

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie mécanique

Développement d'un outil de simulation basé sur le lancer de faisceaux pour la prédiction du bruit intérieur et du rayonnement extérieur des nacelles

Mémoire de maîtrise

Spécialité : Vibro-acoustique

Aniss Skalli Housseini

Jury : Nouredine ATALLA (Directeur)

Patrice MASSON (Rapporteur)

François CHARRON

RÉSUMÉ

Actuellement, la réduction du bruit des avions aux environs aéroportuaires est devenue un enjeu socio-économique majeur.

Très coûteuses en temps de calcul pour les hautes fréquences, les méthodes de calcul exact utilisées sont limitées aux moyennes et basses fréquences. Il est donc primordial de se tourner vers une méthode asymptotique, valable en hautes fréquences.

Dans ce contexte, la mise au point d'un outil capable de prédire numériquement le bruit dans les nacelles, depuis sa génération, sa propagation en milieu ambiant, puis son rayonnement en champ lointain est de grande importance. Le développement de cet outil fait l'objet du projet confié au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke par le motoriste PWC. Il permettrait à ce dernier de faire des études pour optimiser les traitements acoustiques (" liners ") et améliorer le design des nacelles, et en conséquence réduire les coûts lors de la phase de conception.

L'objectif de cette maîtrise consiste à simuler la propagation acoustique à l'intérieur d'une structure axisymétrique de longueur quelconque (finie ou infinie) et son rayonnement en champ lointain en utilisant l'approche géométrique. Puis valider par l'étude de différents cas avec d'autres méthodes telles que la méthode statistique SEA, analyse modale, FEM ou BEM.

Le code ainsi développé à l'heure actuelle permet de calculer toutes les caractéristiques des rayons convergents à la suite de la propagation des faisceaux en provenance d'une sphère ou d'une demi-sphère maillées ou à partir du maillage des surfaces de la géométrie elle-même. Ensuite, il procède à la reconstruction du champ de pression en un ou plusieurs points de l'espace, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'environnement de l'étude, et ce en optant pour une sommation cohérente des contributions de tous les rayons convergents. L'implantation du code prend en compte les traitements acoustiques de surfaces. Le code peut être utilisé pour tout autre environnement complexe axisymétrique tel que les nacelles des turboréacteurs.

Mots-clés : Acoustique géométrique - Lancer de faisceaux pyramidaux - Géométrie axisymétrique- Propagation interne - Rayonnement en champ lointain - Niveau de pression acoustique-Traitement absorbant - Perte par insertion.

Ce mémoire est dédié à ma mère

et mon feu père

REMERCIEMENTS

A mon directeur de recherche,

J'exprime ma profonde gratitude au professeur Noureddine Atalla de m'avoir confié ce projet, encouragé et accompagné pendant deux années de travail passées au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke. Votre expertise, disponibilité et rigueur étaient les facteurs clés ayant privilégié mon apprentissage évoluant au cours de cette maîtrise. Je peux dire aujourd'hui que j'ai eu beaucoup de chance de vous avoir comme directeur de maîtrise. Au cours de ces dernières années, vous avez eu un réel impact positif sur mon parcours. Je suis heureux que vous fassiez ainsi partie aujourd'hui des personnes qui ont marqué ma vie.

Aux membres du jury,

Je tiens à vous remercier chaleureusement d'avoir accepté de juger mes travaux et d'avoir dégagé du temps pour vous y consacrer. J'ai été touché que vous ayez répondu si rapidement, et avec enthousiasme, à ma demande.

Je tiens également à remercier Pratt & Whitney Canada ayant financé en partie ce projet.

J'aimerais remercier tous les professeurs du GAUS qui ont su avec beaucoup de tact nous partager leurs connaissances ainsi que les professionnels de recherche, étudiants et stagiaires avec qui j'ai eu le plaisir de travailler ou le privilège de côtoyer : Celse, Chantal, Clément, Dhya, Hédi, Luca, Mohamed, Raef, Rémy, Yannis...

J'adresse finalement ma reconnaissance à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Table des matières

CHAPITRE 1: Introduction.....	1
1.1 Mise en contexte	1
1.2 Problématique et méthodologie	2
CHAPITRE 2: Etat de l'art	6
2.1 Propagation guidée dans un conduit	6
2.2 Rayonnement acoustique.....	6
2.3 Inventaire des principaux codes d'acoustique géométrique	8
2.4 Discussion des codes géométriques au GAUS.....	10
2.5 Méthodes de validation.....	12
CHAPITRE 3: Acoustique géométrique	13
3.1 Présentation de la méthode.....	13
3.2 Théorie de la méthode des rayons.....	13
3.2.1 Équations des rayons.....	13
3.2.2 Forme adimensionnelle des équations des rayons	18
3.2.3 Temps de propagation.....	18
3.2.4 Calcul de l'amplitude du champ	19
3.2.5 Conditions initiales	21
3.2.6 Conditions de validité.....	23
3.2.7 Condition de Fresnel.....	24
3.3 Implémentation du code géométrique	25
3.3.1 Création d'une base de données.....	25
3.3.2 Maillage de l'angle solide de la source.....	26
3.3.3 Subdivision des faisceaux	28
3.3.4 Propagation des faisceaux.....	28
3.3.5 Détection des intersections.....	30
3.3.6 Gestion de réception de plusieurs micros.....	30
3.3.7 Post-traitement	32
CHAPITRE 4: Exemples de validation.....	33
4.1 Cavité de section rectangulaire	33
4.2 Conduit infini de section rectangulaire	41
CHAPITRE 5: Simulation du bruit dans une conduite cylindrique infinie	46
5.1 Partie analytique	46

5.2 Validation par l'acoustique géométrique.....	49
5.3 Effet de courbure et de maillage.....	54
CHAPITRE 6: Simulation du bruit dans une conduite cylindrique finie	61
6.1 Problème intérieur-Partie analytique.....	61
6.1.1 Cas d'une conduite avec des conditions aux limites	61
6.1.2 Cas d'une cavité cylindrique fermée aux deux extrémités	72
6.1.3 Cas d'une conduite cylindrique semi-infinie avec une sortie bafflée.....	74
6.2 Problème extérieur-Partie Analytique	76
6.2.1 Conduite cylindrique bafflée	76
6.3 Problème intérieur –Simulation basses fréquences.....	79
6.3.1 Cas d'une cavité cylindrique.....	79
6.3.2 Cas d'une conduite avec impédance	85
6.4 Simulation du champ de pression à la sortie d'une conduite de sortie bafflée.....	90
6.5 Problème extérieur- Simulations basses fréquences	93
6.5.1 Directivité en champ lointain- Cas bafflé	93
6.5.2 Comparaison sortie bafflée vs non bafflée.....	97
6.6 Validation du code géométrique.....	100
6.6.1 Cas d'une cavité cylindrique.....	100
6.6.2 Cas d'une conduite avec conditions d'impédance	104
6.6.3 Simulation du champ pariétal	107
CHAPITRE 7: Traitement absorbant d'une conduite fermée.....	110
7.1 Implémentation du traitement acoustique.....	110
7.2 Traitement absorbant d'une conduite fermée.....	111
7.2.1 Cas avec absorbant.....	111
7.2.2 Cas d'une conduite fermée sans absorbant	113
7.2.3 Perte par insertion.....	114
7.3 Traitement d'une géométrie proche de la nacelle d'un turboréacteur	115
7.3.1 Cas avec absorbant.....	116
7.3.2 Cas sans absorbant	118
7.3.3 Perte par insertion.....	120
CHAPITRE 8: Conclusions et perspectives	121
CHAPITRE 9: Annexes	123
Bibliographie.....	127

Liste des acronymes

<i>Acronymes</i>	<i>Définition</i>
<i>AIAA</i>	American Institute of Aeronautics and Astronomy
<i>BEM</i>	Boundary Element Method
<i>CSTB</i>	Centre Scientifique et Technique du Bâtiment
<i>FEM</i>	Finite Element Method
<i>GANN</i>	Geometrical Acoustic for Nacelle Noise
<i>GTD</i>	Geometrical Theory of Diffraction
<i>IL</i>	Insertion Loss
<i>NASA</i>	National Aeronautics and Space Administration
<i>PTD</i>	Physics Theory of Diffraction
<i>PWC</i>	Pratt & Whitney Canada
<i>SEA</i>	Statistical Energy Analysis
<i>SPL</i>	Sound Pressure Level
<i>UTD</i>	Uniform Theory of Diffraction

Liste des tableaux

Tableau 5-1 Zéros des dérivées de la fonction de Bessel	48
Tableau 6-1 Liste des receveurs à l'embouchure de sortie de la conduite bafflée	108

Liste des figures

Figure 1.1 Schéma d'un turboréacteur double-corps double-flux et des sources de bruit [1]	1
Figure 1.2 Phénomènes complexes en propagation acoustique dans une nacelle	2
Figure 2.1 Schéma descriptif de la méthode de lancer de rayons de l'Université Aachen	9
Figure 2.2 Méthode de lancer de rayons	10
Figure 2.3 Lancer de faisceaux pyramidaux	11
Figure 3.1 Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde	20
Figure 3.2 Conditions initiales du rayon	22
Figure 3.3 Sphère maillée en éléments triangulaires	26
Figure 3.4 Demi-sphère maillée en éléments triangulaires	26
Figure 3.5 Partie d'une géométrie maillée en éléments triangulaires	27
Figure 3.6 Subdivision en 4 nouveaux faisceaux	28
Figure 3.7 Algorithme de propagation de faisceaux	29
Figure 3.8 Détection de plusieurs receveurs	30
Figure 3.9 Calcul des points les plus proches des receveurs (centres des sphères)	31
Figure 4.1 Géométrie d'une cavité de section rectangulaire	33
Figure 4.2 Méthode des sources images- Illustration de quelques sources images dans le cas de quatre murs	35
Figure 4.3 Cas 1 et 2- Comparaison du niveau de pression acoustique entre les méthodes : Sources images, SEA, Analyse modale, GANN	39
Figure 4.4 Conduite infinie de section rectangulaire	41
Figure 4.5 Simulations de comparaison pour le cas d'une conduite de section rectangulaire infinie entre les méthodes : Analyse modale et GANN	45
Figure 5.1 Conduite cylindrique de dimension infinie	46
Figure 5.2 Variation de la pression acoustique des modes dans une section d'un conduit cylindrique, à z quelconque	49
Figure 5.3 Maillage utilisé dans GANN de 24 éléments quadrangles et 48 nœuds réalisé par Matlab	51
Figure 5.4 Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique pour le cas d'une conduite cylindrique infinie entre les méthodes: Analyse modale et GANN	53
Figure 5.5 Rayon réfléchi sur une surface courbe et plane	54
Figure 5.6 Simulations pour l'étude de l'effet de courbure	57
Figure 5.7 Simulations pour l'étude de l'effet de maillage	59
Figure 5.8 Phénomène de focalisation dans le cas centré-centré	60
Figure 6.1 Conduite de dimension finie avec conditions aux limites	61
Figure 6.2 Cavité de section circulaire	72
Figure 6.3 Conduite cylindrique de dimension finie avec sortie bafflée	74
Figure 6.4 Rayonnement en champ lointain d'une conduite cylindrique de dimension finie avec sortie bafflée	77
Figure 6.5 Maillage d'une cavité cylindrique sur Comsol	79
Figure 6.6 Cas 1, 2, 3 et 4 d'une cavité cylindrique sur Comsol-Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences	81
Figure 6.7 Maillage d'une cavité cylindrique sur VA-One excitée par un monopole	82

Figure 6.8 Cas 1, 2, 3 d'une cavité cylindrique sur VA-One -Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences	84
Figure 6.9 Maillage d'une conduite avec conditions aux limites	85
Figure 6.10 Configurations 1,2,3 et 4 d'une conduite cylindrique avec impédance-simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences.....	87
Figure 6.11 Configurations 5 et 6 d'une conduite cylindrique avec impédance-Simulations en basses fréquences avec code vectoriel	88
Figure 6.12 Modèle Hybride VA-One	90
Figure 6.13 Cas 1-2 et 3 Simulations de comparaison du champ de pression pariétale entre le modèle hybride et l'approche modale.....	92
Figure 6.14 Description du rayonnement en champ lointain.....	93
Figure 6.15 Modèle VA-One du rayonnement en champ lointain.....	95
Figure 6.16 Cas 1,2 et 3-Directivité du cas bafflé en champ lointain pour différentes fréquences	96
Figure 6.17 Cas1, 2 et 3- Comparaison de directivités des cas bafflé et non bafflé sur VA-One.....	98
Figure 6.18 Schéma de la méthode PML utilisée dans Comsol-Multiphysics	99
Figure 6.19 Maillage GANN d'une cavité	101
Figure 6.20 Cas 1-2-3 et 4 - Simulations de comparaison entre GANN et la méthode modale pour le cas d'une cavité cylindrique	103
Figure 6.21 Maillage GANN pour une conduite finie avec conditions aux limites	104
Figure 6.22 Cas1 et 2 -Simulations de comparaison entre GANN et l'analyse modale pour une conduite cylindrique avec conditions aux limites	105
Figure 6.23 Comparaison entre GANN, analyse modale pour le cas infini et le cas fini avec impédance d'air	106
Figure 6.24 Conduite de section circulaire sur un mailleur FEMAP.....	107
Figure 6.25 Maillage d'un cylindre importé avec sortie bafflée	108
Figure 6.26 SPL aux receveurs situés à la sortie de la conduite par l'approche GANN.	109
Figure 7.1 Modèle Comsol d'une conduite fermée traitée	112
Figure 7.2 Simulation pour le cas fermé traité.....	112
Figure 7.3 Modèle Comsol d'une conduite fermée non traitée	113
Figure 7.4 Simulation pour le cas fermé non traité.....	113
Figure 7.5 Perte par insertion pour le cas fermé	114
Figure 7.6 Nacelle traitée	115
Figure 7.7 Modèle Comsol d'une conduite finie traitée avec impédance d'air à l'entrée et à la sortie	117
Figure 7.8 Cas 1 et 2- Simulations pour le cas ouvert traité.....	118
Figure 7.9 Modèle Comsol d'une conduite ouverte non traitée	118
Figure 7.10 Cas 1 et 2 -Simulations pour le cas ouvert non traité	119
Figure 7.11 Cas 1 et 2 -Perte par insertion pour le cas ouvert	120

CHAPITRE 1: Introduction

1.1 Mise en contexte

Les forts niveaux sonores émis par différentes sources dans les turboréacteurs (Figure 1.1) compromettent l'intégration harmonieuse de l'activité aéronautique commerciale au sein de l'environnement. Ces émissions impliquent des mécanismes physiques nombreux et complexes, ce qui fait de ce problème un défi à la fois scientifique et technique d'où l'intérêt de prédire ce bruit.

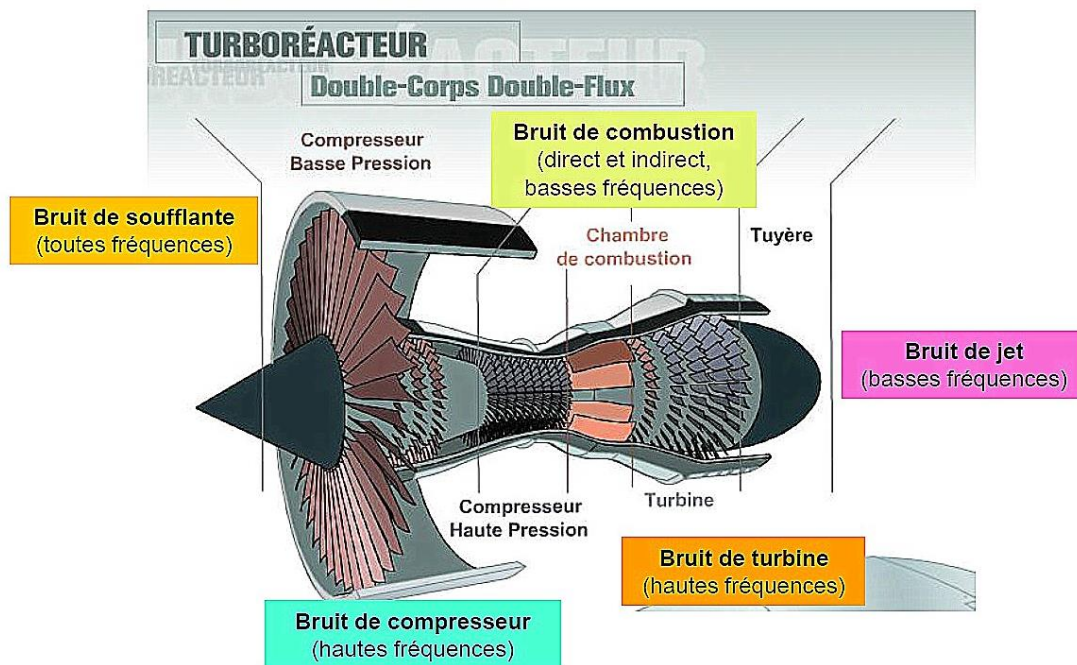


Figure 1.1 Schéma d'un turboréacteur double-corps double-flux et des sources de bruit [1]

Dans cette optique, le motoriste PWC a recours au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) pour mener à bien ce projet.

Sous la tutelle de Nouredine Atalla, professeur au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), cette maîtrise a pour objectif de développer et valider un outil de simulation basé sur l'acoustique géométrique afin de prédire le bruit intérieur et celui

rayonné en champ lointain par les structures axisymétriques pour permettre au motoriste de l'introduire dans ses outils informatiques. Elle se différencie des méthodes : FEM, BEM ou l'analyse modale, par la possibilité de prédire le bruit en hautes fréquences, pour des géométries complexes et dans des milieux non-homogènes.

Ce projet s'inscrit dans le cadre de la Chaire industrielle de recherche d'acoustique appliquée à l'aviation en partenariat avec les compagnies Pratt & Whitney Canada (PWC), Bombardier Aerospace et Bell Helicopter Textron.

PWC, entreprise spécialisée dans la conception de moteurs d'avions et d'hélicoptères soutient ce projet du moment qu'il répond à son besoin, celui de diagnostiquer le bruit des nacelles de ses turboréacteurs.

1.2 Problématique, objectifs et méthodologie

Les diverses émissions sonores produites par une nacelle font intervenir des mécanismes physiques nombreux, complexes et encore mal connus à ce jour. Ainsi, la prédiction et la réduction des émissions acoustiques demeurent incontournables, présupposant une compréhension fine des phénomènes impliqués (Figure 1.2).

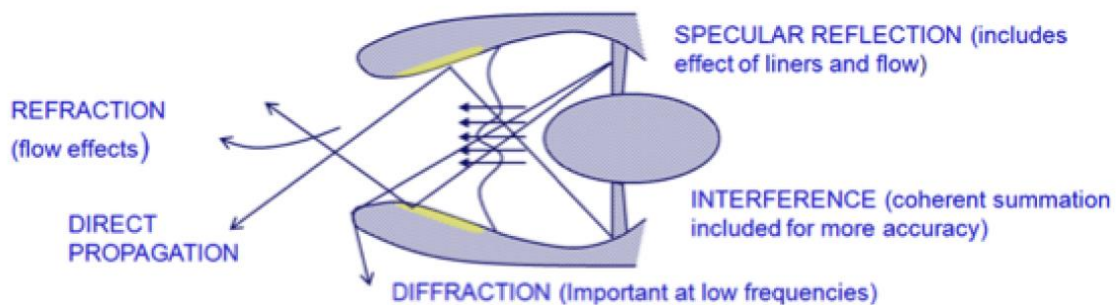


Figure 1.2 Phénomènes complexes en propagation acoustique dans une nacelle

Source : AIAA 96-1773 Nacelle Acoustic Design by Ray Tracing in three Dimensions

Pour cela, une méthode de modélisation de la propagation des ondes sonores, dite méthode géométrique a été développée. A la différence des méthodes par éléments finis, elle offre la possibilité de prédire le bruit en moyennes et hautes fréquences, pour des géométries complexes et dans des milieux non-homogènes.

Minard [2] utilise la méthode de lancer des rayons pour prédire le champ de pression acoustique dans des cas canoniques. Ce projet en continuité avec le sien, a pour objectif d'utiliser la méthode de lancer pyramidaux en rendant le code GANN générique et capable de prédire le champ de pression acoustique en plusieurs points receveurs distincts, de prendre en considération les traitements acoustiques introduits dans les parois des structures et de calculer la directivité du champ acoustique rayonné.

L'objectif principal du projet est de développer un outil de calcul, basé sur la méthode de l'acoustique géométrique, pour prédire la propagation des ondes sonores d'une nacelle et son rayonnement acoustique en champ lointain

Les objectifs spécifiques sont répartis en différents points :

- ✓ Revue de la littérature sur la propagation des ondes acoustiques dans les conduites, le calcul du rayonnement en champ lointain et l'acoustique géométrique;
- ✓ Validation de plusieurs cas : cavité et conduite infinie de sections rectangulaires par une panoplie de méthodes. On en cite, entre autres, l'analyse modale, les sources images, la SEA, la BEM/FEM;
- ✓ Simulation du bruit dans une conduite cylindrique infinie;
- ✓ Étude des effets du maillage et de courbure sur le champ de pression calculé par le code géométrique;
- ✓ Validation du problème intérieur en basses fréquences avec ou sans conditions aux limites via des comparaisons de l'analyse modale avec les méthodes BEM/FEM sous Comsol et/ou VA-One;
- ✓ Validation en hautes fréquences du problème intérieur avec ou sans conditions aux limites en comparant le code géométrique avec l'approche modale;
- ✓ Implantation de la détection automatique de receveurs distincts utiles pour les problèmes intérieur et extérieur et validation du rayonnement extérieur en basses et hautes fréquences.
- ✓ Simulation du bruit dans une conduite cylindrique avec traitement acoustique.

Dans l'optique de mener à bien ce projet, une méthodologie a été clairement définie.

En vue de bien comprendre la problématique, le principe de l'acoustique géométrique et de l'ensemble des phénomènes acoustiques mis en jeu lors de la propagation d'onde dans une nacelle, une revue de littérature a été réalisée.

En premier lieu, une revue de littérature est faite comme suit :

- Revue de littérature sur l'acoustique géométrique et de l'ensemble des phénomènes acoustiques mis en jeu lors de la propagation d'onde dans une nacelle. Ceci permettra de savoir où en sont rendues les recherches dans ce domaine, c'est-à-dire savoir quelles sont les méthodes numériques utilisées, quels sont les domaines d'études, jusqu'où a été développée la méthode d'acoustique géométrique;
- Revue de littérature sur les méthodes de prédiction de la propagation du bruit de référence (méthode statistique SEA, sources images, analyse modale, méthodes FEM et BEM...etc);
- Revue de littérature sur le rayonnement acoustique ainsi que la propagation acoustique intérieure guidée en conduite;
- Une revue de la littérature sur la propagation en milieu guidé pour des conduites à section circulaire. L'étude portera sur la propagation intérieure.

Ensuite, une étude des effets du maillage et de courbure sur le champ de pression calculé par le code géométrique a été effectuée.

Puis, la validation du problème intérieur dans le code GANN pour différents cas a été réalisée :

- Cylindre infini;
- Conduit cylindrique de dimension finie avec parois rigides;
- Cylindre fini fermé avec différentes conditions d'impédances;
- Cylindre fini avec sortie bafflée.

En outre, une implantation de la gestion des receveurs à la sortie de la conduite utile pour le problème extérieur et sa validation dans le code GANN ont été établies de la façon suivante:

- Implantation du lancer de faisceaux pour la détection automatique de plusieurs receveurs distincts utiles pour les problèmes intérieur et extérieur;
- Implantation et validation du calcul de rayonnement en basses et hautes fréquences en comparant les résultats du code modal à ceux fournis par les méthodes FEM /BEM.

En dernier lieu, des simulations pour le cas de conduites cylindriques avec traitements acoustiques ont été effectuées. Cela permettra de valider le calcul de la perte par insertion dans le code géométrique.

CHAPITRE 2: Etat de l'art

2.1 Propagation guidée dans un conduit

La propagation dans les nacelles d'avions peut être en premier lieu assimilée à la propagation dans une conduite de forme simple afin d'étudier certains phénomènes présentés précédemment.

Une première approche est donc d'analyser la propagation d'une onde dans un cylindre de longueur infinie ayant une section circulaire ou rectangulaire constante et baigné dans un milieu uniforme et sans écoulement [3]. Comme la section est invariante le long de l'axe du cylindre, une solution, donnée par la méthode de séparation de variables est facilement trouvable [4, 5, 6].

L'effet des traitements acoustiques ("liners") sur la propagation de l'onde dans la conduite est abordé par Lewy [7] qui traite ce sujet en prenant en compte l'absorbance des parois d'une conduite traitée entièrement. Il se sert de la méthode modale pour un cas bidimensionnel et détermine, à l'aide de la séparation des variables le champ de pression. De manière générale, l'étude de la propagation en milieu guidé a souvent été utilisée pour des géométries simples rectangulaire ou circulaire [3, 4, 5, 6] tandis que Revalor [8] s'est penché sur ces cas simples en utilisant la méthode de séparation de variables. La complexité de la géométrie de la conduite est notamment abordée par Rienstra [9] qui utilise une description modale afin d'étudier la propagation du son dans une conduite avec section légèrement variable et une paroi absorbante. Bruneau [10] traite le cas d'une conduite de forme exponentielle et utilise une formulation approchée (discrétisation de la conduite sous forme d'une succession de guides cylindriques).

2.2 Rayonnement acoustique

En rayonnement acoustique, on trouve deux configurations qui peuvent être traitées : soit on fait l'hypothèse que la sortie est bafflée, soit qu'elle ne l'est pas.

Dans le premier cas, l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff est simplifiée sous la forme de l'intégrale de Rayleigh. On considère donc qu'on n'aura pas de champ de pression dans la zone d'ombre de la conduite en arrière du baffle. On néglige ainsi la diffraction. Si à l'inverse la conduite est non bafflée, il faut calculer la pression rayonnée avec l'intégrale complète. Le cas de la conduite bafflée est étudié par Lewy [11] qui développe un modèle théorique et le compare à des résultats expérimentaux.

En outre, l'étude du rayonnement acoustique d'un conduit incliné muni d'un baffle a été récemment menée par McAlpine [12] où le champ sonore à l'intérieur du conduit annulaire est exprimé en termes de modes tournants. Quant à l'extérieur, le champ sonore rayonné, propre à chaque mode, dépend de sa directivité, qui se trouve en évaluant une forme appropriée de l'intégrale de Rayleigh. Cette étude fournit donc une simple approche permettant d'évaluer le rayonnement sonore pour un problème tridimensionnel et sera utile pour valider le rayonnement acoustique dans le cas de nacelle.

Quant à la diffraction, deux effets sont à prendre en compte : la diffraction due à la géométrie (arête ou coin) et celle due au milieu [13]. Trois différentes techniques de diffraction sont comparées par Knott et Senior [14]: la théorie géométrique de la diffraction (GTD), la théorie physique de la diffraction (PTD) et celle des courants équivalents. Les deux premières sont basées sur les travaux de Keller [15] en 1950 alors que la dernière est plus récente et utilise la prédiction de grands angles en champ lointain. L'avantage de la méthode GTD est la simplicité de la méthode qui va permettre d'isoler les éléments responsables de la dispersion et reste valide pour une autre diffraction qui aurait lieu après la première. L'amplitude en champ lointain correspond à la somme des contributions de chaque rayon, du coefficient de diffraction.

Comme toutes les méthodes de rayons, la méthode GTD trouve sa limite dans les zones où une infinité de rayons arrivent ensemble (zones caustiques). La méthode des courants équivalents quant à elle, permet de corriger les problèmes de la méthode GTD mais reste une correction caustique du GTD faite par intégration. La contribution de la diffraction va être représentée par une intégrale qui peut être facilement combinée avec la physique optique. Pour ce qui est de la méthode PTD, elle est basée sur une approximation du champ de surface mais dépend de certaines fonctions difficiles à obtenir. Cette méthode est donc moins complète que les deux autres.

Elle s'ajoute à toutes ces théories : La théorie uniforme de la diffraction (UTD) qui peut être vue comme une correction de la méthode de la théorie géométrique de la diffraction présentée précédemment. La méthode permet d'obtenir des solutions du problème de diffraction de Sommerfeld pour des cas relativement simples, contrairement à la GTD, qui elle s'appuie davantage sur des considérations physiques telles que le principe de Fermat et la conservation de l'énergie acoustique dans un cône de rayon. L'UTD est donc une extension de la GTD. Elle permet notamment de résoudre les problèmes de discontinuité du champ diffracté. L'approche est beaucoup plus mathématique que physique. Elle a été développée par [16].

Même si un certain nombre de personnes (voir dans la section suivante) se sont intéressées à la propagation des ondes dans les nacelles en se servant de différentes méthodes ou en prenant en compte la propagation directe et la réflexion voire la réfraction et les

interférences, l'ensemble de ces phénomènes n'a, pour l'instant, pas été pris en compte dans une même étude pour une modélisation plus réaliste de la propagation du bruit.

2.3 Inventaire des principaux codes d'acoustique géométrique

La méthode acoustique géométrique est aujourd'hui une méthode reconnue principalement pour la propagation extérieure et dans l'acoustique du bâtiment. Elle permet de réaliser des études dans plusieurs domaines et pour des configurations complexes contrairement aux méthodes classiques.

Candel en 1977 [17] fut le pionnier dans le domaine de l'aéroacoustique ayant développé un code numérique utilisant l'acoustique géométrique. Il ne prend cependant pas en compte l'intégration de matériaux absorbants dans des conduites de formes complexes. Son étude est réalisée dans une conduite cylindrique avec des écoulements bidimensionnels.

Kempton [18, 19, 20] a développé un code pour prédire le rayonnement en hautes fréquences des moteurs aéronautiques pour Rolls-Royce. Son étude porte sur de petites conduites cylindriques puis sur l'entrée d'air d'une nacelle et ne prend pas en compte l'effet de l'écoulement. Ses résultats sont validés par analyse modale et il présente une validation expérimentale. La dernière version de son code prend en compte les effets d'interférence et de diffraction mais pas celui de l'écoulement.

Boyd Kempton et Morfey [21] présentent les effets de négliger la diffraction et des interférences (i.e. sommation cohérente des champs acoustiques) en comparant la méthode géométrique avec la méthode modale pour des cas bafflé et non-bafflé pour une source monopolaire dans une conduite cylindrique semi-infini. Ils montrent ainsi qu'aux angles proches de 90° (par rapport à l'axe de la conduite) la solution géométrique est fautive lorsque la diffraction est négligée. Ils montrent de même que cette solution n'est valable dans l'axe de la conduite seulement pour des hautes fréquences si l'on ne prend pas en compte les interférences.

En acoustique des salles, Farina en 1995 dans son code RAMSETE [22, 23] utilise le lancer de faisceaux triangulaires ce qui permet de palier au problème de disparition des petits objets non détectés lors de l'utilisation de la méthode de lancer de rayons classique.

En outre, Revalor [8] en 2007, en collaboration avec Dassault Aviation, reprend les travaux de Candel [17] en prenant en compte cette fois-ci les traitements des surfaces, les écoulements uniformes ainsi qu'une couche limite au voisinage des parois. Il fait une description de la méthode des rayons décrites par Candel et évoque les différentes limites de celle-ci. Il compare la méthode avec celle de l'analyse modale dans le cas d'une propagation guidée puis avec la méthode BEM pour les cas de l'empennage d'un Falcon de Dassault Aviation et de l'avion au complet.

Par ailleurs, Matthias Lott [24] de l'université de Aachen a mis au point un code de lancer de rayons qui palie au problème d'uniformité des rayons lancés de sorte qu'ils balayent tout le milieu en question en optant pour le lancement initial de faisceau utilisant un icosaèdre.

Aussi, il utilise une combinaison de zones de détection triangulaire et circulaire. Autrement dit, un rayon est dit convergent s'il se situe dans l'intersection des zones de détection, comme décrit sur le schéma ci-dessous (Figure 2.1)

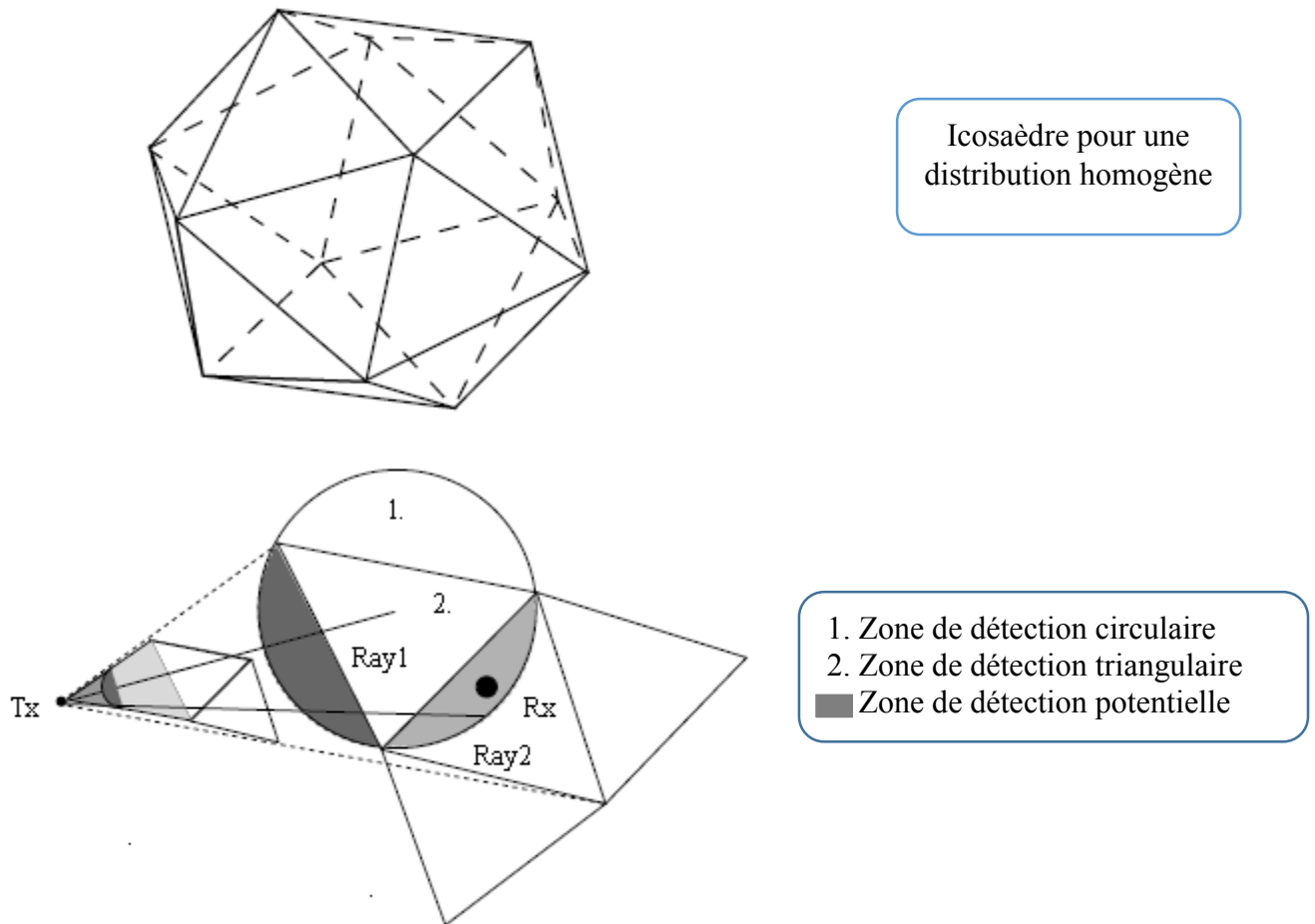


Figure 2.1 Schéma descriptif de la méthode de lancer de rayons de l'Université Aachen

Finalement, mentionnons le code commercial ICARE du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) qui s'applique à de nombreux domaines [25]. ICARE utilise une méthode hybride rayon/faisceau (lancer de faisceaux adaptatifs) et permet de travailler dans tout volume ainsi qu'à l'extérieur. Le code prend en compte les réflexions (y compris sur facettes courbes) et la diffraction. Les sources peuvent être ponctuelles ou surfaciques. ICARE fait suite à deux autres codes du CSTB : EPIDAURE et EBINAURE [26]. La méthode est complétée avec une sommation cohérente des rayons.

2.4 Discussion des codes géométriques au GAUS

Ce projet aboutit au développement d'un code de calcul basé sur la méthode géométrique. C'est une version améliorée de deux principaux codes antérieurs.

Le premier code a été développé par Rousset [27] et porte sur l'utilisation d'une méthode de lancer de rayons classique pour la simulation des effets d'installation (réflexions et diffractions des ondes sonores) des moteurs d'avion sur le bruit extérieur. Il donne en sortie les matrices d'atténuation selon chaque position de l'avion et à chaque fréquence. Ces matrices permettent de prendre en compte l'effet de masquage ou d'amplification dû à ces effets d'installation.

Il calcule dans un premier temps toutes les caractéristiques des rayons puis reconstruit le champ de pression en un ou plusieurs points, typiquement en champ lointain. Ce code est validé par l'étude de plusieurs cas de propagation à l'aide de la méthode des sources images et la méthode des éléments finis de frontière.

Son principe consiste à définir un maillage du domaine de propagation et des surfaces réfléchissantes, puis émettre des rayons depuis la source (Figure 2.2) et suivre leurs propagations jusqu'à ce qu'elles atteignent le récepteur (généralement une sphère de détection est utilisée pour cette fin). Les contributions de l'ensemble des rayons détectés sont ensuite combinées de manière cohérente (prise en compte des phases) ou non cohérente (somme des énergies) pour trouver le niveau de pression. Il permet de prendre en compte l'effet de courbure.

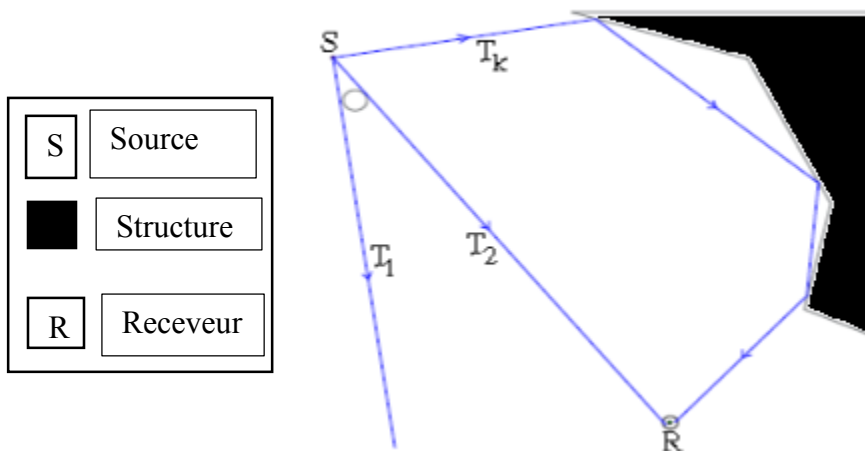


Figure 2.2 Méthode de lancer de rayons

Ses inconvénients se situent dans les erreurs de calcul dus à un pas de lancer de rayons arbitraire. Aussi les rayons sont lancés un par un ce qui ne permet pas de balayer l'ensemble de l'espace correctement. En outre quand un objet (obstacle) est trop petit par rapport à l'ouverture des angles, le rayon risque de le rater : phénomène d'alliassage. La base de la théorie des rayons utilisée dans son travail, est présentée par Atalla en 1991 [28] et Dabin en 1999 [29].

Quant au deuxième code [2], il est basé sur la méthode des faisceaux pyramidaux proche de celle développée par le centre scientifique et technique du bâtiment dans son code Icare. Il fonctionne en 3D. L'approche a été similairement utilisée par Farina [23] et Vermet [30].

Cette version palie à certains problèmes de l'ancien code. Cependant, au lieu de lancer un rayon après l'autre, trois rayons formant un tétraèdre (Figure 2.3) sont propagés simultanément. Ceci permet de balayer l'ensemble de l'espace correctement et de s'affranchir des angles de lancement. Lors de la propagation, le tétraèdre devient ensuite un pentaèdre après la première réflexion. On propage le faisceau jusqu'à détection du récepteur à l'intérieur du faisceau ou bien jusqu'à perte de celui-ci à l'infini.

Lorsque le récepteur est détecté, le tétraèdre initial est subdivisé en quatre nouveaux tétraèdres jusqu'à ce qu'un des rayons atteigne un critère de convergence : un des rayons atteint une sphère de réception autour du receveur par exemple. L'amplitude et la phase de chaque rayon sont déterminées comme dans le lancer classique de rayons.

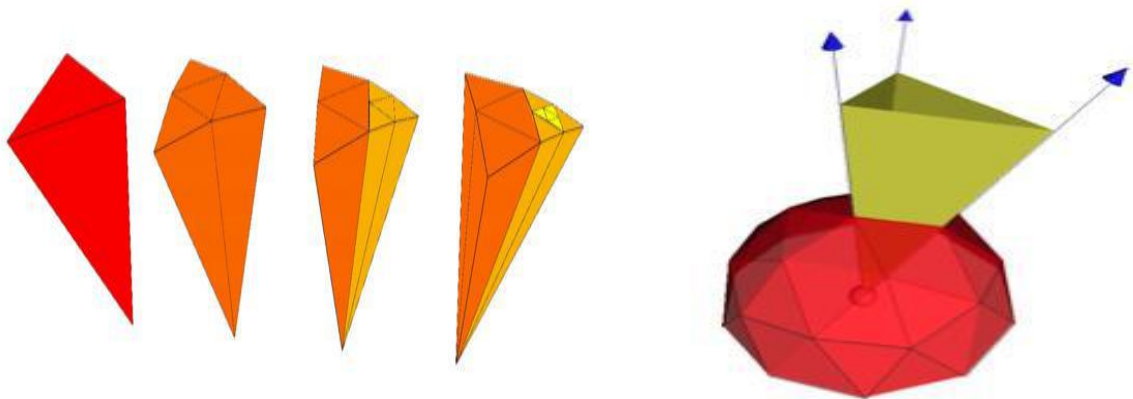


Figure 2.3 Lancer de faisceaux pyramidaux

Le code a été validé pour des cas canoniques tels que les plaques sans prise en compte de la courbure et sans traitement absorbant.

Dans ce code, on considère un champ créé par une source monopolaire et il permet de prendre en compte la diffraction d'ordre 1 (quand un rayon non réfléchi arrive sur une arête diffractante, il est propagé directement jusqu'au receveur). Ces arêtes (dites diffractantes) doivent être définies au préalable, ensuite délimitées puis regroupées.

Les chemins les plus courts entre la source et le receveur passant par chacun des segments d'arêtes diffractantes sont ensuite déterminés grâce au principe de Fermat. Ce dernier postule que le temps de parcours d'une onde pour joindre deux points fixés est minimal.

Enfin la pression diffractée par chaque arête ou l'atténuation due à l'obstacle connaissant les points de diffraction est calculée. Les amplitudes et phases de ces rayons diffractés sont obtenues à partir de développements asymptotiques de solutions rigoureuses de certains problèmes de diffraction à l'aide de différentes théories de diffraction (Lam-Fresnel, Pierce, GTD, UTD, Sommerfeld).

2.5 Méthodes de validation

Pour valider notre code basé sur l'approche géométrique, plusieurs méthodes seront utilisées en l'occurrence : la méthode modale pour la propagation en conduit de géométrie simple et les méthodes FEM et BEM pour des géométries complexes ou encore pour le rayonnement extérieur et l'effet de diffraction.

L'analyse modale ne permet pas de travailler en hautes fréquences avec des géométries complexes ainsi qu'en milieu non-homogène [3]. Cependant, cette méthode permet de construire dans certains cas idéaux des solutions analytiques exactes. On peut prendre l'exemple de la propagation dans les guides d'ondes qui permet, pour une géométrie simple, de reconstruire assez facilement le champ acoustique. Cette méthode est idéale en basses fréquences mais devient fastidieuse à partir des moyennes fréquences. Pour des géométries et configurations complexes (par exemple, cas du rayonnement d'un monopole dans une conduite traitée acoustiquement), les méthodes FEM et BEM seront utilisées.

Ces méthodes (ou plus précisément les codes commerciaux VA-One et Comsol Multiphysics) sont toutefois limitées à des milieux homogènes. Leur domaine de validité est limité aux basses fréquences dans notre application puisqu'elles demandent une discrétisation fine des surfaces très grandes en hautes fréquences. En effet, pour les fréquences d'intérêt pratique : [50-10 000] Hz, les longueurs d'ondes peuvent varier entre le centimètre et le mètre alors que la taille d'une nacelle est de l'ordre de quelques mètres. Qui plus est le maillage doit capturer la courbure de la nacelle. On comprend donc que pour les méthodes utilisant FEM, le temps de calcul sera très grand.

CHAPITRE 3: Acoustique géométrique

3.1 Présentation de la méthode

La méthode des rayons est utilisée pour l'étude en hautes fréquences de la propagation acoustique. Elle permet de prévoir le comportement de la propagation dans des milieux non homogènes, en mouvement [29], lentement variables dans le temps et l'espace en associant à une surface d'onde un rayon fictif.

Le rayon est défini comme une trajectoire perpendiculaire à la surface d'onde en chaque point de laquelle sont associées l'amplitude et la phase de la perturbation qu'il représente. Pour une onde plane, il est aisé de trouver ce rayon (la direction de propagation et l'amplitude étant constantes dans tout l'espace).

Afin de résoudre un problème de propagation avec la méthode géométrique il faut :

- Établir la relation de dispersion entre la pulsation et le vecteur d'onde;
- Résoudre cette équation par la méthode des caractéristiques afin d'obtenir la trajectoire du rayon;
- Appliquer une loi de conservation (invariance de l'action d'onde le long du rayon) afin d'obtenir l'amplitude du champ.

3.2 Théorie de la méthode des rayons

3.2.1 Équations des rayons

Les équations fondamentales

On définit σ_t l'entropie adimensionnelle par unité de masse, p_t , ρ_t et v_t la pression, la masse volumique et la vitesse totales du fluide. On écrit les équations de conservation de la masse (Eq.(3.1)), de la quantité de mouvement (Eq.(3.2)) et de l'entropie (Eq.(3.3)) pour un fluide non dissipatif (viscosité nulle).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho_t \vec{v}_t) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overline{\overline{\text{grad}}} \vec{v}_t + \frac{1}{\rho_t} \overline{\overline{\text{grad}}} p_t = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overline{\overline{\text{grad}}} \sigma_t = 0 \quad (3.3)$$

On ajoute à ces équations l'hypothèse de bivariance du fluide, c'est-à-dire qu'il peut être décrit par deux variables thermodynamiques.

$$p_t = f(\rho_t, \sigma_t) \quad (3.4)$$

La méthode des caractéristiques

On décrit le phénomène sous la forme d'une superposition d'un phénomène d'entraînement et un phénomène acoustique

$$p_t = p_e + p \quad (3.5)$$

$$\rho_t = \rho_e + \rho \quad (3.6)$$

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma \quad (3.7)$$

$$\vec{v}_t = \vec{v}_e + \vec{v} \quad (3.8)$$

L'indice (e) désigne les quantités moyennes instationnaires (non acoustiques) et les quantités de faible amplitude, sont associées à la perturbation acoustique. On linéarise les équations et on obtient les équations de base de mouvement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overline{\overline{\text{grad}}} \rho + \vec{v} \cdot \overline{\overline{\text{grad}}} \rho_e + \rho_e \text{div} \vec{v} + \rho \text{div} \vec{v}_e = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{v}_e + \vec{v}_e \cdot \overline{\text{grad}} \vec{v} + \frac{1}{\rho_e} \overline{\text{grad}} p - \frac{\rho}{\rho_e} \overline{\text{grad}} p_e = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overline{\text{grad}} \sigma_e + \vec{v}_e \cdot \overline{\text{grad}} \sigma = 0 \quad (3.11)$$

$$p = \left[\frac{\partial p_e}{\partial \rho_e} \right]_{\sigma_e} \rho + \left[\frac{\partial p_e}{\partial \sigma_e} \right]_{\rho_e} \sigma \quad (3.12)$$

On définit c la célérité adiabatique et α_e le coefficient de dilatation de la façon suivante :

$$c^2 = \left[\frac{\partial p_e}{\partial \rho_e} \right]_{\sigma_e} \quad \text{et} \quad \alpha_e = \left[\frac{\partial p_e}{\partial \sigma_e} \right]_{\rho_e}$$

L'équation (3.12) devient alors :

$$\mathbf{p} = c^2 \rho + \alpha_e \sigma \quad (3.13)$$

Dans les équations précédentes, la variable ρ est remplacée par son expression déduite de l'équation. On peut ensuite réécrire les équations telles que :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overline{\text{grad}} \right) p + \rho_e c^2 \text{div} \vec{v} = 0_1^e \quad (3.14)$$

avec : $0_1^e = -(p - \alpha_e \sigma) \left[c^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overline{\text{grad}} \right) \frac{1}{c^2} + \text{div} \vec{v}_e \right]$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overline{\text{grad}} \right) \vec{v} + \frac{1}{\rho_e} \overline{\text{grad}} p = 0_2^e \quad (3.15)$$

$$\text{avec : } 0_2^e = -(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e) + \frac{p - \alpha_e \sigma}{\rho_e c^2} \overrightarrow{\text{grad}} p_e$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \sigma = -\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_e \quad (3.16)$$

On résout le système d'équations ci-dessus pour un milieu indépendant du temps par la méthode des caractéristiques, décrite par Bruneau [31]. La solution est de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} p \\ \vec{v} \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_a(\vec{r}, t) \\ \vec{V}_a(\vec{r}, t) \\ \sum_a(\vec{r}, t) \end{pmatrix} e^{j\psi(\vec{r}, t)} \quad (3.17)$$

Où \vec{r} est la position d'un point sur le front d'onde repérée par rapport à la position de la source. La phase ψ est égale à $\omega(\tau(\vec{r}) - t)$ tel que ω désigne la fréquence angulaire de la source et $\tau(\vec{r})$ est le temps mis par le front d'onde à parcourir. Les amplitudes réelles, d'indice (a), sont des fonctions lentement variables de l'espace et du temps t. La phase ψ est une fonction réelle de \vec{r} et t.

Elle s'écrit au premier ordre de la façon suivante :

$$\psi = \psi_0 + \vec{r} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \psi + \frac{\partial \psi}{\partial t} \cdot t \quad (3.18)$$

Où ψ_0 dépend du choix de l'origine des phases. On définit un vecteur d'onde local $\vec{k}(\vec{r}, t) = -\overrightarrow{\text{grad}}(\psi)$ et une fréquence locale $\omega(\vec{r}, t) = \frac{\partial \psi}{\partial t}$. La quantité ψ porte le nom d'iconal.

La substitution des équations (3.17) et (3.18) dans (3.13) suivie de manipulations algébriques mènent à la relation de dispersion ou équation iconale, (3.19).

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e) \left[(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e) - k^2 c^2 \right] = 0 \quad (3.19)$$

Avec \vec{k} le vecteur d'onde et ω la fréquence angulaire de l'onde approximée comme plane localement.

Cette relation possède deux types de solutions : les modes tourbillonnaires et le mode entropique (première partie du membre de gauche) que nous n'étudierons pas et les modes acoustiques caractérisés par la solution double de l'équation (3.20).

$$(\omega - \vec{k}\vec{v}_e)^2 = k^2 c^2 \quad (3.20)$$

La relation de dispersion ou l'équation iconale s'écrit alors :

$$\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}_e + kc \quad (3.21)$$

Sur un front d'onde de phase constante défini par \vec{x} et t , la vitesse de groupe s'écrit de la façon suivante [3] :

$$\vec{C}_g = \frac{\partial \omega(\vec{k}, \vec{x})}{\partial \vec{k}} \quad (3.22)$$

On pose l'opérateur dérivée particulière comme le suivant :

$$d_c^t = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{C}_g \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \quad (3.23)$$

On utilise la méthode des caractéristiques présentée par Felsen et Macuvitz [32] et on obtient les équations des rayons (Équations (3.24), (3.25), (3.26) et (3.27)).

$$d_c^t \vec{x} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} c + \vec{v}_e = \vec{C}_g \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) détermine la vitesse de groupe de propagation des ondes.

$$d_c^t \vec{k} = -\vec{k} \overrightarrow{\text{grad}} c - \vec{k} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e \quad (3.25)$$

L'équation (3.25) donne la loi qui gouverne la réfraction des rayons. Le premier terme du membre de droite représente la réfraction due au changement de propriétés du fluide et le second terme, celle due au gradient de vitesse dans le fluide. Les équations (3.24) et (3.25) permettent de construire la trajectoire du rayon.

$$d_c^t \omega = k \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} \quad (3.26)$$

L'équation (3.26) tient compte des variations temporelles des propriétés du milieu de propagation. Elle est nulle si le milieu est indépendant du temps (Écoulement permanent).

$$d_c^t \Psi = 0 \quad (3.27)$$

L'équation (3.27) prouve l'invariance de la phase sur un front d'onde.

3.2.2 Forme adimensionnelle des équations des rayons

On définit la célérité de référence du milieu et on pose $N = \frac{c_0}{c}$ l'indice de réfraction local,

$\overline{M} = \frac{\vec{v}_e}{\omega}$ le nombre de Mach local, $\vec{k} = \frac{\vec{k}c_0}{\omega}$ le vecteur d'onde adimensionnel, $\vec{n} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|}$ le

vecteur normal unitaire et la dérivée $d_s = \frac{d_t^c}{c_0}$.

Les équations des rayons ((3.24),(3.25) et (3.20)) sous forme adimensionnelle deviennent alors égales à :

$$d_s \vec{x} = \frac{1}{N} (\vec{n} + \overline{M}) = \frac{\vec{C}_g}{c_0} \quad (3.28)$$

$$d_s \vec{k} = \frac{1}{N} (\overline{\text{grad}} N - \vec{k} \overline{\text{grad}} \overline{M}) \quad (3.29)$$

$$N = \tilde{k} (1 + \overline{M} \cdot \vec{n}) \quad (3.30)$$

3.2.3 Temps de propagation

On doit rajouter l'équation différentielle temporelle de propagation que l'on peut démontrer à l'aide de la relation entre le vecteur d'onde et la phase.

$$d_c^t \tau = 1 \quad (3.31)$$

3.2.4 Calcul de l'amplitude du champ

Pour déterminer le terme dominant de l'amplitude du champ, on utilise la propriété de conservation de l'action d'onde le long du rayon. Pour cela, il faut calculer la section du tube de rayon. On choisit la méthode des géodésiques pour effectuer ce calcul [17].

Équation de conservation

L'action d'onde $A_0 = \frac{\pi^2}{\rho k c^3}$ contenue dans un paquet d'ondes, ou un tube de rayon de section δa , est conservée le long de la trajectoire caractéristique du rayon. En utilisant cette propriété, on détermine l'équation de conservation sous la forme :

$$\frac{\pi^2 C_g \delta a(t)}{\rho k c^3} = C_s^2 \quad (3.32)$$

où C_s est une constante dépendant des valeurs initiales.

Calcul de la section du tube de rayon δa

Afin d'utiliser l'équation (3.32), il faut calculer la variation de δa le long de chaque rayon. On utilise la méthode des géodésiques. Candel [17] montre que δa peut être mis en relation avec une section élémentaire du front d'onde $\delta \Sigma$ de la façon suivante :

$$\delta a = \delta \Sigma \frac{\vec{k} \cdot \vec{C}_g}{k C_g} \delta \Sigma \cos(\vec{k}, \vec{C}_g) \quad (3.33)$$

Quant à $\delta \Sigma$, elle se déduit de :

$$\delta \Sigma = \vec{R}_\theta \wedge \vec{R}_\alpha \quad (3.34)$$

où \vec{R}_θ et \vec{R}_α sont appelés les éléments géodésiques du front d'onde dans l'espace (Figure 3.1).

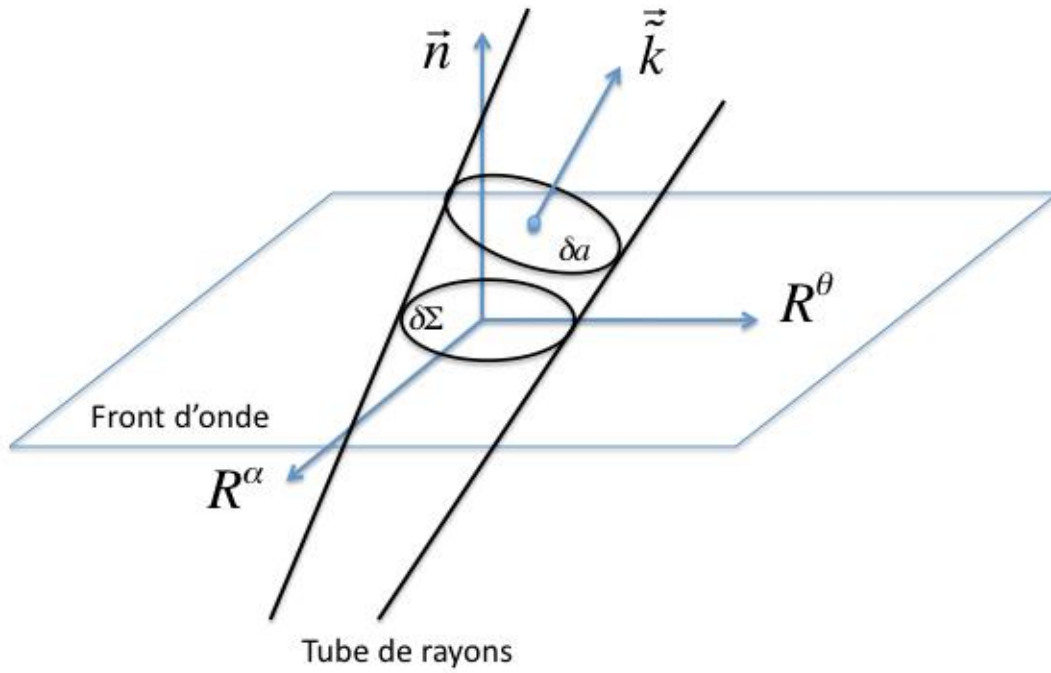


Figure 3.1 Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde

On les définit par :

$$\bar{R}_\theta = \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.35)$$

$$\bar{R}_\alpha = \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.36)$$

On définit aussi les conjugués des éléments géodésiques par :

$$\bar{Q}_\theta = \left(\frac{\partial \bar{k}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.37)$$

$$\bar{Q}_\alpha = \left(\frac{\partial \bar{k}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.38)$$

On obtient, après réarrangements des équations, le système suivant de douze équations différentielles;

$$\frac{dR_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N\tilde{k}} [Q_i - n_i n_j Q_j] - \frac{n_i + n_j}{N^2} R_j \frac{\partial N}{\partial x_j} + \frac{1}{N} R_j \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \quad (3.39)$$

$$\frac{dQ_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N} \left[R_j \frac{\partial^2 N}{\partial x_i \partial x_j} - \tilde{k}_i \frac{\partial^2 M_i}{\partial x_i \partial x_j} R_j - Q_j \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] - \frac{1}{N^2} R_j \frac{\partial N}{\partial x_j} \left[\frac{\partial N}{\partial x_i} - \tilde{k}_i \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.40)$$

Avec $i, j=1, 2$ et 3 .

Pour un milieu indépendant du temps, la construction d'une solution géométrique du premier ordre se réduit à l'intégration d'un système de dix-neuf équations différentielles (six décrivant le rayon (3.29) et (3.30), douze fournies par $\delta \Sigma$ ((3.39) et (3.40)) et une provenant de l'équation du temps de propagation (3.31)).

3.2.5 Conditions initiales

Afin de résoudre complètement le système d'équations décrit précédemment, il faut déterminer les conditions initiales du problème.

Si on considère le cas d'une source ponctuelle, on a :

$$q(\vec{x}, \omega) = -A\delta(\vec{x} - \vec{x}_0)e^{-i\omega t} \quad (3.41)$$

On prend la source comme origine des phases ce qui nous permet d'obtenir directement les données initiales du rayon.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 \quad (3.42)$$

$$\psi = 0 \quad (3.43)$$

Tous les rayons vont donc être émis depuis la source ponctuelle. L'amplitude de chaque rayon va être donnée par l'équation iconale adimensionnée (3.30) et sa direction est donnée par les deux angles sphériques α_0 et θ_0 tel que sur la Figure 3.2 .

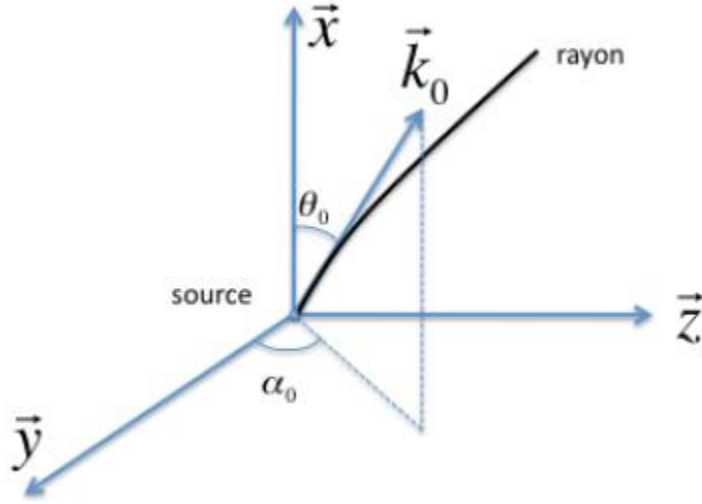


Figure 3.2 Conditions initiales du rayon

L'expression du vecteur d'onde (coefficient directeur du rayon) est la suivante :

$$\vec{k} = \frac{N_0}{1 + n_0 M_0} \vec{n}_0 \quad (3.44)$$

Avec $\vec{n}_0 = f(\cos \theta_0, \cos \alpha_0 \cdot \sin \theta_0, \sin \alpha_0 \sin \theta_0)$.

On cherche les conditions initiales sur les éléments géodésiques, en utilisant un \vec{x} proche de l'origine et suite à quelques développements limités. On trouve :

$$\vec{R}_\theta(0) = \vec{R}_\alpha(0) = \vec{0}$$

Quant aux éléments géodésiques conjugués, on arrive aux conditions initiales en faisant le même raisonnement avec \vec{k} :

$$\begin{aligned} Q_\theta^1(0) &= f_\theta^0 \cos \theta_0 - \tilde{k}_0 \sin \theta_0 \\ Q_\theta^2(0) &= f_\theta^0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 - \tilde{k}_0 \cos \theta_0 \cos \alpha_0 \\ Q_\theta^3(0) &= f_\theta^0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 - \tilde{k}_0 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \\ Q_\alpha^1(0) &= f_\alpha^0 \cos \theta_0 \\ Q_\alpha^2(0) &= f_\alpha^0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 - \tilde{k}_0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \\ Q_\alpha^3(0) &= f_\alpha^0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 - \tilde{k}_0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

avec

$$\begin{aligned} f_0^0 &= M_1 \sin \theta_0 - M_2 \cos \theta_0 \cos \alpha_0 - M_3 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \frac{\tilde{k}_0}{N^2} \\ f_\alpha^0 &= (M_2 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 - M_3 \sin \theta_0 \cos \alpha_0) \frac{\tilde{k}_0}{N^2} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Il reste à déterminer la constante d'amplitude C_s .

Par définition, $\delta a(0)$ est nul à la source. On approxime donc le vecteur d'onde, Q_θ et Q_α par leurs valeurs initiales décrites plus haut et on trouve la relation donnée par [28] :

$$C_s(\theta_0, \alpha_0) = \frac{A}{4\pi C_g k N \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \theta}} \sqrt{\frac{|\sin \theta_0| k_0 c_0}{\rho(\vec{x}_0) c(\vec{x}_0)}} \quad (3.47)$$

avec

$$\sin^2 \theta = 1 - \left[\frac{c}{c_g} \left(\frac{\vec{n}_0 \cdot \vec{M}_0}{M_0} + M_0 \right) \right]^2 \quad (3.48)$$

où A est l'amplitude de la source et $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$

On reporte ensuite ce résultat dans l'équation (3.32) pour déterminer Π , l'amplitude initiale du rayon.

$$\Pi = C_s^2(\theta_0, \alpha_0) \sqrt{\frac{\rho(\vec{x}(t)) c^3(\vec{x}(t)) k}{|C_g(\vec{x}(t))| \delta a(t)}} \quad (3.49)$$

3.2.6 Conditions de validité

La méthode d'acoustique géométrique est une méthode pour les moyennes et hautes fréquences.

La fréquence minimum ω_0 pour laquelle la méthode est valide, dépend du milieu dans lequel on se trouve. Le domaine fréquentiel diminue lorsque les gradients de vitesse dans le milieu augmentent. La fréquence minimale est liée à la longueur caractéristique l_0 du milieu par la relation suivante [28] :

$$l_0 \omega_0 = c_0 \quad (3.50)$$

où c_0 est la vitesse de référence du milieu.

Il faut donc trouver la longueur caractéristique maximale du milieu. La longueur caractéristique d'un milieu lentement variable est définie par :

$$l_0 \cong \min \left(\left| \frac{c_0}{\overline{\text{grad} c}} \right|, \left| \frac{v}{\overline{\text{grad} v_e}} \right|, \xi \right) \quad (3.51)$$

Où v_e est la vitesse moyenne du fluide, $\overline{\text{grad} v_e}$ et $\overline{\text{grad} c}$ sont leurs gradients maximaux. S'il existe une forme dispersive de rayon de courbure ξ , son rayon devra être pris en compte dans le calcul de la longueur caractéristique.

L'hypothèse principale est de vérifier que la longueur d'onde est très petite devant la longueur caractéristique du milieu :

$$\frac{\lambda}{l_0} \ll 2\pi \quad (3.52)$$

En utilisant l'hypothèse ci-dessus dans (3.51), on peut définir la fréquence minimale ω_0 du milieu

$$\omega_0 \cong \max \left(\left| \overline{\text{grad} c} \right|, \left| \frac{\overline{\text{grad} v_e}}{M} \right|, \frac{c_0}{\xi} \right) \quad (3.53)$$

avec $M = \frac{v}{c_0}$

L'acoustique géométrique va donc être valable pour les fréquences telles que :

$$\omega_0 \ll \omega \quad (3.54)$$

3.2.7 Condition de Fresnel

L'acoustique géométrique doit de plus respecter la condition de Fresnel. Cette condition dit que la distance entre le point source et le receveur ne doit pas dépasser une certaine limite. Cette limite D_{\max} est définie par :

$$D_{\max} = \frac{l_0^2}{\lambda} \quad (3.55)$$

Dans le cas d'un milieu homogène, la distance et la longueur caractéristique sont infinies.

3.3 Implantation du code géométrique

Cette section a pour but de décrire l'implantation de la méthode utilisée dans le code GANN.

Il s'agit d'une approche asymptotique hautes-fréquences utilisant le lancer de faisceaux pyramidaux.

Le code traite aussi bien la propagation des faisceaux dans l'environnement d'étude que le post-traitement, et ce pour des simulations interne et externe du bruit.

Le code opère avec une source ponctuelle, bien que le code puisse prendre en compte plusieurs sources ponctuelles.

3.3.1 Création d'une base de données

Avant de procéder à la division de la source suivie de la propagation des faisceaux, les paramètres d'entrée de simulation du problème ainsi que ceux pour décrire la géométrie sont définis de façon cohérente. Une base de données est alors créée. Elle contient l'ensemble des informations de l'étude.

La géométrie est définie à partir d'un maillage tridimensionnel d'éléments 2D QUAD ou TRIA. De plus, on définit le fluide du milieu de propagation. On peut rajouter aussi de l'amortissement au milieu en rajoutant une partie imaginaire à la vitesse du son. L'atténuation atmosphérique peut être prise en compte ou non. Elle est calculée à partir de la température en degré Fahrenheit et le taux d'humidité.

Ensuite, la source est définie à partir de ses coordonnées spatiales et l'amplitude de la source.

Le code permet de définir une directivité de la source ainsi que d'ajouter des traitements acoustiques aux surfaces. Dans le cas où l'on veut appliquer un traitement acoustique à une surface ou une directivité à la source, on doit fournir au code un spectre ou un lien vers un fichier contenant le spectre, sans oublier d'identifier les éléments traités.

Les résultats sont disponibles sur tout le domaine fréquentiel en bandes fines ou alors moyennés en 1/3 d'octave. Les fréquences minimale et maximale sont donc à définir.

3.3.2 Maillage de l'angle solide de la source

Les options de maillage de l'angle solide autour de la source sont à utiliser avec précaution. En effet, dépendamment de l'étude (milieu fermé, effets d'installation), le choix de l'option va influencer beaucoup sur le temps de calcul et sur la précision des résultats.

Option 1 : Elle permet de lancer des faisceaux dans tout l'espace. Les faisceaux vont être répartis sur une sphère. On choisit dans le fichier d'entrée le nombre de triangle maillant la sphère. La Figure 3.3 illustre le maillage d'une sphère.

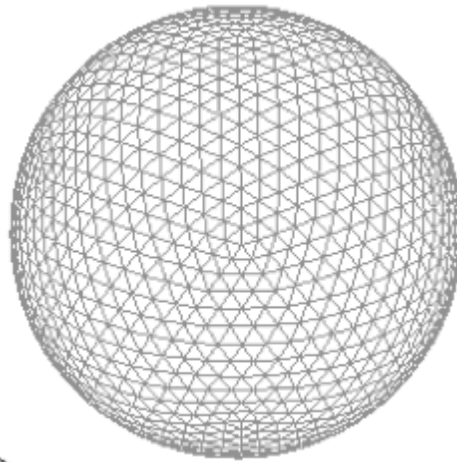


Figure 3.3 Sphère maillée en éléments triangulaires

Option 2 : identique à l'option 1 sauf que l'on lance des faisceaux seulement sur la moitié de l'espace (**demi-sphère**). La Figure 3.4 illustre le maillage d'une demi-sphère.

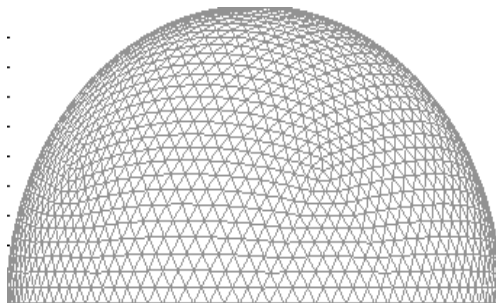


Figure 3.4 Demi-sphère maillée en éléments triangulaires

Option 3 : Elle permet de mailler chaque élément de la géométrie en TRIA (Figure 3.5). Les éléments maillés définissent alors les faisceaux. La taille de chaque maille est dépendante du plus petit côté de l'élément considéré.

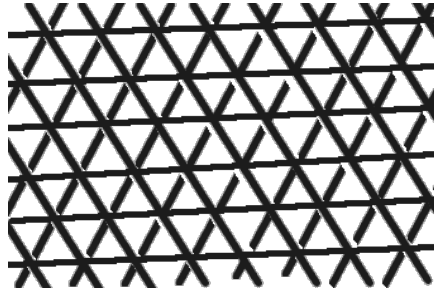


Figure 3.5 Partie d'une géométrie maillée en éléments triangulaires

Option 4 : Elle est identique à l'option 3 mais permet de réaliser le maillage via un mailleur extérieur au code.

Option 5 : Elle permet pour des cas où on ne veut prendre en compte qu'une ou deux réflexions sur les éléments (par exemple les effets d'installation). Le maillage dans ce cas est grossier.

Pour une étude dans un espace fermé (cube, salle, enclouissement) ou semi-fermé (conduite, nacelle, ...), on utilise les options 1. 2 ou 3. Plusieurs rayons sont nécessaires pour obtenir la convergence des résultats.

Cependant pour une étude en espace libre (effets d'installation), on opte pour les options 3, 4 ou 5.

3.3.3 Subdivision des faisceaux

La subdivision a lieu dans 2 cas :

- Lorsqu'un tétraèdre ou un pentaèdre contient le receveur (les 3 rayons ont la même histoire) : on subdivise le tétraèdre initial (à partir de la source) pour mieux localiser le récepteur;
- Lorsqu'un obstacle se trouve partiellement à l'intérieur du tétraèdre ou du pentaèdre ou simplement lorsque les 3 rayons rencontrent des obstacles (éléments différents), le tétraèdre initial est subdivisé.

Lorsqu'un faisceau est convergent mais ne satisfait pas le critère de convergence fixé au centième d'une longueur d'onde $\left(\frac{\lambda}{100}\right)$ ou que l'histoire de ses 3 rayons n'est pas la même, il va être subdivisé en 4 nouveaux faisceaux (Figure 3.6). Cependant, on subdivise seulement un certain nombre de fois (nombre arbitraire) pour éviter un calcul trop long.

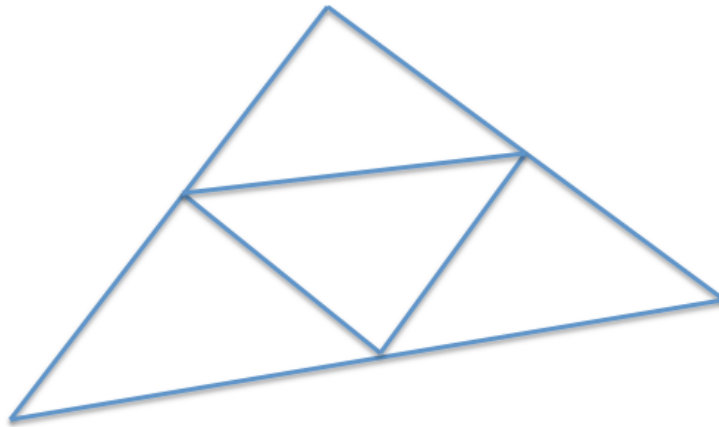


Figure 3.6 Subdivision en 4 nouveaux faisceaux

3.3.4 Propagation des faisceaux

La propagation d'un faisceau se fait en propageant dans l'espace simultanément ses 3 rayons. On se retrouve après la propagation avec un faisceau qui sera perdu, convergent (receveur détecté), ou ses 3 rayons auront une histoire différente.

En effet le code permet de calculer le trajet des trois rayons. Tant que le rayon va être réfléchi avec les éléments de la géométrie, on continue de le propager.

Cependant, une limite est fixée pour éviter un trop grand nombre de réflexions (nombre de réflexions maximales).

Après chaque réflexion, l'angle d'incidence est calculé et les 19 équations sont recalculées (nouvelle position, direction, nouveaux éléments géodésiques).

Ensuite, on enregistre l'élément touché par le faisceau afin de l'enlever de la liste des éléments lors de la recherche d'intersection pour la prochaine réflexion.

Cette propagation peut être décrite par l'algorithme suivant (Figure 3.7)

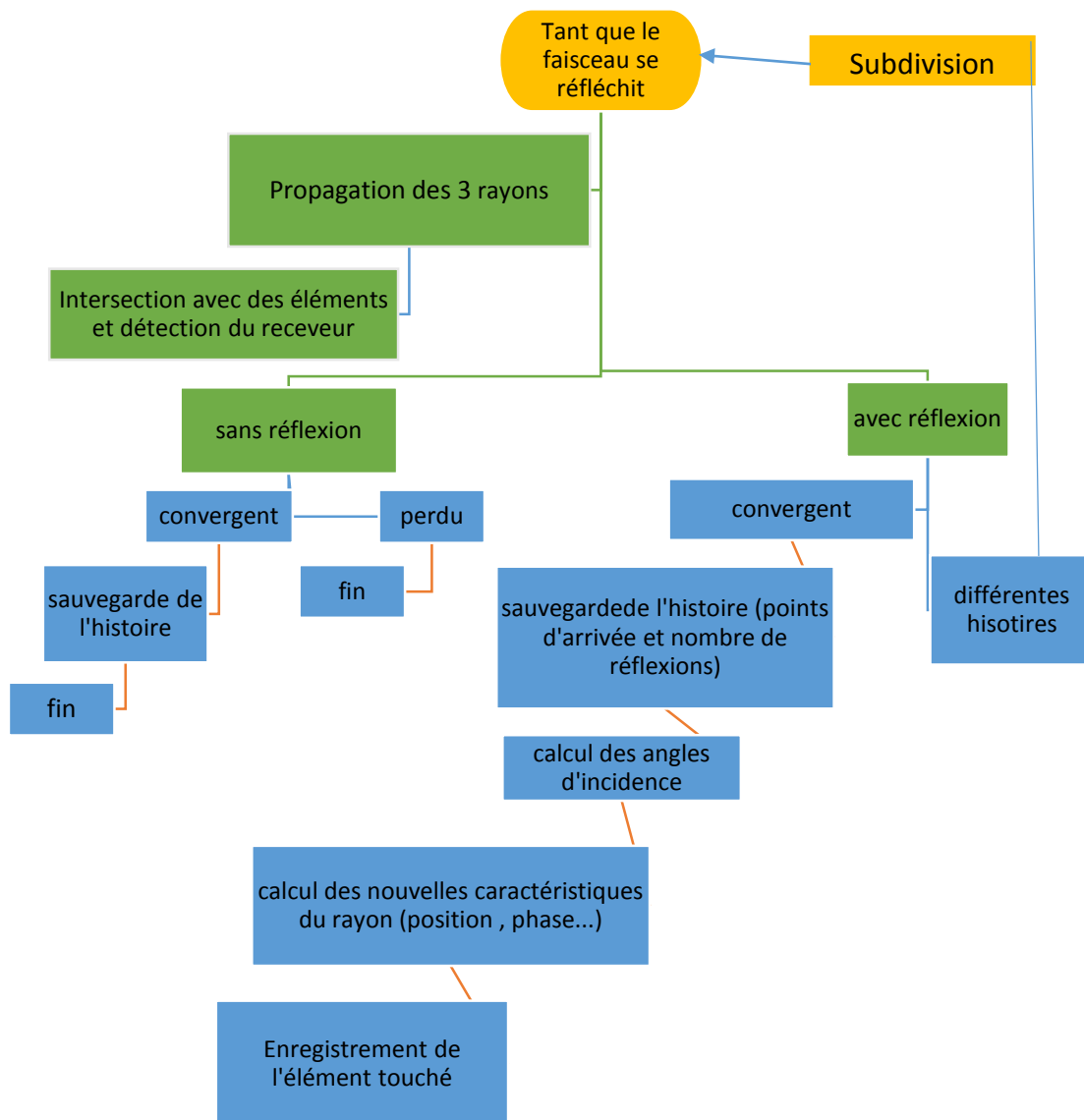


Figure 3.7 Algorithme de propagation de faisceaux

3.3.5 Détection des intersections

Avant le calcul de la nouvelle position du faisceau, la détection des possibles intersections avec les éléments triangulaires ou rectangulaires de la structure est effectuée.

On vérifie si les 3 rayons du faisceau intersectent un des éléments de la géométrie (on parcourt tous les éléments ayant une possibilité d'intersection avec plusieurs éléments). Si on trouve plusieurs intersections, on garde la première intersection (comparaison des temps de propagation).

Lorsque l'élément intersecté est déterminé, la distance entre le point d'origine (point précédent) et le point de réflexion (t) est calculée, la normale à l'élément et son numéro sont sauvegardés pour les utiliser ultérieurement.

Si aucun élément n'est intercepté par le faisceau, afin de vérifier si le receveur se trouve à l'intérieur du faisceau, on le stoppe sur un "grand cube" englobant la géométrie. La valeur est arbitraire et peut être modifiée par l'utilisateur du code.

3.3.6 Gestion de réception de plusieurs micros

Dans le cas où plusieurs micros sont envisagés (Figure 3.8), le code gère leur réception en procédant ainsi :

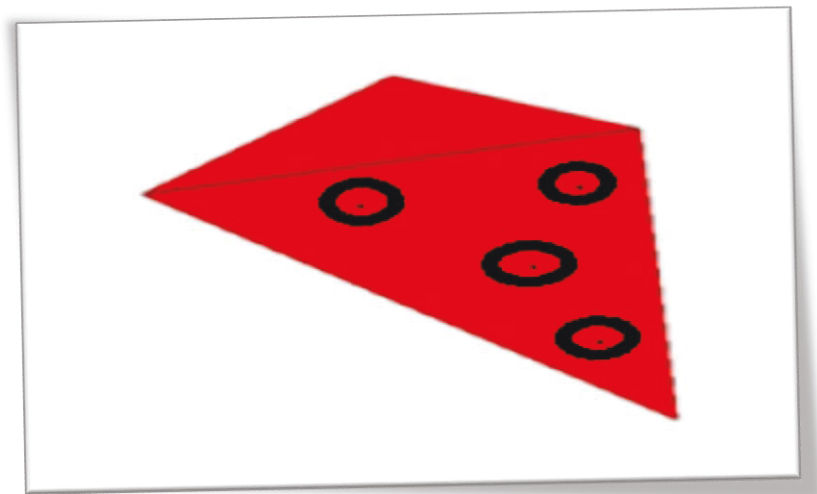


Figure 3.8 Détection de plusieurs récepteurs

- Vérifier si les 3 rayons du faisceau coupent une des sphères de réception.
- Calculer les coordonnées de points appartenant aux rayons convergents les plus proches des centres des sphères dont les centres représentent des receveurs. Ce calcul est effectué de la manière suivante (Figure 3.9).

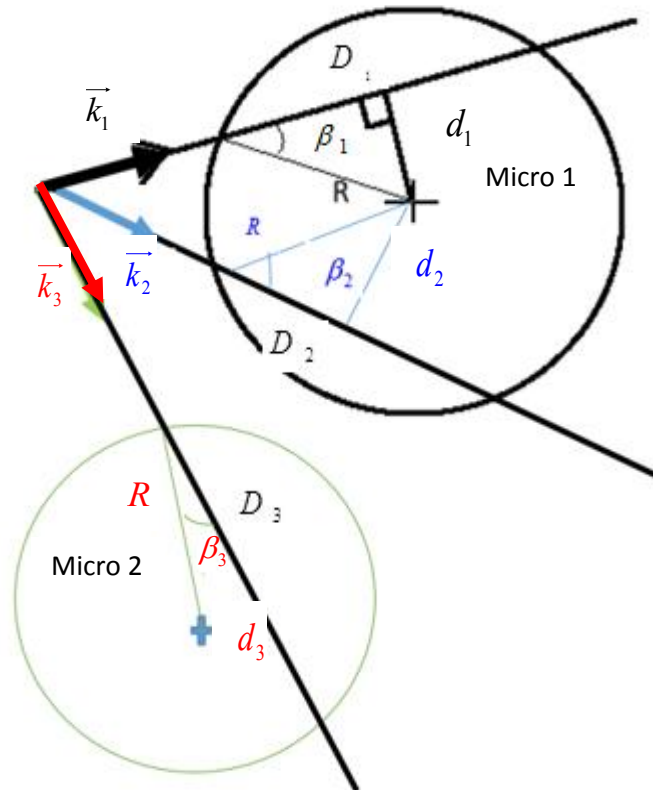


Figure 3.9 Calcul des points les plus proches des receveurs (centres des sphères)

avec :

$$\begin{aligned} \|\vec{D}_1\| &= R \cos \beta_1 \|\vec{k}_1\| \\ \|\vec{D}_2\| &= R \cos \beta_2 \|\vec{k}_2\|. \\ \|\vec{D}_3\| &= R \cos \beta_3 \|\vec{k}_3\| \end{aligned}$$

3.3.7 Post-traitement

Dans la version actuelle du code, plusieurs sorties peuvent être envisagées. En effet, à partir d'une sommation cohérente de l'amplitude des rayons convergents et de leurs phases, on remonte au champ de pression.

De plus, l'implantation de la gestion de plusieurs micros ainsi que l'approche de rayonnement semi-analytique de Rayleigh permettent de remonter à la pression en champ lointain.

En outre, dans le cas où on applique un traitement acoustique, il est possible de déterminer la perte par insertion.

CHAPITRE 4: Exemples de validation

4.1 Cavité de section rectangulaire

Dans l'optique de valider le code géométrique, une étude d'une salle close a été réalisée.

Ici, on compare quatre méthodes à savoir : la méthode géométrique, l'analyse modale, la méthode des sources images et la méthode énergétique SEA.

Considérons une cavité rectangulaire (Figure 4.1) de dimensions 1m x 1m x 1m ($L_x \times L_y \times L_z$). Le système de coordonnées cartésien est centré au coin bas gauche de la cavité. Un monopole est placé dans un premier cas au point ($L_x/5, L_y/5, L_z/3$) et dans un deuxième cas au point ($L_x/5, L_y/3, 2L_z/3$).

On s'intéresse au niveau de pression SPL au point ($3L_x/5, 4L_y/5$ et $4L_z/5$).

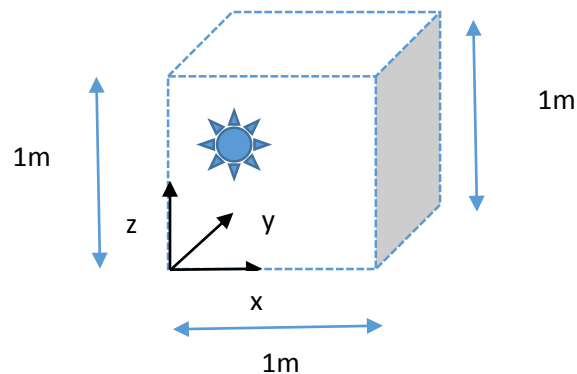


Figure 4.1 Géométrie d'une cavité de section rectangulaire

Méthode de la SEA

La pression totale moyenne dans la cavité est donnée à partir des pressions moyennes directe et réverbérée :

$$\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle_{direct} + \langle p^2 \rangle_{rev} \quad (4.1)$$

Pour un monopole d'amplitude $A=1$ Pa ayant un débit volumique $Q = \frac{A}{j\omega\rho_0}$, dans un milieu où c_0 est la vitesse du son et ρ_0 la masse volumique, la pression directe s'écrit comme suit :

$$\langle p^2 \rangle_d = \frac{A^2}{16\pi r^2} \quad (4.2)$$

Or, selon Atalla [33] dans une salle close réverbérante, le bilan de puissance sous l'hypothèse d'un champ diffus s'écrit :

$$\Pi_{inj} = \omega\eta E \quad (4.3)$$

avec Π_{inj} , η et E sont respectivement, la puissance injectée, l'amortissement et l'énergie dans la cavité.

De plus,

$$\Pi_{inj} = \int \frac{p_d^2}{2\rho_0 c_0} ds \quad (4.4)$$

avec $p_d = \frac{A}{4\pi r}$

En intégrant sur la surface d'une sphère entourant la source : $\int ds = 4\pi r^2$, on obtient :

$$\Pi_{inj} = \frac{A^2}{8\pi\rho c_0} \quad (4.5)$$

Or, l'énergie dans la cavité s'écrit de la façon suivante :

$$E = \frac{\langle p^2 \rangle_{rev} V}{\rho_0 c_0^2} \quad (4.6)$$

avec V est le volume de la cavité.

$\langle p^2 \rangle_{rev}$ est la pression moyenne réverbérée dans la cavité.

Q est la puissance du monopole et ω est la fréquence angulaire.

On trouve :

$$\langle p^2 \rangle_{rev} = \frac{1}{8} \frac{c_0 A^2}{\omega \pi \eta V} \quad (4.7)$$

Méthode des sources images

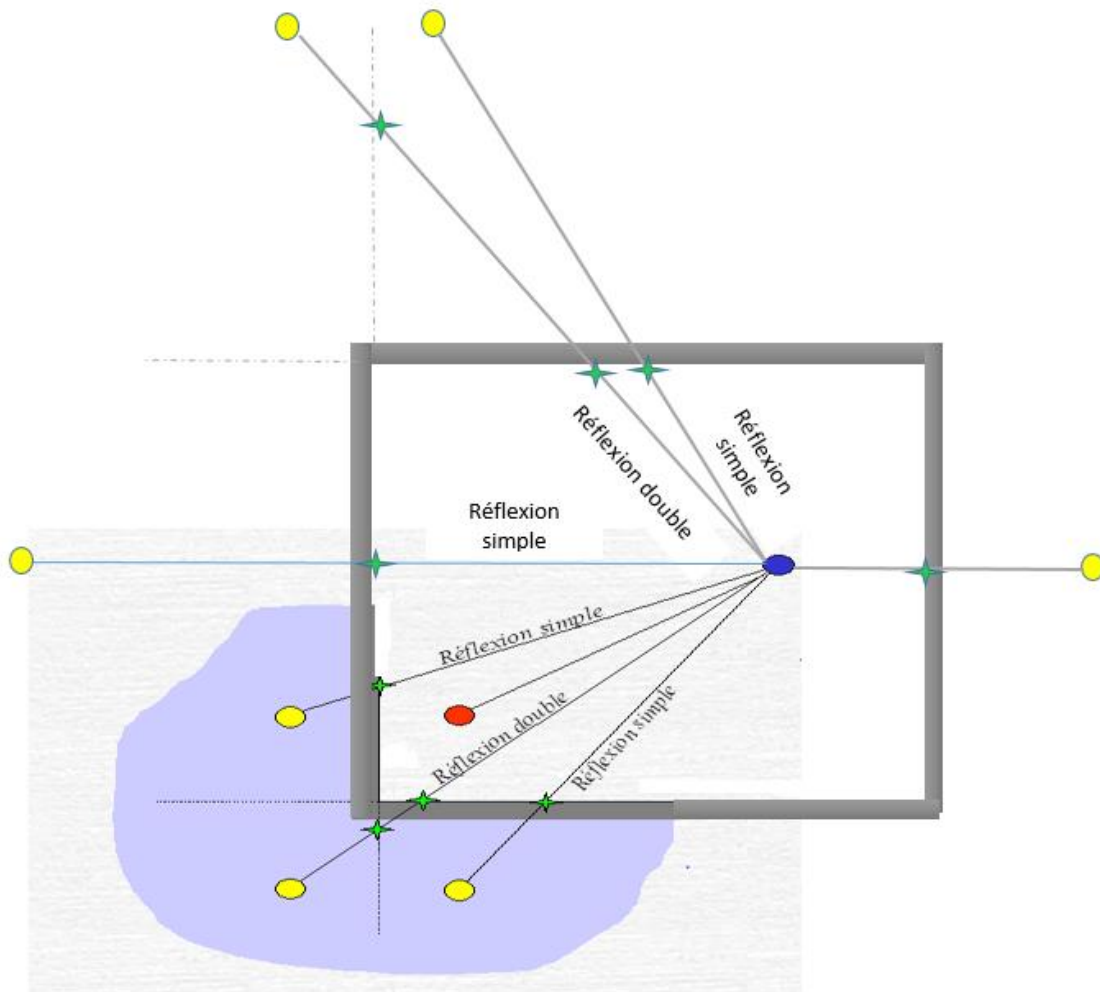


Figure 4.2 Méthode des sources images- Illustration de quelques sources images dans le cas de quatre murs

Dans ce cas, les ondes sphériques rayonnées par la source sont réfléchies par plusieurs parois (au nombre de 4), la méthode des images présentée ci-dessus sur la Figure 4.2 peut s'appliquer directement en compilant la contribution de chaque image spéculaire de la source réelle et de ses images.

Le nombre de réflexions à considérer est dicté par la géométrie du problème ou par l'éloignement des sources images par rapport au récepteur.

Dans le cas de la cavité, les réflexions apparues se multiplient jusqu'à l'**infini** du moment que les parois sont parallèles.

Ainsi, pour connaître le champ de pression à un récepteur R , on additionne la contribution des différentes sources images à celle de la source réelle en appliquant les coefficients de réflexion appropriés pour chacune des réflexions.

La pression de chacune de ces sources cohérentes est :

$$p_i = \frac{A_i}{r_i} e^{j(\omega t - kr_i)} \quad (4.8)$$

Et la pression totale (somme complexe) :

$$p_{tot} = \sum_{i=1}^N p_i \quad (4.9)$$

La pression efficace est donnée par :

$$p_{rms}^2 = \frac{1}{2} p_{tot} p_{tot}^* \quad (4.10)$$

Moro [34] a montré que dans une salle close le nombre de sources images engendré par des réflexions allant jusqu'au rang p est :

$$N_p = \frac{4}{3} p^3 + 2p^2 + \frac{8}{3} p \quad (4.11)$$

Ainsi, le nombre total des sources en comptant la source réelle $N_{total} = N_p + 1$ est :

$$N_{total} = \frac{4}{3} p^3 + 2p^2 + \frac{8}{3} p + 1 \quad (4.12)$$

Analyse modale

Pour une source ponctuelle dans la cavité, l'équation de Helmholtz s'écrit de la façon suivante :

$$\Delta p + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 p = j\rho_0 \omega Q \delta(x - x_0) \quad (4.13)$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$ tel que est c la vitesse du son et ω est la fréquence angulaire

Q est la puissance de la source donnée par :

$$Q = \frac{A}{j\omega\rho_0} \quad (4.14)$$

avec A l'amplitude de la source. Elle est égale à 1 Pa.

Le champ de pression dans le cas d'une cavité rectangulaire s'écrit sous la forme suivante :

$$p(x, y, z) = j\rho_0 \omega Q \sum_{mnp} \frac{\varphi_{mnp}(x, y, z) \varphi_{mnp}(x_0, y_0, z_0)}{Y_{mnp}} \quad (4.15)$$

avec

$$Y_{mnp} = \frac{1}{N_{mnp} (K_{mnp}^2 - k^2)} \quad (4.16)$$

où

$$K_{mnp} = \left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L_z}\right)^2 \quad (4.17)$$

et

$$N_{mnp} = \frac{L_x L_y L_z}{8} \xi_m \xi_n \xi_p \quad (4.18)$$

$$\xi_t = \begin{cases} 2 & \text{si } t = 0 \text{ avec } t = m, n, p \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les fonctions modales dans la cavité s'écrivent de la façon suivante :

$$\varphi_{mnp}(x, y, z) = \cos\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{l\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \quad (4.19)$$

On donne les paramètres de l'étude relatifs à chaque méthode utilisée suivis des simulations :

Paramètres communs

Fréquence minimale	$f_{min}=100$ Hz;
Fréquence maximale	$f_{max}=7000$ Hz;
Pas fréquentiel	50 Hz;
Pulsation maximale	$\omega_{max} = 2\pi f_{max}$;
Dimensions	$L_x=1; L_y=1; L_z=1$;
Section	$A = L_x L_z$
Nombre de modes	$m=50; n=50 ; l=50$
Amortissement	$\eta = 3\%$
Vitesse du son	$c_0 = 342 * (1 + j0.03)$

Paramètres spécifiques

SEA	
Pression totale moyenne	$\langle p^2 \rangle = \langle p^2 \rangle_{direct} + \langle p^2 \rangle_{rev}$
Volume	$V = L_x L_y L_z$
Amplitude de la source	$A=1$ Pa

Approche géométrique	
Maillage	8 nœuds, 4 éléments (4 faces).
Option de tir	sphère
Division de la source	16000 faisceaux triangulaires.
Coefficient de réflexion	$R=1$ (faces rigides)
Nombre de réflexions max	10

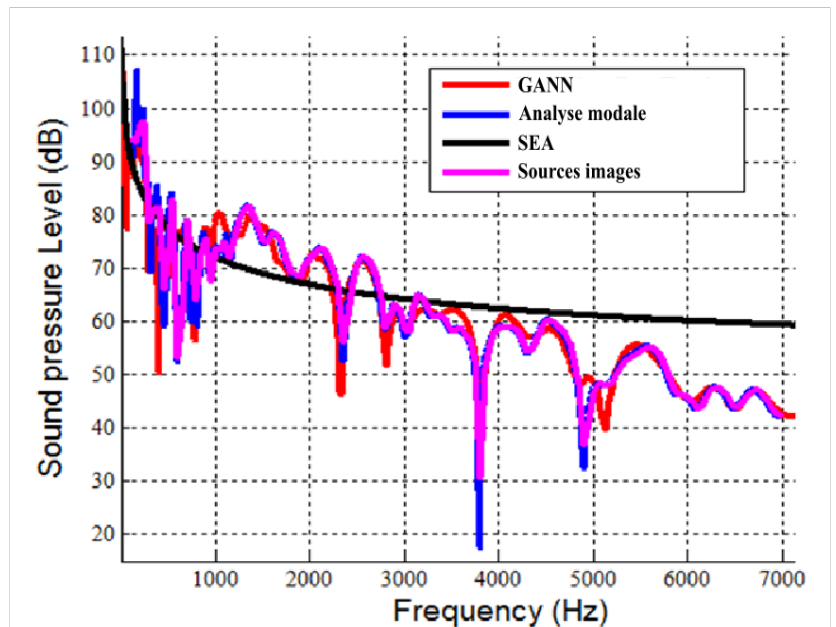
Sources images	
Ordre de convergence de réflexions	100
Coefficient de réflexion	$R=1$ (faces rigides)

Analyse modale	
Modes de convergence	$l=50 \quad p=50 \quad q=50$
Volume	$V=L_x * L_y * L_z$

Cas 1

Source $(x_s, y_s, z_s) = (L_x/5, L_y/5, L_z/3)$

Receveur $(x_m, y_m, z_m) = (3L_x/5, 4L_y/5, 4L_z/5)$



Cas 2

Source $(x_s, y_s, z_s) = (L_x/5, L_y/3, 2L_z/3)$

Receveur $(x_m, y_m, z_m) = (3L_x/5, 4L_y/5, 4L_z/5)$

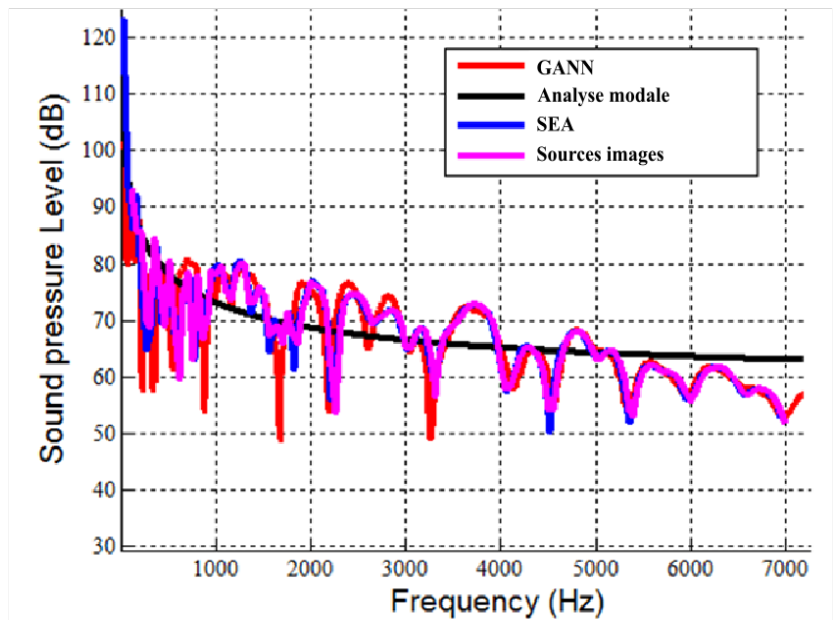


Figure 4.3 Cas 1 et 2- Comparaison du niveau de pression acoustique entre les méthodes : Sources images, SEA, Analyse modale, GANN

Conclusions

Les résultats obtenus (Figure 4.3) par le code développé basé sur le lancer de faisceaux pyramidaux convergent vers ceux des références fournis par la méthode des sources images et d'analyse modale. Ces deux dernières approches sont entièrement en accord et ce avec un nombre de modes de 50 selon les axes x , y et z pour l'analyse modale et de 100 réflexions pour la méthode des sources images.

De plus, les courbes montrent que plus on s'approche aux surfaces de la cavité plus le phénomène d'interférence s'amplifie. Cela affecte la qualité du champ de pression moyen que l'on trouve plutôt au centre de la salle, ce qui justifie d'une part le bon résultat obtenu par la méthode énergétique dans le cas d'un receveur centré et celui insatisfaisant en hautes fréquences dans le cas où le receveur est proche des parois de la cavité car La méthode SEA ignore les interférences.

Plusieurs exemples ont montré les mêmes tendances. De plus, la convergence et les corrélations s'améliorent avec l'augmentation de l'amortissement.

Ainsi le code est validé pour le cas d'un espace clos de section rectangulaire.

4.2 Conduit infini de section rectangulaire

Dans le but de valider le code géométrique pour le cas d'une conduite rectangulaire infinie, une étude a été réalisée, et ce en comparant les résultats du code à ceux fournis par la méthode modale pour différentes positions de la source et du receveur.

Analyse modale

On considère une conduite de section rectangulaire telle que représentée sur la Figure 4.4.

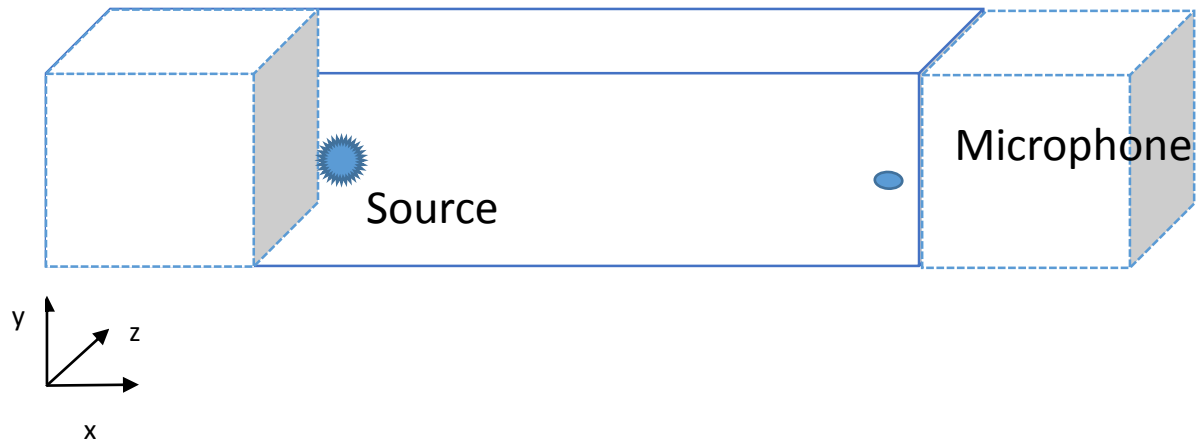


Figure 4.4 Conduite infinie de section rectangulaire

L'équation de Helmholtz pour une source ponctuelle dans un conduit infini est égale à :

$$\Delta p + \left(\frac{\omega}{c_0} \right)^2 p = j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (4.20)$$

avec c_0 la célérité du son dans le milieu considéré, ρ_0 la densité du milieu, p la pression, ω la fréquence angulaire et Q le débit volumique de la source localisée en (x_0, y_0, z_0) .

La pression, loin de la source, est écrite en termes d'une superposition de contributions modales [3] :

$$\hat{p}(x, y, z) = \sum_{mn} P_{mn} \varphi_{mn}(y, z) e^{-jk_{xmn}|x|} \quad (4.21)$$

où P_{mn} sont les amplitudes modales, $\varphi_{mn}(y, z)$ sont les fonctions modales, $k_{xmn} = \sqrt{k_{mn}^2 - k^2}$ si l'onde se propage ($k^2 < k_{mn}^2$) et $k_{xmn} = j\sqrt{k^2 - k_{mn}^2}$ si l'onde est évanescente ($k^2 > k_{mn}^2$).

Les fonctions modales dans le cas d'un conduit rigide ayant une section rectangulaire s'écrivent de la façon suivante :

$$\varphi_{mn}(y, z) = N_{mn} \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \quad (4.22)$$

Quant aux valeurs propres, elles s'écrivent :

$$K_{mn}^2 = \pi^2 \left(\left(\frac{m}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n}{L_z} \right)^2 \right)$$

On trouve par l'entremise de l'orthogonalité des fonctions modales, les fonctions normalisées N_{mn}

$$\int_s \varphi_{mn} \varphi_{pq} ds = \delta_{mn} \delta_{pq} \quad (4.23)$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} N_{mn} = 1 & \text{si } m = 0 \text{ et } n = 0 \\ N_{mn} = \sqrt{2} & \text{si } m \text{ ou } n = 0 \\ N_{mn} = 2 & \text{si } m \neq 0 \text{ et } n \neq 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

La pression peut donc s'écrire comme suit :

$$p(x, y, z) = \sum_{mn} p_{mn} \varphi_{mn}(y, z) e^{jk_{xmn}|x|} \quad (4.25)$$

Finalement, les amplitudes modales sont données par Minard [2] :

$$P_{mn} = \frac{1}{2A} \frac{\rho_0 \omega Q_0}{K_{x_{mn}}} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (4.26)$$

On expose les paramètres associés à la validation du cas d'un conduit de section rectangulaire de longueur infinie ainsi que les simulations réalisées et les conclusions.

Pour les paramètres de l'étude relatifs à chaque méthode utilisée, on a :

Paramètres communs de l'étude

fréquence minimale	fmin=10 Hz;
fréquence maximale	fmax=10000 Hz;
Pas fréquentiel	10 Hz;
Pulsation maximale	$\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$;
Dimensions	Lx=1; Ly=1; Lz=1;
Amortissement dans la cavité	$\eta = 3\%$
Vitesse du son	$c_0 = 342 * (1 + j0.03)$

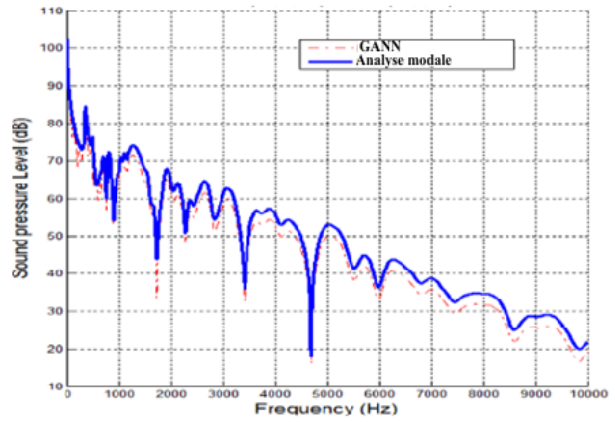
Paramètres spécifiques de l'étude

Analyse modale	
Section transversale	A=Lx*Lz
Nombre de modes	m=40; n=42

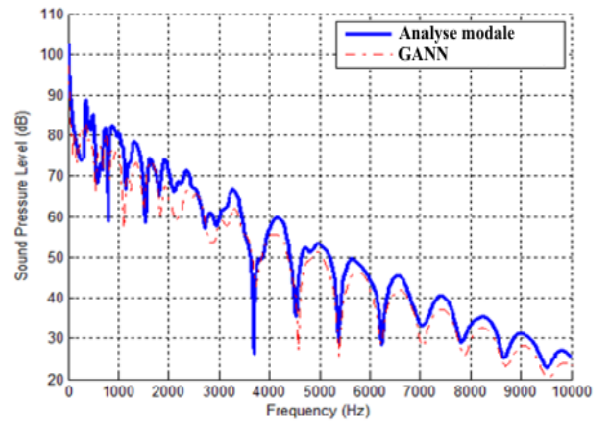
Approche géométrique	
Maillage	4 faces quadrangles (8 noeuds)
Option de tir	demi-sphère
Nombre de faisceaux	16000 faisceaux triangulaires
Coefficient de réflexion	R=1 (murs rigides)

Simulations

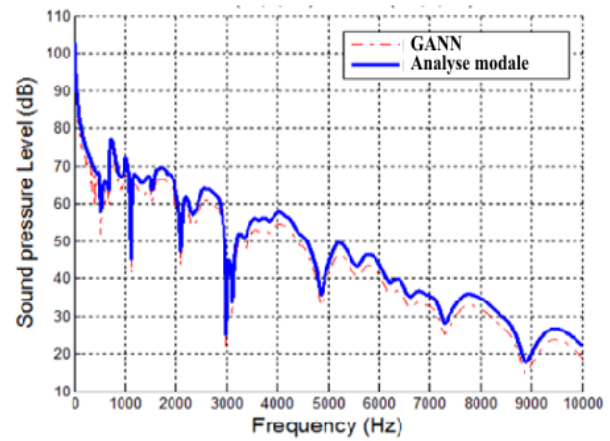
Source [xs=0.5;ys=0;zs=0.5]
Micro [xm=0.5;ym=1;zm=0.5]



Source [xs=0.5;ys=0;zs=0.5]
Micro [xm=0.6;ym=1;zm=0.7]



Source [xs=0.2;ys=0;zs=0.3]
Micro [xm=0.5;ym=1;zm=0.5]



Source [xs=0.2;ys=0;zs=0.3]

Micro [xm=0.6;ym=1;zm=0.7]

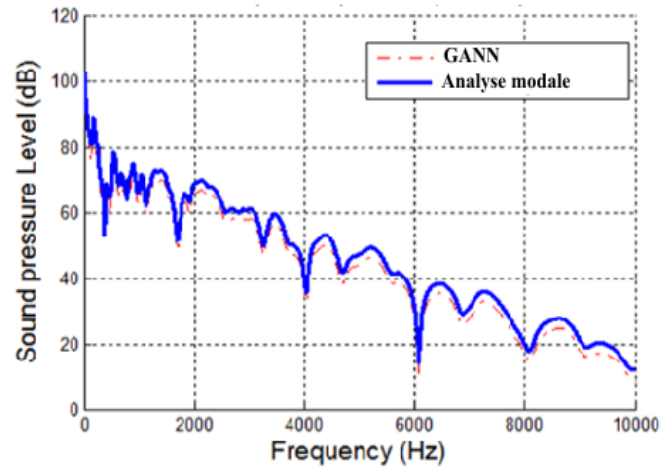


Figure 4.5 Simulations de comparaison pour le cas d'une conduite de section rectangulaire infinie entre les méthodes : Analyse modale et GANN

Conclusions

On obtient de bons résultats justifiés par la convergence de la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux vers l'approche modale (Figure 4.5).

La physique est capturée par le code GANN car les pics correspondent aux fréquences propres et la corrélation entre les résultats obtenus avec les deux méthodes est très bonne à partir de $M=36$ et $N = 38$.

Dans cette étude, la longueur caractéristique du conduit tend vers l'infini. Par conséquent, la physique est parfaitement capturée sur toute la plage fréquentielle considérée (même en basses fréquences).

CHAPITRE 5: Simulation du bruit dans une conduite cylindrique infinie

Dans l'optique de valider le code géométrique dans le cas d'une conduite infinie de section circulaire, une partie analytique suivie d'une étude de validation ainsi que les effets de courbure et de maillage ont été réalisés.

5.1 Partie analytique

Pour réaliser cette étude on utilise la géométrie ci-dessous (Figure 5.1).

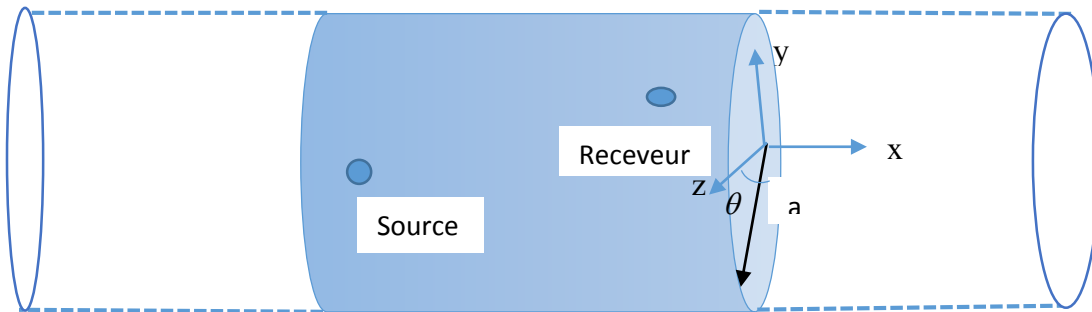


Figure 5.1 Conduite cylindrique de dimension infinie

L'équation de Helmholtz dans la présence d'une source monopolaire de coordonnées (x_0, r_0, θ_0) est la suivante :

$$\Delta p + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 p = j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (5.1)$$

Avec c_0 la célérité du son dans le milieu considéré, ρ_0 la densité du milieu, p la pression, ω la fréquence angulaire et Q le débit volumétrique de la source.

La pression peut être écrite en termes d'une superposition de contributions modales. Elle s'exprime comme la somme des champs portés par chaque mode (m,n) :

$$\hat{p}(x, r, \theta) = \sum_{mn} P_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) e^{jk_{xmn}|x|} \quad (5.2)$$

où P_{mn} sont les amplitudes modales et $\varphi_{mn}(r, \theta)$ sont les fonctions modales.

On écrit l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques de la façon suivante :

$$\frac{dP_{mn}}{dx^2} + (k^2 - k_{mn}^2) P_{mn} = \frac{-j\rho_0 \omega Q}{A} \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) \delta(x) \quad (5.3)$$

➤ Si l'onde se propage ($k^2 < k_{mn}^2$)

$$k_{xmn} = \sqrt{k_{mn}^2 - k^2}$$

➤ Si l'onde est évanescente ($k^2 > k_{mn}^2$)

$$k_{xmn} = j\sqrt{k^2 - k_{mn}^2}$$

où k_{mn} sont les valeurs propres du problème et s'écrivent comme suit :

$$k_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{a}$$

et μ_{mn} sont les $n^{\text{èmes}}$ zéros de la dérivée de la fonction de Bessel d'ordre m tels que :

$$J'_m(\mu_{mn}) = 0$$

m est le mode circonférentiel (ordre de la fonction de Bessel) et n est le mode radial. Les premiers zéros des dérivées de la fonction de Bessel, leur ordre en fonction du rang de la racine figurent dans le Tableau 5-1 suivant :

Rang de la racine				
Ordre de				
$J'_m(x)$	1	2	3	4
0	0	3,8317	7,0156	10,1073
1	1,8412	5,3314	8,5363	11,706
2	3,0542	6,7061	9,9695	13,1704
3	4,2012	8,0152	11,3459	14,5859
4	5,3175	9,2824	12,6819	15,9641

Tableau 5-1 Zéros des dérivées de la fonction de Bessel

Les fonctions modales correspondantes s'écrivent sous la forme :

$$\varphi_{mn}(r, \theta) = N_{mn} J_m\left(\frac{\mu_{mn} r}{a}\right) e^{jm\theta} \quad (5.4)$$

En utilisant l'orthogonalité des modes, $\int_s \varphi_{mn}^2(r, \theta) ds = 1$

On trouve les constantes N_{mn} [2] :

$$N_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{\sqrt{(\mu_{mn}^2 - m^2) J_m(\mu_{mn})}}$$

Finalement, les amplitudes modales sont données par Minard [2] :

$$P_{mn} = \frac{1}{2A} \frac{\rho_0 \omega Q_0}{K_{xmn}} \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) \quad (5.5)$$

On peut visualiser les animations faites sur Matlab (Figure 5.2) représentant la variation de la pression acoustique d'un mode donné dans une section d'un conduit cylindrique, à z quelconque. En niveaux de couleurs (rouge = maximum, bleu = minimum).

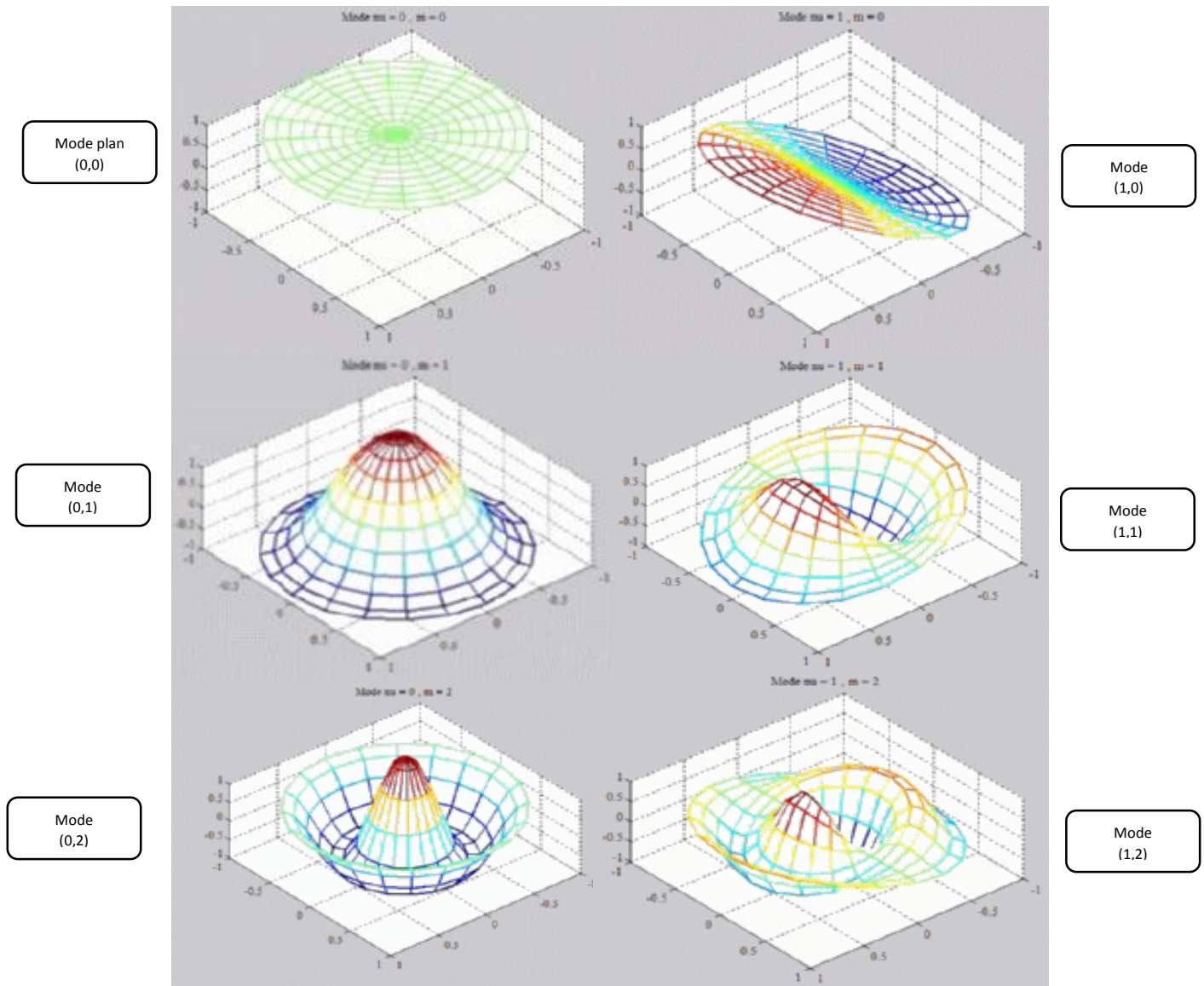


Figure 5.2 Variation de la pression acoustique des modes dans une section d'un conduit cylindrique, à z quelconque

5.2 Validation par l'acoustique géométrique

Dans cette partie, on expose les paramètres associés à la validation du cas d'un conduit cylindrique de longueur infinie ainsi que les simulations réalisées et les conclusions.

Les maillages utilisés pour le code géométrique sont réalisés sur Matlab puis importés sous la forme d'un fichier (ayant une extension .geo) contenant les nœuds et les éléments de la géométrie. La Figure 5.3 en est un exemple de maillage utilisé pour mener à bien cette étude.

Les paramètres associés à la validation par l'approche géométrique pour un conduit d'axe x sont :

Paramètres communs

Fréquence minimale	$f_{\min}=100 \text{ Hz};$
Fréquence maximale	$f_{\max}=10000 \text{ Hz};$
Pas fréquentiel	5 Hz;
Pulsation maximale	$\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$
Dimensions	Rayon : $a = 415 \text{ mm}$ et Longueur $L=670 \text{ mm}$
Amortissement	$\eta = 3\%$
Vitesse du son	$c_0 = 343 * (1 + j0.03)$

Paramètres spécifiques de l'étude

Analyse modale	
Section transversale	$S = \pi a^2$
Nombre de modes	M=50 N=100
Coefficient de réflexion	R= 1

Approche géométrique	
Maillage	24 faces quadrangles
Option de la source	Maillage de surface
Coefficient de réflexion	R=1 (murs rigides)

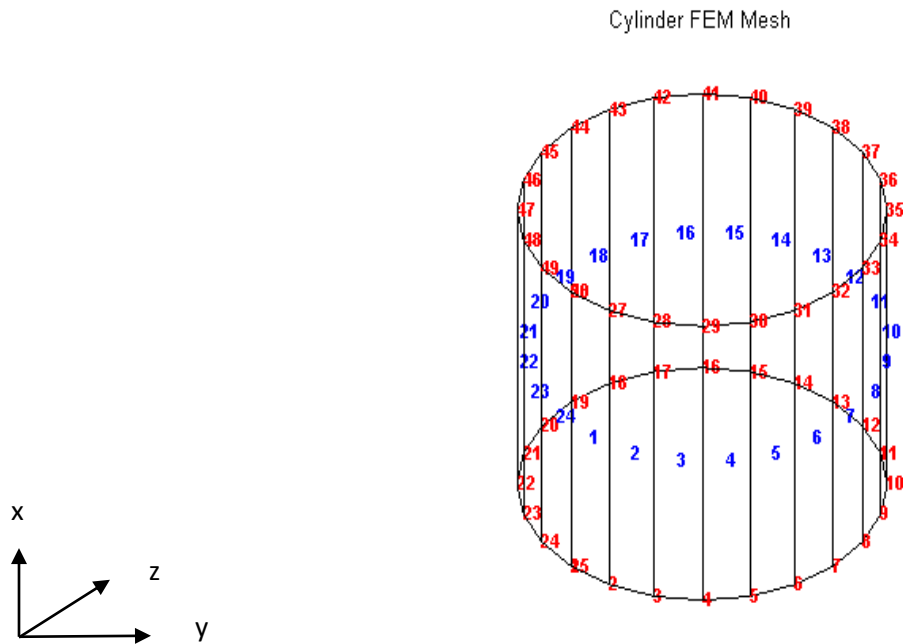


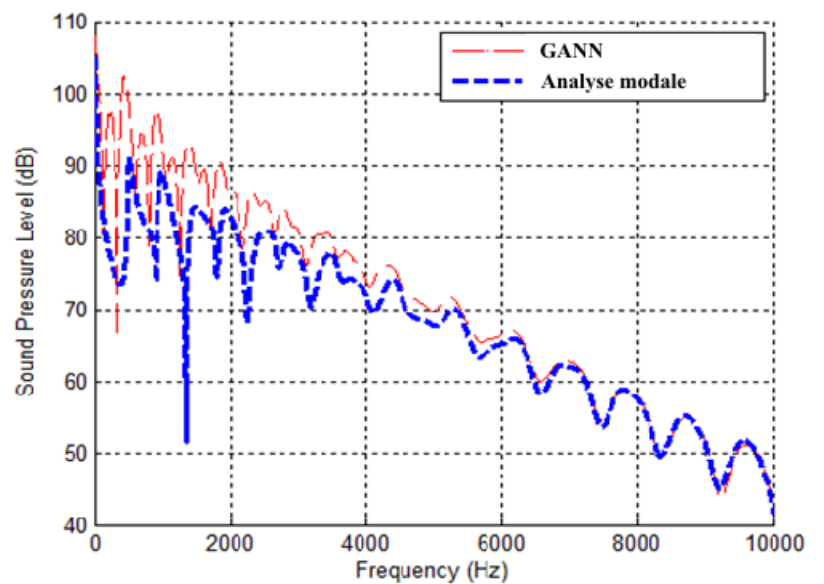
Figure 5.3 Maillage utilisé dans GANN de 24 éléments quadrangles et 48 nœuds réalisé par Matlab

Simulations

Cas 1 Source et receveur sur l'axe du cylindre

Source(x_s, y_s, z_s) = (0, 0, 0)

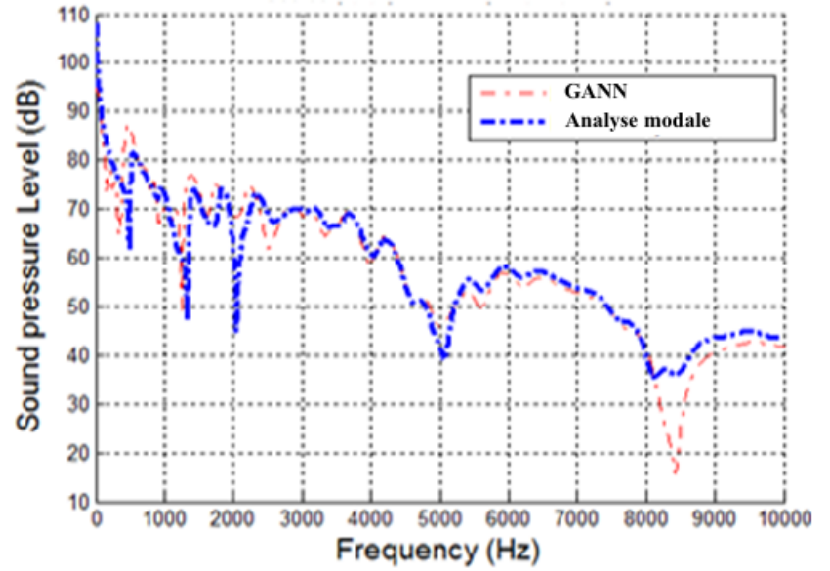
Micro(x_m, y_m, z_m) = (0.67, 0, 0)



Cas 2 Source sur l'axe et receveur en dehors de l'axe du cylindre

Source $(x_s, y_s, z_s) = (0, 0, 0)$

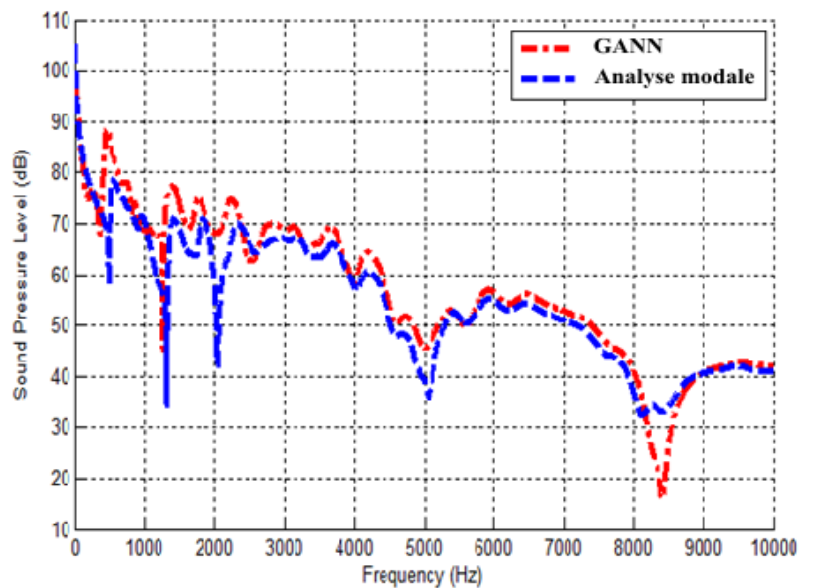
Micro $(x_m, y_m, z_m) = (0.67, -0.1, 0.3)$



Cas 3 Source en dehors de l'axe et receveur sur l'axe

Source $(x_s, y_s, z_s) = (0, -0.1, 0.3)$

Micro $(x_m, y_m, z_m) = (0.67, 0, 0)$



Cas 4 source et receveur hors axe

Source(x_s, y_s, z_s) = (0, -0.1, 0.3)
Micro(x_m, y_m, z_m) = (0.67, -0.1, 0.3)

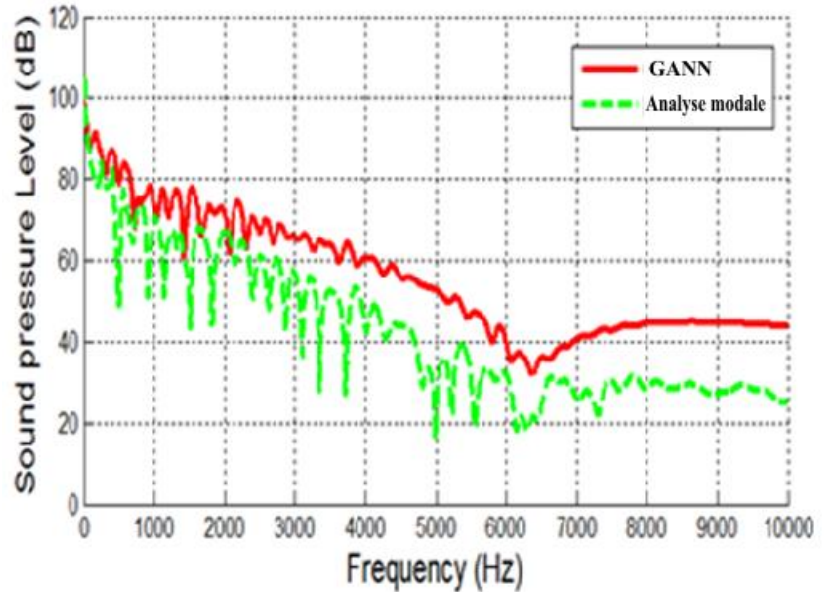


Figure 5.4 Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique pour le cas d'une conduite cylindrique infinie entre les méthodes: Analyse modale et GANN

Conclusions

Les résultats de la

Figure 5.4 montrent qu'aux hautes fréquences (longueur d'onde suffisamment petite devant les dimensions du conduit), les résultats de notre code convergent vers la méthode d'analyse modale pour toutes les configurations sauf celle où la source et le receveur sont excentrés. Ce dernier résultat s'explique par le fait que la courbure soit négligée (maillages en facettes planes).

Pour cette configuration (cas 4), plusieurs hypothèses ne sont pas valides. Par exemple, plus on s'approche des parois, plus la distance entre la source et le point de réflexion est petit ce qui ne vérifie pas l'hypothèse d'onde plane. De plus, on ne peut pas résoudre ce problème avec un maillage plus fin. Finalement, la non prise en compte de la diffraction par les surfaces courbes et de l'effet de courbure lors des réflexions pourraient expliquer les divergences observées.

5.3 Effet de courbure et de maillage

Dans cette partie, une étude sur l'effet de courbure et de maillage a été effectuée pour un conduit cylindrique.

Théorie

La Figure 5.5 illustre le problème de réflexion par une surface courbe. Les relations entre les paramètres des rayons réfléchis et incidents sont données par Atalla [28] :

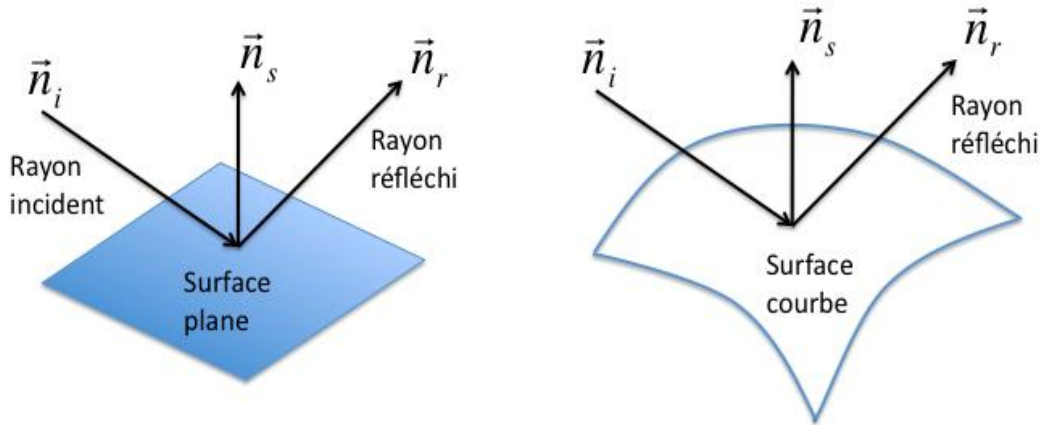


Figure 5.5 Rayon réfléchi sur une surface courbe et plane

- Direction du rayon réfléchi

$$\vec{n}_r = \vec{n}_i - 2(\vec{n}_i \cdot \vec{n}_s) \vec{n}_s \quad (5.6)$$

- Nombre d'onde du rayon réfléchi

$$\vec{k}_r = \vec{k}_i - 2(\vec{k}_i \cdot \vec{n}_s) \vec{n}_s \quad (5.7)$$

Les éléments géodésiques valent alors :

$$\vec{R}_r = \vec{R}_i - 2(\vec{R}_i \cdot \vec{n}_s) \vec{n}_s \quad (5.8)$$

Leurs conjugués s'écrivent de la façon suivante :

$$\vec{Q}_r = \vec{Q}_i - 2(\vec{Q}_i \cdot \vec{n}_s) \vec{n}_s - 2\vec{k}_i \cdot \frac{\partial \vec{n}_{s_j}}{\partial X_i} \left[\vec{R}_j - \frac{\vec{n}_s \cdot \vec{R}_j}{\vec{n}_s \cdot \vec{n}_i} \vec{n}_j \right] \quad (5.9)$$

où $M_{ij} = \frac{\partial \vec{n}_{s_j}}{\partial X_i}$ étant la matrice de courbure avec i et j allant de 1 jusqu'à 3 telle que :

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{dn_{s_1}}{dx_1} & \frac{dn_{s_1}}{dx_2} & \frac{dn_{s_1}}{dx_3} \\ \frac{dn_{s_2}}{dx_1} & \frac{dn_{s_2}}{dx_2} & \frac{dn_{s_2}}{dx_3} \\ \frac{dn_{s_3}}{dx_1} & \frac{dn_{s_3}}{dx_2} & \frac{dn_{s_3}}{dx_3} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Actuellement dans le code, on utilise un maillage plan des géométries. Dans ce cas, le point de réflexion (intersection entre le rayon et la surface) se situe au niveau de cette surface plane.

Dans le cas d'une conduite cylindrique, une correction de l'effet de courbure peut être ajoutée. On peut par ailleurs généraliser à toute courbure.

Dans le cas d'un cylindre ayant y comme axe de révolution, la normale \vec{n}_s ainsi que la matrice de courbure M_{courbure} s'écrivent sous la forme suivante :

$$\vec{n}_s = \begin{pmatrix} \frac{x}{r} \\ \frac{z}{r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

$$M_{\text{courbure}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) & 0 & -\frac{xz}{r^3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{xz}{r^3} & 0 & \frac{1}{r} \left(1 - \frac{z^2}{r^2}\right) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

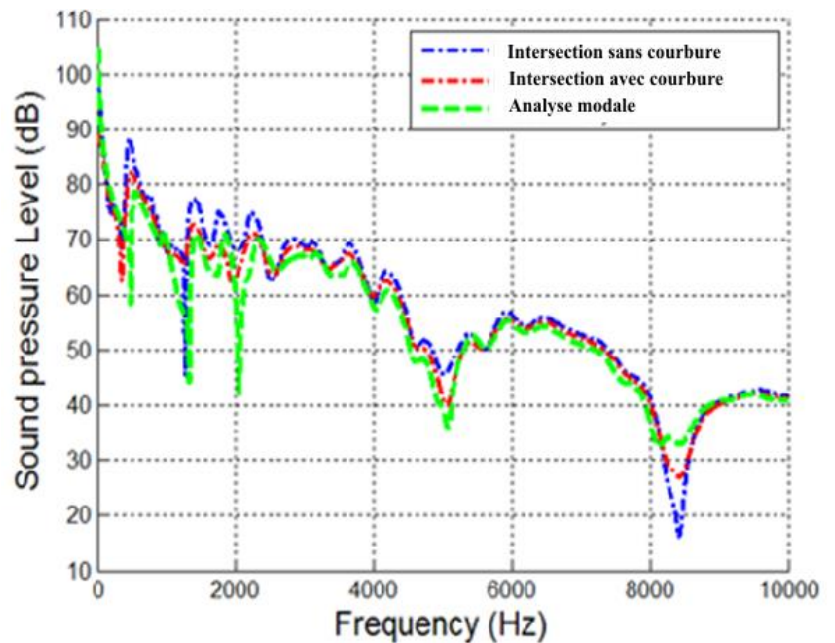
Effet de courbure- Simulations pour le cas d'un conduit cylindrique infini

En vue d'étudier l'effet de courbure sur les résultats du code géométrique, plusieurs simulations ont été réalisées. Et ce en utilisant des intersections sans prise en compte de la courbure dans un premier temps. Ensuite, considérer la courbure lors des réflexions dans un deuxième temps.

Cas non-centré :

Source(xs,ys,zs) = (0, 0, 0)

Micro(xm,ym,zm) = (-0.1, 0.67, 0.3)



Cas centré

Source(x_s,y_s,z_s) = (0, 0, 0)
Micro(x_m,y_m,z_m) = (0, 0.67, 0)

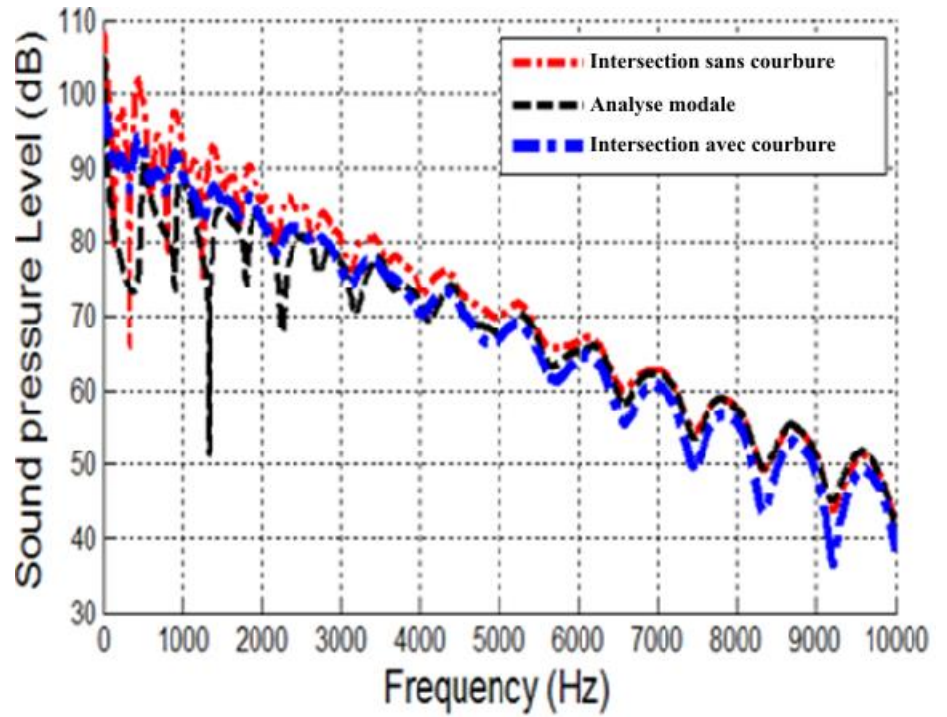


Figure 5.6 Simulations pour l'étude de l'effet de courbure

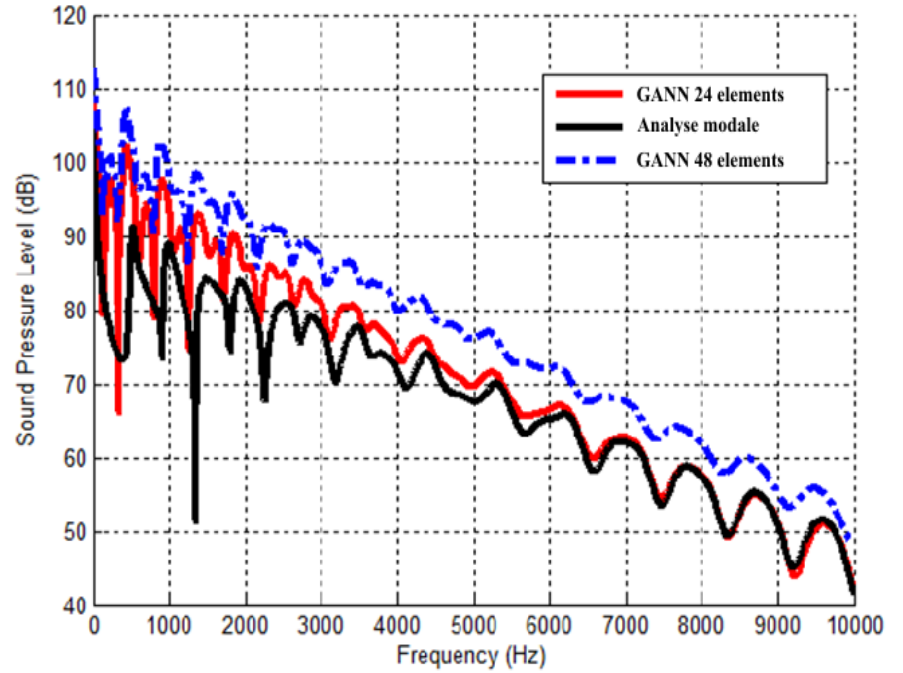
Effet de maillage- Simulations pour le cas d'un conduit cylindrique infini

Plusieurs simulations ont été faites dans le but de voir l'effet du maillage (24 éléments et 48 éléments) pour différentes configurations sans courbure.

Cas 1 Cas centré

Source(x_s,y_s,z_s) = (0, 0, 0)

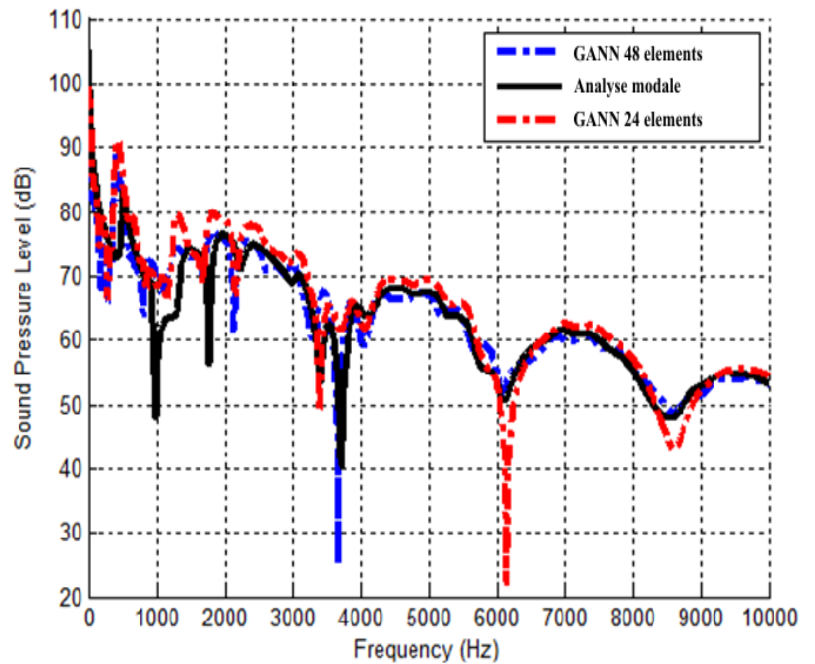
Micro (x_m,y_m,z_m) = (0, 0.67, 0)



Cas 2 Cas non centré

Source(x_s,y_s,z_s) = (0, 0, 0)

Micro (x_m,y_m,z_m) = (-0.1, 0.5, 0.3)



Cas 3 Cas centré

Source(x_s,y_s,z_s) = (0, 0, 0)
Micro(x_m,y_m,z_m) = (0, 0.5, 0)

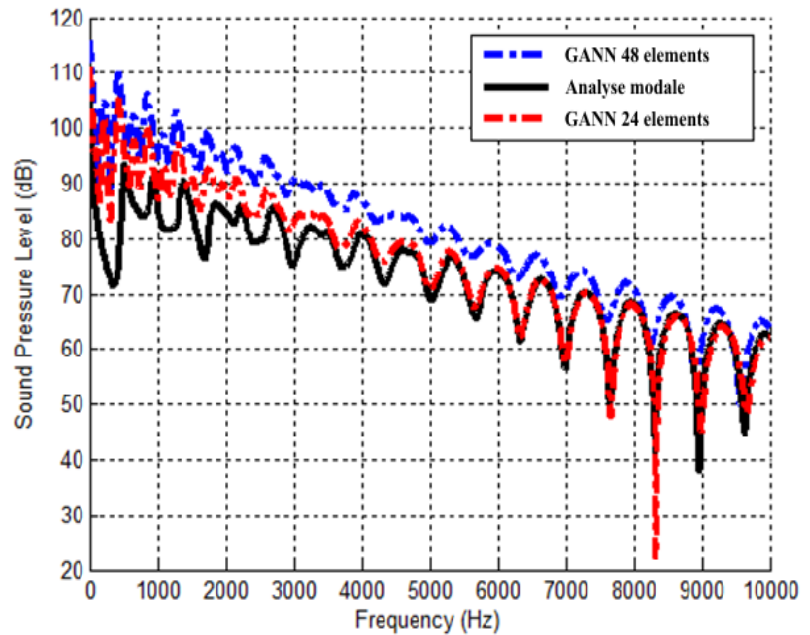


Figure 5.7 Simulations pour l'étude de l'effet de maillage

Conclusions

On peut voir à partir de la Figure 5.6 que la prise en compte de la courbure lors des réflexions améliore l'accord des résultats aux basses fréquences. Elle introduit une baisse au niveau des pics du spectre : Une diminution de l'amplitude du niveau de pression acoustique dans les deux différentes configurations (receveurs centré et non centré). En outre, on observe que plus on monte en fréquences plus l'effet de courbure devient quasiment négligeable. Les trois approches (GANN avec et sans courbure ainsi que l'analyse modale) tendent à se superposer en très hautes fréquences.

Quant à l'effet du maillage, quand on utilise plus d'éléments dans la direction tangentielle, on a besoin de lancer beaucoup plus de faisceaux. Cela implique de multiples subdivisions de ceux-ci car les faisceaux doivent rester cohérents ce qui ne fait qu'augmenter le temps de calcul. Les résultats restent en concordance avec la méthode modale (voir Figure 5.7).

En effet, dans le cas où la source (ou le micro) est excentrée, on remarque qu'avec un maillage plus fin, les résultats convergent mieux vers l'approche modale. Le point de réflexion dans ce cas est bien décelé, tandis qu'avec un maillage moins fin la physique reste tout de même capturée avec un déphasage au niveau des creux par rapport à la solution de référence.

De plus, et à l'opposé du cas précédent, on conclut à l'appui du résultat obtenu dans le cas critique (cas 1) où la source et le receveur sont centrés, que plus le maillage est fin, plus le

phénomène de densité de rayons s'accroît (focalisation de rayons convergents). Par conséquent, une divergence du niveau de pression a lieu suite à la sommation cohérente des rayons. Ainsi, plus le maillage est fin, plus l'amplitude au receveur tend vers l'infini. La troisième simulation est réalisée pour confirmer le phénomène de focalisation (Figure 5.8) avec un maillage plus fin.

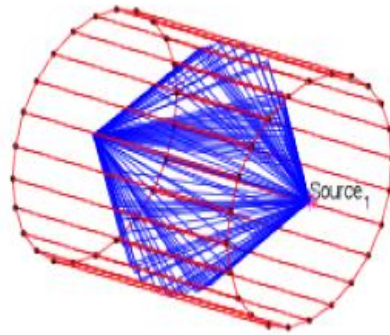


Figure 5.8 Phénomène de focalisation dans le cas centré-centré

CHAPITRE 6: Simulation du bruit dans une conduite cylindrique finie

6.1 Problème intérieur-Partie analytique

6.1.1 Cas d'une conduite avec des conditions aux limites

Considérons un conduit de forme cylindrique de rayon a et de longueur L qu'on excite par une source monopolaire ayant un débit volumique constant Q .

On impose aux faces d'entrée et de sortie une impédance de surface Z_s quelconque telle que représentée sur la Figure 6.1 ci-dessous :

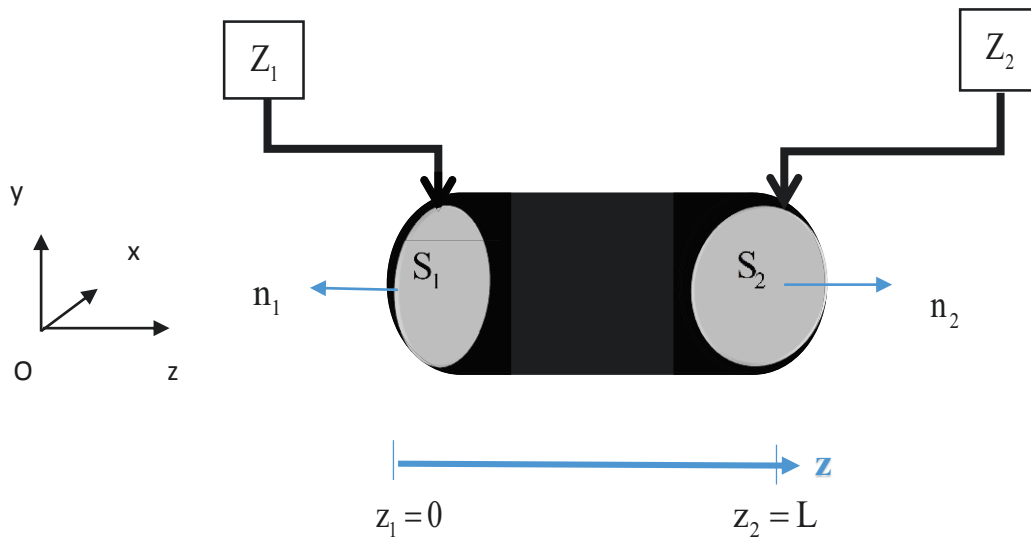


Figure 6.1 Conduite de dimension finie avec conditions aux limites

On définit l'admittance par :

$$\beta_i = \frac{Z_c}{Z_i} \quad (6.1)$$

où Z_c est l'impédance caractéristique de l'air et Z_i est l'impédance de la surface S_i avec $i = \{1, 2\}$.

La pression en tout point M est donnée par la formulation intégrale du problème intérieur.

$$p(\underline{x}) = \int_{S_y} [G(\underline{x}, \underline{y}) \frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_y} - p(\underline{y}) \frac{\partial G(\underline{x}, \underline{y})}{\partial n_y}] dS_y + \int_v b(\underline{x}_0) G(\underline{x}, \underline{x}_0) dv \quad (6.2)$$

$G(\underline{x}, \underline{y})$ est la fonction de Green d'une conduite cylindrique rigide, définie par

$$G(\underline{x}, \underline{y}) = \sum_{mnp} \frac{\varphi_{mnp}(\underline{x}) \varphi_{mnp}(\underline{y})}{N_{mnp} (k_{mnp}^2 - k^2)} \quad (6.3)$$

où $\varphi_{mnp}(\underline{x})$ sont les modes propres de la cavité en \underline{x} , $\varphi_{mnp}(\underline{y})$ sont les modes propres de la cavité en \underline{y} , N_{mnp} sont les fonctions normalisées, k_{mnp} et k sont les vecteurs d'onde modal et caractéristique. Ils sont respectivement définis par : $k_{mnp} = \frac{\omega_{mnp}}{c}$ et $k = \frac{\omega}{c}$.

$b(\underline{x}_0)$ s'écrit comme suit :

$$b(\underline{x}_0) = j\omega\rho_0 Q \delta(\underline{x} - \underline{x}_0) \quad (6.4)$$

Puisque la fonction de Green vérifie $\frac{\partial G(\underline{x}, \underline{y})}{\partial n_y} = 0$, on obtient :

$$p(\underline{x}) = \int_{S_y} [G(\underline{x}, \underline{y}) \frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_y}] dS_y + j\omega\rho_0 Q G(\underline{x}, \underline{x}_0) \quad (6.5)$$

Les conditions d'impédance aux surfaces d'entrée et de sortie s'écrivent sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_i} \right)_{S_i} + jk\beta p(r', \theta', z_i) = 0 \quad \forall i \quad (6.6)$$

Les conditions aux limites s'écrivent donc comme suit :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_1} \right)_{S_1} + jk\beta_1 p(r', \theta', z_1) = 0 \\ \left(\frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_2} \right)_{S_2} + jk\beta_2 p(r', \theta', z_2) = 0 \end{cases} \quad (6.7)$$

Les normales sont orientées vers l'extérieur, telles que $n_1 = -z$ et $n_2 = +z$.

Les fonctions de forme modale sont données par :

$$\varphi_{mnp} = \alpha_{mnp} F(r)G(\theta)P(x) = \alpha_{mnp} J_m\left(\frac{\mu_{mn}r}{a}\right) e^{jm\theta} \cos\frac{p\pi x}{L} \quad (6.8)$$

Pour alléger le mémoire, on démontre dans les annexes comment on obtient l'expression des fonctions modales φ_{mnp} (Annexe A) ainsi que les constantes α_{mnp} (Annexe B).

où $F(r) = J_m\left(\frac{\mu_{mn}r}{a}\right)$ est la fonction caractérisant le mode radial, μ_{mn} étant les nièmes zéros des fonctions de Bessel d'ordre m , $G(\theta) = e^{jm\theta}$ est la fonction associée au mode angulaire (ou circonférentiel), $P(x) = \cos\frac{p\pi x}{L}$ est la fonction définissant le mode axial (ou longitudinal) et α_{mnp} sont définis de la façon suivante :

$$\alpha_{mnp} = \frac{\mu_{mn}}{\underbrace{\sqrt{(\mu_{mn}^2 - m^2)} J_m(\mu_{mn})}_{\alpha_{mn}}} \underbrace{\sqrt{\varepsilon_p} \sqrt{\frac{1}{L}}}_{\alpha_p} \quad (6.9)$$

avec

$$\begin{cases} \varepsilon_i = 0 \text{ lorsque } i = 0 \\ \varepsilon_i = 2 \text{ lorsque } i > 0 \end{cases}$$

La pression est décrite en termes d'une superposition de contributions modales. Chaque mode est représenté par une amplitude et une fonction de forme modale :

$$p(r, \theta, z) = \sum_{rs} \sum_t P_{rst} \varphi_{rs}(r, \theta) Z_t(z) \quad (6.10)$$

Les termes $\varphi_{rs}(r, \theta)$ de la sommation représentent les modes tournants (spinning modes) alors que les $Z_t(z)$ décrivent les modes axiaux se propageant sur la longueur du guide, tandis que P_{rst} sont les amplitudes des modes.

En intégrant (6.10) dans (6.5), l'orthogonalité des modes, les conditions d'impédance (6.7) aussi bien à l'entrée qu'à la sortie du conduit, et en prenant en compte le signe des normales, on trouve :

$$\begin{aligned} p(r, \theta, z) = & j\rho_0\omega Q \sum_{mn} \sum_p \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) Z_p(z_0) \varphi_{mn}(r, \theta) Z_p(z) Y_{mnp}(\omega) \\ & + jk \int_{S_1} \beta_1(r', \theta') p(r', \theta', z_1) G(r, \theta, z, r', \theta', z_1) r' dr' d\theta' \\ & - jk \int_{S_2} \beta_2(r', \theta') p(r', \theta', z_2) G(r, \theta, z, r', \theta', z_2) r' dr' d\theta' \end{aligned} \quad (6.11)$$

où

$$Y_{mnp}(\omega) = \frac{1}{N_{mnp}(k_{mnp}^2 - k^2)} \quad (6.12)$$

N_{mnp} sont les normes définies par :

$$N_{mnp} = \int_r \int_\theta \int_z \varphi_{mnp}(r, \theta, z) \varphi_{mnp}^*(r, \theta, z) r dr d\theta dz \quad (6.13)$$

Soit T_1 le terme de la formulation associé à la surface d'entrée :

$$T_1 = -jk \int_{S_1} \beta_1(r', \theta') p(r', \theta', z_1) G(r, \theta, z, r', \theta', z_1) r' dr' d\theta' \quad (6.14)$$

$$\text{où } p(r', \theta', z_1) = \sum_{mn} \sum_1 \varphi_{mn}(r', \theta') Z_1(z_1) P_{mnl}(\omega)$$

L'équation (6.10) permet de réécrire T_1 sous la forme suivante :

$$T_1 = -jk \int_{S_1} \beta_1 \sum_{mnl} P_{mnl} \varphi_{mn}(r', \theta') Z_1(z_1) \sum_{m'n'l'} \varphi_{m'n'}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r, \theta) Z_1(z_1) Z_1(z) Y_{m'n'l'} r' dr' d\theta' \quad (6.15)$$

De même pour l'embouchure de sortie, T_2 se définit tel que :

$$T_2 = (-jk) \int_{S_1} \beta_2(r', \theta') p(r', \theta', z_2) G(r, \theta, z, r', \theta', z_2) r' dr' d\theta' \quad (6.16)$$

$$\text{où } p(r', \theta', z_2) = \sum_{mn} \sum_1 \varphi_{mn}(r', \theta') Z_1(z_2) P_{mnl}(\omega)$$

T_2 se réécrit sous la forme suivante :

$$T_2 = (-jk) \int_{S_2} \beta_2(r', \theta') \sum_{mnl} P_{mnl} \varphi_{mn}(r', \theta') Z_1(z_2) \sum_{m'n'l'} \varphi_{m'n'}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r, \theta) Z_1(z_2) Z_1(z) Y_{m'n'l'} r' dr' d\theta' \quad (6.17)$$

Les modes longitudinaux aux bouts du conduit sont indépendants des modes tournants, d'où :

$$T_1 = (-jk) \left(\sum_1 \sum_{l'} Z_1(z_1) Z_1(z) \right) \sum_{mn} \sum_{m'n'l'} \int_r \int_{\theta'} \beta_1(r', \theta') \varphi_{mn}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r, \theta) Y_{m'n'l'} P_{mnl} r' dr' d\theta' \quad (6.18)$$

En vue de simplifier les équations, on suppose $\beta = \text{cste}$ aux deux extrémités et on introduit la définition des normes :

$$\int_{r'} \int_{\theta'} \varphi_{mn}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r', \theta') r' dr' d\theta' = N_{mn} \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (6.19)$$

$$\int_{z'} Z_1(z) Z_{1'}(z) dz = N_{z,1} \delta_{1'}$$

avec

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{si } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} N_{mn} = \int_r \int_{\theta} \varphi_{mn} \varphi_{mn}^* r dr d\theta = A \\ N_{z,1} = \int_0^L Z_1^2 dz = 1 \\ N_{mnl} = N_{mn} N_l = A \end{cases} \quad (6.20)$$

où T_1 est égale à :

$$T_1 = (-jk\beta_1) \left[\sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_1) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_1)) \sum_{mn} \sum_{m'n'} \int_{r'} \int_{\theta'} \varphi_{mn}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r, \theta) Y_{m'n'1'} \right] P_{mnl} r' dr' d\theta'$$

$$T_1 = (-jk\beta_1) \left[\sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_1) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_1)) \sum_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) Y_{mnl'} P_{mnl} N_{mn} \right]$$

$$T_1 = (-jk\beta_1) \sum_{mn} N_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) \sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_1) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_1)) Y_{mnl'} P_{mnl}$$

(6.21)

De façon similaire, T_2 s'écrit comme suit :

$$T_2 = (-jk\beta_2) \left[\sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_2) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_2)) \sum_{mn} \sum_{m'n'} \int_{r'} \int_{\theta'} \varphi_{mn}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r', \theta') \varphi_{m'n'}(r, \theta) Y_{m'n'1'} \right] P_{mnl} r' dr' d\theta'$$

$$T_2 = (-jk\beta_2) \left[\sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_2) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_2)) \sum_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) Y_{mnl'} P_{mnl} N_{mn} \right]$$

$$T_2 = (-jk\beta_2) \sum_{mn} N_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) \sum_1 \sum_{1'} (Z_1(z_2) Z_{1'}(z) Z_{1'}(z_2)) Y_{mnl'} P_{mnl}$$

(6.22)

On multiplie de part et d'autre par $\varphi_{uvw}(r, \theta, z) = \varphi_{uv}(r, \theta)Z_w(z)$ ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\int_{r, \theta, z} \sum_{rst} P_{rst} \varphi_{rs}(r, \theta) Z_t(z) \varphi_{uvw}(r, \theta, z) dV &= \int_{r, \theta, z} \sum_{rst} P_{rst} \varphi_{rs}(r, \theta) Z_t(z) \varphi_{uvw}(r, \theta, z) dV \\
&= \int_{r, \theta, z} j\rho_0 \omega Q \sum_{mnp} \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) \varphi_{mn}(r, \theta) Z_p(z_0) Z_p(z) Y_{mnp}(\omega) \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV \\
&\quad - \int_{r, \theta, z} T_1 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV + \int_{r, \theta, z} T_2 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV
\end{aligned} \tag{6.23}$$

Le terme T_1 s'écrit sous la forme suivante :

$$T_1 = (-jk\beta_1) \sum_{mn} P_{mnl} N_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) \sum_l \sum_{l'} (Z_l(z_1) Z_{l'}(z) Z_{l'}(z_1)) Y_{mnl'} \tag{6.24}$$

Intégrer T_1 sur tout le volume nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
\int_{r, \theta, z} T_1 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV &= \int_{r, \theta, z} T_1 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) \underbrace{rdrd\theta dz}_{dV} \\
&= (-jk\beta_1) \sum_{mn} N_{mn} \sum_l \sum_{l'} P_{mnl} Z_l(z_1) Z_{l'}(z_1) Y_{mnl'} \int_{r, \theta, z} \varphi_{mn}(r, \theta) \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) Z_{l'}(z) dV
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Sachant que $Z_{l'}(z_1) = \text{cste}$, l'équation précédente s'écrit de la façon suivante :

D'où

$$\int_{r, \theta, z} T_1 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV = (-jk\beta_1 Z_{l'}(z_1)) \sum_{mn} N_{mn} \sum_l \sum_{l'} P_{mnl} Z_l(z_1) Y_{mnl'} \int_{r, \theta, z} \varphi_{mn}(r, \theta) \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) Z_{l'}(z) dV \tag{6.26}$$

En utilisant l'orthogonalité des modes, l'indice l' devient w , m devient u et n devient v :

$$l' \rightarrow w; m \rightarrow u; n \rightarrow v$$

Si on utilise la définition des normes N_{uv} et N_{uvw} , le terme T_1 devient donc :

$$\int_{r, \theta, z} T_1 \varphi_{uv}(r, \theta) Z_w(z) dV = (-jk\beta_1 Z_w(z_1)) (N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw}) \sum_l P_{uvl} Z_l(z_1) \tag{6.27}$$

Par analogie, le deuxième terme de l'expression s'écrit de la façon suivante :

$$\int_{r,\theta,z} T_2 \varphi_{uv}(r,\theta) Z_w(z) dv = (-jk\beta_2 Z_w(z_2)) (N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw}) \sum_1 P_{uvl} Z_1(z_2) \quad (6.28)$$

Les composantes axiales s'écrivent respectivement en z_1 et z_2 de la façon suivante :

$$Z_1(z_1) = \alpha_1 \cos\left(\frac{l\pi z_1}{L}\right) \text{ avec } \alpha_1 = \sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}};$$

$$z_1 = 0 \Rightarrow Z_1(z_1) = \alpha_1$$

$$Z_1(z_2) = \alpha_1 \cos\left(\frac{l\pi z_2}{L}\right) \text{ avec } \alpha_1 = \sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}};$$

$$z_2 = L \Rightarrow Z_1(z_2) = \alpha_1 (-1)^l$$

Ce qui nous permet d'avoir les deux expressions suivantes :

$$\int_{r,\theta,z} T_1 \varphi_{uv}(r,\theta) Z_w(z) dv = (-jk\beta_1 Z_w(z_1)) (N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw}) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 \quad (6.29)$$

$$\int_{r,\theta,z} T_2 \varphi_{uv}(r,\theta) Z_w(z) dv = (-jk\beta_2 Z_w(z_2)) (N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw}) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 (-1)^l \quad (6.30)$$

On remplace les termes de la formulation intégrale par leurs expressions explicites :

$$\begin{aligned} N_{uv} N_{z,w} P_{uvw} &= j\rho_0 \omega Q N_{uv} N_{z,w} \varphi_{uv}(r_0, \theta_0) Z_w(z_0) Y_{uvw}(\omega) \\ &+ (jk\beta_1) \left(N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw} \alpha_w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 \\ &+ (-jk\beta_2) \left(N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw} \alpha_w (-1)^w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 (-1)^l \end{aligned} \quad (6.31)$$

et on obtient,

$$\begin{aligned} N_{uv} N_{z,w} P_{uvw} &- (jk\beta_1) \left(N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw} \alpha_w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 \\ &+ (jk\beta_2) \left(N_{uv} Y_{uvw} N_{uvw} \alpha_w (-1)^w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 (-1)^l \\ &= j\rho_0 \omega Q N_{uv} N_{z,w} \varphi_{uv}(r_0, \theta_0) Z_w(z_0) Y_{uvw}(\omega) \end{aligned} \quad (6.32)$$

Suivant la normalisation $N_{uv} = N_{uvw} = A$ et $N_{z,w} = 1$

En éliminant A de part et d'autre, on arrive à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
& P_{uvw} \cdot (-jk\beta_1) \left(Y_{uvw} A \alpha_w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 \\
& + (jk\beta_2) \left(Y_{uvw} A \alpha_w (-1)^w \right) \sum_1 P_{uvl} \alpha_1 (-1)^l \\
& = j\rho_0^{\omega Q\varphi_{uv}(r_0, \theta_0)} Z_w(z_0) Y_{uvw}(\omega)
\end{aligned} \tag{6.33}$$

Après simplification, on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
& P_{uvw} + \left(Y_{uvw} A \right) \sum_1 P_{uvl} \left[-jk\beta_1 \alpha_1 \alpha_w + jk\beta_2 \alpha_1 (-1)^l \alpha_w (-1)^w \right] \\
& = j\rho_0^{\omega Q\varphi_{uv}(r_0, \theta_0)} Z_w(z_0) Y_{uvw}(\omega)
\end{aligned} \tag{6.34}$$

En décomposant la sommation telle que :

$$\sum_{l=0}^{\infty} = \sum_{l=w} + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq w}}^{\infty},$$

On arrive à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
& P_{uvw} + \left(Y_{uvw} A \alpha_w \right) P_{uvw} \left[-jk\beta_1 \alpha_w + jk\beta_2 \alpha_w (-1)^{2w} \right] \\
& + \left(Y_{uvw} A \alpha_w \right) \sum_{l \neq w} P_{uvl} \left[-jk\beta_1 \alpha_1 + jk\beta_2 \alpha_1 (-1)^l (-1)^w \right] \\
& = j\rho_0^{\omega Q\varphi_{uv}(r_0, \theta_0)} Z_w(z_0) Y_{uvw}(\omega)
\end{aligned} \tag{6.35}$$

Finalement, l'expression permettant de remonter aux constantes modales est donnée par :

$$\begin{aligned}
& P_{uvw} \left(1 + \left(Y_{uvw} A \alpha_w \right) \left[-jk\beta_1 \alpha_w + jk\beta_2 \alpha_w (-1)^{2w} \right] \right) \\
& + \left(Y_{uvw} A \alpha_w \right) \sum_{l \neq w} P_{uvl} \left[-jk\beta_1 \alpha_l + jk\beta_2 \alpha_l (-1)^{l+w} \right] \\
& = j\rho_0 \omega Q \varphi_{uv} (r_0, \theta_0) Z_w (z_0) Y_{uvw} (\omega)
\end{aligned} \tag{6.36}$$

Or,

$$\varphi_{uv} (r_0, \theta_0) Z_w (z_0) = \varphi_{uvw} (r_0, \theta_0, z_0) \tag{6.37}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
& P_{uvw} \left(1 + \left(Y_{uvw} (\omega) A \alpha_w \right) \left[-jk\beta_1 \alpha_w + jk\beta_2 \alpha_w (-1)^{2w} \right] \right) \\
& + \left(Y_{uvw} (\omega) A \alpha_w \right) \sum_{l \neq w} P_{uvl} \left[-jk\beta_1 \alpha_l + jk\beta_2 \alpha_l (-1)^{l+w} \right] \\
& = j\rho_0 \omega Q \varphi_{uvw} (r_0, \theta_0, z_0) Y_{uvw} (\omega)
\end{aligned} \tag{6.38}$$

$\varphi_{uvw} (r_0, \theta_0, z_0)$ sont les modes tournants au point receveur définis par :

$$\begin{aligned}
\varphi_{uvw} (r_0, \theta_0, z_0) &= \alpha_{uvw} J_u \left(\frac{\mu_{uv} r_0}{a} \right) \exp(ju\theta_0) \cos\left(\frac{w\pi z_0}{L}\right) \\
&= \underbrace{\left[\alpha_{uv} J_u \left(\frac{\mu_{uv} r_0}{a} \right) \exp(ju\theta_0) \right]}_{\varphi_{uv} (r_0, \theta_0)} \underbrace{\left[\alpha_w \cos\left(\frac{w\pi z_0}{L}\right) \right]}_{Z_w (z_0)}
\end{aligned}$$

On obtient les constantes $\alpha_{uvw} = \alpha_{uv} \alpha_w$ via l'orthogonalité des modes (voir annexe B).

Elles s'écrivent sous la forme suivante :

$$\alpha_{uvw} = \frac{A}{\pi a^2} \underbrace{\frac{\mu_{uv}}{\sqrt{(\mu_{uv}^2 - u^2)} J_u(\mu_{uv})}}_{\alpha_{uv}} \underbrace{\sqrt{\varepsilon_w} \sqrt{\frac{1}{L}}}_{\alpha_w}$$

où $\begin{cases} \varepsilon_i = 1 \text{ lorsque } i = 0 \\ \varepsilon_i = 2 \text{ lorsque } i \neq 0 \end{cases}$

- N_{uv} sont les normes associées aux modes tournants qu'on trouve via l'orthogonalité des modes

$$\frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^L \varphi_{uv} \varphi_{u'v'}^* r dr d\theta dx = \begin{cases} 1 & \text{Si } (u,v)=(u',v') \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

- Les $Y_{uvw}(\omega)$ dépendent de la fréquence. Elles se définissent comme suit :

$$Y_{uvw}(\omega) = \frac{1}{N_{uvw}(k_{uvw}^2 - k^2)}$$

Avec N_{uvw} , les fonctions normalisées qui résultent de l'orthogonalité des modes et s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned} N_{uvw} &= \int_v \varphi_{uvw} \varphi_{uvw}^* dv \\ &= \underbrace{\int_r \int_\theta \varphi_{uv} \varphi_{uv}^* r dr d\theta}_A * \underbrace{\int_0^L Z_w^2 dz}_1 \end{aligned}$$

où

$$N_{uvw} = A$$

et

$$k_{uvw} = \frac{\omega_{uv}}{c} = \sqrt{\left(\left(\frac{\mu_{uv}}{a}\right)^2 + \left(\frac{w\pi}{L}\right)^2\right)} \quad \text{le nombre d'onde modale}$$

- $Z_1(z_1 = 0) = \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}} \cos\left(\frac{1\pi z_1}{L}\right) = \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}}$
- $Z_1(z_2 = L) = \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}} \cos\left(\frac{1\pi z_2}{L}\right) = \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\frac{1}{L}} (-1)^1$

6.1.2 Cas d'une cavité cylindrique fermée aux deux extrémités

Soit une cavité de section circulaire (Figure 6.2) excitée par un monopôle ayant une entrée et une sortie rigides.

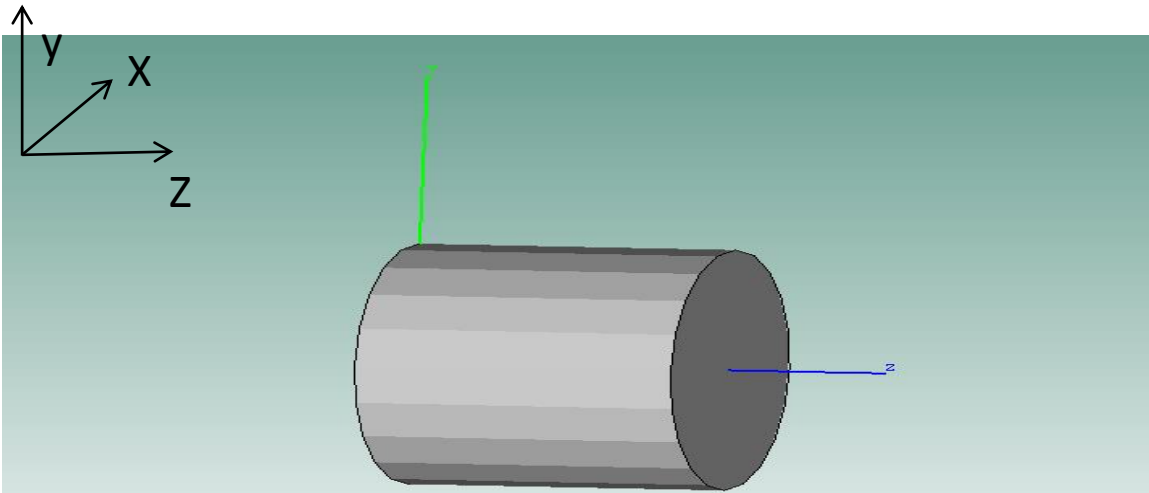


Figure 6.2 Cavité de section circulaire

Détermination du champ de pression :

Cette étude peut être considérée comme un cas particulier où les admittances β_1 et β_2 sont nulles :

$$\beta_i = \frac{Z_c}{Z_s} \rightarrow 0 \quad i = \{1, 2\} \text{ car } Z_i \rightarrow \infty$$

En remplaçant les admittances par 0 dans l'équation(6.38), on retrouve les mêmes amplitudes modales que le cas d'un guide d'onde à surfaces rigides (cavité).

$$P_{uvw} = j\rho_0\omega Q\phi_{uv}(r_0, \theta_0)Z_w(z_0)Y_{uvw}(\omega) \quad (6.39)$$

Or, le champ de pression en tout point s'écrit sous la forme modale suivante :

$$p(r, \theta, z) = \sum_{uvw} P_{uvw} \phi_{uvw}(r, \theta, z) \quad (6.40)$$

Finalement, on a l'expression du champ de pression pour le cas d'une cavité cylindrique :

$$p(r, \theta, z) = j\omega\rho_0 Q \sum_{mnl} \frac{\phi_{mnl}(r, \theta, z)\phi_{mnl}(r_0, \theta_0, z_0)}{N_{mnl}(k_{mnl}^2 - k^2)} \quad (6.41)$$

où $k_{mnl} = \frac{\omega_{mn}}{c} = \sqrt{\left(\left(\frac{\mu_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{L}\right)^2\right)}$ (le nombre d'onde de forme modale)

$\phi_{mnl}(x_0, r_0, \theta_0)$ et $\phi_{mnl}(x, r, \theta)$ sont les fonctions de forme modale aux points de la source et du receveur respectivement.

6.1.3 Cas d'une conduite cylindrique semi-infinie avec une sortie bafflée

Dans cette partie, on suppose que la conduite est finie avec une entrée rigide et bafflée à la sortie. On impose une impédance égale à celle d'un piston bafflé en sortie telle que décrit sur la Figure 6.3

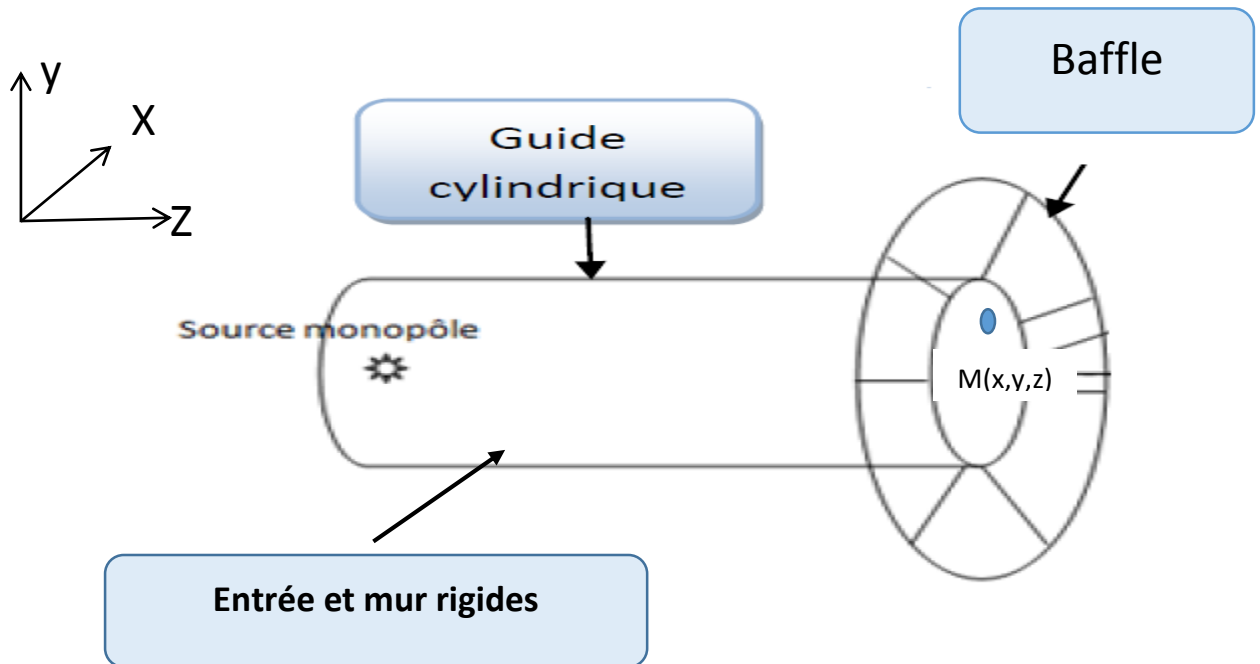


Figure 6.3 Conduite cylindrique de dimension finie avec sortie bafflée

L'impédance à la sortie se définit de la façon suivante :

$$Z_2(z=L) = \frac{P_{\text{moy}}}{V_0} \quad (6.42)$$

où P_{moy} et V_0 représentent la pression moyenne et la vitesse à l'embouchure de la sortie.

On peut aussi écrire,

$$Z_2(z=L) = \frac{F}{\pi a^2 V_0} \quad (6.43)$$

avec F représente la force exercée par le fluide sur la face de la sortie. Elle est égale à

$$F = \int \int_S p(M) dS \quad (6.44)$$

où $p(M)$ est la pression en un point M de la sortie.

Après un enchainement de calculs qu'on trouve dans le livre de Pierce [3], la force F est donnée par :

$$F = \pi a^2 \rho_0 c_0 V_0 \left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} + j \frac{2S(2ka)}{2ka} \right] \quad (6.45)$$

J est la fonction de Bessel d'ordre 1 et S est la fonction de Struve d'ordre 1. L'impédance à la sortie du conduit s'écrit donc comme suit :

$$Z_2(z=L) = \rho_0 c_0 \left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} + j \frac{2S(2ka)}{2ka} \right] \quad (6.46)$$

Tel que vu précédemment, les amplitudes modales sont données par l'expression (6.38)

L'admittance de la face d'entrée β_1 est égale au rapport de l'impédance de l'air et l'impédance de surface (égale à l'infini).

$$\beta_2 \text{ est l'admittance à la lèvres de sortie et elle est égale à } \frac{Z_c}{Z_2} = \frac{1}{\left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} + i \frac{2H(2ka)}{2ka}\right]}$$

On remonte ainsi à l'expression du champ de pression tel que :

$$p(r, \theta, z) = \sum_{uvw} P_{uvw} \phi_{uvw}(r, \theta, z)$$

6.2 Problème extérieur-Partie analytique

6.2.1 Conduite cylindrique bafflée

Nous avons examiné jusqu'à présent les phénomènes liés à la propagation des ondes dans les conduits. Cependant ce qui constitue finalement une gêne acoustique, c'est le bruit qui sort. Il est donc utile de connaître aussi le champ sonore rayonné par l'embouchure et en particulier le diagramme de directivité.

Hypothèses de l'étude

Le modèle consiste à considérer le champ sonore dans la section terminale du conduit de rayon **a** (Figure 6.4) comme une juxtaposition de monopôles élémentaires. Chacun de ceux-ci est supposé rayonner complètement à l'extérieur.

Le calcul se fait en deux étapes :

- Calcul du champ de pression et de vitesse à la sortie (avec la condition de sortie bafflée).
- Détermination de la pression en champ lointain.

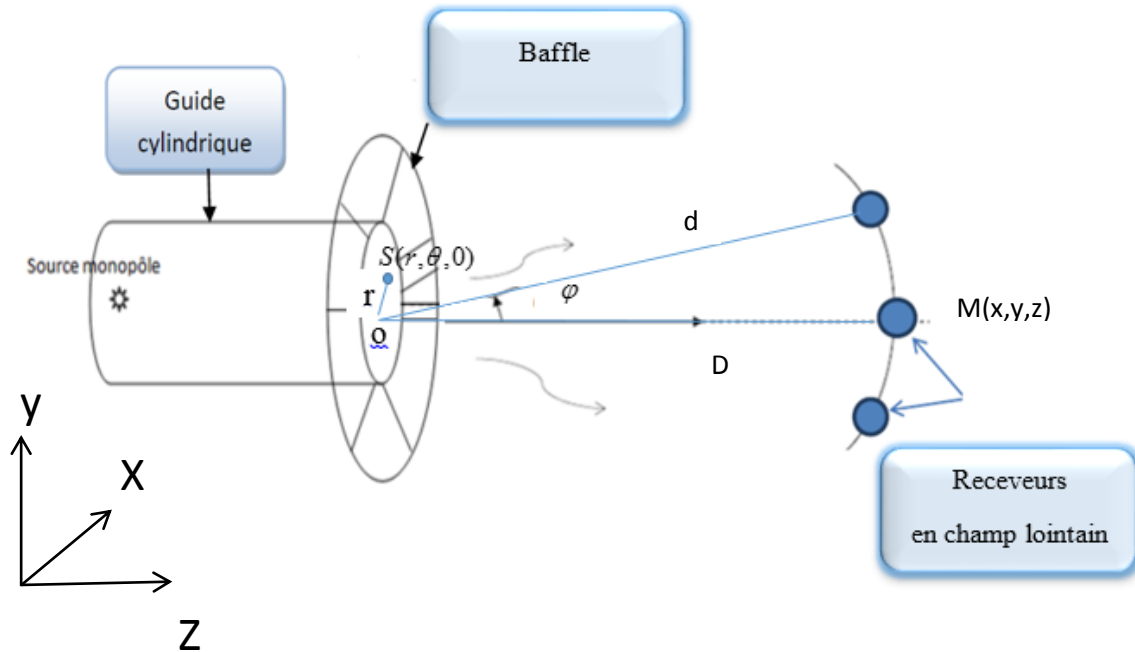


Figure 6.4 Rayonnement en champ lointain d'une conduite cylindrique de dimension finie avec sortie bafflée

La pression rayonnée à l'extérieur du conduit ayant une sortie bafflée qui résulte d'une excitation par un monopôle est donnée par l'intégrale de Rayleigh :

$$P(x, y, z) = - \int_s \frac{\partial p}{\partial y} \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} ds \quad (6.47)$$

où r est la distance de M à la source ponctuelle $S(r, \theta, 0)$.

Sur chaque élément de la section de sortie, on a : $\delta s = r dr d\theta$.

Comme l'axe z est l'axe de révolution, l'axe x repérant l'angle θ peut être placé dans le plan zOM pour simplifier les écritures, sans nuire à la généralité. Dans ces conditions, les coordonnées cartésiennes de S et M sont :

$S(r \cos \theta, r \sin \theta, 0)$, $M(D \sin \varphi, 0, D \cos \varphi)$ et

$$d^2 = (D \sin \varphi - r \cos \theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta + D^2 \cos^2 \varphi \quad (6.48)$$

Or, le champ lointain est caractérisé par trois impératifs :

- Distance \gg longueur d'onde ou $Kd \gg 1$.
- Distance \gg dimension de la source ou $d \gg a$.
- $d \gg \frac{a^2}{\lambda}$

L'inégalité $D \gg$ entraîne $D \gg r$ et permet d'exprimer d en se limitant au développement limité au premier ordre en r/D :

$$d = D\left(1 - \frac{r}{D} \sin \varphi \cos \theta\right) = D - r \sin \varphi \cos \theta \quad (6.49)$$

On utilise le code de propagation interne dans un conduit. Ce dernier est valable tout au long du conduit cylindrique, en particulier à l'embouchure de sortie.

La pression, comme vue précédemment, est la superposition des fonctions modales et constantes qui résultent de la source monopolaire de débit volumique Q (second terme de l'équation d'Helmholtz) et l'orthogonalité des modes.

$$P(r, \theta, z, t) = \sum_{uvw} P_{uvw} \varphi_{uvw} \quad (6.50)$$

L'expression des P_{uvw} vue précédemment est donnée par(6.38).

À partir de la pression pariétale et de l'impédance du rayonnement à la sortie, la vitesse locale en tout point de l'embouchure peut être exprimée de la façon suivante :

$$V_i = \frac{P_i}{Z}$$

Z est l'impédance du rayonnement à l'embouchure de sortie. Elle est égale à l'impédance de rayonnement d'un piston bafflé (6.46).

Finalement, la pression en champ lointain fournie par la discrétisation de l'intégrale de Rayleigh s'écrit de la manière suivante :

$$P(M) = \sum_{i=1}^{ne} j\omega\rho_0 V_i \frac{e^{-jkR_i}}{2\pi R_i} S_i \quad (6.51)$$

6.3 Problème intérieur –Simulation basses fréquences

6.3.1 Cas d'une cavité cylindrique

Dans cette partie, on expose les paramètres spécifiques à chaque modèle ainsi que les simulations réalisées permettant la validation du code analytique dans le cas de la propagation dans une cavité de section circulaire fermée aux deux extrémités.

La simulation FEM est réalisée sur le logiciel Comsol puis sur VA-One. La géométrie est une cavité cylindrique maillée en éléments Tétraèdres en respectant un minimum de 4 éléments quadratiques par longueur d'onde acoustique).

Modèle Comsol

Le modèle est représenté sur la Figure 6.5.

Paramètres de l'étude

Rayon $a=0.415$ [m]

Longueur $L=0.67\text{m}$ [m]

Amplitude $A=1$ [Pa*m]

Débit volumétrique $Q = \frac{A}{i\omega\rho}$ [m³/s]

Plage fréquentielle [100, 1000] Hz

Pas fréquentiel : 5Hz

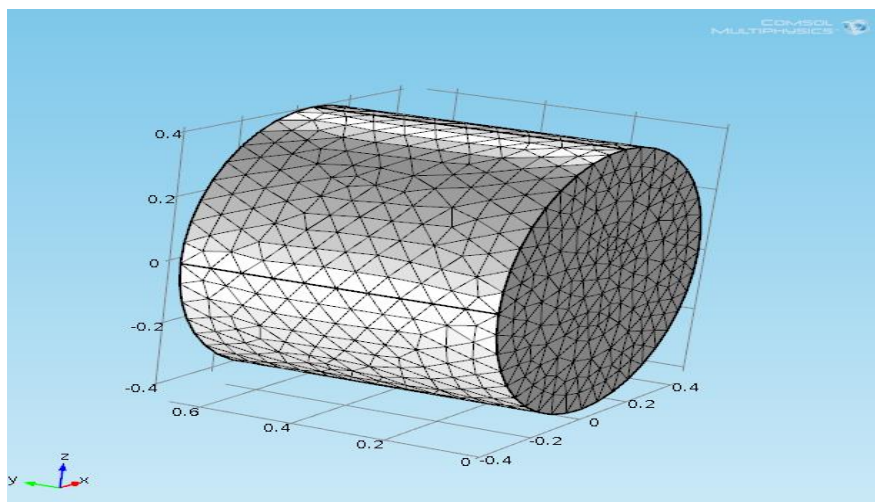
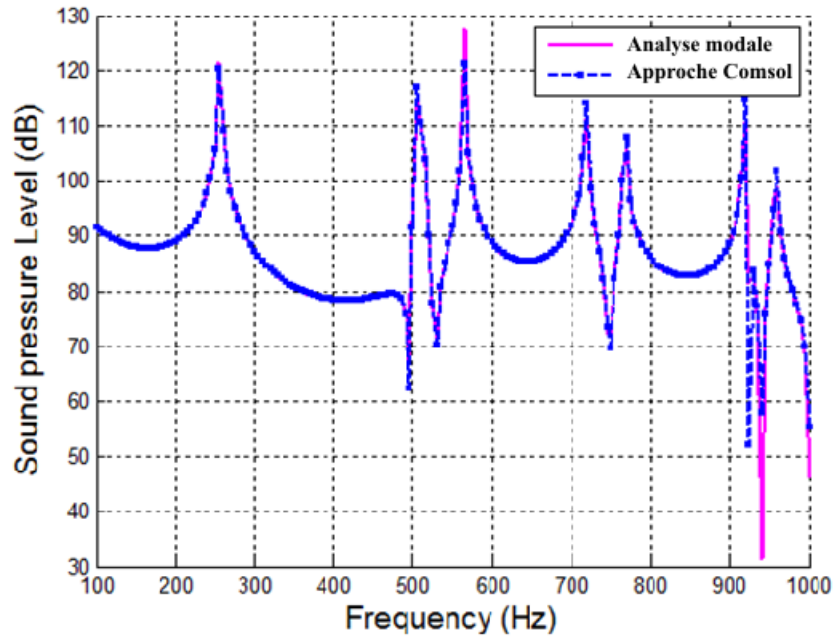


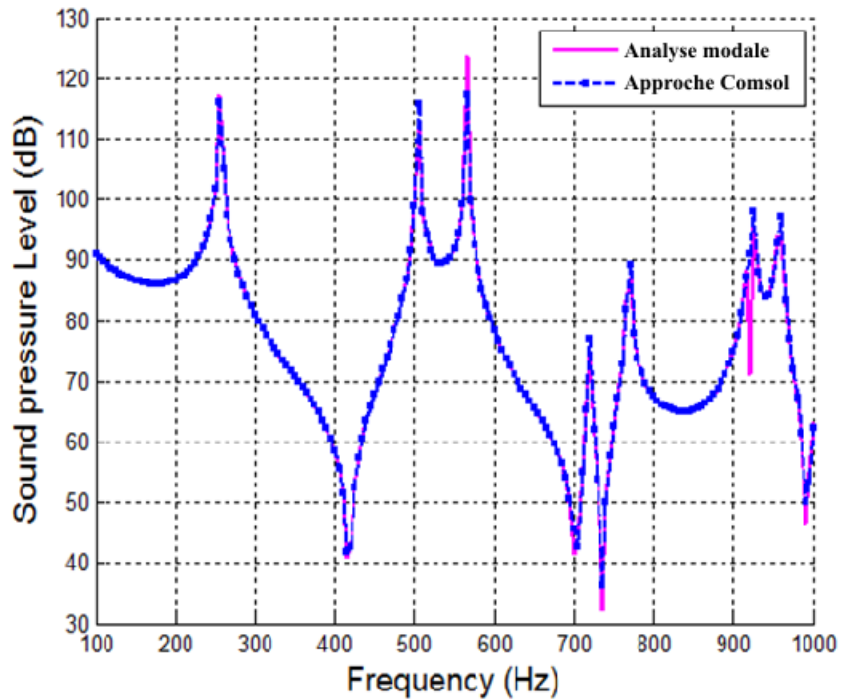
Figure 6.5 Maillage d'une cavité cylindrique sur Comsol

Simulations

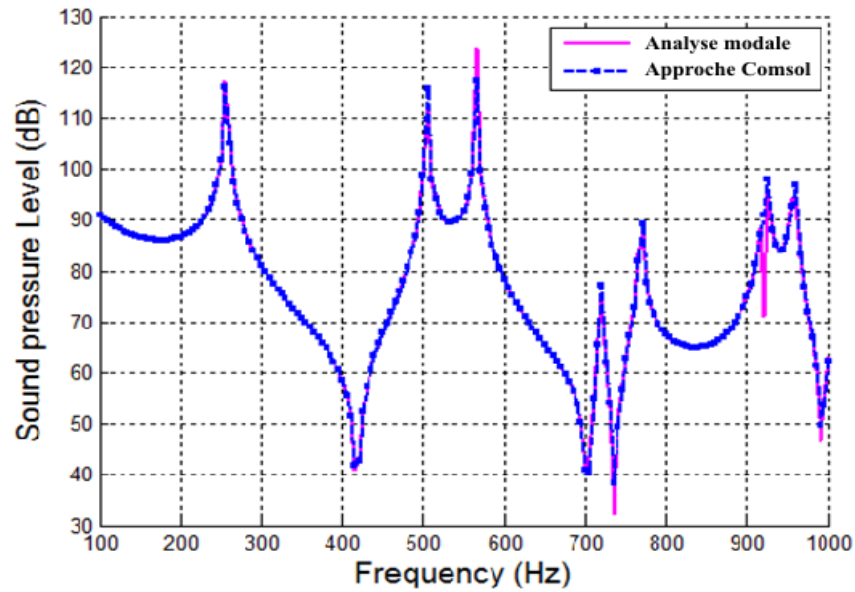
Cas 1 Source centrée (0,0,0) et Micro non centré (-0.1,0.67,0.3)



Cas 2 Source centrée (0,0.1,0) & Micro non centré (-0.1,0.5,0.3)



Cas 3 Source non centrée (-0.1,0.1,0.3) & Micro centré (0,0.5,0)



Cas 4 Source (0,0.1,0) centrée & Micro (0,0.5,0) centré

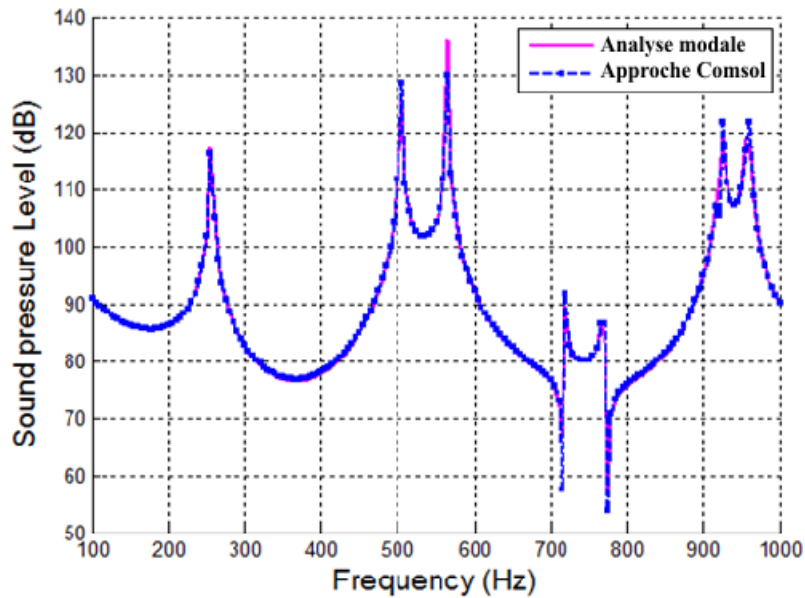


Figure 6.6 Cas 1, 2, 3 et 4 d'une cavité cylindrique sur Cmsol-Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences

Modèle VA-One – Méthode FEM

La Figure 6.7 montre la géométrie étudiée sur VA-One

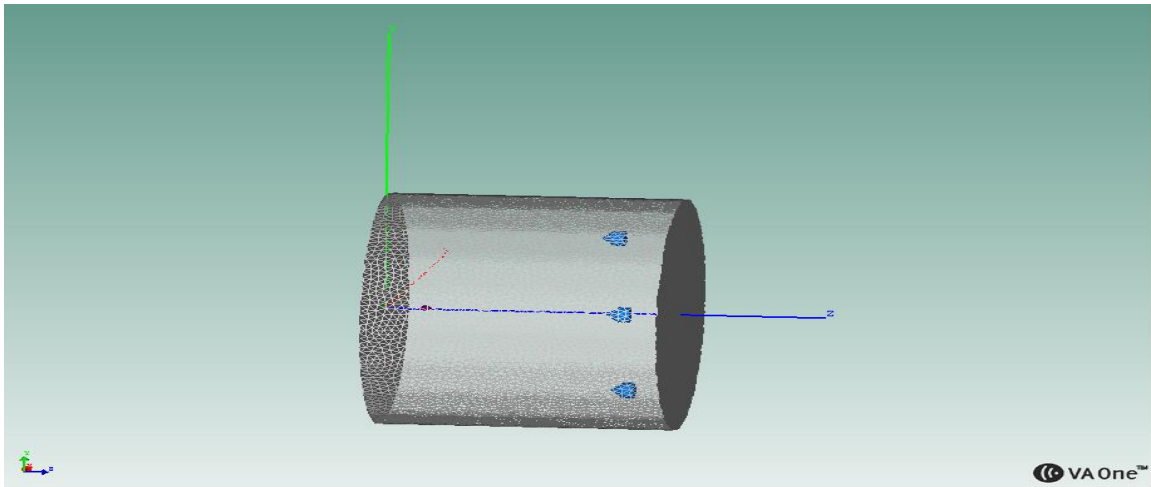


Figure 6.7 Maillage d'une cavité cylindrique sur VA-One excitée par un monopole

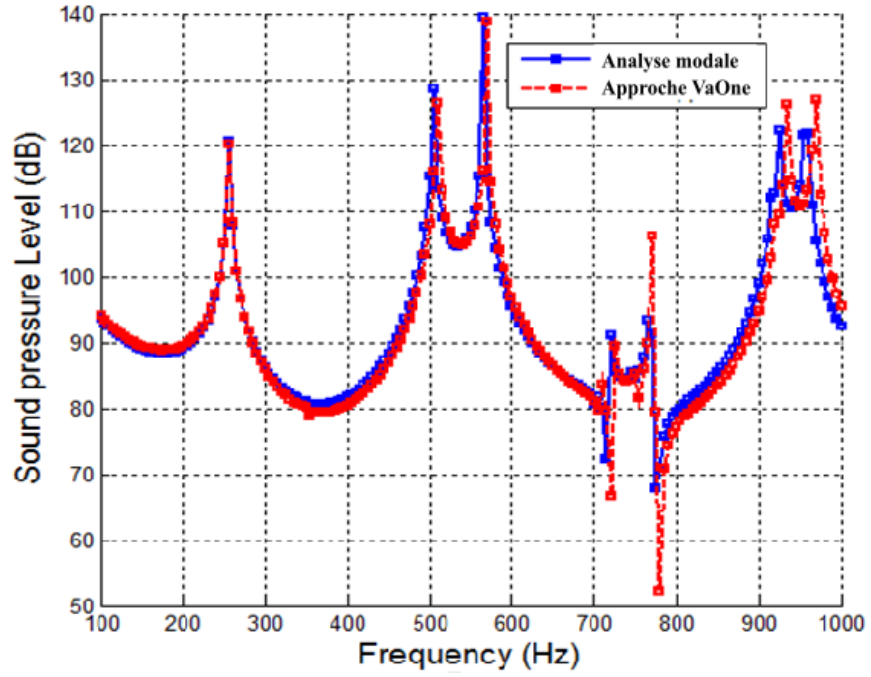
Dans le cas d'un monopole, $p(r) = \frac{-A\sqrt{2}}{4\pi r} e^{-jkr}$ est l'expression utilisée dans VA-One.

où r est la distance entre la source et les receveurs. A est la pression RMS d'entrée qui définit la source ponctuelle sur VA-One.

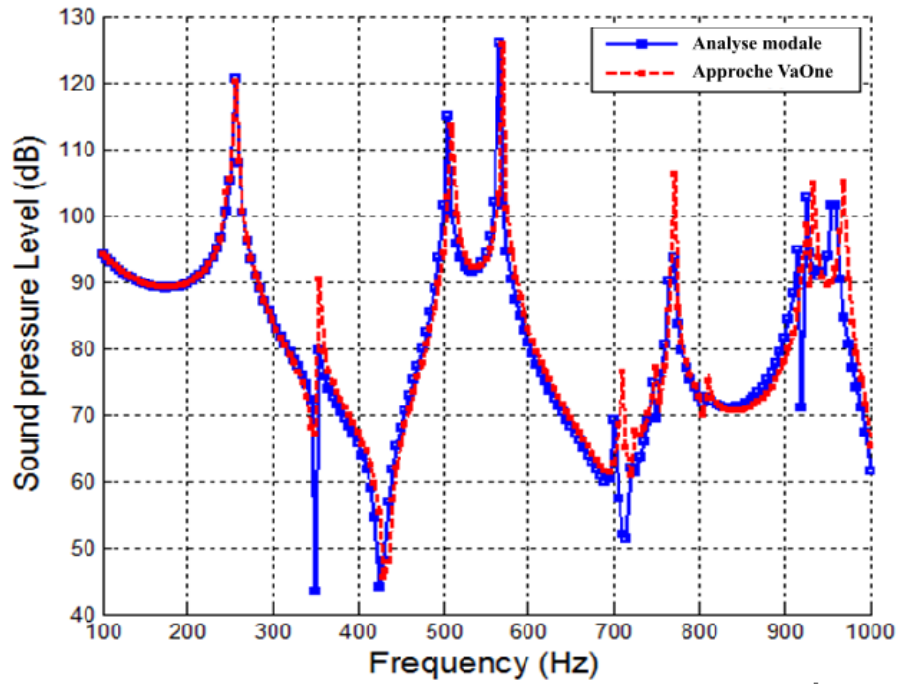
Cas 1	source (0 0.1 0) et receveur (0 0.5 0)
Cas 2	source (0 0.1 0) et receveur (-0.1 0.5 0.3)
Cas 3	source (0 0.1 0) et receveur (0.1 0.5 -0.3)

Simulations

Cas 1



Cas 2



Cas 3

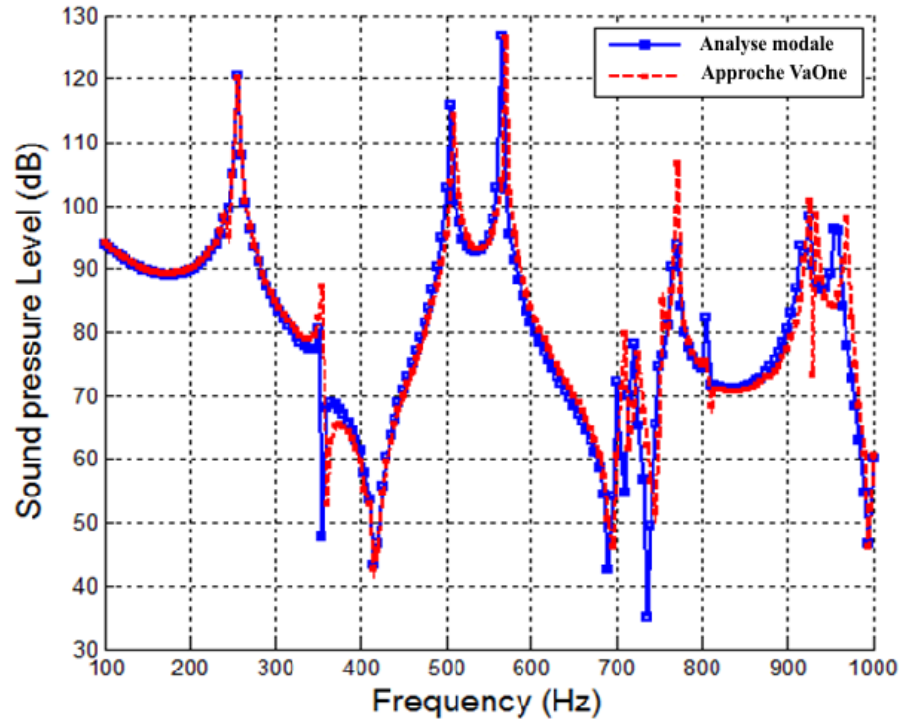


Figure 6.8 Cas 1, 2, 3 d'une cavité cylindrique sur VA-One -Simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences

Conclusions

Les différentes simulations réalisées aussi bien sur Comsol (Figure 6.6) que sur VA-One (Figure 6.8) permettent de valider le code analytique.

En effet les résultats obtenus par Comsol et VA-One montrent que le maillage permet de bien capturer la physique dans la plage fréquentielle considérée.

Les petites différences observées sur la Figure 6.8 sont une conséquence de la sensibilité de la réponse à la position de la source et celle du receveur. Rappelons que l'amortissement est nul dans les cas traités.

6.3.2 Cas d'une conduite avec impédance

L'étude effectuée dans cette partie du mémoire a pour objectif de valider le code analytique pour le cas d'un conduit cylindrique avec conditions aux limites.

On compare nos résultats obtenus par le code basé sur l'analyse modale à ceux qu'on post-traite suite aux résultats fournis numériquement par COMSOL-Multiphysics et VA-One dans un milieu sans amortissement avec une vitesse de son égale à 343 m/s et une densité volumique égale à 1.2 kg/m³.

Aux deux bouts de la conduite, on impose différentes conditions d'impédance (ou d'admittance). Dans la suite, on expose les modèles ainsi que les différentes simulations réalisées pour une série de configurations.

Modèle-COMSOL MultiPhysics

Maillage utilisé

On utilise un maillage sur Comsol (Figure 6.9) dans une plage fréquentielle de [100 1000 Hz] en considérant les tailles des éléments quadratiques de tailles minimale de 0.0069 m et maximale de l'élément 0.0686 m.

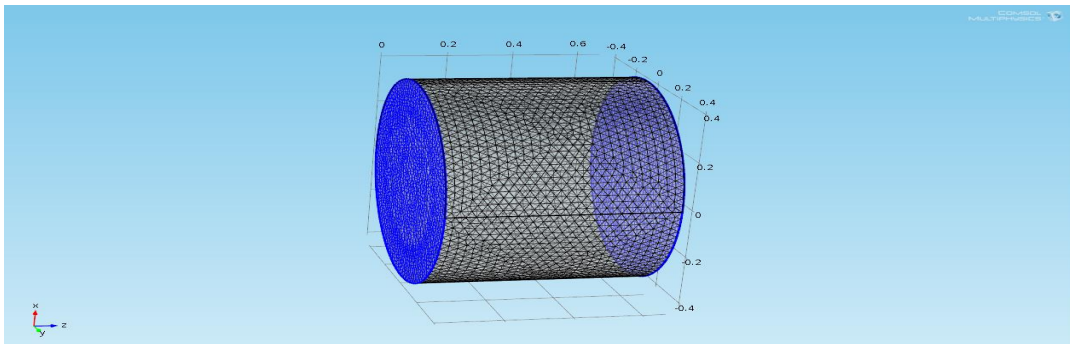


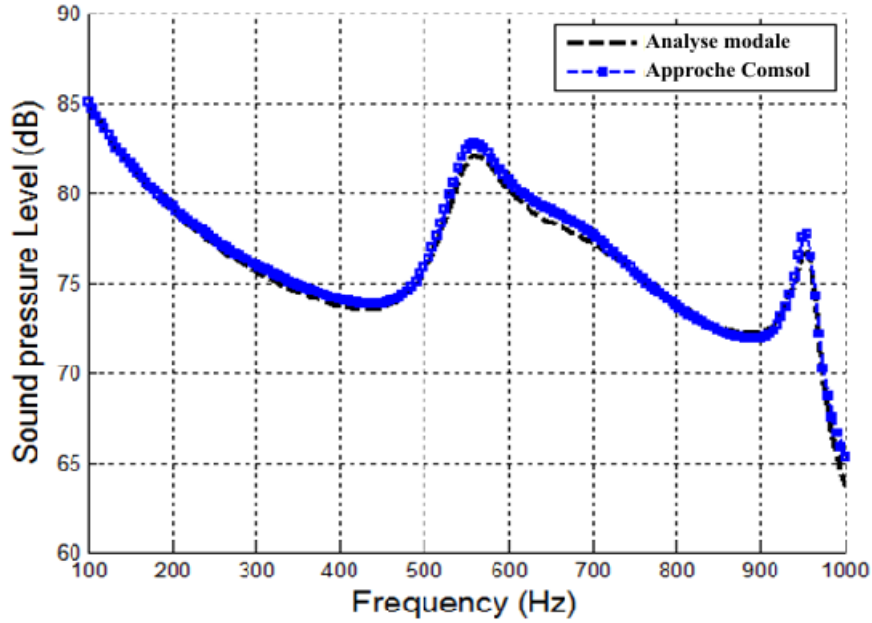
Figure 6.9 Maillage d'une conduite avec conditions aux limites

Ce qui revient à un critère de maillage de 5 éléments par longueur d'onde ($\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}}$ et

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}}).$$

Configuration 1 : S (0,0.1,0) & M (-0,1,0.5,0,3)

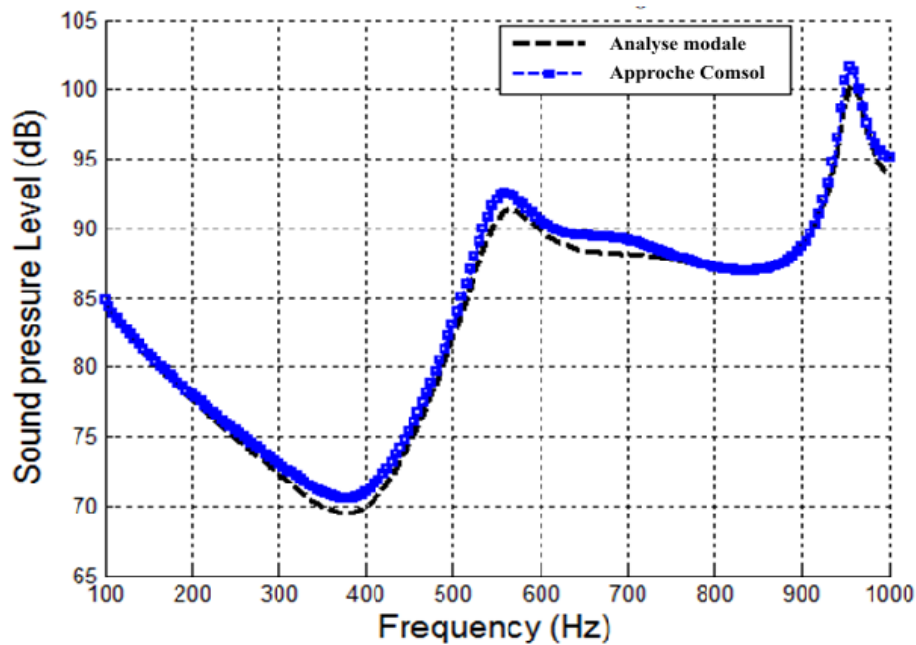
Conditions d'impédance $Z_i \rightarrow Z_c \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 1$



Convergence modale
U=0;V=3;W=14;

Configuration 2 : S (0,0.1,0) & M (0 0,5 0)

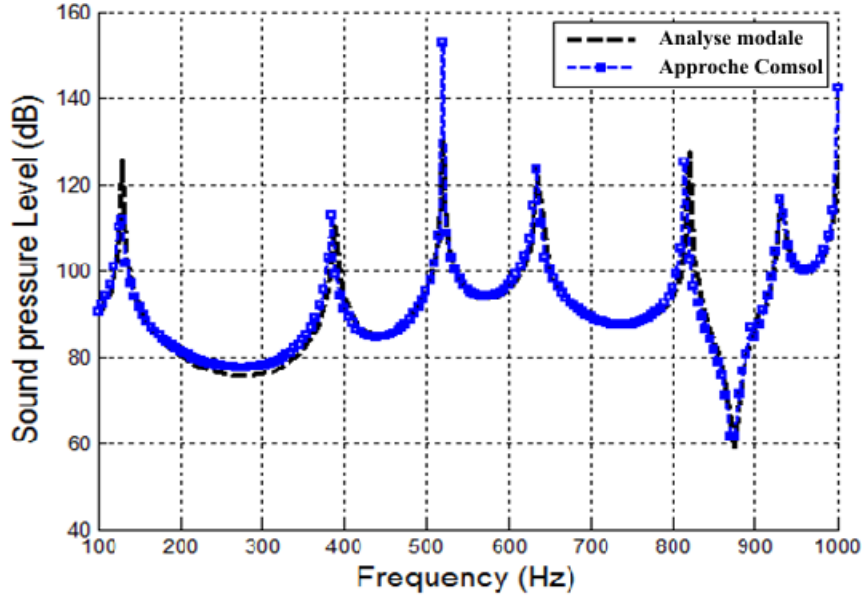
Conditions d'impédance $Z_i \rightarrow Z_c \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 1$



Convergence modale
U=0;V=4;W=10;

Configuration 3: S (0,0.1,0) & M (0,0.5,0)

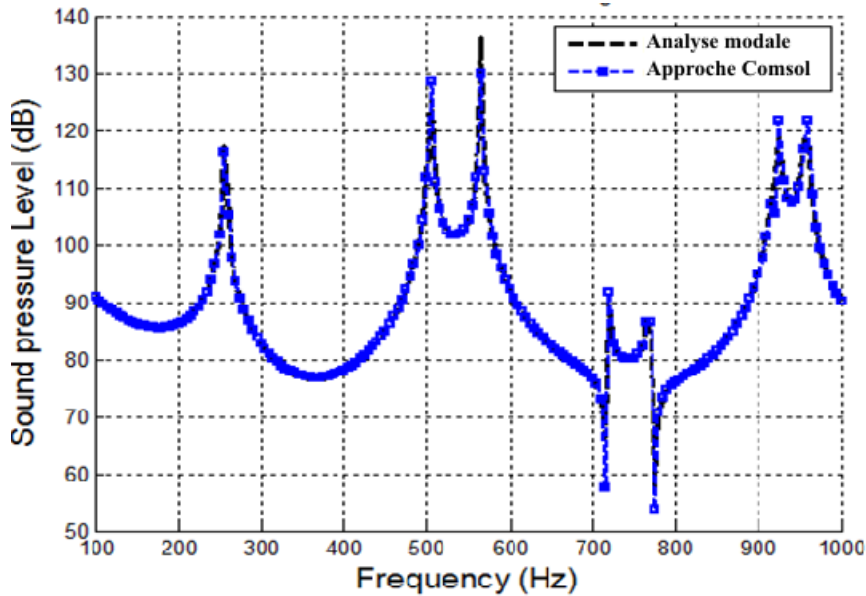
Conditions d'impédance $Z_1 \rightarrow \infty; Z_2 = 1+i \Leftrightarrow \beta_1 = 0; \beta_2 = \frac{\rho c}{1+i}$



Convergence modale
U=0;V=10;W=18;

Configuration 4 : S (0,0.1,0) & M (0,0.5,0)

Conditions d'impédance $Z_i \rightarrow \infty \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 \rightarrow 0$



Convergence modale
U=0;V=3;W=9;

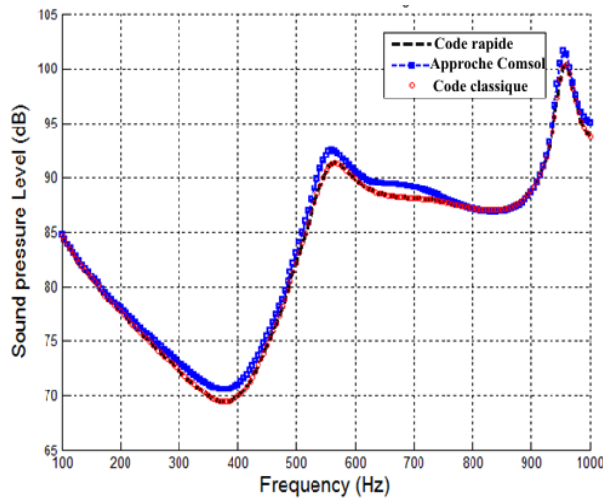
Figure 6.10 Configurations 1,2,3 et 4 d'une conduite cylindrique avec impédance-simulations de comparaison du niveau de pression acoustique en basses fréquences

On utilise pour les configurations restantes (Figure 6.11) le code analytique implanté sur la base du remplissage vectoriel des matrices ce qui permet d'accélérer trois fois la compilation du code par rapport à celui classique où le remplissage se fait élément par élément.

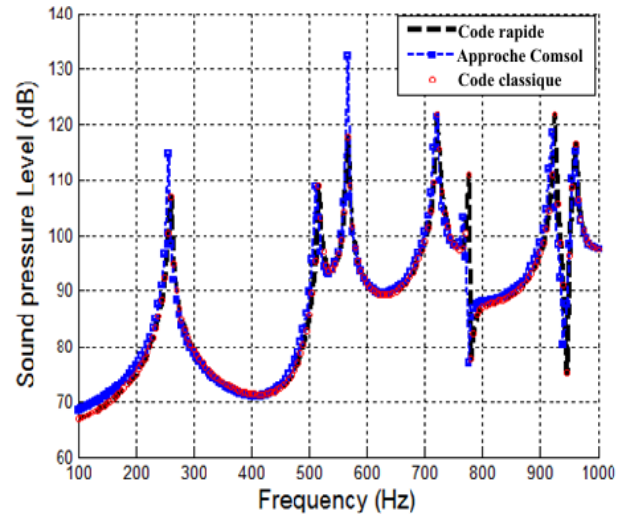
Configuration 5 S (0,0.1,0) & M (0,0.5,0)

Conditions d'impédance

$$Z_i \rightarrow Z_c \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 = 1$$



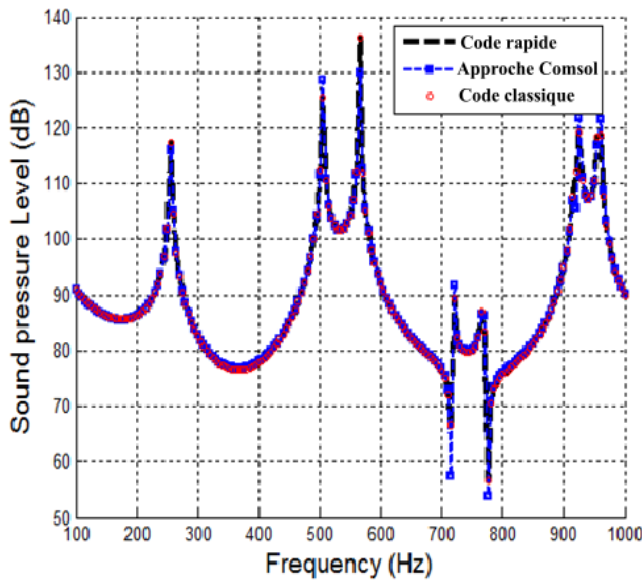
$$Z_i \rightarrow 1+i \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 = \frac{\rho c}{1+i}$$



Configuration 6 S (0,0.1,0) M (0,0.5,0)

Conditions d'impédance

$$Z_i \rightarrow \infty \Leftrightarrow \beta_1 = \beta_2 \rightarrow 0$$



$$Z_1 \rightarrow \infty; Z_2 \rightarrow 1+i \Leftrightarrow \beta_1 = 0; \beta_2 = \frac{\rho c}{1+i}$$

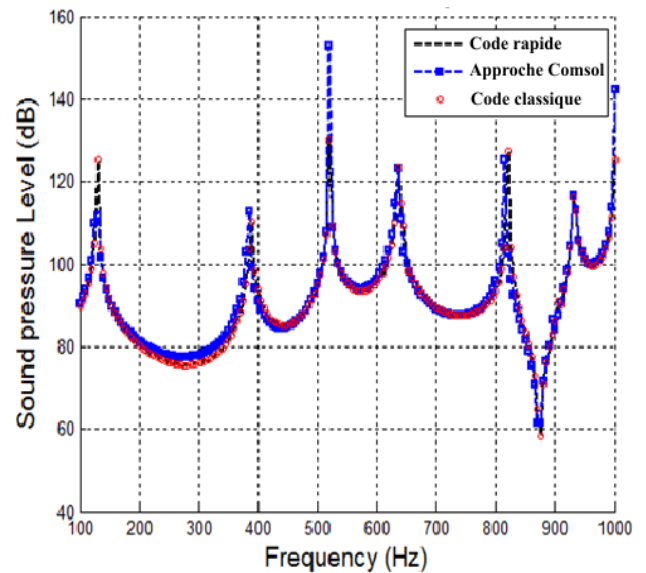


Figure 6.11 Configurations 5 et 6 d'une conduite cylindrique avec impédance- Simulations en basses fréquences avec code vectoriel

Conclusions

Quand on impose des impédances sous forme complexe, la convergence est plus lente par rapport au cas d'une impédance d'air.

L'ordre de convergence circonférentiel est nul dans les configurations choisies car la fonction $\exp(jm\theta)$ associé à ce mode est égale à 1 (θ est égale à 0 dans le cas où les coordonnées x et y de la source sont nulles).

Des résultats très satisfaisants ont été obtenus dans toutes les configurations choisies quel que soit l'impédance choisie à l'entrée ou à la sortie de la conduite (voir Figure 6.10 et Figure 6.11).

Ainsi le code modal est validé. Il sera utilisé pour valider le code géométrique en moyennes et hautes fréquences.

6.4 Simulation du champ de pression à la sortie d'une conduite de sortie bafflée

En vue de s'assurer de la qualité de la pression pariétale à la sortie de la conduite. Un modèle hybride a été réalisé sur VA-One (Figure 6.12) dans l'optique de diagnostiquer le bruit à l'embouchure de sortie en positionnant une panoplie de récepteurs (micros).

Modèle-Vaone:

Plage fréquentielle : [100,800] Hz avec un pas de 10 Hz

Critère de maillage : 6 éléments/longueur d'onde

Approche hybride utilisée : FEM+SIF (SEA)

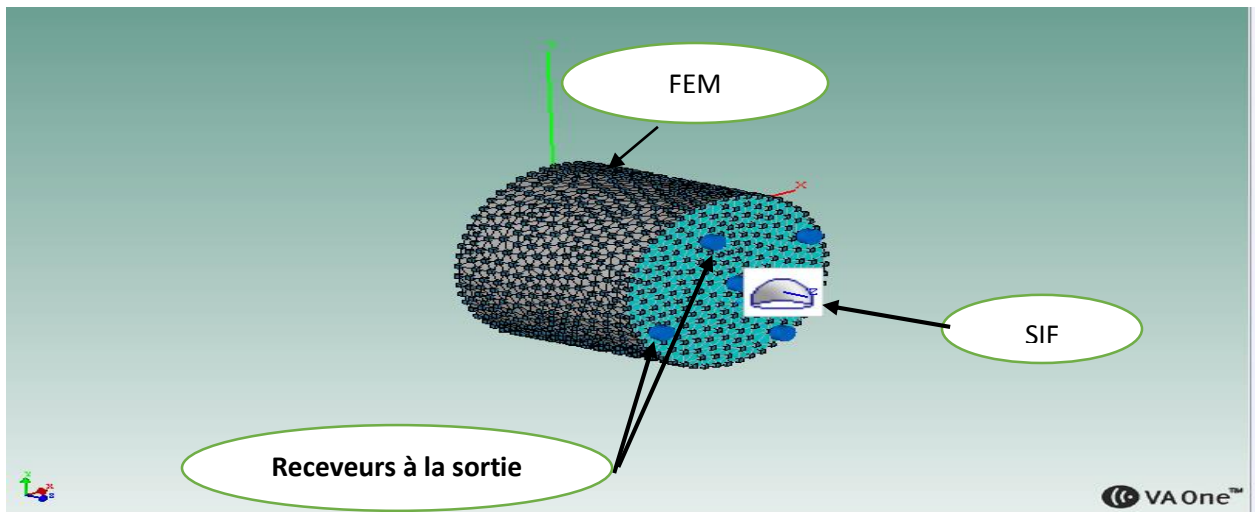


Figure 6.12 Modèle Hybride VA-One

Modèle Analytique

Plage fréquentielle : [100,800] Hz avec un pas de 10 Hz

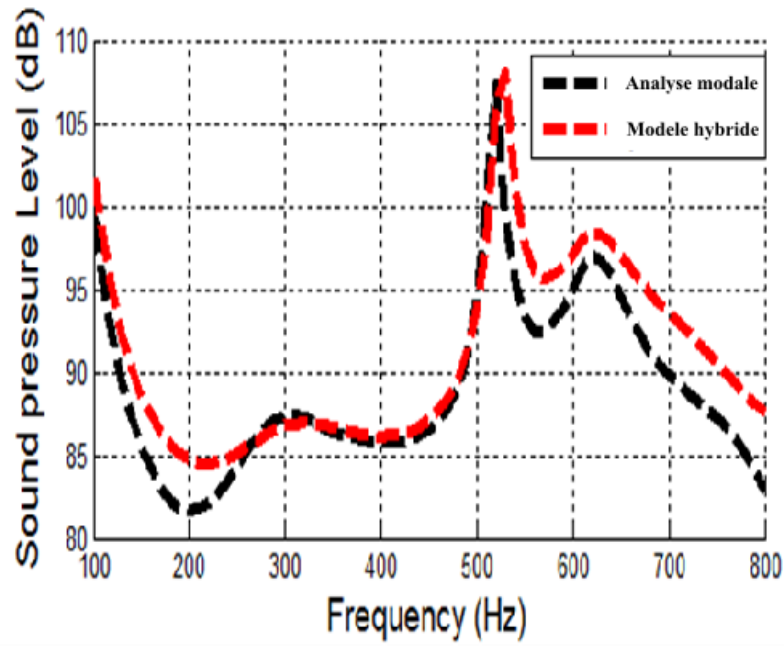
$Z(\text{entrée}) \rightarrow \infty$ (entrée rigide)

$$Z(\text{sortie bafflée}) = Z_s(z=L) = \rho_0 c_0 * \left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} + i \frac{2H(2ka)}{2ka} \right]$$

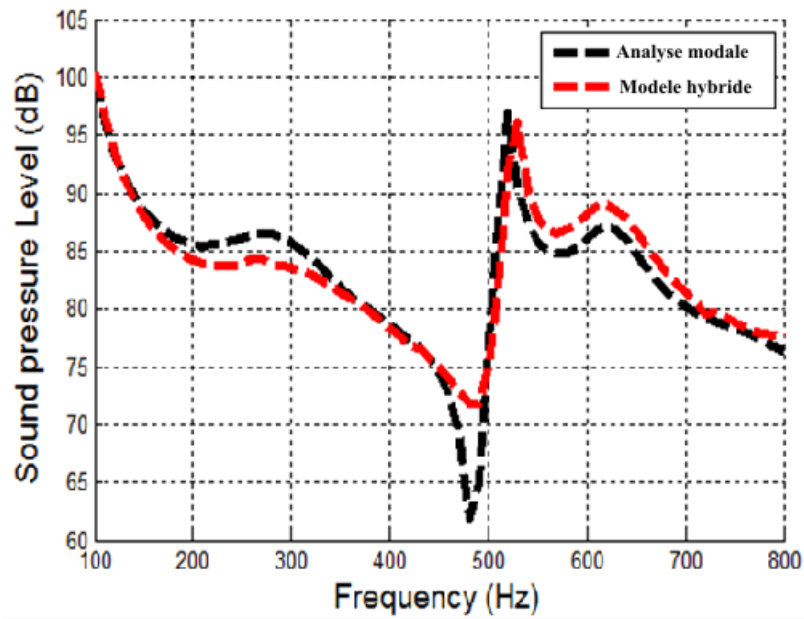
Nombre de modes (m,n,l)=10

Simulations

Cas 1 SPL à la sortie au micro (0, 0, 0.67)



Cas 2 SPL à la sortie au micro (0.3, 0.15, 0.67)



Cas 3 SPL à la sortie au micro (0.17, -0.3, 0.67)

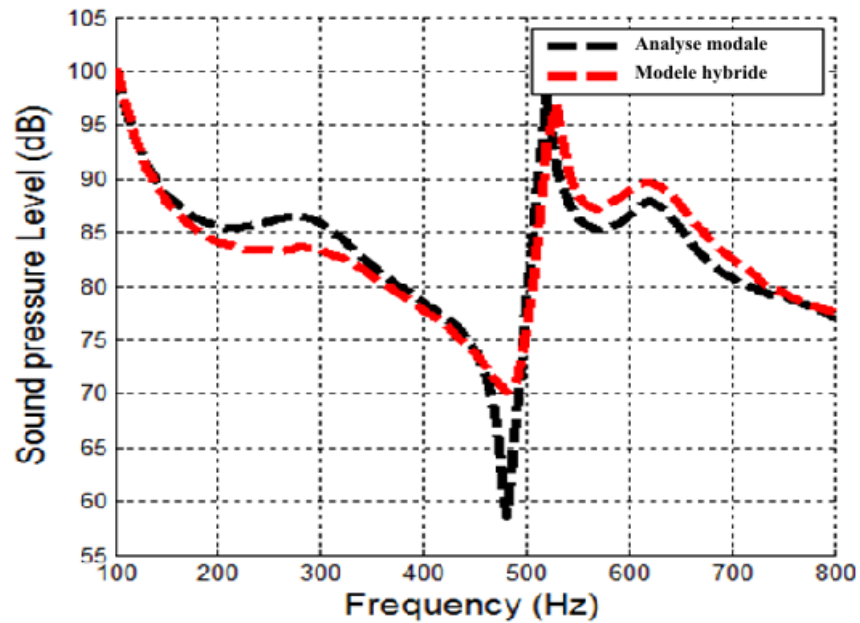


Figure 6.13 Cas 1-2 et 3 Simulations de comparaison du champ de pression pariétale entre le modèle hybride et l'approche modale

Conclusions :

Quel que soit le choix de la position du receveur, la physique est bien capturée par le code modal avec des différences qui seraient dues au critère du maillage choisi (Figure 6.13). Choisir plus d'éléments par longueur d'onde à la sortie pourrait aboutir à d'excellents résultats.

6.5 Problème extérieur- Simulations basses fréquences

6.5.1 Directivité en champ lointain- Cas bafflé

Dans l'optique de diagnostiquer le bruit en champ lointain d'une conduite de section circulaire de sortie bafflée (Figure 6.14), on expose dans cette partie les différentes étapes d'implantation, de simulations et des conclusions. On compare également ce problème avec le cas d'une sortie non bafflée.

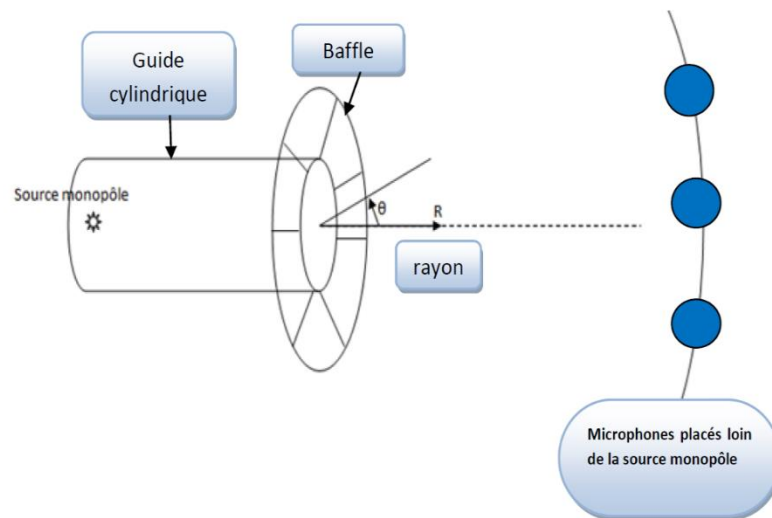


Figure 6.14 Description du rayonnement en champ lointain

Démarche semi-analytique

Les étapes de la programmation du code dont on se sert pour le cas du rayonnement en champ lointain se fait en suivant les étapes :

- Mailler l'embouchure de sortie du conduit cylindrique en éléments quadrangles;
- Calculer les coordonnées du centre de chaque élément du maillage (Barycentres);
- Déterminer la pression au niveau de tous les barycentres avec le code modal de propagation interne;

- Déduire la vitesse en chacun de ces points en utilisant la condition d'impédance;
- Calculer les distances entre l'embouchure de sortie et le receveur situé en champ lointain (150 pieds);
- Utiliser l'intégrale de Rayleigh pour trouver le champ de pression en fonction de la plage fréquentielle désirée;
- Post-traiter pour déterminer la directivité en fonction de chaque fréquence.

Simulation de la directivité

Modèle VA-One

On utilise un conduit cylindrique ayant une entrée rigide et une sortie bafflée. Il a un rayon $a = 0.415$ m, de longueur $L = 0.67$ m. Le monopole est situé à la position $(0, 0.1, 0)$, d'amplitude $A = 1$ Pa.m.

On modélise le rayonnement en champ lointain sous VA-One (Figure 6.15) en respectant les étapes suivantes :

- Utilisation du modèle FEM pour la cavité (8 éléments par longueur d'onde) avec un monopole en un nœud;
- Couplage en BEM entre la sortie et la demi-sphère (positions des receveurs en champ lointain);
- Définition d'une sortie ouverte « fluid hole » bafflée au plan $(x, y, 0.67)$ m. On choisit l'option « infinite plane » contenant des éléments;
- Utilisation d'une antenne de 19 microphones situés à 150 pieds de la sortie.

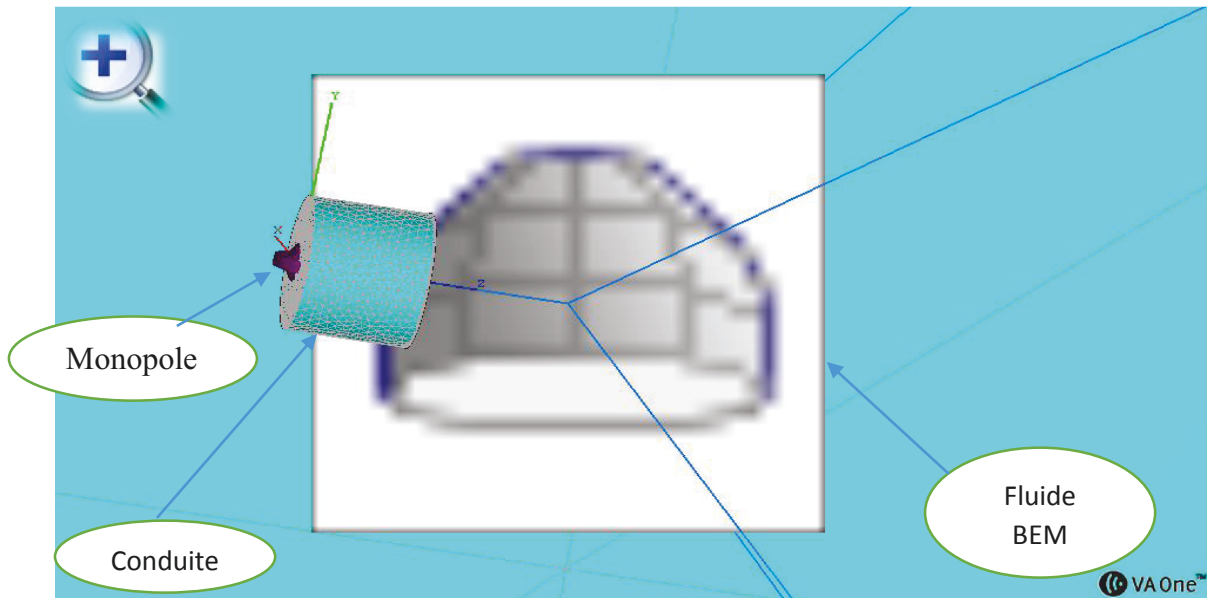
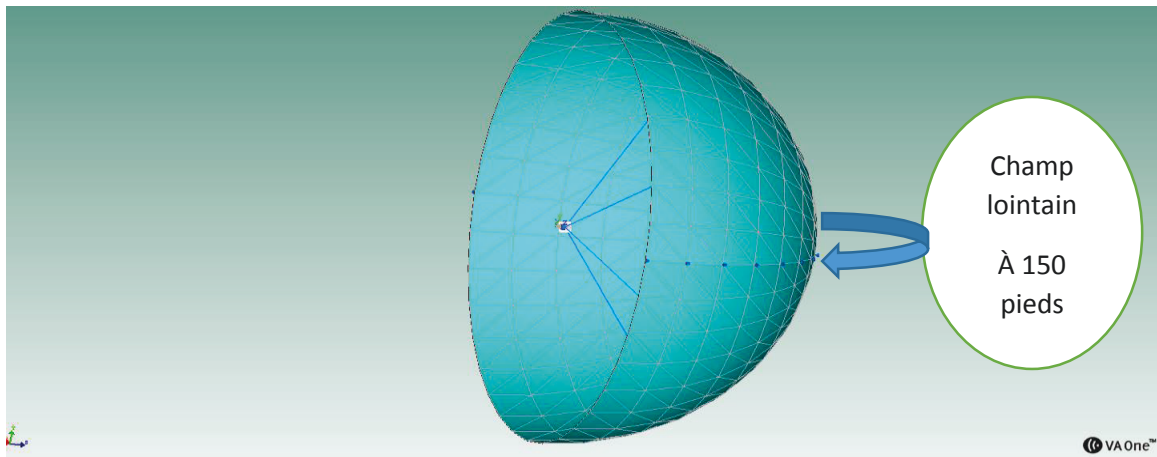
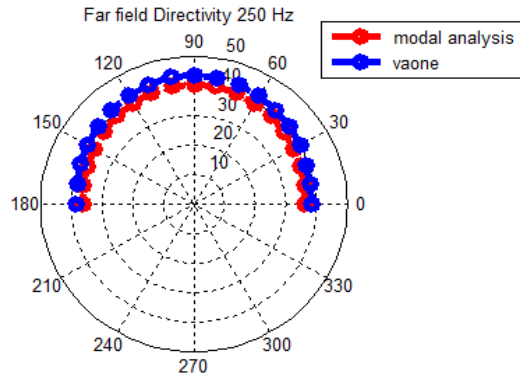
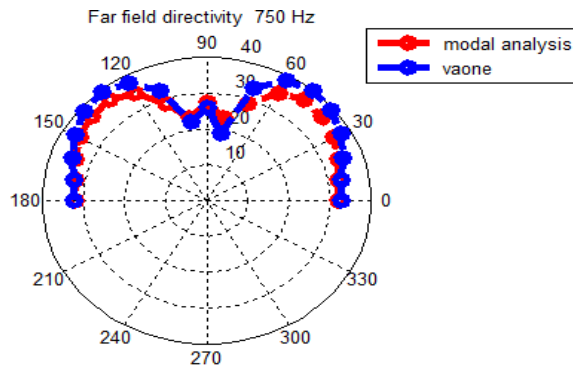


Figure 6.15 Modèle VA-One du rayonnement en champ lointain.

Cas 1 Directivité à 250 Hz



Cas 2 Directivité à 750 Hz



Cas 3 Directivité à 950 Hz

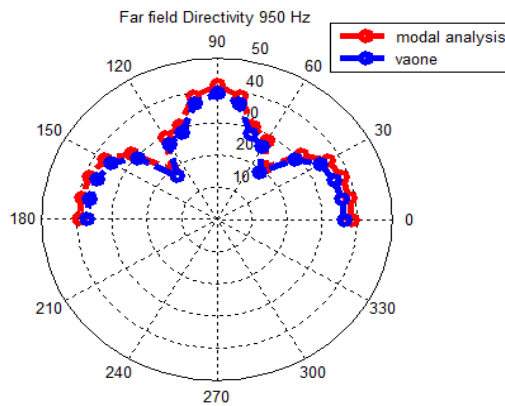


Figure 6.16 Cas 1,2 et 3-Directivité du cas bafflé en champ lointain pour différentes fréquences

Conclusions

Les résultats du code analytique collent parfaitement avec ceux du modèle VA-One (voir Figure 6.16) et ce pour des fréquences égales à celle de coupure du mode plan ainsi que sa valeur triple et quadruple.

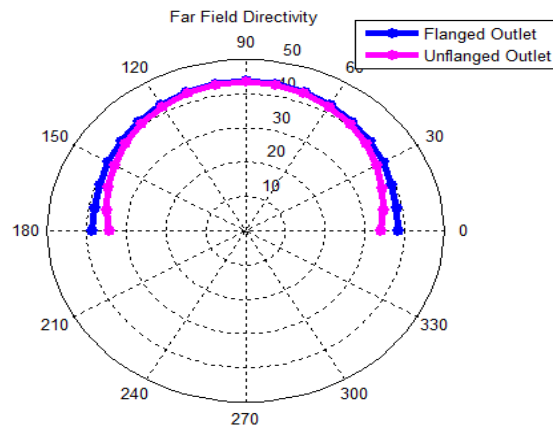
6.5.2 Comparaison sortie bafflée vs non bafflée

On compare par l'entremise de VA-One le cas bafflé avec une sortie sans baffle. Le maillage utilisé étant similaire au modèle précédent avec certains détails spécifiques au cas non bafflé.

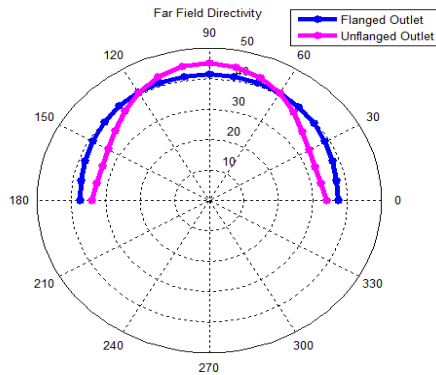
En effet pour ce cas (sans baffle), il faut ajouter des surfaces BEM à toutes les parois externes de la cavité munie d'une sortie ouverte (fluid hole), ensuite la connecter au BEM sans imposer un baffle (infinite plane).

On expose la directivité en champ lointain après le post-traitement des résultats, et ce pour les cas suivants :

Cas 1 250 Hz



Cas 2 500 Hz



Cas 3 950 Hz

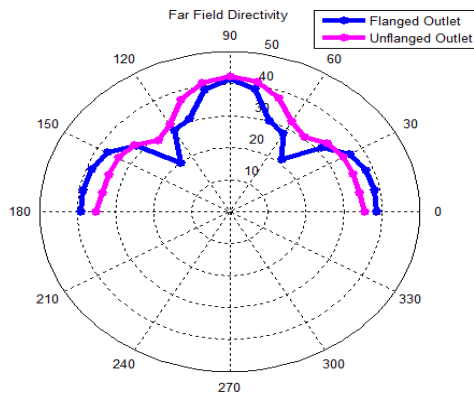


Figure 6.17 Cas1, 2 et 3- Comparaison de directivités des cas bafflé et non bafflé sur VA-One

Conclusions

Les tracés de rayonnement polaire (Figure 6.17) montrent qu'en deçà de la première fréquence critique du mode plan à 250Hz, le champ est omnidirectionnel aussi bien dans le cas bafflé que non bafflé. Sauf proche du baffle (0-30 degrés symétriquement 150-180 degrés) où le cas non-bafflé rayonne moins. La directivité de ce dernier tend vers le cas bafflé en dehors de cette zone.

Au-delà de cette fréquence, on remarque que le champ est plus directif autour de l'axe dans le cas non bafflé. Tandis que pour le cas bafflé, il reste omnidirectionnel à une fréquence égale au double de la fréquence de coupure du mode plan (500 Hz).

En augmentant la fréquence, on remarque l'apparition des lobes secondaires. En effet, le conduit avec une sortie bafflée rayonne moins en dehors de la zone loin du baffle 30-70 degrés (et symétriquement 120-150 degrés) en comparaison avec le cas d'une sortie non bafflée. Les deux directivités tendent ensuite à se superposer autour de l'axe de révolution (90 degrés). En outre, les différences de point de vue physiques peuvent être justifiées suite aux interférences dans le cas non bafflé.

L'approche PML (Perfectly Matched Layer) reste aussi une alternative au calcul BEM VA-One pour le calcul intégral du rayonnement en champ lointain. Cette approche très récente est maintenant à la base du calcul dans plusieurs codes commerciaux (Comsol-MultiPhysics par exemple). Cette méthode a pour avantage de réduire le temps de calcul.

Les PMLs sont des couches absorbantes dont le rôle consiste à atténuer toute onde qui les traversent deux fois, avant de se réfléchir sur le domaine du modèle à étudier. Ces couches absorbent aussi bien les ondes qui se propagent que celles qui s'évanouissent.

Pour le cas 2D par exemple (voir Figure 6.18) l'équation de Helmholtz est modifiée. On l'appelle « Helmholtz perturbée » [35].

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k^2 p = 0 \quad (6.52)$$

où $\tilde{x} = (1-i)\lambda(x/D)^n$: Coordonnée normalisée pour assurer la stabilité de maillage pour une couche absorbante de largeur D.

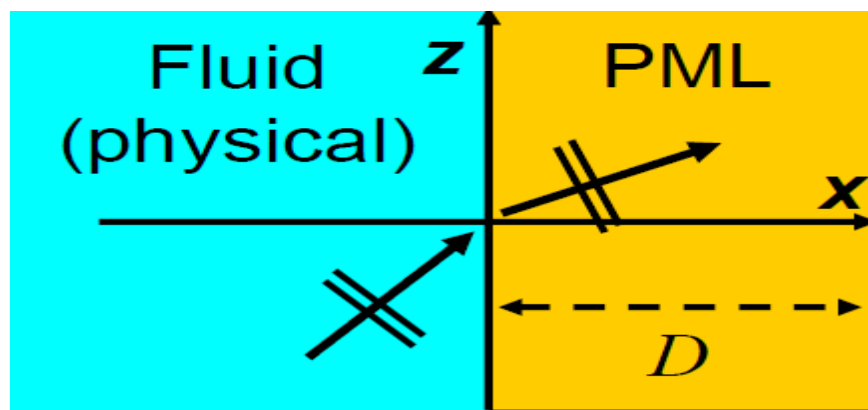


Figure 6.18 Schéma de la méthode PML utilisée dans Comsol-MultiPhysics

6.6 Validation du code géométrique

La fiabilité des résultats fournis par les codes basés sur le calcul analytique modal nous permet de valider le code géométrique pour le cas d'une conduite cylindrique avec conditions aux limites. Cette validation représente l'objectif principal de cette section.

6.6.1 Cas d'une cavité cylindrique

L'objectif de cette section est de valider le code géométrique pour le cas d'une cavité cylindrique. On utilise les paramètres suivants avec un maillage composé d'éléments quadrangles sur la surface latérale et triangulaires sur les surfaces d'entrée et de sortie (voir Figure 6.19).

Paramètres de l'étude

Rayon : 415 mm

Longueur : 670 mm

Taux d'amortissement : 3%

Vitesse du son : $c=343(1+i3\%)$ m/s

Densité volumique : 1.213 kg/m³

Modes M=50 N=100 L=100 (Analyse modale)

Nombre de triangles $2.4 \cdot 10^4$ (Lancer de faisceaux pyramidaux)

Option de tir : maillage de la sphère autour de la source

Conditions d'impédance : $Z_1 = Z_2 \rightarrow \infty$

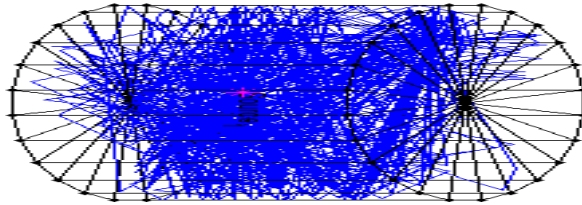
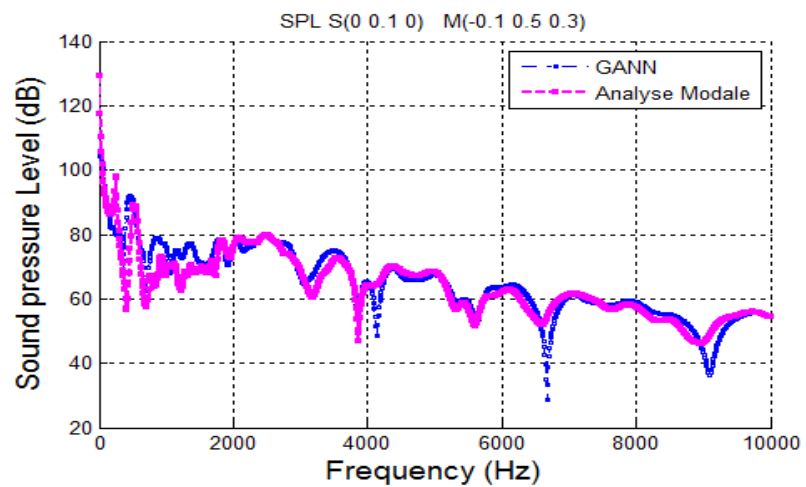


Figure 6.19 Maillage GANN d'une cavité

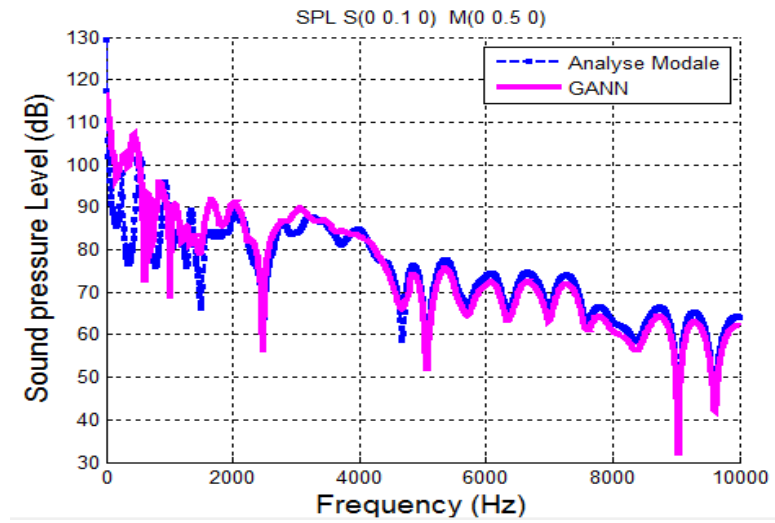
Simulations

On expose les simulations du niveau de pression acoustique pour différentes positions de source et de receveur.

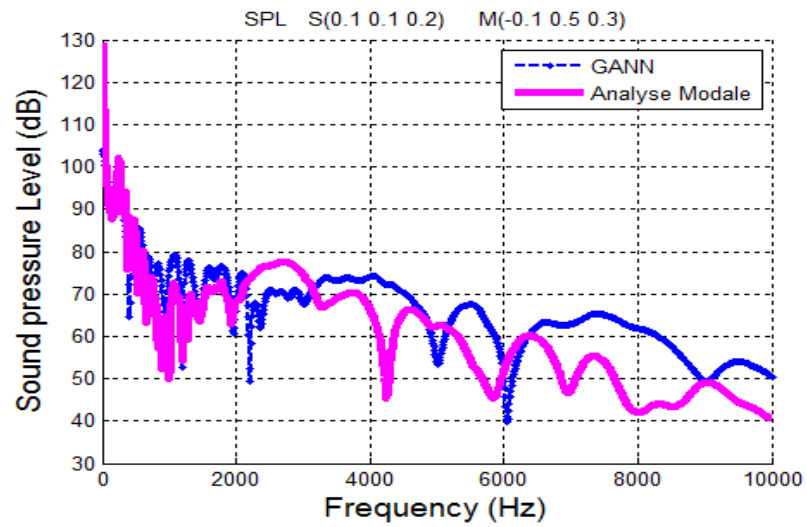
Cas 1 Source centrée - receveur non centré



Cas 2 Source centrée - receveur centré



Cas 3 Source non centrée et receveur non centré



Cas 4 Source non centrée et receveur centré

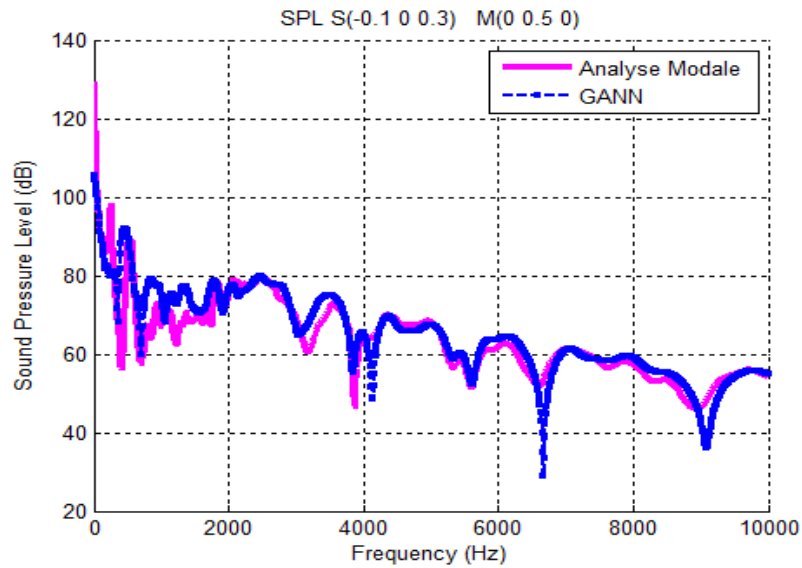


Figure 6.20 Cas 1-2-3 et 4 - Simulations de comparaison entre GANN et la méthode modale pour le cas d'une cavité cylindrique

Conclusions

Avec un nombre beaucoup plus grand de faisceaux que celui utilisé dans le cas infini, on arrive à valider le cas d'un conduit de dimension fini avec parois rigides (Figure 6.20).

Dans le cas où la source est excentré et le receveur est centré, les résultats sont satisfaisants. De même pour le cas où la source et le receveur sont centrés, cette configuration reste complexe dans la mesure où le maillage doit être régulier : pas trop fin pour éviter le phénomène de focalisation où l'amplitude du champ tend vers l'infini en utilisant une sommation cohérente (difficulté de bien localiser le receveur).

Le cas non centré-non centré pose toujours problème. Ce dernier résulte de la distance entre la source et le point de réflexion qui est très petite ce qui ne vérifie pas l'hypothèse d'onde plane.

6.6.2 Cas d'une conduite avec conditions d'impédance

Comparaison : Analyse modale avec impédance d'air Vs GANN

Dans cette partie, nous nous intéressons à la propagation d'onde à l'intérieur d'une conduite à section circulaire. La méthode de lancer de faisceaux pyramidaux est comparée à la méthode d'analyse modale. Cette fois-ci, on considère une conduite cylindrique finie sans écoulement avec des parois parfaitement réfléchissantes. La conduite est supposée finie et on lui impose des conditions aux limites (Figure 6.21) avec une impédance (ou admittance) à l'entrée et à la sortie égales à celle de l'air.

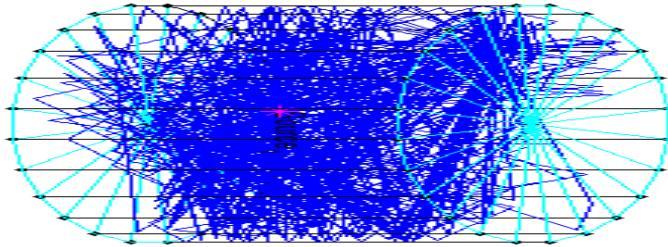


Figure 6.21 Maillage GANN pour une conduite finie avec conditions aux limites

Simulations

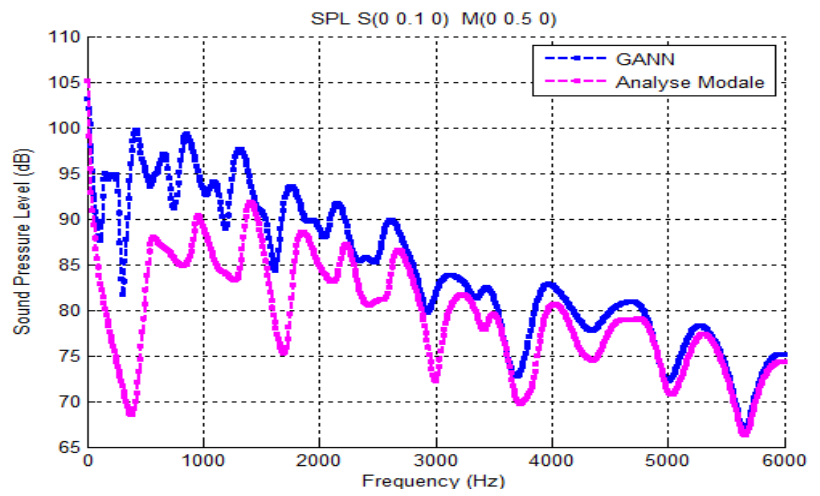
On simule le niveau de pression acoustique dans le cas d'un conduit cylindrique ayant un rayon de $R=415$ mm et une longueur $L=670$ mm.

On lance dans un premier temps 20 000 faisceaux pyramidaux. 749 rayons ont convergé. Ensuite, on augmente à 24 000 le nombre de faisceaux tirés en vue de comparer la convergence sur toute la plage fréquentielle.

L'analyse modale représente dans cette étude l'approche de référence. Plus la fréquence maximale du domaine fréquentiel est élevée, plus le nombre de modes nécessaire est grand. Pour notre application, le nombre de modes utilisé est $M=50$ $N=100$ $L=100$ pour s'assurer de la convergence.

Cas 1

[0-6000]Hz
20.10³ faisceaux
749 rayons convergents



Cas 2

[0-10000]Hz
24.10³ faisceaux
841 rayons convergents

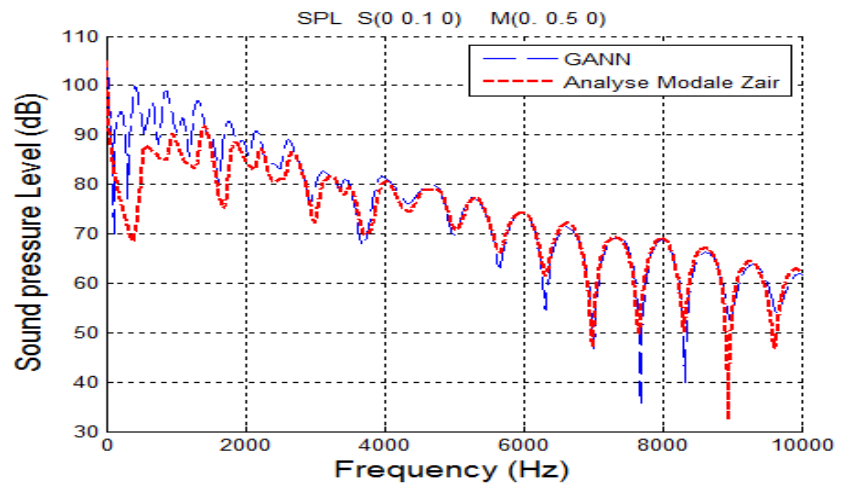


Figure 6.22 Cas1 et 2 -Simulations de comparaison entre GANN et l'analyse modale pour une conduite cylindrique avec conditions aux limites

Conclusions

Les résultats obtenus dans cette partie de mémoire (Figure 6.22) permettent de valider le code géométrique dans le cas où on impose des conditions aux limites à l'entrée et à la sortie (impédance caractéristique d'air). Pour une plage fréquentielle plus large [0-10000 Hz] il a fallu lancer 24000 faisceaux (cas 2) au lieu de 20000 (cas 1) pour atteindre la convergence. Les résultats sont plutôt satisfaisants.

Comparaison à l'aide de trois méthodes :

Analyse modale avec impédance d'air Vs GANN Vs Analyse Modale Conduit Infini

On simule ici le cas d'une source et un receveur sur l'axe avec une impédance d'air à l'entrée et à la sortie. On compare les résultats obtenus avec le lancer de faisceaux pyramidaux et ceux des codes modaux d'un conduit fini avec conditions aux limites (impédance d'air) et d'une conduite supposée de dimension infinie.

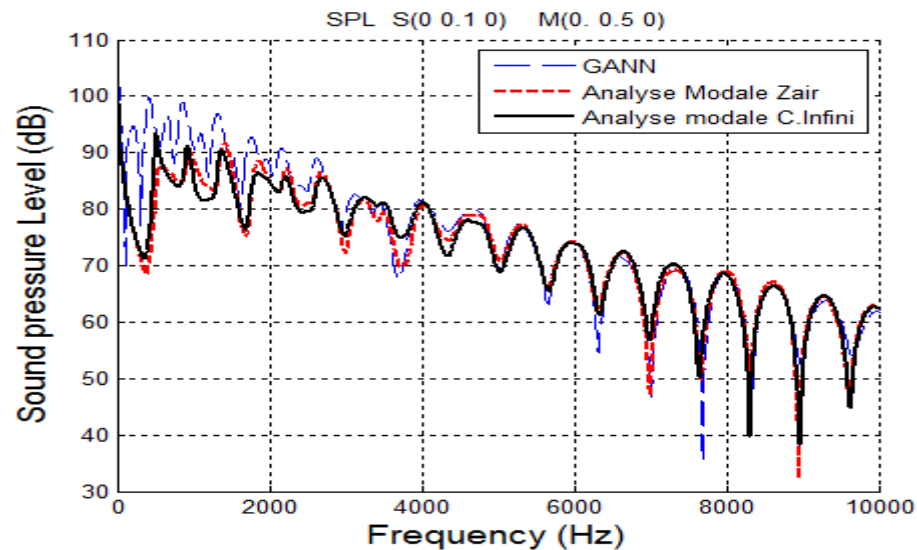


Figure 6.23 Comparaison entre GANN, analyse modale pour le cas infini et le cas fini avec impédance d'air

Conclusions

La courbe ci-dessus (Figure 6.23) montre que les résultats des trois approches donnent de meilleurs résultats. En effet, le calcul intégral du problème intérieur d'un conduit fini où on impose l'impédance caractéristique de l'air à l'entrée et la sortie reste équivalent à celui utilisé pour le cas d'un conduit infini.

6.6.3 Simulation du champ pariétal

Nous nous intéressons dans cette partie du mémoire de la propagation à l'extérieur de structures axisymétriques de section circulaire.

En raisonnant de la même façon qu'en basses fréquences, il suffit de valider la qualité du champ de pression pariétale à la sortie de la conduite.

Ensuite, le champ de pression à une sortie maillée est calculé en utilisant un maillage très dense afin de pouvoir capturer la physique en montant en fréquences.

L'implantation de la gestion de plusieurs receveurs à n'importe quelle position a été décrite dans le chapitre 3. On considère donc plusieurs micros choisis aux barycentres des éléments faisant l'objet du maillage de l'embouchure de sortie.

Détermination du champ de pression par l'acoustique géométrique

Le maillage en éléments quadrangles d'un cylindre fermé d'un rayon de 415 mm et d'une longueur de 670 mm a été réalisé sur Femap-Nastran (Figure 6.24) ayant les dimensions suivantes :

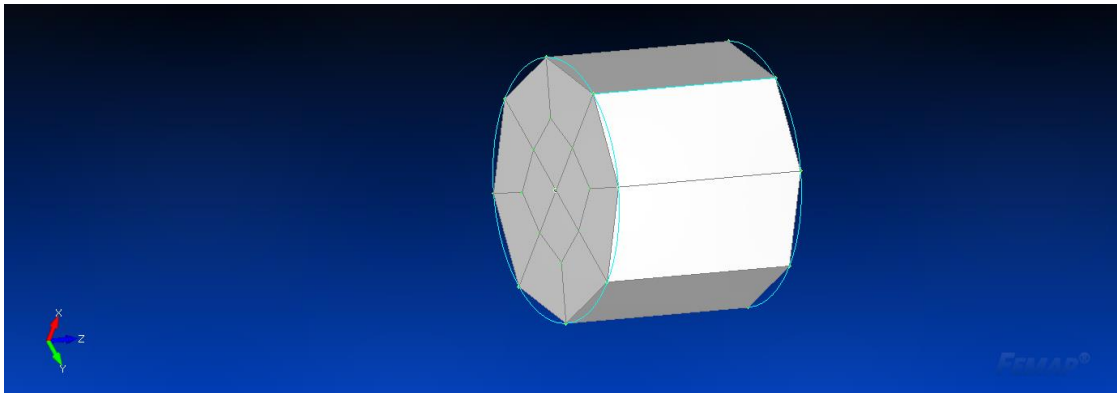


Figure 6.24 Conduite de section circulaire sur un mailleur FEMAP

Ensuite, ce maillage est importé dans GANN. Puis, le calcul des centres des surfaces des éléments de la lèvre de sortie est effectué. Une impédance d'un piston bafflé à la sortie du conduit est appliquée pour modéliser la sortie bafflée (Figure 6.25).

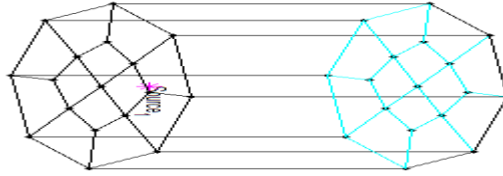


Figure 6.25 Maillage d'un cylindre importé avec sortie bafflée

La version actuelle du code nous permet d'obtenir le champ de pression à la sortie de la conduite. En guise d'exemple, on a choisi 13 receveurs (12 barycentres des éléments de sortie + centre de l'embouchure de sortie) dont les coordonnées indiquées dans le Tableau 6-1 en choisissant l'option de lancer 22 000 faisceaux autour de la sphère. Le milieu fluide a les caractéristiques suivantes :

- Amortissement de 3%;
- Vitesse du son $c=343(1+j3\%)$ m/s;
- Densité volumique: 1.213 kg/m^3 .

Id du receveur	Coordonnées (x, y, z)
Receveur 1	0 0 0.67
Receveur 2	-0.09 0.09 0.67
Receveur 3	-0.26 0.11 0.67
Receveur 4	-0.11 0.26 0.67
Receveur 5	-0.09 -0.09 0.67
Receveur 6	-0.11 -0.26 0.67
Receveur 7	-0.26 -0.11 0.67
Receveur 8	0.09 -0.09 0.67
Receveur 9	0.26 -0.11 0.67
Receveur 10	0.11 -0.26 0.67
Receveur 11	0.09 0.09 0.67
Receveur 12	0.11 0.26 0.67
Receveur 13	0.26 0.11 0.67

Tableau 6-1 Liste des receveurs à l'embouchure de sortie de la conduite bafflée

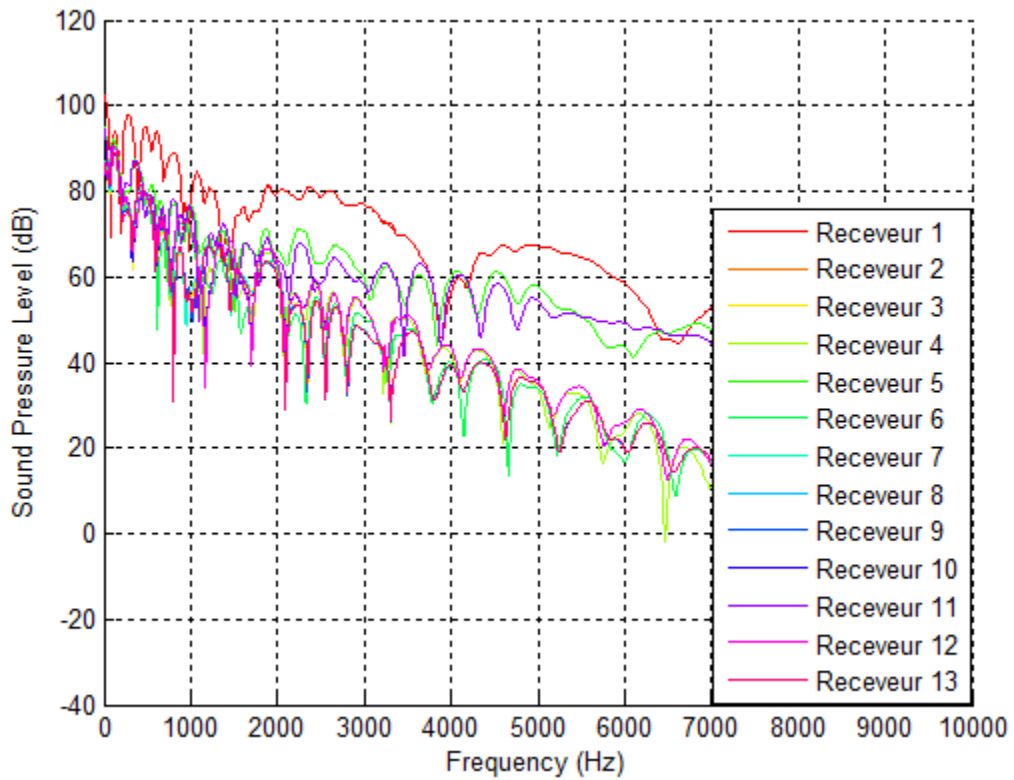


Figure 6.26 SPL aux receveurs situés à la sortie de la conduite par l'approche GANN

On obtient finalement par l'entremise de GANN, le champ de pression pariétal au niveau des receveurs situés à la sortie de la conduite (Figure 6.26). Cela nous permet à l'image de la validation en basses fréquences de post-traiter ces résultats en vue d'avoir les tracés polaires en champ lointain en appliquant aisément l'approche de Rayleigh traitée antérieurement.

CHAPITRE 7: Traitement absorbant d'une conduite fermée

Ce chapitre permet de présenter l'implantation réalisée dans le code géométrique pour prendre en compte les traitements acoustiques absorbants et ensuite de montrer des validations du code pour différents cas traités.

7.1 Implantation du traitement acoustique

Lors de sa propagation, le rayon croise des surfaces. Sa trajectoire est calculée selon les lois de Snell-Descartes suite aux réflexions avec ces obstacles. Le champ de pression résulte des contributions de tous les rayons convergents.

Dans le cas d'un traitement acoustique de surface, une impédance est prise en compte dans le calcul du coefficient de réflexion. Ce dernier permet de corriger l'amplitude des rayons après réflexions successives tout au long des trajectoires qu'ils empruntent.

L'amplitude du rayon réfléchi $P_{réfléchi}$ est donc égale à :

$$P_{réfléchi} = R(\theta)P_{incident} \quad (7.1)$$

où $P_{incident}$ est l'amplitude du rayon incident.

Le coefficient de réflexion $R(\theta)$ dans le cas d'un traitement s'écrit sous la forme suivante :

$$R(\theta) = \frac{Z \cos \theta - Z_c}{Z \cos \theta + Z_c} \quad (7.2)$$

où Z est le spectre d'impédance associé au traitement absorbant défini sur une plage fréquentielle. θ est l'angle de réflexion et Z_c est l'impédance caractéristique de l'air.

7.2 Traitement absorbant d'une conduite fermée

7.2.1 Cas avec absorbant

On considère une conduite cylindrique fermée excitée par une source monopolaire centrée. On cherche le niveau de pression acoustique à un receveur centré en imposant une impédance sur la surface latérale de valeur $Z=1+j$ dans un milieu avec un taux d'amortissement de 0.03, une vitesse du son $c=343(1+0.03j)$ m/s et une densité volumique de 1.213 kg/m^3 .

On compare les résultats de GANN à ceux obtenus par la méthode des éléments finis utilisant le logiciel Comsol. Les paramètres utilisés dans le code géométrique sont :

Plage fréquentielle : [100,10000] Hz avec un pas de 10 Hz

$Z(\text{entrée}) \rightarrow \infty$

$Z(\text{sortie}) \rightarrow \infty$ (Entrée et sortie rigides)

$Z(\text{surface latérale}) \rightarrow 1+j$

Rayon égal à 0.415 m

Longueur égale à 0.67 m

Nombre de triangles : $2.4 \cdot 10^4$

Option choisie (maillage de la sphère autour de la source)

Le modèle Comsol utilise les mêmes paramètres avec un maillage extra fin pour pouvoir calculer la réponse acoustique jusqu'à 6 kHz. La taille maximale de l'élément est de 0.0291 m et l'élément le plus petit a une taille de l'ordre de 0.00125 m (Figure 7.1).

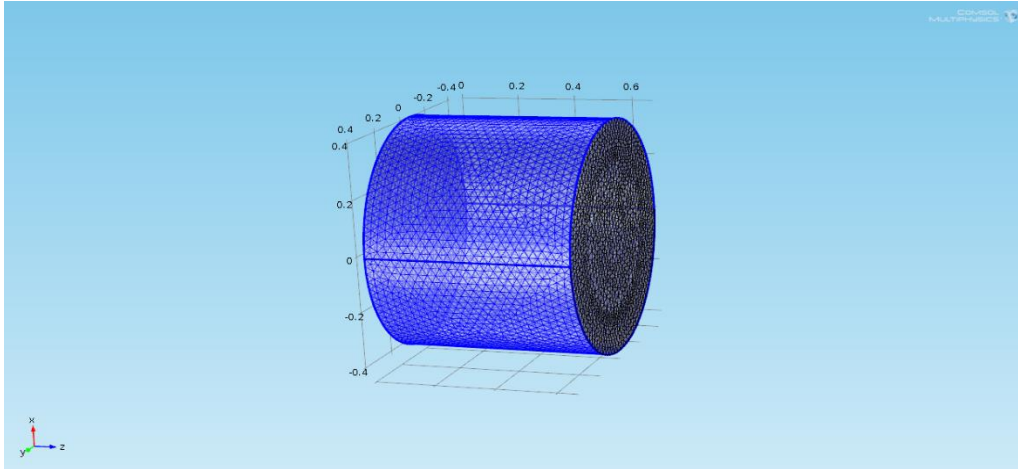


Figure 7.1 Modèle Comsol d'une conduite fermée traitée

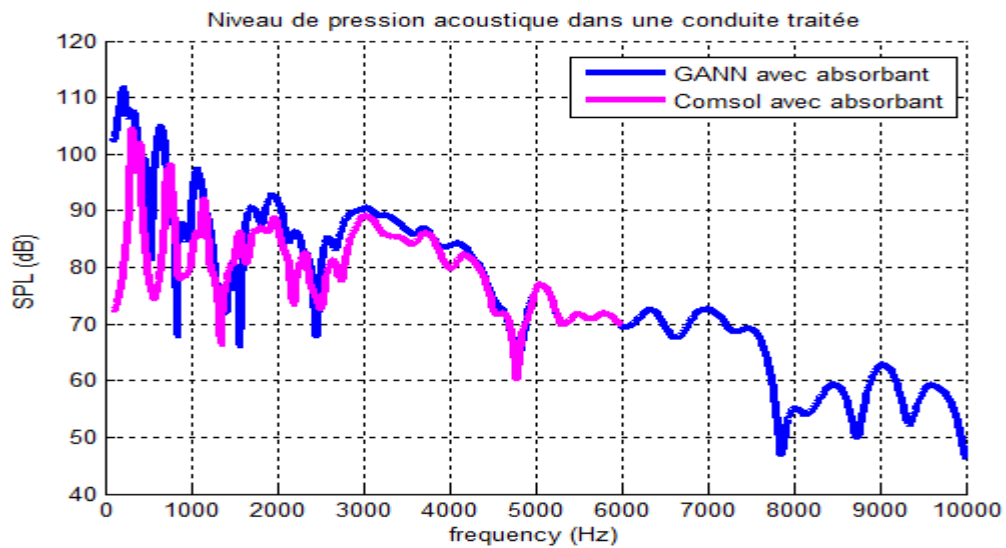


Figure 7.2 Simulation pour le cas fermé traité

En montant en fréquences, une concordance de résultats est observée entre les résultats donnés par Comsol et ceux fournis par l'approche géométrique (Figure 7.2) dans le cas où on impose un traitement acoustique. On observe également des résonances amorties.

Deux jours de calcul étaient requis pour compléter le calcul sur Comsol. Cependant, 12 heures étaient suffisantes pour GANN sur une plage fréquentielle beaucoup plus large (jusqu'à 10000 Hz).

7.2.2 Cas d'une conduite fermée sans absorbant

On utilise les mêmes paramètres de l'étude précédentes dans l'absence d'un traitement acoustique sur la surface latérale (Figure 7.3) avec :

$$Z(\text{entrée}) \rightarrow \infty$$

$$Z(\text{sortie}) \rightarrow \infty \quad (\text{Entrée, surface latérale et sortie rigides})$$

$$Z(\text{surface latérale}) \rightarrow \infty$$

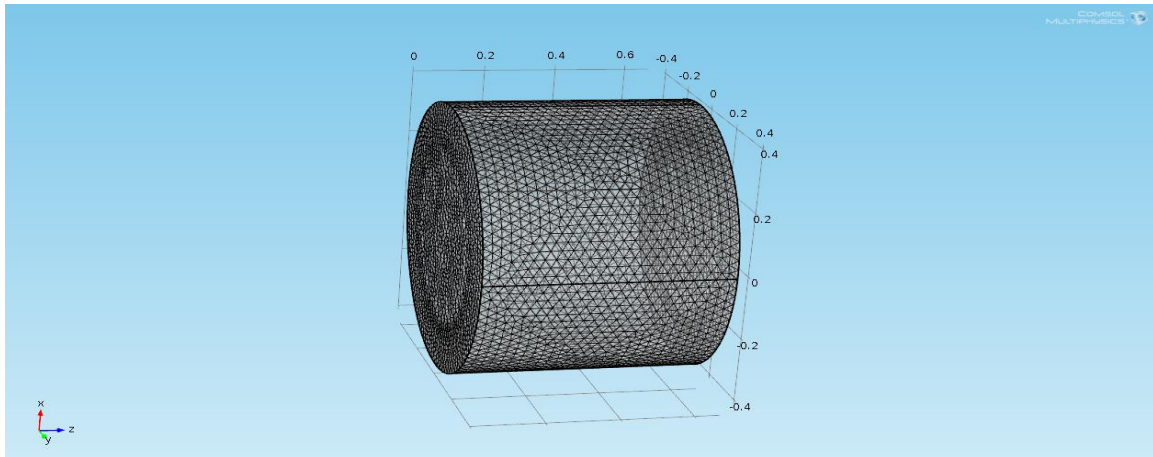


Figure 7.3 Modèle Comsol d'une conduite fermée non traitée

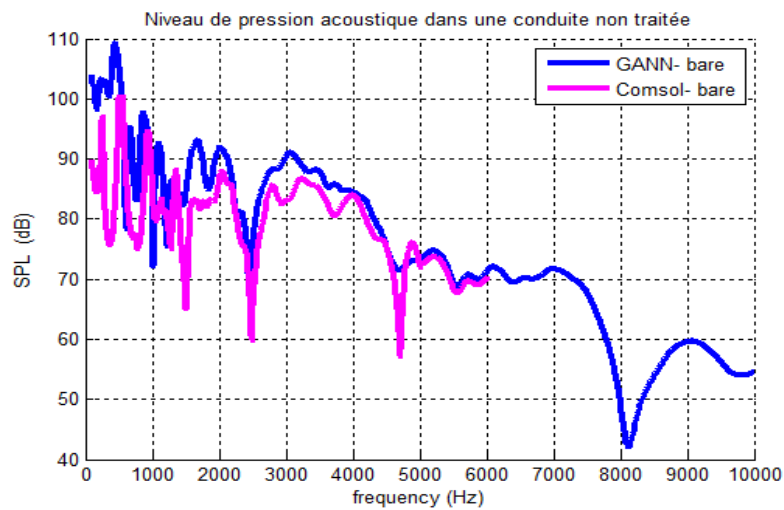


Figure 7.4 Simulation pour le cas fermé non traité

Tel qu'attendu, la corrélation (Figure 7.4) est moins bonne pour le cas sans absorbant considérant le nombre important de réflexion nécessaire pour la convergence du code géométrique et du code par éléments-finis. La réponse par la méthode des éléments finis étant sensible aux positions de la source et du receveur.

7.2.3 Perte par insertion

En vue de comparer la perte par insertion donnée par l'approche géométrique et celle fournie par Comsol, nous avons implanté son évaluation en utilisant la formule suivante :

$$IL = SPL_{bare} - SPL_{absorbant} \quad (7.3)$$

où SPL_{bare} est le niveau de pression mesuré à vide et $SPL_{absorbant}$ est le niveau de pression mesuré avec l'absorbant.

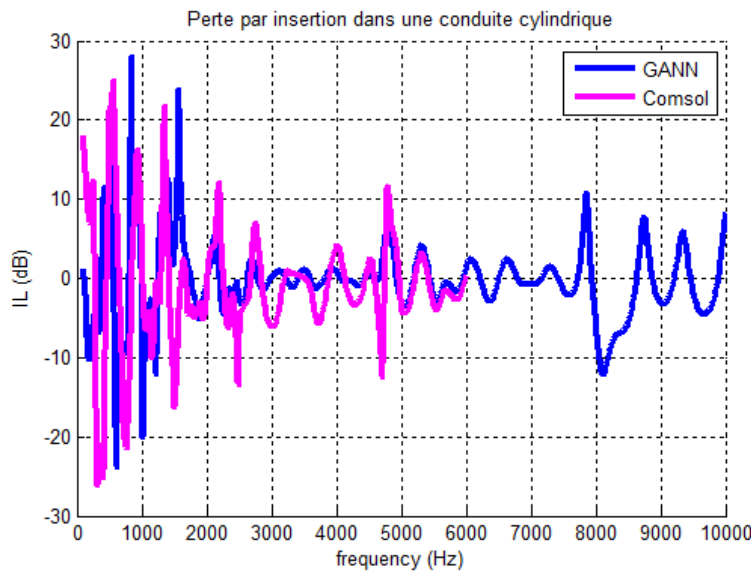


Figure 7.5 Perte par insertion pour le cas fermé

La Figure 7.5 montre la concordance de la perte par insertion pour le cas d'un conduit cylindrique avec une source monopolaire placée au point (0, 0, 0.1) et un receveur ayant pour coordonnées (0, 0, 0.5). On remarque que :

- La corrélation est acceptable mais non parfaite à cause des soucis avec le calcul du cas non-traité (grand nombre de réflexions requis pour la convergence).
- L'effet du traitement est faible vu la petite distance entre la source et le receveur.
- L'absorption moyenne du traitement en incidence normale est de l'ordre de $\alpha = \frac{4R^2}{(1+R)^2 + X^2} = 0.8$ où R est la résistance et X est la réactance de l'impédance Z ($Z=R+jX$).

7.3 Traitement d'une géométrie proche de la nacelle d'un turboréacteur

En pratique, la nacelle est une géométrie axisymétrique ayant une entrée et sortie de formes géométriques minimisant la diffraction. On applique également un traitement acoustique sur sa surface latérale telle que représentée sur la Figure 7.6.

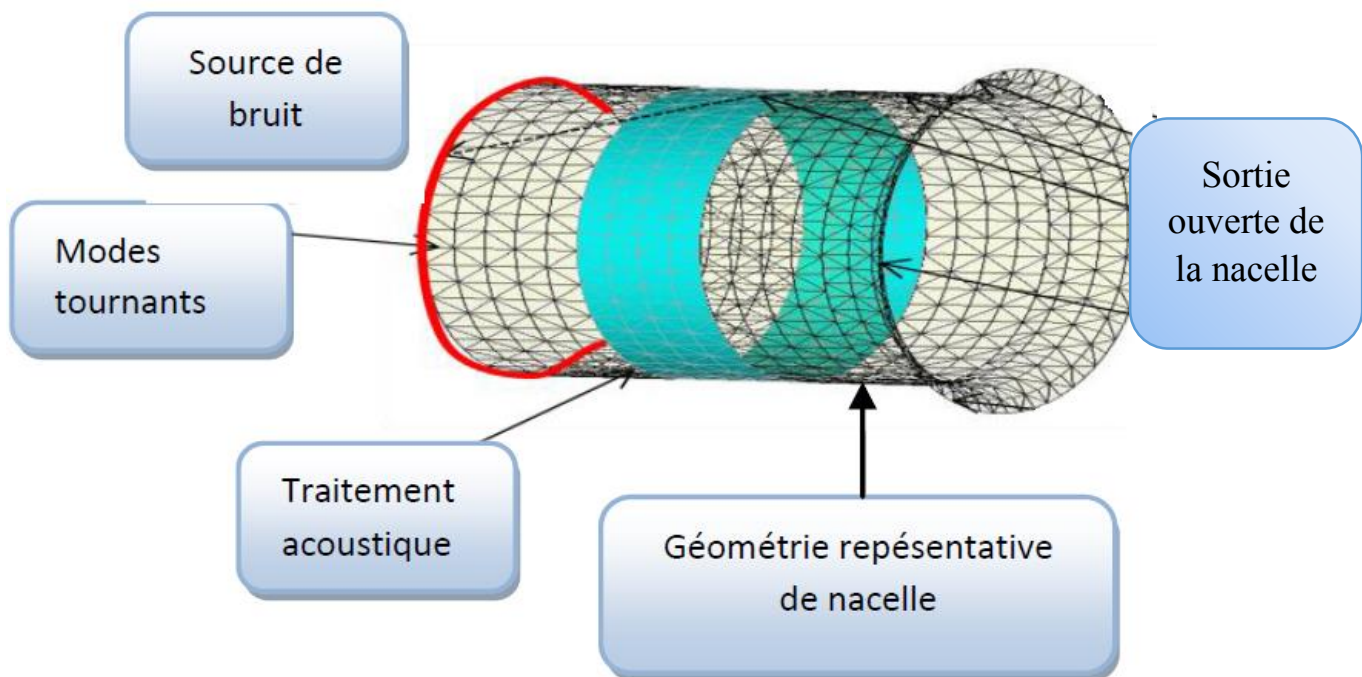


Figure 7.6 Nacelle traitée

En conséquence, on traite dans cette section le cas d'un conduit cylindrique ouvert avec traitement acoustique.

7.3.1 Cas avec absorbant

On considère une conduite cylindrique ouverte excitée par une source monopolaire centrée

On cherche le niveau de pression acoustique à un receveur centré puis non centré, en imposant une impédance sur la surface latérale de valeur $Z = 1 + i$.

Modèle Comsol

Nous validons le calcul GANN par comparaison avec le calcul éléments finis via le logiciel Comsol.

Plage fréquentielle : [100,6000] Hz avec un pas de 10 Hz

$Z(\text{entrée}) \rightarrow \rho c$

$Z(\text{sortie}) \rightarrow \rho c$ (Entrée et sortie anéchoïques)

$Z(\text{surface latérale}) \rightarrow 1 + j$

Rayon égal à 0.415 m

Longueur égale à 0.67 m

Maillage très fin : Taille maximale de l'élément 0.0291 m et taille minimale de l'élément 0.00125 m (Figure 7.7)

Pour le code géométrique, nous utilisons les paramètres suivants :

Plage fréquentielle : [100,10000] Hz avec un pas de 10 Hz

$Z(\text{surface latérale}) \rightarrow 1 + j$

Rayon égal à 0.415 m

Longueur égale à 0.67 m

Nombre de triangles $2.4 \cdot 10^4$

Option choisie (maillage de la sphère autour de la source)

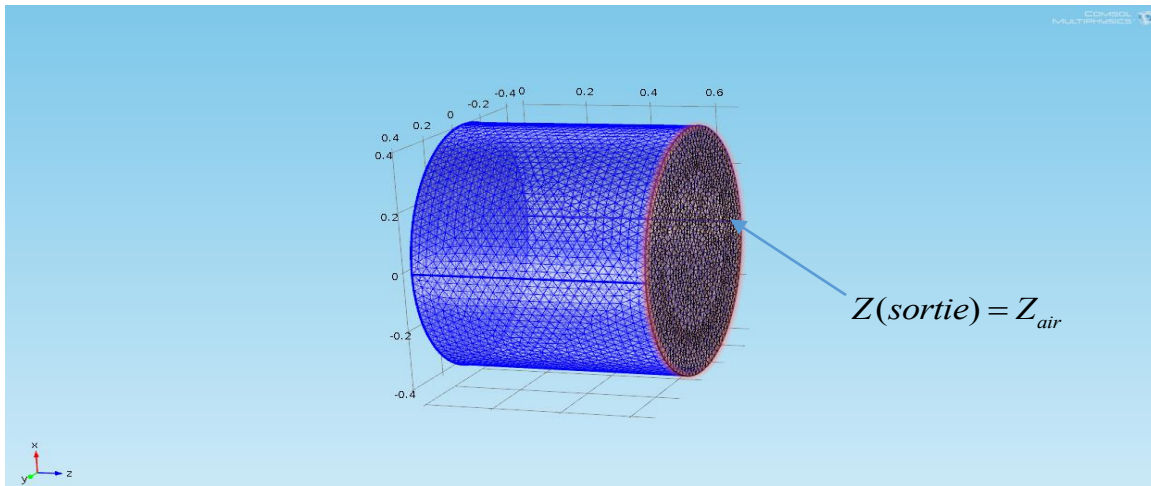
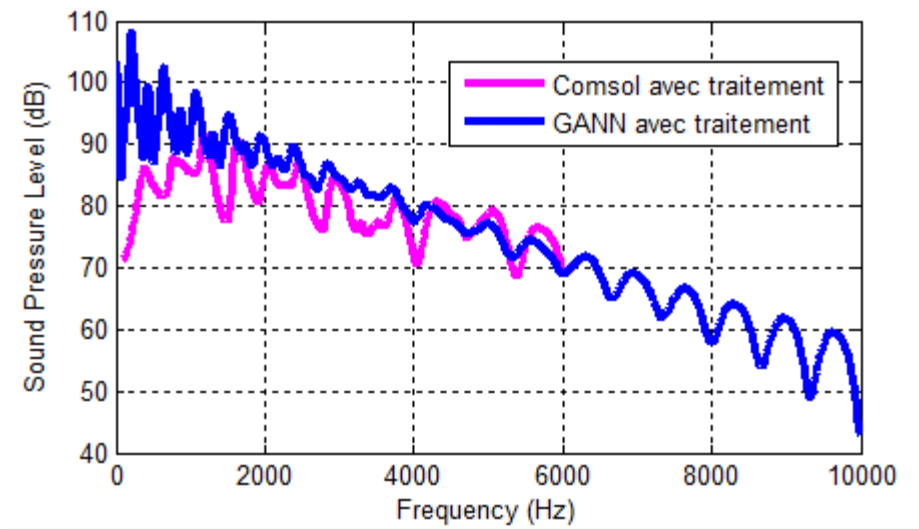


Figure 7.7 Modèle Comsol d'une conduite finie traitée avec impédance d'air à l'entrée et à la sortie

Cas 1 Source (0 0.1 0) Micro (0 0.5 0)



Cas 2 Source (0 0.1 0) Micro (-0.1 0.5 0.3)

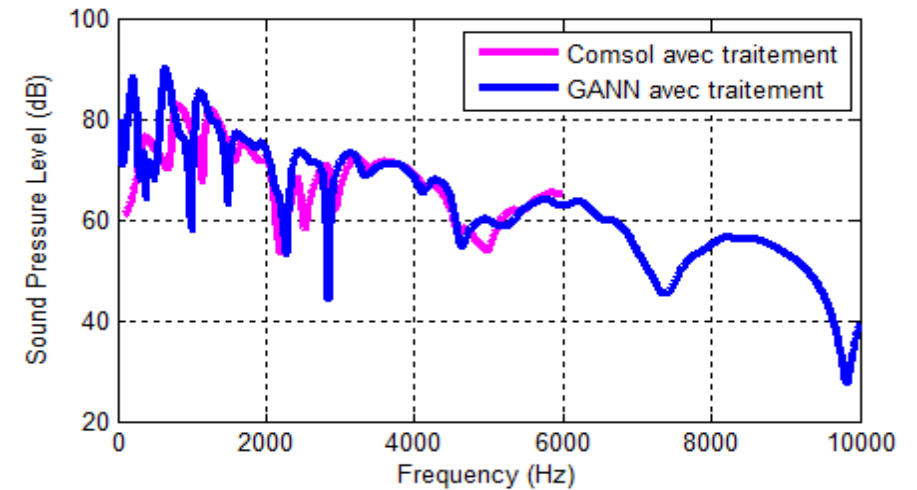


Figure 7.8 Cas 1 et 2- Simulations pour le cas ouvert traité

7.3.2 Cas sans absorbant

On utilise les mêmes paramètres de l'étude précédente dans l'absence d'un traitement acoustique sur la surface latérale (Figure 7.9) ($Z(\text{surface latérale}) \rightarrow \infty$).

Modèle Cmsol

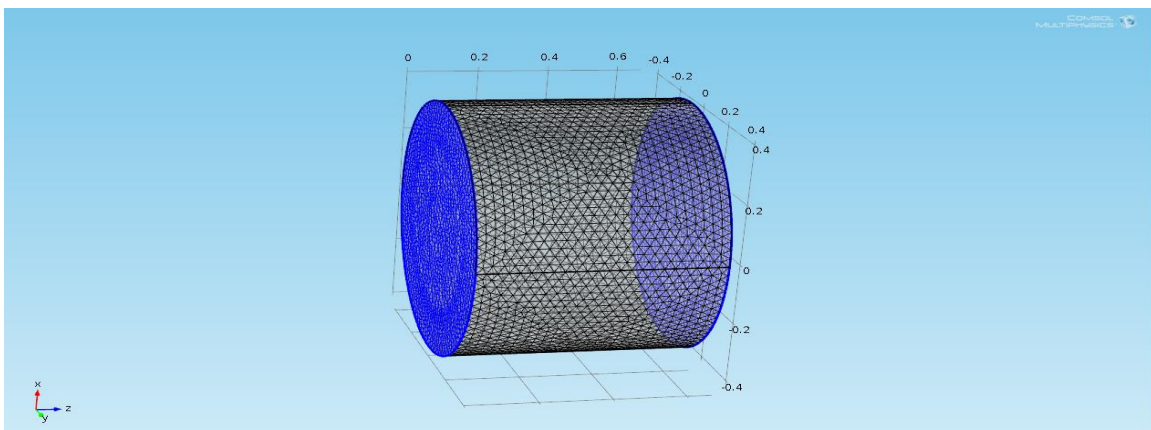
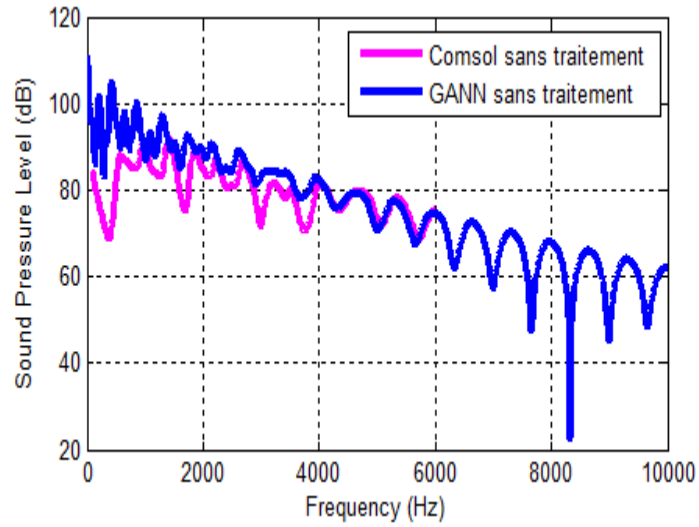


Figure 7.9 Modèle Cmsol d'une conduite ouverte non traitée

Cas 1 source (0 0.1 0) Micro (0 0.5 0)



Cas 2 Source (0 0.1 0) Micro (-0.1 0.5 0.3)

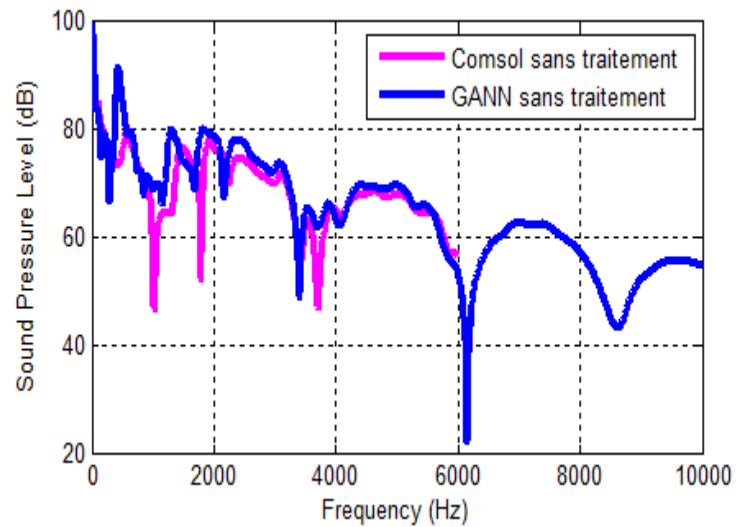
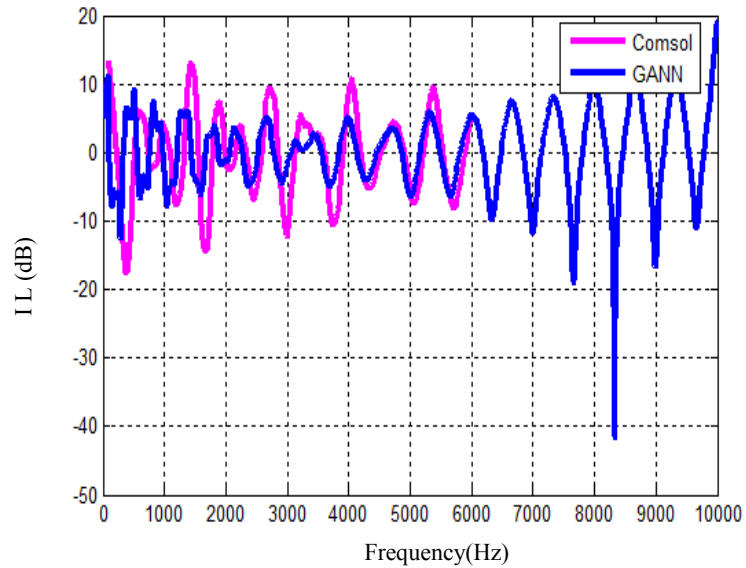


Figure 7.10 Cas 1 et 2 -Simulations pour le cas ouvert non traité

7.3.3 Perte par insertion

En utilisant l'expression (7.3) pour les mêmes positions on obtient des résultats satisfaisants pour la perte par insertion en comparant l'approche géométrique à celle de Comsol (Figure 7.11).

Cas 1 Source(0 0.1 0) Micro(0 0.5 0)



Cas 2 Source (0 0.1 0) Micro(-0.1 0.5 0.3)

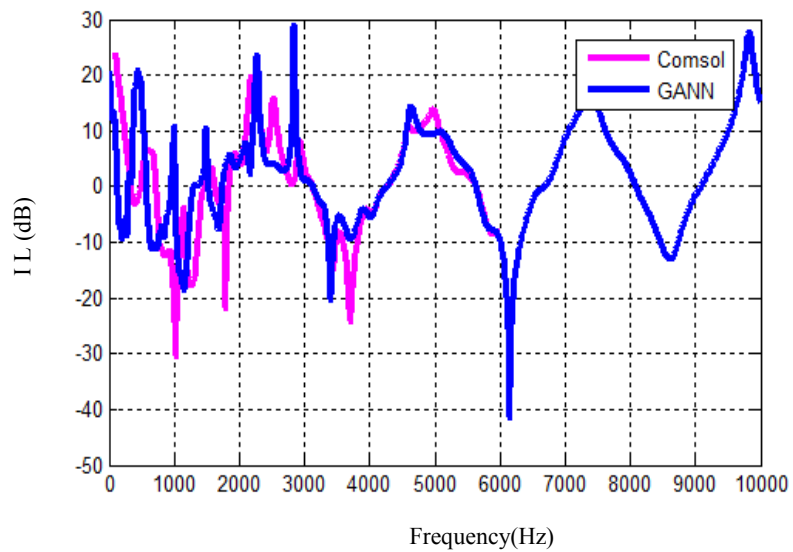


Figure 7.11 Cas 1 et 2 -Perte par insertion pour le cas ouvert

CHAPITRE 8: Conclusions et perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire traite de la simulation de la propagation des ondes acoustiques dans une variété d'environnement. Nous nous sommes pour cela appuyés sur la technique du lancer de faisceaux pyramidaux. Nos travaux ont alors consisté à développer et intégrer au sein du code GANN différentes approches permettant de traiter des phénomènes liés à la propagation des ondes dans des milieux clos.

De prime abord, nous avons implanté au sein du code des formules permettant de calculer différents phénomènes de réflexion en optant pour l'approche géométrique basée sur le lancer de faisceaux pyramidaux. Cette approche a permis de balayer l'ensemble de l'espace, d'obtenir les trajets exacts de tous les rayons convergents (phase et amplitude exactes) et de palier au problème des angles de lancement mis en évidence lors de l'utilisation de l'approche classique.

Nous nous sommes ensuite intéressés aux validations de l'approche géométrique dans des espaces clos (cavité rectangulaire ou cylindrique) avec ou sans conditions aux limites et ce en faisant de nombreuses comparaisons avec une panoplie de méthodes en l'occurrence la SEA, la méthode des sources images ainsi que l'approche modale et les méthodes FEM/BEM.

Nous avons conclu à la suite des résultats que le code peut être considéré comme fiable et robuste sauf dans les cas où la source et le receveur étaient non centrés. Les comparaisons sont d'autant plus mauvaises que le degré d'excentricité (proximité des parois) est important. Ce constat pourrait s'expliquer de la façon suivante :

- La lenteur de convergence de la méthode modale. En effet, les ordres de modes M , N et L égales à 100 sont requis pour converger. En conséquence, on devrait choisir plus de faisceaux à lancer pour capturer le grand nombre de réflexions nécessaire à la convergence, ce qui revient relativement coûteux dans ce cas particulier.
- l'effet de courbure des parois sur les réflexions s'accroît dans la configuration où la source et le receveur sont non-centrés. Ceci pourrait expliquer les résultats peu précis, en particulier à cause des erreurs sur la phase en comparaison avec la surface courbe originale. Ce problème ne peut pas être résolu avec un maillage trop fin car les formules asymptotiques ne sont plus valides du fait de distances inter-arêtes trop faibles [30].

Nous nous sommes intéressés également aux validations du code dans des espaces ouverts sans ou avec des conditions aux limites (sans ou avec impédance $Z=Z_{\text{air}}$) ce qui a permis de vérifier la fiabilité du code dans des cas proches de la réalité (la géométrie de la nacelle).

Un autre aspect du mémoire concerne la propagation extérieure d'une conduite bafflée. Dans ce cas on recherche la directivité du champ de pression à une distance lointaine. Nous avons donc validé le code semi-analytique basé sur l'approche de Rayleigh en basses fréquences. Nous avons ensuite implanté la gestion de plusieurs receveurs à la sortie de la conduite ce qui permet de remonter à la pression pariétale à l'embouchure et finalement, de projeter l'approche de Rayleigh sur le code géométrique en vue d'avoir la directivité en champ lointain telle qu'elle a été validée en basses fréquences.

Un dernier aspect pratique a été abordé dans ces travaux. Il concerne la prise en compte du traitement acoustique dans le code GANN. La fiabilité des résultats en particulier ceux de la perte par insertion permet d'utiliser le code développé pour des géométries pratiques en l'occurrence le cas de la nacelle d'un turboréacteur.

Perspectives :

Concernant la courbure, les maillages utilisés dans le cadre de nos travaux sont à facettes planes de la coque. Il serait donc utile de lisser le maillage, c'est à dire que la normale à chaque sommet du maillage est en fait la normale de la surface courbe originale, si cette dernière est connue, ou bien la moyenne des normales aux plans des triangles ayant le sommet concerné en commun. La normale en un point du triangle est ensuite calculée selon une interpolation linéaire des normales aux sommets.

Pour résoudre les incertitudes résultant de cette approximation de la surface courbe originale, Vermet [30] a choisi de reconstruire des surfaces courbes lisses à partir du maillage, grâce à la technique des splines de Powell-Sabin. Celles-ci permettent d'interpoler par une surface de classe C^1 les sommets des triangles et les normales en ces points du maillage. Ces splines étant représentées sous forme de polynômes du second degré dans un repère cartésien, il est aisé de calculer analytiquement les intersections entre des rayons et ces splines. Néanmoins, la théorie de Powell-sabin reposant sur le principe de la projection sur un plan commun à tous les triangles du maillage, il existe des triangles dont la spline interpolante ne peut être mise en bijection avec ce plan, du fait de l'orientation des triangles et de leurs normales aux sommets. Vermet [30] a donc mis en place une méthode pour interpoler ces triangles. Elle se déroule en deux étapes : un changement de plan pour le tracer des splines et la construction de raccords entre les splines dont les plans de projection différent. Son idée a été de construire ces raccords selon des surfaces implicites de degrés quatre en (x,y,z) . Ceci permet de préserver la contrainte de pouvoir calculer analytiquement l'intersection entre un rayon et la surface. Il serait donc utile d'implanter cette approche dans GANN.

CHAPITRE 9: Annexes

Annexe A Détermination des φ_{mnp} pour un cylindre fermé :

Les modes tournants dans un conduit cylindrique peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\varphi_{mnp} = F_{mn}(r)G_m(\theta)P_p(x) \quad (9.1)$$

Avec :

- $F_{mn}(r) = J_m\left(\frac{\mu_{mn}r}{a}\right)$ est la fonction caractérisant le mode radial.

μ_{mn} les nièmes zéros des fonctions de Bessel d'ordre m.

- $G_m(\theta) = e^{jm\theta}$ est la fonction associée au mode angulaire (ou circonférentiel)
- $P_p(x)$ est la fonction définissant le mode axial ou longitudinal
- α_{mnp} sont les constantes modales à déterminer dans l'annexe suivant

Détermination de P(x) définissant le mode axial :

Il résulte des conditions aux deux bouts de la cavité. La propagation dans le cylindre n'est pas libre en conséquence.

$$p(x) = A_1 e^{-jk_x x} + B_1 e^{jk_x x} \quad (9.2)$$

La vitesse aux deux extrémités de la cavité est nulle. Il en résulte les deux conditions suivantes :

Condition 1 :

$$V(x=0) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \Leftrightarrow A_1 = B_1 \quad (9.3)$$

Par conséquent,

$$p(x) = A_1 \cos(k_x x) \quad (9.4)$$

Condition 2 :

$$V(x=L) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=L} = 0 \Leftrightarrow -A_1 \sin(k_x L) = 0 \quad (9.5)$$

Il en résulte,

$$k_x L = p\pi \Leftrightarrow k_x = \frac{p\pi}{L} \quad (9.6)$$

D'où :

$$p(x) = A_1 \cos\left(\frac{p\pi}{L} x\right) \quad (9.7)$$

En prenant $A_1 = 1 \text{ Pa}$, on trouve

$$p_p(x) = \cos \frac{p\pi}{L} x \quad (9.8)$$

Annexe B Détermination des constantes α_{uvw}

Les coefficients de l'amplitude de pression en chaque mode, On les obtient via l'orthogonalité des modes :

$$\frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^L \varphi_{uvw} \varphi_{uvw}^* r dr d\theta dz = \begin{cases} 1 & \text{Si } (u, v, w) = (u', v', w') \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases} \quad (9.9)$$

Avec $A = \pi a^2$ étant la section circulaire.

$$\frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^L \varphi_{uvw} \varphi_{uvw}^* r dr d\theta dz = \frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^L \alpha_{uvw}^2 J_u^2\left(\frac{\mu_{uv} r}{a}\right) e^{ju\theta} e^{-jv\theta} \cos^2\left(\frac{w\pi z}{L}\right) r dr d\theta dz \quad (9.10)$$

Or, selon [9]

$$\int_0^a r J_u^2\left(\frac{\mu_{uv} r}{a}\right) dr = \frac{a^2 (\mu_{uv}^2 - u^2)}{2\mu_{uv}^2} J_u^2(\mu_{uv}) \quad (9.11)$$

D'où

$$\frac{1}{A} \frac{a^2 (\mu_{uv}^2 - u^2)}{2\mu_{uv}^2} J_u^2(\mu_{uv}) \int_0^{2\pi} \int_0^L \alpha_{uvw}^2 \cos^2\left(\frac{w\pi z}{L}\right) d\theta dz = 1 \quad (9.12)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \int_0^L \cos^2\left(\frac{w\pi z}{L}\right) dz &= \int_0^L \frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{2w\pi}{L} z\right) + 1 \right) dz \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sin\left(\frac{2w\pi z}{L}\right)}{\frac{2w\pi}{L}} \right) + z \right]_0^L \\ \int_0^L \cos^2\left(\frac{w\pi z}{L}\right) dz &= \frac{L}{2} \end{aligned}$$

Pour $w \neq 0$, on trouve après un calcul direct :

$$\alpha_{uvw}^2 = \frac{A}{\pi a^2} \frac{\mu_{uv}^2}{\sqrt{(\mu_{uv}^2 - u^2)}^2 J_u^2(\mu_{uv})} \frac{2}{L} \quad (9.13)$$

D'où :

$$\alpha_{uvw} = \frac{\mu_{uv}}{\sqrt{(\mu_{uv}^2 - u^2)} J_u(\mu_{uv})} \sqrt{\frac{2}{L}} \quad (9.14)$$

Pour $w=0$, on a

$$\int_0^L \cos^2\left(\frac{w\pi z}{L}\right) dz = \int_0^L 1 dz = L$$

$$\alpha_{uv0} = \frac{\mu_{uv}}{\sqrt{(\mu_{uv}^2 - u^2)} J_u(\mu_{uv})} \sqrt{\frac{1}{L}} \quad (9.15)$$

Finalement,

$$\alpha_{uvw} = \sqrt{\varepsilon_w} \frac{\mu_{uv}}{\sqrt{(\mu_{uv}^2 - u^2)} J_u(\mu_{uv})} \sqrt{\frac{1}{L}} \quad (9.16)$$

Tel que

$$\begin{cases} \varepsilon_w = 1 \text{ lorsque } W = 0 \\ \varepsilon_w = 2 \text{ lorsque } W \neq 0 \end{cases}$$

Bibliographie

- [1] S. Moreau, Cours de maîtrise GMC701 - Aéroacoustique : métriques et équation d'ondes. Université de Sherbrooke, 2012.
- [2] B. Minard , Développement d'un outil de calcul basé sur l'acoustique géométrique. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada., 2012.
- [3] A. Pierce, Acoustics: An introduction to its physical principles and applications, Acoustical Society of America, Melville NY, 1989.
- [4] P. Doak, Mathematical techniques for acoustic propagation problems. AGARD Report No.686. Special Course on Acoustic Wave Propagation (AGARD-R-686), 1979, pp.1–7 (Chapter 4), 1979.
- [5] A. Kuijpers, Acoustic modeling and design of MRI Scanners. Thèse de doctorat, Université de Eindhoven., 1999.
- [6] A. Snakowska, Directivity patterns of the acoustic field radiated from a semiinfinite unflanged hard walled circular duct. J. Phys. IV, France, volume 2, p. 653–656, 1992.
- [7] S. Lewy, Acoustique industrielle et aéronautique, Hermes Editor, 2000.
- [8] Y. Revalor, Méthode des rayons en aéroacoustique. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2007.
- [9] S. W. Rienstra, Sound propagation in slowly varying lined flow ducts of arbitrary cross-section. Journal of Fluid Mechanics, volume 495, p. 157–173., 2003.
- [10] M. Bruneau, Manuel d'acoustique fondamentale., Hermes Science Publications, 1989.
- [11] S. Lewy, High frequency acoustic radiation from a curved duct of circular cross section. Dans Noise-Con 93., 1993.
- [12] A. McAlpine, A. Daymond-King et A. Kempton, Sound radiation from a flanged inclined duct, Journal of the Acoustical Society of America, 132, (6), 3637-3646, 2012.
- [13] B. Seckler et J. Keller, Geometrical theory of diffraction in homogeneous media. Journal Acoustical Society of America, pages 192–205, vol. 31, 1959.
- [14] E. Knott et T. Senior, Comparison of three high-frequency diffraction techniques, Proc. IEEE, pages 1468–1474, volume 62, 1974.

- [15] J. B. Keller et H. B. KELLER, Determination of Reflected and Transmitted Fields by Geometrical Optics, *J. Opt. Soc. Am* 40, pp.48-51, 1950.
- [16] R. G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. *Proc. IEEE*, 1448–1461, November 1974.
- [17] S. Candel, Etudes théoriques et expérimentales de la propagation acoustique en milieu inhomogène et en mouvement. Thèse de doctorat, Université de Paris IV, Paris, France, 1977.
- [18] A. Kempton, A ray-theory approach for high-frequency engine intake noise. Dans *Proceeding of Symposium on the Mechanics of Sound Generation in Flows*, 1979.
- [19] A. Kempton, Ray theory and mode-theory prediction of intake-liner performance: a comparison with engine measurement. Dans *AIAA 8th Aeroacoustics Conference*, pages 968–976, 1983.
- [20] A. Kempton, Ray-theory to predict the propagation of broadband fan noise. Dans *AIAA 6th Aeroacoustics Conference*. pages 711–718, 1980.
- [21] w. k. Boyd,, A. J. Kempton et C. L. Morfey, Ray-theory predictions of the noise radiated from aeroengine ducts. Dans *AIAA 9th conference*. Pages 1984–2332, 1984.
- [22] A. Farina, Pyramid tracing vs. ray tracing for the simulation of sound propagation in large rooms. Dans *Proc. of Int. Conf. on Computational Acoustics and its Environmental Applications, COMACO95*. Page 109, 1995.
- [23] A. Farina, Ramsete - a new pyramid tracer for medium and large scale acoustic problems. Dans *Proceeding of Euro-Noise 95*. Page 55 Volume 1, 1995.
- [24] M. Lott, On the Performance of an Advanced 3D Ray Tracing Method .*Communication Networks Aachen University of Technology* . Dans *Proc. of European Wireless & ITG Mobile Communication*, 1999.
- [25] F. Gaudaire, N. Noe, J. Martin, P. Jean et D. Van Maercke, Méthode de rayons pour caractériser la propagation acoustique dans les milieux encombrés, *Société des Ingénieurs de l'Automobile*, 2000.
- [26] D. Van Maercke et J. Martin, The prediction of echograms and impulse responses within the Epidaure software. *Applied Acoustics*, vol. 38, n° 1, p 93–114, 1993.
- [27] C. Rousset, Simulation de l'effet d'installation sur la propagation extérieure du bruit des moteurs d'avion. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada., 2011.

- [28] N. Atalla, Numerical study of fuselage scattering effects on rotor noise, Thèse de doctorat, Florida Atlantic University, 1991.
- [29] N. Dabin, Simulation de la propagation acoustique en milieux non homogènes en mouvement par la méthode des rayons. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, 1999.
- [30] M. Vermet, Simulations par l'acoustique géométrique en présence de surfaces courbes avec prise en compte de la diffraction. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, France, 2010.
- [31] M. Bruneau, Introduction aux théories de l'acoustique, volume ch. 10.3. Université de Maine, 1983.
- [32] L. B. Felsen, Radiation and scattering of waves. Prentice hall, 1973.
- [33] N. Atalla, GMC 722 Méthodes numériques en interaction fluide-structure, volume Partie 2: Introduction à la SEA, Université de Sherbrooke Québec Canada, 2013.
- [34] C. Moro, Localisation de sources sonores par techniques d'antennes en milieu réverbérant, Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, 2013.
- [35] M. Zampolli, Improved Perfectly Matched Layers for Acoustic Radiation and Scattering Problems, Proceedings of the COMSOL Conference 2008, Hannover, 2008.