SEA numérique est qu'elle permet de lever les hypothèses introduites dans l'approche par ondes (champ diffus, systèmes semi-infinis, pas de dépendance sur les conditions aux limites). Par contre, elle requiert des ressources informatiques importantes, en particulier si on désire aller vers les hautes fréquences.

### Méthodes hybrides

Certains auteurs ont cherché à coupler les approches de type éléments finis à l'approche énergétique afin de pouvoir estimer les facteurs de perte par couplage en prenant en compte la complexité géométrique des sous-systèmes et en considérant les milieux finis SEA. On trouve principalement l'approche hybride FEM-SEA appelée la méthode hybride couplée SEA/FE. La méthode « hybride couplée SEA/FE » a été développée par Shorter et Langley [81-82-22-23]. Elle consiste à modéliser un système complexe avec deux domaines couplés déterministe (FE) et statistique (SEA). On parle généralement de couplages « flexibles rigides ». La méthodologie est de modéliser les sous-systèmes à comportement vibratoire basses fréquences par des approches modales classiques (déterministes), et les sous-systèmes à comportement vibratoire hautes fréquences par des approches énergétiques. Shorter et Langley [82] ont appliqué la méthode hybride FE-SEA sur différentes configurations de plaques couplées. Les auteurs montrent que les résultats issus d'approches hybrides FE-SEA donnent une bonne estimation des facteurs de perte par couplage pour une large gamme fréquentielle. Ils ont montré aussi que cette approche apparaît comme un moyen de calcul robuste et efficace de la réponse vibratoire des systèmes complexes. La méthode hybride couplée SEA/FE considère le système dans son ensemble ni parfaitement déterministe, ni parfaitement statistique. L'objectif est d'obtenir une méthode qui tient compte du comportement sans exiger que le système soit complètement modélisé de façon déterministe. Comme discuté par Shorter et Langley [81], la détermination des flux énergétiques locaux pour la SEA entre des sous-systèmes adjacents exige souvent une description détaillée du comportement dynamique locale de la jonction. Les sous-systèmes FE et SEA sont couplés à l'aide de divers points « hybride », lignes ou de surface de jonctions. Un peu plus tard, Shorter, Cotoni et Langley [83] ont appliqué la méthode hybride SEA/FE sur différents systèmes acoustiques. Les jonctions sont modalisées par éléments finis alors que les cavités acoustiques sont modélisées par SEA. Les auteurs ont montré que la méthode est capable de fournir de bons résultats sur une large gamme fréquentielle. De plus elle permet de donner un ordre de grandeur plus rapide qu'une analyse purement déterministe. La méthode est bien adaptée à l'analyse et la conception de systèmes acoustiques.



Cette section a permis de dégager les principales méthodes de détermination du coefficient de couplage (CLF). La plupart de ces méthodes ont été appliquées aux structures simples. Notre étude s'intéresse à mesurer le coefficient de couplage mécanique entre deux structures aéronautiques. L'originalité principale de cette recherche est d'introduire la complexité géométrique des sous-systèmes en utilisant une démarche numérique par éléments finis, hybride (EF/SEA couplé) et expérimentale pour l'obtention des paramètres de couplages.

### 2.3.5 L'efficacité de rayonnement

Le rayonnement acoustique des structures a été largement étudié au cours des années. L'origine de ces études a été menée par Maidanik [84] en 1962. Il a mis au point une méthode analytique approchée pour calculer l'efficacité de rayonnement modal, par intervalle de fréquences, de plaques rectangulaires bafflées simplement appuyées. Il a présenté des formules simples pour différents régimes fréquentiels correspondant à une classification en modes de coins, de bords, et de surface. Ces expressions approchées, qui forment une solution globale discontinue sur l'échelle de fréquences, ont été raffinées par Price et Croker [85], puis Leppington [86]. Pour calculer l'efficacité de rayonnement, Maidanik a considéré que la puissance rayonnée par une plaque dépend de la puissance rayonnée par les modes excités dont la fréquence propre est égale ou est proche à la fréquence d'excitation de la plaque. Cependant, Leppington [86] prend en compte davantage de modes excités et il considère également les modes rayonnants non excités. L'important phénomène à retenir, est qu'à la fréquence critique, le rayonnement est maximal. Cette fréquence particulière correspond à une double coïncidence, spatiale et fréquentielle, entre les ondes de flexion et les ondes acoustiques. L'isolation acoustique est la mise en évidence de la coïncidence spatiale entre l'onde acoustique et l'onde de flexion de la plaque. Lesueur [6] fait référence aux résultats de Maidanik [84] qui fournit l'expression analytique de l'efficacité de rayonnement d'une plaque rectangulaire simplement appuyée, dans un espace acoustique semi-infini, sous l'hypothèse de fluide léger. L'efficacité de rayonnement est le rapport de la puissance rayonnée  $\pi_{ray}$ , sur le produit de la vitesse quadratique moyenne de la structure  $\langle v^2 \rangle$ , de la vitesse du son  $c$ , et de la densité du fluide  $\rho$ .

$$\sigma_r = \frac{\pi_{ray}}{\rho c \langle v^2 \rangle} \quad (2.20)$$

Berry et Nicolas [87] ont analysé l'influence de divers paramètres sur le bruit rayonné par une plaque rectangulaire bafflée. Il ressort de cette étude diverses conclusions intéressantes. La première concerne l'influence des conditions limites. En effet, l'augmentation de la rigidité des conditions limites n'a pas d'effet sur le coefficient de rayonnement sauf lorsqu'il s'agit de conditions libres sur les bords de la plaque. Pour le cas de la masse ponctuelle ajoutée, les auteurs montrent que seul lorsque la masse est ajoutée au point d'excitation, le bruit rayonné est réduit. Enfin, Berry et Nicolas ont étudié l'influence de raidisseurs sur le comportement de la plaque. Ces derniers permettent une diminution du niveau de vibration, mais ils augmentent le coefficient de rayonnement. Ainsi, le bruit rayonné est significativement réduit en basses fréquences jusqu'à une fréquence limite : la fréquence du premier mode de vibration du raidisseur. Le début des années 80 a vu naître le développement des techniques de résolution numérique. Les éléments finis de volume ou de frontière ont été utilisés dans le domaine de rayonnement acoustique. Ils ont l'avantage de pouvoir être utilisés pour des structures complexes avec des résultats relativement fiables [8]. Nicolas, Sgard, Atalla et Labrecque [88] ont proposé une nouvelle formulation autorisant le calcul de la puissance rayonnée d'une structure plane, non bafflée, avec des conditions limites quelconques. Ils montrent que le facteur de rayonnement de la plaque non bafflée est, dans certaines gammes de fréquences, supérieur à celui du cas bafflé. D'une manière énergétique, Lesueur [6], s'est basé sur la SEA pour le calcul de l'efficacité de rayonnement moyen par bande de fréquences. Il montre que du point de vue SEA, pour un milieu mécanique 1 excité qui échange de l'énergie avec le milieu acoustique 2, la puissance transmise de 1 à 2 est égale à la puissance acoustique rayonnée par 1, soit :

$$\omega \eta_{12} E_1 = \pi_{1ray} = \rho c S_1 \sigma_1 \langle v_1^2 \rangle. \quad (2.23)$$

D'une manière expérimentale, la mesure de l'efficacité de rayonnement des structures est effectuée par une sonde d'intensité acoustique et un pot vibrant. La puissance est injectée

---

à l'aide d'un pot vibrant et l'intensité acoustique est mesurée par une sonde d'intensité. Le paramètre acoustique le plus utilisé pour quantifier de manière globale le rayonnement acoustique émis par la structure est la puissance acoustique rayonnée. C'est le produit de l'intensité par la surface mesurée. Campolina [89], Doutres et Dauchez [90] ont mesuré le facteur de rayonnement d'une plaque encastrée dans un baffle par le biais de cette démarche.

Bien que de nombreuses études aient été menées sur l'efficacité de rayonnement au travers des structures simples, très peu de résultats expérimentaux ont été publiés concernant le cas de structures complexe. Notre étude s'intéresse à la mesure de l'efficacité de rayonnement des structures sandwich. Ces structures possèdent une zone de coïncidence étendue et débutant en basses fréquences, c'est la zone d'hyper-rayonnement. Elle est contrôlée par l'amortissement intrinsèque de la structure. En vue de pouvoir estimer l'efficacité de rayonnement en prenant en compte la complexité géométrique, ce projet de doctorat vise à développer une méthode expérimentale de mesure de l'efficacité de rayonnement capable de départager l'amortissement intrinsèque de celui par rayonnement.

### 2.3.6 Conclusion

L'état de l'art a révélé le besoin de développer, implanter et valider des nouvelles méthodes expérimentales permettant de mesurer les différents indicateurs vibroacoustiques adaptées aux structures complexes rencontrées en aéronautique. Les différentes mesures d'indicateurs vibroacoustiques qui seront réalisées sur ce type de structure permettront d'enrichir la littérature, et également de déterminer la validité des modèles numériques développés durant cette étude.

# CHAPITRE 3 Identification de l'amortissement spatial des structures 2-D à partir des courbes de dispersion complexe.

## 3.1 Introduction

La dissipation de l'énergie permet de contrôler les niveaux vibratoires dans les structures et constitue un enjeu important dans la conception dynamique des structures aéronautiques. Il serait absurde de présenter les méthodes d'identification liées aux modélisations moyennes et hautes fréquences, principalement la méthode statistique (SEA) en omettant l'identification de l'amortissement. À l'heure actuelle, l'analyse des phénomènes d'amortissement des structures aéronautiques suscite l'attention de nombreuses publications. Cet intérêt porté par la communauté scientifique sur l'amortissement est justifié par le rôle important qu'il joue dans la détermination des amplitudes vibratoires des structures.

Cependant, la détermination de l'amortissement devient très délicate pour les structures complexes (sandwich Nida par exemple) et si peu de références traitent la mesure expérimentale de l'amortissement de ces structures sur une large bande fréquentielle. Les deux méthodes de mesure de l'amortissement présentées dans le chapitre précédent (la méthode du temps de réverbération et la méthode de la puissance injectée) ne donnent pas les mêmes résultats.

Ce chapitre présente la mise en place d'une nouvelle méthode visant l'identification de l'équation de dispersion et de l'amortissement spatial des structures 2-D. De ce fait, l'article intitulé «Damping loss factor estimation of two-dimensional orthotropic structures from a displacement field measurement» a été soumis au *Journal of Sound and Vibration* est présenté [91].

**Auteurs et affiliation :**

R. Cherif : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

J. D. Chazot : maître de conférences, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire Roberval UMR 7337, CS 60319 60203, Compiègne cedex, France

N. Atalla : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

**Date de soumission :** 27 décembre 2014

**Revue :** Sound and Vibration

**Titre français :** Estimation du facteur de perte par amortissement des structures orthotropes à deux dimensions à partir d'une mesure du champ de déplacement.

**Contribution au document :**

Cet article contribue au mémoire en élaborant une nouvelle méthode expérimentale de mesure de l'amortissement dénommée IWM (Inverse Wave Method). Cette méthode a permis de mesurer efficacement les courbes de dispersion complexes des structures rencontrées en aéronautique (sandwich) et en déduire l'amortissement structural. À notre connaissance, ceci est une première. Ces indicateurs servent comme entrée dans le modèle SEA à développer dans cette étude.

**Résumé français :**

Cet article présente une méthode visant l'identification de l'amortissement des structures orthotropes 2-D. La méthode est basée sur une mesure du champ de vibration d'une portion de plaque plane à l'aide un vibromètre laser à balayage. Dans un premier temps, les courbes de dispersion des structures étudiées sont identifiées pour différents angles de propagation en utilisant une transformée de Fourier spatiale. L'équation de dispersion ainsi obtenue est ensuite exploitée. Les coefficients d'amortissement sont évalués aux mêmes angles avec la méthode proposée IWM - *Inverse Wave Method*. La méthode est validée à partir d'une étude paramétrique utilisant un modèle élément fini. Ensuite sa précision est testée expérimentalement sur un panneau isotrope en aluminium et deux panneaux orthotropes sandwich-composites avec un noyau en nid d'abeille. Les résultats sont comparés et validés sur une large bande de fréquence avec des méthodes classiques telles que la méthode de la largeur de bande à  $-3$  dB dite de la « demi-puissance », la méthode de la décroissance

temporelle (DRM) et la méthode de la puissance injectée (PIM). La présente méthode offre la possibilité de caractériser les structures complexes à partir d'un simple scan de leurs vitesses normales.

**Mots-clés :** Amortissement, nombre d'onde, structures orthotropes.

Paper submitted to the Sound and Vibration journal

Damping loss factor estimation of two-dimensional orthotropic structures from a displacement field measurement

### Abstract

This paper presents a Damping Loss Factor (DLF) estimation method of two-dimensional orthotropic structures. The method is based on a scanning laser vibrometer measurement. The dispersion curves of the studied structures are first estimated at several chosen angles of propagation with a spatial Fourier Transform. Next the damping coefficients are evaluated at the same angles with the proposed Inverse Wave Method (IWM). The method is first tested using numerical results obtained from a finite element model. The accuracy of the proposed method is then experimentally investigated on an isotropic aluminium panel and two orthotropic sandwich composite panels with a honeycomb core. The results are finally compared and validated over a large frequency band with classical methods such as the half-power bandwidth method (3dB method), the Decay Rate Method (DRM) and the steady state Power Input Method (PIM). The present method offers the possibility of structural characterization with a simple measurement scan.

Keywords: Damping, wavenumber, plate, orthotropic structures.

### 3.2 Paper submitted to the Sound and Vibration journal-Introduction

The reduction of structural vibrations is a remaining challenge in aircraft design where damping treatments are widely used to reduce resonant vibrations. Various experimental techniques have hence been developed over the years to characterize the performance of damping treatments. The most known are the half-power bandwidth method (3dB method) [27], the decay rate method (DRM) [29] and the steady state Power Input Method (PIM) [28-29], but other methods can also be cited such as the Oberst beam method [95], or the Bayesian method [96] based on a numerical multilayer model [97]. Recently, a wave approach has been used by McDaniel et al in Ref. [55] to estimate frequency-dependant loss factors in one-dimensional structures. In this work, a few numbers of accelerometers are placed on a beam to identify the complex wavenumbers of flexural and evanescent waves at each frequency. The damping loss factor is then related to the imaginary part of the estimated wavenumber. This approach uses a non-linear optimization algorithm that minimizes the error between the measured responses and the wave model by adjusting the complex wavenumbers and amplitudes. On the other hand, the wavenumber identification of propagating waves in two-dimensional structures has also been studied [98-99]. Among these works, Ferguson et al. [52] proposed a method to evaluate the correlation between normal velocity measurements in the complex domain and a wave field  $e^{jk_x x} e^{jk_y y}$ . This correlation method is however limited at one unique dominant wavenumber without damping. Another wavenumber identification method based on Prony series was tested by Grosh et al. in Ref. [98]. This numerical work also didn't take into account the structural damping and was not applied to experimental data. Recently, Berthaut et al. [56] proposed an Inhomogeneous Wave Correlation method (IWC) similar to Ferguson's method. The difference in their work is to correlate the measurements with an inhomogeneous wave field that takes into account damped waves. Ichchou et al. used the same IWC method to identify the guided waves propagating in ribbed panels in Refs. [43,99], and to identify the flexural wavenumber in composite structure with honeycomb cores in Ref. [100]. Finally, Rak et al. showed in Ref. [101] that the IWC method was not adapted to estimate the structural loss factor compared to the McDaniel method. Halkyard arrived to the same conclusions in Ref. [51] with his maximum likelihood method applied to lightly damped plates. Despite this rich literature, practitioners are still struggling to identify the damping loss

factor of two-dimensional structures. In this context, the case of complex panels with damping has not yet been treated.

This paper presents a damping loss factor estimation method of two-dimensional structures from a displacement field measured with a scanning laser vibrometer. Based on the IWC, the orthotropic dispersion curves are obtained at each angle of propagation  $\theta$  and the related damping loss factors are estimated at the same angles. The accuracy of the proposed method is investigated on numerical results obtained with a finite element model and then on experimental data. For the latter a metallic panel and two sandwich composite panels with honeycomb cores are tested. The present method is then compared to classical methods such as the 3dB method, the DRM and the PIM. The analysis is performed over a large frequency range from 100 Hz to 10 kHz.

### 3.3 Inverse Wave Method (IWM)

This section outlines the Inverse Wave Method (IWM) used to estimate the Damping Loss Factor (DLF) of complex two dimensional structures. In Ref. [56] the IWC technique is presented and employed to identify the real and imaginary parts of complex wavenumbers in two dimensional structures at a given angle of propagation  $\theta$ . This is a difficult task since the loss factor values are very small and sensitive to the wavenumber amplitudes. To overcome this limitation, the proposed method uses first the correlation technique detailed in Ref. [51] to identify accurately the dispersion curve. Then the estimated real part of the wavenumber is used as an input value in the IWC technique to obtain a reliable estimation of the loss factor. The influence of the measurement noise on the identification process is also taken into account by the introduction of the coherence function in the IWC (see Ref. [101]). The proposed method assumes a harmonic field  $w(x, y)$ , either from a harmonic excitation or from a temporal Fourier transform. The dependence in  $\omega$  is simply denoted with a hat. The displacement field  $w(x_p, y_q)$  is measured over a uniform grid  $(x_p = p\Delta x, y_q = q\Delta y)$  with  $1 \leq p, q \leq N$ , and  $\Delta x$   $\Delta y$  the space increments along the x and y axis respectively. Here the



same number  $N$  of measured data along the  $x$  and  $y$  axis is taken, but this is not a limitation of the method. Outside this grid a baffle condition is considered. The displacement is written in the wavenumber domain with the classical spatial discrete Fourier transform calculated over a domain  $l_x \times l_y$  not necessarily equal to the panel area  $L_x \times L_y$  :

$$W(k_x, k_y) = \frac{l_x l_y}{N^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N w(x_p, y_q) e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_q}.$$

(3.1)

The inhomogeneous wave used in the IWC is denoted  $\sigma_{k,\gamma,\theta}$ , and corresponds to a propagating wave in the direction  $\theta$  with an attenuation  $\gamma$  and a wavenumber  $k$ . It is defined as follows:

$$\sigma_{k,\gamma,\theta}(x_p, y_q) = e^{-jk(\theta)(1+j\gamma(\theta))(x_p \cos(\theta) + y_p \sin(\theta))} \quad (3.2)$$

The correlation between this inhomogeneous wave and the measured wave field is therefore given by (see Ref. [101]):

$$IWC(k, \gamma, \theta) = \frac{\left| \frac{l_x l_y}{N^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \hat{w}(x_p, y_q, \omega) \sigma_{k,\gamma,\theta}^* \right|}{\sqrt{\frac{l_x l_y}{N^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \rho(x_p, y_q) \cdot |w(x_p, y_q, \omega)|^2 \cdot \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \rho(x_p, y_q) \cdot |\sigma_{k,\gamma,\theta}|^2}}, \quad (3.3)$$

where  $*$  denotes the complex conjugate. The coherence function  $\rho(x_p, y_q)$  introduced in this equation is defined as the coherence between the input force and the measured displacement

such as  $\rho(x_p, y_q) = \frac{|G_{fd}|^2}{G_{ff} G_{dd}}$  with  $G_{dd}$ ,  $G_{ff}$  and  $G_{fd}$  the displacement autospectrum, the force autospectrum, and the force-displacement cross-spectrum respectively. The identification of the complex wave number in a given direction  $\theta$  is obtained by maximizing  $IWC(k, \gamma, \theta)$ . This maximization is made on two levels. The real part  $k(\theta)$  is first estimated, and the attenuation coefficient  $\gamma$  is then estimated around this estimation  $k(\theta)$ . The resulting complex wavenumber writes  $\tilde{k}(\theta) = k(\theta)(1 + j\gamma(\theta))$ .

Using the method described above, the Damping Loss Factor is then determined at each frequency with the following relationship (see Ref. [55]):

$$\eta = \frac{\Im\{\tilde{f}\}}{\Re\{\tilde{f}\}} \quad (3.4)$$

---

#### Algorithm 1 Inverse Wave Method

---

Evaluate the initial wavenumber and damping loss factor  $k^0(\omega, \theta)$ ,  $\eta^0(\omega, \theta)$ , and choose the search domain accordingly.

while Convergence isn't reached do

    → Refine the search domain around the current estimation of the wavenumber and damping loss factor :  $k^n(\omega, \theta)$ ,  $\eta^n(\omega, \theta)$ .

    for each frequency  $\omega$  do

        for each angle of propagation  $\theta$

            do

                → Calculate IWC with Eq.(3.3)

                → Calculate the new estimates with :

$k^{n+1}(\omega, \theta), \gamma^{n+1}(\omega, \theta) = \arg \max_{k, \gamma}(\text{IWC}(:, :, \theta)),$

$\eta^{n+1}(\omega, \theta) = 4\gamma^{n+1}(\omega, \theta).$

            end for

            → Apply a curve smoothing in angle and a weighting with the IWC on the new estimates.

        end for

        → Apply a curve smoothing in frequency on the new estimates.

    end while

---

## 3.4 Reference methods

In this section the classical methods used to estimate the structural damping are recalled.

### 3.4.1 Half-power bandwidth method (3dB method)

This technique estimates the modal damping and is valid only at low frequency. When possible it is used in the current work as a validation. For each resonance, the modal damping  $\eta_n$  is given by (see Ref. [27]):

$$\eta_n = \frac{\Delta f}{f_n}, \quad (3.5)$$

where  $f_n$  is the resonance frequency of the mode and  $\Delta f$  the half power band width of the mode (-3 dB). This modal damping is compared with the band averaged loss factor obtained with the other methods.

### 3.4.2 Decay Rate Method (DRM)

The Decay Rate Method is based on the logarithmic decrement of the transient structural response. Accelerometers are placed on the plate to measure the decay of the vibrations after the excitation is cut off. Here the damping is assumed to have an exponential decay and the same damping is assumed for all the modes in the same frequency band (third-octave band here). The damping loss factor is then given, for a third-octave band with a decay rate DR (in dB/s), by the following expression (see Ref. [29]):

$$\eta_i = \frac{DR}{27.3f}. \quad (3.6)$$

### 3.4.3 Power Input Method (PIM)

The power input method is directly derived from the Statistical Energy Analysis (SEA) power balance equation. The damping loss factor is obtained from the measurement of the power injected to the structure and the spatially averaged square velocity produced. In steady state conditions, the space and frequency averaged input power is equal to the average dissipated power. The average loss factor writes then (see Ref. [28]):

$$\eta_i = \frac{P_i}{\omega E_i}. \quad (3.7)$$

Here,  $P_i = \frac{1}{2} Re(F^* v) = \frac{1}{2} Re \left[ \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{Fv}(\omega) d\omega \right]$  is the input power obtained from the real part of the cross-spectral density  $G_{Fv}(\omega)$  between the force  $F$  and the velocity  $v$ . Finally the space and

frequency averaged total energy is calculated with  $E_i = M_i v_i^2 = M_i \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{vv}(\omega) d\omega$  where  $M_i$  is the mass related to the measurement area. It is calculated from the auto-spectral density,  $G_{vv}(\omega)$ , of the velocity signals output from the accelerometers. The input power and the total energy are both calculated on a third-octave band  $[\omega_1, \omega_2]$ . Following SEA best-practice in the implementation of the power input method, one must avoid excitation near an edge, responses points at short distances from the excitation point (direct field) and response points at large distances from the excitation (the responses may die-out as a result of relatively high damping and relatively long distances). In consequence, for each excitation, the measurements must be performed outside a circle centered on the source location with a radius  $R_D$  at which the kinetic energy of the direct field equals that of the reverberant field. This radius is calculated using (see Ref. [12]):

$$R_D = \frac{\omega \eta h}{2\pi c_g}, \quad (3.8)$$

where  $\eta$  is damping loss factor estimated with the 3 dB method,  $h$  is the thickness of the test panels and  $c_g$  is the group velocity. The measurement area is therefore limited by an inner radius  $R_{D1}$  equal to 0.03m (calculated using Eq.(3.8)) and outer radius  $R_{D2}$  equal to three-fourths of the distance between the excitation location and the nearest edge. These areas are shown in Fig.6 for the tested panels. In this work, the panels were excited by a shaker fed with a white noise. The input power was measured using an impedance head and the response of the panels with classical accelerometers. The input power and quadratic velocities of the panels were averaged over 4 shaker locations. Quadratic velocities were space-averaged over 120 measurement locations.

### 3.5 Numerical validation

A numerical model is used to test the inverse wave method on a 2mm thick aluminium panel (density  $\rho = 2740\text{kg/m}^3$ , Young's Modulus  $E = 70\text{E}9 (1 + \eta j)$  Pa, Poisson Coefficient  $\nu = 0.33$ ) of dimensions 1m by 1m with free boundary conditions. The plate is discretized with quadratic elements over a mesh with 80 elements by 80 elements. Three cases are tested with a structural damping of 1%, 5% and 10% respectively. Note that the area of calculation  $l_x \times l_y$  is reduced of 30% on the edges when the damping loss factor is higher than or equal to 5%. In this case, the waves decrease quickly and are not significant over the full area  $L_x \times L_y$ . Note also that a constraint on the wavenumber based on a prior measurement can be efficiently applied to enhance the characterization of the damping. Three examples of IWC distribution in the wavenumber domain are presented in Fig. 3.1 at 1003Hz with different damping coefficients.

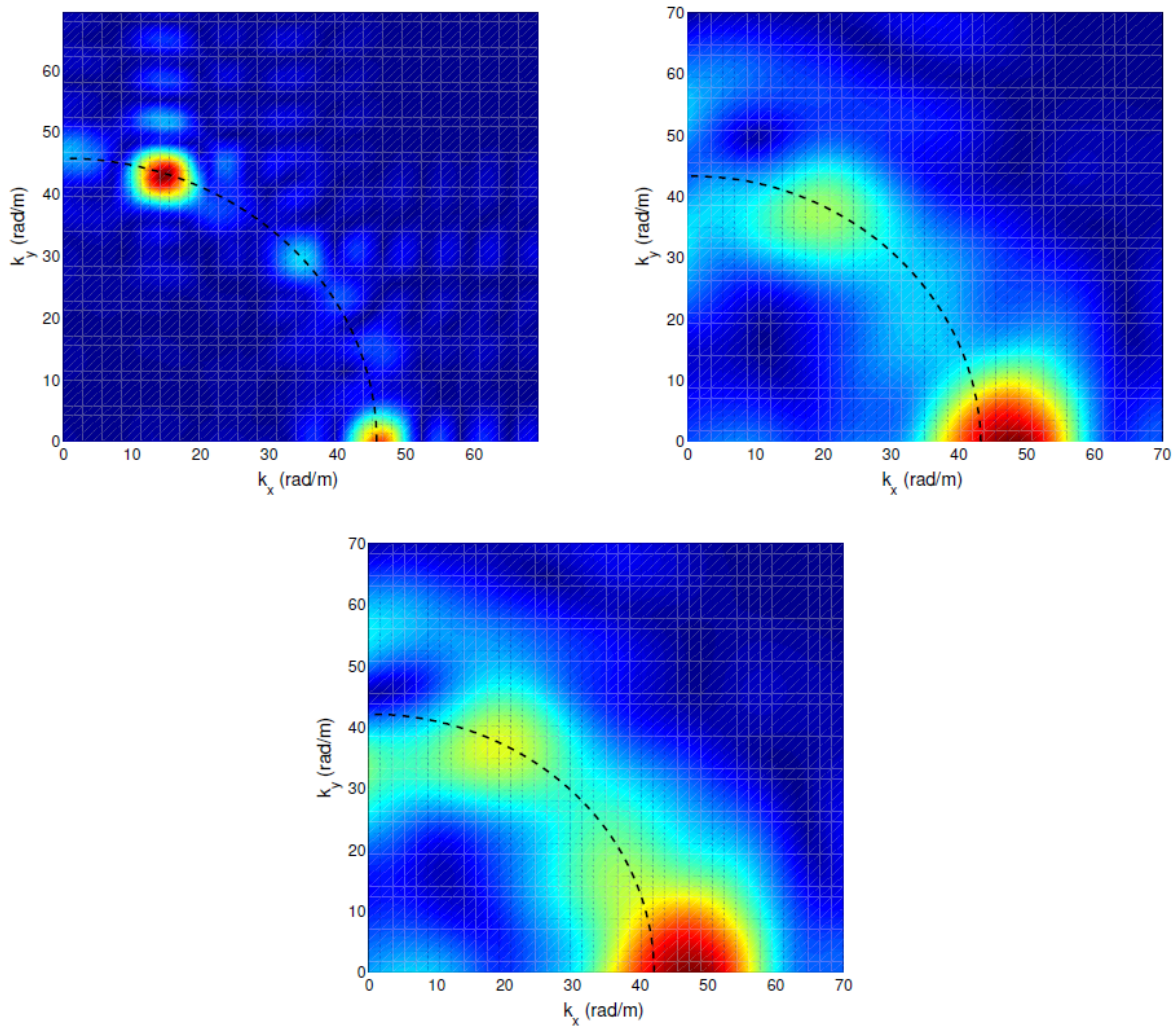


Figure 3. 1 : Inhomogeneous Wave Correlation (IWC) of a plate at 1003Hz obtained from a finite element model. (- - -) Estimated wavenumber. Top Left: 1% of structural damping, Top Right: 5% of structural damping, Bottom: 10% of structural damping.

The plate displacements are calculated here with the previous numerical model and the IWC results presented are obtained with the same damping coefficient in Eq. (3.3). The damping effect is well highlighted on these figures. On the other hand, the corresponding estimated wavenumbers are plotted in Fig. 3.2.

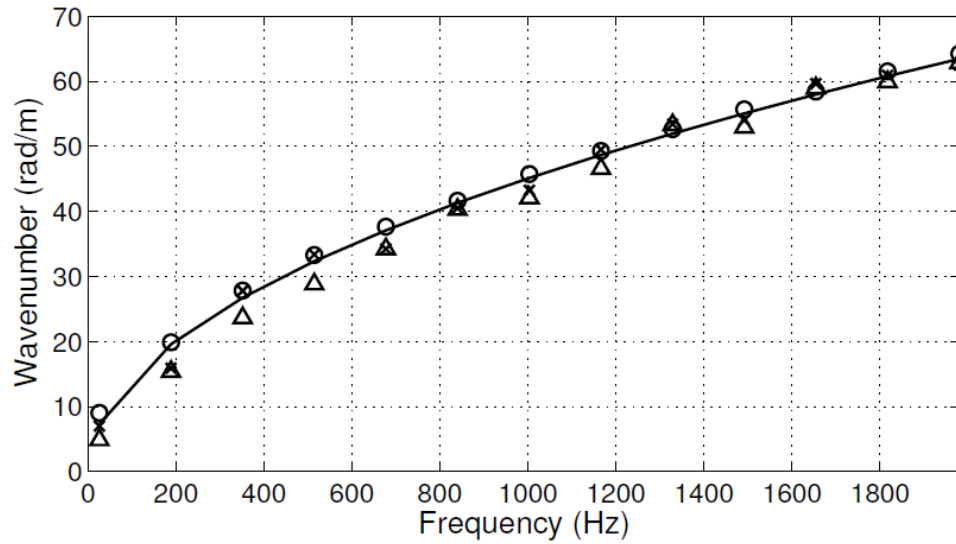


Figure 3. 2 Comparison between the theoretical wavenumber and the wavenumbers estimated with the Inverse Wave Method and a numerical model. (—)Theoretical wavenumber, (o) IWM estimation with 1% of structural damping, (x) IWM estimation with 5% of structural damping, (Δ) IWM estimation with 10% of structural damping.

The wavenumbers are also estimated with algorithm 1. The theoretical wavenumbers are well identified for the three tested damping ratios, and show the reliability and the accuracy of the method. Finally, the estimated damping ratios are presented in Figs. 3.3, 3.4, and 3.5.

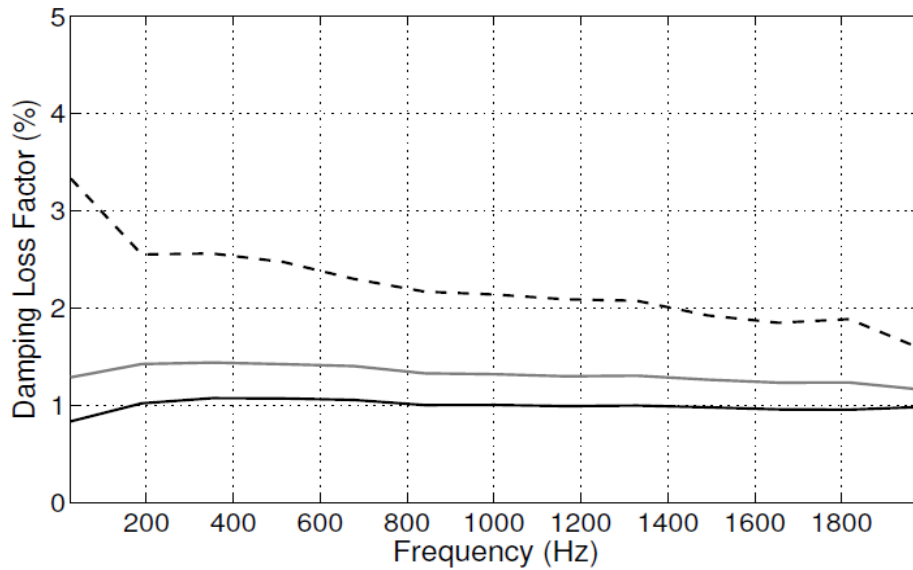


Figure 3. 3 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: (- - -) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 0 and 5%, (—) Final estimation between 0 and 3%.

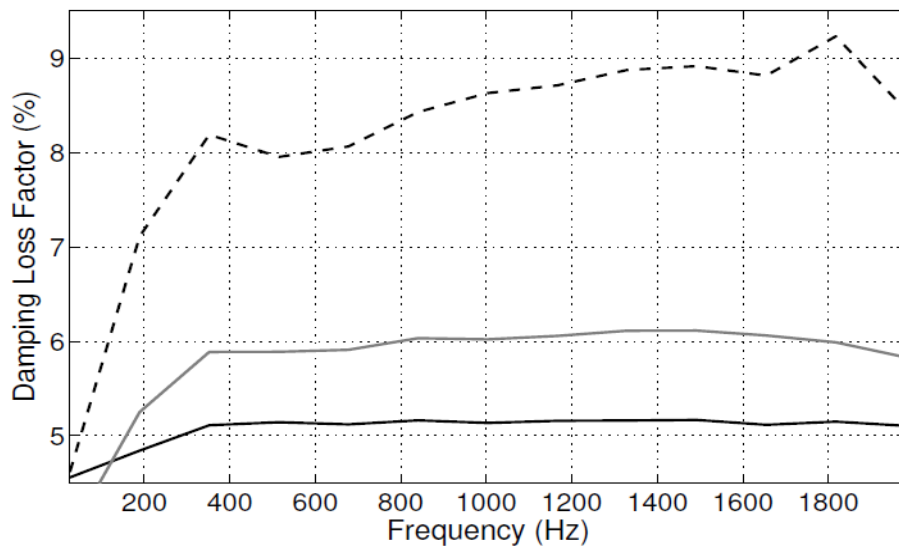


Figure 3. 4 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: (- - -) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 0 and 10%, (—) Final estimation between 3 and 7%.



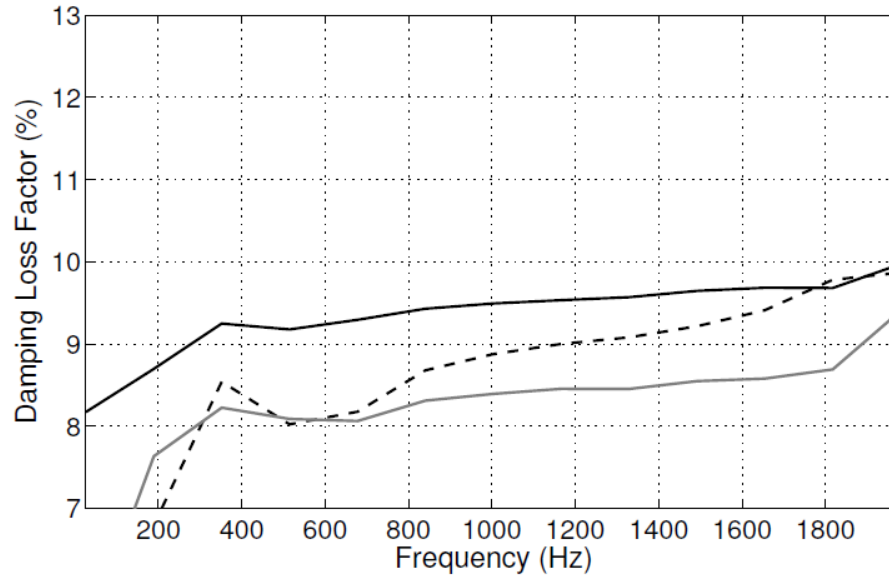


Figure 3. 5 Damping Loss Factor estimated with the Inverse Wave Method on a numerical model with 1% of structural damping: (- - -) First estimation between 0 and 20%, (—) Refined estimation between 5 and 15%, (—) Final estimation between 8 and 14%.

In particular, the damping ratio estimated from the numerical model results with 1% of structural damping is presented in Fig. 3.3. Three steps are necessary to converge. The first estimation is made between 0 and 20% and gives an estimated damping around 2%. The refined estimation is then made between 0 and 5%, and gives a good estimation of the damping around 1.3%. The final estimation is made between 0 and 3% and gives a very good estimation of the damping around the expected value of 1%. The damping ratio estimated from the numerical model results with 5% of structural damping is presented in Fig. 3.4. Three steps are again used to converge. The first estimation is made between 0 and 20%, and leads to an estimated damping around 8-9%. The refined estimation is then made between 0 and 10%, and gives an estimation of the damping around 6%. The final estimation is made between 3 and 7% and gives a good estimation of the damping close to the expected 5%. The damping ratio estimated from the numerical model results with 10% of structural damping is presented in Fig. 3.5. Three steps are again used to converge. The first estimation is made between 0 and 20%, and leads to an estimated damping around 7-10%. The refined estimation is then made between 5 and 15%, and gives an estimation of the damping around 7-9%. The final estimation is made between 8 and 14% and gives a slightly underestimated damping around

9.5%. This last result shows the difficulty to estimate the damping of structures with a higher damping.

### 3.6 Experimental validation

This section describes the measurement setup used to estimate the Damping Loss Factor (DLF) of different panels. The analysis is performed in a large frequency band between 100Hz and 10 kHz. An isotropic aluminium panel and two aircraft composite panels are studied (see Fig. 3.6), including a thin panel representative of a trim panel and a thick panel representative of a skin or floor panel.

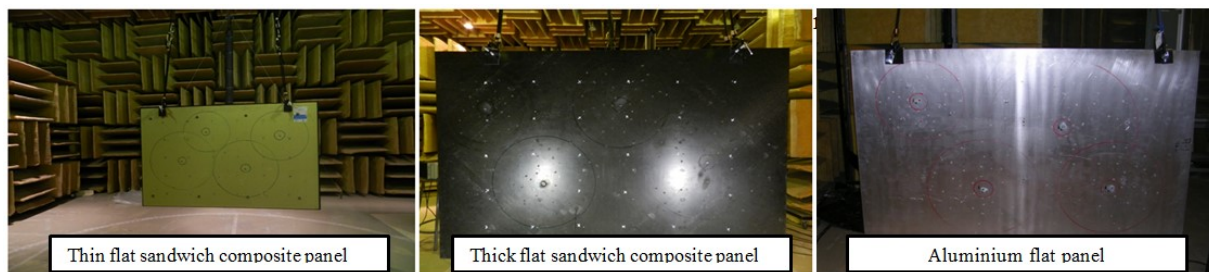


Figure 3. 6 Three tested panels: one aluminium panel, and two composite panels.

Both composite panels are made of a Honeycomb (HC) core and two identical isotropic skins. Two levels of comparison with full experimental data are used in this validation. The first aims to roughly check the method on an isotropic homogeneous aluminium plate. The second aims to test the method on more complex panels. In order to validate the methodology with a highly damped panel, patches of viscoelastic constrained layer were also added to the aluminium panel. This test is performed with 20% coverage area (see Fig. 3.7). The material was bonded only on one surface of the panel. All the panels have a surface area equal to 1.5m<sup>2</sup> ( $L_x = 1.5\text{m}$ ,  $L_y = 1\text{m}$ ). The thicknesses of the aluminium panel and the two composite panels are 2mm, 26.4mm and 6.8mm, respectively. The detailed properties of the sandwich composite panels are given in Tab. 3.I.

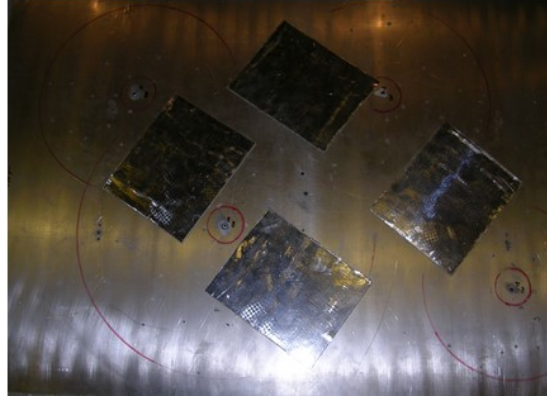


Figure 3. 7 Aluminium panel treated with viscoelastic patches.

TABLE 3. I The physical properties of the thick and the thin panels.

	Thick panel Facesheets	Core	Thin panel Facesheets	Core
$h$ (mm)	0.96	25.4	0.51	6.35
$E_1$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_2$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_3$ (MPa)	$46 \times 10^3$	179	$23.6 \times 10^3$	138
$G_{12}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	1	$10.34 \times 10^3$	1
$G_{13}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	26	$10.34 \times 10^3$	44.8
$G_{23}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	56	$10.34 \times 10^3$	24.1
$\nu_{12}$	0.3	0.45	0.141	0.45
$\nu_{13}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\nu_{23}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1900	64	1900	48

In the following measurements, the panels were freely hung with flexible cords in a semi-anechoic room (Fig. 3.6). A shaker was attached at the centre of the panel and was driven by a broadband white noise signal. The input force was measured with a force sensor. A scanning laser vibrometer was used to measure the velocity over a surface mesh. A scan area of 0.8m by 0.8m was used with 80 points along the X direction and 80 points along the Y direction for a

total of 6400 measurement points. Measuring the plate response,  $w(x_p, y_q)$ , at each point of the scanning area and using the transform to the wavenumber space leads to the flexural wavenumber (see Eq.(3.1)). The technique is restricted by the size of the scan area and requires equally spaced measurement.

### 3.6.1 Wavenumber estimation

The estimated wavenumbers for the isotropic aluminum panel, the thin and the thick composite sandwich panels are shown in Figs. 3.9, 3.10, and 3.11 respectively. For each panel, the wavenumber curves measured along the X and Y directions using the correlation technique are compared with the thin plate theory for the aluminum isotropic panel and with a General Laminate Model (GLM) [102] for the composite sandwich panels. An example of experimental IWC distribution for the thin composite sandwich panel at 8250 Hz is presented in Fig. 3.8 where the orthotropic behaviour is visible and identifiable.

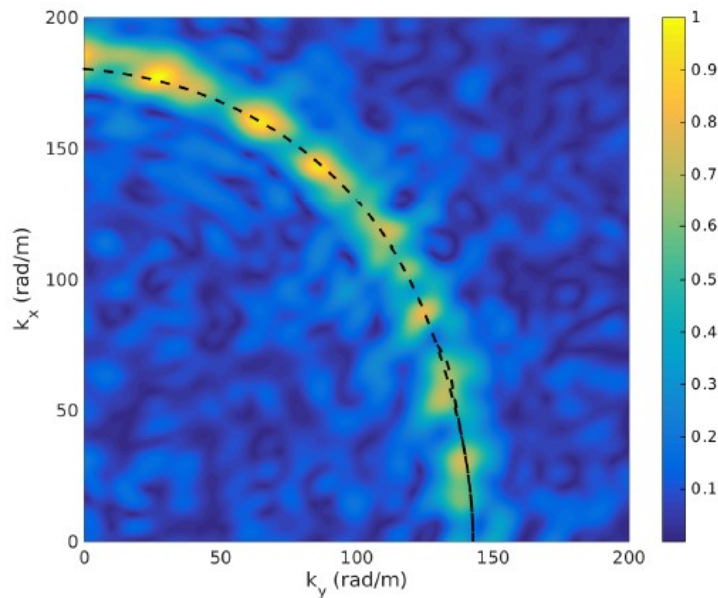


Figure 3. 8 Inhomogeneous Wave Correlation (IWC) of the thin composite panel at 8250Hz. (- -) Identified wavenumber.

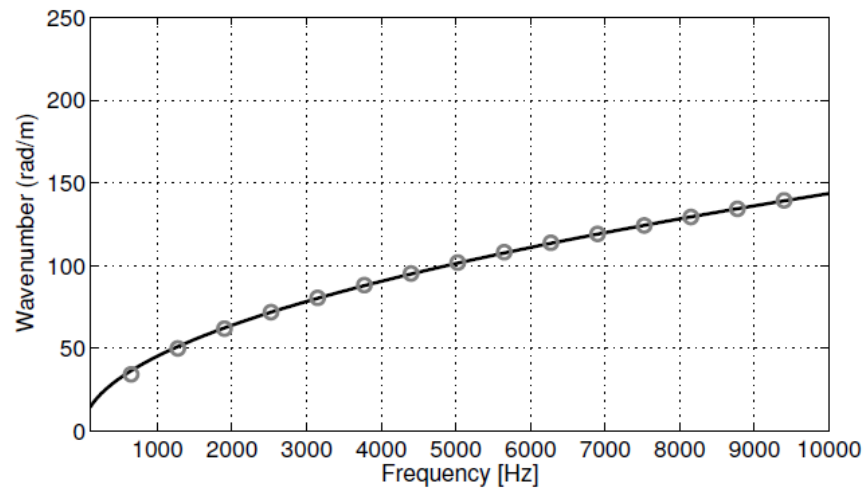


Figure 3. 9 Dispersion curve of an aluminium panel. Theoretical wavenumber (—) vs measured wavenumber with the inverse wave correlation method (o).

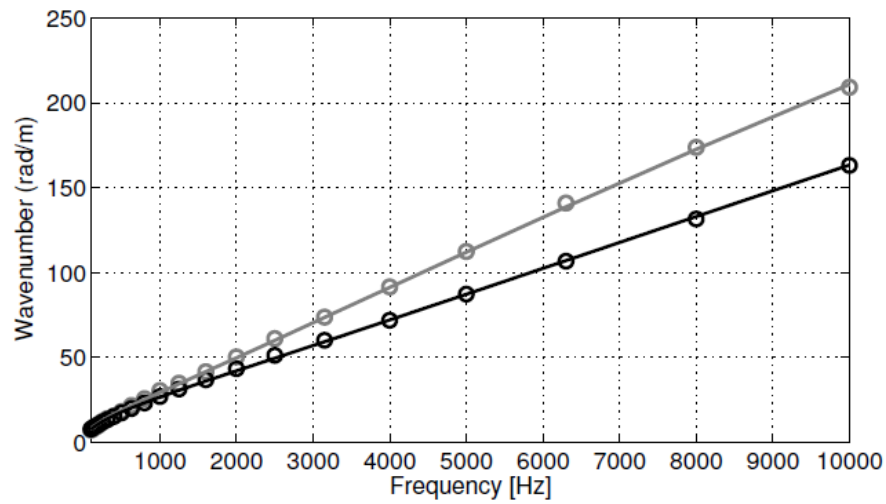


Figure 3. 10 Dispersion curve of the thin composite panel. Theoretical wavenumbers in the directions  $k_x$  (—) and  $k_y$  (---), vs measured wavenumbers with the inverse wave correlation measurements in the same directions  $k_x$  (o) and  $k_y$  (□).

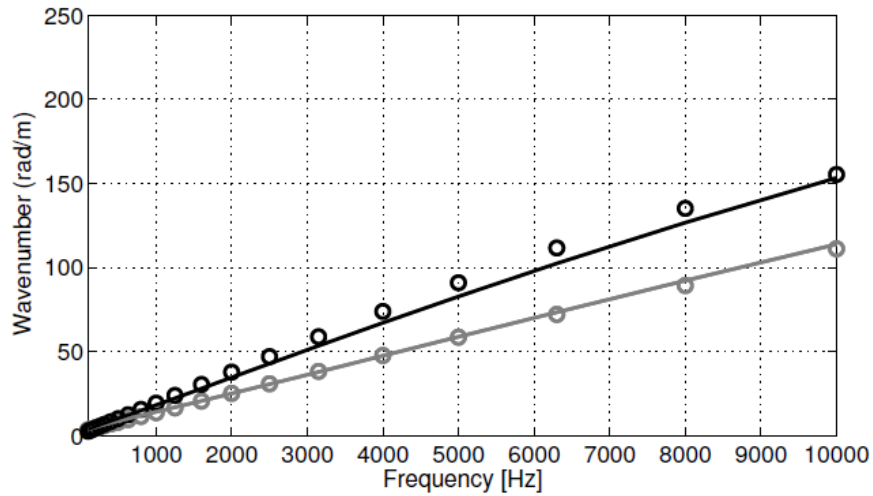


Figure 3. 11 Dispersion curve of the thick composite panel. Theoretical wavenumbers in the directions  $k_x$  (—) and  $k_y$  (—), vs measured wavenumbers with the inverse wave correlation measurements in the same directions  $k_x$  (o) and  $k_y$  (o).

Overall, the comparison between the experimental and analytical results is good for all the panels. At high frequency, the correlation technique gives a good estimation due to fine mesh used in the scan. However, small differences are observed in the Y direction for the thick panel between the measured and the theoretical values (see Fig. 3.11). This may be due to uncertainties on the panel mechanical properties given by the manufacturer.

### 3.6.2 Damping loss factor estimation

A comparison between damping loss factors estimated with the half-power bandwidth method (-3dB), the DRM, the PIM and the IWM is presented in Figs. 3.12, 3.13, 3.14, and 3.15. The half-power bandwidth method (-3dB) results are used only as a validation tool when applicable (visible modes).

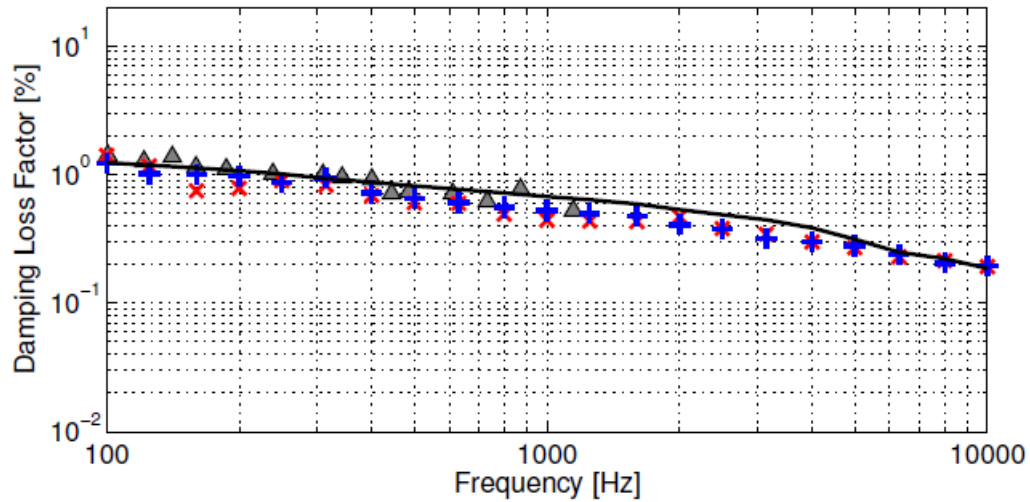


Figure 3.12 Experimental damping loss factors measured on the isotropic aluminium panel with the 3dB method ( $\blacktriangle$ ), the decay rate method ( $+$ ), the power input method ( $\times$ ), and the inverse wave correlation method ( $—$ ).

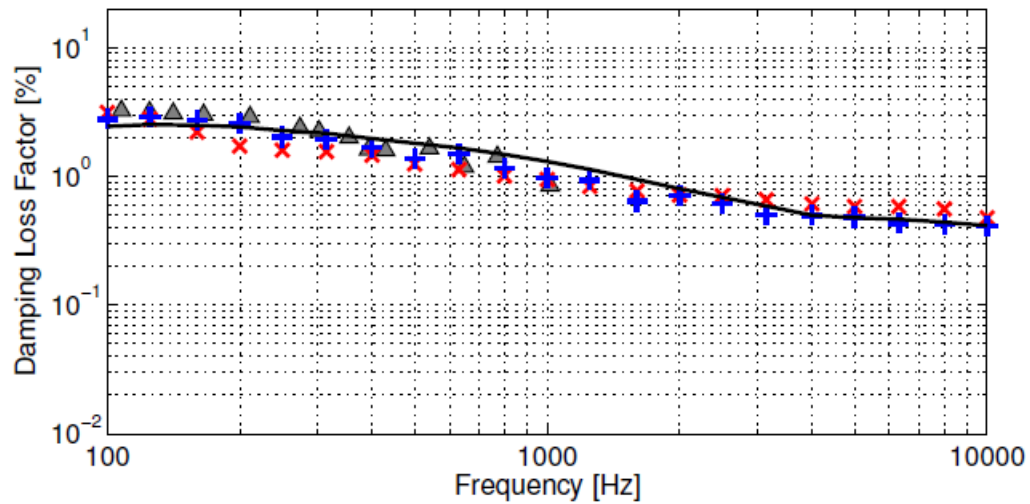


Figure 3.13 Experimental damping loss factors measured on the isotropic aluminium panel treated with viscoelastic patches with the 3dB method ( $\blacktriangle$ ), the decay rate method ( $+$ ), the power input method ( $\times$ ), and the inverse wave correlation method ( $—$ ).

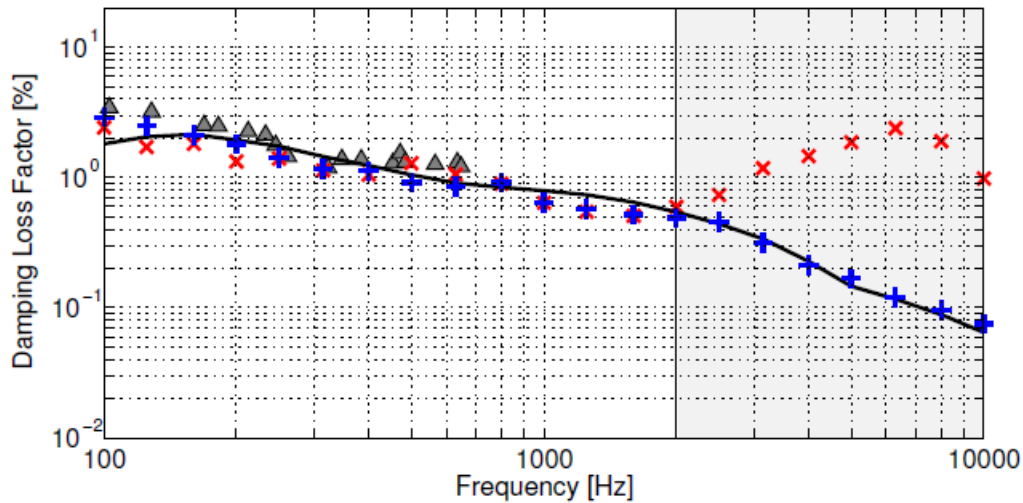


Figure 3. 14 Experimental damping loss factors measured on the thin composite panel with the 3dB method ( $\blacktriangle$ ), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).

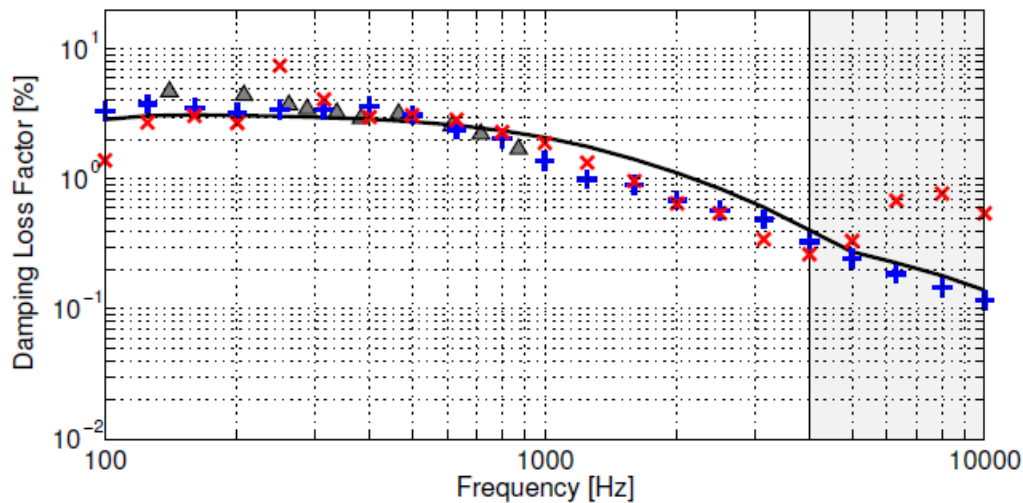


Figure 3. 15 Experimental damping loss factors measured on the thick composite panel with the 3dB method ( $\blacktriangle$ ), the decay rate method (+), the power input method (x), and the inverse wave correlation method (—).

For the aluminium panel with and without the viscoelastic patches, the damping influence is clearly visible on Figs. 3.12 and 3.13. The estimations of the damping loss factor correlates



well with the increase of damping. A good comparison between the different measurement methods is also obtained on these two cases. In particular the proposed Inverse Wave Method compares well with all the standard measurement methods. For the two composite sandwich panels, the DRM, the PIM and the IWM agree well at mid frequencies. At low frequency, ie. around [100-300] Hz, the PIM presents some discrepancies compared to the other methods. The reason is the low number of modes at these frequencies. At high frequency, the damping loss factor estimated with the DRM and the IWM is in good agreement. Mean-while, the PIM is not able to estimate accurately the damping (see the gray area in Figs. 3.14, and 3.15). This is due to an experimental limitation in injecting the power to the system in this frequency region. To sum up, an excellent comparison is obtained for all the panels using the IWM thanks to the refined measurement scan used. However, the method seems less accurate at low frequencies, especially for the composite sandwich panels. This is usually a consequence of the size of the physical scan area, ie. the bending wave length is too large to be captured at low frequencies.

### 3.7 Conclusion

This paper presents an Inverse Wave Method to estimate the damping loss factor of complex structures in two dimensions from a displacement field measured with a scanning laser vibrometer. The proposed technique estimates the flexural wavenumber and the damping loss factor of complex panels. A numerical model has first been used to test the proposed method and the feasibility of the method has been demonstrated. Then the method has been compared with three classical methods: the half-power bandwidth method, the Decay Rate Method and the steady state Power Input Method. The experimental results, obtained with different panels, have once again shown the accuracy and the reliability of the proposed Inverse Wave Method to estimate both the wavenumber and the damping loss factor.

### Acknowledgments

The authors would like to acknowledge Walid Kaffel, from the Polytechnic School of Tunisia, for his technical assistance, and Bombardier Aerospace for their composite panels.

# CHAPITRE 4 Une technique inverse de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures complexes

## 4.1 Introduction

Le facteur de rayonnement permet de quantifier la capacité d'une structure à rayonner un champ acoustique dans un milieu en fonction de la fréquence. Il représente un paramètre clef de la modélisation SEA. Ces dernières années des progrès considérables ont été accomplis en ce qui concerne la modélisation et la mesure du facteur de rayonnement. L'important phénomène à retenir, est que sous la fréquence critique, le rayonnement est maximal. Cette fréquence particulière correspond à une double coïncidence, spatiale et fréquentielle, entre les ondes de flexion et les ondes acoustiques. Or, cette fréquence de coïncidence devient une plage de fréquences pour les milieux orthotropes. Le couplage fluide-structure est alors plus complexe. Bien que de nombreux travaux ont été menés pour prédire l'efficacité de rayonnement, très peu de résultats expérimentaux ont été publiés concernant le cas de structures complexe. Les méthodes de mesures classiques sont limitées en fréquences ou bien à des structures simples et la détermination de l'efficacité de rayonnement devient très difficile.

Dans ce chapitre, l'article intitulé «An inverse radiation efficiency measurement technique of complex structures» soumis au *Journal of Noise and Control Engineering* est présenté [92]. Une nouvelle méthode de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures complexe est proposée. Elle est basée sur une approche SEA et permette de s'affranchir des limitations rencontrées avec les méthodes de mesure classique situées dans le domaine des hautes fréquences.

**Auteurs et affiliation :**

R. Cherif : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

N. Atalla : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

**Date de soumission :** 20 décembre 2014

**Revue :** Noise and Control Engineering

**Titre français :** Une technique inverse de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures complexes.

**Contribution au document :**

Cet article contribue au mémoire en proposant une nouvelle méthode de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures renforcées par des raidisseurs, régulier, composite sandwich. Elle est basée sur une approche SEA et capable de départager l'amortissement intrinsèque de celui par rayonnement. L'étude expérimentale a montrée que la méthode développée a permis de s'affranchir des limitations rencontrées avec les méthodes de mesure classique situées dans le domaine des hautes fréquences. L'efficacité de rayonnement servira comme entrée dans le modèle SEA à développer dans cette étude.

**Résumé français :**

Cet article étudie la mesure de l'efficacité de rayonnement de structures complexes pour deux types de constructions : métallique (un panneau plat et raidi en aluminium) et deux panneaux orthotropes sandwich-composites avec un noyau en nid d'abeille. Deux méthodes de mesure sont comparées. La première est directe et est basée sur la mesure simultanée de la réponse vibratoire et acoustique de la structure suspendue en libre libre dans une chambre anéchoïque. La seconde est indirecte et utilise un modèle basé sur l'analyse statistique énergétique (SEA) de la structure suspendue en libre libre dans une chambre réverbérante. Pour la dernière méthode, deux implémentations sont comparées. La première est basée sur une formulation SEA, lorsque seule la structure à tester est excitée, connue sous le nom *Classical SEA Method*. La seconde est une technique inverse basée sur une formulation SEA, lorsque la structure à tester et la salle réverbérante sont excitées, connues sous le nom *Inverse SEA Method*. Toutes les méthodes sont comparées avec les prédictions analytiques. Les résultats montrent que l'efficacité de rayonnement expérimentale est en bon accord avec la théorie pour les deux

constructions, en particulier pour la méthode *Inverse SEA Method*. Les sources de divergences avec la théorie et les limitations fréquentielles de ces deux méthodes sont discutées.

**Mots-clés :** Efficacité de rayonnement, méthode de mesures, formulation SEA.

Paper submitted to the Noise and Control Engineering

## An inverse radiation efficiency measurement technique of complex structures

### ABSTRACT

This paper investigates the measurement of the radiation efficiency of complex structures with two constructions: metallic (a flat and stiffened aluminum panels) and sandwich composite with Honeycomb core construction. Two measurements methods are compared. The first is direct and is based on the simultaneous measurement of the vibration and acoustic response of the freely hanged structure in an anechoic room. The second is indirect and uses a Statistical Energy Analysis based model of the test article freely hanged in a reverberant room. For the latter two implementations are compared. The first is based on the SEA formulation, when only the test article is excited, known as Classical SEA Method. The second is an inverse technique based on the SEA formulation, when both the test article and the reverberant room are excited, known as Inverse SEA Method. All methods are compared to analytical predictions. Results show that the experimental radiations efficiencies are in good agreement with theory for both constructions, especially for the inverse method. The sources of discrepancies with theory and frequency limitations of both methods are discussed.

Keywords: Radiation efficiency, measurements methods, SEA formulation.

---

## 4.2 Paper submitted to the Noise and Control Engineering journal- Introduction

Over the last decades, noise reduction and cabin acoustic comfort has become one of the main design issues in the aerospace industry. Large numbers of references have been devoted to the prediction of the radiation efficiency of vibrating plates under various excitations and boundary conditions. A description and comparison of various analytical methods can be found in Refs. [84,86,103]. The first contribution on the modeling of the radiation efficiency was reported in 1894 by Lord Rayleigh [103]. The radiation efficiency has been derived for both individual plate modes and sets of plate modes contribution in the frequency domain of interest. This method is accurate at low frequencies but is impractical at higher frequencies where the modes count becomes important. Maidanik [84] was the first who applied the concept of power flow and statistical energy analysis to overcome the burdensome calculation at higher frequencies where many modes contribute to the vibration of a plate. He computed the radiation efficiency of a finite baffled simply supported single layer panel for individual modes and evaluate the response of a stiffened plate excited by a diffuse field. He showed that the rigid periodic line supports attached to an infinite plate increase the acoustic radiation efficiency at frequencies below the critical frequency. Fahy [2] has also investigated the sound radiation characteristics of rectangular stiffened plates under various boundary conditions. He found that the stiffeners increase the radiation resistance of the panel since the wave reflections produced by the stiffeners have wavenumber components of supersonic phase velocity that may propagate at frequencies below the uniform plate critical frequency, increasing thus the sub-critical radiation efficiency. More recently, Leppington [86] revised some of Maidanik's work and propose an asymptotic approach to compute the radiation efficiency of simply supported panels. His assumption is based on the same principle as Maidanik's. Leppington's study found that Maidanik overestimated the radiation resistance at coincidence, and gave a modified formula for the radiation close to the critical frequency. Assuming that in practice panel edge conditions are nearer to clamped conditions, Leppington [104] show that a simple correction factor can be applied to the radiation resistance which turns out to be approximately 2 below coincidence frequency and 1 above coincidence frequency. He show also that above the coincidence conditions, when acoustic wavenumber

---

exceeds plate wavenumber, the radiation resistance is area dependent and below coincidence the radiation resistance can be determined by solving appropriate semi-infinite or quarter-infinite plate problems. Based on Statistical Energy Analysis (SEA) Lesueur [6] derived the average of the radiation efficiency per frequency band using the energy flow relationships between the panel and a cavity. More recently, a semi-analytical method based on modal expansion technique is proposed by Mejdji and Atalla [45] to predict the vibration and acoustic radiation of both metallic and composite flat panels stiffened with uni and bidirectional eccentric stiffeners. The response to point force, diffuse acoustic field and turbulent boundary layer are analysed. In search of general, accurate and quick approaches, previous references give models of well validated accuracy, similar radiation efficiency results. Otherwise, the fastest one is accorded to the Leppington [104] model. From experimental point view, Fahy [2] and Maidanik [84] described the experimental determination for the radiation loss factor of a structure in a reverberant field by studying the energy flow relations between the structure and the reverberation room. Crocker and Price [13] presented also the experimental determination for the radiation loss factor of a structure clamped between a reverberant and a semi-anechoic room using a SEA technique. Recently, Bruno and Atalla [89] determined experimentally the radiation efficiency using a Classical SEA Method in which the panel is freely hanged in a reverberant room. Experimental results of the radiation efficiency are submitted to limitations at low and high frequencies. The literature proposes various approaches to predict the radiation efficiency from vibrating structures. However, there are few published studies on their experimental validation. Usually these studies are limited to simple structures (flat metallic panels) and frequency ranges. The objective of this paper is to investigate and improve the measurement of the radiation efficiency of more complex structures, notably at high frequencies; especially, for composite sandwich panels which may have a wide area of acoustic coincidence, starting at low frequencies [12]. Two measurements methods are compared. The first is direct and is based on the simultaneous measurement of the vibration and acoustic response of freely hanged structures in an anechoic room. The second is indirect and uses a statistical Energy Analysis (SEA) based model of the test article freely hanged in a reverberant room. Two levels of validation are used for the latter method. The first

is based on the use of SEA when only the test article is excited, known as Classical SEA Method. The second is an inverse technique based when both the test article and the reverberant room are excited, known as Inverse SEA Method. The experimental results are compared with analytical predictions using Leppington's asymptotic formulas [104]. The analysis is performed over a large frequency range from 100 Hz to 10 kHz. Four panels are used in this validation: (i) an isotropic metallic panel, (ii) a stiffened aluminium panel, a thin sandwich composite with Honeycomb (HC) core construction and (iii) a thick sandwich composite with Honeycomb (HC) core construction. This paper is organised in four sections. Section 2 describes the background aspect of the methods used in this work to estimate the radiation efficiency. Section 3 presents the tests structures and describes the used experimental methods. Finally, the experimental and theoretical results are compared and discussed in Section 4.

## 4.3 Background

In this section, a brief description of the statistical energy analysis applied to the radiation efficiency of planar structures is given.

### 4.3.1 Statistical energy analysis (SEA)

The Statistical Energy Analysis (SEA) models provide an alternative form to represent the vibroacoustic behaviour of a structure. In this approach, a complex vibroacoustic system is represented as an assembly of coupled subsystems that can receive, store, dissipate and transmit energy. The radiation efficiency is obtained by studying energy flow relations between the structure and the reverberation room. The method is based on solving a two subsystems SEA equation where the tested panel is defined as subsystem 1 and the reverberant room as subsystem 2, respectively. Two implementations are compared. The first is based on the SEA formulation, when both subsystems are excited, known as Inverse SEA Method:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}, \quad (4.1)$$

where  $\eta_{ij}$  is the coupling loss factor (CLF) between subsystems  $i$  and  $j$  (with  $j \neq i$ ) and  $\eta_i$  is the damping loss factor (DLF) of subsystem  $i$ .

The radiation efficiency  $\sigma$  is related to the CLF between the tested panel and the reverberant room. Assuming both faces of the panel to radiate equally,  $\eta_{12} = 2\eta_{rad}$  is thus twice the radiation coupling and in consequence:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\omega M}{\rho_0 c_0 A_p} \eta_{12}, \quad (4.2)$$

where  $M$  and  $A_p$  are the total mass and the area of the panel and  $\rho_0, c_0$  represents the density and the speed of sound in the fluid, respectively.

In the presented results, the CLF  $\eta_{12}$  is obtained from the inversion of the SEA matrix:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (4.3)$$

where coefficients  $A_{ij}$  denote the ratio of the energy (response) of subsystem  $i$  to the input power to (excitation of) subsystem  $j$  and  $\eta_{11} = \eta_1 + \eta_{12}$ ;  $\eta_{22} = \eta_2 + \eta_{21}$ . The main advantage of this method is that it doesn't require the prior knowledge of the model densities. Furthermore it leads to an estimation of the damping loss factor of the used subsystems which lead to breakdown between internal and radiation loss factors.

The second SEA method is based on the SEA formulation, when only one subsystem is excited, known as Classical SEA Method:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4.4)$$

Using the reciprocity relation ( $n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji}$ ), the CLF is given by:



$$\eta_{12} = \frac{\eta_2 E_2}{E_1 - \frac{n_1}{n_2} E_2}. \quad (4.5)$$

This method requires the calculation and/or the measurement of the modal densities and the damping loss factors (DLF) which not always possible for complex, built in system.

#### 4.4 Description of the measurements

This section describes the measurement of the radiation efficiency of the studied panels. The analysis is performed in third-octave frequency band starting from 100 Hz to 10 kHz. A comparison between the measured and the analytical prediction are given in section. 4.5. An isotropic, a stiffened aluminium panels and two aircraft composite panels are studied (see Fig. 4.1), including a thin panel representative of a trim panel and a thick panel representative of a skin or floor panel.

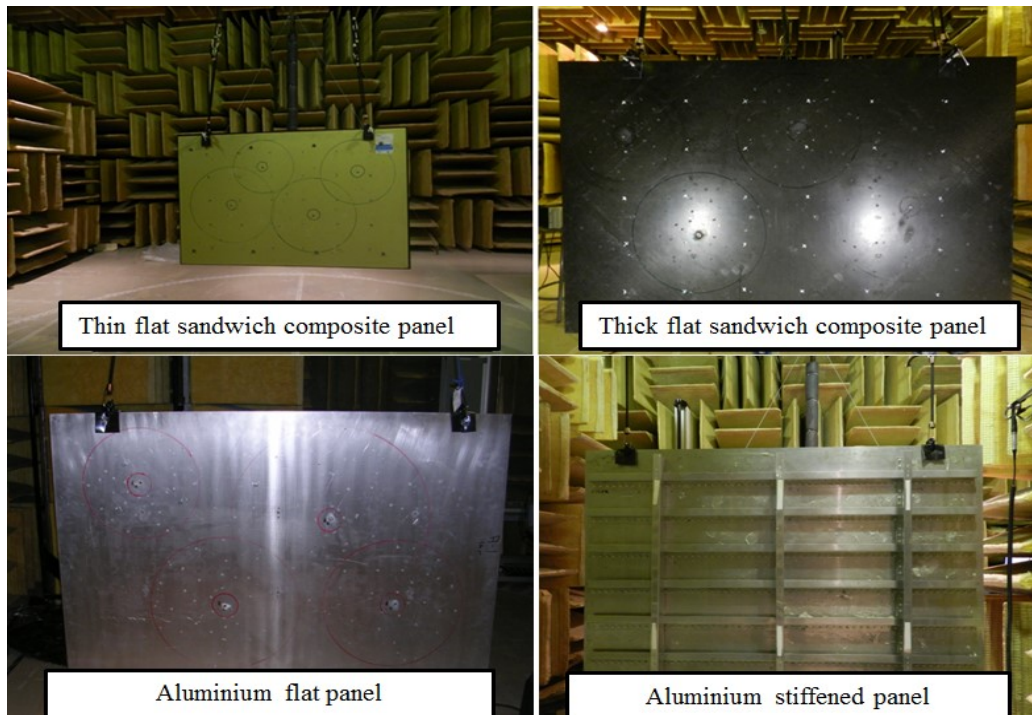


Figure 4. 1 An isotropic and stiffened aluminium panels and two aircraft composite panels.

Both composite panels are made of a Honeycomb (HC) core and two identical skins. Two levels of validation with full experimental data are used. The first aims to check the accuracy

of the used measurement methods on a flat aluminium plate (simple structure). The second considers three complex panels: a stiffened aluminium plate, a thick and a thin sandwich-composite panels. All panels have a surface area equal to  $1.5 \text{ m}^2$  ( $L_x = 1.5\text{m}, L_y = 1\text{m}$ ). The thicknesses of the isotropic and stiffened aluminium and the thick and the thin sandwich composite panel are 2mm, 2mm, 26.4mm and 6.8mm respectively. Experimental tests are performed in order to determine the radiation efficiency of the panels using both an indirect SEA methods and direct classical method for cross validation purposes. The first method is classical. It is based on the simultaneous measurement of the spatially averaged quadratic velocity and radiated sound power. The radiation efficiency is defined as the proportionality between radiated sound power  $P_{rad}$  and the spatially averaged squared velocity  $\langle v^2 \rangle$  over radiation surface  $A_p$  :

$$\sigma = \frac{P_{rad}}{\rho_0 c_0 A_p \langle v^2 \rangle}, \quad (4.6)$$

where  $\rho_0$  is the density of the fluid (air) and  $c_0$  is the speed of sound in the fluid. Each test article was freely hanged in a semi anechoic room and excited by a shaker (MB Dynamics type 50) fed with white noise signals over 4 different locations. For the stiffened panel excitation locations were on the intersection between a vertical and a horizontal stiffener and on the skin (away from the stiffeners). The normal velocity was measured using a set of three B&K accelerometers type 4378. Quadratic velocities were space-averaged over 120 measurement locations. The radiated sound power was measured using an intensity probe with a 6 mm spacer between two 1/4-in microphones. This allows measurements to be carried out from 100 to 10 KHz (see Fig 4.2).

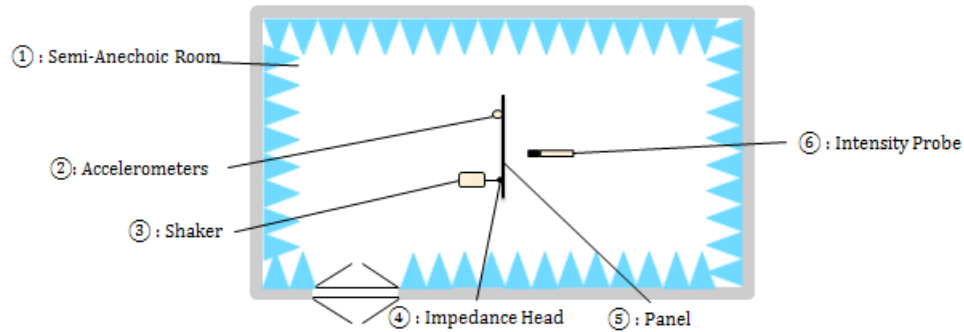


Figure 4. 2 Measurement setup of the radiation efficiency in a semi-anechoic room.

The second and third methods are based on an experimental SEA model of the panel freely hanged in a reverberant room as shown schematically in Fig. 4.3. The reverberation room dimensions are  $7.5 \text{ m} \times 6.2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  with a limit frequency of 200 Hz.

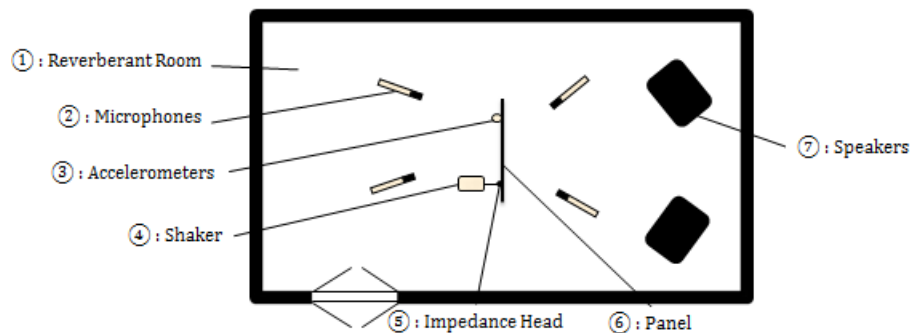


Figure 4. 3 Measurement setup of the radiation efficiency in a reverberant room.

Two implementations are compared. The first is based on the SEA formulation, when both subsystems are excited, known as Inversion SEA Method given by Eqn. (4.1). Two excitations are in consequence used. In the first, a shaker (MB Dynamics type 50) fed with white noise signals, is used to excite the panel. The input power was measured using a B&K impedance head (model 8001) and the response of the panels using B&K accelerometers type 4378 (set of three accelerometers). The input power and quadratic velocities of the panels were averaged over 4 shaker locations (the same as the direct classical method). Quadratic velocities were also space-averaged over 120 measurement locations. The sound pressure loss (SPL) in the room was measured using four fixed B&K microphones type 4134.

The input power of the panel is measured using the relation:  $P_1 = \frac{1}{2} Re(F^* v)$ , where  $F$  and  $v$  are the force and velocity signals output from the impedance head. The energy of the panel is obtained from its mean quadratic velocities, using the relation  $E_1 = Mv_1^2$ , where  $M$  is the mass of the panel. The energy of the room is obtained from its mean quadratic pressure, using the relation  $E_2 = (\langle p_2^2 \rangle V / \rho_0 c_0^2)$ , with  $V$  the volume of the room. In the second, the room is excited by a set of loudspeakers. The quadratic velocity of the receiver panel and the SPL in the room are measured using the techniques described above. The input power in the room is measured using the relation  $P_2 = \eta_2 \omega E_2$ , where  $\eta_2$  is the damping loss factor of the room given by  $\eta_2 = S c_0 \alpha / 4 \omega V$ , with  $\alpha$  and  $S$  are the Sabine absorption coefficient of the room and its total surface, respectively. The second SEA method is based on the SEA formulation, when only one subsystem is excited, known as Classical SEA Method given by Eqn. (4.4). This method requires the measurement of the modal densities of both the panel and the reverberant room and the damping loss factors of the reverberant room. The modal density of the panels  $n_1$  is measured with the panel suspended inside a semi-anechoic room in order to minimize radiation coupling between the panel and the room. It is obtained from the measurement of the spatially averaged input Mobility Method following [25]:

$$n(f) = 4M Re(Y_p), \quad (4.7)$$

where  $Re(Y_p)$  is the real part of the panel's input mobility  $Y_p = G_{Fv} / G_{FF}$ .  $G_{Fv}$  is the cross-spectrum between the force and the velocity signals at the excitation location and  $G_{FF}$  is the autospectrum of the force signal. Mass corrections must be considered when making shaker-based frequency response measurement on a lightweight structure because of the added mass coming from the impedance head [24]. In consequence, a corrected admittance  $Y_c$  was rather used in Eqn. (4.7). It is obtained using the admittance of the impedance head  $Y_M$ , which is measured by exciting the impedance head without the driven plate:

$$Y_c = \frac{Y_p}{1 - \frac{Y_p}{Y_M}}. \quad (4.8)$$

The modal densities of the panels were obtained by averaging the modal densities measured at four different locations. The modal density of the reverberant room was calculated using the

relation:  $n_2 \approx \frac{4V}{c_0^3} \eta_2$  The DLF of the reverberant room  $\eta_2$  is measured using the technique

described in the previous method. In the presented data, following best-practice, in the measurement of the Quadratic velocities, one must avoid excitation near an edge, responses points at short distances from the excitation point (direct field) and response points at larger distances from the excitation (the responses may die-out as a result of relatively high damping and relatively long distances). In consequence, for a given excitation location, the measurement were performed outside a circle, centered at the source location, with radius  $R_D$  giving by distance from the excitation at which the kinetic energy in the direct field equals that in the reverberant field. It is given by [12]:

$$R_D = \frac{\omega \eta h}{2\pi c_g}, \quad (4.9)$$

where  $\eta$  is damping loss factor (estimated from the 3 dB method),  $h$  is the thickness of the test panels and  $c_g$  is the group velocity. The measurement area is limited between the inner radius  $R_{D1}$  equal to 0.03m (calculated using Eq. (4.9)) and outer radius  $R_{D2}$  equal to three-fourths of the distance between the excitation location and the nearest edge. These areas are shown in Fig.4.1 (see the circles in the photos).

## 4.5 Results and discussion

In this section, the three methods will be compared to numerical predictions for the four studied panels. All results are presented in one third-octave bands. The computational radiation efficiency result of the stiffened aluminum panel was obtained using the FEM/BEM solver in the VA-One commercial software. A finite element model of the stiffened aluminum plate structure was developed in Femap/Nastran with a quadrilateral mesh using 100 quad4

shell elements. Six L-type horizontal stiffeners of size  $1.5m \times 0.03m \times 0.0015m$  and three L-type vertical stiffeners of size  $0.03m \times 1m \times 0.0015m$  were modeled using two flat subpanels (shell element) assembled in an L-shape configuration and attached to the plate. The boundary conditions and external load were chosen to simulate those in the measurement condition as shown in Fig. 4.4 (assuming an un baffled panel and four excitation locations). The external fluid domain is modelled using the BEM module of the ESI Group VA-One 2013 software (Fig. 4.4).

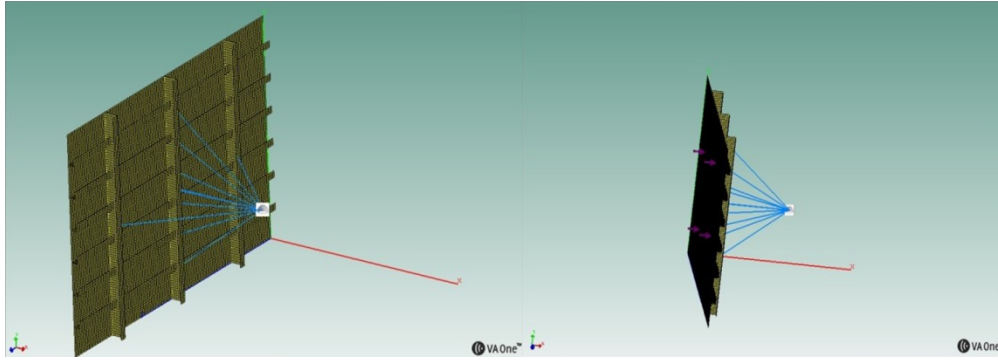


Figure 4. 4 FE/BEM model of stiffened aluminum panel in VA-One commercial software.

A harmonic analysis was carried out and the frequency response results from the FE/BE model were validated against those obtained experimentally. The model was valid no higher than 5 KHz for a vibroacoustic analysis. For the other three panels (isotropic and the two sandwich-composite constructions), an analytical model is used. First the structural wavenumber  $k_s(\varphi, \omega)$  of each panel is predicted (a GLM model is used for the sandwich constructions [40-41]) and Leppington's asymptotic formula [104] is used (assuming a baffled panel) to predict the radiation efficiency given by:

$$\sigma(\omega) = \frac{1}{n(\omega)} \int_0^\pi \sigma(k_s(\varphi, \omega)) n(\varphi, \omega) d\varphi, \quad (4.10)$$

where  $n(\varphi, \omega)$  is the angular distribution of the modal density.

Figures 4.5, 4.6, 4.7 and 4.8 shows the comparisons between the theory (using Eqn. (4.10)) and measurements (using Eqns. (4.1) and (4.4)) for the isotropic, a stiffened aluminium panels and two aircraft composite panels (a thin and a thick sandwich panels), respectively.

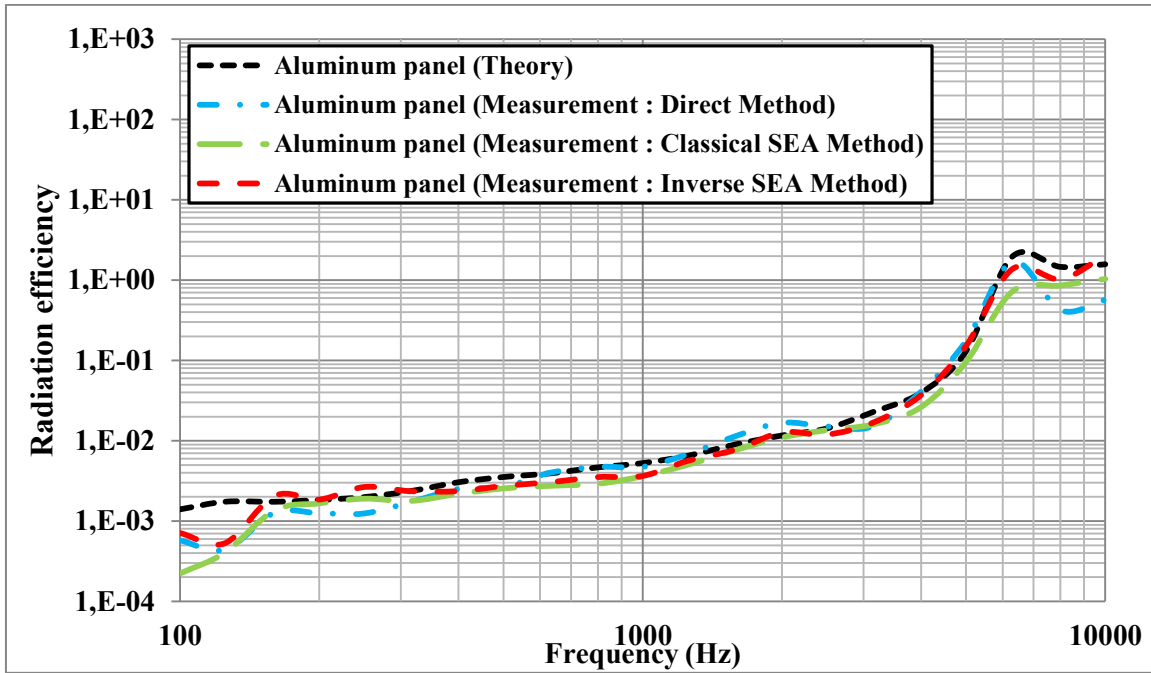


Figure 4. 5 Radiation efficiency of an aluminum panel: comparisons between theory and measurements.

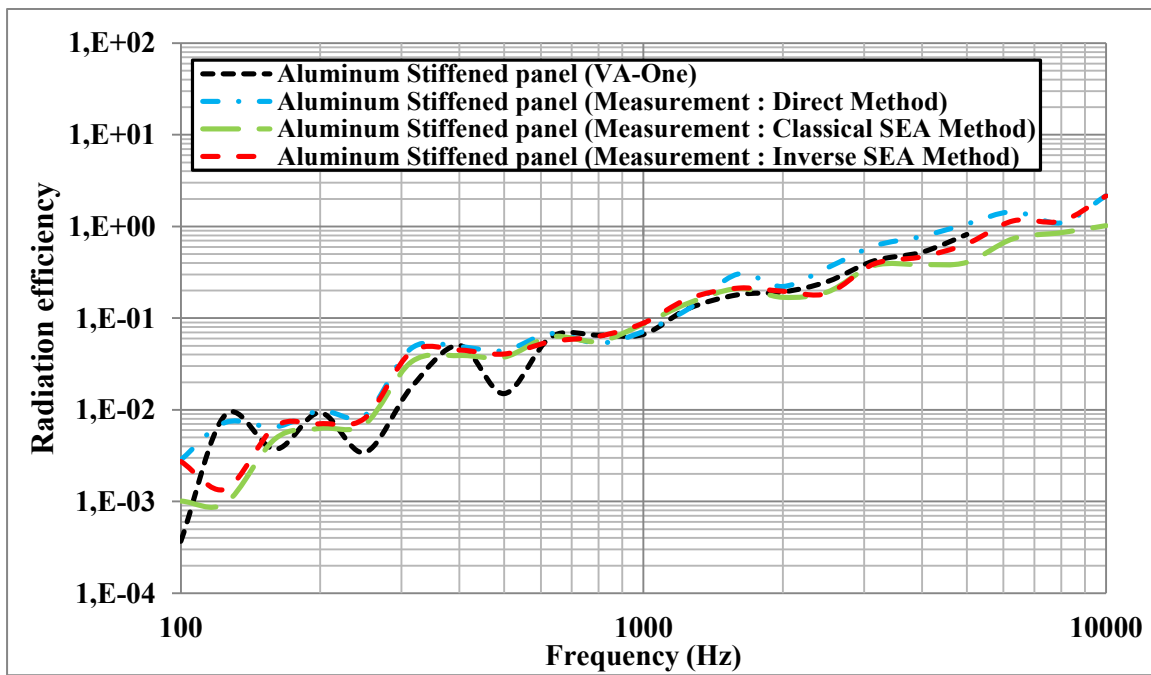


Figure 4. 6 Radiation efficiency of a stiffened aluminum panel: comparisons between theory and measurements.



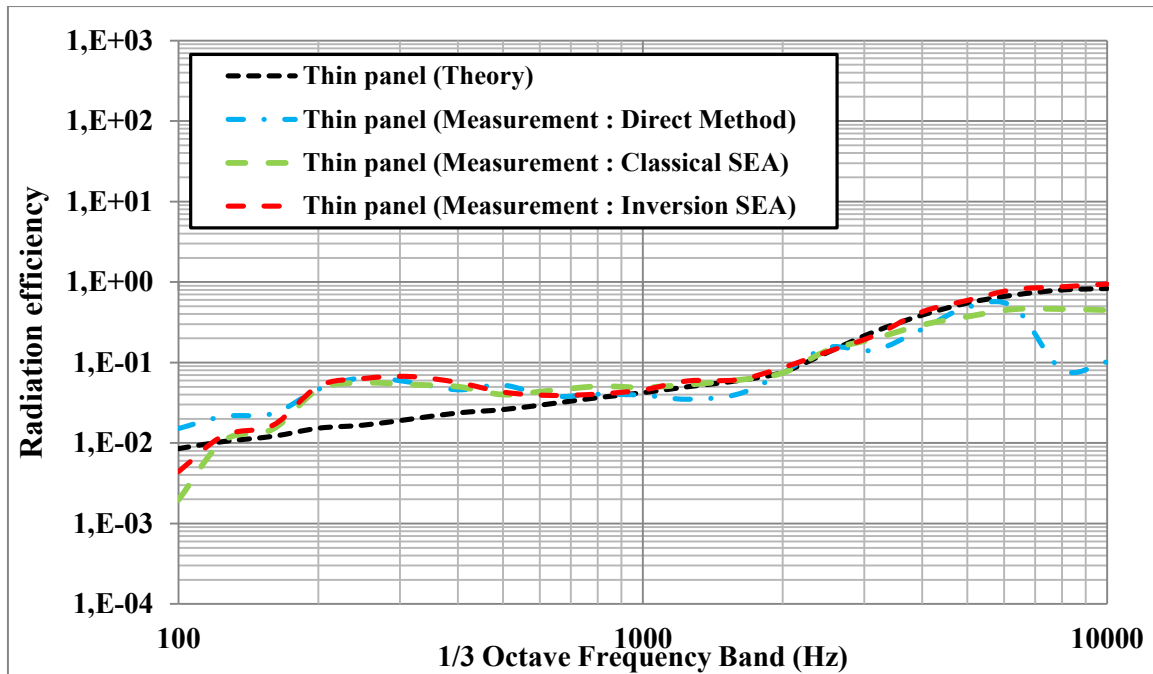


Figure 4. 7 Radiation efficiency of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

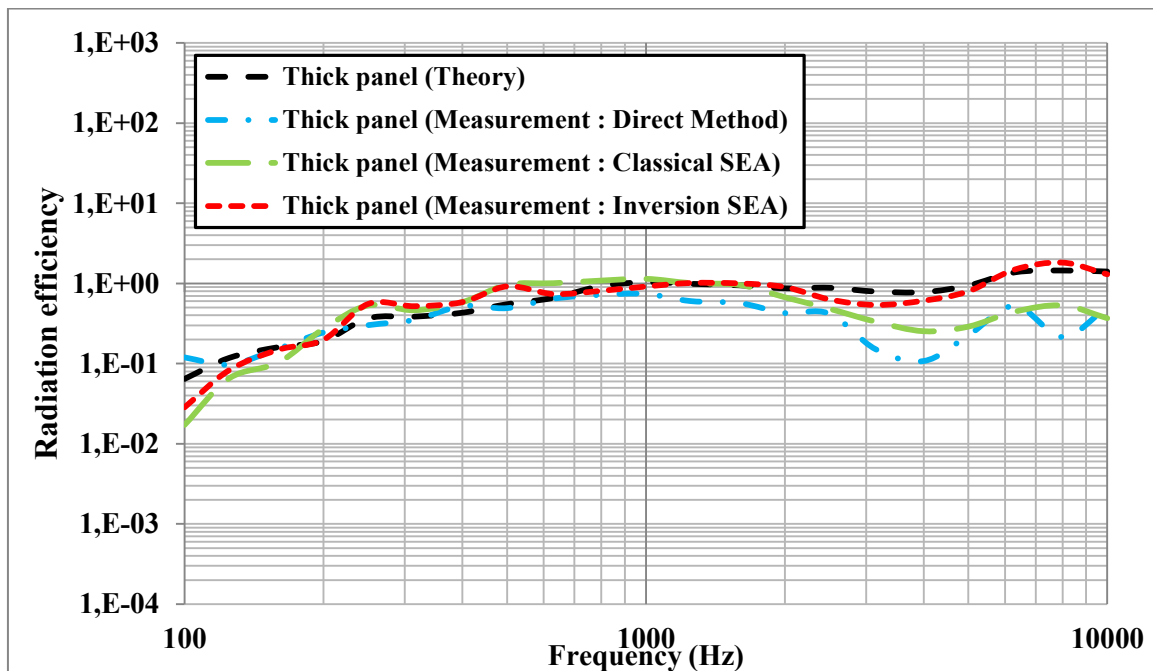


Figure 4. 8 Radiation efficiency of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

First, the comparison for the isotropic aluminum panel is presented in Figure 4.5. The three measurement methods give similar results and all are in good agreement with the analytical prediction in mid and high frequency, while experimental values are higher than theoretical ones in lower frequency range [100 Hz - 200 Hz]. This can be explained by the fact that theoretical radiation efficiency assumes a simply-supported boundary condition in a rigid baffle while tests are performed with the panel suspended inside a reverberant room (free boundary conditions). In addition, the SEA based methodology to derive the radiation efficiency is limited at low frequencies due to the low mode count (less than 5 modes per frequency band). For the stiffened aluminum panel (Figure 4.6) it is observed that the comparison is good between prediction and measurements on one hand and between the measurement methods on the other hand. However, at low frequencies, differences between the three measurement methods and theoretical values are observed. These differences are certainly related to the complexity of the used structures (effect of stiffeners). In this frequency range, the stiffness and mass of the panel are increased by the presence of stiffeners and the panel behaves as an equivalent orthotropic stiff panel. When the bending wavelength of the panel is smaller than the distance between horizontal stiffeners, the radiation efficiency is dominated by the response of panel sections delimited by the stiffeners. Theoretical values of the stiffened aluminum plate give a better estimation due to fine mesh used in the finite element model. However, measurement methods don't seem capture well the modal behaviour of the stiffened aluminum panel which is determined by the behaviour of the flat uniform sub-panels delimited by the stiffeners. The cause was related to the limitation in excitation and measurement locations. Moreover, at low frequencies, SEA based methodology is limited to the low mode count. Next we consider the comparison for the two sandwich panels. The results are given in Figures 4.7 and 4.8. Theoretical results of the thin sandwich panel show a good correlation with the inverse SEA method in the mid and high frequency band while experimental values are higher than theoretical ones in lower frequency regions (Figure. 4.7). The same trend is observed at low frequency with the direct method and the classical SEA method. This may be due to the previously mentioned limitation concerning the boundary conditions where the experimental tests are performed with the panel freely suspended, while

the theoretical radiation efficiency assumes an infinite panel (to estimate the wavenumbers) and baffled conditions (for radiation efficiency calculations). Indeed, due to its high damping and low stiffness, less modes are excited. Moreover, the number of modes in a frequency band is at least 5 for frequencies higher than 500 Hz for the trim panel. At high frequencies, the radiation efficiency is not correctly measured with the direct method and the classical SEA method. The cause was related to an experimental limitation in injecting power to the system in this frequency region. On the other hand, the classical SEA method is too sensitive to the uncertainties in the determination of the damping loss factor inside the reverberant room and to the modal density of tested panel which may lead to high differences in radiation efficiency. For the thick sandwich panel, experimental inverse SEA method results agree well with the theory over the whole frequency range, as seen in Figure 4.8. At high frequencies, the direct method and the classical SEA method diverge. It is clearly seen that radiation efficiency is not correctly measured most probably due to the difficulty of injecting mechanically the power to the panel (a limitation of the used set-up) as explained for the thin sandwich panel.

## 4.6 Conclusion

This paper investigates the measurement of the radiation efficiency of complex structures. Two experimental methods were used and compared. It is shown that the inverse SEA method predict very well the radiation efficiency of all tested panels. However, the direct method and the classical SEA method were found less satisfactory for all panels due to the limitation in exciting the panel. The main advantage of the inverse SEA method is that it doesn't require the prior knowledge of the modal densities either the damping loss factor.

## ACKNOWLEDGEMENTS

Bombardier Aerospace is acknowledged for contributing panels and materials for the tests and NSERC for its financial support.

# CHAPITRE 5 Étude expérimentale de la précision d'un modèle vibroacoustique de panneaux sandwich composites

## 5.1 Introduction

Des panneaux sandwich-composites sont couramment utilisés en aéronautique. Traditionnellement, la peau extérieure est composée d'un panneau en aluminium. Cependant, dans les avions modernes ces panneaux en aluminium sont remplacés par des panneaux composites ou sandwichs NIDA à cause de son important rapport rigidité/poids. Ces composantes permettent de maximiser l'efficacité mécanique des structures et de réduire le poids et les matières premières, mais ne fournissent pas suffisamment d'isolation sonore et vibratoire. Un grand nombre de modèles analytiques et numériques ont été proposés pour prédire la réponse vibroacoustique des structures sandwich composite. Cependant, si peu de références ont été publiées concernant leurs validations expérimentales et ils se limitent généralement à la perte par transmission.

Dans ce chapitre, l'article intitulé «Experimental investigation of the accuracy of a vibroacoustic model for sandwich-composite panels» publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America* est présenté [93].

Une validation expérimentale détaillée d'un modèle sandwich (General Laminate Model). Plusieurs indicateurs vibroacoustiques sont validés, principalement le nombre d'onde de structure, la densité modale, le facteur de perte par amortissement, l'efficacité par rayonnement, et la perte par transmission du son. En effet, ces paramètres peuvent être utilisés dans des modèles SEA de structures complexes (avion).

**Auteurs et affiliation :**

R. Cherif : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

N. Atalla : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

**Date d'acceptation :** 29 janvier 2015

**État de l'acceptation :** Version finale publiée

**Revue :** Acoustical Society of America

**Référence :** [93]

**Titre français :** Étude expérimentale de la précision d'un modèle vibroacoustique de panneaux sandwich composites.

**Contribution au document :**

Cet article contribue au mémoire en proposant une validation expérimentale détaillée d'un modèle sandwich (General Laminate Model). Ce modèle permet de prédire le comportement vibroacoustique des structures aéronautiques étudiées qui serviront comme entrée dans le modèle SEA à développer dans cette étude.

**Résumé français :**

Cet article présente une validation expérimentale détaillée d'un Modèle général pour prédire le comportement vibroacoustique des panneaux sandwich-composites plats. La précision du modèle est étudiée en utilisant deux panneaux orthotropes sandwich composites avec un noyau en nid d'abeille: un panneau mince d'habillage et un épais (partie extérieure du fuselage). Plusieurs indicateurs sont comparés y compris le nombre d'onde de structure, la densité modale, amortissement facteur de perte, le rendement de rayonnement, et la perte de transmission du son. La précision d'un modèle plus simple basé sur l'identification des propriétés équivalentes d'un panneau orthotrope équivalent à partir d'un formalisme ondulatoire est également discutée. Les résultats montrent que les comportements vibroacoustiques des panneaux sandwichs-composites plats sont estimés avec précision en utilisant le modèle utilisé et se comparent bien avec le modèle de panneau équivalent (pour la perte de transmission totale). Cette étude expérimentale est générique et peut être utilisée comme référence pour valider d'autres modèles sandwich.

**Mots-clés :** Modèle sandwich, méthode de modélisation énergétique, Perte par transmission, Efficacité de rayonnement, densité modale, nombre d'onde, facteur de perte par amortissement, panneaux composites plane de type sandwich.

Paper submitted to the Acoustical Society of America journal

Experimental investigation of the accuracy of a vibroacoustic model for sandwich-composite panels

### Abstract

This paper presents a detailed experimental validation of a General Laminate Model to predict the vibroacoustic behaviour of flat sandwich composites panels. The accuracy of the model is investigated using a thin and a thick sandwich panel over a large frequency band. Several indicators are compared including the structural wavenumber, modal density, damping loss factor, radiation efficiency, and sound transmission loss. The accuracy of a simpler model based on identifying effective properties of an equivalent orthotropic panel from the wave-based model is also discussed. Results show that the vibroacoustic behaviours of flat sandwich composites panels are accurately estimated using the used model and compare well to the equivalent panel model (for total transmission loss). This experimental investigation is generic and can be used as a benchmark to validate other sandwich models.

**Keywords:** Sandwich model, Statistical energy analysis, Transmission loss, Radiation efficiency, modal density, wavenumber, damping loss factor, flat sandwich composites panels.

5.2 Paper submitted to the Acoustical Society of America journal-

### Introduction

Composite sandwich panels are used in several applications due to their favorable stiffness to weight ratios. Such panels are composed of thin composite face sheets and a shearing composite core. They offer potential benefits for significant weight reduction, which further

---

increases strength and fatigue properties. Unfortunately, these panels do not provide suitable sound insulation or good vibration damping characteristics. Indeed, they may have a wide area of acoustic coincidence, starting at low frequencies, leading to increased radiation efficiency, which can lead in some instances to higher interior noise levels [105-107]. Hence, noise reduction and vibration suppression in sandwich panels pose major challenges for future aircraft design.

Several analytical and numerical models have been proposed over the years to predict the vibroacoustic behaviour of such panels. A description and comparison of various analytical methods can be found in Ref. [108]. Despite this rich literature on the modeling of composite panels, there are few published studies on their experimental validation. Usually the presented experimental validation is limited to global indicators such as the Transmission Loss (TL). The objective of this paper is to present a much detailed experimental validation of a typical analytical model for sandwich panels. The General Laminate Model (GLM) of Ghinet et al. [41] is selected in this study. This model is based on a discrete layer approach for both flat and curved panels with composite skins and orthotropic cores. It has been shown to apply well for sandwich structures with a relatively stiff core where dilatational motion is not perceptible at the audible frequencies of interest. Two versions of this model are compared. The first is the original version based on the computation of the structural wavenumbers and the surface impedance of the panel from the solution of the governing equations. The second is approximate. It assumes the panel orthotropic and uses the wavenumbers, estimated along two directions from the dispersion equation of the panel, to compute various vibroacoustic properties such as modal density, radiation efficiency and TL. This last model is of practical interest because this methodology is classically used with experimentally measured wavenumbers.

Contrary to previous work, the presented experimental validation is not limited to a global indicator such as the TL. Other vibroacoustic indicators such as the wavenumber, modal density and radiation efficiency are also measured and compared with the predictions of the GLM model. The analysis is performed over a large frequency range from 100 Hz to 5 kHz. Two, aircraft type panels are used in this validation: a thin panel representative of a trim panel and a thick panel representative of a skin or floor panel. Both are of a Honeycomb (HC) core

construction. The presented experimental validation study is generic and can be used as a benchmark to validate the accuracy of other analytical or numerical models for sandwich-composite panels.

## 5.3 Description of the used models

### 5.3.1 General laminate model

The GLM model of Ghinet et al [41,102] is used. The sandwich panel is assumed flat with the side sizes  $L_x$  and  $L_y$  and total thickness  $h$  as represented in Fig. 5.1 (a).

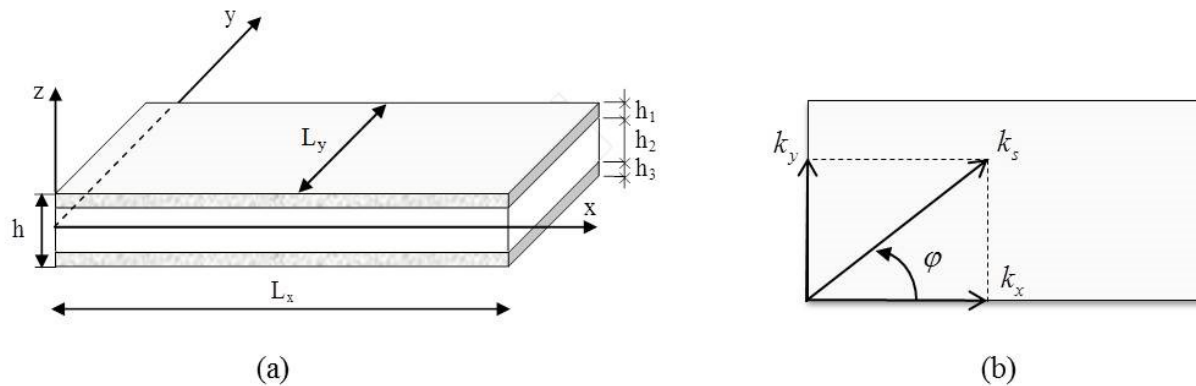


Figure 5. 1 (a) Dimensions of the plate and coordinate system, (b) the propagative wave number and the heading direction.

The skin is assumed composite. The origin of the coordinate system ( $z$  axis) is defined on a reference surface passing through the middle thickness of the panel. In general, this model allows for asymmetric construction with thick and/or thin and stiff and/or soft layers. Each layer considers the bending, rotational inertia, in-plane, as well as transverse shearing effects. Also, orthotropic ply's directions are used for any lamina composing a layer to calculate the associated elastic constants. Using a general hybrid vector  $\langle e \rangle$  made up of the displacement-rotation variables, and the interlayer forces, and assuming a harmonic solution



$e = \{e\} \exp(jk_x x + jk_y y - j\omega t)$ , the system is expressed in the form of a generalized complex polynomial eigenvalue problem:

$$(k_s^2 [A_2(\varphi)] - jk_s [A_1(\varphi)] - [A_0(\varphi)]) \{e\} = 0, \quad (5.1)$$

where  $k_s = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  is represented in Fig. 5.1 (b), with  $k_x = k_s \cos \varphi$  and  $k_y = k_s \sin \varphi$  are the components of the structural wavenumber  $k_s$ ,  $j = \sqrt{-1}$  and  $[A_0(\varphi)]$ ,  $[A_1(\varphi)]$ ,  $[A_2(\varphi)]$  are real square matrices of dimension  $5N + 3(N-1)$  defined in Ref. 6. The associated  $5N + 3(N-1)$  equations consist of the 5 equations of dynamic equilibrium for each of the  $N$  layers plus 3 equations of interlayer continuity of displacements at each of the  $N-1$  interlayer surfaces. For a symmetric sandwich panel ( $N=3$ ), the system is of order 21. Solution of Eq. (5.1) for a given wave heading  $\varphi$  leads to the dispersion curves of the panel. A detailed discussion of the different solutions (type of waves), their nature (traveling or evanescent) and its variation as a function of frequencies (transitions) is discussed in Ref. [102]. Moreover, the extension of this formulation to account for curvature can also be found in Ref. [41]. The solution of Eq. (5.1) can be used to compute various vibroacoustic indicators of the system. The modal density is defined as the number of modes in a frequency band divided by the frequency bandwidth. The angular distribution of the modal density is classically expressed in terms of the ratio of the structural wave number  $k_s(\varphi, \omega)$  and the group velocity  $c_g(\varphi, \omega) = d\omega / dk$  [109]:

$$n(\varphi, \omega) = \frac{A_p}{2\pi^2} \frac{k_s(\varphi, \omega)}{|c_g(\varphi, \omega)|}, \quad (5.2)$$

with  $A_p$  the area of the panel. The modal density is obtained by integration over all heading directions:

$$n(\omega) = \int_0^\pi n(\varphi, \omega) d\varphi. \quad (5.3)$$

The structural wave number  $k_s(\varphi, \omega)$  and the group velocity  $c_g(\varphi, \omega)$  are computed numerically from the solution of the dispersion relation, Eq. (5.1).

The radiation efficiency of the panel  $\sigma(k_s(\varphi, \omega))$  for a given frequency and heading is computed from the analytical formulas of Leppington [86]. Assuming modal energy equipartition, the radiation efficiency of the composite panel is given by:

$$\sigma(\omega) = \frac{1}{n(\omega)} \int_0^\pi \sigma(k_s(\varphi, \omega)) n(\varphi, \omega) d\varphi. \quad (5.4)$$

To compute the transmission loss, the structure is forced by a plane wave at oblique incidence and the associated trace acoustic wavenumber imposed in Eq. (5.1) with the addition of the excitation term. This leads to a system of the form:

$$(k_t^2 [A_2(\varphi)] - jk_t [A_1(\varphi)] - [A_0(\varphi)]) \{e_a\} = \{b_a\}, \quad (5.5)$$

where  $b_a = p$  and  $b_a (i \neq 3) = 0$ ,  $p$  is the amplitude of the acoustical pressure at the excited face and  $k_t = k_0 \sin \theta$  is the trace of the acoustic wave number,  $k_0$  is the wavenumber in air,  $\theta$  being the incidence angle. Equation (5.5) is solved numerically for the structural impedance of the panel [41]:

$$Z_a(k_t, \varphi) = \frac{b(3)}{j\omega e(3)}. \quad (5.6)$$

And the transmission coefficient is calculated using:

$$\tau(\theta, \varphi) = \left| \frac{2Z_0(\theta)}{2Z_0(\theta) + Z_a(k_t, \varphi)} \right|^2, \quad (5.7)$$

with  $Z_0(\theta) = \rho_0 c_0 / \cos \theta$ ;  $\rho_0$  represents the density,  $c_0$  the speed of sound in the medium (excitation or receiver). In practice, sound waves are usually incident upon a structure from

many angles simultaneously. Therefore an idealized random incidence model is usually assumed, in which plane waves of equal amplitude are incident from all directions with equal probability and which have random phases. The random incidence transmission coefficient,  $\bar{\tau}$ , is thus obtained by averaging  $\tau(\theta, \varphi)$  over all angles of incidence,

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{Lim}} \tau(\theta, \varphi) \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{Lim}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta} \quad (5.8)$$

Based on field and laboratory measurements, the limiting angle  $\theta_{Lim}$  is usually assumed to be  $78^\circ$  (field incidence). Finally, the sound transmission loss is defined by  $TL = -10 \log(\bar{\tau})$ . Moreover to account for finite size effects, the preceding transmission coefficient is corrected following the approach presented in Ref. [16]. The correction consists in replacing the infinite extent radiation impedance  $Z_0(\theta) = \rho_0 c_0 / \cos \theta$  by the baffled window equivalence. The resulting transmission coefficient is given by  $\tau_f(\theta, \varphi) = \tau(\theta, \varphi) \sigma_f(\theta, \varphi) \cos \theta$  where  $\sigma_f = Re(Z_R) / \rho_0 c_0$  with  $Z_R$  a geometrical radiation impedance given by:

$$Z_R = \frac{j\rho_0\omega}{A_p} \int_{A_p} \int_{A_p} \exp[-jk_t(\cos\phi x' + \sin\phi y')] \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \exp[jk_t(\cos\phi x + \sin\phi y)] dx dy dx' dy' \quad (5.9)$$

In the preceding equations,  $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$  represents the distance between two locations on the surface. An efficient semi-analytical implementation of Eq. (5.9) is given in Ref. [110].

### 5.3.2 Equivalent panel model

The computation of the impedance  $Z_a(k_t, \varphi)$  is time consuming for sandwich or composite constructions having a large number of layups (e.g. a panel with a composite skin wherein each lamina is modelled explicitly). However, a simpler approximation consisting of

identifying the properties of an equivalent orthotropic panel using the wavenumbers calculated from the solution of the dispersion Eq. (5.1) can be used. First recall the expression of the bending stiffness of an orthotropic panel for a given heading  $\varphi$  [111]:

$$D(\varphi, \omega) = D_1 \cos^4 \varphi + 2D_{12} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + D_2 \sin^4 \varphi. \quad (5.10)$$

$D_1$  and  $D_2$  are the bending stiffness along the two transverse directions. They can be calculated from the wavenumber components along  $\varphi = 0^\circ$  and  $\varphi = 90^\circ$  leading to  $D_1 = m\omega^2 / k_1^2$ ,  $D_2 = m\omega^2 / k_2^2$  with  $m$  the mass per unit area of the panel. The approximation of Heckl's [111] can be used to define an equivalent wavenumber  $1/k_{eq}^2 \cong \cos^2 \varphi / k_1^2 + \sin^2 \varphi / k_2^2$  to compute the cross bending stiffness  $D_{12}$ . In terms of the two bending stiffness components, this leads to the following approximation of the cross-bending stiffness:  $D_{12} \cong \sqrt{D_1 D_2}$ .

Finally, the identified bending stiffness,  $D(\varphi, \omega)$ , and panel loss factor  $\eta$  (measured in this work) can be used to compute the impedance of the equivalent panel using:

$$Z_a(k_t, \varphi) = j\omega m \left( 1 - k_t^4 \tilde{D}(\varphi, \omega) / m\omega^2 \right), \quad \tilde{D}(\varphi, \omega) = D(\varphi, \omega) (1 + j\eta(\omega)). \quad (5.11)$$

## 5.4 Description of the measurements

This section describes the measurement of the structural and acoustical properties of the studied panels. They consist of the wavenumber, modal density, damping loss factor, radiation efficiency and the TL. The analysis is performed in a large frequency band starting from 100 Hz to 5 kHz. A comparison between the measured parameters and the presented models are given in Sec. 5.6. A thick and a thin flat sandwich-composite panel are studied (Fig. 5.2). They are representative of an aircraft skin and trim panel, respectively. Both panels have a surface area equal to  $1.5 \text{ m}^2$  ( $L_x = 1.5\text{m}$ ,  $L_y = 1\text{m}$ ). The thicknesses of the thick and the thin flat panels are 26.4 mm and 6.8 mm, respectively. Their properties are given in Tab. 5.I.

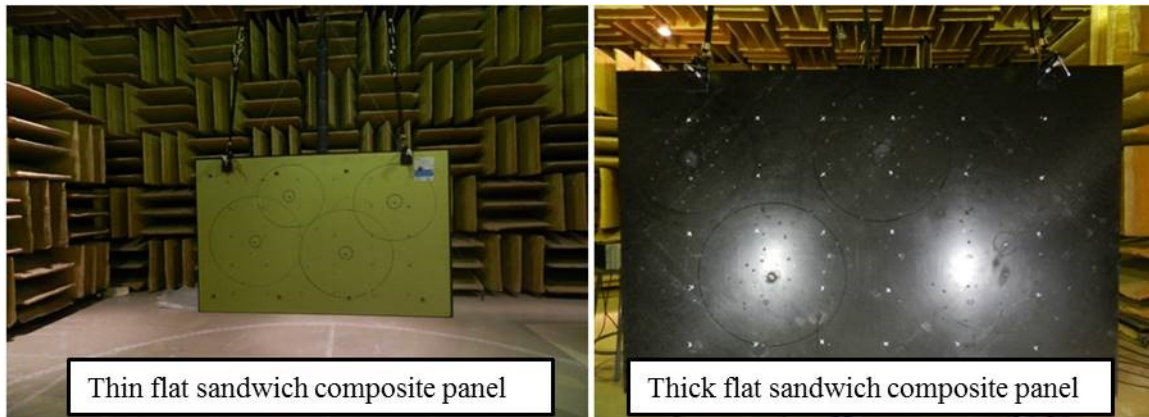


Figure 5. 2 A thin and a thick flat sandwich composite panels.

TABLE 5. I. The physical properties of the thick and the thin panels.

	Thick panel		Thin panel	
	Facesheets	Core	Facesheets	Core
$h$ (mm)	0.96	25.4	0.51	6.35
$E_1$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_2$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_3$ (MPa)	$46 \times 10^3$	179	$23.6 \times 10^3$	138
$G_{12}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	1	$10.34 \times 10^3$	1
$G_{13}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	26	$10.34 \times 10^3$	44.8
$G_{23}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	56	$10.34 \times 10^3$	24.1
$\nu_{12}$	0.3	0.45	0.141	0.45
$\nu_{13}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\nu_{23}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1900	64	1900	48

#### 5.4.1 Wavenumber measurements

Experimental tests are performed in order to determine the bending wavenumber of the composite plates using both the phase difference [47] and correlation [52] techniques. The

phase difference method is based on a measurement of the phase difference  $\varphi$  between the accelerometers located at two positions  $r_1$  and  $r_2$  as shown in Fig. 5.3a.

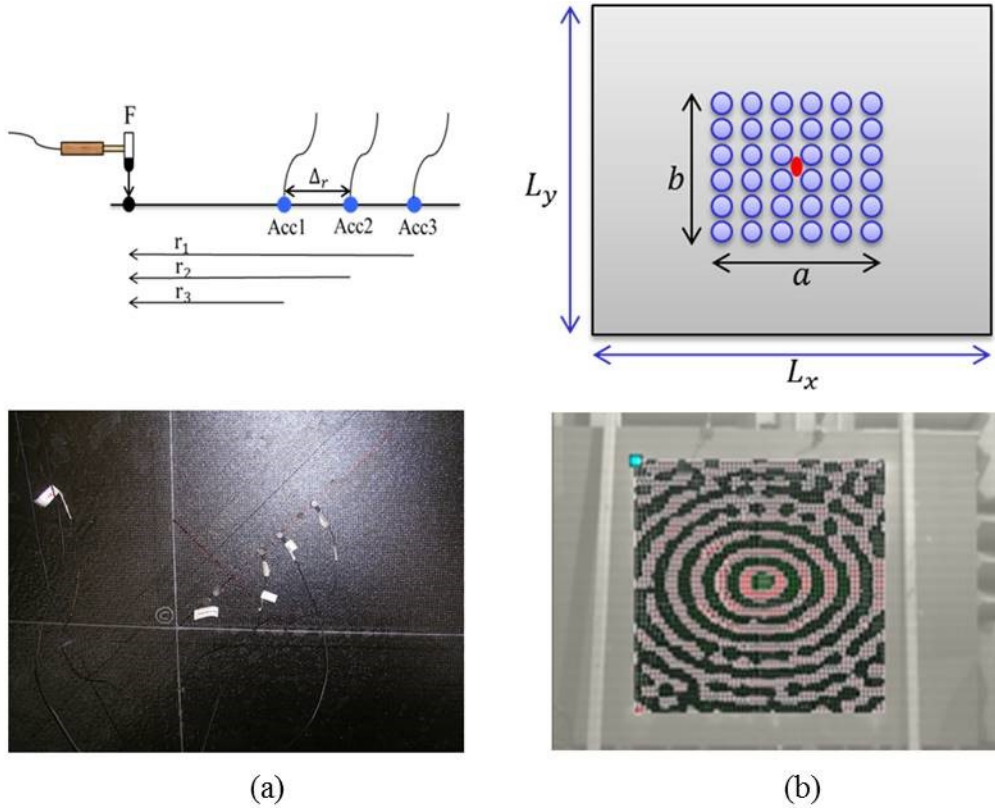


Figure 5. 3 Measurement setup of: (a) the phase difference technique, (b) the Fourier Transform technique.

The bending wavenumber  $k_b$  is given by [47]:

$$\varphi(Acc1, Acc2) = k_b (r_2 - r_1). \quad (5.12)$$

This method assumes the panel flat and of infinite extent and thus doesn't take into account the reflections on the edges of the test panel. To separate the direct wave from the disturbing reflections a hammer was used to generate an impulse excitation and an exponential decaying window was used to filter the accelerometers responses. Three tests using different distances

between the excitation point and the reference accelerometer and between the accelerometers were performed in each direction of the panels to estimate the bending wavenumber over the 100 Hz to 10 kHz frequency band. The used distances are shown in Tab. II. The phase was measured from the cross spectrum between the reference accelerometer (1 in Table-5.I) and the two other accelerometers (2 and 3 in Table-5.I).

TABLE 5. II Accelerometers positions measurement

Test	Accelerometer 1 Reference[mm]	Accelerometer 2 [mm]	Accelerometer 3 [mm]
1	50	125	200
2	70	145	220
3	100	175	250

The flexural wavenumber was also measured using the correlation technique [52]. This approach is based on the calculation of the two-dimensional space Fourier transform of the surface normal velocity field. For this, the panels were freely hung in a quiet room (semi-anechoic) using flexible chords (Fig. 5.2). A shaker was attached at the centre of the panel through a stringer and was driven by a broadband white noise signal. The input force was measured with a force sensor. A scanning laser vibrometer was used to measure the velocity over a surface mesh. The used scan area was 1m by 0.75 m and consisted of 80 points along the X direction and 80 along the Y direction for a total of 6400 measurement points. A schematic is given in Fig. 5.3b. Measuring the plate normal velocity field,  $w(x_p, y_q, \omega)$ , at each point of the scanning area and using the transition to the wavenumber space leads to the flexural wavenumber [52]:

$$\hat{W}(k_x, k_y, \omega) = \frac{L_x L_y}{N^2} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N w(x_p, y_q, \omega) e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_q}. \quad (5.13)$$

The technique is restricted by the size of the physical scan area, requires equally spaced measurement and is very sensitive to noise in the data. It is still used here to corroborate the results of the classical phase difference method.

### 5.4.2 Damping loss factor

The damping loss factor (DLF) of the panels is experimentally derived from the half-power bandwidth method (3dB method), the decay rate method (DRM) and the steady state power input method (PIM). The first technique refers to modal damping which is valid only at low frequency; when possible it is used in the current work as a validation for the other two methods. In the other two methods, the primary property of interest is the band-averaged loss factor. The DRM is based on the logarithmic decrement of the transient structural response, which is obtained from measurement of the decay of accelerometers placed on the plates surface after the excitation is cut off. Here damping is assumed to follows an exponential decay and all modes in a third-octave band have the same damping. Hence, the damping loss factor is given, for a third-octave band of centre frequency  $f$  and slope of the decay  $DR$  in units of decibel/second, by the following expression [12]:

$$\eta_i = \frac{DR}{27.3f}. \quad (5.14)$$

The third method (PIM) is directly derived from Statistical Energy Analysis (SEA) power balance equation. The damping loss factor is obtained from the measurement of the power supplied to the structure and the spatially averaged square velocity produced. In steady state conditions, the average power input is equal to the average power dissipated and then the average loss factor is [28]:

$$\eta_i = \frac{P_i}{\omega E_i}. \quad (5.15)$$

Here,  $P_i = \frac{1}{2} Re(F^* v) = \frac{1}{2} Re \left[ \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{Fv}(\omega) d\omega \right]$  is the input power calculated in a third-octave

band  $[\omega_1, \omega_2]$  from the real part of the cross-spectral density,  $G_{Fv}(\omega)$ , where  $F$  and  $v$  are the

force and velocity signals output from the impedance head and  $E_i = M_i v_i^2 = M_i \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{vv}(\omega) d\omega$  is



the space and frequency averaged total energy. It is calculated in a third-octave band from the auto-spectral density,  $G_{vv}(\omega)$ , of the velocity signals output from the accelerometers. Following SEA best-practice, in the implementation of the PIM, one must avoid excitation near an edge, responses points at short distances from the excitation point (direct field) and response points at larger distances from the excitation (the responses may die-out as a result of relatively high damping and relatively long distances). In consequence, for a given excitation location, the measurement were performed outside a circle, centered at the source location, with radius  $R_D$  giving by distance from the excitation at which the kinetic energy in the direct field equals that in the reverberant field. It is given by [12]:

$$R_D = \frac{\omega \eta h}{2\pi c_g}, \quad (5.16)$$

where  $\eta$  is damping loss factor (estimated from the 3 dB method),  $h$  is the thickness of the test panels and  $c_g$  is the group velocity. The measurement area is limited between the inner radius  $R_{D1}$  equal to 0.03m [calculated using Eq.(5.16)] and outer radius  $R_{D2}$  equal to three-fourths of the distance between the excitation location and the nearest edge. These areas are shown in Fig. 5.2 (see the circles in the photos). In the presented data, the panels were excited by a Shaker (MB Dynamics type 50), fed with white noise signals. The input power was measured using a B&K impedance head (model 8001) and the response of the panels using B&K accelerometers type 4378. The input power and quadratic velocities of the panels were averaged over four shaker locations. Quadratic velocities were also space-averaged over 120 measurement locations.

### 5.4.3 Modal Density

The modal density of the panels is measured with the panel suspended inside an anechoic room to minimize radiation coupling between the panel and the room. It is obtained from the measurement of the spatially averaged input Mobility Method following [25-26]:

$$n(f) = 4MRe(Y_p), \quad (5.17)$$

where  $M$  is the mass of the panel and  $Re(Y_p)$  is the real part of the panel's input mobility  $Y_p = G_{Fv}/G_{FF}$ .  $G_{Fv}$  is the cross-spectrum between the force and the velocity signals at the excitation location and  $G_{FF}$  is the autospectrum of the force signal. Mass corrections must be considered when making shaker-based frequency response measurement on a lightweight structure because of the added mass coming from the impedance head [112]. In consequence, a corrected admittance  $Y_c$  was rather used in Eq. (5.18). It is obtained using the admittance of the impedance head  $Y_M$ , which is measured by exciting the impedance head without the driven plate:

$$Y_c = \frac{Y_p}{1 - \frac{Y_p}{Y_M}}. \quad (5.18)$$

The modal densities of the panels were obtained by averaging the modal densities measured at the same four locations used for the measurement of the damping loss factor. The modal densities were also estimated from the measured wavenumbers using Eqs. (5.2) and (5.3). The group velocity  $c_g(\varphi, \omega)$  is estimated numerically from the measured wavenumber  $k(\varphi, \omega)$  of the panel for particular heading angle  $\varphi$ . Here Eq. (5.3) is approximated using two angles:  $\varphi_1 = 0^\circ$  along the X direction and  $\varphi_2 = 90^\circ$  along the Y direction. The results of both measurement methods will be compared to predictions in Sec. 5.6.

#### 5.4.4 Radiation efficiency

There are several methods to measure the radiation efficiency of the panels. In this work, an indirect method based on an experimental SEA model of the panel freely hanged in a reverberant room was used. It is obtained by studying energy flow relations between the structure and the reverberation room. The method is based on solving a two subsystems SEA equation where the tested panel is defined as subsystem 1 and the reverberant room as subsystem 2, respectively:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}, \quad (5.19)$$

where  $\eta_{ij}$  is the coupling loss factor (CLF) between subsystems  $i$  and  $j$  (with  $j \neq i$ ) and  $\eta_i$  is the damping loss factor of subsystem  $i$ .

The radiation efficiency  $\sigma$  is related to the CLF between the tested panel and the reverberant room. Assuming both faces of the panel to radiate equally,  $\eta_{12} = 2\eta_{rad}$  is thus twice the radiation coupling and in consequence [6]:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\omega M}{\rho_0 c_0 A_p} \eta_{12}. \quad (5.20)$$

In the presented results, the CLF  $\eta_{12}$  is obtained from the inversion of the SEA matrix:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (5.21)$$

where coefficients  $A_{ij}$  denote the ratio of the energy (response) of subsystem  $i$  to the input power to (excitation of) subsystem  $j$  and  $\eta_{11} = \eta_1 + \eta_{12}$ ;  $\eta_{22} = \eta_2 + \eta_{21}$ . The main advantage of this method is that it doesn't require the prior knowledge of the modal densities. Furthermore it leads to an estimation of the damping loss factor of the used subsystems. A comparison of these estimations with direct measurement is also discussed in the results section. Two excitations are in consequence used. In the first, a shaker is used to excite the panel. The input power, quadratic velocity of the panel and the SPL in the room are measured using an impedance head, 120 acceleration locations (using a set of three accelerometers) and four

fixed microphones, respectively. The measurement of the energy and power input of the plate were described previously (Sec.5.5.2). The energy of the room is obtained from its mean quadratic pressure, using the relation  $E_2 = (\langle p_2^2 \rangle V / \rho_0 c_0^2)$  with  $V$  the volume of the room.

In the second, the room is excited by a set of loudspeakers. The quadratic velocity of the receiver panel and the SPL in the room are measured using the techniques described in the preceding text. The input power in the room is measured using the relation  $P_2 = \eta_2 \omega E_2$ , where  $\eta_2$  is the damping loss factor of the room given by  $\eta_2 = S c_0 \alpha / 4 \omega V$  with  $\alpha$  and  $S$  begin the Sabine absorption coefficient of the room and its total surface, respectively.

The radiation efficiency of the panel when freely hanged in a semi-anechoic room was also measured for cross validation purposes. It is derived from the measurement of the spatially averaged squared velocity  $\langle v^2 \rangle$  and the radiated sound power. The radiation efficiency is defined as the proportionality between radiated sound power  $P_{rad}$  and the spatially averaged squared velocity  $\langle v^2 \rangle$  over radiation surface  $A_p$  :

$$\sigma = \frac{P_{rad}}{\rho_0 c_0 A_p \langle v^2 \rangle}. \quad (5.22)$$

#### 5.4.5 Transmission loss

The TL tests were performed in a semi-anechoic–reverberant transmission loss suite. The reverberation room dimensions are 7.5 m×6.2 m×3 m with a limit frequency of 200 Hz. The free volume of the semi- anechoic chamber is 7m×6m×3m with an operational frequency range from 200 Hz to 80 kHz. The measurement follows ISO 15186-1:2000 standard [113]. The panels are clamped in a frame between a reverberant and a semi-anechoic room. Joints between the panels and the frame are sealed using silicon and aluminium tapes. White noise was generated in the reverberant room using six loudspeakers and the average sound power is captured using a rotating microphone. On the semi-anechoic side, the sound intensity is

---

measured using an intensity probe with a 6 mm spacer between two 1/4-in microphones. The transmission loss of the structure is given by [114]:

$$TL = L_p - L_i - 6. \quad (5.23)$$

$L_p$  is the average SPL in the source room.  $L_i$  is the averaged intensity level over the measurement surface in the receiving room.

## 5.5 Results and discussion

Comparison between the GLM model and experiments are presented and discussed in this section. Damping loss factor, wavenumber, modal densities, and the radiation efficiency are measured for thin and thick composite panels to prove the accuracy of the model. The physical properties of the materials used in the predictions are presented in Sec. 5.5. Theoretical and measured panel's parameters are compared and used to predict the transmission loss of the panels.

### 5.5.1 Wavenumber

Wavenumber results of the thick and thin composite sandwich panels are shown in Figs. 5.4 and 5.5, respectively. For each panel, the wavenumber curves measured along X and Y directions using the phase difference and correlation techniques are compared. Note that in Figs. 5.4 and 5.5, the acoustic wavenumber (straight line) is also presented to show the acoustic coincidence zone of the panels.

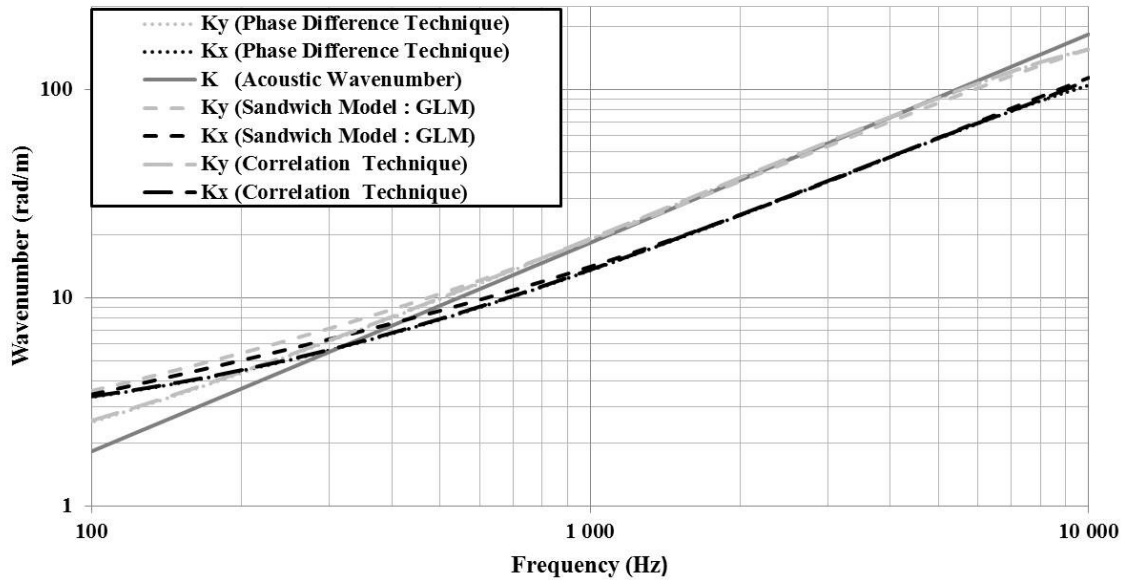


Figure 5. 4 Measured vs. predicted wavenumbers of the thick sandwich panel.

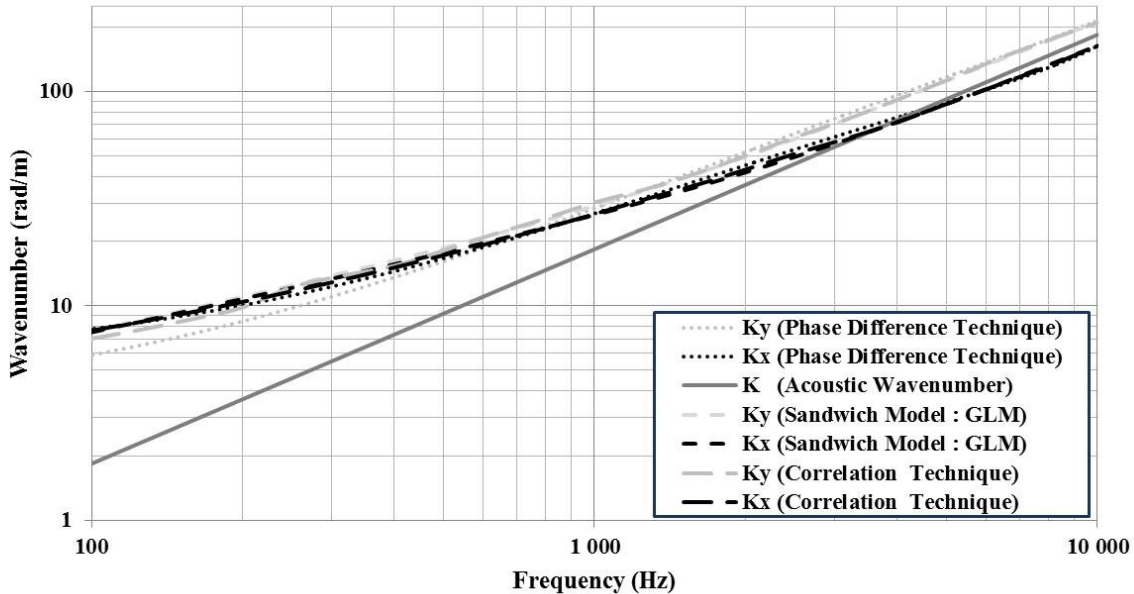


Figure 5. 5 Measured vs. predicted wavenumbers of the thin sandwich panel.

Overall, the comparisons between the experimental and analytical results are good for both methods. At high frequency, the correlation technique gives a better estimation due to fine mesh used in the scan. However, the method seems less accurate at low frequencies, especially

for the thick panel where an overestimation is observed. Usually this is a consequence of the size of the physical scan area; that is the bending wave length is too large to be captured at low frequencies. It is observed in Fig. 5.4 that the flexural wave number of the thick panel coincides with the acoustic wavenumber along the Y axis over a large frequency band starting from 500 Hz to 4 kHz. In this direction the panel has an extensive coincidence area leading to increased radiation; one should thus expect low TL at these frequencies. In comparison Fig. 5.5 shows that the flexural wave number of the thin panel coincides with the acoustic wavenumber over a narrow band centered at 4000 Hz.

### 5.5.2 Damping loss factor

Damping loss factor results using the half-power bandwidth method (-3dB), the decay rate method, the power input method and the Experimental SEA are shown in Figs. 5.6 and 5.7. The half-power bandwidth method (-3dB) results are used only as a validation tool when applicable.

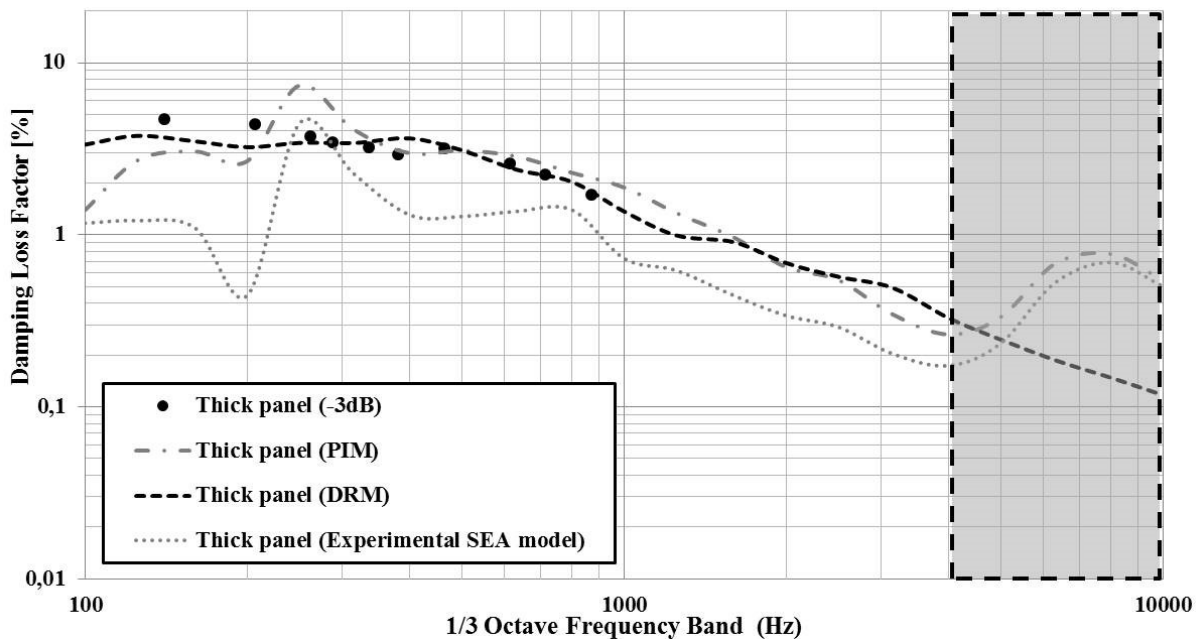


Figure 5. 6 Damping loss factor of a thick composite sandwich panel: comparisons between measurements.

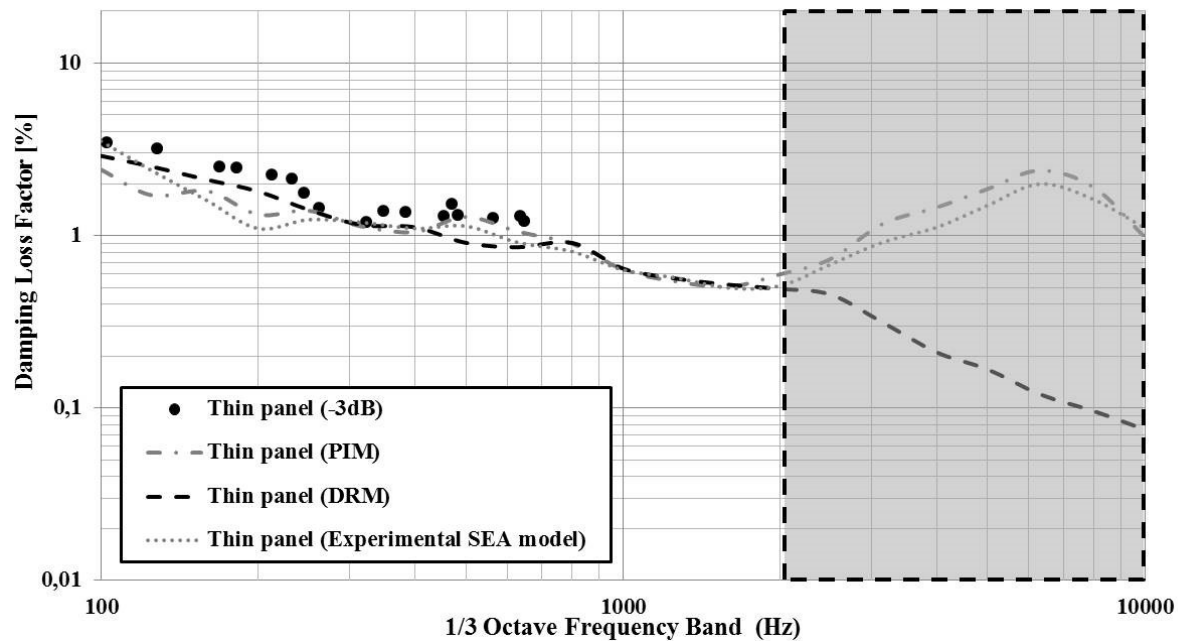


Figure 5. 7 Damping loss factor of a thin composite sandwich panel: comparisons between measurements.

For both panels, it is observed that the decay rate method and the power injected method agree well at mid frequencies. However, at low frequency [100–300 Hz], the damping loss factor is better predicted by the decay rate method. The power injected method is not as reliable or as stable as the decay rate method, the reason being the low mode count of the two panels. At high frequency, damping loss factor is also well predicted by the decay rate method. Meanwhile, the power injected method doesn't seem to be able to capture the damping (Gray area in Figs. 5.6 and 5.7). The cause was related to an experimental limitation in injecting power to the system in this frequency region. In consequence, in the prediction of the transmission loss, the decay rate method results will be used. Finally, because the thick panel depicts a wide coincidence zone starting at 500 Hz, it is expected that the measured damping loss factor be affected by radiation damping. This is confirmed in Fig. 5.6 where it is observed that the experimental SEA identified damping (Eq. (5.19)) is lower than the directly measured damping over a large frequency range. Again-the results at high frequencies should be



discarded due to the difficulty of injecting mechanically the power to the panel (a limitation of the used set-up). On the other hand, the effect of radiation damping is found much lower for the thin panel (Fig. 5.7).

### 5.5.3 Modal Density

Figs. 5.8 and 5.9 shows comparisons of the modal density predicted by the model [using Eq. (5.3)] to measurements [using Eq. (4.7) for the Input Mobility method and Eqs. (5.2) and (5.3) for the Wavenumber methods; in the latter Eq. (5.3) is approximated using two measurement directions of the wavenumber  $x$  and  $y$ ] for the thick and thin composite sandwich panels, respectively.

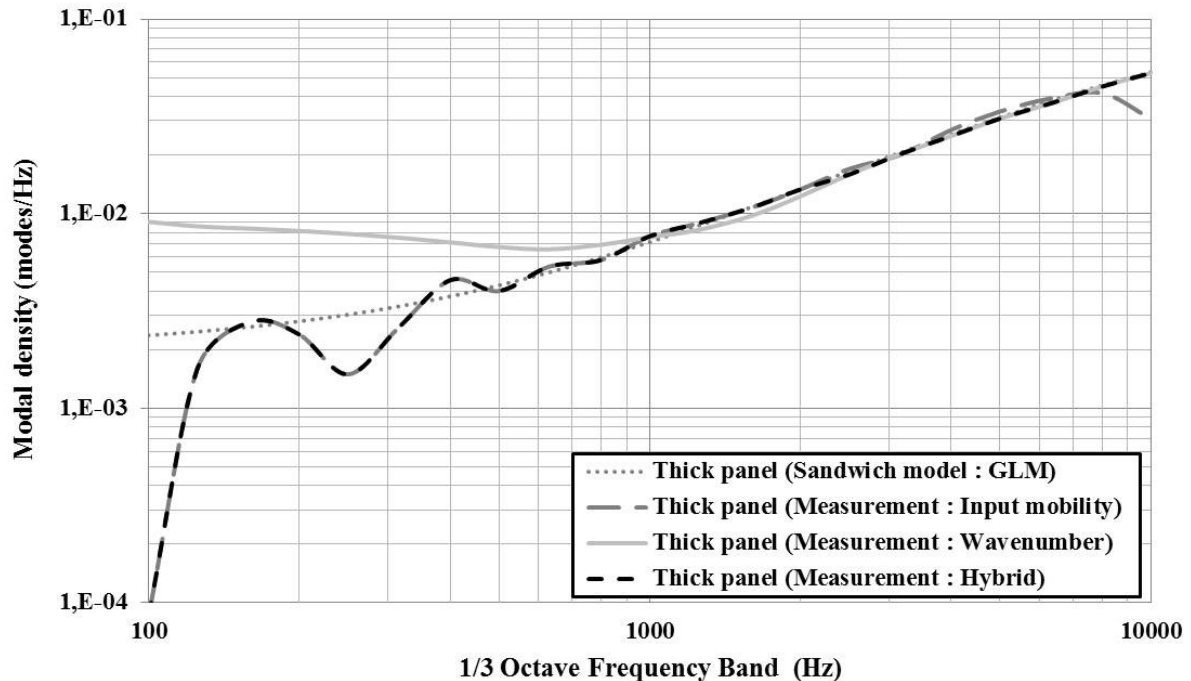


Figure 5. 8 Modal densities of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

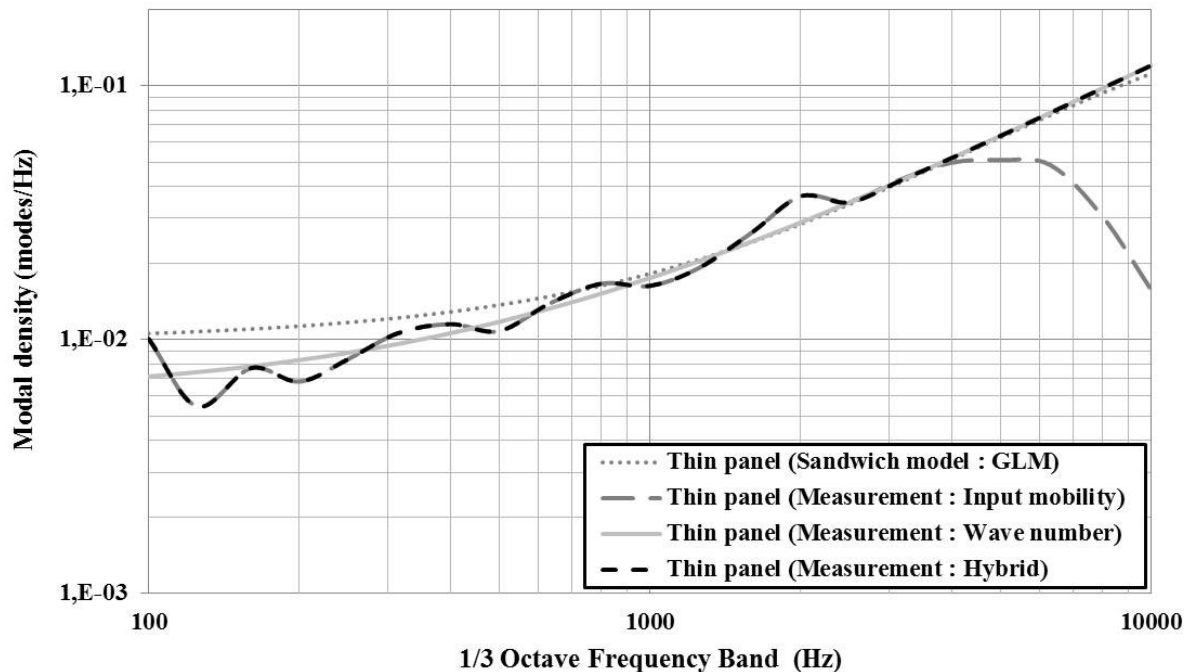


Figure 5. 9 Modal densities of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

At low and mid frequency, the predicted modal density compares well with measurements using the Input Mobility method for both panels. At higher frequencies, the measurement fails, a consequence again of the difficulty in injecting the power to the panels with the used shaker. On the other hand, good comparison is obtained for both panels at these high frequencies using the wavenumber method. This is logical because a fine scan is used. However, a difference between the measurement and theoretical values are observed at low frequencies, especially for the thick panel where an overestimation is observed. The cause was related to the previously mentioned limitation in measuring the wavenumber. In consequence, better results are obtained using a Hybrid method which combine the Input Mobility method at low frequency and the Wavenumber method at mid and high frequency (black dotted line in the Figs. 5.8 and 5.9). The Hybrid method results agree well with theory over a large frequency band [200Hz to 10 kHz].

#### 5.5.4 Radiation efficiency

Figs. 5.10 and 5.11 shows the comparisons between the GLM model [Eq.(5.4)] and measurements for the thick and thin panels, respectively. As discussed before, measurement using both the classical method [Eq.(5.22)] and experimental SEA [Eq.(5.20)] were performed and are compared in the two figures.

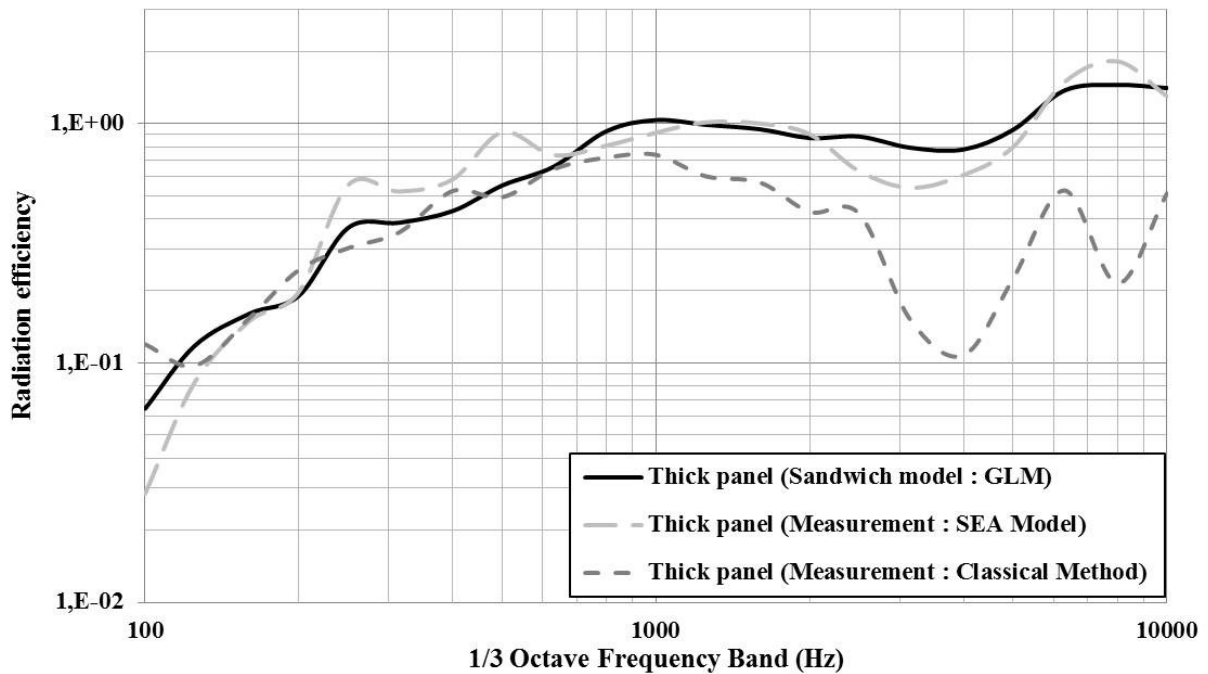


Figure 5. 10 Radiation efficiency of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

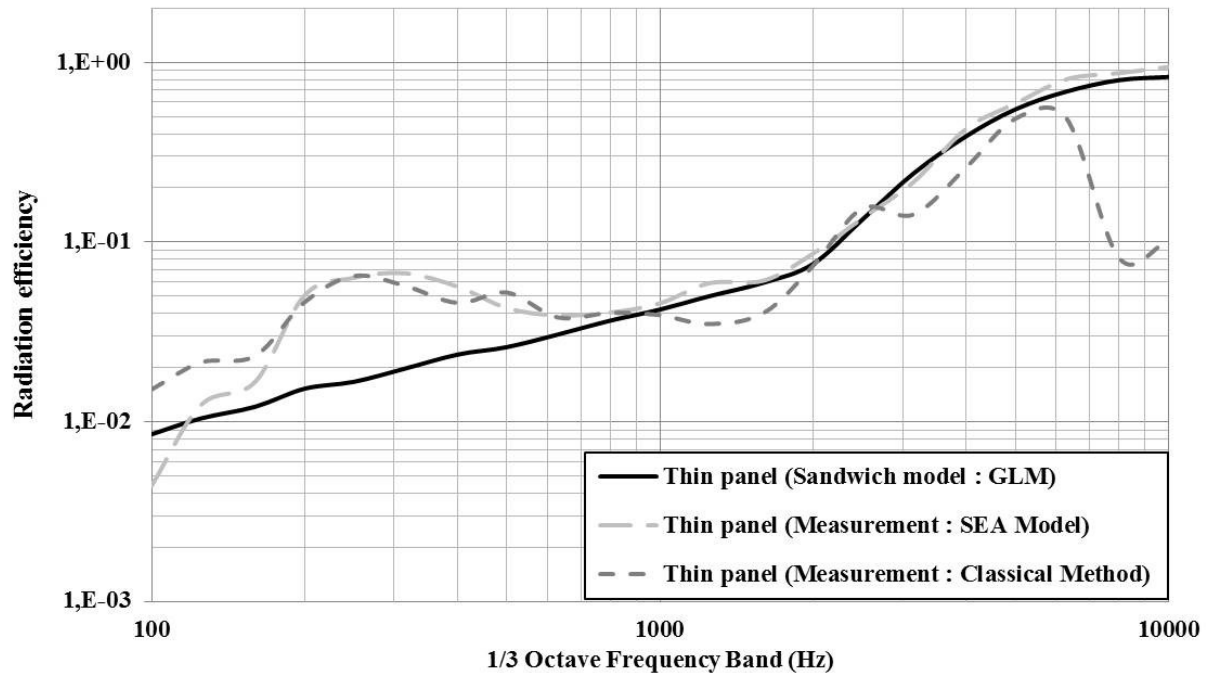


Figure 5. 11 Radiation efficiency of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

Overall, it is observed that the comparison is good for both panels between prediction and measurements on one hand and between the two measurement methods on the other hand. This good agreement is observed over the whole frequency range for the SEA based experimental method. This is agreeably surprising keeping in mind the fact that experimental tests are performed with the panel freely suspended, while the theoretical prediction assumes an infinite panel with a size correction following Eq.(5.9). In addition, the SEA based methodology is limited at low frequencies due to the low mode count. On the other hand, and as expected, the classical measurement method diverges at high frequencies due to the previously mentioned limitation in exciting the panel. Finally, note that for the thin panel (Fig. 5.11) a discrepancy between prediction and measurements is observed between 200 and 500 Hz. The cause was related to the low mode count (less than 5 modes per frequency band).

### 5.5.5 Transmission loss

The comparison between tests and predictions is shown in Figs. 5.12 and 5.13. Two prediction methods are shown. In the first, the surface impedance of the panel calculated using the GLM model [Eq.(5.6)] is used to estimate the transmission coefficient [Eq.(5.7)] and the TL [Eq.(5.9)]. In the second, the equivalent orthotropic panel model [Eq.(5.11)] is used. For both cases, to account for the damping added by the installation of the panels in the test window, the damping loss factor measured using the decay rate method with the panels mounted in the window was used in the predictions.

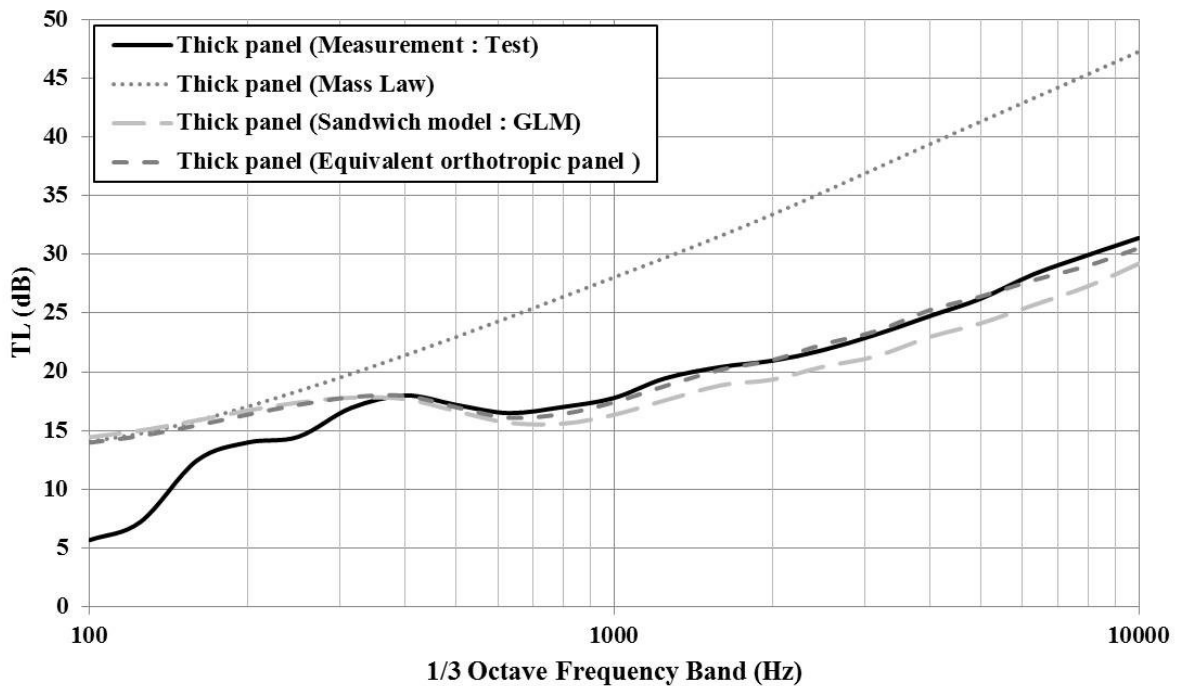


Figure 5. 12 Transmission loss of a thick composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

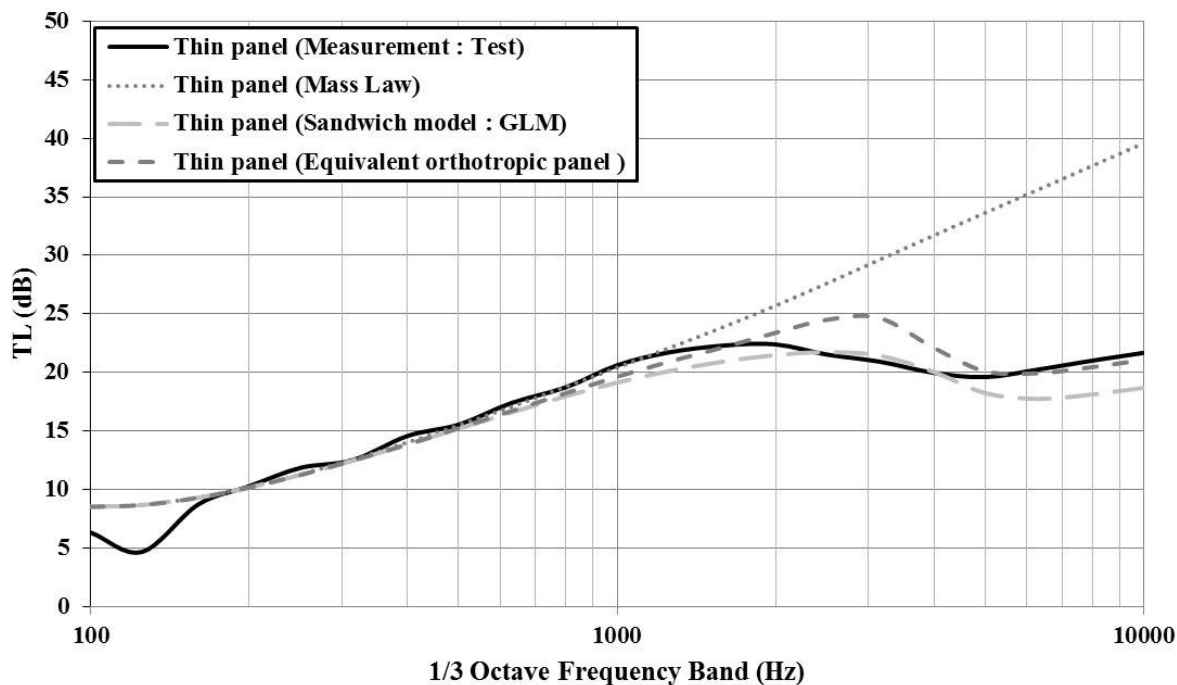


Figure 5. 13 Transmission loss of a thin composite sandwich panel: comparisons between theory and measurements.

Fig. 5.12 shows that the TL prediction of the thick sandwich panel using the equivalent orthotropic panel correlates well with the test results. Predictions using both the measured and predicted wavenumbers leads to the same results. However, the use of the full GLM model underestimates the TL, by approximately 2 dB, starting at the onset of the coincidence region (around 500 Hz). This is surprising because this model was able to capture well all the other indicators (wavenumbers, modal density and radiation efficiency). Two sources may explain this discrepancy. Firstly, the prediction of the TL is highly sensitive to damping in the coincidence region. This region being broad for this panel, uncertainties on damping may lead to high differences in TL. Secondly, and more importantly, the TL prediction using the GLM model was found too sensitive to variabilities in the shear constant values  $G_{13}$  and  $G_{23}$  (Table-I), most probably due to the integration over headings angle in Eqs.(5.7) and (5.8). On the other side, the equivalent orthotropic panel was found less sensitive to such variabilities (recall

that the GLM model is used to compute the wavenumbers used to derive the equivalent panel properties). For the thin sandwich panel (Fig. 5.13), both models are in good agreement with measurements in the mass-law region. Sandwich model predict well the critical frequency region (around 4000 Hz), while the equivalent panel model overestimates this region. At much high frequencies, the sandwich model tends to underestimate the TL. For this panel, all the above discussed discrepancies are traced to the uncertainties in the measurement of the panel's damping loss factor. In summary, despite the used GLM model ability to predict the majority of the vibroacoustic indicators of the panel, the prediction of the TL is limited by the uncertainty on the used damping and the uncertainties on the panel mechanical proprieties.

## 5.6 Conclusion

This paper investigated the accuracy of a sandwich model to predict the vibroacoustic behaviour of two composite sandwich panels. Various experimental methods were used to assess the accuracy of this model. It is shown that the used model predict very well the wavenumber (dispersion curves), the modal density and the radiation efficiency of the two tested panels. The prediction of the TL while acceptable was however found less satisfactory for the thick panel. The TL prediction is limited by the uncertainty on the used damping and shear constants of the core. The paper also shows that a simple equivalent orthotropic panel model, based on the predicted wavenumbers in two orthogonal directions, predict with accuracy the transmission loss of the two studied sandwich panels. The experimental and numerical data of this paper are generic and can be used as a benchmark to validate other analytical or numerical sandwich models.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to acknowledge Maxime Bolduc and Patrick Levesque, from University of Sherbrooke, for their technical assistance and help with experiments. Bombardier Aerospace is acknowledged for contributing panels and materials for the tests.

# CHAPITRE 6 Prédiction de la transmission sonore de double-parois d'avion couplé par des liens mécaniques par l'analyse statistique énergétique

## 6.1 Introduction

La prédiction du bruit intérieur des avions nécessite la modélisation vibroacoustique de l'ensemble fuselage et traitements acoustiques. Cet ensemble est généralement composé d'un panneau en aluminium ou en composite renforcés par des raidisseurs sur lequel est posé un traitement thermoacoustique (laine de verre) et connectés par des liens mécaniques (isolateurs vibratoires) à un panneau composite de finition de type sandwich nid d'abeille. La réalisation de modèles prédictifs pour estimer les niveaux vibroacoustiques de ces structures en moyennes et hautes fréquences est de ce fait nécessaire pour assurer le bon déroulement des projets industriels. La méthode la plus couramment utilisée pour réaliser les modèles vibroacoustiques est basée sur une approche statistique énergétique (SEA).

Dans ce chapitre, l'article intitulé «Evaluation of statistical energy analysis for prediction of sound transmission loss through mechanically coupled aircraft double-walls» est en préparation pour une soumission dans le journal *Applied Acoustics* [94].

Un modèle hybride expérimentale-numérique rapide et précis permettant de prédire la transmission acoustique à travers des structures complexes représentatives du fuselage d'un avion soumises à des excitations aériennes et solidiennes est mis en place. Les mécanismes de transmission acoustique sont étudiés. Le modèle développé, une fois validé, est utilisé pour analyser, étudier et évaluer une multitude de paramètres, en limitant le plus possible la réalisation d'essais matériels et le développement de prototypes.



**Auteurs et affiliation :**

R. Cherif : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

N. Atalla : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

A. Wareing : Ingénieur, Acoustics and Vibration Department, Bombardier Aerospace, Toronto (On) Canada M3K 1Y5.

**Date de soumission :** En cours de préparation

**Revue :** Applied Acoustics

**Titre français :** Évaluation de l'analyse statistique énergétique pour prédire la perte par transmission du son à travers une double-paroi d'avion couplée par des liens mécaniques.

**Contribution au document :**

Cet article contribue au mémoire en proposant un modèle hybride expérimentale-numérique rapide et précis permettant de prédire la transmission acoustique à travers une structure double-paroi représentative de fuselage d'un avion soumises à des excitations aériennes et solidiennes. L'objectif étant de réduire le niveau de bruit dans la cabine.

**Résumé français :**

Cet article présente une validation expérimentale détaillée d'un modèle SEA permettant de prédire la transmission du son à travers un fuselage d'un avion de type double paroi avec des liens mécaniques. La précision du modèle est étudiée en utilisant des structures représentatives d'un fuselage d'avions sur une large bande de fréquences. La structure étudiée est composée d'un panneau épais sandwich-composite avec un noyau de type nid d'abeille représentant la partie extérieure du fuselage suivie par un traitement thermoacoustique (laine de verre) et connecté par des liens mécaniques (isolateurs vibratoires) à un panneau mince d'habillage sandwich-composite avec un noyau de type nid d'abeille. Deux types d'isolateurs vibratoires sont considérés: souple et rigide. Les résultats montrent que le modèle SEA utilisé permet de prédire avec précision la perte par transmission. Les limites du modèle sont reliées à la complexité de la structure, en particulier à la mesure du facteur de perte d'amortissement. Enfin, une analyse des différents chemins de transmission est effectuée afin de déterminer la contribution de chaque voie de transmission dans toute la plage de fréquence d'intérêt. Les résultats montrent que la transmission aérienne non-résonnante domine en basses fréquences,

le rayonnement acoustique est important autour de la région de la fréquence critique des panneaux, tandis que la transmission solidienne par les liens mécaniques augmente le bruit transmis en moyennes et hautes fréquences.

**Mots clés :** Analyse des chemins de transmission, modèle SEA, transmission solidienne, isolateurs vibratoires.

## Evaluation of statistical energy analysis for prediction of sound transmission loss through mechanically coupled aircraft double-walls

### Abstract

This paper presents a detailed experimental validation of an SEA Model to predict the sound transmission through mechanically coupled aircraft double-walls. The accuracy of the model is investigated using lightweight structures representative of an aircraft fuselage over a large frequency band. The studied structure is composed of a thick composite sandwich panel representative of a skin panel, lined with an acoustic insulation layer (glass wool), and structurally connected via vibration isolators to a thin composite sandwich lining panel representative of a trim panel. Two types of vibration isolators are considered: a soft and a rigid mechanical link. Results show that the transmission loss is accurately estimated using the SEA Model. Modelling limitation is mainly traced to the uncertainties in the measurement of the panel's damping loss factor and to the structure borne radiation prediction. Finally, a transfer path analysis is performed in order to identify the contribution of each transmission path in the entire frequency range of interest. Results show that non-resonant airborne transmission dominates in low frequencies, the airborne radiation is significant in the critical frequency region of the panels while the structure borne radiation increases the noise transmitted in the mid and high frequency ranges.

**Keywords:** Transfer path analysis, SEA Model, Structure-borne transmission, Vibration isolator.

## 6.2 Introduction

Lightweight double-wall composite structures are used in the modern aircraft due to their favorable stiffness to weight ratios. Such a structure is composed of a trim composite panel attached to a skin composite panel with periodically spaced resilient mounts and filled with air and absorbent materials. Unfortunately, aircraft sidewalls panels do not provide suitable sound insulation or good vibration damping characteristics and they have the least efficiency in reducing the sound transmission [106]. The understanding of the behaviour and modelling of such structures are an open point. Different methods exist to account for the modelling of the transmission loss of such structures. A summary of the methods can be found in Ref [115]. In mid to high frequencies, the combination of a high demand on time and computational resources makes conventional deterministic analysis methods both uneconomic and unattractive.

Statistical energy analysis (SEA) [12] provide an alternative form to represent the vibroacoustic behaviour of complex structures at these frequencies. However, it is important to keep in mind that the accuracy of the method depends on the accurate estimation of key SEA parameters such as the modal density, the damping loss factor, the coupling loss factor and the input power levels. This paper investigates the sound transmission loss of lightweight structures representative of an aircraft fuselage in the mid to high frequency range, using the SEA. It aims at validating experimentally the approach for predicting the sound transmission that is suitable to the pre-design phase of conception. The method is defined by global averaged parameters and represents the structure through its damping and coupling loss factors, modal density and energy level [116-117]. In addition, it could predict the contribution of each transmission path (airborne and structure-borne paths) to the total sound transmission through the double-wall in order to identify adapted noise control treatments [118]. Experimental and theoretical methods for the determination of panel's properties serving as input to the SEA model are also discussed. The analysis is performed over a large frequency range from 100 Hz to 10 kHz under diffuse acoustic field excitation. The studied structure is composed of a thick composite sandwich panel representative of a skin panel, lined with an acoustic insulation layer (glass wool), and structurally connected via vibration isolators to a thin composite sandwich lining panel representative of a trim panel. Two types of vibration

isolators are considered: soft and rigid mechanical links. The influence of structural links on the transmission loss of the studied aircraft fuselage structure is studied in this paper. Finally, a transfer path analysis is performed in order to identify the contribution of each transmission path.

### 6.3 Theory

This section describes the SEA model used to predict the TL of double-wall structures including isolators. The reliability of the prediction depends on the accurate estimation of the SEA parameters such as the modal density, the damping loss factor (DLF), the coupling loss factor (CLF) and the energy level. A transfer path analysis, allowing for the separation of airborne and structure-borne contributions to the total transmission loss (TL), is also described.

#### 6.3.1 Double-wall SEA model

In the SEA context, a complex vibroacoustic system is represented as an assembly of coupled subsystems that can receive, store, dissipate and transmit energy. For a double-wall system [116-117], the transmission loss is modelled using 5 subsystems as shown in Fig. 6.1.

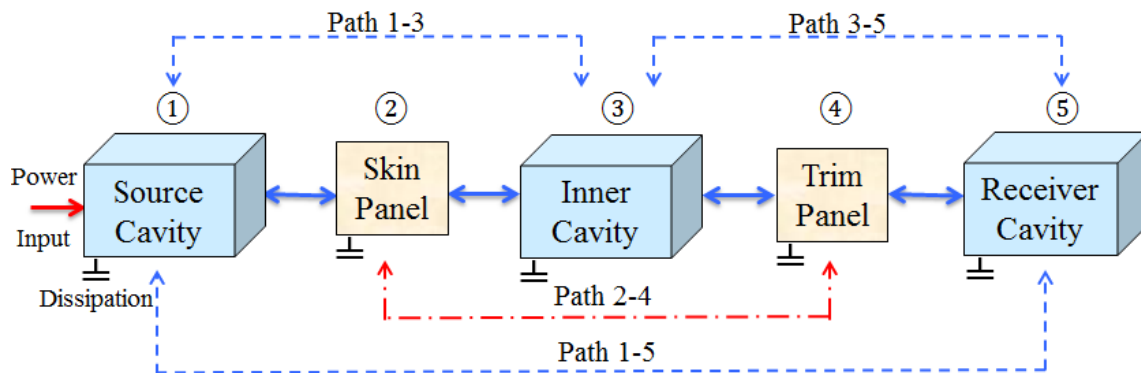


Figure 6. 1 SEA representative of the double-wall system.

A source, an inner and a receiver cavity are modelled. They are represented by subsystems 1, 3 and 5. The skin and trim panels, regrouping bending modes, are represented by subsystems 2 and 4. The resulting linear system is:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 + \sum_{i \neq 1} \eta_{1i} & -\eta_{21} & -\eta_{31} & -\eta_{41} & -\eta_{51} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \sum_{i \neq 2} \eta_{2i} & -\eta_{32} & -\eta_{42} & -\eta_{52} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & \eta_3 + \sum_{i \neq 3} \eta_{3i} & -\eta_{43} & -\eta_{53} \\ -\eta_{14} & -\eta_{24} & -\eta_{34} & \eta_4 + \sum_{i \neq 4} \eta_{4i} & -\eta_{54} \\ -\eta_{15} & -\eta_{25} & -\eta_{35} & -\eta_{45} & \eta_5 + \sum_{i \neq 5} \eta_{5i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_1}{\omega} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

$E_i, P_i, \eta_i, \eta_{ij}, n_i$  denote the internal energy, the input power, the damping loss factor, the coupling loss factor (CLF) between subsystems  $i$  and  $j$  (with  $j \neq i$ ), the modal density of subsystem  $i$ , respectively

In addition, the reciprocity relation between any two subsystems is observed:

$$n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji}. \quad (6.2)$$

### 6.3.2 SEA parameters determination

The damping loss factors of the cavities ( $\eta_1, \eta_3$  and  $\eta_5$ ) are given by [96]:

$$\eta_i = \frac{\alpha A_i c_0}{4\omega V_i}, \quad (6.3)$$

where  $\alpha$  and  $A_i$  are the absorption coefficient of the cavity and its total surface and  $\rho_0, c_0$  represents the density and the speed of sound in the fluid, respectively.  $V_i$  represents the volume of the cavity  $i$ . For the inner cavity the average absorption coefficient accounts for the absorption added by the glass-wool.

The modal densities of the cavities ( $n_1, n_3$  and  $n_5$ ) are calculated using the high frequency approximation of room acoustics [119]:

$$n_i(\omega) = \frac{V_i \omega^2}{2\pi^2 c_0^3}. \quad (6.4)$$

The coupling loss factors between cavities ( $\eta_{13}$  and  $\eta_{35}$ ) are calculated using the mass-law transmission coefficient  $\tau$  of the panel between cavities [6]:

$$\eta_{ij,cav} = \frac{\tau A_i c_0}{4\omega V_i}.$$

(6.5)

To control the damping added by the installation of the panels in the test window, the damping loss factor of the panels ( $\eta_2$  and  $\eta_4$ ) are obtained experimentally for the panels installed in the measurement window using the decay rate method [12].

The modal density of the panels ( $n_2$  and  $n_4$ ) are obtained by integrating over all heading directions, the angular distribution  $n(\varphi, \omega)$  of the modal density:

$$n(\omega) = \int_0^\pi n(\varphi, \omega) d\varphi, \quad (6.6)$$

$n(\varphi, \omega)$  is classically expressed in terms of the ratio of the structural wave number  $k_s(\varphi, \omega)$  and the group velocity  $c_g(\varphi, \omega) = d\omega / dk$  :

$$n(\varphi, \omega) = \frac{A_p}{2\pi^2} \frac{k_s(\varphi, \omega)}{|c_g(\varphi, \omega)|}, \quad (6.7)$$

For sandwich construction,  $k_s(\varphi, \omega)$  in Eq. (6.7) is computed using a General laminate model [102]. Its experimental validation is discussed in [93]. The radiation coupling loss factors

between the panels and the cavities,  $\eta_{21}, \eta_{23}, \eta_{43}$  and  $\eta_{45}$  are computed using the following equation:

$$\eta_{ij,rad} = \frac{\rho_0 c_0 \sigma_{rad}}{\omega m_i} \quad (6.8)$$

Here,  $m_i$  and  $\sigma_{rad}$  are the surface mass and the radiation efficiency of the panel, respectively. The latter is obtained using the Leppington approach [86] and integrated over all heading directions:

$$\sigma(\omega) = \frac{1}{n(\omega)} \int_0^\pi \sigma(k_s(\varphi, \omega)) n(\varphi, \omega) d\varphi, \quad (6.9)$$

The coupling loss factors from a cavity to a panel,  $\eta_{12}, \eta_{32}, \eta_{34}$  and  $\eta_{54}$  are computed using Eq. (6.2). In the present model, the porous layer added to the skin is not treated as an individual subsystem but its influence is taken into account through four main effects.

First, it increases the mass-law of the panel. Second, it acts as an added-damping, increasing the damping loss factor of the panel. Third, it attenuates the panel's radiation so that Eq. (6.8) is multiplied by the additional term  $10^{\frac{-IL}{10}}$  in order to account for the Insertion loss ( $IL$ ) of the porous material. Finally, it increases the absorption of the cavity so that  $\alpha$  in Eq. (6.3) becomes an average between the absorption of the cavity walls and the absorption of the porous layer.  $\eta_{15}$  represents the low frequency non-resonant coupling linking the source and receiver cavities. It is important and represents the system, which behaves as an equivalent non-resonant single wall moving in phase, for frequencies below the double-wall decoupling frequency [2], given by:

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2 (m_1 + m_2)}{(h_p + h_f) m_1 m_2}}, \quad (6.10)$$

where  $m_1, m_2, h_p$  and  $h_f$  are the mass of panels 1 and 2 and the thickness of porous and the fluid layers, respectively. When a layer of porous material is present in the cavity, the terms  $\rho_0$  and

$c_0$  are modified by the properties of the porous material [14]. Several approaches exist to model vibration isolators [1,120-123]. Here, it is modelled as a lumped mass-spring-mass system [106]. The coupling loss factor between panels via the structural links,  $\eta_{24}$ , is given by [124]:

$$\eta_{24} = \frac{N \operatorname{Re}(Zp_4) \Gamma}{\omega m_2}. \quad (6.11)$$

Where  $\Gamma = \frac{\langle v_{4t}^2 \rangle}{\langle v_2^2 \rangle}$ , is the energy ratio between the point velocity of the trim panel at the isolator location  $\langle v_{4t}^2 \rangle$  and the mean square velocity of the skin panel  $\langle v_2^2 \rangle$ .  $Zp_4$  is the trim panel's driving point impedance, given by  $Zp_4 = \frac{2m_4}{\pi n_4}$ . The ratio  $\Gamma$  is derived from a four-pole modelling of the structural connection [1,124] and is given by:

$$\Gamma = \left| \frac{Zp_2}{T_{22}Zp_2 + T_{11}Zp_4 + j\omega T_{21}Zp_2Zp_4 + \frac{T_{12}}{j\omega}} \right|^2. \quad (6.12)$$

$T_{ii}$  are the terms of the four-pole transfer matrix of the isolator :

$$T = \begin{bmatrix} 1 - \frac{M_m \omega^2}{2K^*} & -M_m \omega^2 \left( 1 - \frac{M_m \omega^2}{4K^*} \right) \\ \frac{1}{K^*} & 1 - \frac{M_m \omega^2}{2K^*} \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Here,  $M_m$  is the total mass of the isolator which is split equally at each side of the spring of complex stiffness  $K^* = K(1 + j\eta_m)$ , where  $\eta_m$  is the damping loss factor of the isolator.



Finally, a further assumption is made that no coupling exists between the source cavity and the trim panel  $\eta_{14} = 0$ , and between the skin panel and the receiver cavity  $\eta_{25} = 0$ .

### 6.3.3 Transmission loss computation

In this paper, the transmission loss (TL) of the double-wall structure is computed using the following equation [6]:

$$TL = NR + 10 \log_{10} \left( \frac{A_4}{\alpha_5 A_5} \right), \quad (6.14)$$

where  $A_4$  is the area of the trim panel.  $A_5$  the total area of the receiver cavity and  $\alpha_5$  its average absorption coefficient (the average absorption assumed 1% for the cavities 1 and 5).  $NR$  is the noise reduction:

$$NR = 10 \log_{10} \left( \frac{E_1}{E_5} \right) - 10 \log_{10} \left( \frac{V_1}{V_5} \right). \quad (6.15)$$

The term  $\frac{E_1}{E_5}$  is the energy ratio between source and receiving cavities and  $\frac{V_1}{V_5}$  is the ratio between the volumes of the source and receiving cavities. The properties and dimensions of the source and receiver cavities are chosen so that the modal density and damping loss factor of the cavities are within the SEA limits of application ( $V_1 = V_5 = 10m \times 10m \times 10m$ ). Moreover, the input power  $P_i$ , is arbitrarily fixed since only the ratio between the source and receiver energies is needed in Eq. (6.1).

### 6.3.4 Transfer path analysis

The transfer path analysis is performed based on the approach developed by Craik [118] and used to determine the dominant transmission paths and consequent noise control treatment solutions. It consists of defining all possible one-way transmission paths from the source cavity to the receiver cavity (Fig. 6.2) and allows for the separation of airborne and structure-borne contributions to the total TL. The total transmission loss of the double-wall under

diffuse field excitation is assumed to be the sum of the contribution of a combination of 6 independent paths, represented in Figure 2.

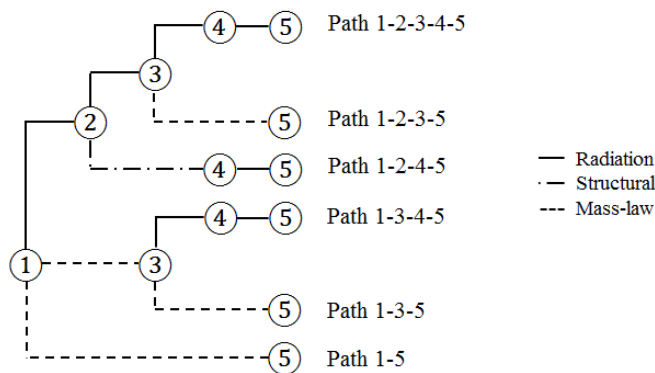


Figure 6. 2 Sound transmission paths of the double-wall SEA system. 1-Source cavity, 2- skin panel, 3-inner cavity, 4-trim panel, 5-receiver cavity.

The 6 possible transmission paths are regrouped into 4 different physical contributions to the total transmission through the double-wall:

#### Double-wall non-resonant transmission:

It represents the non-resonant transmission of the panels in a double-wall configuration (double-wall mass law), directly linking the source and receiver cavities. It is represented by path (1-5). The non-resonant transmission coefficient is computed using the transfer matrix method for a multilayer composed of the skin panel's mass, the porous layer, the air gap and the trim's mass. It is included in the double-wall modelling in order to capture the transmission near the double-wall decoupling frequency. Since the method used to compute this path also contains contributions of the path (1-3-5), it is arbitrarily set to zero for frequencies higher than  $2 f_D$ , where this later path is believed to be dominant.

Trim non-resonant transmission:

It represents the non-resonant transmission through the trim panel (single-wall mass law) due to the excitation via the inner cavity. It corresponds to the sum of paths (1-3-5) and (1-2-3-5), including the mass-law and the radiating response of the skin panel, respectively.

Trim airborne radiation:

It represents the trim panel's radiation due to the airborne excitation of the inner cavity. It is given by the sum of paths (1-3-4-5) and (1-2-3-4-5), including the mass law and the radiating response of the skin panel, respectively.

Trim structure-borne radiation:

It represents the trim panel's radiation due to the structure-borne excitation via mechanical links between panels, represented by path (1-2-4-5). The transmission loss of each transmission path is calculated, using Eq. (6.14) and Eq. (6.15), where the ratio between the energy of two subsystems is given by [118]:

$$\frac{E_z}{E_a} = \frac{\eta_{ab}\eta_{bc}\eta_{cd}\dots\eta_{yz}}{\eta_b\eta_c\eta_d\dots\eta_z}. \quad (6.16)$$

$\eta_{ab}$  is the coupling loss factor between subsystems  $a$  and  $b$  and  $\bar{\eta}_b = \eta_b + \sum_{i \neq b} \eta_{bi}$  is the total loss factor of subsystem, where  $\eta_b$  is the internal loss factor of subsystem  $b$ .

## 6.4 Description of the experiments

This section describes the measurement of the SEA parameters of the tested structure. They consist of the damping loss factor (DLF), the modal density, the radiation efficiency and the coupling loss factor (CLF). The transmission loss tests are also described. The analysis is performed in a large frequency band starting from 100 Hz to 10 kHz. A comparison between the measured parameters and the presented models are given in Sec. 6.4. A double-wall panel representative of an aircraft fuselage is analysed in this paper. It is composed of a thick composite sandwich panel representative of a skin panel, lined with an acoustic insulation

layer (glass wool), and structurally connected via 8 vibration isolators to a thin composite sandwich lining panel representative of a trim panel (Fig. 6.3).

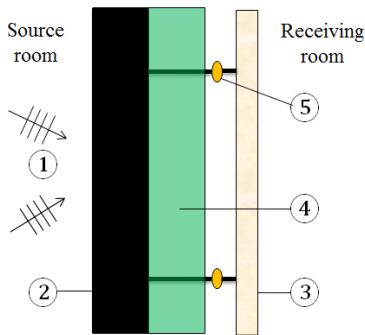


Figure 6. 3 Representation of the double-wall structure: 1-diffuse field excitation, 2-skin panel, 3-trim panel, 4-porous layer, 5-vibration isolator.

Two types of vibration isolators are considered: soft and rigid links. The panels are placed between a reverberant source room and a semi-anechoic receiver room. A 1.5-in cavity separates the two panels. It is filled with aerospace grade fiberglass attached (but not glued) to the source panel. Its properties are given in Tab. 6.I.

TABLE 6.I. Fiberglass material properties.

---

Thickness $h_p$ [m]	0.0391
Material density $\rho_t$ [Kg.m <sup>-3</sup> ]	9.57
Porosity $\phi$	0.98
Airflow resistivity $\sigma$ [N.s.m <sup>-4</sup> ]	28000
Tortuosity $\alpha_\infty$	1
Viscous charac. length $\Lambda$ [m]	$1.27 \times 10^{-4}$
Thermal charac. length $\Lambda'$ [m]	$2.96 \times 10^{-5}$

---

Both panels have a surface area equal to  $1.5 \text{ m}^2$  ( $L_x = 1.5\text{m}, L_y = 1\text{m}$ ). The thicknesses of the thick and a thin flat panels are 26.4 mm and 6.8 mm, respectively. Their properties are given in Tab. 6.II.

TABLE 6.II. The physical properties of the thick and the thin panels.

	Thick panel		Thin panel	
	Facesheets	Core	Facesheets	Core
h (mm)	0.96	25.4	0.51	6.35
$E_1$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_2$ (MPa)	$46 \times 10^3$	1	$23.6 \times 10^3$	0.001
$E_3$ (MPa)	$46 \times 10^3$	179	$23.6 \times 10^3$	138
$G_{12}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	1	$10.34 \times 10^3$	1
$G_{13}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	26	$10.34 \times 10^3$	44.8
$G_{23}$ (MPa)	$17.6 \times 10^3$	56	$10.34 \times 10^3$	24.1
$\nu_{12}$	0.3	0.45	0.141	0.45
$\nu_{13}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\nu_{23}$	0.3	0.01	0.141	0.01
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1900	64	1900	48

In order to account for the damping added by the installation of the panels in the test window, the DLF is experimentally derived from the decay rate method (DRM) with the panels mounted in the window [6]. The modal densities and the radiation efficiency are either obtained using the GLM Model presented in Ref. [92, 93, 102] or determined experimentally. Reference [93] details measurement and validation of these parameters and is not reproduced here.

#### 6.4.1 Coupling loss factor

The structural coupling loss factor (CLF) between two plates connected via aircraft vibration isolators is obtained using a four-pole approach [Eq.(6.11)]. The modelled CLF is then compared with measurements using an experimental SEA approach. Two series of measurements are described: the first one refers to the dynamic stiffness of the isolators, integrated in the transfer matrix  $T$  of the four-pole modelling, Eq.(6.13). The second one comprises measurements of SEA parameters in order to validate theoretical CLF, given by Eq.(6.11), with experimental CLF.

### Isolator dynamic stiffness

Several methods exist to measure isolator's dynamic stiffness. They are described in details in [127-132]. The measurement method presented in this paper assumes a linear vibration behaviour of the isolator for a given preload and temperature, and a point connection to the source and receiving structures. The method used to measure the transfer and input dynamic stiffness consists of measuring the transfer function between the acceleration at the excitation point and the force at the blocked displacement point. The tested isolators were designed to support a 5lb preload mass. They were placed on a heavy rigid platform made up from a thick (cm) plate bonded into a thick concrete block. The upper surface of the isolator was connected to a force sensor and the base to a 5lb mass as shown in Figure 6.4.

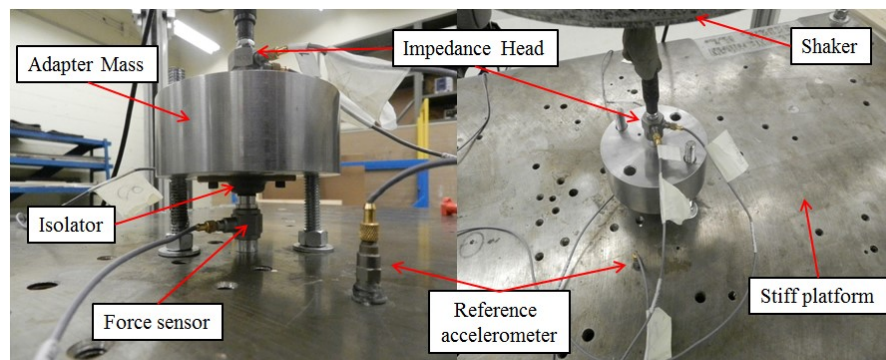


Figure 6. 4 Isolator dynamic stiffness measurement setups.

The isolators were excited with a suspended Shaker (MB Dynamics type 50), fed with white noise signals. The transfer function between the acceleration at the excitation point and the force at the blocked displacement point was measured using a B&K impedance head (model 8001) and a B&K force sensor type 4378. The dynamic stiffness is measured up to 1 kHz and

interpolated up to 10 kHz [17]. Then, the measured dynamic stiffness of the isolators is integrated in the transfer matrix  $T$  of the four-pole modelling, Eq. (6.13) and used to predict the structural coupling loss factor (CLF) between two plates given by Eq. (6.11).

### Experimental CLF

Experimental SEA tests are also performed in order to determine directly the CLF between the two plates using Eq. (6.11). In this work, an experimental SEA model of the double wall panels connected via the studied vibration isolators and freely hanged in a semi-anechoïque room was used (Fig. 6.5).

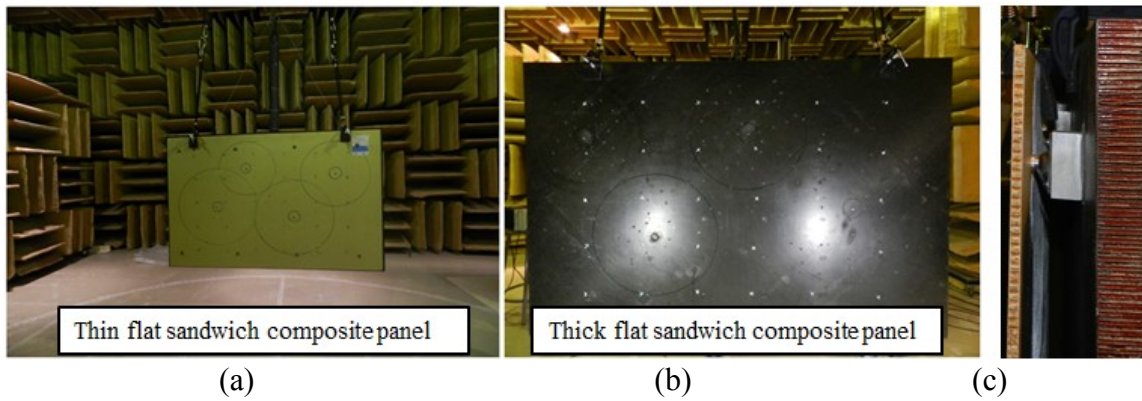


Figure 6. 5 Double wall panels connected via the studied vibration isolators: (a) the trim panel, (b) the skin panel and (c) the connected panels.

The coupling loss factor (CLF) is obtained by studying energy flow relations between the trim panel and the skin panel. The method is based on solving a two subsystems SEA equation where the tested trim panel is defined as subsystem 1 and the tested skin panel as subsystem 2, respectively:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}, \quad (6.17)$$

where  $\eta_{ij}$  is the coupling loss factor (CLF) between subsystems  $i$  and  $j$  (with  $j \neq i$ ) and  $\eta_i$  is the DLF of subsystem  $i$ .



In the presented results, the CLF  $\eta_{12}$  is obtained from the inversion of the SEA matrix:

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (6.18)$$

where coefficients  $A_{ij} = \frac{E_{ij}}{P_j}$  denote the ratio of the energy (response) of subsystem  $i$  to the

input power to (excitation of) subsystem  $j$  and  $\eta_{11} = \eta_1 + \eta_{12}$ ;  $\eta_{22} = \eta_2 + \eta_{21}$ . The main advantage of this method is that it doesn't require the prior knowledge of the modal densities.

Furthermore it leads to an estimation of the damping loss factor of the used subsystems. A comparison of these estimations with direct measurement is also discussed in the results section. Two excitations are in consequence used. In the first, a shaker is used to excite the trim panel. The input power and the quadratic velocity of the trim and skin panels are measured using an impedance head and 120 acceleration locations (using a set of three accelerometers), respectively. In the second, the same shaker is again used to excite the skin panel. The input power and the quadratic velocity of the skin and the panels are measured. The input power of the plate is calculated in a third-octave band  $[\omega_1, \omega_2]$  from the real part of the

cross-spectral density,  $G_{Fv}(\omega)$  using the relation  $P_i = \frac{1}{2} Re(F^* v) = \frac{1}{2} Re \left[ \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{Fv}(\omega) d\omega \right]$ , where

$F$  and  $v$  are the force and velocity signals output from the impedance head. The averaged total energy of the plate is calculated in a third-octave band from the auto-spectral density,  $G_{vv}(\omega)$ , of the velocity signals output from the accelerometers using the relation

$E_i = M_i v_i^2 = M_i \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_{vv}(\omega) d\omega$ . Following SEA best-practice, one must avoid excitation near an

edge, responses points at short distances from the excitation point (direct field) and response points at larger distances from the excitation (the responses may die-out as a result of relatively high damping and relatively long distances). In consequence, for a given excitation location, the measurement were performed outside a circle, centered at the source location, with radius  $R_D$  giving by distance from the excitation at which the kinetic energy in the direct field equals that in the reverberant field. It is given by [12]:

$$R_D = \frac{\omega \eta h}{2\pi c_g}, \quad (6.19)$$

where  $\eta$  is damping loss factor (estimated from the 3 dB method),  $h$  is the thickness of the test panels and  $c_g$  is the group velocity. The measurement area is limited between the inner radius  $R_{D1}$  equal to 0.03m (calculated using Eq. (6.19)) and outer radius  $R_{D2}$  equal to three-fourths of the distance between the excitation location and the nearest edge. These areas are shown in Fig. 6.5 (see the circles in the photos). In the presented data, the panels were excited by a Shaker (MB Dynamics type 50), fed with white noise signals. The input power was measured using a B&K impedance head (model 8001) and the response of the panels using B&K accelerometers type 4378. The input power and quadratic velocities of the panels were averaged over 4 shaker locations to simulate a rain-on-the-roof excitation (uncorrelated point forces at random positions). Quadratic velocities were also space-averaged over 120 measurement locations. The modelled CLF is then compared with measurements.

#### 6.4.2 Transmission loss

The TL tests were performed in a semi-anechoic–reverberant transmission loss suite. The reverberation room dimensions are 7.5 m×6.2 m×3 m with a limit frequency of 200 Hz. The free volume of the semi-anechoic chamber is 7m×6m×3m with an operational frequency range from 200 Hz to 80 kHz. The measurement follows ISO 15186-1:2000 standard [113]. The panels are placed in a frame between a reverberant and a semi-anechoic room. Joints between the panels and the frame are sealed using silicon and aluminium tapes. White noise was generated in the reverberant room using six loudspeakers and the average sound power is captured using a rotating microphone. On the semi-anechoic side, the sound intensity is measured using an intensity probe with a 6 mm spacer between two 1/4-in microphones. The transmission loss of the structure is given by [114]:

$$TL = L_p - L_i - 6. \quad (6.20)$$

---

$L_p$  is the average sound pressure level in the source room.  $L_i$  is the averaged intensity level over the measurement surface in the receiving room.

## 6.5 Results and discussion

The accuracy of the transmission loss predictions depends on accuracy of the input parameters as well as on the hypotheses of each modelling approach. The input parameters needed for the transmission loss computation using the SEA method are mainly the damping loss factor, the modal density, the radiation efficiency, the coupling loss factor, the mechanical properties of the panels, the acoustical properties of the fluid and porous material, and the thickness of each layer. All input parameters of the model are theoretical except for the damping loss factor of the panels and the dynamic stiffness of the mounts. The physical properties of the materials used in the predictions are presented in Sec. 6.5. The coupling loss factor resulting from the four-pole approach is compared with the measurement for both types of isolators: a soft and rigid mechanical links. Next, the predicted transmission loss of the double-wall panels using the SEA approach is compared with the measurements.

### 6.5.1 Coupling loss factor

#### Isolator dynamic stiffness

The dynamic stiffness of the soft and the rigid isolators was measured. For best measurement-practice, the background noise, the stiffness and the stability of the platform were verified. Figure 6.6 shows results of isolators tested using the setups described in Sec. 6.5. Note, that measurement was challenging for the rigid mount which limit accuracy.

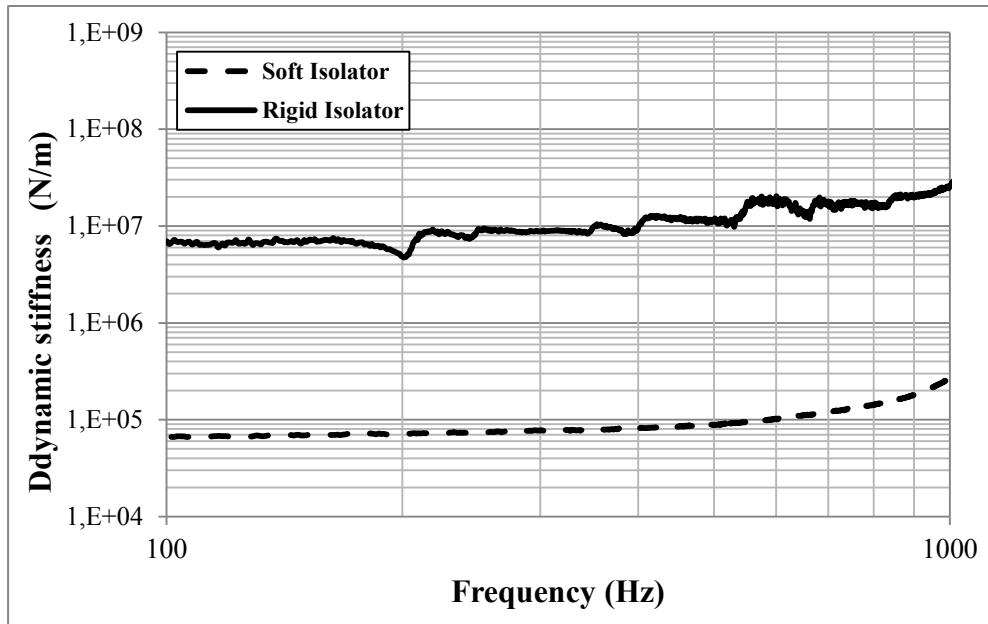


Figure 6. 6 Double wall panels connected via the studied vibration isolators.

Internal damping of the isolator is also obtained from dynamic tests using the relation  $n_m = Im(K_{21})/Re(K_{21})$ . Results are shown up to 1000 Hz, just below the resonance of the test setups. However, a linear trend in function of the logarithm of the frequency is assumed in 100 Hz to 10 kHz frequency range. The validity of this assumption and the CLF obtained from the mass-spring-mass modelling of the isolators [Eq.(6.11)] will be verified by comparison with experimental SEA tests.

### Experimental CLF

In this section, CLF of two plates connected via vibration isolators are estimated using experimental SEA, Eq. (6.18). Results are compared with theoretical CLF using the four-pole approach, Eq. (6.11). The tested system is represented in Fig. 6.4.

Fig. 6.7 shows the comparisons between the theoretical and measured CLFs for the soft and rigid coupling, respectively.

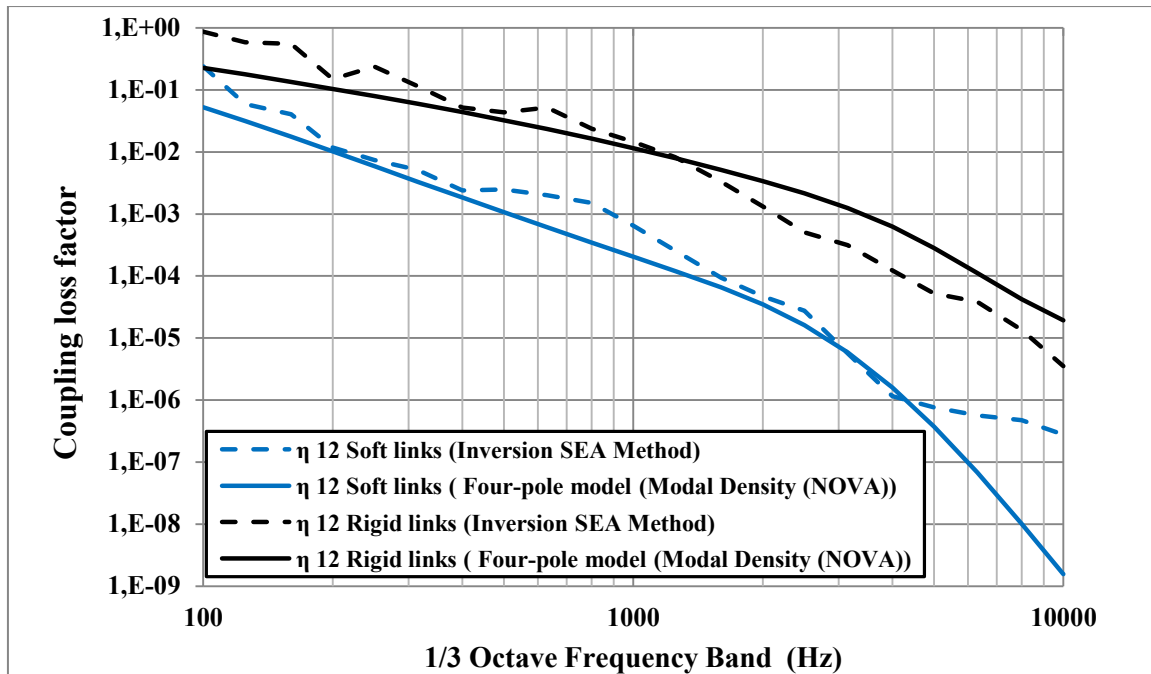


Figure 6. 7 Coupling loss factors - Soft and Rigid coupling.

It is observed that the simple theoretical model captures the trend of the coupling between plates. In both cases, overall, the four-pole approach with a linear assumption for the dynamic stiffness captures the trend of the coupling between plates. However, result for the rigid coupling case is less accurate at mid and high frequencies, where an overestimation is observed. This was related to the sensitivity of the theoretical CLF to errors on stiffness measurements. Moreover, at higher frequencies, for both cases, the measurement fails, a consequence of the difficulty in injecting the power to the panels with the used shaker.

### 6.5.2 Transmission loss

In this section, transmission loss predictions using the double-wall SEA model are compared with experimental results. The influence of vibration isolators is then analyzed. Two types of isolators are compared: a soft and rigid mechanical links. All input parameters of the model are theoretical except for the damping loss factor of the panels. To control the damping added by the installation of the panels in the test window, the DLF of the panels was measured using the decay rate method with the panels mounted in the window. The structural coupling between panels via isolators is computed using the four-pole model assuming a mass of 5.4 g

for the isolator. Results for the configuration where the skin panel is connected to the trim panel by rigid mechanical links are shown in Fig. 6.8.

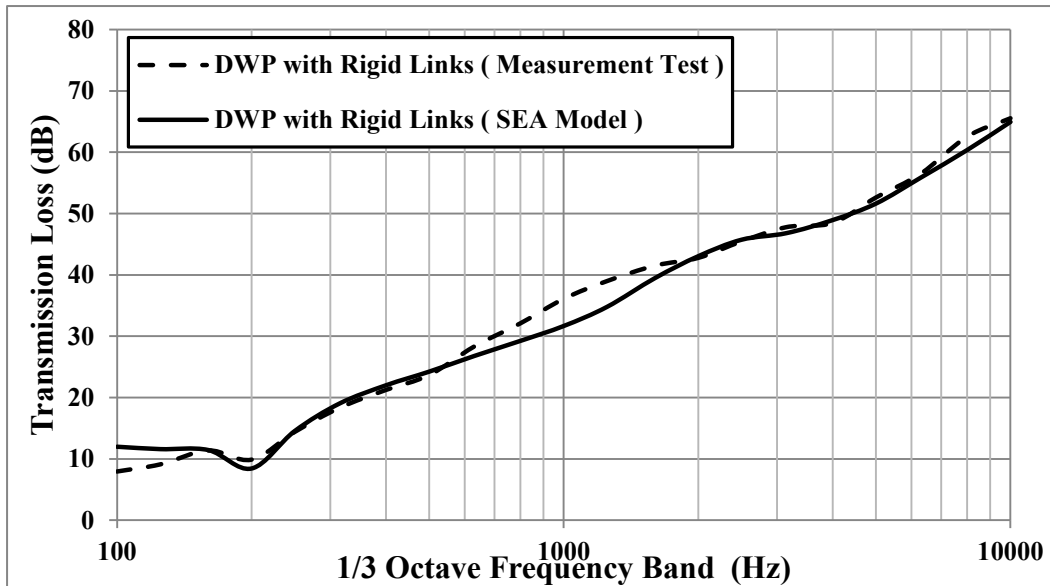


Figure 6. 8 Transmission loss through the double-wall with rigid isolators.

TL predictions of the DWL system using the SEA model correlate extremely well with the test results. However, between 600 Hz and 2 kHz, theory underestimates the experimental transmission loss by about 5dB. The main discrepancies between theoretical and experimental results have been traced to the overestimation of the structure borne radiation prediction which is dominates the transmission, decreasing thus the theoretical transmission loss of the double-wall between 600 Hz to 2 kHz.

Results for the configuration where the skin panel is connected to the trim panel by soft mechanical links are shown in Fig. 6.9.

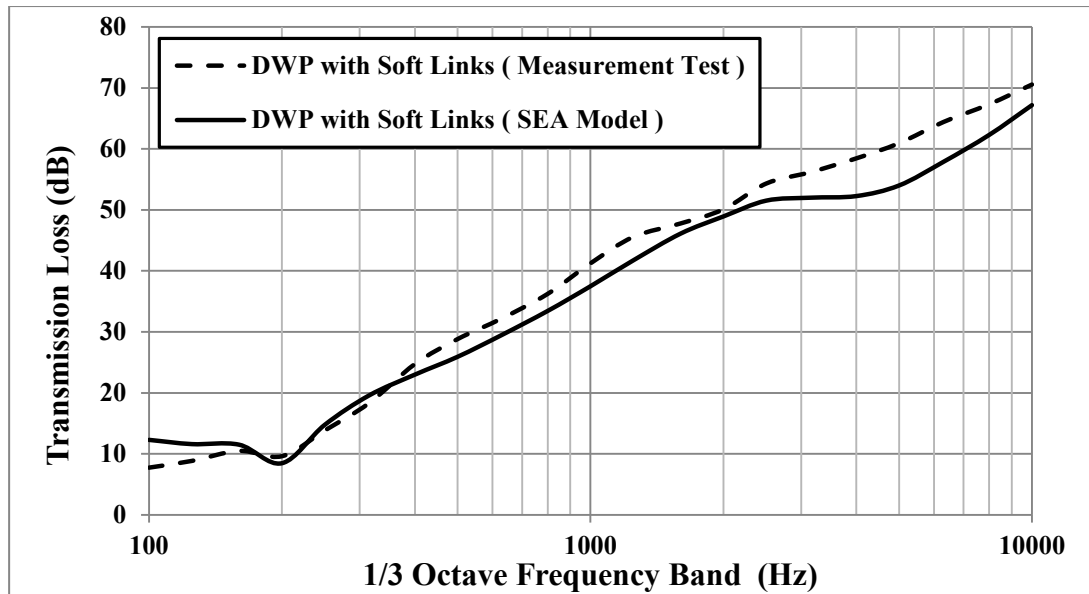


Figure 6. 9 Transmission loss through the double-wall with soft isolators.

Overall acceptable agreement is observed between prediction and experimental results. However, the use of the SEA model underestimates the TL at mid frequency, by approximately 2 dB and about 5dB at frequencies higher than 3 KHz.

Two sources may explain this discrepancy. Firstly, the prediction of the TL is highly sensitive to damping in the coincidence regions. This regions being broad for the DWP panel, uncertainties on damping may lead to high differences in TL. Secondly, and more importantly, as the above discussed discrepancies, the TL prediction using the SEA model, in the mid and high frequency ranges, was found too sensitive to the structure borne radiation prediction.

For both configurations, the decoupling frequency, given by Eq.(6.10), is around 200 Hz as observed in predicted curves. It is not clearly observed in the experimental curve due to the high damping and limitations of the used test facility (cut off frequency of 200 Hz for the reverberation room as well as niche effects).

Nest, the accuracy of the model in assessing the influence of mechanical links is addressed. Differences are presented between the transmission losses of a coupled DWL system with soft isolators, compared to a rigid coupling configuration. Results are shown in Fig. 6.10.

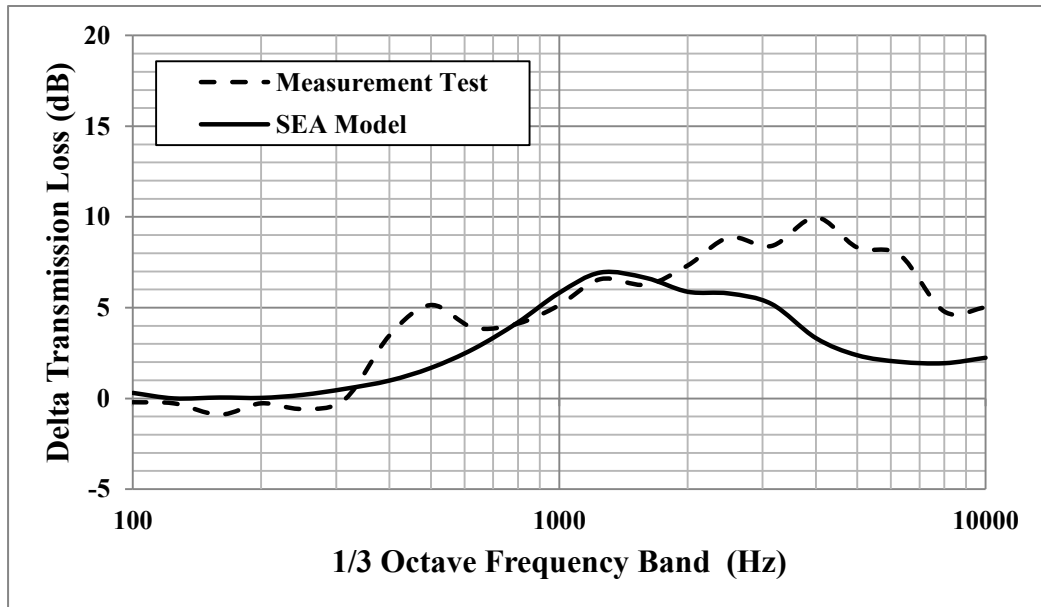


Figure 6. 10 Theoretical and measured delta transmission loss of a soft-coupling compared to a rigid-coupling configuration.

Experimental results show that isolators provide an acoustic benefit up to 10 dB in the frequency range between 500 Hz and 4 KHz compared to a rigid connection. However, SEA model predictions show that isolators provide an acoustic benefit up to 7 dB in the mid-frequency range (around 1.5 kHz) compared to a rigid connection.

Finally, the contribution of each transmission path to the total TL of the double-wall is addressed using the method presented in section 6.5. Transfer path analysis results for the DWL system with soft isolators, as well as for the rigid coupling are shown in Fig. 6.11 and Fig. 6.12, respectively.



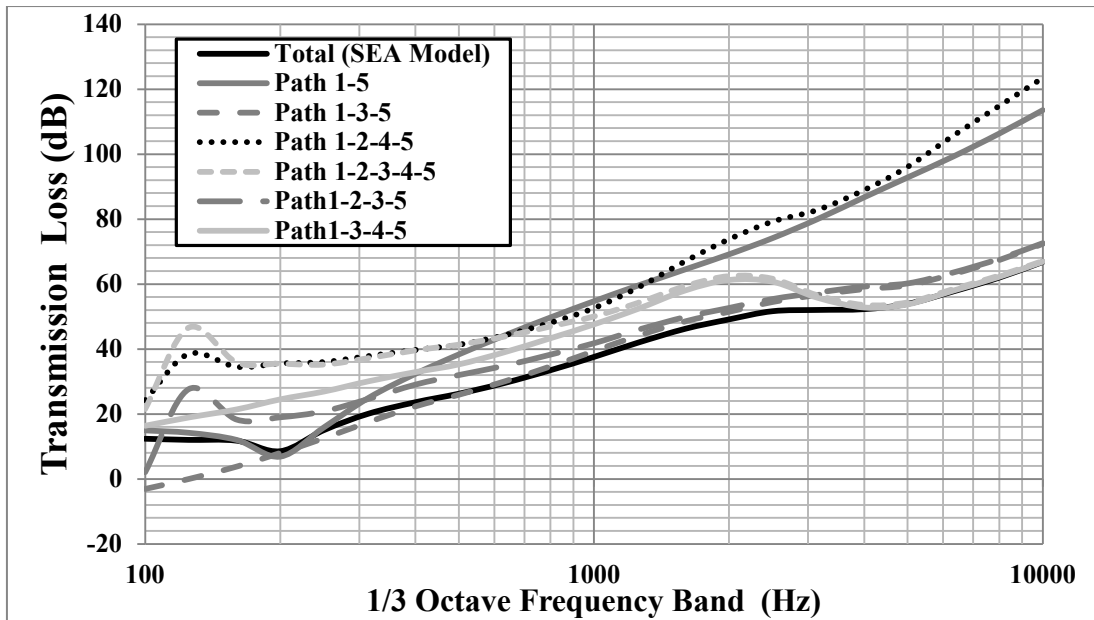


Figure 6.11 Theoretical transmission loss contributions of each transmission path: double-wall with soft isolators.

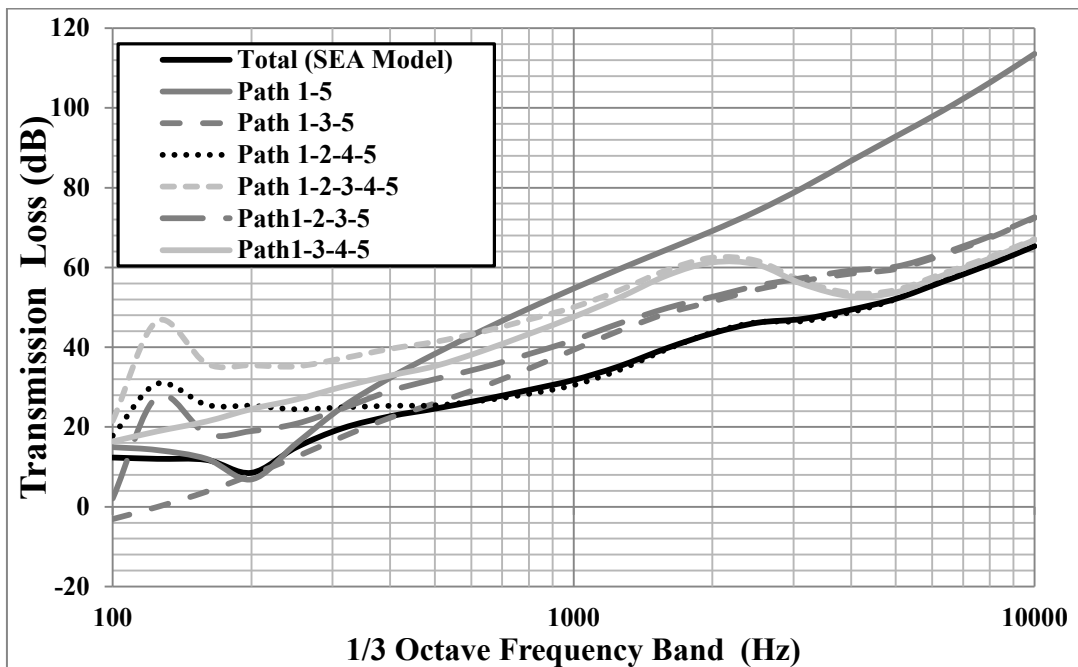


Figure 6.12 Theoretical transmission loss contributions of each transmission path: double-wall with rigid isolators.

For both configurations, the non-resonant path (1-5) of the double-wall is dominant around 200 Hz, the double-wall decoupling frequency region, which is given by Eq. (6.10). For the

soft configuration (Fig. 6.11), the non-resonant transmission through the trim plays an important role in the transmission up to the critical frequency region of the trim panel (around 4000 Hz). It corresponds to the sum of paths (1-3-5) and (1-2-3-5), including the mass-law and the radiating response of the skin panel, respectively. At higher frequencies, the trim's radiation due to airborne excitation via the inner cavity (sum of the paths (1-3-4-5) and the direct path (1-2-3-4-5)) is the main transfer path dominates the transmission. The structural transmission path (1-2-4-5) is the main contributor in the mid-frequency range but, due to the isolation provided by the soft mounts, this path is too attenuated and doesn't much affect the transmission loss. For the rigid configuration (Fig. 6.12), contrary to the soft configuration, the non-resonant transmission through the trim plays an important role in the transmission just up to 500 Hz and it is observed also that the structure borne path (1-2-4-5) dominates mainly in the mid frequency region, where it is responsible for the total transmission loss of the double-wall. At higher frequencies the transmission loss is governed by radiation contributions of the structure-borne and the airborne paths. In summary, increasing the mass of the panels and of the inner cavity thickness leads to increase the TL, at low frequencies, near the double-wall decoupling frequency, according to Eq. (6.10). In the mid- and high-frequency range, the improvement of the double-wall transmission loss by employing isolators with softer dynamic stiffness and more efficient porous materials to attenuate both airborne and structure-borne transmission paths. Finally, increasing the damping of the panels will have mainly two impacts in the TL. First, a decrease of the radiation via airborne paths, in the critical frequency region of the panels and second a decrease of the mean square velocity of the panels and consequently of the coupling via the structure-borne path.

## 6.6 Conclusion

This paper investigated the accuracy of SEA model to predict the sound transmission through mechanically coupled aircraft double-walls. Various experimental methods were used to assess the accuracy of this model. This work shows the robustness of the simple four-pole modelling of isolators which depends mainly on the importance of correctly determining the experimental dynamic stiffness of typical aircraft vibration isolators. SEA results are

compared with measurements for two configurations of double-walls. Overall, acceptable agreement is observed between prediction and experimental results. The prediction of the TL while acceptable was however found less satisfactory for the soft configuration. This is traced of the uncertainties on the used damping. Finally, a transfer path analysis shows that the non-resonant path representing the transmission of a single-wall with equivalent mass dominate the transmission loss for frequencies up to the double-wall decoupling frequency (around 200 Hz). Up to the bridge frequency from which structural transmission is preponderant (around 500 Hz for rigid configuration and around 4 KHz for soft configuration), the non-resonant transmission through the trim panel plays an important role in the transmission loss. It is clearly observed that the structure-borne path is attenuated by the presence of the isolators compared to a rigid coupling configuration. At higher frequencies, the radiation of the trim due to the contributions of the airborne and structure-borne excitation dominates.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

Bombardier Aerospace is acknowledged for contributing panels and materials for the tests

## CHAPITRE 7 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ce travail de thèse a porté sur le développement de techniques expérimentales pour la caractérisation des indicateurs vibroacoustique utilisées dans la modélisation d'une structure double-paroi représentative d'un fuselage d'avion. Ce dernier est constitué d'une structure métallique en aluminium ou en composite renforcés par des raidisseurs sur lequel est posé un traitement thermoacoustique (laine de verre) et connectée par des liens mécaniques (isolateurs vibratoires) à un panneau de finition de type sandwich nid d'abeille. On s'est intéressé principalement au problème spécifique de la transmission du bruit d'origine acoustique et mécanique à travers ces structures. Le but était d'élucider les mécanismes de transmission acoustique afin de réduire la transmission solidienne de vibrations mécaniques ainsi que diminuer la transmission acoustique du bruit dans la cabine. À ce propos, la structure a été modélisée par la méthode de l'analyse statistique énergétique (SEA). L'application du modèle nécessite cependant la connaissance des différents indicateurs vibroacoustique spécifiquement, les facteurs de perte interne (DLF ou amortissement), les facteurs de perte par couplage (CLF), le nombre d'onde, la densité modale et le facteur de rayonnement. Dans ce but, trois méthodes de caractérisation ont été proposées. L'objectif était de caractériser ces indicateurs sur une gamme étendue de fréquences [10Hz-10kHz] et en prenant en compte la complexité des structures étudiées.

Dans un premier article, présenté au chapitre 3, une nouvelle méthode expérimentale de caractérisation de l'amortissement dénommée IWM (Inverse Wave Method) a été présentée. Cette méthode a permis de mesurer efficacement les courbes de dispersion des structures étudiées (sandwich-composite) et en déduire l'amortissement structural. À notre connaissance, ceci est une première. L'application de cette méthode consistait en un premier temps à l'identification du nombre d'onde réelle à partir de la méthode de passage au nombre d'onde. Ensuite, l'utilisation des ondes inhomogènes comme fonction de projection pour identifier l'amortissement des ondes au sein de la structure. Une étude paramétrique utilisant la méthode éléments finis a été présentée sur un panneau simple homogène en aluminium. Par la suite, la

méthode a été testée et validée expérimentalement sur un panneau isotrope en aluminium et deux panneaux orthotropes sandwich composites avec un noyau en nid d'abeille: un panneau mince d'habillage et un épais (partie extérieure du fuselage). Il a été montré que, l'identification de l'amortissement structural est très sensible à la précision de la détermination de la partie réelle du nombre d'onde. Ce dernier est entièrement conditionné par la zone de mesure utilisée qui doit à la fois être grande pour mesurer de faible nombre d'onde et maillée finement pour éviter le repliement spectral à haute fréquence. Les résultats obtenus sont cohérents avec ceux obtenus par la méthode de décroissance temporelle. La présente méthode offre la possibilité de caractériser les structures complexes à partir d'un simple scan de leurs vitesses normales.

Dans un deuxième article, présenté au quatrième chapitre, une nouvelle méthode de mesure de l'efficacité de rayonnement des structures classiquement rencontrée en aéronautique a été proposée. Elle est basée sur une approche SEA et est capable de départager l'amortissement intrinsèque de celui par rayonnement. La méthode a été validée sur une large bande de fréquences pour deux types de constructions : métallique (un panneau plat et raidi en aluminium) et deux panneaux orthotropes sandwich-composites avec un noyau en nid d'abeille (mêmes panneaux définis dans la première partie). L'étude expérimentale a montrée que la méthode développée permet de s'affranchir des limitations rencontrées avec les méthodes de mesure classiques situées dans le domaine des hautes fréquences. Cependant, les mesures obtenues sont limitées à basse fréquence du fait qu'un nombre insuffisant de modes résonnants dans cette bande.

À partir des propriétés mécaniques des structures aéronautiques étudiées, un modèle sandwich (General Laminate Model) permet de prédire leurs comportements vibroacoustique. Dans le cinquième chapitre, un troisième article proposant une validation expérimentale détaillée de ce modèle a été présenté. Sa précision a été étudiée sur une large bande de fréquences en utilisant les mêmes panneaux orthotropes définis dans les articles précédents. La comparaison pour différents indicateurs vibroacoustique a été présentée. Les mesures réalisées sur les deux panneaux orthotropes sandwich composites ont permis de valider les prédictions de ce modèle.

On a aussi montré qu'un modèle équivalent de panneau orthotrope permet de bien capturer ces indicateurs.

Enfin le dernier point abordé concernant la modélisation de la transmission acoustique d'une double paroi par l'approche SEA a été présenté dans le chapitre cinq sous forme d'un article en préparation. Dans un premier temps, la transmission par les connections structurales entre panneaux a été étudiée par une approche quadripolaire qui relie la paire force-vitesse de chaque côté du lien mécanique. Ensuite, à partir des différents indicateurs vibroacoustique précédemment identifiés et à l'aide du modèle hybride développé, les voies de transmission dominantes ont été identifiées dans la gamme de fréquences entre 100 Hz et 10 kHz pour des double-parois sous champ diffus. L'étude montre que la transmission non-résonante est plus importante en basses fréquences alors que les parties structurale et aérienne dominent respectivement en moyennes et hautes fréquences. Une validation avec les résultats expérimentaux a montré que, bien que non parfait, le modèle était capable de prédire les changements au niveau de la transmission, causés par les différents couplages structuraux (couplage rigide, couplage souple).

### Perspectives

La présente étude ouvre une fenêtre vers plusieurs travaux futurs complémentaires. La première de ces ouvertures concerne l'extension de ce travail au cas des structures sandwich raidies courbes. En effet, les plaques utilisées pour former les fuselages réels d'avions possèdent un rayon de courbure. Bien que le présent travail présente bien le comportement des structures sandwich, il reste restreint à des structures planes. En effet, il est connu qu'au-dessus de la fréquence d'anneau, le comportement des structures cylindriques devient équivalent à une structure plane de même dimension. Toutefois, la réponse des structures cylindriques raidies en matériaux composites reste mal connue au-dessous de cette fréquence. La valeur de cette fréquence est inversement proportionnelle au rayon de courbure et il est proportionnel aux propriétés mécaniques du matériau (rigidité de membrane). L'importance de la courbure augmente avec la valeur de cette fréquence. Principalement, l'effet de la courbure sera

d'augmente la densité modale autour de la fréquence d'anneau, mais de diminuer celle-ci en basses fréquences à cause de la raideur ajoutée par la courbure. Sur la courbe de TL, un creux sera donc observé autour de la fréquence d'anneau qui sera traduit par un fort rayonnement acoustique au voisinage de cette fréquence. Un prolongement plus direct du travail de validation du modèle sandwich présenté dans ce mémoire (chapitre cinq) est d'exploiter les différentes méthodes d'identification expérimentales mises en place dans ce projet pour valider un modèle sandwich courbe.

Une autre ouverture offerte par ce travail est la prise en compte des raidisseurs dans l'approche quadripolaire présentée dans le chapitre 5 et qui sert à déterminer la transmission par les connexions structurales entre les panneaux étudiés (CLF). En général, les isolateurs vibratoires sont fixés sur les raidisseurs. Ceci peut se faire, par exemple en calculant l'impédance d'entrée directement sur les raidisseurs.

Un autre axe de recherche est l'exploitation du code de calcul basé sur la méthode IWM présenté dans le chapitre trois. Cette méthode de mesure ne nécessite que la donnée des champs vibratoires des structures, et permet de déterminer les équations de dispersion ainsi que l'amortissement associé grâce à l'exploration des plans d'onde. Cependant cette méthode n'a été soumise que à des structures de faible amortissement. En effet, l'étude paramétrique a relevé que cette méthode est très sensible à l'identification d'amortissement élevée. Dans une perspective, la méthode IWC pourrait être appliquée à l'étude des plaques recouvertes de matériau fortement viscoélastique.

## LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Legault, J. et Atalla, N. (2010). Sound transmission through a double panel structure periodically coupled with vibration insulators. *Journal of Sound and Vibration*, volume 329, numéro 15, p. 3082-100.
- [2] Fahy, F. et Gardonio, P. (2007). *Sound and Structural Vibration* (Second Edition), Elsevier, Amsterdam.
- [3] Pellicier, A. et Trompette, N. (2007). A review of analytical methods, based on the wave approach, to compute partitions transmission loss, *Applied Acoustics*, p. 1192 – 1212.
- [4] Bolton, J. S. et Shiau, N. M. et Kang, Y. J. (1996). Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials, *Journal of Sound and Vibration*, p. 317 – 347.
- [5] Norton, M. et Karczub, D. (2003). *Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers*, Cambridge University Press, (Second Edition).
- [6] Lesueur, C. (1988). *Rayonnement acoustique des structures*. Editions Eyrolles.
- [7] Sharp, B. H. (1973). A study of techniques to increase the sound insulation of building elements, Wyle Laboratories Report WR73-5, El Segundo, CA, USA.
- [8] Atalla, N. (2010) Méthodes numériques en interaction fluide-structure., GMC 722. Notes du Cours, Université de Sherbrooke
- [9] Ohayon, R. et Soize, C. (1998). Structural Acoustics and Vibration. *Academic Press*.
- [10] F.J. Fahy, Noise and Vibration, (R.G White and J.G Walker, editors). Chichester: Ellis Horwood. Chapter 7: Statistical Energy Analysis.
- [11] Lyon, R. H. et Maidanik, G. (1962). Power flow between linearly coupled oscillators, *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 34, p. 623-639.
- [12] Lyon, R. H. et DeJong, R. G. (1995). *Theory and application of statistical energy analysis*, Butterworth-Heinemann, Boston, second edition edn.
- [13] Crocker, M. J. et Price, A. J. (1969). Sound transmission using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, volume 9, numéro 3, p. 469-486.
- [14] Fahy, F. (2002). Guide for potential users of SEA. Dans *Proceedings of the 2002 International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA, September 16, 2002 - September 18*. Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Belgium, p. 723-727.



- 
- [15] Fahy, F. J. (1994). Statistical energy analysis: a critical overview. *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A (Physical Sciences and Engineering)*, volume 346, numéro 1681, p. 431-47.
- [16] Mohammed, A. D. et Fahy, F. J. (1990). A study of uncertainty in applications of statistical energy analysis to one-dimensional and two-dimensional structural systems. *Proceeding of the Institute of Acoustics* 12, 543-549 .
- [17] Smith, P.W. (1979). Statistical models of coupled dynamical systems and the transition from weak to strong coupling. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 65, numéro 3, p. 695-698.
- [18] Belyaev, A.K. et Palmov, V.A. (1986). Integral theories of random vibration of complex structures. *In Random Vibrations-Status and Recent Developments*, Elsevier, Amsterdam.
- [19] Soize, C. (1993). A model and numerical method in the medium frequency range for vibroacoustic predictions using the theory of structural fuzzy. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 94, numéro 2, p. 849-65.
- [20] Langley, R.S. et Bremner, P. (1999). A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 105, numéro 3, p. 1657-1671.
- [21] Mace, B.R. et Shorter, P.J. (2000). Energy flow models from finite element analysis. *Journal of Sound and Vibration*, volume 233, numero 3, p. 369-389
- [22] Shorter, P., et Langley, R. (2005). Vibro-acoustic analysis of complex systems. *Journal of Sound and Vibration*, volume 288, numéro 3, p. 669-699.
- [23] Shorter, P., et Langley, R. (2005). On the reciprocity relationship between direct field radiation and diffuse reverberant loading. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 117, numéro 1, p. 85-95.
- [24] Renji, K. et Mahalakshmi, M. (2006). High frequency vibration energy transfer in a system of three plates connected at discrete points using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, volume 296, numéro 3, p. 539-53.
- [25] Clarkson, B. L. (1981). The derivation of modal densities from point impedances. *Journal of Sound and Vibration*, volume 77, numéro 4, p. 583-4.

- [26] Clarkson, B. L. et Pope, R. J. (1981). Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, volume 77, numéro 4, p. 535-49.
- [27] Papagiannopoulos, G. et Hatzigeorgiou, G. (2011). On the use of the half-power bandwidth method to estimate damping in building structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31 (7), p.1075–1079.
- [28] Bies, D.A. et Hamid, S. (1980). In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method. *Journal of Sound and Vibration*, volume 70, numéro 2, p. 187-204.
- [29] Bloss, B. C. et Rao, M. D. (2005). Estimation of frequency-averaged loss factors by the power injection and the impulse response decay methods. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 117, numéro 1, p. 240-9.
- [30] Norton, M.P. (1989). *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*. Cambridge university press, (2nd edition: 2003).
- [31] Brown, K.T. et Norton, M.P. (1985). Some comments on the experimental determination of modal densities and loss factors for statistical energy analysis applications. *Journal of Sound and Vibration*, volume 75, numéro 4, p. 102-106.
- [32] Ranky, M. F. et Clarkson, B. L. (1983). Frequency average loss factors of plates and shells. *Journal of Sound and Vibration*, volume 89, numéro 3, p. 309-23.
- [33] Carfagni, M. et Pierini, M. (1999). Determining the loss factor by the power input method (PIM), Part 1: numerical investigation. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, volume 121, numéro 3, p. 417-421.
- [34] Carfagni, M. et Pierini, M. (1999). Determining the loss factor by the power input method (PIM), Part 2: experimental investigation with impact hammer excitation. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, volume 121, numéro 3, p. 422-428.
- [35] Bloss, B. C. et Rao, M. D. (2003). A Comparison Between Power Injection and Impulse Response Decay Methods for Estimating Frequency Averaged Loss Factors for SEA. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 87, numéro 1, p. 130-136.

- 
- [36] Bolduc M. (2007). *Acquiring Statistical Energy Analysis Damping Loss Factor for Complex Structures with Low to High Damping Characteristics*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, Qc, Canada.
- [37] Fahy, P. G. (1987). *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*, p. 621.
- [38] Rao, S. S. (1995). *Mechanical Vibration*, Addison-Wesley edition, p. 912.
- [39] Vinson, J. R. (2005). *Plate and panel structures of isotropic, composite and piezoelectric materials, including sandwich construction*, Springer edition, p. 418.
- [40] S. Ghinet, N. Atalla, Vibro-acoustic behaviors of flat sandwich composite panels, CSME Journal 30(4) (2006) 473–493.
- [41] Ghinet, S. Atalla, N. et Osman, H. (2006). Diffuse field transmission into infinite sandwich composite and laminate composite cylinders, Journal of Sound and Vibration, p.745 – 778.
- [42] Orrenius, U. et Finnveden, S. (1996). Calculation of wave propagation in rib-stiffened plate structures. *Journal of Sound and Vibration*, volume 198, numéro 2, p. 203-224.
- [43] Ichchou, M. N., Berthaut, J. et Collet, M. (2008). Multi-mode wave propagation in ribbed plates. Part II: Predictions and comparisons. *International Journal of Solids and Structures*, volume 45, numéro 5, p. 1196-1216.
- [44] Fahy, F. J. et Lindqvist, E. (1976). Wave Propagation In Damped, Stiffened Structures Characteristic Of Ship Construction. *Journal of Sound and Vibration*, volume 45, numéro 1, p. 115-138.
- [45] Mejdji, A. et Atalla, N. (2010). Dynamic and acoustic response of bidirectionally stiffened plates with eccentric stiffeners subject to airborne and structure-borne excitations. *Journal of Sound and Vibration*, volume 329, numéro 21, p. 4422-4439.
- [46] Langley, R. S. et Cotoni, V. (2010). The direct field boundary impedance of two-dimensional periodic structures with application to high frequency vibration prediction. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 127, numéro 4, p. 2118-2128.
- [47] Rindel, J. H. (1994). Dispersion and absorption of structure-borne sound in acoustically thick plates. *Applied Acoustics*, volume 41, numéro 2, p. 97-111.

- [48] Egretreau, T. (2011). *Développement Numérique et Implémentation Expérimentale d'une Méthodologie D'identification de L'équation de Dispersion Dans Les Structures Aéronautiques*. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Qc, Canada
- [49] Salmi, A., Karppinen, T. et Haeggstrom, E. (2006). Measuring in-plane mechanical properties of plate-like samples using phonographic pickups. *Measurement Science & Technology*, volume 17, numéro 12, p. 97-101.
- [50] S. Kumar, L. Feng et U. Orrenius (2008). The Effects of Damping Treatment on Honeycomb Sandwich Panels.
- [51] Halkyard, C. R. (2007). Maximum likelihood estimation of flexural wavenumbers in lightly damped plates. *Journal of Sound and Vibration*, volume 300, numéro 1-2, p. 217-240.
- [52] Thite, A. N., et Ferguson, N. S. (2004). *Wavenumber Estimation: Further Study of the Correlation Technique and Use of SVD to Improve Propagation Direction Resolution*. ISVR Technical Memorandum, numéro 937.
- [53] CAPON, J. (1969). High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis. volume 57, numéro 8, p. 1408-1418.
- [54] Maxit, L. (2009). Wavenumber space and physical space responses of a periodically ribbed plate to a point drive: a discrete approach. *Applied Acoustics*, volume 70, numéro 4, p. 563-78.
- [55] McDaniel, J., DuPont, P. et Salvino, L. (2000). A wave approach for estimating frequency dependent damping under transient loading. *Journal of Sound and Vibration*, volume 231, numéro 2, p. 314-330.
- [56] Berthaut, J., Ichchou, M. N. et Jezequel, L. (2005). K-space identification of apparent structural behaviour. *Journal of Sound and Vibration*, volume 280, numéro 3-5, p. 1125-1131.
- [57] Simmons, C. (1991). Structure-borne sound transmission through plate junctions and estimates of SEA coupling loss factors using the finite element method. *Journal of sound and vibration*, volume 144, numéro 2, 215-227.
- [58] Thite, A.N. et Mace, B.R. (2007). Robust estimation of coupling loss factors from finite element analysis. *Journal of sound and vibration*, volume 303, numéro (3-5), 814-831.
- [59] Lalor, N. (1987). The measurement of SEA loss factors on a full assembled structure.

- 
- [60] Lalor, N., Ming R.S. et Stimpson G.J. (1990). Estimation of individual coupling loss factors in a multi-subsystem. Chilworth Conference Centre, University Of Southampton.
- [61] Lalor, N. (1989). The experimental determination of vibrational energy balance in complex structures. *Stress and Vibration*, volume 1084, p. 302.
- [62] Lalor, N. (1994). A note on equivalent mass/volume. *Journal of Sound and Vibration*, volume. 403, numéro 3, p. 740-745.
- [63] Lalor, N. et Gelat, P. (2002). The role and experimental determination of equivalent mass in complex SEA models. *Journal of Sound and Vibration*, volume 255, numéro 1, p. 97-110.
- [64] Ming, R. (1998). The measurement of coupling loss factors using the structural intensity technique. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 103, numéro 1, p. 401-7.
- [65] Fahy, F. J. (1998). An alternative to the SEA coupling loss factor: rationale and method for experimental determination. *Journal of Sound and Vibration*, volume 214, numéro 2, p. 261-7.
- [66] Cacciolati, C. et Guyader, J.L. (1994). Measurement of SEA coupling loss factors using point mobilities. *Cambridge University Press*, p. 35-45.
- [67] Manning, J.E. (1994). Formulation of SEA parameters using mobility functions. *Cambridge University Press*, p. 45-58.
- [68] Fahy, F.J. et James, P.P. (1996). A study of the kinetic energy impulse response as an indicator of the strength of coupling between SEA subsystems. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 190, numéro 3, p. 363-386.
- [69] James, P.P. et Fahy, F.J. (1997). A technique for the assessment of strength of coupling between SEA subsystems : experiments with two coupled plates and two coupled rooms. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 203, numéro 2, p. 265-282.
- [70] James, P.P. et Fahy, F.J. (2000). A modal interaction for qualifying Cs as an indicator of strength of coupling between sea subsystems. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 235, N°3, p. 451-476.
- [71] Clarkson, B. L. et Ranky, M. F. (1984). On the measurement of the coupling loss factor of structural connections. *Journal of Sound and Vibration*, volume 94, numéro 2, p. 249-61.
- [72] Lalor, N. et Wang, X. (1991). Acquiring SEA parameters on complex structures by a transient test method. *Journal of Sound and Vibration*, volume 305, numéro 3, p. 192-203.

- [73] Guasch, O. (2011). A direct transmissibility formulation for experimental statistical energy analysis with no input power measurements. *Journal of Sound and Vibration*, volume 330, numéro 25, p. 6223-6236.
- [74] Maxit, L. et Guyader, J. L. (2000). Extension et reformulation du module SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales. *Thèse: Insa, Lyon*.
- [75] Maxit, L. et Guyader, J. L. (2001). Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and fem modal information, part I: Theory. *Journal of Sound and Vibration*, volume 239, numéro 5, p. 907-930.
- [76] Maxit, L. et Guyader, J. L. (2001). Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and fem modal information, part II: Numerical applications. *Journal of Sound and Vibration*, volume 239, numéro 5, p. 931-948.
- [77] Totaro, N., Dodard, C. et Guyader, J. L. (2009). SEA coupling loss factors of complex vibro-acoustic systems. *Journal of Vibration and Acoustics*, volume 131, numéro 4, p. 041009 (8 pp.).
- [78] Shankar, K. et Keane, A.J. (1995). Energy flow predictions in a substructure of rigidly joined beams using receptance theory. *Journal of Sound and Vibration*, volume 185, numéro 5, p. 867-890.
- [79] Shankar, K. et Keane, A.J. (1997). Vibartional energy flow analysis using a substructure approach: the application of the receptance theory to FEA and SEA. *Journal of Sound and Vibration*, volume 201, numéro 4, p. 491-513.
- [80] Gagliardini, L., Houillon, L., Borello, G. et Petrinelli, L. (2005). Virtual SEA - FEA-based modeling of mid-frequency structure-borne noise. *Journal of Sound and Vibration*, volume 39, numéro 1, p. 22-8.
- [81] Shorter, P., Cotoni, V. et Langley, R. (2004). Numerical and Experimental Validation of the Hybrid FE-SEA method. *Proceedings of Internoise 2004, The 33th Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Baltimore, Maryland, USA*, p. 380-388.
- [82] Shorter, P., et Langley, R. (2005). Modeling structure-borne noise with the hybrid FE-SEA method, *Proceedings of the 6th European Conference on Structural Dynamics, Paris, France*, p. 1205-1210.

- 
- [83] Cotoni, V., Shorter, P. et Langley, R. (2007). Numerical and experimental validation of a hybrid finite element-statistical energy analysis method. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 122, numéro 1, p. 259-270.
- [84] Maidanik, G. (1962). Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *Acoustical Society of America -- Journal*, volume 34, numéro 6, p. 809-826.
- [85] Price, A. J. et Crocker, M. J. (1970). Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 47, numéro 3, p. 683-93.
- [86] Leppington, F. G., Broadbent, E. G. et Heron, K. H. (1982). The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical and Physical Sciences)*, volume 382, numéro 1783, p. 245-71.
- [87] Berry A. et Nicolas J. (1994). Structural acoustics and vibrations behavior of complex panels. *Applied Acoustics*, volume 43, numéro 3, p. 185–215.
- [88] Nicolas, J., Sgard, F., Atalla, N. et Labrecque, P. (1994). Acoustic radiation of unbaffled structures; Rayonnement acoustique de structures non bafflées. *Journal De Physique*, volume 4, numéro 5, p. 77-80.
- [89] CAMPOLINA, B. L (2012). Vibro-Acoustic Modelling Of Aircraft Double-Walls With Structural Links Using Statistical Energy. Ph.D. thesis, Université de Sherbrooke, Qc, Canada
- [90] Doutres, O. et Dauchez, N. (2005). Modelling of the acoustic radiation of a structure covered by a porous layer. NOVEM. St Raphael, France.
- [91] Cherif, R., Atalla, N. and Chazot, J., D. (2014). “Damping loss factor estimation of two-dimensional orthotropic structures from a displacement field measurement.” soumis le 18 Decembre 2014 (Journal of Sound and Vibration).
- [92] Cherif, R., Atalla, N. (2014). “An Inverse Radiation efficiency measurement technique of complex structures.” soumis le 18 Decembre 2014...(The Institute of Noise Control Engineering).
- [93] Cherif, R., Atalla, N. (2015). “Experimental investigation of the accuracy of a sandwich model.” *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 137, numéro 3, p. 1503.
- [94] Cherif, R., Atalla, N. (2014). “Evaluation of statistical energy analysis for prediction of sound transmission loss through mechanically coupled aircraft double-walls.” En cours.

- [95] Liao, Y. et Wells, V. (2008). Estimation of complex young's modulus of non-stiff materials using a modified oberst beam technique, *Journal of Sound and Vibration*, 316 (1-5), p. 87–100.
- [96] Zhang, E., Chazot, J., Antoni, J. et Hamdi, M. (2013). Bayesian characterization of young's modulus of viscoelastic materials in laminated structures, *Journal of Sound and Vibration*, 332 (16), p. 3654–3666.
- [97] Chazot, J.-D., Nennig, B. et Chettah, A. (2011). Harmonic response computation of viscoelastic multilayered structures using a zpst shell element, *Computers and Structures*, 89 (23-24), p.2522–2530.
- [98] Grosh, K. et Williams, E. G. (1993). Complex wave-number decomposition of structural vibrations, *Journal of the Acoustical Society of America*, 93 (2), p.836–848.
- [99] Ichchou, M. N., Berthaut, J. et Collet, M. (2008). Multi-mode wave propagation in ribbed plates. Part I: Predictions and comparisons. *International Journal of Solids and Structures*, volume 45, numéro 5, p. 1179-1195.
- [100] Ichchou, M. Bareille, O. et Berthaut, J. (2008). Identification of effective sandwich structural properties via an inverse wave approach. *Engineering Structures*, 30 (10), p. 2591–2604.
- [101] Rak, M. Ichchou, M. Holnicki-Szulc, J. (2008). Identification of structural loss factor from spatially distributed measurements on beams with viscoelastic layer, *Journal of Sound and Vibration*, 310 (4-5), p.801–811.
- [102] Ghinet, S. et Atalla, N. (2011). Modeling thick composite laminate and sandwich structures with linear viscoelastic damping, *Computers and Structures*, 89, p.1547-1561.
- [103] Lord, R. (1945). *The theory of sound*, London: Macmillan. Reprinted by Dover Publications, New York.
- [104] Leppington, F. G. (1996). Radiation from plates into a wedge-shaped fluid region: Application to the free plate problem, *Mathematical, Physical and Engineering Sciences. Conference*, p. 1745-1764.



---

[105] Neple, P. Campolina B. et Coyette, J. P. (2008). Noise reduction of aircraft structures through aerodynamic (Corcos model) and acoustic excitation, in Proceedings of Noise Conference. 08, Dearborn, MI, United states, p.818-824.

[106] Orrenius, U. (2010). Prediction and control of sound transmission through honeycomb sandwich panels for aircraft fuselage and train floors, 17th International Congress on Sound and Vibration, Cairo, Egypt, p.117-124.

[107] Dym, C.L. et Lang, M.A. (1974). Transmission of sound through sandwich panels, *Journal of the Acoustical Society of America*, 56, p.1523-1532.

[108] Wang, T. Sokolinsky, V.S. Rajaram, S. et Nutt, S. (2005). Assessment of sandwich models for the prediction of sound transmission loss in unidirectional sandwich panels, *Applied Acoustics*, 66, p. 245-262.

[109] Langley, R. S. (1996). The modal density of anisotropic structural components, *Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6), p.3481–3487.

[110] Rhazi, D. et Atalla, N. (2010). A simple method to account for size effects in the transfer matrix method, *Journal of Sound and Vibration*, 127(2), p.30-36.

[111] Heckl, M. (1981). The Tenth Sir Richard Fairey Memorial Lecture: Sound Transmission in Buildings, ” *J. Sound Vib.* 77, 165-189.

[112] Renji, K. et Mahalakshmi, M. (2006). High frequency vibration energy transfer in a system of three plates connected at discrete points using statistical energy analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 296 (3), p.539–553.

[113] ISO 15186-1:2000, (2000). Acoustics – “Measurement of sound insulation in buildings and of building elements using sound intensity” – Part 1: Laboratory measurements, p.1-25.

[114] Guy, R.W. et Mey, A. D. (1985). Measurement of sound transmission loss by sound intensity, *Canadian Acoustics*, 13 (2), p.25-44.

[115] Hongisto, V. (2006). Sound insulation of double panels - comparison of existent prediction models, *Acta Acustica*, 92 (92), p.61-78.

- [116] Craik, R. J. M. et Wilson, R. (1996). Sound transmission through parallel plates coupled along a line. *Applied Acoustics*, volume 49, numéro 4, p. 353-72.
- [117] Craik, R. J. M. (2003). Non-resonant sound transmission through double walls using statistical energy analysis. *Applied Acoustics*, volume 64, numéro 3, p. 325-341.
- [118] Craik, R. (1990). Sound Transmission Paths through statistical energy analysis model, *Applied Acoustics*, 30, p.45-55.
- [119] Kuttruff, H. (1979). Room acoustics, Applied Science Publishers, London, UK.
- [120] Petrone, F. Lacagnina, M. et Scionti, M. (2004). Dynamic characterization of elastomers and identification with rheological models, *Journal of Sound and Vibration*, 271 (1-2), p.339 – 363.
- [121] Zhang, J. et Richards, C. M. (2006). Dynamic analysis and parameter identification of a single mass elastomeric isolation system using Maxwell Voigt model, *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, p.713–721.
- [122] He, W., Liu, W., Yang, Q., and Feng, D. (2012). "Nonlinear Rotation and Shear Stiffness Theory and Experiment Research on Rubber Isolators." *J. Eng. Mech.*, 138(5), 441–449.
- [123] Zhang, J. et Richards, C. M. (2007). Parameter identification of analytical and experimental rubber isolators represented by Maxwell models, *Mechanical Systems and Signal Processing*, p.2814-2832.
- [124] Campolina, B. Atalla, N. Dauchez, N. Neple, P. (2011). Validation of a four-pole modelling for coupling loss factor between two plates connected via vibration isolators under mechanical excitation, *Proceedings of Noise-Con Portland, USA*.
- [127] ISO 10846-1, Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements – Part 1: Principles and guidelines, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2008-08-05.
- [128] ISO 10846-2, Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements – Part 2: Direct method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translatory motion, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2008-08-05.

[129] ISO 10846-3, Acoustics and vibration – Laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements – Part 3: Indirect method for determination of the dynamic stiffness of resilient supports for translatory motion, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2007-12-17.

[130] ASD-STAN PREN 4662, Aerospace series test specification for vibration control components, Aerospace and defense industries association of Europe - Standardization, Brussels, Belgium, 2009-03-31.

[131] Lin, T. R. Farag, N. H. et Pan, J. (2005). Evaluation of frequency dependent rubber mount stiffness and damping by impact test, *Applied Acoustics*, p.829-844.

[132] Kari, L. (2001). Dynamic transfer stiffness measurements of vibration isolators in the audible frequency range, *Noise Control Engineering Journal*, 49, p.88-102.