UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE Faculté de génie Département de génie civil

ÉVALUATION DES CHARGES DE FATIGUE DES HAUBANS DES PONTS HAUBANÉS SOUS L'ACTION DU VENT ET DES VÉHICULES

Thèse de doctorat Spécialité : génie civil

Manh Cuong HOANG

Jury : Frédéric LÉGERON (directeur) André LANEVILLE (co-directeur) Nathalie ROY (rapporteuse) Hachimi FELLOUAH Elena DRAGOMIRESCU

Sherbrooke (Québec) Canada

Mai 2015

À mon épouse, Thi Ha Nguyen.

RÉSUMÉ

L'effet de la rotation aux ancrages est connu comme la principale raison engendrant la fatigue des haubans. Malgré la grande variation de cet effet d'un hauban à l'autre, tous les haubans des ponts haubanés sont généralement conçus par une même règle proposée dans plusieurs normes et recommandations. Cette règle semble excessive pour le cas des haubans dont l'effet de la rotation n'est pas important (tablier très rigide, espacement des haubans petit, etc.), mais probablement pas suffisamment sécuritaire pour le cas des haubans dont cet effet devient critique (tablier très flexible, grand espacement des haubans, haubans très longs, etc.). Afin d'optimiser la conception des ponts haubanés, il est donc intéressant d'estimer la demande de la fatigue qui consiste elle-même à estimer la demande de rotation aux ancrages des haubans. Ce document présente un projet de recherche visant à évaluer la rotation aux ancrages des haubans sous les charges de trafic et de vent.

Un indice d'amplification de fatigue qui relie la rigidité du tablier, l'espacement des haubans et leur rigidité verticale à l'amplitude de rotation aux ancrages bas des haubans sous les charges routières est développé. En se basant sur des calculs analytiques et numériques (méthode des éléments finis), des équations sont proposées pour prédire l'amplitude de rotation aux ancrages bas des haubans sous charge de fatigue. Il est démontré que la contrainte axiale maximale due aux charges d'exploitation n'est pas directement liée à la rotation aux ancrages bas des haubans. En combinant avec un autre indice, Ω , il est possible de relier la contrainte axiale maximale dans le hauban et l'amplitude de rotation à son ancrage bas.

Afin d'évaluer la rotation des haubans sous les charges de vent, des essais en soufflerie ont d'abord été réalisés pour évaluer les coefficients aérodynamiques d'un cylindre incliné (représentant un hauban) dans un écoulement. Le cylindre a été positionné à différents angles d'inclinaisons, par rapport à la verticale et l'horizontal, relatifs au vent. Deux balances dynamiques à trois composantes ont été conçues pour mesurer les forces aérodynamiques. Les trois coefficients des forces aérodynamiques sont normalisés en se basant sur la vitesse de l'écoulement. Les résultats montrent que le coefficient de traînée et la résultante du coefficient de portance ainsi que celui de côté peuvent être exprimés par une fonction empirique en fonction de l'angle d'incidence. Le coefficient de portance et celui de côté restent cependant des fonctions d'angles vertical et horizontal, et ne peuvent pas s'exprimer en fonction de l'angle d'incidence. Il a été observé expérimentalement que le principe d'indépendance devient inexact pour les angles d'incidence supérieurs à 40°.

Les résultats expérimentaux ont ensuite été appliqués pour déterminer les charges de vent sur les haubans. La rotation aux ancrages des haubans due aux charges de vent comprend deux parties : l'une est due à la variation de la vitesse moyenne du vent et l'autre, à ses fluctuations. L'effet de la variation de la vitesse moyenne a été déterminée par des analyses statiques non-linéaires des haubans sous charges de vent moyen correspondant aux moyennes horaires de vitesse de vent extraite à partir des données enregistrées à une station météorologique. L'effet des fluctuations du vent a été déterminée par des analyses dynamiques linéaires des haubans en utilisant la méthode spectrale. Seulement la fluctuation longitudinale de la vitesse du vent a été considérée dans cette étude. Ces rotations ont enfin été comparées à la rotation des haubans sous les charges routières. Les résultats de cette étude permettent de constater la sensibilité des haubans à chaque source de fatigue.

Mots-clés : Rotation, fatigue, haubans, vent, trafic, coefficients aérodynamiques, vibration

REMERCIEMENTS

Cette recherche a été réalisée sous la direction des professeurs Frédéric Légeron du département de génie civil, et André Laneville du département génie mécanique à l'Université de Sherbrooke, auxquels je tiens à exprimer mes sincères remerciements pour leur généreux soutien, leurs suggestions précieuses ainsi que les discussions scientifiques tout au long de ce travail.

Merci également aux évaluateurs de la thèse, Elena Dragomirescu, Hachimi Fellouah et Nathalie Roy pour leurs commentaires et questions.

J'aimerais tenir à remercier les techniciens, Frédéric Turcotte et Daniel Breton, qui m'ont aidé beaucoup pour la fabrication et l'installation du montage expérimental à la soufflerie.

J'aimerais également tenir à remercier mes amis, Alex Loignon pour sa correction du français, Sébastien Langlois pour son aide à compléter les démarches administratives, et Simon Prud'homme pour son aide initiale pour mes travaux expérimentaux à la soufflerie.

Finalement, je tiens à remercier mes proches pour leur appui, en particulier mon épouse Thi Ha, ma fille Kim et mon fils David.

TABLE DES MATIÈRES

1	INT	TRODUCTION	1
	1.1	Évolution des ponts haubanés	1
	1.2	Charges de fatigue des haubans	3
	1.3	Exigences de normes et de recommandations	4
	1.4	Objectifs de la thèse	6
	1.5	Organisation de la thèse	6
2	RE	VUE DE LITTÉRATURE	7
	2.1	Introduction	7
	2.2	Vibrations des haubans	7
		2.2.1 Vortex induced vibration (VIV)	7
		2.2.2 Effet de sillage (Wake galloping)	9
		2.2.3 Excitation combinée pluie et vent	11
		2.2.4 Galop sec (Drv galloping)	13
		2.2.5 Effet du vent turbulent (Buffeting)	14
		2.2.6 Vibrations des haubans sous excitation externe/paramétrique	15
	2.3	Effets de la flexion du tablier sous charges de trafic sur la rotation aux	-
		ancrages des haubans	16
	2.4	Problématique et méthodologie	17
3	RO'	TATION DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE TRAFIC	19
0	3.1	Avant-propos	19
	3.2	Introduction	21
	3.3	Cable-staved bridges modeled as a beam on elastic springs	23
	3.4	Cable-staved bridges modeled by FEM	25
		3.4.1 Description of cable-staved bridges	25
		3.4.2 Analysis model	25^{-5}
		3 4 3 Stay cable/deck rotation definition	$\frac{20}{27}$
		3 4 4 Stay cable/deck rotation amplitude due to unit moving load	$\frac{-1}{28}$
	3.5	Stay cable/deck rotation amplitude due to fatigue loading	$\frac{20}{30}$
	0.0	3.5.1 Fatigue loading	30
		3.5.2 Stay/deck rotation range due to design fatigue trucks	31
		3.5.3 Dynamic amplification factor of the stay/deck rotation amplitude	33
	3.6	Axial stresses amplitude in stay cables at SLS	34
	3.7	Conclusions	37
1	ESC	AIS EN SOUFFLERIE	30
4		Avent-propos	9 30
	т.1 Д 9	Introduction	
	ч.2 Д २	Experimental setun	11 /1
	4.0	A 3.1 Experimental setup	44 /10
		To the menual secular the second seco	44

		4.3.2	Aerodynamic coefficients definition	43
		4.3.3	Models	46
		4.3.4	Instrumentation and Calibration	47
	4.4	Results	and discussion	47
		4.4.1	Validation of the experimental setup	47
		4.4.2	Aerodynamic coefficients in the global axes system	48
		4.4.3	Aerodynamic coefficients in the local axes system	50
		4.4.4	Proposed functions to estimate the aerodynamic coefficients in the	
			global axes system	55
		4.4.5	Application	56
		4.4.6	Strouhal number	56
		4.4.7	Effect of axial flow	57
		4.4.8	Fluctuating forces	59
	4.5	Conclus	sion	59
5	RO	TATIO	N DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE VENT	61
	5.1	Modélis	sation du vent	61
		5.1.1	Profil de la vitesse moyenne du vent	62
		5.1.2	Fluctuations turbulentes du la vitesse du vent	62
	5.2	Charge	s de vent sur les câbles	65
		5.2.1	Dans le système d'axes du vent	65
		5.2.2	Dans le système d'axes global	67
		5.2.3	Densité spectrale de puissance des charges	67
	5.3	Méthoo	le d'analyse des câbles	69
		5.3.1	Analyse statique	69
		5.3.2	Analyse dynamique	70
	5.4	Modélis	sation des câbles	70
		5.4.1	Modèle d'élément de câble	70
		5.4.2	Câble soumis à des charges concentrées en 3D	74
		5.4.3	Détermination des fréquences propres de vibration	78
		5.4.4	Comparaison de la formulation proposée aux résultats d'un logiciel	
			commercial	79
		5.4.5	Méthode spectrale	81
		5.4.6	Détermination de la rotation des ancrages des haubans	84
	5.5	Rotatic	on des haubans due au vent moyen	86
		5.5.1	Données horaires de vent moyen	86
		5.5.2	Caractéristiques des haubans	88
		5.5.3	Résultats et discussion	89
	5.6	Rotatic	on des haubans due au vent turbulent	95
	5.7	Compa	raison des effets du vent	104
		5.7.1	Effets de la distribution des directions de vent moyen	104
		5.7.2	Comparaison des rotations des haubans due au vent moyen et au	4.05
		~	vent turbulent	107
	5.8	Compa	raison des rotations dues au vent et au trafic	110
		5.8.1	Nombre de passage du camion de fatigue	110

TABLE DES MATIÈRES

	5.9	Conclusion	113
6	CO	NCLUSION	115
\mathbf{A}	MO	DÈLE D'ÉLÉMENT DE CÂBLE	119
В	CO	NCEPTION DES CAPTEURS	125
	B.1	Introduction	125
		B.1.1 Capteur à jauges électriques	125
		B.1.2 Jauges électriques d'extensométrie	125
	Dŋ	B.1.3 Pont de Wneatstone	120
	D.2	B 2 1 Disposition actuelle des jaures	120
		B 2 2 Dimensionnement de balances à trois composantes	120 127
	B.3	Étalonnage des balances	133
	D.0	B.3.1 Méthodologie d'étalonnage	133
		B.3.2 Résultats d'étalonnage	135
\mathbf{C}	GÉ	OMÉTRIE D'UN CYLINDRE INCLINÉ	141
	C.1	Aire projetée d'un cylindre incliné	141
	C.2	Matrice de transformation	143
Б	SIM	III.ATION DES SIGNAUX NON-COBBELÉS	145
D	OLIV.		140
D E	RÉI	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI	140 É
E	RÉI DAI	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL	143 É 147
E	RÉI DAI E.1	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale	143 É 147 147
E	RÉI DA I E.1 E.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale	143 É 147 147 148
E F	RÉI DAI E.1 E.2 DEI	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE	143 147 147 148 151
E F G	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES	143 147 147 148 151 153
E F G H	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES	143 É 147 147 148 151 153 155
E F G H	RÉI DATEL E.1 E.2 DEI COI LOC	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction	143 147 147 148 151 153 155
E F G H	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI LOC H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles	143 147 147 148 151 153 155 155 156
E F G H	RÉI DA: E.1 E.2 DEI COI LOO H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble	143 É 147 147 148 151 153 155 156 156 156
E F G H	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI LOC H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble H.2.2 Analyse des câbles sous poids propre	143 147 147 148 151 153 155 155 156 156 156 156
E F G H	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI LOO H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble H.2.3 Analyse modale	143 147 147 148 151 153 155 156 156 156 156 156 156 156
E F G H	RÉI DAI E.1 E.2 DEI COI LOC H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble H.2.2 Analyse des câbles sous poids propre H.2.4 Analyse du câble sous charges de vent moyen	143 147 147 148 151 153 155 156 156 156 156 156 156 157 159
E F G H	RÉI DA: E.1 E.2 DEI COI LOO H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble H.2.2 Analyse des câbles sous poids propre H.2.3 Analyse du câble sous charges de vent moyen H.2.4 Analyse du câble sous charges de vent turbulent H.2.5 Analyse du câble sous charges de vent turbulent	143 147 147 148 151 153 155 156 156 156 156 156 156 157 159 162
E F G H	RÉI DA: E.1 E.2 DEI COI LOC H.1 H.2	PONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTI NS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL Méthode spectrale Méthode spectrale Exemple numérique NSITÉ DE L'AIR HUMIDE EFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES GICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES Introduction Logiciel d'analyse des câbles H.2.1 Modélisation du câble H.2.2 Analyse des câbles sous poids propre H.2.3 Analyse du câble sous charges de vent moyen H.2.5 Analyse du câble sous charges de vent turbulent H.2.6	143 147 147 148 151 153 155 156 156 156 156 156 156 157 159 162 164

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

1.1	Exemple d'un pont haubané construit entre les années 1950 et 1970 : Pont Theodor Heuss en Allemagne, 1957 [Monats, 2009]	1
1.2	Exemple d'un pont haubané construit après 1970 : Pont Alex-Fraser au Canada, 1986 [Cortright, 1995]	2
1.3	Exemple d'un pont à précontrainte extradossée : Pont Twinkle Kisogawa au Japon, 2006 [Tawashi, 2006]	3
1.4	Variation de la rigidité en flexion du tablier des ponts haubanés	5
2.1	Modes de détachement tourbillonnaire : a) 2S; b) 2P [Brika et Laneville, 1993].	8
2.2	Risque de VIV des cylindres en fonction du nombre de Scruton et de l'in- tensité de la turbulence [Dyrbye et Hansen, 1999]	9
2.3	Nombre de Scruton des haubans des ponts haubanés au Japon [Yamada, 1997].	9
2.4	Profilage du câble : (a) gaine du pont Vasco de Gama; (b) gaine du pont Tatara [fib, 2005]	13
2.5	Galop des câbles inclinés secs [FHWA, 2007]	14
2.6	Relation entre la vitesse du vent et l'amortissement structural des cables inclinés secs [FHWA, 2007].	15
3.1	Relation between stress variation under live load, σ_L and allowable stress at SLS. f_{SLS} , normalized by f_{CUTS} .	23
3.2	(a) Beam deflection curve; (b) Beam rotation curve due to unit load	24
3.3 3.4	Connection between the deck and the pylons	27 27
3.5	Stay/deck rotation of the cable located at mid-main span of the bridge A due to unit moving load as a function of load position x normalized by the	
36	total length of bridge	28 20
3.0 3.7	Stay/deck rotation amplitude of stay cables due to unit moving load as a function of ψ .	29 31
3.8	Stay/deck rotation amplitude due to fatigue trucks, $\Delta \varphi_F$ normalized by $\Delta \varphi. \psi^{-\alpha_1}$, as a function of the cable location : (a) CL-625; (b) LM3; and	29
3.9	Dynamic amplification factor of stay/deck rotation amplitude due to HL-93	32
2 10	truck as a function of ψ	34
3.10	HL-93 truck	35
3.11	Axial stress change as function of $\Omega \Delta \varphi$ of stay cables under HL-93 fatigue loading.	36
4.1	Experimental set-up.	43
4.2	Aerodynamic forces in local and global axes systems	44

4.3	Aerodynamic coefficients as a function of Reynolds number for the normal	
	cylinder	47
4.4	Aerodynamic coefficients as a function of Re, $\theta = 35^{\circ}$	48
4.5	Aerodynamic coefficients as a function of β or θ for $3 \times 10^4 < \text{Re} < 9 \times 10^4$.	49
4.6	Comparison of Aerodynamic coefficients for the same ϕ values	51
4.7	Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ at $\text{Re} = 8.5 \times 10^3$	51
4.8	Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ at $\text{Re} = 2.1 \times 10^4$	52
4.9	Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ for $3 \times 10^4 < \text{Re} < 9 \times 10^4$.	52
4.10	Aerodynamic coefficients in local axes system as a function of ϕ , for $3 \times 10^4 \leq$	
	$\operatorname{Re} \le 9 \times 10^4$.	53
4.11	F_{Dn} , F_{Ln} and F_A versus F_R for $3 \times 10^4 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$	54
4.12	C_D and C_{LS} coefficients versus C_R coefficient for $3 \times 10^4 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$.	54
4.13	Proposed functions to estimate the aerodynamic coefficients of yawed cy-	
	linder for $3 \times 10^4 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$	55
4.14	Difference of the aerodynamic forces calculated by the simplified method	
	and this study method	57
4.15	(a) Strouhal number as a function function of ϕ . (b) Independence Principle,	
	for $8.5 \times 10^3 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$.	57
4.16	End reaction ratio as a function of ϕ for $\theta = 43^{\circ}$.	58
4.17	R.m.s of aerodynamic coefficients as a function of ϕ for $\theta = 43^{\circ}$.	58
51	Vitesse movenne du vent et ses fluctuations	61
5.2	Charges aérodynamiques sur un élément de câble	66
5.3	Élement de câble	71
5.4	Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à son	11
0.4	poids propre	73
5.5	(a) Câble soumis à des charges concentrées (b) Équilibre des éléments	74
5.6	Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à des	
0.0	charges concentrées en 3D.	77
5.7	Exemple 1.	79
5.8	Déplacements du câble sous : (a) poids propre : (b) des charges concentrées.	80
5.9	Définition des rotations des ancrages du hauban : (a) sous charges de vent	
	moven: (b) sous charges de vent turbulent	85
5.10	Données horaires du vent moven pour l'année 2002 de la station Mont-	
	réal/Pierre Éliot Trudeau Intl A : (a) Vitesse. (b) Direction.	87
5.11	Le pont E	88
5.12	Le pont F	88
5.13	Angle incliné horizontal du vent relatif au hauban : (a) $\beta_r(i) < \beta_U + \beta_r^d - \beta_r^d$	
	180°; (b) $\beta_r(i) \ge \beta_U + \beta_r^d - 180^\circ$	90
5.14	Rotations du hauban C26 pour $\beta_U = 0^\circ$ et $\beta_U = 90^\circ$.	91
5.15	Histogrammes des rotations du hauban C26 : (a) hors-plan; (b) en-plan.	91
5.16	Enveloppe de la rotation des haubans du pont F.	92
5.17	Enveloppe de la rotation des haubans du pont E	93
5.18	Effet de γ_r sur : (a) la rotation hors-plan; (b) la rotation en-plan	94

5.19	Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour	
F 90	U = 2.5m/s.	98
5.20	Histogrammes des rotations du nauban C26 due au vent turbulent, pour $U = 7.5m/s$	99
5.21	Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour $U = 12.5m/s.$	100
5.22	Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour $U = 17.5m/s$	101
5.23	Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent sur la période d'une année, pour $0 \le U \le 20m/s$	102
5.24	Histogrammes de la rotation des haubans due au vent turbulent sur la période d'une année (a) here plane (b) en plane	102
5 25	Distribution des directions de vent moven : (a) réelle : (b) uniforme	103
5.26	Effets de la distribution des directions de vent moyen sur la rotation des	104
0.20	haubans du pont F	105
5.27	Effets de la distribution des directions de vent moyen sur la rotation des	
	haubans du pont E	106
5.28	Comparaison de la rotation des haubans du pont E due aux charges de vent	
۳.00	moyen et de vent turbulent.	108
5.29	Comparaison de la rotation des haubans du pont F due aux charges de vent	100
5 30	Botation dos haubans due au camion HL 03	109
5.31	Comparaison des effets du vent et du trafic sur la rotation des haubans	112
0.01	comparaison des cheis du vont et du trane sur la rotation des naubans	112
A.1	Élement de câble.	119
A.2	Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à son	100
	poids propre.	123
B.1	Montage en pont pour le calcul des forces	127
B.2	Schémas en 3D de la balance.	128
B.3	Vue en plan de la balance.	129
B.4	(a). Vue en élévation; (b). Coupe 1-1 de la balance.	129
B.5	Coupe 2-2 de la balance.	130
B.6	Détail du bloc 1 : (a) schémas en 3D; (b) vue horizontale; (c) vue latérale.	130
B.7	Détail du bloc 2 : (a) schémas en 3D; (b) vue horizontale; (c) vue latérale.	131
B.8	Détail du bloc 3 : schémas en 3D.	131
B.9	Détail du bloc 3 (continué).	132
B.10	Les voltages de sortie en fonction de la force F_1	134
B.11	Étalonnage de la composante F_3	134
B.12	Composante F_1 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	136
B.13	Composante F_2 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	136
B.14	Composante F_3 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	136
B.15	Vérification d'hystérésis de la composante F_1 (Balance 1) : (a) Sens positif.	
	(b) Sens négatif.	137

B.16	Vérification d'hystérésis de la composante F_2 (Balance 1) : (a) Sens positif.	
	(b) Sens négatif	137
B.17	Vérification d'hystérésis de la composante F_3 (Balance 1) : (a) Sens positif.	
	(b) Sens négatif.	137
B.18	Composante F_1 de la balance 2 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	138
B.19	Composante F_2 de la balance 2 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	138
B.20	Composante F_3 de la balance 2 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif	138
B.21	Vérification d'hystérésis de la composante F_1 (Balance 2) : (a) Sens positif.	100
D 00	(b) Sens négatif.	139
B.22	Vérification d'hystérésis de la composante F_2 (Balance 2) : (a) Sens positif.	190
ப வ	(b) Sens negatif	139
Б.23	verification d'hysteresis de la composante F_3 (Balance 2) : (a) Sens positif.	120
	(b) Sens negatil	199
C.1	Cylindre incliné : (a) sens des angles, (b) coupe 1-1	142
C.2	Forces aérodynamiques sur un cylindre incliné : (a) dans le système d'axes	
	global, (b) dans le système d'axes local	143
F 1	Energy la de calcul (a) Calcínera de la atmustance (b) Dánharmanta anna	
Ľ.1	Exemple de calcul : (a) Schemas de la structure; (b) Deplacements aux	1/9
\mathbf{E} 2	Donsité sportrale de puissance des déplacements du nœud $2:(2)$ $u_{-}(t)$ et	140
12.2	Densite spectrale de puissance des deplacements du nœud 2. (a) $u_{x2}(t)$ et $u_{x2}(t)$: (b) $u_{x2}(t)$	150
	$u_{z2}(v)$, (b) $u_{y2}(v)$.	100
F.1	Variation de la densité de l'air sur la période d'une année	152
H.1	Paramètres du câble dans le menu principal.	155
H.2	Analyse du câble sous poids propre.	156
H.3	Analyse du câble sous poids propre (continue)	157
H.4	Analyse modale du câble.	158
H.5	Résultat d'une analyse modale du câble.	158
H.6	Analyse du câble sous charges de vent moyen	159
H.7	Déplacement Ux du nœud 2 du câble sous charges de vent moyen	160
H.8	Déplacement Uy du nœud 16 du câble sous charges de vent moyen. $\ . \ . \ .$	161
H.9	Rotation OP à l'ancrage bas du câble sous charges de vent moyen	161
H.10	Analyse du câble sous charges de vent turbulent	162
H.11	Spectre des déplacements du nœud 2 du câble	163
H.12	Rotation hors-plan de l'ancrage bas du câble sous charges de vent turbulent.	163
H.13	Rotation hauban/tablier sous charges de fatigue	164

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Permissible stresses under service conditions at SLS and fatigue tests of
	stay cables
3.2	Cable-stayed bridges characteristics
3.3	Coefficients for predicting of γ_F
4.1	Characteristics of models
5.1	Tension aux appuis et pulsations naturelles du hauban
5.2	Paramètres des haubans
5.3	Durée de la vitesse moyenne du vent sur la période d'une année 95
5.4	Amortissement dynamique du hauban C26 (pour $\beta = 90^{\circ}$)
B.1	Analyse des résultats de l'étalonnage
E.1	Fréquences naturelles (en Hz)

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Évolution des ponts haubanés

Les ponts haubanés modernes ont été construits à partir des années 1950. Après 60 ans d'évolution, ces structures sont utilisées largement dans le monde entier en raison de leurs avantages structurels, économiques et esthétiques. La conception des ponts haubanés s'est aussi considérablement développée. Une représentation des ponts haubanés construits au début de cette période, de 1950 à 1970, est présentée à la figure 1.1. Pour ces ponts, on utilisait un nombre limité de haubans, habituellement de deux à six paires, dans la travée principale. Les haubans étaient normalement séparés par une grande distance, de 30 à 80 m [Caetano, 2007]. Cela nécessitait alors une grande rigidité en flexion du tablier de pont qui était généralement en acier. Le rapport d'élancement de la travée principale, h/L, variait de 1/50 à 1/70 [Walther *et al.*, 1999], où h et L sont la hauteur du tablier et la longueur de la portée, respectivement. La tension dans les haubans était très élevée, et des ancrages complexes étaient requis.



Figure 1.1 Exemple d'un pont haubané construit entre les années 1950 et 1970 : Pont Theodor Heuss en Allemagne, 1957 [Monats, 2009]



Figure 1.2 Exemple d'un pont haubané construit après 1970 : Pont Alex-Fraser au Canada, 1986 [Cortright, 1995]

Dans les années 70, les ponts haubanés ont été conçus en utilisant plusieurs haubans espacés de 8 à 15 m pour supporter le tablier [Caetano, 2007]. Cela nécessite donc moins de rigidité en flexion du tablier, et permet donc de réduire sa hauteur. Le rapport d'élancement de la travée principale est beaucoup plus faible que celui des ponts haubanés de la première génération, et peut atteindre une valeur h/L de 1/500 [Walther *et al.*, 1999]. Cette conception permet aussi l'utilisation de tabliers en béton armé ou mixtes dont la dalle est en béton armé et les poutres sont en acier. Le pont Alex-Fraser, construit en 1986 au Canada et que montre la figure 1.2, est un exemple de cette génération de ponts haubanés. Ce pont a un tablier mixte dont la dalle de 0.215 m d'épaisseur est en béton armé. Les deux poutres longitudinales en forme de I, de 2 m de hauteur, sont en acier. La travée centrale de 465 m était le record mondial de la travée la plus longue au moment de sa construction. Les espacements des haubans en travées et au porte-à-faux sont de 9 m et 4.5 m, respectivement.

En 1988, Jacques Mathivat a développé une proposition pour le viaduc Arrêt-Darré utilisant des pylônes courts et des câbles de précontrainte extérieure plutôt que des haubans. Ce type de ponts est appelé pont à précontrainte extradossée (*extradosed bridge*). Le projet s'était finalement construit avec une technique classique de pont en béton précontraint construit par encorbellements successifs, mais ce concept a par la suite été appliqué dans projets à travers le monde. Malgré la ressemblance en apparence entre les ponts à précontrainte extradossée et les ponts haubanés, leur comportement est différent. Dans le pont à précontrainte extradossée, les pylônes sont plus courts et le tablier est plus rigide que ceux des ponts haubanés. Les câbles de précontrainte extradossée ont donc un com-

1.2. CHARGES DE FATIGUE DES HAUBANS



Figure 1.3 Exemple d'un pont à précontrainte extradossée : Pont Twinkle Kisogawa au Japon, 2006 [Tawashi, 2006]

portement intermédiaire entre celui des câbles de précontrainte extérieure, dont le tracé s'inscrit dans la hauteur des poutres intéressées, et celui des haubans qui assurent une suspension quasi totale du tablier [SETRA, 2001]. La figure 1.3 présente un exemple de ponts à précontrainte extradossée.

1.2 Charges de fatigue des haubans

Les haubans sont les éléments les plus importants dans les ponts haubanés parce qu'ils supportent le tablier et transfèrent les charges aux pylônes. Étant composés d'un assemblage de fils ou de torons de faibles diamètres, les haubans ont une inertie de flexion très faible par rapport à celle des autres éléments de la structure. Ils sont donc généralement supposés infiniment souples et articulés à leurs extrémités. Dans tous les cas pratiques, cette approximation est très satisfaisante pour les calculs de structure. Cependant, quel que soit son degré de perfection technologique, un point d'ancrage ne peut être considéré comme une articulation parfaite. Le câble doit être suffisamment déformé avant que l'axe ou rotule tourne et s'oriente à la bonne direction [Combault *et al.*, 1982]. Par conséquent, au niveau des ancrages et des selles de déviation, le câble subit des déviations angulaires générant des contraintes en flexion et des contraintes de contact (*fretting stresses*). La variation de ces contraintes combinées aux contraintes axiales de traction peut conduire à des endommagements en fatigue des haubans. Ces déviations angulaires sont principalement dues aux vibrations des haubans et aux rotations du tablier de pont au niveau des ancrages bas [EN1993-1-11 :2006, 2007; FHWA/TX, 2008; SETRA, 2001; Winkler et Georgakis, 2011]. Les haubans sont particulièrement sensibles aux différents types des vibrations à cause de leur flexibilité et leur faible amortissement intrinsèque. Ces vibrations sont dues soit aux déplacements de leurs ancrages sous l'effet des charges de trafic et du vent agissant sur l'ouvrage (tablier et pylônes), soit à l'action directe du vent et de la pluie sur les haubans. Plusieurs vibrations de grandes amplitudes des haubans ont été observées dues à ces raisons. L'un des premiers cas a été observé au Pont de Brotonne, en 1977 en France. D'autres cas ont été observés, par exemple au Pont Meiko Nishi au Japon en 1988, au Pont Skarnsundet en Norvège en 1995, au Pont Puente Real en Espagne en 1995, aux Ponts Veterans Memorial et Fred Harman au Texas, États-Unis en 1997, au Pont Öresund en 2000 en Suède-Danemark [Caetano, 2007; SETRA, 2001]. Ces vibrations imprévues ont causé des dommages aux supports des haubans, en particulier le cas du Pont Fred Harman où plus de 100 tubes de guidage cassés ont été trouvés sur un total de 192 haubans [FHWA/TX, 2008]. Cela est une indication visuelle de l'effet de flexion aux ancrages provenant des vibrations des haubans.

En outre, comme mentionné dans la section 1.1, les tabliers des ponts haubanés construits après 1970 sont beaucoup plus flexibles que ceux des ponts haubanés construits dans les années 1950-1970. Alors, les déviations angulaires des haubans résultent aussi du cumul des rotations du tablier au niveau des ancrages bas des haubans, notamment sous les charges de trafic [FHWA/TX, 2008; SETRA, 2001]. Le choix de la rigidité en flexion du tablier influence significativement ces effets. Cependant, ce choix est parfois fait très différemment d'un pont à l'autre. Par exemple, le tablier en travée de rive du Pont Zakim (Figure 1.4a) est une poutre-caisson en béton armée de 3.05 m de hauteur tandis que celui du Pont Evripos (Figure 1.4b) est une dalle en béton armée de 0.45 m d'épaisseur. Les espacements entre des haubans de ces deux ponts sont similaires, 4.57 m et 5.9 m respectivement. On peut donc évaluer visuellement que l'effet de flexion locale du tablier au niveau des ancrages bas des haubans est probablement plus important dans le cas du Pont Evripos que celui du Pont Zakim.

1.3 Exigences de normes et de recommandations

Quoi qu'on sache que c'est l'effet de flexion locale qui est la cause principale de la fatigue des haubans, cet effet n'est pas directement pris en compte dans le calcul de la résistance en fatigue des haubans. Pour éviter des justifications théoriques complexes par le calcul des contraintes de flexion correspondant aux déviations angulaires, l'Eurocodes EN1993-1-11 :2006 [2007] et plusieurs spécifications tels que SETRA [2001], PTI [2007] et fib [2005] ont essayé de tenir compte de ces effets par des essais de fatigue en flexion. Ces



(a) Pont Zakim aux États-Unis, 2003 [RDuke, 2006]

(b) Pont Evripos en Grèce, 1992[Wikipedia, 2007]

Figure 1.4 Variation de la rigidité en flexion du tablier des ponts haubanés

essais de fatigue consistent à soumettre le hauban complet, soit à une charge transversale à mi-portée, soit à l'action combinée d'une traction axiale et d'une déviation angulaire ondulées jusqu'à deux millions de cycles. Ici, la contrainte axiale maximale correspond à 45% de la contrainte de rupture garantie de l'acier, f_{GUTS} . Alternativement, vu l'importance des déviations angulaires sur la résistance en fatigue des haubans, les concepteurs d'ouvrages haubanés et les entreprises distributrices de procédés de haubanage adoptent des dispositifs constructifs permettant de réduire des effets de flexion locale. Il faut aussi prévenir dès la conception toutes les vibrations de grandes amplitudes des haubans en utilisant des méthodes de mitigation tels que l'amortissement, le profilage du câble ou la mise en place d'aiguilles. Par ces règlements, la résistance en fatigue des haubans est assurée par une vérification uniquement sur les contraintes axiales dans les haubans, pour justifier que l'étendue de contrainte sous la charge axiale de fatigue est inférieure à la limite de troncature du procédé de haubanage [SETRA, 2001]. Outre les exigences relatives à la résistance en fatigue des haubans, les normes et les recommandations limitent aussi la contrainte axiale maximale dans les haubans aux états limites d'utilisation (ELUT). Cette limitation de contraintes est essentiellement compatible avec les sollicitations en fatigue des haubans. L'Eurocode EN1993-1-11 :2006 [2007] et plusieurs recommandations telles que SETRA [2001] et fib [2005] limitent cette contrainte à $0.45 f_{GUTS}$ pour les haubans vérifiés par des tests de fatigue en traction pure, et à $0.5 f_{GUTS}$ si les haubans sont certifiés par des essais de fatigue en flexion et des dispositions constructives sont adoptées. Cette limite est de $0.6 f_{GUTS}$ pour les câbles de précontrainte extradossée [SETRA, 2001].

1.4 Objectifs de la thèse

Cette thèse a pour objectifs :

- (i) De proposer un indice d'amplification de fatigue directement relié à la rotation à l'ancrage sous charges routières, responsables de la flexion locale à cet endroit.
- (ii) De mieux évaluer les effets du vent sur les haubans, et notamment sous les charges de vent turbulent.
- (iii) De comparer les effets du vent turbulent et des charges routières.

1.5 Organisation de la thèse

Le chapitre 2 présente une revue de la littérature portant sur le phénomène des vibrations des haubans ainsi que l'effet de la flexion du tablier sous les charges de trafic sur la rotation aux ancrages des haubans. Le chapitre 3 présente le premier article de revue qui décrit l'évaluation de la rotation aux ancrages bas des haubans sous les charges routières en proposant un indicateur d'amplification de fatigue des haubans. Le chapitre 4 présente le deuxième article de revue sur les travaux en soufflerie pour l'évaluation des coefficients aérodynamiques d'un cylindre incliné en fonction de la direction du vent et du nombre de Reynolds. Au chapitre 5, l'évaluation de la rotation des haubans sous les charges de vent (moyen et turbulent) est effectuée en utilisant les résultats en soufflerie obtenus précédemment. Ce chapitre présente également une comparaison des effets du vent et des charges routières sur la rotation des haubans. Finalement, les annexes présentent le modèle d'élément de câble utilisé dans cette étude, la conception des capteurs utilisés pour les essais en soufflerie ainsi que le logiciel d'analyse des câbles écrit sous MATLAB et utilisable sous la forme d'un GUI.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Introduction

Les déviations angulaires aux ancrages des haubans sont principalement dues aux vibrations des haubans et à l'effet de la flexion du tablier sous les charges de trafic. Les haubans sont sensibles aux différents types de vibration à cause de leur flexibilité. Ce chapitre présente donc une revue de littérature sur les vibrations des haubans et les méthodes constructives pour les réduire ainsi que l'effet de la flexion du tablier sous les charges de trafic sur la rotation aux ancrages des haubans. À partir de cela, les objectifs de cette recherche sont détaillés, et la méthodologie pour atteindre ces objectifs est présentée.

2.2 Vibrations des haubans

2.2.1 Vortex induced vibration (VIV)

Lorsqu'un écoulement fluide rencontre une structure cylindrique, trois modes de détachement tourbillonnaire ont été observés : le mode de Kármán, si la structure est au repos, et les modes 2S et 2P si la structure oscille en résonance dans la direction transversale [Laneville, 2006]. Le mode 2S (figure 2.1*a*) est caractérisé par le détachement de deux tourbillons simples par cycle d'oscillation tandis que le mode 2P (figure 2.1*b*) est caractérisé par le détachement de deux paires de tourbillons.

Dans le cas du mode de Kármán, le sillage présente des tourbillons tournant alternativement dans un sens puis dans l'autre. Ces tourbillons sont dus au détachement de la couche limite de l'écoulement autour du cylindre et s'accompagne d'une force transversale périodique provoquant des vibrations. La fréquence du détachement tourbillonnaire est donnée par :

$$f_v = \frac{\mathrm{St}U}{D},\tag{2.1}$$

où U est la vitesse de l'écoulement, D est le diamètre du cylindre et St est le nombre de Strouhal. Pour les cylindres, St = 0.2 dans une grande gamme de nombres de Reynolds.



Figure 2.1 Modes de détachement tourbillonnaire : a) 2S; b) 2P [Brika et Laneville, 1993].

La vibration induite par des tourbillons est généralement caractérisée par des amplitudes limitées [Caetano, 2007]. Cependant, si la fréquence f_v s'approche d'une fréquence propre de la structure, la résonance se produit, ce qui conduit à une interaction forte entre la structure et l'écoulement qui contrôle le mécanisme de détachement des tourbillons pour une certaine gamme de variation de la vitesse du vent. Ce phénomène aéroélastique est appelé *lock-in* ou *synchronisation*. L'apparition de vibrations fortes induites par des tourbillons dépend de l'intensité de la turbulence ainsi que de l'amortissement structurel qui est caractérisé par le nombre de Scruton :

$$S_c = \frac{2\delta m}{\rho D^2},\tag{2.2}$$

où δ est le décrément logarithmique de l'amortissement structural, m est la masse linéïque du cylindre et ρ est la densité de l'air. La figure 2.2 montre qu'une haute intensité de la turbulence et/ou un grand nombre de Scruton peuvent réduire le risque de VIV. Selon Dyrbye et Hansen [1999], aucun risque de *lock-in* n'existe pour les valeurs S_c supérieures à 20.

La figure 2.3 représente les valeurs du nombre de Scruton obtenues par Yamada [1997] pour des haubans de différents ponts haubanés au Japon supposant un décrément logarithmique de 0.01 comme une valeur représentative pour la vibration du premier mode. Notons que Yamada a défini le nombre de Scruton par : $S_{c2} = \delta m_e / \rho D^2 = S_c/2$. Cette figure montre que les valeurs de S_{c2} sont supérieures à 10 (i.e. $S_c \ge 20$) pour la majorité des haubans. Par conséquent, la VIV n'est généralement pas une grande préoccupation pour les haubans des ponts haubanés [Caetano, 2007; FHWA, 2007; SETRA, 2001].



Figure 2.2 Risque de VIV des cylindres en fonction du nombre de Scruton et de l'intensité de la turbulence [Dyrbye et Hansen, 1999].



Figure 2.3 Nombre de Scruton des haubans des ponts haubanés au Japon [Yamada, 1997].

2.2.2 Effet de sillage (Wake galloping)

Les tourbillons de Kármán créés par un câble en amont de l'écoulement peuvent provoquer des vibrations du câble en aval. Ce phénomène est bien connu dans le cas des conducteurs des lignes de transport d'énergie où les câbles sont en faisceaux. Dans les ponts haubanés, les haubans en amonts peuvent aussi provoquer l'excitation des haubans en aval. C'est le cas lorsque le vent est quasiment parallèle à l'axe du pont. Cependant, du fait de la fréquence de l'échappement tourbillonnaire sur un câble, et des distances entre haubans, ce phénomène ne peut pas se développer pour des vitesses de vent importantes, et ne présente donc pas de danger [SETRA, 2001].

Les câbles d'un pont haubané peuvent se situer dans le sillage d'un élément de structure. Le cas classique est celui des ponts à deux nappes de haubans soumis à un vent oblique : certains haubans de la nappe en aval peuvent se trouver dans le sillage de la jambe de pylône en amont, en particulier pour les pylônes à forme en H. Les turbulences provoquées par l'élément de structure peuvent exciter la vibration à la fréquence f_i du mode i des haubans si le vent a la vitesse critique suivante [SETRA, 2001] :

$$U_{crit} = \frac{f_i D_{pyl}}{\mathrm{St}_{pyl}},\tag{2.3}$$

où St_{pyl} et D_{pyl} sont le nombre de Strouhal et la dimension transversale de l'élément de structure engendrant les tourbillons.

Enfin, un effet de sillage plus complexe peut se produire sur les haubans jumelés qui sont souvent utilisés au Japon pour limiter la dimension des câbles. Plusieurs méthodes pour supprimer et contrôler cet effet ont été démontré avec efficacité [Yoshimura *et al.*, 1995, 1993].

Comme pour la VIV, le nombre de Scruton est un guide important quant à la probabilité de l'existence des oscillations dues aux effets de sillage. Cooper [1985] a proposé un critère approximatif pour la stabilité globale, basé sur les travaux antérieurs de Connors [1970] comme suit :

$$U_{crit} = Cf_i D\sqrt{S_c},\tag{2.4}$$

où U_{crit} est la vitesse du vent critique au delà de laquelle l'instabilité due aux effets de sillage pourrait se produire, $\xi = \delta/2\pi$ est le taux d'amortissement structural du câble, f_i est la fréquence naturelle du mode *i* du câble, *C* est un coefficient dépendant de l'espacement entre les câbles S : C = 25 pour *S* de 2D à 6D, et C = 80 pour *S* de 10D à 20D. L'équation (2.4) montre que l'augmentation du nombre de Scruton ou de la fréquence naturelle f_i peut augmenter la plage de stabilité des câbles [FHWA, 2007]. Par exemple, si $(S_c=10), D = 152 \text{ mm}, f_i=1 \text{ Hz et } S = 2D - 6D$, la vitesse critique, U_{crit} , est de 43.5 km/h : c'est une vitesse assez faible qui peut engendrer des problèmes de fatigue pour le câble [FHWA, 2007]. Cependant, la fréquence f_i du câble peut être augmentée en utilisant des câbles d'interconnexion (cross-ties) pour réduire la longueur effective du câble. Si des câbles d'interconnexion sont utilisés à deux endroits le long de ce câble, en le divisant en

trois longueurs égales, la fréquence f_i sera triplée. La vitesse critique du vent est donc de 129 km/h, ce qui est assez élevée pour avoir une probabilité d'occurrence beaucoup plus petite [FHWA, 2007].

Il est bien à noter que le coefficient C dans l'équation (2.4)correspond au cas où le vent est perpendiculaire au câble. Dans le cas des ponts haubanés où l'angle d'inclinaison vertical des haubans varie dans la gamme de 25° à 60°, et l'espacement entre des haubans est généralement supérieur à 6D, le coefficient C pourrait être plus élevé que les valeurs mentionnées ci-dessus [FHWA, 2007]. Par conséquent, une valeur conservatrice de 80 pour le coefficient C est supposée lors de l'estimation de la vitesse critique du vent pour le wake galopping [FHWA, 2007]. En effet, les oscillations provoquées par des effets de sillage ont causé la fatigue des câbles des ponts suspendus et ponts en arc. Cependant, ce type de problème de fatigue n'a pas encore été rencontré pour les câbles des ponts haubanés [FHWA, 2007].

2.2.3 Excitation combinée pluie et vent

L'excitation combinée pluie/vent est un problème qui a été mentionné la première fois par Hikami et Shiraishi [1988] après avoir observé plusieurs vibrations de grandes amplitudes des haubans pendant la construction du pont Meikonishi au Japon. D'autres contributions ensuite effectuées par Flamand [1995], Matsumoto *et al.* [1998, 1995, 1992], Verwiebe et Ruscheweyh [1998], etc. permettent de mieux comprendre ce phénomène de vibration. Sous certaines conditions de vent, et par temps de pluie, l'eau qui descend le long de la surface du câble s'organise selon deux filets d'eau, l'un en équilibre stable en fibre inférieure du hauban, et l'autre en équilibre instable en fibre supérieure. Ce dernier est placé à l'angle d'azimut où s'équilibrent les effets de la gravité, de la capillarité et du vent. La présence de ces filets d'eau modifie le profil aérodynamique du câble. De plus, le mouvement oscillant du filet d'eau supérieur provoque des efforts variables, qui engendrent une instabilité des haubans. Les amplitudes de vibrations plus grandes que 1 m ont été observées [FHWA, 2007]. L'instabilité pluie/vent a été observée dans les conditions suivantes [Caetano, 2007; SETRA, 2001] :

- L'intensité de la pluie est sans importance, sauf en cas de pluie trop abondante pour permettre aux filets d'eau de se former;
- Le vent doit être oblique, avec un angle d'azimut compris entre 30° et 80°, et tendre à "soulever" les haubans considérés. L'instabilité pluie/vent se développe pour des vitesses de vent modérées, comprises entre 8 et 15 m/s, correspondant aux vitesses

du vent réduites U_{cr} ($U_{cr} = U/fD$) de 20 à 90. Il semblerait que la turbulence du vent limite le phénomène, sans doute parce qu'elle empêche l'organisation des filets d'eau;

- Le diamètre des gaines est sans importance mais leur état de surface joue un grand rôle. L'instabilité pluie/vent a été observée sur des gaines en acier peint (pont de Brotonne en 1977 avant la mise en place des amortisseurs), en acier inoxydable (pont Wandre) ou en PEHD. Si la surface est trop lisse, le filet d'eau supérieur ne peut pas se former, mais l'augmentation de la rugosité liée au dépôt de poussière sur le hauban permet à l'instabilité pluie/vent de s'établir;
- Les oscillations les plus couramment observées ont une fréquence de 0.3 à 3.0 Hz et sont verticales;
- L'amortissement structural des haubans est très petit (le décrément logarithmique est inférieur à 0.01);
- Le diamètre des haubans varie entre 80 et 200 mm;
- L'amplitude typique des vibrations est environ deux fois le diamètre du hauban.
 Cependant, des amplitudes de sept fois le diamètre ont été observées.

En ce qui concerne les mesures possibles contre les vibrations induites par la combinaison pluie/vent, deux stratégies peuvent être suivies, l'une basée sur le traitement de la surface des haubans, et l'autre basée sur l'augmentation de l'amortissement par l'ajout de dispositifs spéciaux [Caetano, 2007].

Étant donné que l'instabilité pluie/vent des haubans est due à la formation des filets d'eau, quelques techniques de traitement de la surface des haubans ont été appliquées pour soit éviter la vibration du filet d'eau supérieur, ou désorganiser l'écoulement d'eau. Ces techniques ont montré une grande efficacité en supprimant les oscillations des haubans sous excitation pluie/vent [SETRA, 2001].

Étant donné que de nombreux ponts haubanés ont été construits sans subir de problèmes de vibration induite par la combinaison pluie/vent, il semble probable que dans plusieurs cas, l'amortissement structural est suffisant pour éviter ce problème. Les données du banc d'essais de Saito *et al.* [1994], obtenues en utilisant des valeurs réelles pour la masse et l'amortissement des haubans, sont utiles pour définir la limite d'instabilité pour les oscillations induites par la combinaison pluie/vent. Basé sur ces essais, il apparaît que les oscillations pluie+vent des haubans peuvent être évitées lorsque le nombre de Scruton



Figure 2.4 Profilage du câble : (a) gaine du pont Vasco de Gama; (b) gaine du pont Tatara [fib, 2005].

satisfait le critère suivant :

$$\frac{m\xi}{\rho D^2} = \frac{S_c}{4\pi} > 10,$$
(2.5)

où ξ est le taux d'amortissement structural du hauban. PTI [2007] propose aussi le même critère pour éviter ce phénomène. Pour les haubans typiques, une valeur de ξ entre 0.5% et 1.0% serait suffisant pour supprimer les vibrations sous excitation combinée pluie/vent [PTI, 2007].

2.2.4 Galop sec (Dry galloping)

Le galop ne se produit pas sur les haubans alignés perpendiculairement au vent. Cependant, lorsque le vent est oblique par rapport au plan vertical du hauban, une instabilité de mêmes caractéristiques que le galop a été observé [FHWA, 2007]. En fait, le galop des câbles inclinés secs (dry galloping) ont seulement été observé dans un nombre limité d'études expérimentales [Cheng *et al.*, 2008; Honda *et al.*, 1995; Matsumoto *et al.*, 1995; Miyata *et al.*, 1994; Saito *et al.*, 1994]. Récemment, au Japon, la vibration violente d'un hauban a été observée pendant le passage d'un typhon [Matsumoto *et al.*, 2005]. Certain témoins oculaires ont reporté que la pluie avait déjà arrêté lorsque la vibration du hauban a commencé. Selon les auteurs, cette vibration pourrait donc être un galop sec.

La figure 2.5 représente la relation entre (U_{crit}/fD) et le nombre de Scruton en se basant sur les données expérimentales de Saito *et al.* [1994]. À partir de cette recherche, il n'y aurait pas de risque de galop pour des vitesses de vent inférieures à la vitesse critique déterminée par l'équation (2.4), où le coefficient C est égal à 40 [FHWA, 2007], ou à 35



Figure 2.5 Galop des câbles inclinés secs [FHWA, 2007].

[SETRA, 2001]. Cependant, ce critère d'instabilité est très conservateur car selon lui, de nombreux ponts haubanés existants auraient montré plus de preuves de galops secs que ce qui a été effectivement observé. En fait, les essais de Saito *et al.* [1994] ont été réalisés seulement pour les câbles de très faibles amortissement et pour des directions de vent de 30° à 60°. FHWA [2007] a étudié expérimentalement ce phénomène d'instabilité en évaluant le critère proposé par Saito et al. Les résultats sont présentés à la figure 2.6. Cet essai suggère que même si un amortissement structural faible ($\xi > 0.003$) est fourni, les VIV et celles du type galop sec ne sont pas significatives. Cet amortissement correspond approximativement à un nombre de Scruton de 3, ce qui est inférieur à 10, la valeur minimale proposée pour supprimer les vibrations sous excitation combinée pluie/vent. Par conséquent, le galop des câbles secs ne se manifeste pas si un amortissement suffisant est prévu pour atténuer les vibrations sous excitation combinée pluie/vent [FHWA, 2007].

2.2.5 Effet du vent turbulent (Buffeting)

L'effet du vent turbulent (buffeting) sur des haubans cause des oscillations. Ces effets dépendent de la vitesse du vent, de l'intensité de la turbulence, et des paramètres aérodynamiques des haubans [SETRA, 2001]. L'amplitude des vibrations augmente avec la vitesse du vent. Cependant, l'amortissement aérodynamique des câbles, qui augmente avec la vitesse du vent, ainsi que la tension relativement élevée sous charges permanentes limitent les vibrations. D'après SETRA [2001], ce phénomène engendre peu de problème de fatigue pour les haubans. Toutefois, aucune étude évaluant les déviations angulaires



Figure 2.6 Relation entre la vitesse du vent et l'amortissement structural des câbles inclinés secs [FHWA, 2007].

des haubans sous charges de vent turbulent n'a été réalisée dans la littérature pour clarifier cette confirmation. En effet, contrairement à d'autres phénomènes de vibrations des haubans qui se produisent sous certaines conditions de vent et/ou de pluie, les vibrations dues à l'action du vent turbulent se produisent à toutes les vitesses de vent. De plus, la variation de la vitesse moyenne du vent provoque aussi des rotations aux ancrages des haubans. Ces effets engendrent des chargements alternés répétés pour les haubans. Il est donc bien nécessaire de faire une évaluation rigoureuse de ces phénomènes sur la fatigue des haubans qui n'a pas été faite à notre connaissance.

2.2.6 Vibrations des haubans sous excitation externe/paramétrique

La vibration des haubans peut être provoquée par le déplacement périodique de leurs ancrages, et donc par des oscillations de l'ouvrage engendrées par l'action du vent et du trafic sur le tablier ou les pylônes [SETRA, 2001]. Un déplacement périodique quelconque d'un ancrage peut être décomposé en un déplacement perpendiculaire à la corde du hauban, d'une part, et un déplacement parallèle à cette dernière, d'autre part. Ces deux composantes du déplacement correspondent aux excitations externe et paramétrique, respectivement [Caetano, 2007]. Les résultats théoriques ont montré que l'excitation externe peut engendrer un phénomène de résonance classique [SETRA, 2001] : la réponse du hauban présente une amplitude maximale lorsque la pulsation d'excitation correspond à une pulsation propre du hauban. Cette amplitude peut être limitée par l'amortissement du hauban. Cependant, l'excitation paramétrique peut engendrer un phénomène de résonance paramétrique qui s'apparente à une instabilité lorsque la pulsation d'excitation est double d'une pulsation propre du hauban. L'augmentation de l'amortissement des haubans permet de retarder l'apparition de la résonance paramétrique, mais n'en limite pas les effets [SETRA, 2001]. Il est donc nécessaire d'agir sur le rapport des fréquences pour combattre efficacement la résonance paramétrique [SETRA, 2001]. Stoyanoff et Pridham [2006] ont montré que l'utilisation des câbles d'interconnexion (*cross-ties*) avait un effet significatif sur les fréquences modales en-plan des haubans, ce qui peut donc être une méthode pour contrôler l'excitation paramétrique.

2.3 Effets de la flexion du tablier sous charges de trafic sur la rotation aux ancrages des haubans

L'utilisation de plusieurs haubans pour supporter le tablier dans les ponts haubanés permet de réduire la hauteur du tablier. La flexion de ce dernier sous les charges de trafic provoque donc des déviations angulaires aux ancrages des haubans. L'importance de cet effet dépend alors essentiellement de la rigidité en flexion du tablier, de l'espacement entre les haubans, de la longueur ainsi que de la rigidité axiale des haubans. Cependant, en fonction de nombreuses raisons, le choix de ces paramètres est fait différemment d'un pont à l'autre. Le tablier de pont peut être très rigide comme le cas du Pont Zakim (Figure 1.4a) mais aussi très flexible comme le cas du Pont Evripos (Figure 1.4b). L'espacement des haubans varie de 8 à 15 m dans la plupart des ponts haubanés, mais peut atteindre jusqu'à 20 m comme le cas du Pont Tatara au Japon, ou seulement 4.57 m dans le cas du Pont Zakim. De plus, la longueur des haubans varie extrêmement, de 30-40 m jusqu'à 500-600 m. La variation importante de ces paramètres conduit à différents niveaux de l'effet des déviations angulaires des ancrages de haubans.

L'évaluation des effets de flexion du tablier sous les charges de trafic est généralement réalisée par des analyses globales de la structure. Le pont est modélisé, en 2D ou 3D, par des logiciels d'analyse structurale. Les charges de trafic sont modélisées par des camions spécifiques proposés dans les normes et les recommandations. FHWA [2007] a évalué les vibrations des haubans du pont RAMA 8 sous charges d'exploitation. La rotation aux ancrages bas des haubans est issue de deux composantes : l'une est la rotation du tablier causée par sa flexion, et l'autre est la rotation des ancrages due à la variation de la tension des haubans. À partir de cette recherche, on voit que l'étendue de la rotation à
l'ancrage bas du troisième hauban le plus long sous charges d'exploitation est environ 0.5° (8.7 mrad). Un autre hauban est aussi présenté dans cette recherche dont l'étendue de la rotation est environ de 0.39° (6.8 mrad). Ces déviations angulaires sont importantes car la rotation proposée pour les essais de fatigue est 10 mrad. Cremona [1995] a fait une évaluation expérimentale des effets extrêmes du trafic sur les haubans d'un pont en France. Les valeurs maximales de la rotation aux ancrages inférieur et supérieur du hauban considéré, mesurées sur une période de trois semaines, étaient de 2.0 et 1.1 mrad, respectivement. Déterminer les rotations aux ancrages des haubans sous les charges de trafic est donc bien nécessaire pour évaluer la résistance en fatigue de ces structures. Cependant, il manque actuellement un outil permettant d'évaluer rapidement la rotation aux ancrages des haubans sous les charges de trafic.

2.4 Problématique et méthodologie

L'effet des déviations angulaires des ancrages est connu comme la raison principale de la fatigue des haubans. Malgré la grande variation de cet effet d'un hauban à l'autre, tous les haubans des ponts haubanés sont généralement conçus par la même règle proposée dans plusieurs normes et recommandations : réaliser les essais de fatigue de haubans sous l'action combinée de la traction et de la flexion avec une déviation angulaire de 10 mrad, utiliser les dispositions constructives pour diminuer les effets de flexion locale aux ancrages et garder une marge de sécurité en limitant la contrainte axiale maximale aux ELUT de $0.5 f_{GUTS}$. Ces règles semblent excessives pour le cas des haubans dont l'effet des déviations angulaires n'est pas important (tablier très rigide, espacement des haubans petit, etc.). Dans ce cas, le comportement des haubans ressemble à celui des câbles à précontrainte extradossée dont la contrainte axiale maximale aux ELUT est de $0.6 f_{GUTS}$. De plus, seulement les tests de fatigue en traction pure sont exigés. Au contraire, pour le cas des haubans dont l'effet des déviations angulaires devient critique (tablier très flexible, grand espacement des haubans, haubans très longs, etc.), ces règles ne sont probablement pas suffisamment sécuritaires. Afin d'optimiser la conception des ponts haubanés, il est donc important d'estimer la demande de la fatigue qui consiste à estimer la demande de rotation aux ancrages des haubans.

Tel que mentionné au chapitre 1, les objectifs globaux de cette thèse sont :

 (i) De proposer un indice d'amplification de fatigue directement relié à la rotation à l'ancrage sous charges routières, responsables de la flexion locale à cet endroit.

- (ii) De mieux évaluer les effets du vent sur les haubans, et notamment sous les charges de vent turbulent.
- (iii) De comparer les effets du vent turbulent et des charges routières.

La revue de littérature ci-dessus montre que l'effet de la variation de la vitesse moyenne du vent et ses fluctuations turbulentes pourrait être une source de fatigue des haubans. Les autres types de vibration se produisent seulement dans certaines conditions météorologiques (vent et/ou pluie) d'une part, et d'autre part les mesures de remédiation actuelles telles que les amortisseurs, le profilage de la surface, les câbles d'interconnexion, etc. peuvent contrôler efficacement ces vibrations. Elles ne sont alors pas considérées dans cette étude. En outre, l'effet de flexion du tablier sous les charges de trafic sur les rotations aux ancrages bas des haubans est important. Ainsi, les objectifs spécifiques de ce travail de recherche est d'évaluer les déviations angulaires aux ancrages bas des haubans sous l'effet du trafic, du vent turbulent et de la variation de la vitesse moyenne du vent. Pour cela, la méthodologie proposée est la suivante :

- Le chapitre 3 (Article 1) proposera un indice d'amplification de fatigue permettant d'évaluer l'amplitude de rotation aux ancrages bas des haubans provenant de l'effet de flexion du tablier sous charges de trafic. Cet indice est facilement déterminé à partir de la rigidité en flexion du tablier, de l'espacement des haubans et leur rigidité verticale.
- Pour évaluer la réponse des haubans sous l'effet du vent turbulent et de la variation de la vitesse du vent moyen, il faut connaître leurs coefficients aérodynamiques qui dépendent de plusieurs paramètres tels que le nombre de Reynolds, la direction du vent et l'inclinaison verticale des haubans. Le chapitre 4 (Article 2) présentera les résultats des essais en soufflerie pour évaluer les coefficients aérodynamiques du cylindre incliné, dans la région sous-critique du nombre de Reynolds.
- Dans le chapitre 5, les déviations angulaires aux ancrages bas des haubans sous les effets de vent turbulent et de variation de la vitesse moyenne seront évaluées. Les coefficients aérodynamiques du cylindre incliné obtenus au chapitre 4 et les vitesses moyennes horaires de vent enregistrées à une station météorologique seront utilisés. Les effets du vent sur la rotation aux ancrages des haubans seront comparés à ceux des charges de trafic.

CHAPITRE 3

ROTATION DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE TRAFIC

3.1 Avant-propos

Auteurs et affiliation

- Manh Cuong Hoang : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie civil.
- Frédéric Légeron : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie civil.
- André Laneville : professeur associé, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.

Titre anglais

Development of a cable stayed anchorage fatigue amplification index.

Titre français

Développement d'un indice d'amplification de fatigue des haubans des ponts haubanés.

État de l'acceptation

Soumis le 14 août 2014.

Revue

Engineering Structures.

Résumé français

L'objectif de cet article est de développer un indice d'amplification de fatigue, ψ , pour les haubans des ponts haubanés reliant la rigidité en flexion du tablier, l'espacement des haubans et leur rigidité verticale à l'amplitude de rotation aux ancrages bas des haubans qui est principalement responsable de l'endommagement par fatigue des haubans. En se basant sur des calculs analytiques et numériques (méthode des éléments finis), des équations différentes sont proposées selon le poids et la longueur des camions de fatigue pour prédire l'amplitude de rotation aux ancrages bas des haubans sous charge de fatigue. L'étude montre également que le facteur d'amplification dynamique pour l'amplitude de rotation hauban/tablier ne dépend pas des valeurs de l'indice de vulnérabilité de fatigue, et ses valeurs varient entre 0.9 et 1.7. En outre, il est démontré que la contrainte axiale maximale due aux charges d'exploitation n'est pas directement liée à la rotation aux ancrages bas des haubans. En combinant avec un autre indice, Ω , il est possible de relier la contrainte axiale maximale dans le haubans et l'amplitude de rotation à son ancrage bas. Des recommandations pour les travaux futurs à utiliser l'indice de vulnérabilité de fatigue pour optimiser la conception des haubans sont présentées.

Abstract

The objective of this article is to develop a simple fatigue amplification index, ψ , for stays of cable-stayed bridges relating the bending stiffness of the deck, the spacing of stays, and their vertical stiffness to the rotation amplitude of the bottom stay anchorage, which is mainly responsible for fatigue damage of stay cables. Based on analytical and finite element analysis, different equations are proposed depending on fatigue truck weights and lengths to predict the anchorage rotation due to fatigue loading. The study also indicates that the dynamic amplification factor of the stay/deck rotation amplitude is not dependent on the values of the fatigue vulnerability index, and its values vary between 0.9 and 1.7. Furthermore, it is shown that the maximum axial stress due to live loads is not directly related to cable anchorage rotation. Used in combination with another index, Ω , it is possible to relate the maximum stress in the stay cable to its bottom anchorage rotation amplitude. Recommendations for future work to use the fatigue vulnerability index to optimize design of stay cables are presented.

3.2 Introduction

Fatigue is an important consideration in cable-stayed bridge design. It is typically addressed by limiting stress in stays at 45% or 50% f_{GUTS} as it is presented in Table 3.1, where f_{GUTS} is the guaranteed ultimate tensile strength of cable. However, studies on fatigue of stay cables have shown that the transverse displacements amplitude, i.e. the angular deviation at stay cable anchorages, had the largest influence on the fatigue life of the stay cables [Brand *et al.*, 2011; FHWA/TX, 2008; Miki *et al.*, 1992; Winkler *et al.*, 2011]. In cable-stayed bridges, these angular deviations result from the cumulative effects of vibrations of stay cables, movements of the bridge deck and stay cables under traffic loading, and installation tolerances of the cable anchorages to the structures (girders and pylons) [fib, 2005; PTI, 2007; SETRA, 2001].

In current design practice to mitigate the flexural stresses due to stay cable/deck rotation, guide deviators are usually installed near the anchorages and the cable anchorages are aligned within very stringent erection tolerance. However, the guide deviators cannot

Codes, Recommendations	Permissik under servio	le stresses in stay cables ce conditions at SLS (f_{SLS})	Bending fatigue test conditions			
EN 1993-1-11 :2006(F). Design of steel structures. Part 1-11 : Design of	$0.50 f_{GUTS}$	Fatigue design including bending stresses	$\sigma_{max} = 0.45 f_{GUTS}$ $\Delta \sigma = 105 \text{ MPa (bar)}$ $\Delta \sigma = 150 \text{ MPa (monostrand)}$ $\Delta \sigma = 160 \text{ MPa (parallel wire strands)}$ $\Delta \alpha = 0\text{-10 mrad}$ $N = 2 \times 10^6 \text{ cycles}$			
structures with tension components.	$0.45 f_{GUTS}$	Fatigue design without bending stresses				
SETRA 2001. Recommendations de la commission	$0.50 f_{GUTS}$	If bending stresses at the ends of stay cables are limited	$\sigma_{max} = 0.45 f_{GUTS}$ $\Delta \sigma = 200 \text{ MPa (strand or wire)}$ $\Delta \alpha = 10 \text{ mrad}$			
interministerielle de la précontrainte	$0.45 f_{GUTS}$	Otherwise.	$N = 2 \times 10^6$ cycles L = 5m			
PTI-Recommendations for stay cable design, testing and installation (fifth edition)	-	-	$\sigma_{max} = 0.45 f_{GUTS}$ $\Delta \sigma = 194 \text{ MPa (wire)}$ $\Delta \sigma = 159 \text{ MPa (strand)}$ $\Delta \sigma = 105 \text{ MPa (bar)}$ $\Delta \alpha = 10 \text{ mrad}$ $N = 2 \times 10^6 \text{ cycles}$ L = 3.5m			
fib-Bulletin 30. Acceptance	$0.50 f_{GUTS}$	For stay cable systems tested in accordance with axial and bending effects	$\sigma_{max} = 0.45 f_{GUTS}$ $\Delta \sigma = 200 \text{ MPa (wire)}$ $\Delta \sigma = 200 \text{ MPa (strand)}$			
of stay cable systems using prestressing steels.	$0.45 f_{GUTS}$	For stay cable systems tested in accordance with purely axial stress (without bending effect)	$\Delta \sigma = 110$ MPa (bar) $\Delta \alpha = 10$ mrad $N = 2 \times 10^6$ cycles L = 3.5m			

Tableau 3.1 Permissible stresses under service conditions at SLS and fatigue tests of stay cables.

Note: σ_{max} and $\Delta \sigma$ are the maximum and the variation of the axial stress in stay cables respectively, $\Delta \alpha$ is the angular deviation imposed at cable anchorages, N is the number of cycles, and L is the length of the test specimen.

eliminate all flexural stresses in stay cables, and may also need to be removed if special damping devices are provided to control cable vibrations [fib, 2005]. In addition, Eurocode [EN1993-1-11:2006, 2007] and recommendations such as SETRA [SETRA, 2001], fib [fib, 2005], PTI [PTI, 2007] aim at accounting for local bending effects by incorporating bending effect in the fatigue tests for qualification of stay cable systems. Tests create the flexural effect either with wedge-shaped shim plates beneath the anchorages which impose a constant rotation to the anchorage against the centre line of the stay cable assembly [fib, 2005; PTI, 2007], or by applying a sinusoidal transverse load at mid-span of the stay cable assembly generating an angular deviation of the anchorages [SETRA, 2001. Tests and design procedure limiting axial stress at serviceability limit state do not account directly for rotation and local bending stress at anchorages. In order to optimize the cable-staved bridge design, it is therefore necessary to estimate the fatigue demand which involves estimating anchorage rotational demand. For example, it is interesting to note that in extradosed bridges, it is assumed that cables do not experience appreciable stress range due to live load, wind load, or bending effects at anchorages neither from primary effects, nor from secondary bending effects associated with bridge displacements [PTI, 2007]. Hence, the axial stress limit in extradosed cables at SLS is 60% of f_{GUTS} [SETRA, 2001] which is about 20 to 33% higher than allowable stress for stay cables. However, recognizing that some cables of extradosed bridges may be less inclined than cables of cable-stayed bridges. A smooth transition between extradosed and cable-stayed bridges was proposed by the SETRA [SETRA, 2001] and the Japan Prestressed Concrete Engineering Association's Specification (JPCEA) [JPCEA, 2009], as reported in Fig. 3.1, relating the allowable maximum stress at SLS, f_{SLS} , and stress variation under live load, σ_L . The allowable stress at SLS in the relation shown is not related to rotation of anchorage but variation of stress only, whereas it was discussed above that the rotation is an important factor in fatigue of stay cables.

The objective of this article is to define a simple index that can help assess the rotation amplitude of the cable stay anchor under live load to predict vulnerability of individual cable stays to fatigue. That index could later be used to optimize stress limit and anchorage design detailing. To achieve this objective, a cable-stayed bridge is first simplified as an infinite beam on elastic springs subjected to a unit moving load. A simplified formula for the rotation amplitude of the beam at spring location, $\Delta \varphi$, is derived and a simple index, ψ , is then proposed to predict $\Delta \varphi$. This formula is calibrated by finite element analyzes of several real cable-stayed bridges to take into account the effects of lateral displacements of pylons, the variation of cable sag, and the boundary conditions. The rotation amplitude at the lower anchorage of stay cables due to fatigue trucks, $\Delta \varphi_F$, is also estimated with this



Figure 3.1 Relation between stress variation under live load, σ_L and allowable stress at SLS, f_{SLS} , normalized by f_{GUTS} .

approach. From the results, factors are proposed to estimate the fatigue rotation amplitude of the stay cable from its unit rotation amplitude. Dynamic amplification factors for the rotation amplitude at the lower anchorage of stay cables, and the relationship between the rotation amplitude and the maximum axial stress change in stay cables at SLS are also evaluated.

3.3 Cable-stayed bridges modeled as a beam on elastic springs

In modern cable-stayed bridges, the deck is supported by closely spaced stay cables. The deck deflection under traffic loading is therefore affected by the deck bending stiffness and by the stiffness and spacing of stay cables. In order to evaluate anchorage rotation, the structural system is simplified as an infinite beam supported by equally spaced elastic springs as shown in Fig. 3.2. Each spring represents a stay with vertical stiffness k. Distributing the reaction of the spring due to deflection of the beam, ky, over the distance between stays, S, the differential equation for the deflection is given as :



Figure 3.2 (a) Beam deflection curve; (b) Beam rotation curve due to unit load.

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{k}{S}y.$$
(3.1)

Using the notation :

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EIS}} \; ,$$

the beam rotation becomes [Timoshenko, 1956]:

$$\varphi(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{kEI}} e^{-\beta x} \sin(\beta x) & \text{for } x \ge 0\\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{kEI}} e^{\beta x} \sin(\beta x) & \text{for } x \le 0 \end{cases}$$
(3.2)

where x is the distance from the load position to the location where the angle is calculated. Fig. 3.2b shows that the beam rotation at the i^{th} spring location reaches its minimum and maximum values when the loading is at a distance $x_i = \pi/4\beta$ and $x'_i = -\pi/4\beta$, respectively :

$$\varphi_{max} = -\varphi_{min} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}e^{-\pi/4}\right)\psi , \qquad (3.3)$$

where

$$\psi = \sqrt{\frac{S}{kEI}} \ . \tag{3.4}$$

Therefore, the beam rotation amplitude at the spring location due to unit moving load is given by :

$$\Delta \varphi = \varphi_{max} - \varphi_{min} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\pi/4}\right)\psi \approx 0.32\psi.$$
(3.5)

Eq. (3.5) shows that the unit rotation amplitude at the lower anchorage of the stay cables is proportional to the ψ values, and therefore ψ is named the "fatigue amplification index". This confirms that the unit rotation amplitude of the stay cables is affected by the bending stiffness of the deck, EI, the spacing of stays, S, and the vertical stiffness, k, of stay cables. In a cable-stayed bridge though, this rotation amplitude is also affected by the tower lateral displacements, the cable sag variations and the boundary conditions. Eq. (3.5) needs to be calibrated to take into account these effects which is the objective of the following section.

3.4 Cable-stayed bridges modeled by FEM

3.4.1 Description of cable-stayed bridges

In order to calibrate Eq. (3.5), examples of cable-stayed bridges with configurations similar to existing designs are analyzed with a finite element model. A total of nine cable-stayed bridges are analyzed in this study. The main characteristics of the bridges are shown in Table 3.2, and represent a good mix of cable-stayed configurations that can be found in practice. The deck sections of bridges A to G are composite with two steel-edge girders while for bridges H and I, the deck slabs are made of concrete. The main span length for these bridges varies between 192.8 m and 465 m. The bridges A to E and H have three spans while the bridges F and G have two spans, and the bridge I has five spans. The maximum axial stress in stay cables under permanent loads is between $0.16 f_{GUTS}$ and $0.43 f_{GUTS}$.

3.4.2 Analysis model

A plane frame model that includes girders, pylons and stay cables is used to analyze the cable-stayed bridges. In this model, the cable plane is assumed vertical to the deck. The

geometrical characteristics of the deck and pylons such as areas and moments of inertia are taken as a half of the full section. The stay cables, pined at its ends, are modeled by 20 cable elements of equal length using elastic catanery formulations. Fig. 3.3 shows the connection model between the deck and the pylons used in this study. The structural analysis is carried out using SAP2000. Cable-stayed bridges are first analyzed under dead loads, taking into account the nonlinear geometric effects, to obtain the equilibrium configuration of the structure. From this equilibrium configuration, the behavior of stay cables under live loads

		Deck					Stay cables			
Bridge	Elevation	Section	Width (m)	Slab thick.	Span length (m)	Qty. (1 plane)	Area	Stresses due to dead loads		
A	¢.	III	32.3	0.32	115.75+280+115.75	40	35 T15 to 84 T15	0.32 f _{GUTS} to 0.38 f _{GUTS}		
В	<u>e</u>	I I	23.68	0.24	150.91+365.84+150.91	48	18 T15 to 58 T15	0.32 f _{GUTS} to 0.37 f _{GUTS}		
С	<u>e</u>		23.83	0.254	144.77+381.12+144.77	48	19 T15 to 61 T15	$\begin{array}{c} 0.24~\mathrm{f}_{\mathrm{GUTS}}\\ \mathrm{to}\\ 0.37~\mathrm{f}_{\mathrm{GUTS}} \end{array}$		
D	<u>E</u>	II	20.73	0.216	155.45+335.28+155.45	44	19 T15 to 49 T15	$\begin{array}{c} 0.20~\mathrm{f}_{\mathrm{GUTS}}\\ \mathrm{to}\\ 0.32~\mathrm{f}_{\mathrm{GUTS}} \end{array}$		
E	G.	II	28	0.215	184.25+465+184.25	96	85 φ7 to 235 φ7	0.21 f _{GUTS} to 0.37 f _{GUTS}		
F		II	17.68	0.248	240.80+289.57	35	20 T15 to 70 T15	0.23 f _{GUTS} to 0.34 f _{GUTS}		
G		I	25.71	0.254	201.17+134.42	27	25 T15 to 73 T15	0.21 f _{GUTS} to 0.41 f _{GUTS}		
Н	<u>¢</u>		13.5	0.45	90+215+90	66	7 T15 to 78 T15	0.16 f _{GUTS} to 0.43 f _{GUTS}		
Ι	A A		12.10	0.77	25.55+81.8+ +192.8 +25.55+81.8	48	10 T15 to 19 T15	0.29 f _{GUTS} to 0.38 f _{GUTS}		

Tableau 3.2 Cable-stayed bridges characteristics.

which are small compared to dead load can be assumed linear [Walther, 1988]. The bridge responses under moving loads is obtained by "multi-step static" analysis.



Figure 3.3 Connection between the deck and the pylons.

3.4.3 Stay cable/deck rotation definition



a). Stay/deck angle variation due to the load P b). Relationship between angles

Figure 3.4 Stay cable/deck rotation definition.

The stay/deck rotation, φ , is defined in this article as the variation of the angle between the tangent of the stay deflection curve and the deck deflection curve at the cable lower anchorage due to the moving load, \mathbf{P} , as shown in Fig. 3.4a. It is determined by the following equation :

$$\varphi = \alpha + \theta - \gamma , \qquad (3.6)$$

where γ is the rotation of the cable end due to sagging the cable, and determined following recommendations of SETRA [SETRA, 2001]; α is the cable anchorage rotation which is caused by deck deflections; and θ is the variation of the angle between the stay chord and its horizontal projection due to displacements of the cable ends. Fig. 3.5 shows the effects of γ , α and θ on the values of φ for the cable located at mid-main span of bridge A. It is observed that these rotation components do not typically achieve their extreme values at the same time.



Figure 3.5 Stay/deck rotation of the cable located at mid-main span of the bridge A due to unit moving load as a function of load position x normalized by the total length of bridge.

3.4.4 Stay cable/deck rotation amplitude due to unit moving load

After determining the values of φ from the global analysis results as mentioned above, the values of $\Delta \varphi$ is determined. Fig. 3.6 shows the variation of normalized values of $\Delta \varphi$ by $\Delta \varphi_0$ with the position of stay cables where $\Delta \varphi_0$ is the unit rotation amplitude of stay cables predicted by Eq. (3.5). It is observed from this figure that the $\Delta \varphi / \Delta \varphi_0$ values of stay cables located away from rigid supports (piers and pylons) are roughly constant. However, for the stay cables located near the supports or in cantilever beyond the support,



Figure 3.6 $\,$ Stay/deck rotation amplitude of stay cables due to unit moving load.

the $\Delta \varphi$ values change significantly due to the effect of boundary conditions. The length of regions affected by boundary conditions, x_0 , are generally equal to about 0.3L for the side spans and 0.1L for the main spans, where L is the span length. In order to take into account this effect, ψ is modified as follows :

$$\psi = \gamma_x \sqrt{\frac{S}{k.EI}} , \qquad (3.7)$$

where γ_x is determined as :

$$\gamma_x = \begin{cases} n_s + 1 & \text{for cables in cantilevers beyond end support} \\ 1 + a_0.\mathrm{e}^{-0.15x} & \text{for cables in regions } x_0 \text{ from end supports} \\ 0.45 \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + 0.55 & \text{for cables in regions } x_0 \text{ from pylons} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

in which n_s is the number of stay cables located in cantilevers; x is the distance from the cable lower anchorage to the nearest support; and a_0 is a factor taking into account the effect of cantilevers : $a_0 = 2$ for bridges with cantilevers, $a_0 = 1$ for bridges without cantilever. Fig. 3.7 shows $\Delta \varphi$ values as a function of ψ . It is observed that the $\Delta \varphi$ values vary between 0.28ψ and 0.6ψ which are considered as the lower and upper limit, respectively. These limits are determined such as 95% of the calculated rotation amplitudes are above 0.28ψ and below 0.6ψ . The mean unit stay/deck rotation amplitude for stay cables can be estimated as :

$$\Delta \varphi = 0.4\psi. \tag{3.8}$$

3.5 Stay cable/deck rotation amplitude due to fatigue loading

3.5.1 Fatigue loading

The fatigue loading proposed in most codes and specifications is a single truck occupying a single lane in each direction. The characteristics of the design truck such as the weights and spacing of axles and wheels vary from code to code. To take into account the effect of various design trucks, the fatigue trucks CL-625, LM3 and HL-93, proposed by CAN/CSA- S6-06 [CAN-CSA, 2006], Eurocode [EN1991-2 :2003, 2004] and AASHTO [AASHTO, 2010] respectively, are considered in this study. Furthermore, the response due to truck HL-93 is amplified by a factor of 1.4 to take into account the effects of long span bridges [PTI, 2007].

3.5.2 Stay/deck rotation range due to design fatigue trucks

The stay/deck rotation amplitude due to fatigue trucks, $\Delta \varphi_F$, depends not only on ψ , but also on the truck length. If the truck length is shorter, the truck weight effect is more pronounced for the same overall truck weight. Fig. 3.8 shows the $\Delta \varphi_F$ values normalized by the product $(\Delta \varphi.\psi^{-\alpha_1})$ as a function of the distance from the pylon to cable lower anchorages, where α_1 is a factor taking into account the truck length, and $\Delta \varphi$ is calculated with Eq. (3.8). It is observed from this figure that in the region $0 \leq x \leq 3L_{truck}$, the ratio $\Delta \varphi_F / \Delta \varphi. \psi^{-\alpha_1}$ reaches its minimum values at stay cables located beside pylons, and then increases with the increasing value of x. Outside of this region, the ratio is fairly constant. In addition, it can be seen in Fig. 3.8b that the location of LM3 truck, whose length is the shortest, has a minor influence on the ratio $\Delta \varphi_F / \Delta \varphi. \psi^{-\alpha_1}$. From these results, the stay/deck rotation amplitude due to fatigue trucks is estimated as :





Figure 3.7 Stay/deck rotation amplitude due to unit moving load as a function of ψ .



Figure 3.8 Stay/deck rotation amplitude due to fatigue trucks, $\Delta \varphi_F$ normalized by $\Delta \varphi. \psi^{-\alpha_1}$, as a function of the cable location : (a) CL-625; (b) LM3; and (c) HL-93.

where γ_L is a factor taking into account the distribution of the fatigue truck loading to one plane of cables which is assumed equal to a uniform value 0.75 in this study, and γ_F is a factor related to ψ by :

$$\gamma_F = \psi^{-\alpha_1}(a_F x^{\alpha_2}) , \qquad (3.10)$$

where $\alpha_1 = 0.0055 L_{truck}$, α_2 and a_F are factors shown in Table 3.3. The approximate curves of $\Delta \varphi_F / \Delta \varphi . \psi^{-\alpha_1}$ for each fatigue truck are shown in Fig. 3.8. In addition, due to the minor effect of the *x* values outside of the $3L_{truck}$ region, the $\Delta \varphi_F / \Delta \varphi . \psi^{-\alpha_1}$ values are roughly constant and can be estimated by mean value 195, 275 and 190, with the maximum deviation standard of 7.1%, 5.4% and 6.2%, for CL-625, LM3 and HL-93, respectively. Replacing $\Delta \varphi$ by 0.4 ψ according to Eq. (3.8), the values of $\Delta \varphi_F$ are equal to $104\gamma_L \psi$, $147\gamma_L \psi$, and $101\gamma_L \psi$ for CL-625, LM3 and HL-93, respectively.

Estique truek	L_{truck}	a	F	α_2			
Fatigue truck	(m)	$x \leq 3L_{truck}$	$x \ge 3L_{truck}$	$x \leq 3L_{truck}$	$x \ge 3L_{truck}$		
CL-625	18	100	130	0.15	0.085		
LM3	8.4	210	225	0.065	0.045		
HL-93	13.41	112	133	0.12	0.075		

Tableau 3.3 Coefficients for predicting of γ_F .

_

3.5.3 Dynamic amplification factor of the stay/deck rotation amplitude

In practice, the dynamic effects of the loads are taken into account by using a dynamic amplification factor, γ_D , which is defined as the ratio of the absolute maximum dynamic response to the absolute maximum static response. In current bridge design codes [AASHTO, 2010; CAN-CSA, 2006; EN1993-1-11 :2006, 2007], the γ_D expressions are originally developed for ordinary bridges, and usually are related to the first vibration frequency of the bridge or to its span length. Thus for long span bridges like cable-stayed bridges, the additional dynamic loads must be determined in a more accurate way [Karoumi, 1998]. The dynamic response of bridges subjected to moving vehicles is complex due to the interaction between vehicles and the bridge structure. The dynamic effect for several loading actions of cable-stayed bridges such as deck displacements, axial force in deck, pylons and stays have been evaluated by researchers in the past [Bruno *et al.*, 2008; Karoumi, 1998]. However, this effect on the rotation at cable anchorages was not studied in the literature. Of particular importance the cable in-plane movement may be amplified by the dynamic interaction



Figure 3.9 Dynamic amplification factor of stay/deck rotation amplitude due to HL-93 truck as a function of ψ .

vehicle/cable/deck/pylon. The dynamic analysis are therefore performed in this study to evaluate the dynamic effect on the stay/deck rotation amplitude under fatigue loading. In this analysis, the fatigue truck HL-93 moving at the speed of 90 km/h is considered, the road surface roughness as well the stiffness and the damping of truck axle system are neglected. The dynamic response of the cable-stayed bridges is obtained by time history linear analysis neglecting damping of stay cables which is typically small in practice. As the moving load is a transient load, effect of damping should in any case be very limited. Fig. 3.9 shows the variation of the γ_D values as a function of ψ . It is observed that γ_D is not dependent on ψ , and its values vary between 0.9 and 1.7. This suggests that the use of a single value of γ_D for all stay cables, proposed by the current codes [AASHTO, 2010; CAN-CSA, 2006; EN1993-1-11 :2006, 2007], needs to be evaluated by advanced analysis and experimentation.

3.6 Axial stresses amplitude in stay cables at SLS

The cross section of stay cables is typically sized such that its maximum axial stress under service conditions at SLS do not exceed specified limits as shown in Table 3.1. This limitation is mostly intended to limit fatigue in a simplified and practical way. However, in the absence of important erection misalignment, the variation of the bending stresses causing fatigue is proportional to the angular variation [Combault *et al.*, 1982]. Never-



Figure 3.10 Relationship between axial stress and stay/deck rotation changes under HL-93 truck.

theless, SETRA [SETRA, 2001] and JPCEA [JPCEA, 2009] proposed a transition of the axial stress limitation between cable-stayed bridges and extradosed bridges based on the axial stress change in stay cables under live loads, not on the rotation. This section aims to evaluate the relationship between the axial stress change and the stay/deck rotation change due to live loads to assess if the transition can be based solely on stress variation in the cable. Based on the assumption of elastic behavior, this relationship is similar to that between the axial stress change and the stay/deck rotation change due to fatigue loading, $\Delta \sigma_F - \Delta \varphi_F$. Using the results of FEM models presented in section 3.5, Fig. 3.10 shows the $\Delta \sigma_F$ values as a function of $\Delta \varphi_F$ due to the fatigue truck HL-93 calculated with finite element model. It is observed that the relationship between $\Delta \sigma_F$ and $\Delta \varphi_F$ is inversely proportional. However, this relationship varies between the bridges. For example, at $\Delta \varphi_F = 1.7 \times 10^{-3}$ rad, the values of $\Delta \sigma_F$ vary from 18 MPa to 90 MPa between the different stay cables. In order to develop the relationship between $\Delta \sigma_F$ and $\Delta \varphi_F$, from the simplified model discussed in section 3.3, the maximum reaction of elastic springs due to unit moving load can be determined by the following equation [Timoshenko, 1956] :

$$R_{max} = \frac{k}{8\beta^3 EI}.$$
(3.11)

Noting that $R_{max} = \Delta T \sin \theta$, where ΔT and θ are the tension change due to unit moving load and the vertical angle of the stay cable, the maximum axial stress change in the stay



Figure 3.11 Axial stress change as function of $\Omega \Delta \varphi$ of stay cables under HL-93 fatigue loading.

cable is related to the rotation amplitude due to unit moving load, $\Delta \varphi$, as follows :

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varphi} = 1.1 \frac{\sqrt[4]{EISk^3}}{A_c \sin\theta} = \Omega, \tag{3.12}$$

in which A_c is the cross section area of stay cables. Eq. (3.12) shows that $\Delta \varphi$, driver of fatigue damage, depends not only on $\Delta \sigma$, but also on other parameters such as EI, S, k, A_c and θ . That explains why the relationship $\Delta \sigma_F - \Delta \varphi_F$ shown in Fig. 3.10 varies between the bridges. Fig. 3.11 shows the variation of $\Delta \sigma_F$ as function of $\Omega \Delta \varphi_F$. From these results, the maximum axial stress change in stay cables due to fatigue loading is determined as follows :

$$\Delta \sigma_F = 0.825 \Omega \Delta \varphi_F \tag{3.13}$$

where $\Delta \varphi_F$ and Ω are determined by Eqs. (3.9) and (3.12), respectively. It is also interesting to note that for a number of cable, $\Delta \sigma_F$ is below 20 MPa but exhibiting significant rotation under fatigue loading. Noting that axial stress variation under live load, σ_L , is typically 2 to 3 times $\Delta \sigma_F$, the cables could be stressed up to 60% f_{GUTS} at SLS according to SETRA [SETRA, 2001] and JPCEA [JPCEA, 2009] whereas their rotation amplitude may be larger than cable experiencing $\Delta \sigma_F \geq 80$ MPa.

3.7 Conclusions

The rotation at the lower anchorage of stay cables due to fatigue loading is evaluated by defining a fatigue vulnerability index, ψ , which depends on the bending stiffness of the deck, the spacing and vertical stiffness of stay cables. The conclusions of this study can be summarized as follows :

- (i) The unit stay/deck rotation amplitude, $\Delta \varphi$, is proportional to the values of the fatigue vulnerability index, ψ , for stay cables. An equation is proposed to relate the rotation amplitude to ψ . Within a distance 0.3L for the side spans and 0.1L for the main spans from pylons, a factor γ_x is included in the proposed equation to account for the effect of boundary conditions. The lower and upper limits proposed for $\Delta \varphi$ are determined with the probability of 90% of the rotation amplitude being within this range.
- (ii) The stay/deck rotation amplitude due to fatigue trucks, $\Delta \varphi_F$, is obtained by multiplying $\Delta \varphi$ by a factor γ_F . In this article, different values of γ_F have been proposed based on the weight and the length of fatigue trucks.
- (iii) The dynamic amplification factor of the stay/deck rotation amplitude, γ_D , is not dependent on ψ , and it was shown that its values vary between 0.9 and 1.7 for the bridges considered in this study. This suggests that a single value as used in current codes for all stay cables needs to be reevaluated by further research.
- (iv) The rotation amplitude at bottom cable anchorage depends not only on stress amplitude in the stay cable, but also on other parameters such as EI, S, k, A_c and θ . Other index, Ω , is proposed to relate the maximum stress in stay cable to its bottom anchorage rotation amplitude due to fatigue loading. Further research needs to be directed toward developing a relation between the fatigue vulnerability index, ψ , and the allowable stress in stay cable to optimize the design of cable-stayed bridges.

CHAPITRE 4 ESSAIS EN SOUFFLERIE

4.1 Avant-propos

Auteurs et affiliation

- Manh Cuong Hoang : étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie civil.
- André Laneville : professeur associé, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie mécanique.
- Frédéric Légeron : professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de génie, Département de génie civil.

Titre anglais

Experimental study on aerodynamic coefficients of yawed cylinders.

Titre français

Étude expérimentale sur les coefficients aérodynamiques d'un cylindre incliné.

État de l'acceptation

Soumis le 01 octobre 2013. Révisé le 30 août 2014. Accepté le 10 janvier 2015.

Revue

Journal of Fluids and Structures.

Résumé

Cet article présente des essais en soufflerie sur un cylindre stationnaire incliné avec l'écoulement. Le cylindre a été positionné à différents angles d'inclinaison verticaux et horizontaux relatifs au vent. Deux balances dynamiques à trois composantes ont été conçues pour mesurer les forces aérodynamiques. Leur sensibilité permet de déterminer les fréquences du détachement tourbillonnaire. Dans cet article, les trois coefficients des forces aérodynamiques sont normalisés en se basant sur la vitesse de l'écoulement au lieu de sa composante normale. Les résultats montrent que le coefficient de traînée et la résultante du coefficient de portance et celui de côté peuvent être exprimés par une fonction empirique en fonction de l'angle d'incidence. Le coefficient de portance et celui de côté restent cependant des fonction d'angles vertical et horizontal, et ne peuvent pas s'exprimer comme une fonction de l'angle d'incidence. Il a été observé expérimentalement que le principe d'indépendance devient inexact pour les angles d'incidence supérieurs à 40°. Cependant, les valeurs mesurées du nombre Strouhal montrent que les fréquences du détachement tourbillonnaire d'un cylindre incliné peuvent être prédites en utilisant le principe d'indépendance.

Abstract

This article presents wind tunnel tests on a stationary cylinder inclined with the flow. The cylinder was positioned at different sets of yaw and vertical angles. The flow regime of the tests remained in the subcritical state. Two load cells were designed and installed to measure the aerodynamic forces, with enough sensitivity to measure vortex shedding frequencies. In this paper, the three aerodynamic force coefficients are normalized using the free stream velocity instead of its normal component. The results show that the drag coefficient and the resultant of the lift and side forces coefficients can be described by an empirical function of the incidence angle. The lift and side force coefficients remain however functions of both the horizontal yaw and vertical angles and cannot be expressed as functions of the incidence angle only. The Independence Principle was observed to become inaccurate for yaw angles larger than 40° . However, the measured Strouhal numbers indicate that the vortex shedding frequencies of a yawed cylinder can be predicted using the Independence Principle.

4.2 Introduction

Cylinders are widely used in engineering applications such as cable stayed-bridges, cable suspension bridges, overhead cables, offshore structures, etc. In situ, the flow may approach the structures from any direction, thus making an incidence angle with them. This incidence angle, ϕ , combines the effects of θ and β , respectively the vertical inclination and horizontal yaw of the structure with respect to the flow direction. The flow phenomena around a normal cylinder have been studied extensively and the results of these studies have been observed as partly applicable to the more complicated case of the flows past a yawed cylinder by using the Independence Principle also known as the cross-flow principle or cosine law. According to this principle, the flow velocity component tangent to the cylinder axis may be ignored because of its minor effects and the aerodynamic forces of the yawed cylinder can be determined using the force coefficients of the normal cylinder and the flow velocity component normal to the cylinder axis. The Independence Principle was shown accurate over a limited range of the yaw angles, a range that structures in situ may well exceed.

According to several investigations dealing with the measurement of the vortex shedding frequency and the pressure distribution on yawed cylinders Burshall et Loftin, 1951; Hanson, 1966; Ramberg, 1983; Smith et al., 1972; Van Atta, 1968], the range of accuracy for the Independence Principle is restricted to angles of incidence smaller than 40° or 45° . The level of inaccuracy is consistently observed to increase with the value of the angle of incidence. According to other flow investigations past yawed cylinders, an axial flow develops in the near wake as the angle of incidence increases; in addition, the wall shear stress on the cylinder becomes more important. Concerning the flow pattern around the yawed circular cylinder, [Shirakashi et al., 1986] pointed out the existence of an intense secondary axial flow in the near wake along the cylinder axis, which plays a role of disturbing the regular Karman vortex shedding. [Matsumoto et al., 1990] confirmed that this axial flow plays a role very similar to that of a splitter plate submerged in the wake. Furthermore, the axial flow velocity increases with yawing angle to approaching wind and distributes non-uniformly along cable axis from the upstream cable end to the downstream one [Matsumoto et al., 1992, 2010, 2001]. In the case of bluff bodies such as cylinders, the pressure drag mostly contributes to the total drag force since the wall shear stress due to friction is of second order, especially in the cross flow configuration. The measurements made by Tournier et Py [1978] nevertheless indicate that the wall shear stress (along the cylinder axis) increases from almost 0 to 25% of the maximum wall shear stress as the cylinder is yawed from 0° to 30° .

Most of the previous contributions [Bursnall et Loftin, 1951; Cheng *et al.*, 2008; Hayashi *et al.*, 1992; Smith *et al.*, 1972, etc] adopted an experimental methodology based on the measurement of the surface pressure distributions at different axial locations on the cylinder : this approach allows identifying the flow regime and integrating the distributions in two local directions. [Bartoli *et al.*, 2006] measured the reactions at the supports in the alongwind direction to evaluate the drag coefficient of a normal horizontal flexible cable as a whole. The determination of the three aerodynamic force coefficients in the case of a cylinder inclined and yawed with respect to the flow has not been achieved to the authors' knowledge.

The purpose and contribution of this research work are to define the three aerodynamic force coefficients normalized using the free stream velocity instead of its normal component. These aerodynamic force coefficients, as well as the Strouhal number, are investigated for Reynolds numbers in the range of 8500 and 90000. The contribution of both the pressure and friction stresses will be included in the aerodynamic force coefficient since the incident angle will exceed 30°. The effects of Reynolds number, vertical inclination and horizontal yaw angles of the cylinder as well as incidence angle of the flow on the aerodynamic force coefficients are discussed in the global axes system. Some empirical functions are then proposed to estimate the aerodynamic force coefficients of yawed cylinders. The total aerodynamic forces are calculated based on these functions, and then compared to that determined by the simplified method using the Independence Principle. The results have been used to calculate the aerodynamic forces on stay cables, and compared to that determined by the simplified method using the Independence Principle. Moreover, the Strouhal numbers are also evaluated as a function of the incidence angle.

4.3 Experimental setup

4.3.1 Experimental setup

Tests were performed in S1, the larger subsonic wind tunnel of the Université de Sherbrooke; the tunnel is of the closed circuit type, with a square working section of 1.82 m, and a maximum wind speed of 30 m/s. Based on regular measurement of flow in the wind tunnel, the turbulence intensity and the boundary layer thickness are respectively within 1.5% and 8 cm.

The experimental set-up is shown in Fig. 4.1. It consists of one vertical column outside of the wind tunnel and one horizontal beam under the wind tunnel floor. The cylinder is



Figure 4.1 Experimental set-up.

pined to two three axis load cells at the extremities of cylinders, the first on the beam, and the second on the column. These load cells measure the instantaneous fluid forces acting over the span of the cylinder exposed inside the wind tunnel. The horizontal yaw angle of cylinder is changed by moving the beam at its free end while the vertical angle is changed by raising or lowering the top connection of the cylinder to the column. Because of the wind tunnel dimensions, the horizontal yaw angle ranged from 25° to 155° and the vertical angle, from 22° to 60°. The ranges of angles tested correspond to the general ranges of stay cables. It should be noted that the test section is slightly pressurized (with respect to the ambient pressure outside the tunnel) and that the average gap between the cylinders and the tunnel walls is less than 7mm; the good agreement between the measured drag coefficients confirmed that the wake region is not significantly modified by the end conditions of the experimental set-up.

4.3.2 Aerodynamic coefficients definition

Consider a yawed cylinder as shown in Fig. 4.2, where the oncoming flow velocity, U is parallel to the Ox axis. The axis of the cylinder is included in the vertical plane ABO. Within this vertical plane ABO, the axis of the cylinder forms the angle θ with the horizontal plane xOy: this vertical inclination angle ranges from 0° to 90° (counter anticlockwise positive). The horizontal yaw angle, β , is the angle between the velocity vector \overrightarrow{U} and the vector \overrightarrow{BO} ; it corresponds to the angle (clockwise positive) between a vertical plane



Figure 4.2 Aerodynamic forces in local and global axes systems.

parallel to U and the vertical plane ABO. The total incidence angle of the oncoming flow, ϕ , is defined as the angle between \overrightarrow{U} and the vector \overrightarrow{BA} , and expressed by the following relationship :

$$\cos\phi = \cos\beta \times \cos\theta. \tag{4.1}$$

Measured forces and axes systems

Fig. 4.2 shows the reactions at the two ends of the cylinder. Their measurement is made using load cells, the first mounted horizontally on the vertical arm and the second, on the horizontal arm, both fixed on planes parallel to the velocity U. The measured reactions give the aerodynamic forces, either F_{Dn} , F_{Ln} and F_A in the local solid axes system, or F_D , F_L and F_S in the global flow axes system. The relationship of the aerodynamic forces in the local and global axes system is expressed by the transformation matrix, T as follows :

$$\begin{cases}
F_D \\
F_S \\
F_L
\end{cases} = T \times \begin{cases}
F_{Dn} \\
F_A \\
F_{Ln}
\end{cases},$$
(4.2)

where,

$$T = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & 0\\ \frac{\sin \beta \cdot \cos \theta}{\tan \phi} & \sin \beta \cdot \cos \theta & \frac{\sin \theta}{\sin \phi}\\ -\frac{\sin \theta}{\tan \phi} & -\sin \theta & \frac{\sin \beta \cdot \cos \theta}{\sin \phi} \end{bmatrix}$$

Global axes system

The aerodynamic forces in the global axes system are reduced dimensionless using the dynamic pressure of the oncoming flow and the projected area of the cylinder in the same oncoming flow as the reference area. Then the aerodynamic coefficients are defined as follows :

$$\begin{cases} C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_p}, \\ C_S = \frac{F_S}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_p}, \\ C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_p}, \end{cases}$$
(4.3)

where $A_p = LD \sin \phi$.

Local axes system

In the local axes system the reference area is LD, respectively the exposed length and diameter of the cylinder and the reference velocity is the component of the oncoming velocity normal to the longitudinal axis of the cylinder, $U_n = U. \sin \phi$; the tangential component, $U_t = U. \cos \phi$, being of second order. Then a set of aerodynamic coefficients are defined based on U_n in the local axes system (or solid axes system) :

$$\begin{cases} C_{Dn} = \frac{F_{Dn}}{\frac{1}{2}\rho U_n^2 L D}, \\ C_A = \frac{F_A}{\frac{1}{2}\rho U_n^2 L D}, \\ C_{Ln} = \frac{F_{Ln}}{\frac{1}{2}\rho U_n^2 L D}. \end{cases}$$
(4.4)

The aerodynamic coefficients can be transformed from one set of axes system to the other by the following :

$$\begin{cases} C_D \\ C_S \\ C_L \end{cases} = T \times \begin{cases} C_{Dn} \\ C_A \\ C_{Ln} \end{cases} \times \sin \phi.$$

$$(4.5)$$

4.3.3 Models

Tube	$\beta(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\phi(^{\circ})$	L/D	${ m Re}{ imes}10^{-4}$	Tube	$\beta(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$\phi(^{\circ})$	L/D	${ m Re}{ imes}10^{-4}$
C1	25	43.75	49.10	30.8	0.85-7.84		25	35.10	42.14	25.5	0.83-8.70
	35	43.75	53.72	34.4	0.85 - 7.86		35	35.10	47.92	28.7	0.85 - 8.83
	45	43.75	59.28	36.4	0.86 - 7.37		45	35.10	54.65	30.4	0.85 - 9.18
	63	43.45	70.76	37.8	0.84 - 6.53		63	35	68.17	34.0	0.85 - 8.48
	75	43.55	79.17	38.3	0.85 - 6.50		75	34.5	77.68	32.0	0.84 - 7.44
	90	43.45	90	38.5	0.83 - 6.40	C2	90	34.9	90	32.4	0.84 - 7.37
	105	43.45	100.83	38.3	0.84 - 6.54		105	34.9	102.26	32.2	0.83 - 7.32
	117	43.45	109.24	37.8	0.84 - 6.54		117	34.9	111.86	31.8	0.84 - 7.39
	135	43.45	120.89	36.1	0.86 - 6.68		135	34.9	125.45	30.3	0.86 - 7.55
	145	43.45	126.49	34.2	0.98 - 6.65		145	34.9	132.21	28.6	0.96 - 7.49
	155	43.45	131.14	30.6	0.98 - 6.67		155	34.9	138.01	25.4	0.96 - 7.40
	25	30	38.29	22.8	0.81 - 8.74		25	21.90	32.76	18.3	0.81-8.55
	35	30	44.81	25.8	0.83 - 8.94		63	22.40	65.18	27.6	0.83 - 7.99
C3	45	30	52.24	27.4	0.85 - 8.92		75	21.90	76.11	24.4	0.82 - 8.67
	63	30	66.85	31.4	0.84 - 8.76	C4	90	21.90	90	24.5	0.81 - 8.56
	75	30	77.05	29.3	0.82 - 8.71		105	22	103.88	24.4	0.82 - 8.57
	90	29.75	90	29.3	0.82 - 8.69		117	22	114.89	24.0	0.84 - 8.66
	105	29.75	102.99	29.1	0.82 - 8.65		145	22	139.42	21.2	0.96 - 8.74
	117	29.75	113.21	28.7	0.83-8.66		63	60	76.88	25.4	0.98-8.94
	135	29.75	127.87	27.3	0.96 - 8.87	C5	75	28.3	76.83	26.2	0.94 - 8.65
	145	29.75	135.33	25.7	0.95 - 8.80		90	52	90	27.6	0.86-9.00
						C2a	145	45	125.4	28.4	0.87-7.58

Tableau 4.1 Characteristics of models.

The models used for the tests were made from commercial aluminum circular tubing with 50.8mm of diameter. A total of 43 tests were performed, 39 regrouped around the 4 basic values of θ (43°, 35°, 30° and 22°) and 4 complementary tests. For each basic value of θ , the value of β ranged from 25° to 155°. The detailed characteristics of the models are given in Table 4.1. The blockage ratio, defined as the ratio of the projected area of the cylinder to that of the wind tunnel, ranges from 0.76% to 2.97%. These ratios are small, and hence no correction has been made for the blockage effect. Furthermore, most of models used in this study have the L/D value greater than 25, hence the effect of L/D remains small [Norberg, 1994].

4.3.4 Instrumentation and Calibration

Two strain gage load cells were designed to measure the reactions at two ends of the cylinder. The load cell consists of three flexure components well decoupled in three orthogonal directions. Each flexure component is instrumented with four stain gages wired in a Wheatstone bridge configuration. Static calibrations of the load cells in three directions were carried out using dead weights. The calibration results showed that the load and output voltage relation of all flexure components was linear, the interaction between components was small and can be ignored.

4.4 Results and discussion

4.4.1 Validation of the experimental setup

Fig. 4.3 shows the measured force coefficients in the case of models in cross-flow configurations ($\beta = 90^{\circ}$, $\phi = 90^{\circ}$ for different θ). In the subcritical region, the drag coefficient is observed almost constant for all vertical angles of cylinder, the largest standard deviation being less than 4%. Generally, the C_D value is about 0.91 at Re= 8.5×10^3 , and then increases up to 1.08 at Re= 3×10^4 . These values are in between the range of experimental results of previous researches [Delany et Sorensen, 1953; Goldstein, 1957; Norberg et Sunden, 1987; White, 1974]. To complete the validation of the experimental set-up, the mean lift coefficient value is observed around zero in Fig. 4.3b.



Figure 4.3 Aerodynamic coefficients as a function of Reynolds number for the normal cylinder.

4.4.2 Aerodynamic coefficients in the global axes system

This section will show and discuss the measured aerodynamic coefficients defined in the aerodynamic axes system. For smooth circular cylinders, these coefficients depend on parameters such as the Reynolds number, the yaw, vertical angles of cylinder and the incidence angle of oncoming flow. The effect of each of these parameters will be examined separately. **Effect of Reynolds number**



It can be seen from Fig. 4.4 that the value of the aerodynamic coefficients varies according to the yaw angle β but their variation with the Reynolds number $(\rho DU/\mu)$ is identical. As it can be observed in the C_D graph, the drag coefficient consistently increases from about Re = 8.5×10^3 to Re = 3×10^4 , and then remains roughly constant. The lift and side coefficients are almost constant with the Reynolds number, but different from zero when $\beta \neq 90^\circ$. The C_L value is negative when $\beta < 90^\circ$ and positive when $\beta > 90^\circ$. The effect is reverse in the case of the C_S coefficient, i.e. its value is positive when $\beta < 90^\circ$ and negative when $\beta > 90^\circ$.

Effect of yaw and vertical angles

As the aerodynamic coefficients are constant in the subcritical region of the Reynolds number, it is interesting to see how these coefficients vary according to the yaw angle β



Figure 4.5 Aerodynamic coefficients as a function of β or θ for $3 \times 10^4 < \text{Re} < 9 \times 10^4$.

and the vertical angle θ of the cylinder. The results are shown in Fig. 4.5 for $3 \times 10^4 < \text{Re} < 9 \times 10^4$. In Fig. 4.5a, it is observed that the C_D graphs are quite symmetric with respect to β . The C_D value is maximum at $\beta = 90^\circ$ and minimum at $\beta = 25^\circ$ and $\beta = 155^\circ$. The gaps between the curves is due to the effect of θ as shown in Fig. 4.5d where C_D is proportional to the vertical angle θ . For the C_L coefficient (Fig. 4.5b), the variation is linear to β : it increases from a negative value at $\beta = 25^\circ$ to positive values at $\beta = 155^\circ$. As in the case of C_D , the value of C_L is influenced by the vertical angle θ , especially for yaw angles in the ranges $\beta < 60^\circ$ and $\beta > 120^\circ$. As shown in Fig. 4.5e, for $\beta = 145^\circ$, $C_L = 0.254$ at $\theta = 22^\circ$ and reaches to 0.405 at $\theta = 43.45^\circ$, so its slope is about 0.007/deg.

However, for $\beta = 105^{\circ}$, $C_L = 0.105$ at $\theta = 22^{\circ}$ and reaches only to 0.12 at $\theta = 43.45^{\circ}$, its slope is only 0.0007/deg., i.e. one tenth of previous value. The C_S variation with β is shown in Fig. 4.5c. As mentioned in section 4.4.2, the side coefficient is positive when $\beta < 90^{\circ}$ and negative when $\beta > 90^{\circ}$. It reaches the maximum at $\beta = 45^{\circ}$ and minimum at $\beta = 145^{\circ}$. The influence of θ on C_S is also more significant than in the case of C_L . For $\beta = 145^{\circ}$, $C_S = -0.537$ at $\theta = 22^{\circ}$ and -0.285 at $\theta = 43.45^{\circ}$, its slope is about 0.012/deg. This value is 0.003/deg when $\beta = 105^{\circ}$.

Effect of incidence angle

Eq. (4.1) can be expected to generate the same value of ϕ from different combinations of β and θ . However, are the aerodynamic coefficients the same for the same ϕ value? To answer this question, some tests were carried out for different yaw and vertical angles with the same ϕ value. The results are shown in Fig. 4.6. It can be observed that for the same ϕ value, the drag coefficient is nearly the same but the lift and side coefficients are different. In the case of $\phi = 76.8^{\circ}$, the differences between the C_D , C_L and C_S values are respectively 3%, 40% and 49%. For the ϕ value equal to 125.4°, these values are 1.9%, 22% and 19%.

In order to reduce this level of differences observed in the case of the coefficients normal to the flow direction and possibly attribute these differences to a flow direction, one defines the resultant of lift and side coefficients as

$$C_{LS} = \sqrt{C_L^2 + C_S^2}.$$
 (4.6)

This coefficient is shown in Fig. 4.6d and for the same ϕ value, the differences in the C_{LS} values are much smaller, 5.4% and 0.8% when $\phi = 76.8^{\circ}$ and $\phi = 125.4^{\circ}$, respectively. Figs. 4.7 to 4.9 show the variation of these aerodynamic coefficients as a function of ϕ for different values of the Reynolds number. The values of C_D and C_{LS} can then be concluded functions of ϕ but those of C_L and C_S remain functions of both the yaw and vertical angles and cannot be expressed as functions of ϕ only.

4.4.3 Aerodynamic coefficients in the local axes system

As mentioned in the section 4.3.2, the aerodynamic force coefficients of a yawed cylinder in its local axes system can be determined with the simplifying hypothesis of the Independence Principle using eq. (4.4): accordingly, they should be approximately independent of the yaw angle. However, most references have shown the inaccuracy of the Independence



Figure 4.6 Comparison of Aerodynamic coefficients for the same ϕ values.



Figure 4.7 Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ at $\text{Re} = 8.5 \times 10^3$.



Figure 4.8 Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ at $\text{Re} = 2.1 \times 10^4$.



Figure 4.9 Aerodynamic force coefficients as a function of ϕ for $3 \times 10^4 < \text{Re} < 9 \times 10^4$.
Principle for yaw angles larger than 40° or 45° [Ramberg, 1983; Van Atta, 1968, among others].



Lift, drag and axial forces coefficients

Figure 4.10 Aerodynamic coefficients in local axes system as a function of ϕ , for $3 \times 10^4 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$.

The aerodynamic force coefficients in the local axes system are shown in Fig. 4.10 as functions of ϕ . The values of C_{Dn} , C_{Ln} and C_A are observed roughly constant in the range $50^{\circ} \leq \phi \leq 130^{\circ}$ while those of C_{Dn} and C_{Ln} change significantly outside of this range; the variation of the C_A values remains much smaller than that of the C_{Dn} and C_{Ln} values. The mean value of C_{Dn} is 1.16 at $\phi = 60^{\circ}$, which is 7.4% larger than the right attack angle case ($\phi = 90^{\circ}$). This increasing is 8% following [Zhao *et al.*, 2009]. These results indicate the inaccuracy of the Independence Principle when $\phi < 50^{\circ}$ or $\phi > 130^{\circ}$.

Relative importance of the axial force

In the local axes system, the axial force, F_A , is generally ignored. To verify the validity of this assumption, the three force components, F_A , F_{Dn} and F_{Ln} , are normalized by the



total aerodynamic force, F_R , and then compared to evaluate their relative importance. The results are shown in Fig. 4.11. The normalized axial force is observed much smaller than the normalized drag and can be ignored for all incidence angles tested. Then the drag coefficient in the global axes system, C_D , is related to the total aerodynamic force coefficient by :

$$C_D = C_R \sin \phi, \tag{4.7}$$

and the C_{LS} coefficient :

$$C_{LS} = C_R |\cos\phi| = \frac{C_D}{|\tan\phi|},\tag{4.8}$$

where, $C_R = \sqrt{C_D^2 + C_L^2 + C_S^2}$. Figs. 4.12 show the good agreement between these equations and the experimental results.



Figure 4.12 C_D and C_{LS} coefficients versus C_R coefficient for $3 \times 10^4 \le \text{Re} \le 9 \times 10^4$.





Figure 4.13 Proposed functions to estimate the aerodynamic coefficients of yawed cylinder for $3 \times 10^4 \leq \text{Re} \leq 9 \times 10^4$.

The drag coefficient can be estimated as a function of the incidence angle of the oncoming flow by the following equation :

$$C_D = C_{D(\phi=90^\circ)} \times f(\phi), \tag{4.9}$$

where the drag coefficient of the normal cylinder is $C_{D(\phi=90^{\circ})}$ and $f(\phi)$, a function of the incidence angle determined by :

$$f(\phi) = \begin{cases} (\sin \phi)^{\frac{3}{2}} + 0.5 \sin^{\frac{3}{2}} (50^{\circ} - \phi) & \text{for } 30^{\circ} \le \phi \le 50^{\circ}, \\ (\sin \phi)^{\frac{3}{2}} & \text{for } 50^{\circ} \le \phi \le 90^{\circ}, \\ (\sin \phi)^{2} & \text{for } 90^{\circ} \le \phi \le 130^{\circ}, \\ (\sin \phi)^{2} + 2.5 \sin^{2}(\phi - 130^{\circ}) & \text{for } 130^{\circ} \le \phi \le 140^{\circ}. \end{cases}$$
(4.10)

The side coefficient should be estimated by the following equation :

$$C_S = 0.575 \times \cos^2 \theta \times \sin 2\beta, \tag{4.11}$$

for $25^{\circ} \leq \beta \leq 155^{\circ}$ and $22^{\circ} \leq \theta \leq 43.5^{\circ}$.

For $22^{\circ} \leq \theta \leq 43.5^{\circ}$, the lift coefficient should be estimated by :

$$C_L = \pm \sqrt{C_{LS}^2 - C_S^2},\tag{4.12}$$

where C_L is negative for $25^\circ \leq \beta < 90^\circ$ and positive for $90^\circ < \beta \leq 155^\circ$. The value of C_{LS} is determined by eq. (4.8). The Figs. 4.13 show the good correlation between the estimated functions and the experimental data.

4.4.5 Application

The proposed functions can be used to calculate the aerodynamic forces generated on stay cables. In civil engineering design, these forces are determined by a simplified method using the Independence Principle : accordingly, the axial and lift forces are ignored, and hence the total force is equal to the drag which is determined based on the normal component of the oncoming flow velocity and the drag coefficient of the normal cylinder. The total forces per unit length of some stay cables are calculated by the simplified method and compared to that determined by the method developed in this research. The vertical angle of these stay cables is 25°, 30°, 35°, 40° and 45°. The horizontal yaw angle values range from 30° to 150°. Fig. 4.14 shows the comparison of these two methods as a function of ϕ . It is observed from this figure that for $60^{\circ} \leq \phi \leq 135^{\circ}$, the difference of these methods is less than 5%. Particularly, in the range $90^{\circ} \leq \phi \leq 130^{\circ}$, these two methods give the same results. However, for $\phi < 60^{\circ}$ and $\phi > 135^{\circ}$, this difference increases significantly due to the inaccuracy of the Independence Principle in these ranges of the incidence angle.

4.4.6 Strouhal number

The FFT of the force signals allow to detect the frequency of the vortex shedding. Fig. 4.15a shows the Strouhal number, $\text{St} = f_v D/U$, for all the tests in the range $8.5 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 9 \times 10^4$. The value of the Strouhal number varies according to the incidence angle. Its value is symmetric with respect to the cross-flow position where it reaches the maximum value of 0.198. This value is in agreement with that of 0.2 found in the literature for a large range of the Reynolds number. Fig. 4.15b shows that generally, the Strouhal number of a yawed cylinder in the range $30^\circ \leq \phi \leq 140^\circ$ can be predicted using the Independence Principle, that is by defining the normal flow velocity as the reference velocity or by multiplying the Strouhal number of the normal cylinder, $\text{St}(\phi = 90^\circ)$, by $\sin \phi$. When the ϕ values range



Figure 4.14 Difference of the aerodynamic forces calculated by the simplified method and this study method.



Figure 4.15 (a) Strouhal number as a function function of ϕ . (b) Independence Principle, for $8.5 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 9 \times 10^4$.

from 55° to 65°, the $St(\phi)/St(\phi = 90^\circ)$ values are slightly larger (about 7%) than that predicted by the Independence Principle.

4.4.7 Effect of axial flow

As mentioned in section 4.2, an axial flow has been observed to develop in the near wake, and distribute non-uniformly along cable axis from upstream cable end to the downstream one as the angle of incidence increases. Figs. 4.16 show mean values of the ratio between measured reactions at the upper and lower end-supports in the global axes system as a function of the incidence angle for $\theta = 43^{\circ}$. It is observed in Fig. 4.16a that the R_{Ax}/R_{Bx} ratio reaches its maximum value in the crossflow configuration, and decreases with the increasing of the incidence angle. The R_{Az}/R_{Bz} and R_{Ay}/R_{By} values vary also with the change of the incidence angle and the Reynolds number, and are not symmetric with respect to $\phi = 90^{\circ}$, as shown in Figs. 4.16b and 4.16c, respectively. This result indicates that the distribution of flow is not uniform along cable axis. The result also explains that why the C_{LS} and the Strouhal number graphs shown in Figs. 4.7d and 4.15a, respectively, are not symmetric with respect to $\phi = 90^{\circ}$.



Figure 4.16 End reaction ratio as a function of ϕ for $\theta = 43^{\circ}$.



Figure 4.17 R.m.s of aerodynamic coefficients as a function of ϕ for $\theta = 43^{\circ}$.

4.4.8 Fluctuating forces

Figs.4.17 show the r.m.s. of the aerodynamic coefficients as a function of the incidence angle for $\theta = 43^{\circ}$. It is observed from Fig. 4.17a that the C'_D values are increased with increasing of the incidence angle while the C'_L and C'_S values reach their maximum value at $\phi = 90^{\circ}$ as shown in Fig. 4.17b and 4.17c, respectively. At the crossflow configuration, the C'_L value is equal to 0.47 at Re= 6.5×10^4 which is in good agreement with $C'_L=0.5$ obtained by [Norberg, 2003].

4.5 Conclusion

Wind tunnel tests were performed on yawed cylinders in the subcritical region of Reynolds number ranging from 8.5×10^3 to 9×10^4 . The conclusions of this study can be summarized as follows.

- (i) The definition of three aerodynamic force coefficients in the global axes system allows to eliminate the use of the Independence Principle.
- (ii) In the range $8.5 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 3 \times 10^4$, the drag coefficient consistently increases and then remains roughly constant. Over the entire range tested, the lift and side force coefficients are almost constant but differ from zero when $\beta \neq 90^\circ$.
- (iii) The values of C_D are observed quite symmetric with respect to β , the horizontal yaw angle, and reach their maximum value at $\beta = 90^{\circ}$. The values of C_L vary linearly with β : the slope is negative when $\beta < 90^{\circ}$ and positive when $\beta > 90^{\circ}$. The values of C_S , on the contrary, are positive when $\beta < 90^{\circ}$ and negative when $\beta > 90^{\circ}$. In addition, C_S reaches its maximum and minimum values at $\beta = 45^{\circ}$ and 145° respectively.
- (iv) The values of C_D , C_L and C_S coefficients vary linearly with θ , the vertical inclination angle. The effect of θ is significant in the ranges $\beta < 60^{\circ}$ or $\beta > 120^{\circ}$. As expected, when $\beta = 90^{\circ}$, i.e. the case of normal cylinders, the vertical inclination angle doesn't influence the aerodynamic coefficients.
- (v) In the global axes system, the drag coefficient C_D , the total force coefficient C_R , and the resultant of the lift and side force coefficients C_{LS} , can be described by an empirical function of the incidence angle. The lift and side force coefficients remain however functions of both the horizontal yaw and vertical angles and cannot be expressed as functions of the incidence angle only.

- (vi) In the local axes system, the axial force was observed much smaller than the drag, and was then ignored for the range of incidence angles tested.
- (vii) The Independence Principle was observed to become inaccurate for yaw angles larger than 40°. However, the measured Strouhal numbers indicate that the vortex shedding frequencies of a yawed cylinder can be predicted using the Independence Principle.
- (viii) The simplified method used in the design of cable structures was shown to give inaccurate results for ϕ values outside the range of 60° to 135°. Hence, it is recommended to use the method developed in this article for calculating the aerodynamic forces of cable structures.
- (ix) A comparison between the data measured by the load cells at each end of the cylinders shows the importance of the 3-D aspects of the flow around an inclined cylinder for ϕ values outside the range of 60° to 135°.
- (x) In further research, it would be interesting to investigate the aerodynamic coefficients and Strouhal number of yawed cylinders for other ranges of the incidence angle and Reynolds number.

CHAPITRE 5 ROTATION DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE VENT

Ce chapitre a pour but d'évaluer les rotations des haubans sous les charges de vent (moyen et turbulent), et de comparer les effets du vent et des charges routières sur la rotation des haubans. Pour ce faire, la méthode des éléments finis sera utilisée pour évaluer la rotation des haubans sous les charges de vent moyen tandis que la méthode spectrale sera appliquée pour les charges de vent turbulent. Les données extraites à partir d'une station météorologique durant une période d'un an seront utilisées pour évaluer les rotations des haubans. Ces rotations seront ensuite comparées à celles dues aux charges routières obtenues dans le cadre des travaux du chapitre 3. Le présent chapitre commence par une revue de la modélisation du vent. Les charges de vent sur un câble incliné seront ensuite déterminées en utilisant les résultats expérimentaux présentés au chapitre 4. Un modèle d'élément de câble sera développé pour faciliter l'analyse des câbles et notamment modéliser leur amortissement aérodynamique qui est fonction de la vitesse du vent.

5.1 Modélisation du vent



Figure 5.1 Vitesse moyenne du vent et ses fluctuations.

La vitesse du vent \overrightarrow{V} , peut être décomposée en une partie moyenne \overrightarrow{V} et une partie fluctuante de moyenne nulle $\overrightarrow{V'}$ (figure 5.1) :

$$\overrightarrow{V} = \overrightarrow{\overrightarrow{V}} + \overrightarrow{V'}.$$
(5.1)

Ainsi, la vitesse instantanée du vent en un point quelconque de l'espace s'écrit par :

$$\overrightarrow{V}(t) = \begin{cases} U\\0\\0 \end{cases} + \begin{cases} u(t)\\v(t)\\w(t) \end{cases},$$
(5.2)

où U est la vitesse moyenne du vent, u(t), v(t) et w(t) sont les parties fluctuantes longitudinales, latérales et verticales, respectivement.

5.1.1 Profil de la vitesse moyenne du vent

La variation de la vitesse moyenne du vent dans la couche limite atmosphérique peut s'exprimer par la loi logarithmique [Simiu et Scanlan, 1996] :

$$U(z) = 2.5u^* ln\left(\frac{z}{z_0}\right),\tag{5.3}$$

où z est l'altitude par rapport au sol (exprimée en mètres), z_0 est le paramètre de rugosité du site et u^* est la vitesse de frottement de l'écoulement.

5.1.2 Fluctuations turbulentes du la vitesse du vent

La nature aléatoire des fluctuations de la vitesse du vent fait de la théorie des processus stochastiques un outil adapté pour sa représentation. En considérant les variations de la vitesse du vent comme la superposition de nombreuses fluctuations harmoniques avec des fréquences d'oscillations comprises entre zéro et l'infini, ces fluctuations turbulentes peuvent être représentées par des fonctions de densité spectrale de puissance dont la formule générale s'écrit par l'équation suivante [Solari et Piccardo, 2001] :

$$S_{\epsilon\eta}(P_1, P_2, \omega) = \sqrt{S_{\epsilon}(z_1, \omega)S_{\eta}(z_2, \omega)} \times Coh_{\epsilon\eta}(P_1, P_2, \omega)$$
(5.4)

où $\epsilon, \eta = u, v, w$; $P_1(x_1, y_1, z_1)$ et $P_2(x_2, y_2, z_2)$ sont deux points dans l'espace; ω est la fréquence angulaire (en rad/s); et $Coh_{\epsilon\eta}(P_1, P_2, \omega)$ est la fonction de cohérence déterminée comme suit :

$$Coh_{\epsilon\eta}(P_1, P_2, \omega) = sgn(\Gamma_{\epsilon\eta})\sqrt{\Gamma_{\epsilon\eta}(z_1, \omega)\Gamma_{\epsilon\eta}(z_2, \omega)}\sqrt{\Lambda_{\epsilon}(P_1, P_2, \omega)\Lambda_{\eta}(P_1, P_2, \omega)}.$$
 (5.5)

Dans laquelle,

$$\Lambda_{\epsilon}(P_1, P_2, \omega) = Coh_{\epsilon\epsilon}(P_1, P_2, \omega), \tag{5.6}$$

$$\Gamma_{\epsilon\eta}(z_1,\omega) = Coh_{\epsilon\eta}(P_1, P_1, \omega) \tag{5.7}$$

$$\Gamma_{\epsilon}(P_1, P_2, \omega) = \exp\left[-\frac{2\omega\sqrt{\sum_{r} C_{r\epsilon}^2 (r_1 - r_2)^2}}{2\pi (U(z_1) + U(z_2))}\right].$$
(5.8)

Ici, $r = x, y, z, C_{r\epsilon}$ sont les coefficients de décroissance exponentielle, $U(z_1)$ et $U(z_2)$ sont les vitesses moyennes du vent aux P_1 et P_2 , respectivement. Il y a plusieurs modèles de vent turbulent proposés dans la littérature par différents auteurs. Cependant, le modèle est généralement utilisé en génie civil est celui proposé par Simiu et Scanlan [1996] parce qu'il présente assez bien la réalité en considérant trois composantes de vent turbulent avec la corrélation spatiale correspondante ainsi que l'effet de la hauteur qui est important dans le cas des haubans. Ce modèle sera présenté en détail ci-dessous.

Fluctuation turbulente longitudinale

- La densité auto-spectrale de la fluctuation turbulente longitudinale, $S_u(z, \omega)$, s'écrit par l'équation suivante :

$$\frac{\omega S_u(z,\omega)}{2\pi u_*^2} = \frac{200 \frac{\omega z}{2\pi U(z)}}{\left(1 + 50 \frac{\omega z}{2\pi U(z)}\right)^{5/3}},\tag{5.9}$$

où le terme $\omega z/2\pi U(z)$ est connu comme les coordonnées non-dimensionnelles de Monin, et U(z) est la vitesse moyenne du vent à l'altitude z.

- La densité inter-spectrale de la fluctuation turbulente longitudinale aux points P_1 et P_2 , $S_{u_1u_2}^C(P_1, P_2, \omega)$, s'écrit par l'équation suivante :

$$S_{u_1u_2}^C(P_1, P_2, \omega) = \sqrt{S_{u_1}(z_1, \omega)S_{u_2}(z_2, \omega)} \times \Lambda_{u_1u_2}(P_1, P_2, \omega),$$
(5.10)

64 CHAPITRE 5. ROTATION DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE VENT

où $\Lambda_{u_1u_2}(P_1, P_2, \omega)$ est la fonction de cohérence, déterminée par :

$$\Lambda_{u_1 u_2}(P_1, P_2, \omega) = \exp\left[-\frac{2\omega\sqrt{C_z^2(z_1 - z_2)^2 + C_y^2(y_1 - y_2)^2}}{2\pi(U(z_1) + U(z_2))}\right],$$
(5.11)

dans laquelle $C_z = 10$, $C_y = 16$ sont les coefficients de décroissance exponentielle pris visuellement [Simiu et Scanlan, 1996].

Fluctuation turbulente latérale

- La densité auto-spectrale de la fluctuation turbulente la térale, $S_v(z,\omega)$, s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\omega S_v(z,\omega)}{2\pi u_*^2} = \frac{15\frac{\omega z}{2\pi U(z)}}{\left(1+9.5\frac{\omega z}{2\pi U(z)}\right)^{5/3}}.$$
(5.12)

- La densité inter-spectrale de la fluctuation turbulente la térale, $S_{v_1v_2}^C(P_1, P_2, \omega)$, s'écrit :

$$S_{v_1v_2}^C(P_1, P_2, \omega) = \sqrt{S_{v_1}(z_1, \omega)S_{v_2}(z_2, \omega)} \times \Lambda_{v_1v_2}(P_1, P_2, \omega),$$
(5.13)

où

$$\Lambda_{v_1v_2}(P_1, P_2, \omega) = \exp\left[-\frac{2\omega\sqrt{C_z^2(z_1 - z_2)^2 + C_y^2(y_1 - y_2)^2}}{2\pi(U(z_1) + U(z_2))}\right],$$
(5.14)

dans laquelle $C_z = 6.7$, $C_y = 10.5$ qui sont donc environ 33% plus petits que ceux pour la fluctuation longitudinale [Simiu et Scanlan, 1996].

Fluctuation turbulente verticale

- La densité auto-spectrale de la fluctuation turbulente verticale, $S_w(z,\omega)$, s'écrit :

$$\frac{\omega S_w(z,\omega)}{2\pi u_*^2} = \frac{3.36 \frac{\omega z}{2\pi U(z)}}{\left(1+10 \frac{\omega z}{2\pi U(z)}\right)^{5/3}}.$$
(5.15)

5.2. CHARGES DE VENT SUR LES CÂBLES

- La densité inter-spectrale de la fluctuation turbulente verticale, $S^C_{w_1w_2}(P_1, P_2, \omega)$, s'écrit :

$$S_{w_1w_2}^C(P_1, P_2, \omega) = \sqrt{S_{w_1}(z_1, \omega)S_{w_2}(z_2, \omega)} \times \Lambda_{w_1w_2}(P_1, P_2, \omega),$$
(5.16)

оù,

$$\Lambda_{w_1w_2}(P_1, P_2, \omega) = \exp\left[-\frac{\omega C_y(y_1 - y_2)}{2\pi U(z)}\right],$$
(5.17)

avec $C_y = 8$.

En se basant sur des mesures expérimentales de la corrélation du vent dans trois dimensions, Gani [2011] a montré que la densité spectrale de la composante v a une magnitude comparable par rapport à la composante u tandis que celle de la composante w est beaucoup plus faible. Par conséquent, on peut considérer les composantes u et v en négligeant la composante w. Cependant, à un point donné, chaque composante entre u et v provoque trois composantes de forces. La corrélation spatiale entre ces forces devient très complexe. Dans la première approche, on considère donc seulement la composante longitudinale, u, pour évaluer l'effet du vent turbulent sur la rotation aux ancrages des haubans.

5.2 Charges de vent sur les câbles

Considérons un élément de câble présenté à la figure 5.2a. La vitesse instantanée du vent, U(t) = U + u(t), fait avec le câble un angle d'incidence, ϕ , combinant des effets de l'angle incliné horizontal (horizontal yaw angle), β , et de l'inclinaison du câble, θ .

5.2.1 Dans le système d'axes du vent

Dans le système d'axes aérodynamiques, $O_1 x_1 y_1 z_1$, les charges de vent générées sur le câble sont déterminées par :

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho C_F A_p U(t)^2 = \frac{1}{2}\rho C_F A_p [U + u(t)]^2,$$
(5.18)

où $C_F = C_D$, C_S ou C_L , sont les coefficients de traînée, de côté ou de portance, respectivement; ρ est la densité de l'air; A_p est l'aire projetée de l'élément de câble sur le plan perpendiculaire au vent. En négligeant le terme du second ordre de u(t) (i.e. $u(t)^2/U^2 \ll 1$),



Figure 5.2 Charges aérodynamiques sur un élément de câble.

l'équation (5.18) devient :

$$F(t) \approx \frac{1}{2}\rho C_F A_p U^2 + \rho C_F A_p U u(t) = F_U + f_u(t),$$
(5.19)

où F_U et $f_u(t)$ sont les charges de vent moyen et de vent turbulent, respectivement :

$$F_U = \begin{cases} F_D \\ F_S \\ F_L \end{cases} = \frac{1}{2} \rho A_p U^2 \begin{cases} C_D(\phi) \\ C_S(\beta, \theta) \\ C_L(\beta, \theta) \end{cases},$$
(5.20)

$$f_u(t) = \begin{cases} f_{Du}(t) \\ f_{Su}(t) \\ f_{Lu}(t) \end{cases} = \rho A_p U u(t) \begin{cases} C_D(\phi) \\ C_S(\beta, \theta) \\ C_L(\beta, \theta) \end{cases}.$$
(5.21)

5.2.2 Dans le système d'axes global

La relation des charges aérodynamiques dans le système d'axes global, Oxyz, et le système d'axes du vent, $O_1x_1y_1z_1$, est exprimée par la matrice de transformation, T_U , comme suit :

$$\begin{cases}
F_x(t) \\
F_y(t) \\
F_z(t)
\end{cases} = T_U \begin{cases}
F_D(t) \\
F_S(t) \\
F_L(t)
\end{cases},$$
(5.22)

où

$$T_U = \begin{bmatrix} -\cos\alpha & -\sin\alpha & 0\\ \sin\alpha & -\cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.23)

dans laquelle, $\alpha = \pi - (\beta + \beta_c)$, défini comme l'angle entre la direction du vent moyen et l'axe Ox du système d'axes global (Figure 5.2). Les parties moyennes et turbulentes des charges aérodynamiques dans le système Oxyz sont alors :

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \\ F_z \end{cases} = T_U \begin{cases} F_D \\ F_S \\ F_L \end{cases},$$
(5.24)

$$\begin{cases} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{cases} = T_U \begin{cases} f_{Du}(t) \\ f_{Su}(t) \\ f_{Lu}(t) \end{cases}.$$
(5.25)

5.2.3 Densité spectrale de puissance des charges

En se basant sur l'approche quasi-stationnaire, la densité auto-spectrale de puissance des charges de vent turbulent d'un point P(x, y, z) de l'espace est donnée par

$$\begin{cases} S_{f_x}(\omega) = \gamma_x |\chi(\omega)|^2 S_u(\omega) \\ S_{f_y}(\omega) = \gamma_y |\chi(\omega)|^2 S_u(\omega) \\ S_{f_z}(\omega) = \gamma_z |\chi(\omega)|^2 S_u(\omega) \end{cases}$$
(5.26)

où $\chi(\omega)$ est la fonction d'admittance aérodynamique. Cette fonction permet de tenir compte de l'effet des fluctuations turbulentes pour de grandes structures qui ne se produisent pas simultanément sur la face exposée au vent et leur corrélation sur la section entière doit être considérée. Une des formules expérimentales a été proposée par Vickery [1965] :

$$|\chi(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{2\omega B}{\pi \overline{U}}},\tag{5.27}$$

où B est le diamètre du câble. Dans cette étude, $|\chi(\omega)|^2\approx 1,$ et les fonctions γ s'expriment :

$$\begin{cases} \gamma_x = (\rho A_p U)^2 (-C_D \cos \alpha - C_S \sin \alpha)^2 \\ \gamma_y = (\rho A_p U)^2 (C_D \sin \alpha - C_S \cos \alpha)^2 \\ \gamma_z = (\rho A_p U)^2 C_L^2 \end{cases}$$
(5.28)

Les densités inter-spectrales de puissance des forces turbulentes aux points P_1 et P_2 sont données par :

$$S_{f_{x1}f_{x2}}(\omega) = S_{f_{x2}f_{x1}}(\omega) = \gamma_{x1x2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{x1}f_{y2}}(\omega) = S_{f_{y2}f_{x1}}(\omega) = \gamma_{x1y2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{x1}f_{z2}}(\omega) = S_{f_{z2}f_{x1}}(\omega) = \gamma_{x1z2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{y1}f_{x2}}(\omega) = S_{f_{x2}f_{y1}}(\omega) = \gamma_{y1y2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{y1}f_{y2}}(\omega) = S_{f_{x2}f_{y1}}(\omega) = \gamma_{y1y2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{y1}f_{z2}}(\omega) = S_{f_{z2}f_{y1}}(\omega) = \gamma_{y1z2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{z1}f_{x2}}(\omega) = S_{f_{x2}f_{z1}}(\omega) = \gamma_{z1x2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{z1}f_{y2}}(\omega) = S_{f_{y2}f_{z1}}(\omega) = \gamma_{z1y2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$S_{f_{z1}f_{z2}}(\omega) = S_{f_{y2}f_{z1}}(\omega) = \gamma_{z1y2}|\chi(\omega)|^{2}S_{u_{1}u_{2}}(\omega)$$

$$\gamma_{x1x2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})(-C_{D}\cos\alpha - C_{S}\sin\alpha)^{2}$$

$$\gamma_{x1y2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})(-C_{D}\cos\alpha - C_{S}\sin\alpha)(C_{D}\sin\alpha - C_{S}\cos\alpha)$$

$$\gamma_{x1z2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})(-C_{D}\cos\alpha - C_{S}\sin\alpha)C_{L}$$

$$\gamma_{y1x2} = \gamma_{x1y2}$$

$$\gamma_{y1y2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})(C_{D}\sin\alpha - C_{S}\cos\alpha)^{2}$$

$$\gamma_{y1z2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})(C_{D}\sin\alpha - C_{S}\cos\alpha)C_{L}$$

$$\gamma_{z1x2} = \gamma_{x1z2}$$

$$\gamma_{z1y2} = \gamma_{y1z2}$$

$$\gamma_{z1y2} = \rho^{2} (A_{p1}A_{p2}U_{1}U_{2})C_{L}^{2}$$
(5.30)

dans lesquelles, U_1 , U_2 et A_{p1} , A_{p2} sont les vitesses moyennes du vent et aires projetées du câble aux points P_1 et P_2 , respectivement.

5.3 Méthode d'analyse des câbles

La vitesse et la direction du vent moyen sont généralement considérées constantes durant de longues périodes, e.g. dix minutes ou une heure. Le comportement du câble sous les charges de vent moyen peut alors être obtenu par une analyse statique tenant compte de la non-linéarité géométrique du câble. Cependant, les charges de vent turbulent étant aléatoires, la réponse du câble sous ces charges nécessite donc une analyse dynamique.

5.3.1 Analyse statique

En réalité, les charges de vent sont réparties le long du câble. Cependant, ces charges peuvent être considérées comme des charges concentrées en appliquant une charge équivalente ponctuelle distribuée le long du câble. Étant donné que le câble (hauban) est modélisé par des éléments en traction pure, il n'est pas possible de déterminer directement la rotation de leurs ancrages (*rotation du hauban*). Cependant, si la longueur du premier élément à partir de l'ancrage est suffisamment court pour qu'on puisse supposer que cet élément est toujours droit avant et après être déformé, la rotation du hauban peut être déterminée à partir des déplacements de cet élément. Dans cette étude, une longueur de 0.2 m pour ce premier élément (l'ordre de grandeur du diamètre du hauban) donne une bonne approximation de la rotation. Pour avoir une telle longueur, on doit discrétiser le hauban par un grand nombre d'éléments en utilisant un logiciel commercial. Cela demande beaucoup de temps de calcul. La section 5.4 présente donc un modèle de câble permettant de discrétiser le câble en des éléments dont la longueur est différente. Ce modèle utilisant des éléments de chaînette permet de tenir compte de la non-linéarité géométrique du câble.

5.3.2 Analyse dynamique

La nature aléatoire du vent turbulent ainsi que la non-linéarité géométrique du câble conduit à la nécessité d'une analyse dynamique non-linéaire pour les câbles. Cependant, en supposant que les fluctuations turbulentes causent généralement des oscillations de petites amplitudes autour de la position d'équilibre sous charge de vent moyen, le câble peut être considéré comme un système structurel linéaire. Dans ce cas, la méthode spectrale utilisant la superposition modale peut s'appliquer pour déterminer la réponse du câble soumis aux charges de vent turbulent. Le processus de calcul par la méthode spectrale sera présenté à la section 5.4.5. En outre, l'amortissement aérodynamique du câble sera ajouté dans le calcul permettant de tenir en compte de l'effet de changement d'amortissement du câble en fonction de la vitesse du vent.

5.4 Modélisation des câbles

5.4.1 Modèle d'élément de câble

La procédure présentée dans cette section détermine le profil, la tension et la matrice de rigidité tangente du câble sous son poids propre à partir de la tension maximale et la position des extrémités du câble.

Considérons un élément de câble élastique, présenté à la figure 5.3, ayant une longueur au repos L_u , un module d'élasticité E, une section initiale A et un poids linéïque w_c . Dans le plan vertical du câble, les relations entre les projections de l'élément et les composantes de forces aux extrémités peuvent s'écrire selon Jayaraman et Knudson [1981] :

$$\begin{cases} L_{xy} = -P_{xy} \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\ L_z = \frac{1}{2EAw_c} (T_j^2 - T_i^2) + \frac{T_j - T_i}{w_c} \end{cases}$$
(5.31)



Figure 5.3 Élement de câble.

Notant que $L_x = L_{xy} \cos \beta_c$, $L_y = L_{xy} \sin \beta_c$, $P_1 = P_{xy} \cos \beta_c$ et $P_2 = P_{xy} \sin \beta_c$, les équations (5.31) sont réécrites en trois projections orthogonales de l'élément de câble :

$$\begin{cases}
L_x = -P_1 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\
L_y = -P_2 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\
L_z = \frac{1}{2EAw_c} (T_j^2 - T_i^2) + \frac{T_j - T_i}{w_c}
\end{cases}$$
(5.32)

L'équilibre des forces nodales de l'élément s'écrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases}
P_4 = -P_1 \\
P_5 = -P_2 \\
P_6 = w_c L_u - P_3 \\
T_i = (P_1^2 + P_2^2 + P_3^2)^{1/2} \\
T_j = (P_4^2 + P_5^2 + P_6^2)^{1/2} = [P_1^2 + P_2^2 + (w_c L_u - P_3)^2]^{1/2}
\end{cases}$$
(5.33)

En remplaçant (5.33) dans (5.32), les projections de l'élément de câble peuvent s'écrire comme les fonctions des forces nodales du nœud i:

$$\begin{cases}
L_x = L_x(P_1, P_2, P_3) \\
L_y = L_y(P_1, P_2, P_3) \\
L_z = L_z(P_1, P_2, P_3)
\end{cases}$$
(5.34)

La relation entre les petits changements des variables dans les équations (5.34) peut être approximée par leurs différentiels du premier ordre :

$$\begin{cases}
 dL_x \\
 dL_y \\
 dL_z
\end{cases} = \begin{bmatrix}
 \frac{\partial L_x}{\partial P_1} & \frac{\partial L_x}{\partial P_2} & \frac{\partial L_x}{\partial P_3} \\
 \frac{\partial L_y}{\partial P_1} & \frac{\partial L_y}{\partial P_2} & \frac{\partial L_y}{\partial P_3} \\
 \frac{\partial L_z}{\partial P_1} & \frac{\partial L_z}{\partial P_2} & \frac{\partial L_z}{\partial P_3}
\end{bmatrix} \begin{cases}
 dP_1 \\
 dP_2 \\
 dP_3
\end{cases} = \mathbf{F}_{\mathbf{e}} \begin{cases}
 dP_1 \\
 dP_2 \\
 dP_3
\end{cases}$$
(5.35)

où $\mathbf{F}_{\mathbf{e}}$ est appelée la matrice de flexibilité correspondant aux forces internes et déplacements du nœud *i* de l'élément de câble. La matrice de rigidité correspondant aux forces internes et déplacements du nœud *i* est donnée par :

$$\mathbf{K}_{\mathbf{e}} = \mathbf{F}_{\mathbf{e}}^{-1}.$$

La matrice de rigidité tangente de l'élément de câble dans le système d'axes global est donc :

$$\mathbf{K}_{\mathbf{te}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\mathbf{e}} & \mathbf{K}_{\mathbf{e}} \\ \mathbf{K}_{\mathbf{e}} & -\mathbf{K}_{\mathbf{e}} \end{bmatrix}_{6\times6}$$
(5.37)

Le système d'équations (5.34) peut être résolu par une méthode itérative présenté à la figure 5.4. La démonstration détaillée de cette méthode itérative est présentée à l'annexe A



Figure 5.4 Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à son poids propre.

5.4.2 Câble soumis à des charges concentrées en 3D



Figure 5.5 (a) Câble soumis à des charges concentrées. (b) Équilibre des éléments.

Considérons un câble incliné soumis à des charges concentrées dans trois directions (3D) comme le présente la figure 5.5a. Ici, C1 et C2 sont les profils du câble dus à son poids propre et aux charges concentrées, respectivement. Sous l'action des charges concentrées, les équations (5.32) seront appliquées en considérant que le câble est discrétisé en plusieurs éléments. Les charges concentrées ne s'appliquant qu'aux nœuds, on peut utiliser les équations (5.32) pour déterminer le profil de chaque élément de câble. Les équations d'équilibre des forces nodales de l'élément i, avec $i = 2, \dots, N + 1$, sont alors :

$$P_{1}(i) = -P_{4}(i-1) + f_{xi}$$

$$P_{2}(i) = -P_{5}(i-1) + f_{yi}$$

$$P_{3}(i) = -P_{6}(i-1) + f_{zi}$$

$$P_{4}(i) = -P_{1}(i)$$

$$P_{5}(i) = -P_{2}(i)$$

$$P_{6}(i) = w_{c}L_{u}(i) - P_{3}(i-1)$$

$$T_{i}(i) = [P_{1}(i)^{2} + P_{2}(i)^{2} + P_{3}(i)^{2}]^{1/2}$$

$$T_{j}(i) = [P_{4}(i)^{2} + P_{5}(i)^{2} + P_{6}(i)^{2}]^{1/2}$$
(5.38)

où f_{xi} , f_{yi} et f_{zi} sont les charges ponctuelles au nœud *i*. Le profil C1 du câble est trouvé par la procédure d'itération présentée à la figure 5.4. À partir de cette position d'équilibre, le profil C2 sera déterminé par une autre procédure d'itération. Cette dernière commence en supposant une valeur initiale pour les réactions de l'appui O (nœud 1) dues aux charges concentrées. Dans le cas des charges de vent moyen, les réactions de l'appui O peuvent être estimées par les équations suivantes :

$$\begin{cases}
P_1(1) = -P_1^{DL}(1) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} f_{xi} \\
P_2(1) = -P_2^{DL}(1) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} f_{yi} \\
P_3(1) = -P_3^{DL}(1) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} f_{zi}
\end{cases}$$
(5.39)

où $P_1^{DL}(1)$, $P_2^{DL}(1)$ et $P_3^{DL}(1)$ sont les réactions de l'appui O dues au poids propre du câble. Les forces nodales des autres nœuds et les projections des éléments de câble sont calculées par les équations (5.38) et (5.32), respectivement. Les erreurs sur les longueurs,

 ΔL_x , ΔL_y et ΔL_z , sont déterminées par :

$$\begin{cases}
\Delta L_x = \sum_{i=1}^{N+1} \Delta L_x(i) - L_x \\
\Delta L_y = \sum_{i=1}^{N+1} \Delta L_y(i) - L_y \\
\Delta L_z = \sum_{i=1}^{N+1} \Delta L_z(i) - L_z
\end{cases}$$
(5.40)

Ces erreurs de fermeture sont comparées à la précision attendue, ϵ_L , pour obtenir une meilleure approximation de $P_1(1)$, $P_2(1)$ et $P_3(1)$ pour le prochain pas d'itération. Les équations suivantes sont utilisées :

$$P_1(1)^{n+1} = \begin{cases} P_1(1)^n + \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_x > \epsilon_L \\ P_1(1)^n - \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_x < -\epsilon_L \end{cases}$$
(5.41)

$$P_2(1)^{n+1} = \begin{cases} P_2(1)^n + \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_y > \epsilon_L \\ P_2(1)^n - \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_y < -\epsilon_L \end{cases}$$
(5.42)

$$P_3(1)^{n+1} = \begin{cases} P_3(1)^n + \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_z > \epsilon_L \\ P_3(1)^n - \Delta P & \text{si} \quad \Delta L_z < -\epsilon_L \end{cases}$$
(5.43)

où ΔP est l'incrément de force. Cette procédure d'itération est continuée jusqu'à ce que la valeur absolue maximale des erreurs de fermeture soit plus petite que ϵ_L . Dans cette étude, $\epsilon_L=1$ E-4 et $\Delta P = 0.5$ N conduisent rapidement à la convergence. La figure 5.6 présente l'organigramme de cette méthode itérative.



Figure 5.6 Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à des charges concentrées en 3D.

5.4.3 Détermination des fréquences propres de vibration

Considérons le câble présenté à la Figure 5.5. Le câble est discrétisé en (N+1) éléments de câble. Les fréquences propres de vibration du câble sont déterminées en résolvant l'équation suivante :

$$(\mathbf{K} - \mathbf{\Lambda}\mathbf{M})\mathbf{\Phi} = 0, \tag{5.44}$$

où K et M sont les matrices de rigidité et de masse du câble, Φ est la matrice modale et, Λ est la matrice diagonale contenant les valeurs propres $\lambda_i = \omega_i^2$.

Matrice de rigidité du câble :

La matrice de rigidité correspondant aux déplacements de N nœuds intermédiaires du câble dans le système d'axes global, Oxyz, est assemblée comme suit :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{K_1} + \mathbf{K_2}) & \mathbf{K_2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{K_2} & -(\mathbf{K_2} + \mathbf{K_3}) & \mathbf{K_3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{K_3} & -(\mathbf{K_3} + \mathbf{K_4}) & \mathbf{K_4} & & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & & & \mathbf{K_N} \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{K_N} & -(\mathbf{K_N} + \mathbf{K_{N+1}}) \end{bmatrix}$$
(5.45)

où \mathbf{K}_i , $i = 1, 2, \dots, N + 1$, est la matrice de rigidité de l'élément *i* dans le système global d'axes, déterminée par l'équation (5.36). La matrice \mathbf{K} est alors une matrice carrée d'ordre 3N.

Matrice de masse du câble :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{1} & \cdots & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ \vdots & \mathbf{M}_{i} & \vdots \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{M}_{N} \end{bmatrix}_{3N \times 3N}$$
(5.46)

où,

$$\mathbf{M}_{i} = \begin{bmatrix} m_{i} & 0 & 0\\ 0 & m_{i} & 0\\ 0 & 0 & m_{i} \end{bmatrix}$$
(5.47)

$$m_i = m_c \left[\frac{L_u(i) + L_u(i+1)}{2} \right]$$
(5.48)

ici, m_c est la masse linéïque du câble et $L_u(i)$ est la longueur au repos de l'élément *i*.

Matrice modale :

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1j} & \cdots & \phi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{i1} & \cdots & \phi_{ij} & \cdots & \phi_{iN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \cdots & \phi_{Nj} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix}_{3N \times 3N}$$
(5.49)

où $\phi_{ij} = \{\phi_{xij} \ \phi_{yij} \ \phi_{zij}\}^T$, avec i, j = 1, 2, ..., N.

5.4.4 Comparaison de la formulation proposée aux résultats d'un logiciel commercial



Figure 5.7 Exemple 1.

Étudions le hauban présenté à la figure 5.7 ayant un module d'élasticité E=195000 MPa, une aire de la section initiale A=7629 mm^2 , un poids linéïque $w_c = 737$ N/m et une tension initiale maximale $T_A = 4782$ kN. Ce hauban est soumis à des charges concentrées, $f_x = 400$ N, $f_y = 800$ N et $f_z = -400$ N, appliquées à 29 points intermédiaires qui divisent le câble en 30 tronçons de même longueur au repos. Les profils du hauban sous

son poids propre et sous les charges ponctuelles déterminées dans cette formulation (CM) sont comparés à ceux obtenus par SAP2000. Les résultats présentés au tableau 5.1 et à la figure 5.8 montrent la précision de cette formulation.

	Poids propre				Charges concentrées			
Modèle	T_O	T_A	ω_1^{yOz}	ω_1^{xOz}	T_O	T_A	ω_1^{yOz}	ω_1^{xOz}
	(kN)	(kN)	(rad/s)	(rad/s)	(kN)	(kN)	(rad/s)	(rad/s)
CM	4694.3	4782	2.7515	2.8090	4715.8	4796.9	2.7568	2.8246
SAP2000	4694.2	4781.9	2.7516	2.8091	4716.2	4797.3	2.7570	2.8248
Difféerence (%)	0.002	0.002	0.004	0.004	0.008	0.008	0.007	0.007

Tableau 5.1 Tension aux appuis et pulsations naturelles du hauban.



Figure 5.8 Déplacements du câble sous : (a) poids propre; (b) des charges concentrées.

5.4.5 Méthode spectrale

Dans le système d'axes global Oxyz, l'équation matricielle du mouvement du câble soumis aux charges de vent turbulent est :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{f}_{\mathbf{u}}(t), \qquad (5.50)$$

où,

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{cases} x_{1}(t) \\ y_{1}(t) \\ z_{1}(t) \\ \vdots \\ x_{N}(t) \\ y_{N}(t) \\ z_{N}(t) \end{cases}, \qquad \dot{\mathbf{Y}}(t) = \begin{cases} \dot{x}_{1}(t) \\ \dot{y}_{1}(t) \\ \dot{z}_{1}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{N}(t) \\ \dot{y}_{N}(t) \\ \dot{z}_{N}(t) \end{cases}, \qquad \ddot{\mathbf{Y}}(t) = \begin{cases} \ddot{x}_{1}(t) \\ \ddot{y}_{1}(t) \\ \ddot{x}_{1}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{x}_{N}(t) \\ \dot{y}_{N}(t) \\ \dot{z}_{N}(t) \end{cases}, \qquad \ddot{\mathbf{Y}}(t) = \begin{cases} \ddot{x}_{1}(t) \\ \ddot{y}_{1}(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{x}_{N}(t) \\ \ddot{y}_{N}(t) \\ \ddot{y}_{N}(t) \\ \ddot{x}_{N}(t) \end{cases}$$
(5.51)

sont les vecteurs de déplacement, de vitesse et d'accélération, respectivement; $\mathbf{f}_{\mathbf{u}}(t) = \{f_{x1}(t) f_{y1}(t) f_{z1}(t) \cdots f_{xN}(t) f_{yN}(t) f_{zN}(t)\}^T$ est le vecteur de charge de vent turbulent; **K** et **M** sont les matrices de rigidité et de masse du câble, déterminées par les équations (5.45) et (5.46), respectivement; **C** est la matrice d'amortissement total, définie comme la somme de la matrice d'amortissement structural, $\mathbf{C}_{\mathbf{s}}$, et celle d'amortissement aérodynamique, $\mathbf{C}_{\mathbf{a}}$.

D'après les propriétés d'orthogonalité des modes propres par rapport aux matrices de masse et de rigidité, la réponse dynamique d'un système linéaire à plusieurs dégrées de liberté peut être déterminée en résolvant l'équation du mouvement modal [Clough et Penzien, 1995] :

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\omega_n \xi_n \dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{f_n(t)}{M_n} \qquad n = 1, 2, \cdots$$
(5.52)

où M_n et $f_n(t)$ sont appelées masse généralisée et charge généralisée des coordonnées normales pour le mode n.

$$M_n = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}, \qquad \qquad f_n(t) = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{f}_{\mathbf{u}}(t) \tag{5.53}$$

La réponse modale, $r_n(t)$, est donnée par le produit de l'amplitude modale, $Y_n(t)$, par le coefficient modal, B_n :

$$r_n(t) = B_n Y_n(t). \tag{5.54}$$

La réponse du système, $\mathbf{r}(t)$, est donnée par la somme des composantes modales :

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{n} r_n(t) = \sum_{n} B_n Y_n(t).$$
(5.55)

La densité spectrale de puissance de $\mathbf{r}(t)$ est déterminée par :

$$S_r(\omega) = \sum_m \sum_n S_{r_m r_n}(\omega), \qquad (5.56)$$

où $S_{r_m r_n}(\omega)$ est la densité inter-spectrale des réponses modales $r_m(t)$ et $r_n(t)$:

$$S_{r_m r_n}(\omega) = B_m B_n H_m(-i\omega) H_n(i\omega) S_{f_m f_n}(\omega).$$
(5.57)

 $S_{f_m f_n}(\omega)$ est la densité inter-spectrale des charges généralisées $f_m(t)$ et $f_n(t)$:

$$S_{f_m f_n}(\omega) = \phi_m^T \mathbf{S}_{\mathbf{f}}(\omega) \phi_n.$$
(5.58)

 $\mathbf{S}_{\mathbf{f}}(\omega)$ est la matrice de densité inter-spectrale de puissance des forces turbulentes $\mathbf{f}_{\mathbf{u}}(t)$.

$$\mathbf{S}_{f}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{f_{x1}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{x1}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{x1}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{x1}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{x1}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{x1}f_{zN}}(\omega) \\ S_{f_{y1}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{y1}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{y1}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{y1}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{y1}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{y1}f_{zN}}(\omega) \\ S_{f_{z1}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{z1}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{z1}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{z1}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{z1}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{z1}f_{zN}}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ S_{f_{xN}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{xN}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{xN}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{xN}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{xN}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{xN}f_{zN}}(\omega) \\ S_{f_{yN}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{yN}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{yN}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{yN}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{yN}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{yN}f_{zN}}(\omega) \\ S_{f_{zN}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{zN}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{zN}}(\omega) \\ S_{f_{zN}f_{x1}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{y1}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{z1}}(\omega) & \cdots & S_{f_{zN}f_{xN}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{yN}}(\omega) & S_{f_{zN}f_{zN}}(\omega) \\ \end{array} \right]$$

$$(5.59)$$

ici, $S_{f_{xi}f_{xj}}(\omega)$, $S_{f_{xi}f_{yj}}(\omega)$ et $S_{f_{xi}f_{zj}}(\omega)$, $i, j = 1, 2, \dots, N$, sont calculées par les équations (5.29-5.30).

Les fonctions de transfert $H_m(-i\omega)$ et $H_n(i\omega)$ sont données par :

$$H_m(-i\omega) = \frac{1}{K_m \left[1 - 2i\xi_m \left(\omega/\omega_m\right) - \left(\omega/\omega_m\right)^2\right]}$$

$$H_n(i\omega) = \frac{1}{K_n \left[1 + 2i\xi_n \left(\omega/\omega_n\right) - \left(\omega/\omega_n\right)^2\right]}$$
(5.60)

où ξ_n est le taux d'amortissement modal du mode n, défini comme la somme du taux d'amortissement structural modal, ξ_{sn} , et du taux d'amortissement aérodynamique modal, ξ_{an} .

Matrice d'amortissement aérodynamique du câble :

La matrice d'amortissement aérodynamique correspondant aux déplacements du nœud j d'un élément de câble, proposée par Sparling [1995], est déterminée par l'équation suivante :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{a}\mathbf{e}} = \mathbf{T}_1 \, \mathbf{T}_2 \, \mathbf{T}_3 \, \mathbf{B} \, \mathbf{T}_3^T \, \mathbf{T}_2^T \, \mathbf{T}_1^T \tag{5.61}$$

dans laquelle :

$$\mathbf{T}_{1} = \begin{bmatrix} -\sin\beta & \cos\beta & 0\\ \cos\beta & \sin\beta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.62)
$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$
(5.63)

$$\mathbf{T}_{3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$
(5.64)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{B} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\overline{B} \end{bmatrix}$$
(5.65)

où,

$$\cos \gamma = \frac{\sin \beta}{\sin \phi}, \qquad \qquad \sin \gamma = \frac{\sin \theta \cos \beta}{\sin \phi} \tag{5.66}$$

$$\overline{B} = \rho C_{Dn} A_p U(z_j) \tag{5.67}$$

ici, ϕ est l'angle d'incidence du vent, C_{Dn} est le coefficient de traînée défini en se basant sur la composante de la vitesse du vent perpendiculaire à l'axe du câble :

$$C_{Dn} = \frac{C_D}{\sin^2 \phi}.$$
(5.68)

La matrice d'amortissement aérodynamique du câble s'écrit comme suit :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\mathbf{ae1}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{C}_{\mathbf{aeN}} \end{bmatrix}_{3N \times 3N}$$
(5.69)

où C_{aei} , $i, j = 1, 2, \dots, N$, est la matrice d'amortissement aérodynamique de l'élément i, déterminée par l'équation (5.61). Le taux d'amortissement aérodynamique modal est alors donné par :

$$\xi_{an} = \frac{c_n}{2m_n\omega_n} = \frac{\Phi_n^T \mathbf{C}_{\mathbf{a}} \Phi_n}{2\omega_n \Phi_n^T \mathbf{M} \Phi_n}.$$
(5.70)

Dans le cas d'un câble horizontal orthogonal au vent, i.e. $\beta = 90^{\circ}$ et $\theta = 0^{\circ}$, la matrice C_{ae} est égale à la matrice **B**. Le taux d'amortissement aérodynamique est donc deux fois plus faible pour des vibrations en-plan que pour des vibrations hors-plan, comme le cas classique trouvé dans la littérature [SETRA, 2001].

5.4.6 Détermination de la rotation des ancrages des haubans

Comme mentionné à la section 5.3.1, il n'est pas possible de déterminer directement la rotation des haubans. Une approche approximative proposée dans cette étude pour déterminer la rotation des haubans se base sur le déplacement du premier nœud. La précision de cette approche dépend de la longueur du premier élément à partir de l'ancrage. Dans cette étude, une longueur de 0.2 m pour ce premier élément (l'ordre de grandeur du diamètre du hauban) montre une bonne précision. Considérons maintenant les déformées du



Figure 5.9 Définition des rotations des ancrages du hauban : (a) sous charges de vent moyen; (b) sous charges de vent turbulent.

premier élément du hauban, dans le système d'axes locaux $Ox_cy_cz_c$, sous le poids propre et les charges de vent moyen comme le présente la figure 5.9a, où l'axe Ox_c correspond à la projection horizontale de la corde du hauban. OM_1 est la déformée de l'élément sous poids propre, elle se trouve alors dans le plan vertical x_cOz_c . OM_2 est la déformée de l'élément sous charges de vent moyen. La rotation hors-plan du hauban due au vent moyen, θ_{OP}^U , est définie comme l'angle entre OM_2 et OM_{2v} , sa projection sur le plan x_cOz_c , tandis que la rotation en-plan du hauban due au vent moyen, θ_{IP}^U , est définie comme l'angle entre OM_1 et OM_{2v} . Ces rotations peuvent donc être déterminées par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \theta_{IP}^{U} = \arctan\left(\frac{z_{c2}}{x_{c2}}\right) - \arctan\left(\frac{z_{c1}}{x_{c1}}\right) \\ \theta_{OP}^{U} = \arctan\left(\frac{y_{c2}}{\sqrt{x_{c2}^{2} + z_{c2}^{2}}}\right) \end{cases}$$
(5.71)

La figure 5.9b présente les rotations du hauban sous charges de vent turbulent. En effet, contrairement aux phénomènes d'instabilité qui peuvent engendrer des vibrations de grande amplitude sous des vitesses de vent modérées, la réponse au vent turbulent n'atteint des amplitudes extrêmes que sous des vents exceptionnels [SETRA, 2001]. On peut alors supposer que le vent turbulent cause des petites perturbations autour de la position d'équilibre du hauban sous charges de vent moyen. Les rotations du hauban dues aux charges de vent turbulent peuvent être déterminées par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \theta_{IP}^{B} = \arctan\left(\frac{z_{c3}}{x_{c3}}\right) - \arctan\left(\frac{z_{c2}}{x_{c2}}\right) \\ \theta_{OP}^{B} = \arctan\left(\frac{y_{c3}}{\sqrt{x_{c3}^{2} + z_{c3}^{2}}}\right) - \arctan\left(\frac{y_{c2}}{\sqrt{x_{c2}^{2} + z_{c2}^{2}}}\right) \end{cases}$$
(5.72)

5.5 Rotation des haubans due au vent moyen

Cette section présente l'évaluation de la rotation des haubans due à la variation de vent moyen sur la période d'une année. Pour faire cela, les données de vent moyen d'une station météorologique sont utilisées. Les analyses statiques non-linéaires des haubans sont réalisées pour déterminer leur profil sous l'action des charges de vent moyen. Les rotations des haubans sont déterminées par l'équation (5.71).

5.5.1 Données horaires de vent moyen

Les données de vent moyen utilisées dans cette étude sont extraites à partir des conditions météorologiques de l'année 2002 enregistrées à la station MONTREAL/PIERRE ELLIOT TRUDEAU INTL A. Ces données sont téléchargées du site Internet d'Environnement Canada. L'information recueillie sur ces données horaires inclut les moyennes horaires de



Figure 5.10 Données horaires du vent moyen pour l'année 2002 de la station Montréal/Pierre Éliot Trudeau Intl A : (a) Vitesse. (b) Direction.

vitesses et directions du vent moyen (VDV), la pression atmosphérique, la température et l'humidité relative. Le relevé quotidien des données horaires comporte 24 entrées (une par heure) qui représentent les observations effectuées aux heures de 0h à 23h. On mesure généralement le vent en prenant la moyenne sur les deux dernières minutes de chaque heure à chaque observation. Pour avoir la moyenne sur l'heure, il faut savoir la distribution horaire de vent moyen. Étant donnée l'absence d'information, on suppose dans cette étude que la moyenne sur les deux dernières minutes de l'heure représente aussi la moyenne de l'heure. En outre, la densité de l'air est déterminée en fonction de la pression atmosphérique, de la température et de l'humidité relative obtenues à partir de ces conditions météorologiques (voir l'annexe F). Les moyennes horaires de VDV sont présentées à la figure 5.10. Les vitesses varient de 0 à 20.56 m/s et la moyenne annuelle est de 4.72 m/s. Les directions de vent moyen varient de 0° à 360° et la direction dominante est de 240° .

5.5.2 Caractéristiques des haubans



Figure 5.11 Le pont E



Figure 5.12 Le pont F

L'évaluation de la rotation est faite pour les haubans des ponts E et F (Figures 5.11 et 5.12) représentant les ponts de trois et deux portées, respectivement. Pour chaque pont, trois haubans correspondant aux haubans le plus court, le plus long et moyen sont évalués. En outre, un hauban (C1 du pont E) représentant le hauban situé aux porte-à-faux est aussi étudié. Tous les haubans ont un module d'élasticité de 195000 MPa. Les autres caractéristiques des haubans sont présentés au tableau 5.2.
Pont	Hauban	L_x	L_y	L_z	L_c	θ	А	D	w_c	Т
		(m)	(m)	(m)	(m)	(deg)	(mm^2)	(m)	(N/m)	(kN)
Е	C1	197.75	0	95	219.4	25.7	9044	0.17	988	5536
	C25	13.5	0	47	48.9	74	4657	0.15	644	2490
	C36	117.25	0	71	137.1	31.2	4657	0.15	644	2420
	C48	223.25	0	95	242.6	23.1	7197	0.15	894	4246
F	C18	14.71	0	80.4	81.7	79.6	2774	0.16	279	1502
	C26	132.39	0	110.44	172.4	39.8	4855	0.18	471	2471
	C35	264.78	0	129.36	294.7	26	7629	0.225	737	4782

Tableau 5.2 Paramètres des haubans

5.5.3 Résultats et discussion

Les directions du vent présentées à la figure 5.10b sont référées à un repère de la station météorologique. L'angle incliné horizontal de vent par rapport au hauban dépend non seulement de ces directions mais aussi de l'angle entre la projection horizontale du hauban et celle du repère de référence, comme le présente la figure 5.13. L'angle incliné horizontal du vent au moment t(i), par rapport à la projection horizontale de la corde, est déterminé par les équations suivantes :

$$\beta(i) = \begin{cases} \beta_U + \beta_r^d - \beta_r(i) - 360^\circ & si \quad \beta_r(i) \le \beta_U + \beta_r^d - 180^\circ \\ \beta_U + \beta_r^d - \beta_r(i) & si \quad \beta_r(i) \ge \beta_U + \beta_r^d - 180^\circ \end{cases}$$
(5.73)

où β_U est l'angle entre la direction dominante du vent et la projection horizontale du hauban; β_r^d est l'angle entre la direction dominante du vent et la référence de la station météorologique; $\beta_r(i)$ est l'angle entre la direction du vent au moment t(i) et la référence de la station météorologique.

La figure 5.14 présente les rotations du hauban C26 dans les cas où $\beta_U = 0^\circ$ et $\beta_U = 90^\circ$, respectivement. Le comptage des cycles de ces rotations est ensuite déterminée par la méthode de la goutte d'eau (*Rain-Flow Counting Method*), et présenté à la figure 5.15. Cette figure montre que l'effet du vent moyen sur la rotation OP du hauban dans le cas où $\beta_U = 90^\circ$ est plus significatif que dans le cas où $\beta_U = 0^\circ$. Cependant, cet effet est inverse pour la rotation IP du hauban.

Étant donné que les données de vent utilisées dans cette étude ne correspondent pas aux sites des ouvrages, les valeurs de β_U varient donc de 0° à 360°. Pour obtenir une enveloppe de rotations du hauban, il faut considérer toutes ces valeurs de β_U . Cependant,



Figure 5.13 Angle incliné horizontal du vent relatif au hauban : (a) $\beta_r(i) \leq \beta_U + \beta_r^d - 180^\circ$; (b) $\beta_r(i) \geq \beta_U + \beta_r^d - 180^\circ$

comme la réponse du hauban est symétrique par rapport au plan vertical du hauban pour les directions β_U et $360^\circ - \beta_U$, on ne considère que la gamme de β_U entre 0° et 180° . Précisément, les valeurs 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 150° et 180° pour l'angle β_U sont considérées dans cette étude. Les résultats sont présentés dans les figures 5.16 et 5.17. Ces figures montrent que la rotation OP est généralement plus grande que la rotation



Figure 5.15 Histogrammes des rotations du hauban C26 : (a) hors-plan; (b) en-plan.

IP. Cependant, dans le cas de haubans C18 et C25, l'enveloppe de la rotation OP est équivalente à celle de la rotation IP. Cela s'explique par l'effet de l'inclinaison verticale des haubans. En effet, la réponse d'un câble vertical est similaire pour toutes les directions du vent. L'angle vertical θ , des haubans C18 et C25 est de 79.6° et 74°, respectivement. Par conséquent, en variant la direction du vent β_U , les valeurs de l'angle d'incidence, ϕ , varient de 79.6° à 100.4° pour C18 et de 74° à 106° pour C25. Les valeurs de C_D varient donc de 96.7% à 100% de sa valeur maximale C_{Dn} , pour C18, et de 92.4% à 100% pour C25. Ces figures montrent aussi que le cas critique de la rotation OP correspondant à $\beta_U = 90^\circ$ tandis que celui de la rotation IP correspondant à $\beta_U = 0^\circ$ ou 180°, ce qui est logique. La figure 5.18 montre la variation de l'importance des rotations OP et IP des haubans en fonction de γ_r , un rapport déterminé par l'expression suivante :

$$\gamma_r = \frac{T_{sup}}{L_c D \sin \phi_U},\tag{5.74}$$

où T_{sup} est la tension maximale du hauban; L_c et D sont la longueur de la corde et le diamètre du hauban, respectivement; ϕ_U est l'angle d'incidence du vent dominant, i.e. correspondant au β_U . Dans la figure 5.18, les rotations correspondent à leur cas critiques. Les valeurs de ϕ_U sont donc égales à 90° dans le cas de la rotation OP, et à θ , l'angle d'inclinaison verticale du hauban, dans le cas de la rotation IP. Cette figure montre que l'importance des rotations OP et IP du hauban est inversement proportionnelle à γ_r , i.e. plus la valeur de γ_r est petite, plus les rotations (OP et IP) du hauban sous charges de vent moyen sont grandes, et inversement.



Figure 5.16 Enveloppe de la rotation des haubans du pont F.



Figure 5.17 Enveloppe de la rotation des haubans du pont E.



Figure 5.18 Effet de γ_r sur : (a) la rotation hors-plan; (b) la rotation en-plan.

5.6 Rotation des haubans due au vent turbulent

À chaque vitesse et direction du vent moyen, la densité spectrale de puissance de la fluctuation longitudinale du vent turbulent est estimée par l'équation (5.9). La corrélation du vent turbulent est prise en compte par les équations (5.10) et (5.11). Les charges de vent turbulent générées sur le hauban sont déterminées par les équations (5.21) et (5.25) dans les systèmes d'axes aérodynamique et global, respectivement. Les densités spectrales de puissance de ces charges sont exprimées par les équations (5.26-5.30). Comme la vitesse du vent moyen et sa direction varient d'une heure à l'autre, il faut donc faire des analyses pour chaque heure et accumuler les réponses sur la période d'une année pour avoir les histogrammes annuelles de la rotation des haubans. Cependant, cette méthode demande beaucoup de temps de calcul. Afin de réduire la quantité d'analyses, les vitesses du vent moyen sont regroupées en plusieurs gammes comme le présente le tableau 5.3. La durée de chaque gamme de vitesses est déterminée à partir des données réelles de vent (figure 5.10a). Le tableau 5.3 montre que la durée des vitesses plus petites que 10 m/s est assez similaire à celle estimée par la loi de Rayleigh. Cependant, pour les vitesses supérieure à 10 m/s, les durées estimées sont beaucoup plus petites que les valeurs réelles, ce qui démontre que la loi de Rayleigh n'est pas applicable aux vitesses au delà de trois fois la vitesse moyenne. En outre, étant donné que la symétrie des charges de vent par rapport au plan vertical du hauban, on ne considère que les valeurs de β , l'angle incliné horizontal du vent, varient entre 0° et 180°. Plus précisément, les valeurs considérées de β sont de 0° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° et 180° . En supposant que les directions du vent moyen sont uniformément distribuées, la probabilité de la direction de vent pour les cas où $\beta = 0^{\circ}$ et $\beta = 180^{\circ}$ est de 1/12, et de 1/6 pour les autres valeurs de β .

Vitesse (m/s)	$0 \le U \le 5$	$5 < U \le 10$	$10 < U \le 15$	$15 < U \le 20$	U>20
Vitesse de calcul (m/s)	2.5	7.5	12.5	17.5	-
Durée réelle (hrs)	5134	3248	348	30	0
Loi de Rayleigh (hrs)	5131.6	3370.8	254.4	3.1	0.1

Tableau 5.3 Durée de la vitesse moyenne du vent sur la période d'une année.

Les figures 5.19-5.22 présentent le processus de calcul pour le hauban C26 avec $\beta = 90^{\circ}$. En conséquence, les densités spectrales de puissance des réponses du hauban(les déplacements du premier nœud à partir de l'ancrage bas) sous l'action des charges de vent turbulent sont obtenues par la méthode spectrale (section 5.4.5) : la réponse du hauban est approximativement donnée par la superposition des 8 premiers modes; le taux d'amortissement structurel de tous les modes est supposé de 0.5% tandis que le taux d'amortissement aé-

rodynamique est estimé par les équations (5.61-5.70). Les pulsations naturelles et les taux d'amortissement aérodynamique des premiers modes du hauban C26 dans les plans yOz et xOz, en fonction de la vitesse moyenne du vent, sont présentés au tableau 5.4. Ces valeurs sont déterminées à l'état d'équilibre du hauban sous charges de vent moyen. On peut bien voir que les pulsations naturelles du hauban ne varient pas beaucoup lors de l'augmentation de la vitesse du vent moyen : la variation de ω_1^{yOz} et ω_1^{xOz} est respectivement de 0.005% et 0.02% lorsque la vitesse moyenne du vent augmente de 2.5 m/s à 17.5 m/s. Cependant, le taux d'amortissement est proportionnel à cette dernière. De plus, le taux d'amortissement aérodynamique du hauban dans le plan vertical, ξ_{a1}^{xOz} est beaucoup plus faible que celui dans le plan horizontal, ξ_{a1}^{yOz} . Cela est due au fait que les modes sont établis dans le système d'axes global. Les simulations temporelles des déplacements sont ensuite générées à partir de leur spectre par l'équation suivante [Shinozuka et Jan, 1972] :

$$r(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{N} \sqrt{S_r(\omega_k) \Delta \omega} \cos(\omega'_k t + \phi_k), \qquad (5.75)$$

où r = x, y, z; ϕ_k sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes et uniformément distribuées sur $[0, 2\pi]$. La durée du signal généré, T, doit être suffisamment longue pour que la moyenne du signal soit nulle. Cette durée dépend de la fréquence de coupure ω_c , du nombre des points du spectre N, (voir l'annexe D pour plus de détails). Pour les deux premières vitesses (U=2.5 et 7.5 m/s), les taux d'amortissement aérodynamique et par conséquent les taux d'amortissement total sont faibles, la valeur de T doit être plus élevée que pour les deux dernières vitesses (U=12.5 et 17.5 m/s) comme le présente le tableau 5.4. Enfin, les rotations OP et IP du hauban sont déterminées par l'équation (5.72) et, leur histogramme est obtenue par la méthode de la goute d'eau (*Rain-flow analysis*). Les figures 5.19-5.22 montrent aussi que l'amplitude des rotations augmente avec la vitesse du vent. Le cumul des cycles des rotations sur la période d'une année pour chaque direction de vent est présenté aux figures 5.23a-5.23g. Ces figures montrent bien que les amplitudes

U	ω_1^{yOz}	ω_1^{xOz}	ξ_{a1}^{yOz}	ξ_{a1}^{xOz}	Ν	ω_c	Т
(m/s)	(rad/s)	(rad/s)	(%)	(%)	1 N	(rad/s)	(s)
2.5	4.1142	4.1563	0.17	0.0027	2^{15}	10	10294
7.5	4.1142	4.1563	0.50	0.0083	2^{15}	10	10294
12.5	4.1142	4.1565	0.84	0.0167	2^{14}	10	5147
17.5	4.1144	4.1572	1.16	0.0364	2^{14}	10	5147

Tableau 5.4 Amortissement dynamique du hauban C26 (pour $\beta = 90^{\circ}$).

du hauban ($\beta = 90^{\circ}$) tandis que celles de la rotation IP sont maximales lorsque le vent moyen est parallèle à ce plan($\beta = 0^{\circ}$ ou $\beta = 180^{\circ}$). Le cumul des cycles sur la période d'une année en prenant en compte toutes ces directions est présenté à la figure 5.23h. Pour ce hauban, l'effet du vent turbulent sur la rotation OP est plus significative que sur la rotation IP. Les calculs identiques sont faits pour tous les autres haubans et présentés aux figures 5.24a,b. On peut voir que la rotation OP est généralement plus grande que la rotation IP. Cependant, pour les haubans C18 et C25 qui sont presque verticaux, ces deux rotations sont équivalentes. Comme le cas du vent moyen, la sensibilité des rotations OP et IP des haubans dues au vent turbulent dépend du ratio γ_r : plus la valeur de γ_r est petite, plus les rotations (OP et IP) du hauban sous charges de vent moyen sont grandes, et inverse. Cela veut dire qu'un hauban sensible au vent moyen est aussi sensible au vent turbulent. 98



Figure 5.19 Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour U = 2.5m/s.



Figure 5.20 Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour U = 7.5m/s.



Figure 5.21 Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour U = 12.5m/s.



Figure 5.22 Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent, pour U = 17.5m/s.



Figure 5.23 Histogrammes des rotations du hauban C26 due au vent turbulent sur la période d'une année, pour $0 \le U \le 20m/s$.



Figure 5.24 Histogrammes de la rotation des haubans due au vent turbulent sur la période d'une année :(a) hors-plan; (b) en-plan.

5.7 Comparaison des effets du vent

Dans les sections précédentes, les charges de vent moyen sont déterminées en se basant sur les directions réelles tandis que celles de vent turbulent sont déterminées en supposant que la distribution des directions de vent moyen est uniforme. Les effets du vent moyen et de leur fluctuations sur les rotations des haubans ne peuvent pas donc être directement comparés à partir de ces résultats. Cependant, on peut évaluer l'effet de la distribution des directions de vent moyen et les effets du vent moyen et de leur fluctuations dans le cas où la distribution des directions de vent moyen est uniforme.

5.7.1 Effets de la distribution des directions de vent moyen

La distribution uniforme des directions de vent moyen peut être obtenue comme suit :

$$\beta_{ru}(i) = \beta_r(i) - \beta_a(i), \tag{5.76}$$

où $\beta_{ru}(i)$ et $\beta_r(i)$ est l'angle entre la direction du vent au moment t(i) et la référence de la station météorologique dont la distribution est uniforme et réelle, respectivement; $\beta_a(i)$ est une valeur aléatoire entre 0° et 360°. Les figures 5.25a et 5.25a présentent les histogrammes des directions de vent moyen réelles et modifiées par l'équation 5.76, respectivement. On peut voir que les directions modifiées ont une distribution quasiment uniforme. Les rotations OP et IP des haubans dues au charges de vent moyen dont la distribution des directions est uniforme sont déterminées comme la section 5.5. Leur enveloppe est ensuite comparé à celle due au vent moyen ayant une distribution réelle comme le présentent les figures 5.26 et 5.27. Ces figures montrent que le vent uniforme a généralement un effet plus défavorable sur la rotation des haubans que le vent réel : le nombre de cycles des rotations



Figure 5.25 Distribution des directions de vent moyen : (a) réelle ; (b) uniforme.

dues au vent uniforme est environ trois fois plus grand que celui des rotations dues au vent réel. En fait, l'amplitude de rotation maximale due au vent réel est plus grande que celle due au vent uniforme. Cependant, cette amplitude a un nombre de cycles inférieur à 1, ce qui n'est pas démontré sur les figures dont l'échelle est logarithmique.



Figure 5.26 Effets de la distribution des directions de vent moyen sur la rotation des haubans du pont F.



Figure 5.27 Effets de la distribution des directions de vent moyen sur la rotation des haubans du pont E.

5.7.2 Comparaison des rotations des haubans due au vent moyen et au vent turbulent

Les rotations des haubans dues aux charges de vent turbulent sont maintenant comparées à celles dues aux charges de vent moyen ayant une distribution uniforme. Les résultats sont présentés aux figures 5.28 et 5.29. On constate que l'amplitude de la rotation des haubans due à la variation du vent moyen est plus grande que celle due au vent turbulent. Cependant, le nombre de cycles de ce premier est beaucoup plus petit que celui de ce dernier. Par conséquent, pour avoir une comparaison rigoureuse de ces deux rotations, il faut faire les calculs d'endommagement des haubans basés sur le critère de Palmgren-Miner en connaissant la courbe de fatigue S - N (ou courbe de Wœhler) où S est l'amplitude de la rotation des ancrages des haubans. En pratique, les courbes de fatigue des haubans, obtenues par des essais de fatigue des haubans sous sollicitations axiales, représentent la relation entre l'amplitude de contrainte axiale dans le hauban et le nombre de cycles. Les courbes de fatigue représentant la relation entre l'amplitude de rotation aux ancrages de haubans et le nombre de cycles peuvent être obtenues par des essais de fatigue sous sollicitations angulaires. Étant donné que ce type d'essai est trop couteux pour permettre de le répéter un nombre de fois suffisant pour une analyse statistique [SETRA, 2001], ces courbes sont effectivement inconnues dans la littérature. Cependant, pour optimiser la conception des ponts haubanés, il est nécessaire d'avoir ces courbes de fatigue des haubans.

Malgré qu'on ne peut pas réaliser une comparaison rigoureuse à cause de manque d'information, les figures 5.28 et5.29 nous permettent pourtant de constater une sensibilité des haubans aux effets du vent : les haubans ayant une faible inclinaison verticale (e.g. C1, C48 et C35) sont plus sensibles au vent moyen qu'au vent turbulent; cet effet est inverse pour les haubans ayant une grande inclinaison comme C18 et C25. En outre, le ratio γ_r déterminé par l'équation (5.74) est aussi un bon indicateur pour évaluer la sensibilité de la fatigue des haubans aux charges de vent.



Figure 5.28 Comparaison de la rotation des haubans du pont E due aux charges de vent moyen et de vent turbulent.



Figure 5.29 Comparaison de la rotation des haubans du pont F due aux charges de vent moyen et de vent turbulent.

5.8 Comparaison des rotations dues au vent et au trafic

5.8.1 Nombre de passage du camion de fatigue

Le nombre de passages du camion de fatigue est déterminé par l'équation suivante [AASHTO, 2010] :

$$N = 365N_y(ADTT)_{SL},\tag{5.77}$$

où N_y est la durée de vie nominale; $(ADTT)_{SL}$ est le débit journalier moyen de camions par voie, selon les relevés de circulation du site. Au lieu d'utiliser ces données, on peut estimer $(ADTT)_{SL}$ par l'équation suivante :

$$(ADTT)_{SL} = p.ADTT, (5.78)$$

ici, p est le facteur tenant compte du nombre de camions dans une voie (Tableau 3.6.1.4.2-1 dans AASHTO [2010]). ADTT est le débit journalier moyen de camions, déterminé par :

$$ADTT = \gamma_t ADT, \tag{5.79}$$

 $ADT \leq 20000$, est le nombre de véhicules par jour. γ_t le facteur de camion en circulation (Tableau C3.6.1.4.2-1 dans AASHTO [2010]).

Dans cette étude, la comparaison est faite sur la période d'une année, donc $N_y = 1$. De plus, les valeurs des facteurs p et γ_t sont 0.85 et 0.15, respectivement. Le nombre de passages du camion de fatigue est alors :

$$N = 365 \times 1 \times (0.85 \times 0.15 \times 20000) = 930750 \ (cycles).$$

Les analyses des ponts haubanés sous l'action des camions de fatigue ont été faites au chapitre 3. La rotation de l'ancrage bas des haubans due à un passage du camion HL-93 est présentée à la figure 5.30. L'histogramme de cette rotation sur la période d'une année, obtenue par la méthode de la goutte d'eau (*Rain-flow analysis*), est comparée à celle des rotations dues aux charges de vent. Le nombre de cycles de rotation due au vent turbulent est réduit en tenant compte de l'effet de la distribution des directions de vent moyen. Le facteur de réduction est approximativement égal à trois, le ratio entre les nombres de cycles de rotation due au vent moyen de cycles de rotation due au vent moyen réel et au vent moyen uniforme. Les résultats sont présentés à la figure 5.31. Étant donné qu'il manque de courbes S-N pour les rotations



Figure 5.30 Rotation des haubans due au camion HL-93.

des ancrages des haubans, on ne peut pas comparer l'importance des effets du vent et du trafic sur la fatigue des haubans. Cependant, cette figure 5.31 permet de constater la sensibilité différente des haubans aux charges de vent et de trafic. Pour les haubans situés loin des pylônes tels que C35, C48 et C1, le trafic engendre des rotations dont l'amplitude est plus grande que le vent. De plus, le nombre de cycles de rotation due au trafic est comparable que celui de rotation due au vent turbulent et beaucoup plus grand que celui de rotation due au vent moyen. On peut alors confirmer que les charges de trafic a un effet plus significatif sur la fatigue de ces haubans que les charges de vent moyen et de vent turbulent. Quant aux haubans près des pylônes comme C18 et C25, l'effet du trafic sur leur rotation est moins significatif que pour les haubans loin des pylônes. Dans ce cas, l'importance des effets du vent et du trafic sur la fatigue est comparable.



Figure 5.31 Comparaison des effets du vent et du trafic sur la rotation des haubans.

5.9 Conclusion

Dans ce chapitre la rotation aux ancrages des haubans sous charges de vent a été évaluée et comparée à celle due aux charges de trafic. La rotation aux ancrages des haubans due aux charges de vent comprend deux parties : l'une est due à la variation de la vitesse moyenne du vent et l'autre, due à ses fluctuations turbulentes. Cette première est déterminée par des analyses statiques non-linéaires des haubans sous charges de vent moyen et la dernière, par des analyses linéaires dynamiques des haubans en utilisant la méthode spectrale. Les charges de vent moyen correspondent aux moyennes horaires des vitesses et directions du vent moyen extraites à partir des données enregistrées d'une station météorologique. Un modèle de câble a été développé permettant d'analyser des haubans soumis à des charges concentrées en 3D (charges de vent moyen) ainsi que de déterminer des fréquences naturelles des haubans. Les charges de vent turbulent sont estimées à partir du modèle proposé par Simiu et Scanlan [1996] pour seulement la fluctuation turbulente longitudinale du vent. Étant donné qu'il manque la courbe de fatigue S-N des haubans où S est l'amplitude de la rotation à leurs ancrages, on ne peut pas comparer rigoureusement les effets de vent et de trafic sur la fatigue des haubans. Cependant, les résultats de cette étude permettent de constater la sensibilité des haubans à chaque source de fatigue. En conclusion nous retiendrons les indications suivantes :

- (i) La rotation OP due aux charges de vent moyen ainsi qu'aux charges de vent turbulent est généralement plus grande que la rotation IP; cependant, ces deux rotations sont comparables pour les haubans presque verticaux.
- (ii) L'importance de ces rotations des haubans est inversement proportionnelle à γ_r , le rapport entre la tension maximale du hauban et le produit de la longueur de la corde, le diamètre et le sinus de l'angle d'incidence.
- (iii) Le vent ayant une distribution des directions de sa vitesse uniforme est plus défavorable que le vent réel : le nombre de cycles des rotations due à ce premier est environ trois fois plus grand que celui des rotations dues à ce dernier.
- (iv) Les haubans ayant une faible inclinaison verticale sont généralement plus sensibles au vent moyen qu'au vent turbulent; cet effet est inverse pour les haubans presque verticaux.
- (v) Les charges de trafic a un effet plus significatif sur la fatigue des haubans situés loin des pylônes que les charges de vent moyen ainsi que de vent turbulent. Cependant, ces charges ont un effet comparable sur la fatigue des haubans situés près des pylônes.

114 CHAPITRE 5. ROTATION DES HAUBANS DUE AUX CHARGES DE VENT

(vi) Pour simplifier le calcul, cette étude a seulement considéré la fluctuation longitudinale du vent. Dans les prochaines études, il faut tenir en compte de l'effet de la fluctuation latérale du vent sur la rotation aux ancrages des haubans.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Ce projet de recherche vise à évaluer les déviations angulaires aux ancrages bas des haubans sous l'effet :

- De la flexion du tablier sous les charges de trafic.
- Du vent (variation de la vitesse moyenne et vent turbulent).

Pour évaluer le premier effet, un indicateur de vulnérabilité de fatigue des haubans, ψ , a été proposé afin de prédire les déviations angulaires aux ancrages bas des haubans sous charges de fatigue. Quant à l'évaluation du deuxième effet, des essais en soufflerie ont d'abord été réalisés pour déterminer les coefficients aérodynamiques d'un cylindre incliné en fonction du nombre de Reynolds, de l'angle d'incidence, de l'angle de lacet et de l'angle d'inclinaison verticale du cylindre. Ces coefficients aérodynamiques ont ensuite été intégrés aux modèles de calcul des déviations angulaires aux ancrages bas des haubans sous charges de vent. Enfin, les déviations angulaires des haubans dues aux charges de trafic ont été comparées à celles dues aux charges de vent. Les conclusions découlant de ce projet de recherche sont résumées comme suit :

- (i) L'amplitude de rotation hauban/tablier due à la charge d'unité mobile, $\Delta \varphi$, est proportionnelle aux valeurs de l'indice de vulnérabilité de fatigue, ψ , pour les haubans. Une équation est proposée pour relier l'amplitude de rotation à ψ . Sur une distance de 0.3L dans les portées de rive et 0.1L dans les portées centrales, un facteur γ_x est ajouté à l'équation proposée pour prendre en compte l'effet des conditions aux limites. Les limites inférieure et supérieure proposées pour $\Delta \varphi$ sont déterminées avec une probabilité de 90% de l'amplitude de rotation se situant dans cette gamme.
- (ii) L'amplitude de rotation due aux camions de fatigue, $\Delta \varphi_F$, est obtenue en multipliant $\Delta \varphi$ par un facteur γ_F . Dans cette étude, des valeurs différentes de γ_F ont été proposées selon le poids et la longueur des camions de fatigue requis par CAN/CSA-S6-06, AASHTO LRFD et Eurocode.
- (iii) Le facteur d'amplification dynamique pour l'amplitude de rotation hauban/tablier, γ_D , ne dépend pas des valeurs de l'indice de vulnérabilité de fatigue, et ses valeurs

varient entre 0.9 et 1.7. Cela suggère que la seule valeur de γ_D utilisée dans les codes courants pour tous les haubans nécessite d'être réévaluée par d'autres recherches.

- (iv) L'amplitude de rotation à l'ancrage bas des haubans dépend non seulement de l'amplitude de contrainte dans le hauban, mais également d'autres paramètres tels que EI, S, k, A_c and θ . Un autre indice, Ω , est proposé afin de relier la contrainte maximale dans le hauban à l'amplitude de rotation à son ancrage bas sous charge de fatigue.
- (v) La définition de trois coefficients aérodynamiques dans le système d'axes global permet d'éliminer l'utilisation du principe d'indépendance.
- (vi) D'après les essais en soufflerie effectués sur un câble incliné, dans la gamme $8.5k \le Re \le 30k$, le coefficient de traînée augmente constamment, puis reste approximativement constant. Dans la gamme testé, les coefficients de portance et de côté sont presque constants mais différents de zéro lorsque $\beta \neq 90^{\circ}$.
- (vii) Les valeurs de C_D sont observées assez symétriques par rapport à β , l'angle de lacet, et atteignent leur valeur maximale à $\beta = 90^{\circ}$. Les valeurs de C_L varient linéairement avec β : la pente est négative quand $\beta < 90^{\circ}$ et positive quand $\beta > 90^{\circ}$. Au contraire, les valeurs de C_S sont positives quand $\beta < 90^{\circ}$ et négatives quand $\beta > 90^{\circ}$. De plus, C_S atteint ses valeurs maximale et minimale à $\beta = 45^{\circ}$ et $\beta = 145^{\circ}$, respectivement.
- (viii) Les valeurs de C_D , C_L et C_S varient linéairement avec θ , l'angle d'inclinaison verticale. L'effet de θ est significatif dans les gammes $\beta < 60^{\circ}$ ou $\beta > 120^{\circ}$. Comme prévu, lorsque $\beta = 90^{\circ}$, i.e. le cas des cylindres normaux au vent, l'angle θ n'influence pas les coefficients aérodynamiques.
- (ix) Dans le système global d'axes, le coefficient de traînée C_D , le coefficient de la force totale C_R , et la résultante des coefficients de côté et de portance C_{LS} , peuvent s'exprimer par une fonction empirique de l'angle d'incidence. Cependant, les coefficients de côté et de portance sont fonctions de l'angle de lacet et de l'angle d'inclinaison verticale, et ne peuvent pas s'exprimer seulement en fonction de l'angle d'incidence.
- (x) Dans le système local d'axes, la force axiale a été observée beaucoup plus petite que la traînée, et a ensuite été ignorée pour la gamme testée des angles d'incidence.
- (xi) D'après les résultats en soufflerie, le principe d'indépendance devient inexact pour les angles d'incidence supérieurs à 40°. Cependant, les valeurs mesurées du nombre de Strouhal indiquent que la fréquence du détachement des tourbillons du cylindre incliné peut être prédite en utilisant le principe d'indépendance.

- (xii) La rotation OP due aux charges de vent moyen ainsi qu'aux charges de vent turbulent est généralement plus grande que la rotation IP; cependant, ces deux rotations sont comparables pour les haubans presque verticaux.
- (xiii) L'importance des rotations des haubans sont inversement proportionnelles à γ_r , le rapport entre la tension maximale de le hauban et le produit de la longueur de la corde, le diamètre et le sinus de l'angle d'incidence.
- (xiv) Le vent ayant une distribution des directions de sa vitesse uniforme est plus défavorable que le vent réel : le nombre de cycles de rotations due à ce premier est environ trois fois plus grand que celui des rotations dues à ce dernier.
- (xv) Les haubans ayant une faible inclinaison verticale sont généralement plus sensibles au vent moyen qu'au vent turbulent; cet effet est inverse pour les haubans presque verticaux.
- (xvi) Les charges de trafic ont un effet plus significatif sur la fatigue des haubans situés loin des pylônes que les charges de vent (moyen et turbulent). Cependant, ces charges ont un effet comparable sur la fatigue des haubans situés près des pylônes.

Ce travail de recherche constituait une première étape vers une évaluation des rotations aux ancrages des haubans. Pour optimiser la conception des ponts haubanés, il conviendra de continuer cette étude en :

- (i) développant la relation entre la contrainte admissible dans le hauban et l'indice d'amplification de fatigue;
- (ii) évaluant la courbe de fatigue des haubans, représentant la relation entre l'amplitude de la rotation aux ancrages des haubans et le nombre de cycles, par des essais de fatigue des haubans sous sollicitations angulaires;
- (iii) évaluant les coefficients aérodynamiques du cylindre incliné dans d'autres régions du nombre de Reynolds;
- (iv) prenant compte l'effet de la fluctuation latérale du vent sur les charges de buffeting.

ANNEXE A MODÈLE D'ÉLÉMENT DE CÂBLE



Figure A.1 Élement de câble.

La procédure présentée dans cette annexe détermine le profil, la tension et la matrice de rigidité tangente du câble sous son poids propre à partir de la tension maximale et la position des extrémités du câble.

Considérons un élément de câble élastique, présenté à la figure A.1, ayant une longueur au repos L_u , un module d'élasticité E, une section initiale A et un poids linéïque w_c . Dans le plan vertical du câble, les relations entre les projections de l'élément et les composantes de forces aux extrémités peuvent s'écrire selon Jayaraman et Knudson [1981] :

$$\begin{cases} L_{xy} = -P_{xy} \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\ L_z = \frac{1}{2EAw_c} (T_j^2 - T_i^2) + \frac{T_j - T_i}{w_c} \end{cases}$$
(A.1)

Notant que $L_x = L_{xy} \cos \beta_c$, $L_y = L_{xy} \sin \beta_c$, $P_1 = P_{xy} \cos \beta_c$ et $P_2 = P_{xy} \sin \beta_c$, les équations (A.1) sont réécrites en trois projections orthogonales de l'élément de câble :

$$\begin{cases}
L_x = -P_1 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\
L_y = -P_2 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) \right] \\
L_z = \frac{1}{2EAw_c} (T_j^2 - T_i^2) + \frac{T_j - T_i}{w_c}
\end{cases}$$
(A.2)

L'équilibre des forces nodales de l'élément s'écrit par les équations suivantes :

En remplaçant (A.3) dans (A.2), les projections de l'élément de câble peuvent s'écrire comme les fonctions des forces nodales du nœud i:

$$\begin{cases}
L_x = L_x(P_1, P_2, P_3) \\
L_y = L_y(P_1, P_2, P_3) \\
L_z = L_z(P_1, P_2, P_3)
\end{cases}$$
(A.4)

La relation entre les petits changements des variables dans les équations (A.4) peut être approximée par leurs différentiels du premier ordre [Jayaraman et Knudson, 1981] :

$$\begin{cases}
 dL_x \\
 dL_y \\
 dL_z
\end{cases} = \begin{bmatrix}
 \frac{\partial L_x}{\partial P_1} & \frac{\partial L_x}{\partial P_2} & \frac{\partial L_x}{\partial P_3} \\
 \frac{\partial L_y}{\partial P_1} & \frac{\partial L_y}{\partial P_2} & \frac{\partial L_y}{\partial P_3} \\
 \frac{\partial L_z}{\partial P_1} & \frac{\partial L_z}{\partial P_2} & \frac{\partial L_z}{\partial P_3}
\end{bmatrix} \begin{cases}
 dP_1 \\
 dP_2 \\
 dP_3
\end{cases} = \mathbf{F}_{\mathbf{e}} \begin{cases}
 dP_1 \\
 dP_2 \\
 dP_3
\end{cases} \tag{A.5}$$

où $\mathbf{F}_{\mathbf{e}}$ est appelée la matrice de flexibilité correspondant aux forces internes et déplacements du nœud *i* de l'élément de câble. Les termes de la matrice $\mathbf{F}_{\mathbf{e}}$ sont les suivants :

$$\frac{\partial L_x}{\partial P_1} = -\frac{L_u}{EA} - \frac{1}{w_c} \ln\left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3}\right) - \frac{P_1^2}{w_c} \left[\frac{T_i(T_i - P_3) - T_j(P_6 + T_j)}{T_i T_j(P_6 + T_j)(T_i - P_3)}\right]$$
$$\frac{\partial L_x}{\partial P_2} = -\frac{P_1 P_2}{w_c} \left[\frac{T_i(T_i - P_3) - T_j(P_6 + T_j)}{T_i T_j(P_6 + T_j)(T_i - P_3)}\right]$$

$$\begin{split} \frac{\partial L_x}{\partial P_3} &= -\frac{P_1}{w_c} \left[\frac{T_i(P_3 - w_c L_u - T_j) + T_j(P_6 + T_j)]}{T_i T_j(P_6 + T_j)} \right] = \frac{P_1}{w_c} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) \\ \frac{\partial L_y}{\partial P_1} &= \frac{\partial L_x}{\partial P_2} \\ \frac{\partial L_y}{\partial P_2} &= -\frac{L_u}{EA} - \frac{1}{w_c} \ln \left(\frac{P_6 + T_j}{T_i - P_3} \right) - \frac{P_2^2}{w_c} \left[\frac{T_i(T_i - P_3) - T_j(P_6 + T_j)}{T_i T_j(P_6 + T_j)(T_i - P_3)} \right] \\ \frac{\partial L_y}{\partial P_3} &= -\frac{P_2}{w_c} \left[\frac{T_i(P_3 - w_c L_u - T_j) + T_j(P_6 + T_j)]}{T_i T_j(P_6 + T_j)} \right] = \frac{P_2}{w_c} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) \\ \frac{\partial L_z}{\partial P_1} &= \frac{P_1}{w_c} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) = \frac{\partial L_x}{\partial P_3} \\ \frac{\partial L_z}{\partial P_2} &= \frac{P_2}{w_c} \left(\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) = \frac{\partial L_y}{\partial P_3} \\ \frac{\partial L_z}{\partial P_3} &= -\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{w_c} \left[\frac{P_3 - w_c L_u}{T_j} - \frac{P_3}{T_i} \right] \end{split}$$

La matrice de rigidité correspondant aux forces internes et déplacements du nœud i est donnée par :

$$\mathbf{K}_{\mathbf{e}} = \mathbf{F}_{\mathbf{e}}^{-1}.\tag{A.6}$$

La matrice de rigidité tangente de l'élément de câble dans le système d'axes global est donc :

$$\mathbf{K}_{\mathbf{te}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\mathbf{e}} & \mathbf{K}_{\mathbf{e}} \\ \mathbf{K}_{\mathbf{e}} & -\mathbf{K}_{\mathbf{e}} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$
(A.7)

Le système d'équations (A.4) peut être résolu par une méthode itérative. Pour commencer la procédure d'itération, il faut donner une valeur initiale pour les forces nodales P_1 , P_2 et P_3 . En se basant sur une chaînette élastique, la valeur initiale de ces forces peut être déterminée par les expressions suivantes [Jayaraman et Knudson, 1981] :

$$P_1 = -\frac{w_c L_x}{2\lambda}; \qquad P_2 = -\frac{w_c L_y}{2\lambda}; \qquad P_3 = \frac{w_c}{2} \left(-L_z \frac{\cosh \lambda}{\sinh \lambda} + L_u \right), \tag{A.8}$$

où

$$\lambda = \sqrt{3\left[\frac{L_u^2 - L_z^2}{L_x^2 + L_y^2} - 1\right]}.$$
(A.9)

Dans le cas où l'équation (A.9) ne peut pas être résolue car L_u est plus petite que la longueur de la corde, une valeur conservatrice, $\lambda = 0.2$, peut être assumée [Peyrot et Goulois, 1978]. Une autre difficulté se pose aussi en déterminant λ par l'équation (A.9) lorsque les câbles sont verticaux (i.e., $L_x = L_y = 0$). Dans ce cas, une valeur arbitraire plus grande que 10⁶ pour λ peut être utilisée [Peyrot et Goulois, 1978].

À partir de la valeur initiale de P_1 , P_2 et P_3 , les forces nodales du nœud j ainsi que les tensions T_i et T_j sont déterminées par les équations (A.3). Les nouvelles projections du câble sont trouvées par les équations (A.2). La matrice de rigidité, $\mathbf{K}_{\mathbf{e}}$, est déterminée par l'équation (A.6). Les erreurs sur la longueur { ΔL_x , ΔL_y , ΔL_z }^T sont aussi évaluées pour corriger les forces nodales P_1 , P_2 et P_3 :

$$\begin{cases} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{cases} = \mathbf{K}_{\mathbf{e}} \begin{cases} \Delta L_x \\ \Delta L_y \\ \Delta L_z \end{cases}; \qquad \begin{cases} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{cases}^{n+1} = \begin{cases} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{cases}^n + \begin{cases} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{cases},$$
(A.10)

où *n* est l'indice du pas d'itération. La procédure d'itération continue jusqu'à ce que les erreurs de fermeture, ΔL_x , ΔL_y et ΔL_z , soient plus petites que la précision demandée, ϵ_L . Dans cette étude, la convergence est rapidement atteinte pour $\epsilon_L=1$ E-5.

Dans le cas où la tension initiale du câble (e.g. la tension maximale, T_{sup}) est connue au lieu de la longueur au repos, L_u , une procédure d'itération similaire, présentée à la figure A.2, permet de solutionner le problème [Karoumi, 1998]. La procédure d'itération est commencée en supposant une valeur initiale pour L_u , e.g. la longueur de la corde, L_c , et considérant que le câble est un seul élément. Ensuite, les tensions aux extrémités du câble sont déterminée par la procédure d'itération mentionnée au paragraphe précédent (le cas où L_u est connue). L'erreur de fermeture ΔT_j est évaluée pour obtenir une meilleure approximation de L_u pour le pas d'itération suivant. Cette procédure d'itération s'arrête quand la précision de la tension, ϵ_T , est satisfaite. Dans cette étude, $\epsilon_T=1$ E-5 est utilisée. Enfin, le câble est discrétisé en plusieurs éléments dont leur longueur au repos, $L_u(i)$ avec $i = 1, 2, \dots$, est connue. À partir de l'élément 1 dont les réactions P_1 , P_2 et P_3 sont déjà connues, les projections ainsi que les tensions aux extrémités de chaque élément sont déterminées par les équations (A.2) et (A.3).



Figure A.2 Organigramme pour déterminer le profil d'un câble incliné soumis à son poids propre.
ANNEXE B CONCEPTION DES CAPTEURS

B.1 Introduction

B.1.1 Capteur à jauges électriques

Les balances conçues dans cette étude reposent sur le principe du capteur à jauges électriques qui est un instrument transformant une grandeur physique (déformation) en une grandeur électrique. Un capteur à jauges comprend, entre autres, un dispositif mécanique destiné à provoquer sous l'influence du phénomène à étudier, par exemple la mesure d'une force, des déformations sur l'élément de mesure. Des jauges collées sur cet élément de mesure et reliées d'une façon convenable (e.g. pont de Wheatstone) transforment ces déformations en variations de résistances.

B.1.2 Jauges électriques d'extensométrie

La jauge d'extensométrie est à l'origine constituée d'un fil très fin disposé suivant un axe. Le fil est replié plusieurs fois pour former une grille qui est collée sur un support flexible. Ce fil présente une résistance nominale R, très souvent de 120 ohms ou de 350 ohms. Si l est la longueur totale du fil, S est sa section et ρ est sa résistivité, la résistance R de la jauge est donnée par :

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$
(B.1)

Si la jauge et son support sont collés de façon parfaite à la surface d'une pièce mécanique et que celle-ci subisse, lors d'une mise en charge, une déformation locale ϵ_a au site de mesure, la jauge subira alors un allongement relatif égal $dl/l = \epsilon_a$. La variation relative de sa résistance est déterminée par :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l}(1+2\nu). \tag{B.2}$$

Si la variation de résistivité est nulle, et le coefficient de Poisson est égal à 0.3, on a :

$$\frac{\Delta R}{R} = 1.6 \frac{\Delta l}{l} = K \frac{\Delta l}{l} = K\epsilon, \tag{B.3}$$

où K est le facteur de jauge, $K \cong 1.6$ dans ce cas hypothétique. Il en résulte que le facteur de jauge courant pour les jauges commerciales est de l'ordre de 2.00.

B.1.3 Pont de Wheatstone

Les mesures en extensométrie se font surtout par l'intermédiaire des ponts de Wheatstone, bien connu des physiciens. On équilibre un pont qui peut contenir suivant le cas 1, 2, 3, ou toutes les 4 résistances sous forme des jauges actives. Le pont est préalablement équilibré avant la mise sous charges des structures porteuses des jauges et ce ne sont que les variations de résistance en cours d'essai qui font l'objet des observations et mesures.

Si on applique aux bornes du pont, illustré à la figure B.1d, une tension V_T , la variation de la tension de sortie est donnée par :

$$\Delta e = \frac{V_T}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right).$$
(B.4)

Si les 4 jauges ont le même facteur de jauge K et que les variations de résistances sont proportionnelles aux déformations dans la direction des axes des jauges, on obtient :

$$\Delta e = K \frac{V_T}{4} (\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4), \tag{B.5}$$

où ϵ_i , i = 1, ..., 4 sont les déformations des jauges.

B.2 Dimensionnement de balances

B.2.1 Disposition actuelle des jauges

Considérons une structure présentée à la figure B.1a. La rigidité en flexion de l'élément vertical, EI_1 , est beaucoup plus grande que celle des éléments horizontaux (lames), EI. La force de cisaillement dans chaque élément horizontal est donc de P/2. Le moment fléchissant à l'abscisse x par rapport au centre de la lame est :

$$M(x) = \frac{P}{2}x.$$
(B.6)

La déformation unitaire aux surfaces des lames est donnée par :

$$\epsilon(x) = \frac{\sigma}{E} = \frac{M(x)h}{2EI} = 3\frac{Px}{Ebh^2}.$$
(B.7)

où $I = bh^3/12$ est le moment d'inertie des la mes. En utilisant quatre jauges électriques comme le présente la figure B.1a, la déformation des jauges est déterminée par :

$$\epsilon_i = \pm \frac{3}{2} \frac{Pa}{Ebh^2},\tag{B.8}$$

où i = 1, ..., 4, le signe positif dans l'équation (B.8) s'applique pour les déformations ϵ_1 et ϵ_3 tandis que le signe négatif, pour les déformations ϵ_2 et ϵ_4 (figure B.1b). La somme des



c). Diagramme du moment fléchissant



Figure B.1 Montage en pont pour le calcul des forces

déformations des jauges est donc donnée par :

$$\Delta \epsilon = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4 = 4\epsilon_i = 6\frac{Pa}{Ebh^2}.$$
(B.9)

En remplaçant l'équation (B.9) dans l'équation (B.5), la variation de la tension de sortie sous l'action de la force P est déterminée par :

$$\Delta e = \frac{3}{2} \frac{aKV_T}{Ebh^2} P. \tag{B.10}$$

B.2.2 Dimensionnement de balances à trois composantes

Dans cette étude, deux balances à trois composantes sont conçues pour mesurer les forces aérodynamiques sur un cylindre incliné. Les pièces sont en aluminium. Les jauges utilisées ont une résistance $R = 350 \pm 0.3\%$ ohms et un facteur de jauge $K = 2.13 \pm 0.5\%$. Les balances mesurent des forces allant de :

- -110 à +110 N pour la composante F_1 .
- -75 à +75 N pour la composante F_2 .
- -120 à +120 N pour la composante F_3 .

Les balances possèdent un coefficient de sécurité de 3 dans toutes les directions. Les figures B.2 à B.9 présentent les détails des balances.



Figure B.2 Schémas en 3D de la balance.



Figure B.3 Vue en plan de la balance.



Figure B.4 (a). Vue en élévation; (b). Coupe 1-1 de la balance.



Figure B.5 Coupe 2-2 de la balance.



Figure B.6 Détail du bloc 1 : (a) schémas en 3D ; (b) vue horizontale ; (c) vue latérale.







Figure B.8 Détail du bloc 3 : schémas en 3D.



Figure B.9 Détail du bloc 3 (continué).

B.3 Étalonnage des balances

Avant d'utiliser les balances, il est nécessaire de les calibrer pour traduire les grandeurs électriques obtenues sur les instruments lors des essais en unité de grandeurs physiques (forces). Pour faire cela, on admet que la relation tension-force est linéaire, ce qui est une hypothèse acceptable pour concevoir un appareillage pour étalonner les différentes composantes de la balance [Mahjoub, 1989].

B.3.1 Méthodologie d'étalonnage

La relation générale entre les signaux de sortie et les forces appliquées pour une balance à trois composantes est donnée par l'expression suivante [Richard, 1961] :

$$E_{i} = \sum_{p=1}^{3} A_{ip}F_{p} + \sum_{p=1}^{3} \sum_{q=1}^{3} A_{ipq}F_{p}F_{q} + \sum_{p=1}^{3} \sum_{q=1}^{3} \sum_{r=1}^{3} A_{ipqr}F_{p}F_{q}F_{r},$$
(B.11)

où i = 1, 2, 3. Cette relation contient un nombre important de coefficients, ce qui indique toutes interactions possibles et complique la procédure d'étalonnage. Pour de faibles interactions, une relation permettant de calculer F_i en fonction des signaux mesurés E_1 , E_2 et E_3 peut être mise de l'avant. Ainsi, la linéarisation de la relation précédente en négligeant les interactions du deuxième et du troisième ordre donne :

$$E_i \approx \sum_{p=1}^3 A_{ip} F_p. \tag{B.12}$$

Cette équation s'écrit sous la forme matricielle comme suit :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \mathbf{AF}.$$
 (B.13)

Les forces appliquées sur la balance sont donc déterminées par :

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E}.\tag{B.14}$$

Pour déterminer la matrice \mathbf{A} , on étalonne séparément les composantes de la balance. Pour étalonner la composante F_i , on applique seulement cette force sur la balance en mettant les force $F_j = 0, j \neq i$. L'équation (B.13) devient :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1i} \\ A_{2i} \\ A_{3i} \end{bmatrix} F_i$$
(B.15)

La figure B.10 montre une relation typique entre la composante F_1 et les signaux de sortie.



Figure B.10 Les voltages de sortie en fonction de la force F_1 .

La méthodologie des essais d'étalonnage adoptée fut la suivante :

- Étalonner chaque composante dans les deux sens, positif et négatif.
- Vérifier l'interaction des composantes entre elles.
- Vérifier le retour à zéro pour chaque composante.
- Vérifier l'hystérésis de chaque composante.

La figure B.11 présente l'étalonnage de la composante F_3 de la balance.



Figure B.11 Étalonnage de la composante F_3 .

B.3.2 Résultats d'étalonnage

Les figures B.12 à B.23 présentent les résultats d'étalonnage de deux balances. Le calcul des pentes des courbes d'étalonnage par régression linéaire a permis d'obtenir les coefficients de la matrice d'étalonnage pour chaque balance comme suit :

Blance 1 :

$$\mathbf{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0.0647 & -0.0006 & 0.00016 \\ 0.00067 & 0.0949 & 0.0005 \\ -0.00026 & -0.00028 & 0.0591 \end{bmatrix}$$

Blance 2 :

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0.0643 & -0.0009 & -0.0006 \\ 0.00145 & 0.0939 & -0.0008 \\ -0.00005 & 0.00065 & 0.0584 \end{bmatrix}$$

où ces coefficients ont été déterminés pour une tension d'alimentation de 7 volts et un facteur d'amplification de 1000. De plus, l'hystérésis et l'interaction entre des composantes de forces sont présentés au tableau B.1. Les résultats montrent un bon comportement linéaire des balances.

Balance	Hystérésis			Interaction entre des composantes						
	F_1	F_2	F_3	F_2/F_1	F_{3}/F_{1}	F_1/F_2	F_3/F_2	F_1/F_3	F_2/F_3	
BL1	0.20%	0.98%	0.49%	0.93%	0.15%	0.84%	0.42%	0.34%	0.51%	
BL2	0.27%	1.31%	0.81%	1.40%	0.93%	1.54%	0.85%	0.09%	1.11%	

Tableau B.1 Analyse des résultats de l'étalonnage



Figure B.12 Composante F_1 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.13 Composante F_2 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.14 Composante F_3 de la balance 1 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.15 Vérification d'hystérésis de la composante F_1 (Balance 1) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.16 Vérification d'hystérésis de la composante F_2 (Balance 1) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.17 Vérification d'hystérésis de la composante F_3 (Balance 1) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.18 Composante F_1 de la balance 2 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.19 Composante F_2 de la balance 2: (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.20 Composante F_3 de la balance 2 : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.21 Vérification d'hystérésis de la composante F_1 (Balance 2) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.22 Vérification d'hystérésis de la composante F_2 (Balance 2) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.



Figure B.23 Vérification d'hystérésis de la composante F_3 (Balance 2) : (a) Sens positif. (b) Sens négatif.

ANNEXE C

GÉOMÉTRIE D'UN CYLINDRE INCLINÉ

C.1 Aire projetée d'un cylindre incliné

Considérons un cylindre incliné ayant une longueur L et un diamètre D, comme le présente la figure C.1a, où la vitesse de l'écoulement, U, est parallèle à l'axe OX. L'angle vertical du cylindre, θ , est défini comme l'angle entre l'axe longitudinal du cylindre et sa projection horizontale. L'angle de lacet (yawed angle), β , est défini comme l'angle entre le vecteur \vec{BO} et le vecteur \vec{U} . L'angle d'incidence du vent, ϕ , est défini comme l'angle entre le vecteur \vec{BA} et le vecteur \vec{U} . La relation entre ces angles est déduite à partir de la figure C.1 comme suit :

$$\cos \phi = \frac{BA}{BC} = \frac{BA}{BD} \frac{BD}{BC} = \cos \theta \times \cos \beta \; .$$

La section horizontale du cylindre incliné (Figure C.1b) est une ellipse représentée dans le plan $x_1O'y_1$ par l'équation suivante :

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 , \qquad (C.1)$$

où $a = D/2 \sin \theta$, et b = D/2. Pour $y_1 \ge 0$, on a :

$$y_1 = b\sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2}} \ . \tag{C.2}$$

En coordonnées globales :

$$y = x_1 \sin \beta + y_1 \cos \beta = x_1 \sin \beta + b \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2}} \cos \beta.$$
 (C.3)

Supposons que le point $M(x_1, y_1)$ a une valeur maximale de son ordonnée, y_{max} , dans le plan xO'y. Considérant la dérivée $dy/dx_1 = 0$, on obtient :

$$x_1 = \frac{a^2 \tan \beta}{\sqrt{b^2 + a^2 \tan^2 \beta}}.$$
(C.4)

En remplaçant l'équation (C.4) dans l'équation (C.3) on a :

$$y_{max} = \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \cos^2 \beta}.$$
 (C.5)







Figure C.1 Cylindre incliné : (a) sens des angles, (b) coupe 1-1.

Vu la symétrie de l'ellipse, on a $y_{max} = |y_{min}|$. Le diamètre projeté de l'ellipse sur le plan yO'z est donc :

$$D_{py} = 2y_{max} = D\sin\phi/\sin\theta. \tag{C.6}$$

L'aire projetée du cylindre sur ce plan est donc déterminée par :

$$A_p = (L\sin\theta)D_{py} = LD\sin\phi. \tag{C.7}$$

C.2 Matrice de transformation



Figure C.2 Forces aérodynamiques sur un cylindre incliné : (a) dans le système d'axes global, (b) dans le système d'axes local.

Les forces aérodynamiques sur un cylindre incliné peuvent être décomposées en trois composantes, soit F_D , F_S et F_L dans le système d'axes global O'xyz (Figure C.2a), ou F_{Dn} , F_A et F_{Ln} dans le système d'axes local O'x'y'z' (Figure C.2b). Le vecteur résultant des forces aérodynamiques s'écrit comme suit :

$$\vec{F}_R = F_D \vec{i} + F_S \vec{j} + F_L \vec{k} = F_{Dn} \vec{n}_{F_{Dn}} + F_A \vec{n}_{F_A} + F_{Ln} \vec{n}_{F_{Ln}} , \qquad (C.8)$$

où \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} sont les vecteurs unitaires du système d'axes global, $\vec{n}_{F_{Dn}}, \vec{n}_{F_A}$ et $\vec{n}_{F_{Ln}}$ sont les vecteurs unitaires du système d'axes local, déterminées par les expressions suivantes :

$$\vec{n}_{F_A} = \vec{n}_{AB} = \frac{x_B - x_A}{AB}\vec{i} + \frac{y_B - y_A}{AB}\vec{j} + \frac{z_B - z_A}{AB}\vec{k} = (-\cos\phi)\vec{i} + (\sin\beta\cos\theta)\vec{j} + (-\sin\theta)\vec{k}$$

$$\vec{n}_{F_{Dn}} = \vec{n}_{O'K} = \frac{x_K - x_{O'}}{O'K} \vec{i} + \frac{y_K - y_{O'}}{O'K} \vec{j} + \frac{z_K - z_{O'}}{O'K} \vec{k} = (\sin\phi)\vec{i} + (\frac{\sin\beta\cos\theta}{\tan\phi})\vec{j} - (\frac{\sin\theta}{\tan\phi})\vec{k}$$
$$\vec{n}_{F_{Ln}} = \vec{n}_{F_{Dn}} \times \vec{n}_{F_A} = (\frac{\sin\theta}{\sin\phi})\vec{j} + (\frac{\sin\beta\cos\theta}{\sin\phi})\vec{k}$$

où le point O' est au milieu de la longueur AB. L'équation (C.8) devient :

$$\vec{F_R} = F_D \vec{i} + F_S \vec{j} + F_L \vec{k} = (F_{Dn} \sin \phi - F_A \cos \phi) \vec{i} + \left(F_{Dn} \frac{\sin \beta \cos \theta}{\tan \phi} + F_A \sin \beta \cos \theta + F_{Ln} \frac{\sin \theta}{\sin \phi}\right) \vec{j} + \left(-F_{Dn} \frac{\sin \theta}{\tan \phi} - F_A \sin \theta + F_{Ln} \frac{\sin \beta \cos \theta}{\sin \phi}\right) \vec{k}$$

On déduit alors :

$$F_{D} = F_{Dn} \sin \phi - F_{A} \cos \phi$$

$$F_{S} = F_{Dn} \frac{\sin \beta \cos \theta}{\tan \phi} + F_{A} \sin \beta \cos \theta + F_{Ln} \frac{\sin \theta}{\sin \phi}$$

$$F_{L} = -F_{Dn} \frac{\sin \theta}{\tan \phi} - F_{A} \sin \theta + F_{Ln} \frac{\sin \beta \cos \theta}{\sin \phi}$$
(C.9)

L'équation C.9 s'écrit sous le forme matriciel comme suit :

$$\begin{cases} F_D \\ F_S \\ F_L \end{cases} = T \times \begin{cases} F_{Dn} \\ F_A \\ F_{Ln} \end{cases}$$
(C.10)

où T est la matrice de transformation des systèmes des coordonnées :

$$T = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & 0\\ \frac{\sin \beta \cos \theta}{\tan \phi} & \sin \beta \cos \theta & \frac{\sin \theta}{\sin \phi}\\ -\frac{\sin \theta}{\tan \phi} & -\sin \theta & \frac{\sin \beta \cos \theta}{\sin \phi} \end{bmatrix}$$
(C.11)

ANNEXE D SIMULATION DES SIGNAUX NON-CORRELÉS

Un processus stationnaire du second ordre, ergodique, gaussien de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance $S_u(\omega)$ peut s'écrire comme une somme de cosinus [Shinozuka et Jan, 1972] :

$$u(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{N} \sqrt{S_u(\omega_k) \Delta \omega} \cdot \cos(\omega'_k t + \phi_k)$$
(D.1)

où ϕ_k sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes et uniformément distribuées sur $[0, 2\pi]$; $\omega_c = N\Delta\omega$ est la fréquence de coupure qui est définie par :

$$\int_{-\omega_c}^{\omega_c} S_u(\omega) d\omega = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} S_u(\omega) d\omega$$
(D.2)

dans laquelle $\alpha = 0.95$ est utilisé dans cette étude ; $\omega_k = (k - \frac{1}{2})\Delta\omega$ avec $k = 1, 2, \dots, N$; $\omega'_k = \omega_k + \delta\omega_k$ où $\delta\omega_k$ est une petite fréquence aléatoire introduite pour éviter la périodicité du processus de simulation, et est distribuée uniformément entre $-\Delta\omega'/2$ et $\Delta\omega'/2$ avec $\Delta\omega' \ll \Delta\omega$. La période de trajectoire vaut alors :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \tag{D.3}$$

Le pas d'échantillonnage dans le domaine temporel est égal à :

$$\Delta t = \frac{2\pi}{M\Delta\omega} \tag{D.4}$$

où M est le nombre de pas de temps qui doit satisfaire à :

$$M \ge 2N \tag{D.5}$$

En prenant M = 2N, le pas de temps vaut :

$$\Delta t = \frac{\pi}{\omega_c} \tag{D.6}$$

ANNEXE E

RÉPONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DE-GRÉS DE LIBERTÉ DANS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL

E.1 Méthode spectrale

La réponse d'un système à plusieurs degrés de liberté est régie par les équations du mouvement suivantes :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{P}(t), \tag{E.1}$$

où $\mathbf{P}(t)$ est le vecteur de charges, \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité, respectivement. D'après les propriétés d'orthogonalité des modes propres par rapport aux matrices de masse et de rigidité, la réponse dynamique d'un système linéaire à plusieurs dégrées de liberté peut être déterminée en résolvant l'équation du mouvement modal [Clough et Penzien, 1995] :

$$M_n \ddot{Y}_n(t) + C_n \dot{Y}_n(t) + K_n Y_n(t) = P_n(t),$$
(E.2)

dans laquelle M_n , C_n , K_n et $P_n(t)$ sont appelées masse généralisée, amortissement généralisé, rigidité généralisée et charge généralisée des coordonnées normales pour le mode propre n, déterminées respectivement par les expressions suivantes :

$$M_{n} = \Phi_{n}^{T} \mathbf{M} \Phi_{n}$$

$$C_{n} = \Phi_{n}^{T} \mathbf{C} \Phi_{n}$$

$$K_{n} = \Phi_{n}^{T} \mathbf{K} \Phi_{n}$$

$$P_{n}(t) = \Phi_{n}^{T} \mathbf{P}(t)$$
(E.3)

La réponse modale, $r_n(t)$, est donnée par le produit de l'amplitude modale, $Y_n(t)$, par le coefficient modal, B_n , comme suit :

$$r_n(t) = B_n Y_n(t). \tag{E.4}$$

La réponse $\mathbf{r}(t)$ du système est calculée par la somme des composantes modales :

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{n} r_n(t) = \sum_{n} B_n Y_n(t).$$
(E.5)

La densité spectrale de puissance de $\mathbf{r}(t)$ est déterminée par :

$$S_r(\omega) = \sum_m \sum_n S_{r_m r_n}(\omega), \tag{E.6}$$

où $S_{r_m r_n}(\omega)$ est la densité inter-spectrale des réponses modales $r_m(t)$ et $r_n(t)$:

$$S_{r_m r_n}(\omega) = B_m B_n H_m(-i\omega) H_n(i\omega) S_{P_m P_n}(\omega).$$
(E.7)

 $S_{P_m P_n}(\omega)$ est la densité inter-spectrale des charges généralisées $P_m(t)$ et $P_n(t)$:

$$S_{P_m P_n}(\omega) = \phi_m^T \mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega) \phi_n.$$
(E.8)

 $\mathbf{S}_{\mathbf{P}}(\omega)$ est la matrice de densité inter-spectrale des charges $\mathbf{P}(t)$. Les fonctions de transfert, $H_m(-i\omega)$ et $H_n(i\omega)$, sont déterminées par :

$$H_m(-i\omega) = \frac{1}{K_m \left[1 - 2i\xi_m \left(\omega/\omega_m\right) - \left(\omega/\omega_m\right)^2\right]}$$

$$H_n(i\omega) = \frac{1}{K_n \left[1 + 2i\xi_n \left(\omega/\omega_n\right) - \left(\omega/\omega_n\right)^2\right]}$$
(E.9)

où ξ_n est le taux d'amortissement modal du mode n.

E.2 Exemple numérique



Figure E.1 Exemple de calcul : (a) Schémas de la structure ; (b) Déplacements aux nœuds ; (c) Forces externes appliquées aux nœuds.

Cet exemple a pour but de valider le code écrit dans MATLAB pour la méthode spectrale en comparant le résultat calculé par cette méthode à celui déterminé par le logiciel SAP2000. Considérons la structure présentée à la figure E.1. Cette structure a un module d'élasticité, E, de $3 \times 10^{10} N/m^2$, une section, A, de $0.25 \times 0.25 m$, L = 2 m et des masses concentrées $m_1 = m_2 = 5 \times 10^4 kg$. Le taux d'amortissement modal est supposé de 1%

pour tous les modes. La matrice de densité spectrale de puissance des forces appliquées aux nœuds est :

$$S_f(\omega) = S_0(\omega) \begin{bmatrix} 9 & 3 & -3 & 9 & 3 & -3 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 & -3 & -1 & 1 \\ 9 & 3 & -3 & 9 & 3 & -3 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 & -3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

où $S_0(\omega)$ est donnée par l'expression suivante :

$$S_0(\omega) = 10^4 \times \frac{1}{2\pi} \frac{200 \frac{z}{U} u^{*2}}{\left(1 + 50 \frac{\omega z}{2\pi U}\right)^{5/3}}$$

dans laquelle z = 74.67 m, U = 15 m/s et $u^* = 0.5263 m/s$. En négligeant l'effet du cisaillement, la matrice de flexibilité de la structure est donnée par :

$$F = F_1 + F_2,$$

où,

$$F_{1} = \frac{L^{3}}{EI} \begin{bmatrix} \sqrt{2}/3 & 0 & -\sqrt{2}/3 & 5\sqrt{2}/6 & 0 & -5\sqrt{2}/6 \\ 0 & 2\sqrt{2}/3 & 0 & 0 & 5\sqrt{2}/3 & 0 \\ -\sqrt{2}/3 & 0 & \sqrt{2}/3 & -5\sqrt{2}/6 & 0 & 5\sqrt{2}/6 \\ 5\sqrt{2}/6 & 0 & -5\sqrt{2}/6 & 8\sqrt{2}/3 & 0 & -8\sqrt{2}/3 \\ 0 & 5\sqrt{2}/3 & 0 & 0 & 16\sqrt{2}/3 & 0 \\ -5\sqrt{2}/6 & 0 & 5\sqrt{2}/6 & -8\sqrt{2}/3 & 0 & 8\sqrt{2}/3 \end{bmatrix}$$

$$F_{2} = \frac{L}{EA} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

La matrice de rigidité est donnée par :

$$K = F^{-1},$$

ANNEXE E. RÉPONSE DU SYSTÈME À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ 150 DANS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL

Le tableau E.1 présente les six premières fréquences naturelles de la structure. Les densités spectrales de puissance des déplacements du nœud 2 sont présentées à la figure E.2. Les résultats montrent la précision du code écrit pour la méthode spectrale.

		1				
Mode	1	2	3	4	5	6
Cette étude	0.2730	0.2730	1.8163	1.8163	11.3260	29.6518
SAP2000	0.2730	0.2730	1.8163	1.8163	11.3260	29.6520

Tableau E.1 Fréquences naturelles (en Hz)



Figure E.2 Densité spectrale de puissance des déplacements du nœud 2 : (a) $u_{x2}(t)$ et $u_{z2}(t)$; (b) $u_{y2}(t)$.

ANNEXE F DENSITÉ DE L'AIR HUMIDE

Cette annexe présente la procédure pour calculer la densité de l'air humide en connaissant la température de l'air t, l'humidité relative h, et la pression de l'air p [Ashrae, 2005]. Pour commencer la procédure, il faut calculer la pression de saturation de la vapeur d'eau, p_{ws} en Pa, qui est une fonction de la température. Si $-100^{\circ}C \leq t \leq 0^{\circ}C$, les valeurs de p_{ws} sont données par l'expression suivante :

$$\ln p_{ws} = C_1/T + C_2 + C_3T + C_4T^2 + C_5T^3 + C_6T^4 + C_7\ln T.$$
(F.1)

Dans le cas où $0^{\circ}C \leq t \leq 200^{\circ}C$, les valeurs de p_{ws} sont déterminées par :

$$\ln p_{ws} = C_8/T + C_9 + C_{10}T + C_{11}T^2 + C_{12}T^3 + C_{13}\ln T.$$
(F.2)

Dans les équations précédentes, T = t + 273.15, et C_i sont les constantes suivantes :

C_1	=	$-5.674\ 535\ 9E+03$	C_8	= -	-5.800 220	6E + 03
C_2	=	$6.392\ 524\ 7E+00$	C_9	=	$1.391\ 499$	3E + 00
C_3	=	$-9.677\ 843\ 0E-03$	C_{10}	= -	-4.864 023	9E-02
C_4	=	$6.221 \ 570 \ 1E - 07$	C_{11}	=	$4.176\ 476$	8E - 05
C_5	=	$2.074 \ 782 \ 5E - 09$	C_{12}	= -	-1.445 209	3E-08
C_6	=	$-9.484\ 024\ 0E - 13$	C_{13}	=	$6.545\ 967$	3E + 00
C_7	=	$4.163\ 501\ 9E + 00$				

La pression partielle de la vapeur d'eau est ensuite déterminée par :

$$p_w = h p_{ws}. (F.3)$$

Enfin, la densité de l'air humide est calculée par :

$$\rho = \frac{1}{\nu}(1+W),\tag{F.4}$$

où W est le ratio d'humidité de l'air :

$$W = 0.62198 \frac{p_w}{p - p_w},$$
 (F.5)

et ν est le volume spécifique de l'air humide :

$$\nu = \frac{0.2871T(1+1.6078W)}{p}.$$
(F.6)



Figure F.1 Variation de la densité de l'air sur la période d'une année.

La figure F.1 présente la variation de la densité de l'air sur la période d'une année correspondant aux conditions météorologiques de l'année 2002 enregistrées à la station MONTREAL/PIERRE ELLIOT TRUDEAU INTL A.

ANNEXE G COEFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES

With assumption that $F_A \ll F_{Dn}$, the resultant of aerodynamic forces is determined by :

$$F_R^2 = F_{Dn}^2 + F_{Ln}^2 + F_A^2 \approx F_{Dn}^2 + F_{Ln}^2, \tag{G.1}$$

thus the resultant of aerodynamic force coefficients, C_R , is determined by :

$$C_R^2 = (C_{Dn}^2 + C_{Ln}^2)\sin^2\phi.$$
 (G.2)

From eq. (4.2), the drag in global and local axes relies to together by :

$$F_D = F_{Dn} \sin \phi - F_A \cos \phi \approx F_{Dn} \sin \phi, \qquad (G.3)$$

therefore,

$$C_{Dn} = \frac{C_D}{\sin^2 \phi}.$$
(G.4)

By replacing (G.4) into eq. (G.2), and because $C_{Ln}^2/C_{Dn}^2 \ll 1$, one obtains :

$$C_R = \frac{C_D}{\sin\phi} \sqrt{1 + \frac{C_{Ln}^2}{C_{Dn}^2}} \approx \frac{C_D}{\sin\phi}$$
(G.5)

On the other hand, $C_R^2 = C_D^2 + C_{LS}^2$, so :

$$C_{LS} = C_R \cdot |\cos\phi| = \frac{C_D}{|\tan\phi|}.$$
(G.6)

154 ANNEXE G. COEFFICIENT RÉSULTANT DES FORCES AÉRODYNAMIQUES

ANNEXE H LOGICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES

H.1 Introduction

Cette annexe présente un logiciel écrit dans le langage MATLAB permettant de réaliser la majorité des calculs de cette recherche tels que :

- Analyse des câbles sous poids propre;
- Analyse modale des câbles;
- Évaluation de la rotation à l'ancrage bas des haubans sous charges de vent moyen, de vent turbulent et de trafic.

Ce logiciel est un fichier exécutable qui peut fonctionner sans avoir besoin d'installer MATLAB. Cependant, il faut installer le MATLAB Compiler Runtime (MCR).



Figure H.1 Paramètres du câble dans le menu principal.

H.2 Logiciel d'analyse des câbles

H.2.1 Modélisation du câble

La modélisation d'un câble réalisée par ce logiciel est présentée à la figure H.1 où :

- L_x , L_y et L_z sont respectivement les projections de la corde sur les axes Ox, Oy, Oz du système d'axes global Oxyz;
- T_{upper} est la tension maximale du câble en kN. Dans le cas d'un hauban, c'est la tension à son ancrage supérieur;
- 1st element length est la longueur au repos du premier élément à partir des ancrages. Cette valeur doit être suffisamment petite si bien qu'on puisse supposer que cet élément est toujours droit avant et après être déformé. Dans ce cas, la rotation aux ancrages des câbles peut être déterminée à partir des déplacements de cet élément.

Après avoir entré tous les paramètres nécessaires du câble, on peut faire des analyses sous différents cas de charges en cliquant sur le bouton correspondant dans le panneau à droite.



H.2.2 Analyse des câbles sous poids propre

Figure H.2 Analyse du câble sous poids propre.

Le bouton "Dead Load" permet d'analyser des câbles sous poids propre. En cliquant sur ce bouton, une nouvelle fenêtre apparaît comme le présente la figure H.2. Pour voir les résultats, il faut cliquer sur le bouton "Run". Les réactions des ancrages, la longueur au repos du câble et la flèche verticale au milieu de la porté sont présentées dans cette fenêtre (figure H.3). De plus, le profil du câble ainsi que la tension du câble aux nœuds sont



Figure H.3 Analyse du câble sous poids propre (continue).

enregistrés dans le fichier "Dead Load results.txt". Le bouton "Main Menu" permet de retourner à la fenêtre principale du logiciel.

H.2.3 Analyse modale

En cliquant sur le bouton "Modal" dans la fenêtre principale (H.1), une nouvelle fenêtre apparaît comme le présente la figure H.4. Après avoir entré le nombre de modes et cliqué sur le bouton "Run", le résultat apparaît comme le présente la figure H.5. Pour voir les modes supérieurs, on peut entrer le numéro du mode dans la boîte "Mode" et cliquer sur le bouton "Plot Update". Les fréquences et les vecteurs des modes propres sont enregistrés dans les fichiers "Frequencies.txt" et "Mode Shapes.txt", respectivement.

Note : L'analyse modale d'un câble est faite autour de sa position d'équilibre sous poids propre. Il faut donc faire l'analyse du câble sous poids propre avant de faire l'analyse modale.





Figure H.5 Résultat d'une analyse modale du câble.



H.2.4 Analyse du câble sous charges de vent moyen

Figure H.6 Analyse du câble sous charges de vent moyen.

En cliquant sur le bouton "Mean Wind Loading" dans la fenêtre principale (figure H.1), une nouvelle fenêtre apparaît comme le présente la figure H.6. Il faut ajouter ici les paramètres suivants :

- la longueur de rugosité du site;
- le niveau du tablier du pont;
- la direction dominante du vent moyen;
- l'angle de lacet du vent dominant.

En outre, il faut ajouter les moyennes horaires de vent moyen ainsi que la température, la pression atmosphérique et l'humidité de l'air. Ces données sont préparées dans un fichier Excel dont l'ordre des colonnes est comme suit :

- colonne 1 : Temps (h);
- colonne 2 : Vitesse (km/h);
- colonne 3 : Direction du vent moyen par rapport à un repère d'une station météorologique (degrée) ;
- colonne 4 : Température de l'air (°C);

- colonne 5 : Pression atmosphérique (Pa);
- colonne 6 : L'humidité relative (%).

En cliquant sur le bouton "Run", le résultat obtenu est présenté à la figure à droite (figure H.7). Le panneau "Plot option" et le bouton "Plot Update" permettent de voir d'autres résultats tels que les déplacements des nœuds et les rotations (IP et OP) du câble au niveau de l'ancrage bas (figures H.8 et H.9). Ces résultats sont aussi enregistrés dans les fichiers "Rotation Mean Wind.txt" et "Displacement Mean Wind.txt".

Note : Les charges de vent moyen sont déterminées à partir de la position d'équilibre du câble sous son poids propre, il faut donc analyser le cas "Dead Load" avant de cliquer sur le bouton "Mean Wind Loading".



Stay Cable under Mean Wind Loading

Figure H.7 Déplacement Ux du nœud 2 du câble sous charges de vent moyen.


Stay Cable under Mean Wind Loading

Figure H.8 Déplacement Uy du nœud 16 du câble sous charges de vent moyen.



Stay Cable under Mean Wind Loading

Figure H.9 Rotation OP à l'ancrage bas du câble sous charges de vent moyen.

H.2.5 Analyse du câble sous charges de vent turbulent

Stay Cable under Turbulent Wind Loading			
Inputs		Run	
Roughness length (m)	0.005		
Deck level (m)	30	Main Menu	
Wind velocity at the deck level (m/s)	12.5	1	
Spectral model	Simiu and 👻	0.9	
Number of steps	13684	0.7 -	
Number of modes	8	0.6 -	
Cutoff frequency (rad/s)	7.5	0.5 -	
Structural damping	0.005	0.3 -	
Yawed angle (deg)	60	0.2 -	
Air density (kg/m3)	1.225		0.6 0.8 1

Figure H.10 Analyse du câble sous charges de vent turbulent.

Le bouton "Buffeting" dans la fenêtre principale (figure H.1) permet d'analyser des câbles sous charges de vent turbulent. En cliquant sur ce bouton, une nouvelle fenêtre apparaît comme le présente la figure H.10. Il faut ajouter ici les paramètres suivants :

- la longueur de rugosité du site;
- le niveau du tablier du pont;
- la vitesse moyenne du vent au niveau du tablier;
- le modèle du vent turbulent;
- le nombre de points d'échantillonnage dans le domaine fréquentiel (*Number of steps*);
- le nombre de modes contribuant à la réponse totale du câble;
- la fréquence de coupure;
- l'amortissement structural du câble;
- l'angle de lacet du vent moyen;
- la densité de l'air.

En cliquant sur le bouton "Run", le spectre des déplacements du nœud 2 est montré sur le graphique comme le présente la figure H.11. Le panneau "Plot option" permet de voir d'autres résultats tels que les déplacements du nœud 2 et les rotation IP et OP à l'ancrage bas du câble (figure H.12).



Figure H.11 Spectre des déplacements du nœud 2 du câble.



Figure H.12 Rotation hors-plan de l'ancrage bas du câble sous charges de vent turbulent.



H.2.6 Analyse du câble sous charges de fatigue

Figure H.13 Rotation hauban/tablier sous charges de fatigue.

Le bouton "Fatigue Truck" permet d'évaluer l'étendue de la rotation à l'ancrage bas des haubans sous charges de fatigue comme le présente la figure H.13. Pour faire cela, il faut ajouter les informations suivantes selon le cas :

- l'espacement des haubans;
- la rigidité en flexion du tablier;
- l'existence de porte-à-faux : Yes/No;
- la position de l'ancrage bas du hauban : Side span, Main span ou Cantilever ;
- le nombre de haubans situés au porte-à-faux si le hauban considéré s'y trouve;
- la distance entre l'ancrage bas du hauban et le support de rive le plus proche;
- la distance entre l'ancrage bas du hauban et le pylône le plus proche;

H.2. LOGICIEL D'ANALYSE DES CÂBLES

- la longueur de la travée de rive où l'ancrage bas du hauban se trouve;
- la longueur de la travée centrale;
- le modèle du camion de fatigue : CL-625, LM3 ou HL-93;
- le facteur de distribution de charges sur un plan de câbles, γ_L .

Les résultats principaux donnés à droite sont :

- la raideur vertical du hauban;
- l'indicateur ψ ;
- la valeur estimée de l'étendue de la rotation hauban/tablier due à une charge unitaire ainsi que ses valeurs minimale et maximale;
- la valeur estimée de l'étendue de la rotation hauban/tablier due au camion de fatigue ainsi que ses valeurs minimale et maximale;

LISTE DES RÉFÉRENCES

AASHTO (2010). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications.

- Ashrae (2005). Ashrae Handbook. Fundamentals, si édition. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., Atlanta.
- Bartoli, G., Cluni, F., Gusella, V. et Procino, L. (2006). Dynamics of cable under wind action : Wind tunnel experimental analysis. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 94, p. 259–273.
- Brand, W., Märzluft, A., Fischer, G. et Georgakis, C. (2011). Fatigue testing of monostrands for stay cables under reversed cyclic flexural loading.
- Brika, D. et Laneville, A. (1993). Vortex induced vibrations of a long flexible circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 250, p. 481–508.
- Bruno, D., Greco, F. et Lonetti, P. (2008). Dynamic impact analysis of long span cablestayed bridges under moving loads. *Engineering Structures*, volume 30, p. 1160–1177.
- Bursnall, W. et Loftin, L. (1951). Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range. (Rapport technique). National Advisory Committee for Aeronautics, 1-36 p.
- Caetano, E. (2007). *Cable vibrations in cable-stayed bridges, volume 9.* IABSE, Zürich, Switzerland, 188 p.
- CAN-CSA (2006). S6-06. Canadian Highway Bridge Design Code.
- Cheng, S., Larose, G., Savage, M., Tanaka, H. et Irwin, P. (2008). Experimental study on the wind-induced vibration of a dry inclined cable. part i : Phenomena. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 96, numéro 12, p. 2231–2253.
- Clough, R. W. et Penzien, J. (1995). *Dynamics of Structures*, 3^e édition. Computers & Structures, inc.
- Combault, J., Conversy, F. et Thivans, P. (1982).
- Connors, H. J. (1970). Fluid elastic vibration of tube arrays excited by crossflow (Rapport technique). Wind Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers (ASME).
- Cooper, K. R. (1985). A note on the wind-induced vibrations of bundled bridge stay cables (Rapport technique). National Research Council of Canada.

Cortright, R. (1995). http://www.bridgeink.com/.

Cremona, C. (1995). Evaluation des effets extremes en sortie d'ancrage du pont de bourgogne. Bulletin des L.P.C., volume 199.

- Delany, N. K. et Sorensen, N. E. (1953). Low-speed drag of cylinders of various shapes. (Rapport technique 3038). NACA.
- Dyrbye, C. et Hansen, S. (1999). Wind Loads on Structures. John Wiley & Sons, Chichester.
- EN1991-2 :2003 (2004). Eurocode 1 Actions on structures Part 2 : Traffic loads on bridges.
- EN1993-1-11 :2006 (2007). Eurocode 3 Design of structures Part 1-11 : Design of structures with tension components.
- FHWA (2007). Wind-induced Vibration of Stay Cables (Final report). US Department of Transportation, Federal Highway Administration.
- FHWA/TX (2008). Bending Fatigue Response of Grouted Stay Cables (Research report). Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin.
- fib (2005). Bulletin 30. Acceptance of stay cable systems using prestressing steels. Frederation International du beton, Lausanne (Switzerland).
- Flamand, O. (1995). Rain-wind induced vibration of cables. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, volume 57, p. 353–362.
- Gani, F. (2011). *Réponse dynamique des structures sous charges de vent*. Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada, 271 p.
- Goldstein, S. (1957). Modern developments in fluid dynamics, volume 2. Oxford at the clarendon Press.
- Hanson, A. (1966). Vortex shedding from yawed cylinders. *AIAA*, volume 4, numéro 4, p. 738–740.
- Hayashi, T., Yoshino, F., Waka, R., Tanabe, S. et Kawamura, T. (1992). Turbulent structure in a vortex wake shed from an inclined circular cylinder. *JSME*, volume 58, p. 297– 304.
- Hikami, Y. et Shiraishi, N. (1988). Rain-wind induced vibrations of cables in cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, volume 29, p. 409– 418.
- Honda, A., Yamanaka, T., Fujiwara, T. et Saito, T. (1995). Wind tunnel test on raininduced vibration of the stay cable. Dans Proceedings of International Symposium on Cable Dynamics. p. 255–262.
- Jayaraman, H. B. et Knudson, W. C. (1981). A curved element for the analysis of cable structures. *Computers and Structures*, volume 14, p. 325–333.
- JPCEA (2009). Specifications for Design and Construction of Prestressed Concrete Cable-Stayed Bridges and Extradosed Bridges.
- Karoumi, R. (1998). Response of Cable-Stayed and Suspension Bridges to Moving Vehicles. Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, S-100 Stockholm, Sweden, 194 p.

- Laneville, A. (2006). On vortex-induced vibrations of cylinders describing x-y trajectories. Journal of Fluids and Structures, volume 22, p. 773–782.
- Mahjoub, S. (1989). Conception d'une balance dynamique à trois composantes et application au Naca 63-612. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.
- Matsumoto, M., Daito, Y., Kanamura, T., Shigemura, Y., Sakuma, S. et Ishizaki, H. (1998). Wind-induced vibration of cables of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 74-76, p. 1015–1027.
- Matsumoto, M., Saitoh, T., Kitazawa, M., Shirato, H. et Nishiraki, T. (1995). Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay-cables of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 57, p. 323–333.
- Matsumoto, M., Shiraishi, N., Kitazawa, M., Kim, Y. et Tsujii, M. (1990). Aerodynamic behavior of inclined circular cylinders-cable aerodynamics. *Journal of Wind Engineering* and Industrial Aerodynamics, volume 33, p. 63–72.
- Matsumoto, M., Shiraishi, N. et Shirato, H. (1992). Rain-wind induced vibration of cables of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 41-44, p. 2011–2022.
- Matsumoto, M., Yagi, T., Hatsuda, H., Shima, T., Tanaka, M. et Naito, H. (2010). Dry galloping characteristics and its mechanism of inclined/yawed cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 98, p. 317–327.
- Matsumoto, M., Yagi, T., Liu, Q., Oishi, T. et Adachi, Y. (2005). Effects of axial flow and karman vortex interference on dry-state galloping of inclined stay-cables. Dans *Proceedings of 6th International Symposium on Cable Dynamics*. p. 247–254.
- Matsumoto, M., Yagi, T., Shigemura, Y. et Tsushima, D. (2001). Vortex-induced cable vibration of cable-stayed bridges at high reduced wind velocity. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 89, p. 633–647.
- Miki, C., Endo, T. et Okukawa, A. (1992). Full-size fatigue test of bridge cables. Dans Length effect on fatigue of wires and strands. volume 6. IABSE.
- Miyata, T., Yamada, H. et Hojo, T. (1994). Aerodynamic response of pe stay cables with pattern-indented surface. Dans *Proceedings of International Conference on Cable-Stayed and Suspension Bridges (AFPC)*. volume 2. p. 515–522.
- Monats (2009). http://www.karl-gotsch.de/Monatsbruecken/2009Feb.htm.
- Norberg, C. (1994). An experimental investigation of the flow around a circular cylinder. Journal of Fluid Mechanic, volume 258, p. 287–316.
- Norberg, C. (2003). Fluctuating lift on a circular cylinder : review and new measurements. Journal of Fluids and Structures, volume 17, p. 57–96.

- Norberg, C. et Sunden, B. (1987). Turbulence and reynolds number effects on the flow and fluid forces on a single cylinder in cross flow. *Journal of Fluids and Structures*, volume 1, p. 337–357.
- Peyrot, A. H. et Goulois, A. M. (1978). Analysis of cable structures. Computers and Structures, volume 10, p. 805–813.
- PTI (2007). Recommandations for stay cable design, testing and installation.
- Ramberg, S. E. (1983). The effects of yaw and finite length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 128, p. 81–107.
- RDuke (2006). http://www.luxury4play.com/photography/4370-bostons-zakim-bridge.html.
- Richard, R. T. (1961). Wind tunnel sting balances. Dans Proceeding of Western Regional Strain Gage Committee (NASA). National Technical Information Sirvice, p. 94–111.
- Saito, T., Matsumoto, M. et Kitazawa, M. (1994). Rain-wind excitation of cables on cable-stayed higashi kobe bridge and cable vibration control. Dans Proceedings of the International Conference on Cable-Stayed and Suspension Bridges (AFPC). volume 2. p. 507–514.
- SETRA (2001). Haubans : Recommandations de la commission interministerielle de la precontrainte. Beigneux : Setra, 2001.
- Shinozuka, M. et Jan, C.-M. (1972). Digital simulation of random processes and its applications. *Journal of Sound and Vibration*, volume 25, numéro 1, p. 111–128.
- Shirakashi, M., Wakiya, S. et Hasegawa, A. (1986). Effect of the secondary flow on karman vortex shedding from a yawed cylinder. *Bulletin of JSME*, volume 29, numéro 250, p. 1124–1128.
- Simiu, E. et Scanlan, R. H. (1996). Wind Effects on Structures. Fundamentals and Applications to Design, 3^e édition. John Wiley & Sons, inc.
- Smith, R., Moon, W. et Kao, T. (1972). Experiments on flow about a yawed circular cylinder. A.S.M.E Journal of Basic Eng., volume 94, p. 771–776.
- Solari, G. et Piccardo, G. (2001). Probabilistic 3-d turbulence modeling for gust buffeting of structures. *Probabilistic Engineering Mechanics*, volume 16, p. 73–86.
- Sparling, B. F. (1995). The dynamic behavior of guys and guyed masts in turbulent winds. Thèse de doctorat, University of Western Ontario, London, Ontario, Canada, 433 p.
- Stoyanoff, S. et Pridham, B. (2006). Motion-induced and parametric excitations of stay cables : A case study. Dans *Proceedings of Structural Engineering and Public Safety*.
- Tawashi (2006). http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Twinkle_Kisogawa_bridge02.jpg.
- Timoshenko, S. (1956). Strength of materials. Part II : Advanced Theory and Problems, 3^e édition. D. Van Nostrand Company Inc., Toronto, 572 p.

- Tournier, C. et Py, B. (1978). The behaviour of naturally oscillating three-dimensional flow around a cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 85, p. 161–186.
- Van Atta, C. W. (1968). Experiments on vortex shedding from yawed circular cylinders. AIAA Journal, volume 6, p. 931–933.
- Verwiebe, C. et Ruscheweyh, H. (1998). Recent research results concerning the exciting mechanisms of rain-wind induced vibrations. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, volume 74-76, p. 1005–1013.
- Vickery, J. B. (1965). On the flow behind a coarse grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads on buildings (Rapport technique). National Physical Laboratory (U.K.) Aero Report 1143.
- Walther, R. (1988). Cable stayed bridges. T. Telford, London, 196 p.
- Walther, R., Houriet, B., Isler, W., Moïa, P. et Klein, J. (1999). *Cable stayed bridges*, 2^e édition. T. Telford, London.
- White, F. M. (1974). Viscous Fluid Flow. McGraw-Hill, NewYork.
- Wikipedia (2007). http://en.wikipedia.org/wiki/Euripus_Strait.
- Winkler, J., Fischer, G., Georgakis, C. T. et Kotas, A. (2011). A preliminary bending fatigue spectrum for steel monostrand cables. *Journal of the International Association* for Shell and Spatial Structures, volume 52, numéro 170, p. 249–254.
- Winkler, J. et Georgakis, C. (2011). Fatigue-induced bridge stay cable failures. Dans A review. 9th International Symposium on Cable Dynamics.
- Yamada, H. (1997). Control of wind-induced cable vibrations from a viewpoint of the wind resistant design of cable-stayed bridges. Dans Proceedings of the International Seminar on Cable Dynamics. p. 129–138.
- Yoshimura, T., Savage, M., Tanaka, H. et Urano, D. (1995). Wind-induced oscillations of groups of bridge stay-cables. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 54/55, p. 251–262.
- Yoshimura, T., Savage, M., Tanaka, H. et Wakasa, T. (1993). A device suppressing wake galloping of stay-cables for cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, volume 49, p. 497–506.
- Zhao, M., Cheng, L. et Zhou, T. (2009). Direct numerical simulation of three-dimensional flow past a yawed circular cylinder of infinite length. *Journal of Fluids and Structures*, volume 25, p. 831–847.