

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

Développement et validation d'un outil basé
sur l'acoustique géométrique pour le
diagnostic du bruit de nacelle

Mémoire de maîtrise
Spécialité : génie mécanique

Benoît MINARD

Jury : Nouredine ATALLA (directeur)
Alain Berry (Université de Sherbrooke)
Gaëtan Girard (Pratt & Whitney Canada)

Sherbrooke (Québec) Canada

05 2012

IV-2257



Library and Archives
Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-91711-4

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-91711-4

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

RÉSUMÉ

De nos jours, la problématique du bruit généré par les avions est devenue un point de développement important dans le domaine de l'aéronautique. C'est ainsi que de nombreuses études sont faites dans le domaine et une première approche consiste à modéliser de façon numérique ce bruit de manière à réduire de façon conséquente les coûts lors de la conception.

C'est dans ce contexte qu'un motoriste a demandé à l'université de Sherbrooke, et plus particulièrement au groupe d'acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), de développer un outil de calcul de la propagation des ondes acoustiques dans les nacelles mais aussi pour l'étude des effets d'installation. Cet outil de prédiction leur permet de réaliser des études afin d'optimiser les traitements acoustiques (« liners »), la géométrie de ces nacelles pour des études portant sur l'intérieur de la nacelle et des études de positionnement des moteurs et de design pour les effets d'installation.

L'objectif de ce projet de maîtrise était donc de poursuivre le travail réalisé par [Rousset, 2011] sur l'utilisation d'une méthode de lancer de rayons pour l'étude des effets d'installation des moteurs d'avion. L'amélioration du code, sa rapidité, sa fiabilité et sa généralité étaient les objectifs principaux. Le code peut être utilisé avec des traitements acoustiques de surfaces (« liners ») et peut prendre en compte le phénomène de la diffraction par les arêtes et enfin peut être utilisé pour réaliser des études dans des environnements complexes tels que les nacelles d'avion.

Le code développé fonctionne en 3D et procède en 3 étapes :

- Calcul des faisceaux initiaux (division d'une sphère, demi-sphère, maillage des surfaces de la géométrie)
- Propagation des faisceaux dans l'environnement d'étude : calcul de toutes les caractéristiques des rayons convergents (amplitude, phase, nombre de réflexions, ...)
- Reconstruction du champ de pression en un ou plusieurs points de l'espace à partir de rayons convergents (somme des contributions de chaque rayon) : somme cohérente.

Le code (GA3DP) permet de prendre en compte les traitements de surface des parois, la directivité de la source, l'atténuation atmosphérique et la diffraction d'ordre 1. Le code a été validé en utilisant différentes méthodes telles que la méthode des sources-images, la méthode d'analyse modale ou encore la méthode des éléments finis de frontière.

Un module Matlab a été créé spécialement pour l'étude des effets d'installation et intégré au code existant chez Pratt & Whitney Canada.

Mots-clés : Acoustique géométrique - Ray-Tracing - Lancer de faisceaux - Diffraction - Somme Cohérente - Niveau de Pression

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de maîtrise, le professeur Noureddine Atalla, pour m'avoir accompagné durant ces deux années de recherches passées au sein du Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke. Sa disponibilité, son encadrement, ses connaissances et son expérience ont permis réaliser ce projet dans de bonnes conditions.

Je remercie également la compagnie Pratt & Whitney Canada qui ont financé ce projet et avec qui j'ai eu la chance de coopérer.

J'aimerais remercier aussi toutes les personnes du GAUS, ses professeurs et ses étudiants avec qui j'ai eu le privilège de travailler ou bien juste côtoyer tous les jours (Vincent, Sébastien, Nabil, Maxime, François, Aljosa, Luca, Mohammad, ...).

Je tiens aussi à ajouter le professeur Jean-Mathieu Mencik de l'ENIVL (Ecole Nationale d'Ingénieurs du Val de Loire) pour m'avoir donné la chance de venir faire cette maîtrise au Québec.

Pour finir j'aimerais remercier ma famille qui m'ont soutenu durant toutes mes études dans les bons comme les mauvais moments et Solène pour m'avoir accompagné et soutenu pendant ces deux années très enrichissantes passées au Canada.



TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	1
1.1	Contexte du projet	1
1.2	Problématique	3
1.3	Objectifs et méthodologie	3
2	Etat de l'art	7
2.1	Introduction	7
2.2	Inventaire des différentes méthodes	7
2.2.1	Analyse Modale	7
2.2.2	Méthode des sources-images	8
2.2.3	Lancer de rayons ou Ray-Tracing	9
2.2.4	Méthode de lancer de faisceaux pyramidaux	11
2.2.5	Méthode des éléments finis (FEM)	12
2.2.6	Méthode des éléments finis de frontière (BEM)	14
2.2.7	Récapitulatif des avantages et inconvénients des différentes méthodes	16
2.3	Etat d'avancement de l'acoustique géométrique	17
2.4	Conclusion	18
3	Acoustique géométrique	19
3.1	Méthode des Rayons	19
3.1.1	Équations des rayons	19
3.1.2	Temps de propagation	23
3.1.3	Calcul de l'amplitude du champ	23
3.1.4	Conditions initiales	25
3.2	Réflexion sur des surfaces planes et courbes	28
3.3	Conditions de Validité	29
3.3.1	Condition sur la fréquence	29
3.3.2	Condition de Fresnel	30
3.4	Les limites de la méthode	31
3.5	Conclusion	31
4	Implémentation de la méthode de lancer de faisceaux	33
4.1	Revue de la littérature	33
4.2	Le lancer de faisceaux pyramidaux	34
4.2.1	Division initiale de la source en tétraèdre	34
4.2.2	Propagation des tétraèdres	35
4.2.3	Subdivision des tétraèdres	35
5	Validations numériques	39
5.1	Problèmes canoniques	39
5.1.1	Réflexion sur une paroi rigide	39

5.1.2	Réflexion sur une paroi traitée acoustiquement	41
5.1.3	Réflexion sur un cylindre	44
5.2	Problèmes intérieurs	51
5.2.1	Cavité fermée	51
5.2.2	Conduite rectangulaire infinie	59
5.2.3	Conduite cylindrique infinie	65
5.2.4	Conduite rectangulaire traitée (2D)	74
5.2.5	Conclusion	76
6	Les théories de la diffraction	77
6.1	Historique des différentes théories	77
6.2	La théorie de Sommerfeld	78
6.3	La Théorie Géométrique de la Diffraction	81
6.3.1	Diffraction par une arête	82
6.3.2	Diffraction par une surface courbe	85
6.3.3	Notions de points critiques et de caustiques	86
6.4	La théorie uniforme de la diffraction	87
6.5	La théorie de Kurze et Anderson	89
6.6	La théorie de Lam-Fresnel	92
6.7	La théorie de Pierce	93
6.8	Double Diffraction	95
6.9	Conclusion	98
7	Implémentation et validation de la diffraction	99
7.1	Implémentation de la diffraction	99
7.2	Validations numériques	100
7.2.1	Cas 1 : Diffraction par une plaque carrée rigide	100
7.2.2	Cas 2 : Diffraction par une plaque quelconque rigide (aile d'avion)	104
7.2.3	Cas 3 : Diffraction + Rayons réfléchis	109
7.2.4	Cas 4 : Diffraction aile + stabiliseur d'avion	111
7.2.5	Conclusion	115
8	Application à l'effet d'installation sur les bruits d'avion	117
8.1	Cas 1 :	118
8.2	Cas 3 :	120
8.3	Cas 4 :	122
8.4	Cas 6 :	124
8.5	Conclusion	126
9	CONCLUSION ET PERSPECTIVES	127
A	Démonstration séparation de variables	131
B	Démonstration calcul C_{mn} (conduite rectangulaire)	133
C	Détermination du C_{mn} (conduite cylindrique)	135

TABLE DES MATIÈRES	vii
D Impédances des matériaux	137
D.1 Mélamine 10 mm	137
D.2 Fibre non-renforcée 10 mm	137
E Étude de l'influence du maillage du cylindre sur la solution	139
LISTE DES RÉFÉRENCES	141

LISTE DES FIGURES

1.1	Conditions de certification de l'OACI pour les avions de transport à réaction (Source : L'aéroacoustique en aéronautique de Serge LEWY [www.techniques-ingenieur.fr])	1
1.2	Vue schématique d'un turboréacteur à double flux. [1 : soufflante, 2 : roue directrice de sortie, 3 : compresseur basse pression, 4 : compresseur haute pression, 5 : chambre de combustion, 6 : turbine haute pression, 7 : turbine basse pression] (Source : Mémoire de Thèse [Boudet, 2003])	2
2.1	Schéma des différents phénomènes de propagation des ondes acoustiques Source : AIAA 96-1773. Nacelle Acoustic Design by Ray Tracing in three Dimensions	7
2.2	Illustration de la méthode des sources images	9
2.3	Illustration de la méthode de lancer de rayon	10
2.4	Exemple de propagation de faisceau	12
2.5	Domaine d'étude pour un problème intérieur	15
2.6	Récapitulatif des différentes méthodes	16
3.1	Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde	24
3.2	Conditions initiales sur le rayon	26
3.3	Rayon réfléchi sur une surface plane (gauche) et sur une surface courbe (droite)	28
3.4	Zone singulière ou caustique	31
3.5	Problème de la densité de rayons	31
4.1	Subdivision initiale de l'angle solide autour d'une source de tir géométrique	33
4.2	Subdivision initiale de la sphère autour de la source ponctuelle	35
4.3	Organigramme simplifié de la propagation de faisceaux	36
4.4	Subdivision d'un tétraèdre en 4 nouveaux tétraèdres	36
5.1	Géométrie du problème (Mur rigide)	39
5.2	Visualisation des rayons direct et réfléchi sur le mur (source ponctuelle)	40
5.3	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode des sources-images (- - -) et la méthode de lancer de faisceaux (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un mur rigide	41
5.4	Géométrie de la simulation	42
5.5	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode des sources-images (x), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et les méthodes BEM (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un plan traité avec <u>10 mm de mélamine</u>	43

5.6	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode des sources-images (x), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et les méthodes BEM (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un plan traité avec <u>10 mm de fibres non-renforcés</u>	43
5.7	Réflexion 2D d'un faisceau : Gauche : sur une surface plane, Droite : sur une surface courbe	44
5.8	Géométrie de l'étude de la réflexion sur un cylindre	45
5.9	Différents maillages du cylindre	47
5.10	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ entre la méthode BEM (o), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et la méthode classique des rayon (—) en champ proche - basses fréquences	49
5.11	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ entre la méthode modale (o), la méthode de lancer de faisceaux (- -) et la méthode classique des rayon (—) en champ lointain - basses fréquences	50
5.12	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ entre la méthode modale (o), la méthode de lancer de faisceaux (- -) et la méthode classique des rayon (—) en champ lointain - hautes fréquences	50
5.13	Schéma de l'étude (cube fermé)	52
5.14	Géométrie de l'étude : cube	54
5.15	Cas 1 : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing	56
5.16	Cas 2a : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing	56
5.17	Cas 2b : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing	57
5.18	Cas 2c : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing	57
5.19	Schéma de la conduite rectangulaire	60
5.20	Schéma du système	61
5.21	Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)	63
5.22	Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source non-centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)	64
5.23	Schéma descriptif de la conduite cylindrique	65
5.24	Coupe de la section de la conduite	65
5.25	Géométrie de l'étude pour le cas de la conduite cylindrique	69
5.26	Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)	71
5.27	Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source non-centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)	72
5.28	Schéma de la réflexion sur des plans traités acoustiquement	74
5.29	Cas 1 : Comparaison SPL entre la méthode de lancer de faisceaux et des sources-images pour deux traitements acoustiques	75

5.30 Cas 2 : Comparaison SPL entre la méthode de lancer de faisceaux et des sources-images pour deux traitements acoustiques	75
6.1 Création d'une zone d'ombre en présence d'un obstacle [Vaudon, 1991]	77
6.2 Diffraction d'une onde plane par le bord droit d'un écran [Bruneau, 1998]	79
6.3 Différents types de rayons diffractés de la GTD (en haut à gauche : sur une arête avec incidence normale, en haut à droite : sur une arête avec incidence oblique, en bas à gauche : sur un coin, en bas à droite : rayons rampants)	82
6.4 Cône formé par les rayons diffractés	83
6.5 Projection des rayons incident et réfléchi dans le plan normal à l'arête de l'écran	84
6.6 Lignes de discontinuité de la GTD	85
6.7 Ondes rampantes à la surface d'un objet et ondes diffractées ([Vermet, 2010])	85
6.8 Méthode utilisée par Vermet pour le calcul de la pression diffractée par une surface courbe ([Vermet, 2010])	86
6.9 Points critiques et caustiques	86
6.10 Diffraction par un écran posé sur un sol parfaitement réfléchissant	89
6.11 à gauche : D sur [BE] donc chemin de diffraction valide, à droite : D extérieur à [BE] donc chemin de diffraction non valide	90
6.12 $a = \text{distance}(S,D)$, $b = \text{distance}(D,M)$, $d = \text{distance}(S,M)$	90
6.13 Plusieurs chemin de diffraction autour de l'écran	91
6.14 Approximation par une diffraction du premier ordre	92
6.15 Chemins de diffraction pour un écran en 3D	93
6.16 Géométrie de la théorie de Pierce pour la diffraction par un coin	94
6.17 Double diffraction par un plateau	96
6.18 Géométrie du problème de la théorie de Capolino et Albani ([Vermet, 2010])	96
7.1 Délimitation de la portion d'arête intersectée	99
7.2 Détermination des chemins les plus courts	100
7.3 Géométrie du cas 1	101
7.4 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (*), et la UTD (x) et la méthode BEM (— —) pour le receveur M1	102
7.5 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (*), et la UTD (x) et la méthode BEM (— —) pour le receveur M2	102
7.6 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (x) pour le receveur M3	103
7.7 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (x) pour le receveur M4	103
7.8 Géométrie du cas 2	104

7.9	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (o), et la UTD (x) et la méthode BEM (—) pour le receveur M1	106
7.10	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (o), et la UTD (x) et la méthode BEM (—) pour le receveur M2	106
7.11	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M3	107
7.12	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M4	107
7.13	Géométrie du cas 3	109
7.14	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (o) ou associée à la UTD (—) et la méthode BEM (—)	110
7.15	Géométrie du cas 4	111
7.16	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M1	112
7.17	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M2	112
7.18	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M3	113
7.19	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M4	113
7.20	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M5	114
7.21	Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5}Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M6	114
8.1	Cas 1 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences	119
8.2	Cas 3 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences	121
8.3	Cas 4 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences	123

8.4	Cas 6 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences	125
9.1	Élément «blob» ([Vermet, 2010])	128
9.2	Interpolation des normales : maillage «lissé» ([Vermet, 2010])	128
9.3	Cas VA-One : exemple de diffraction d'ordre supérieur à 1 (réflexion-diffraction ou diffraction-réflexion ou encore réflexion-diffraction-réflexion)	129
D.1	Impédance caractéristique de 10 mm de mélamine	137
D.2	Impédance caractéristique de 10 mm de fibre non-renforcée	137

LISTE DES TABLEAUX

5.1	Tableau contenant les zéros de la dérivée de Bessel	68
-----	---	----

LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	Définition
BEM	Boundary Element Method
CSTB	Centre Scientifique et Technique du Bâtiment
FEM	Finite Elements Method
GA3D	Geometrical Acoustics 3D
GA3DP	Geometrical Acoustics 3D Pyramidal
GARN	Geometrical Acoustic for Rotor Noise
GAUS	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
GTD	Geometrical Theory of Diffraction
GUI	Graphical User Interface
IL	Insertion Loss
NASA	National Aeronautics and Space Administration
OACI	Organisation de l'Aviation Civile Internationale
P&WC	Pratt & Whitney Canada
PRA	Paraxial Ray Approximation
SEA	Statistical Energy Analysis
SPL	Sound Pressure Level
UdeS	Université de Sherbrooke
UTD	Uniform Theory of Diffraction

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Contexte du projet

Un des problèmes majeurs actuels dans l'industrie aéronautique est de diminuer le bruit généré par les moteurs d'avion. En effet, l'augmentation constante du trafic aérien conduit les compagnies aériennes (poussées par les directions des aéroports) à augmenter leur capacité d'accueil, ce qui entraîne de nombreux problèmes de gêne pour les populations voisines de ces aéroports. La procédure de mesure du bruit rayonné par un avion est définie dans l'annexe 16 de l'OACI (Organisation de l'Aviation Civile Internationale). Il s'agit d'une mesure de certification imposant un niveau sonore maximal en trois points représentatifs de l'impact acoustique aux alentours de l'aéroport (un latéral au décollage, l'autre sous trace, après réduction de la poussée, et le dernier pour l'approche, aussi sous trace (voir figure 1.1)). C'est sur base de ces mesures que les avions reçoivent leur certification en matière de bruit.

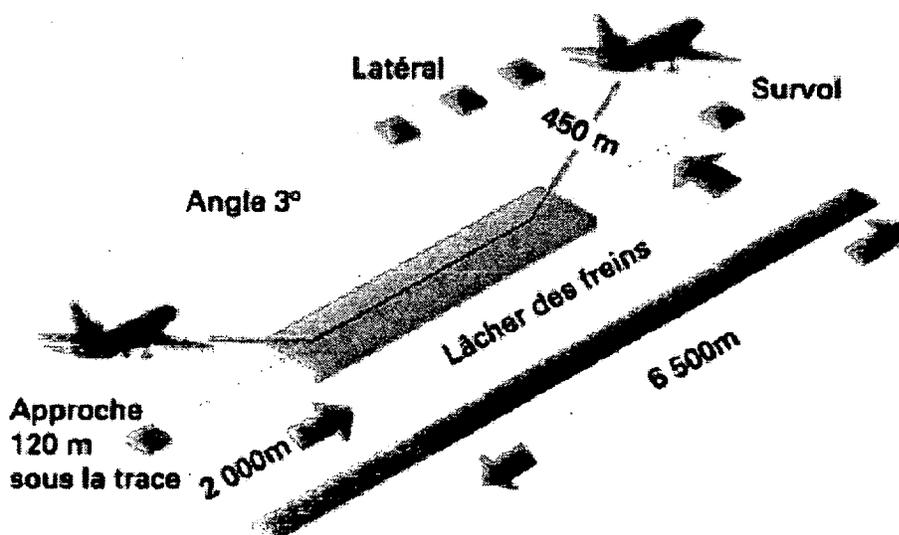


Figure 1.1 Conditions de certification de l'OACI pour les avions de transport à réaction (Source : L'aéroacoustique en aéronautique de Serge LEWY [www.techniques-ingenieur.fr])

Plusieurs options existent pour réduire le bruit telles que l'optimisation du design afin d'améliorer les caractéristiques aérodynamiques (amélioration des performances de vol et donc diminution de la puissance des moteurs et ainsi du bruit généré), ou la diminution du bruit des turboréacteurs. Une autre approche vise à améliorer la performance des traitements acoustiques dits « liners » et la géométrie des nacelles (cf. figure 1.2). En effet, ces deux paramètres vont avoir un rôle important dépendamment du régime (la nacelle va jouer un rôle de guide d'onde en régime subsonique alors qu'en régime transsonique le champ acoustique va être concentré sur la paroi de la nacelle, là où les traitements absorbants sont efficaces).

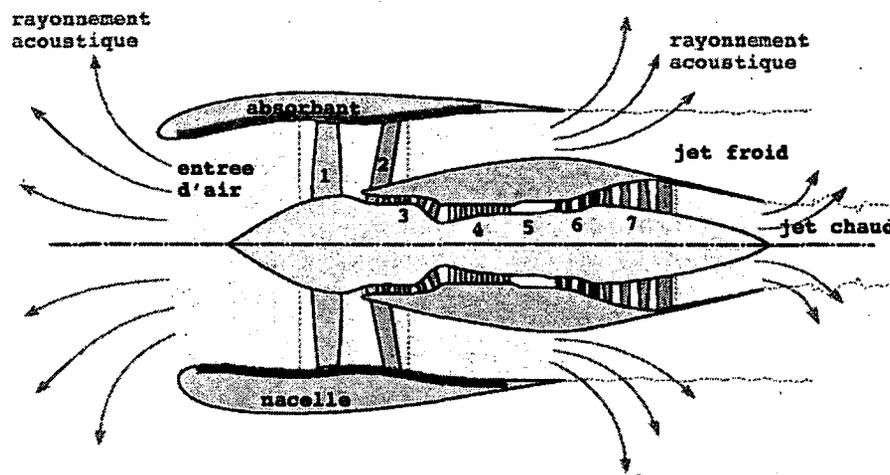


Figure 1.2 Vue schématique d'un turboréacteur à double flux. [1 : soufflante, 2 : roue directrice de sortie, 3 : compresseur basse pression, 4 : compresseur haute pression, 5 : chambre de combustion, 6 : turbine haute pression, 7 : turbine basse pression] (Source : Mémoire de Thèse [Boudet, 2003])

Pour cela, une nouvelle méthode de modélisation de la propagation des ondes sonores, dite méthode géométrique ou « Ray Tracing », a été développée. Elle se différencie des méthodes par éléments finis (FEM ou BEM) ou de l'analyse modale par la possibilité de prédire le bruit en hautes fréquences, pour des géométries complexes et dans des milieux non-homogènes [Dabin, 1999].

Sous la tutelle de Nouredine Atalla, professeur au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) et spécialiste en méthodes numériques et méthodes analytiques et celle de Celse Kafui Amédin, professionnel de recherche au GAUS et spécialiste en modélisation numérique des structures complexes, ce projet a pour objectif de développer et valider un outil de simulation basé sur l'acoustique géométrique afin de prédire le bruit de nacelle ou de réaliser des études sur les effets d'installation des moteurs sur le

bruit extérieur. Ce travail suit celui de Céline Rousset ([Rousset, 2011]) sur la prise en compte des effets d'installation des moteurs d'avion à partir d'un code de lancer de rayons (GA3D). Il s'inscrit dans le cadre d'une chaire industrielle de recherche d'acoustique appliquée à l'aviation en partenariat avec les compagnies Pratt & Whitney Canada (P&WC), Bombardier Aerospace et Bell Helicopter Textron. P&WC, entreprise spécialisée dans la conception de moteurs d'avions et d'hélicoptères, a soutenu ce projet. Le code développé va être intégré à leurs outils informatiques.

1.2 Problématique

Le sujet du projet est axé sur le développement et la validation d'un outil de simulation basé sur l'acoustique géométrique afin de prédire le bruit de nacelle. La méthode choisie a déjà été utilisée dans différents domaines tels que l'électromagnétisme, la sismologie, le graphisme, l'acoustique des salles mais dans très peu de cas pour la modélisation de la propagation du bruit sur les nacelles d'avions.

[Rousset, 2011] utilise cette méthode pour l'étude des effets d'installation. Ce projet, en continuation avec le sien, a pour but d'améliorer le code de lancer de rayons existant afin de le rendre plus rapide et plus fiable (lancer de faisceaux pyramidaux), de prendre en compte les traitements acoustiques de surfaces (« liners ») et le phénomène de la diffraction par les arêtes (effets de masquage d'une aile d'avion par exemple) et enfin de pouvoir réaliser des études dans des environnements complexes tels que les nacelles d'avion.

1.3 Objectifs et méthodologie

Les objectifs spécifiques de la maîtrise sont répartis en différents points :

- Validation de la partie 2D du code existant
 - Revue de la littérature afin d'identifier les phénomènes physiques existants et de connaître ce qui a déjà été fait (« Ray Tracing »)
 - Revue de la littérature sur la propagation en conduite (section rectangulaire et circulaire)
 - Comparaison entre la méthode d'analyse modale et de l'acoustique géométrique
- Implémentation d'une méthode d'accélération basée sur une méthode de lancer de faisceaux pyramidaux

- Passage en 3D
- Revue de la littérature sur les codes existants de lancer de faisceaux
- Implémentation d'une méthode proche de celle développée par le CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) dans son code ICARE
- Validation par une batterie de tests dans des cas canoniques et simples (plaque rigide, plaque traitée, conduite rectangulaire, cube fermé, conduite circulaire) : comparaison avec l'analyse modale, la méthode des sources-images ou la méthode des éléments finis de frontière
- Intégration de la diffraction
 - Revue de la littérature sur ce phénomène
 - Implémentation d'une détection automatique des arêtes diffractantes
 - Calcul de la diffraction à l'aide de différentes théories (Lam-Fresnel, Kurze et Anderson, Pierce, Sommerfeld, GTD (Geometrical Theory of Diffraction), UTD (Uniform Theory of Diffraction))
 - Validation par une batterie de tests allant d'un cas simple (plaque rigide) à des cas plus complexes (aile d'avion + stabilisateur)
- Simulation pour 6 cas d'effets d'installation
 - Adaptation du code à l'étude des effets d'installation d'un moteur d'avion
 - Comparaison avec des résultats de pure masquage provenant du code EDSU de P&WC (Pratt & Whitney Canada) prenant en compte seulement la diffraction
- Documentation des codes (guide utilisateur)

La méthodologie est la suivante :

- Revue de la littérature : comprendre le principe de l'acoustique géométrique et de l'ensemble des phénomènes acoustiques mis en jeu lors de la propagation d'onde dans une nacelle. Ceci permettra de savoir où en sont rendues les recherches dans ce domaine, c'est-à-dire savoir quelles sont les méthodes numériques utilisées, quels sont les domaines d'études, jusqu'où a été développée la méthode d'acoustique géométrique...
- Validation du code existant du laboratoire du GAUS (Gann_2D). La méthode d'acoustique géométrique sera comparée à la méthode par analyse modale pour une

propagation basses et moyennes fréquences et une géométrie simple sans écoulement. Une revue de la littérature sur la propagation en milieu guidé sera donc faite que ce soit pour des conduites à section rectangulaire ou circulaire. L'étude portera sur la propagation intérieure et le rayonnement à l'extérieur de la conduite en champ lointain.

- Revue de littérature, implémentation d'une méthode 3D de lancer de faisceaux pyramidaux et validation pour un ensemble de tests prenant en compte les différents phénomènes physiques (plaque avec et sans traitement acoustique, atténuation atmosphérique, directivité de la source). La validation se fera en comparant les résultats du code GA3DP avec les méthodes d'analyse modale, des sources-images ou BEM.
- Intégration de la diffraction au code en utilisant différentes théories telles que la théorie de Lam-Fresnel, celle de Pierce ou celle de Sommerfeld pour les plus simples et des théories plus complexes comme celle présentée par Keller en 1962, la théorie géométrique de la diffraction (GTD) ou bien la théorie uniforme de la diffraction (UTD) de Pathak et Kouyoumjian. Grâce à une revue de la littérature, ce phénomène sera implémenté et validé pour des cas simples puis pour des cas plus complexes de géométrie (aile + stabilisateur) en comparant avec des simulations basses fréquences données soit par le logiciel VA-One du groupe ESI, soit par le logiciel NOVA-FEM du GAUS (méthode BEM).
- Adaptation du code pour prendre en compte les effets d'installation et validation à l'aide de résultats fournis par Pratt & Whitney Canada pour les calculs de diffraction pure.
- Réalisation d'une documentation sur les 2 codes réalisés et intégration du module GA3DP aux outils de calcul de P&WC.

CHAPITRE 2

Etat de l'art

2.1 Introduction

Plusieurs mécanismes de propagation acoustique dans une nacelle existent : la propagation directe, la réflexion, la diffraction, les interférences et la réfraction [Dougherty, 1996] ou [Bruneau, 1983] qui présente l'ensemble de ces phénomènes dans son livre (cf. figure 2.1).

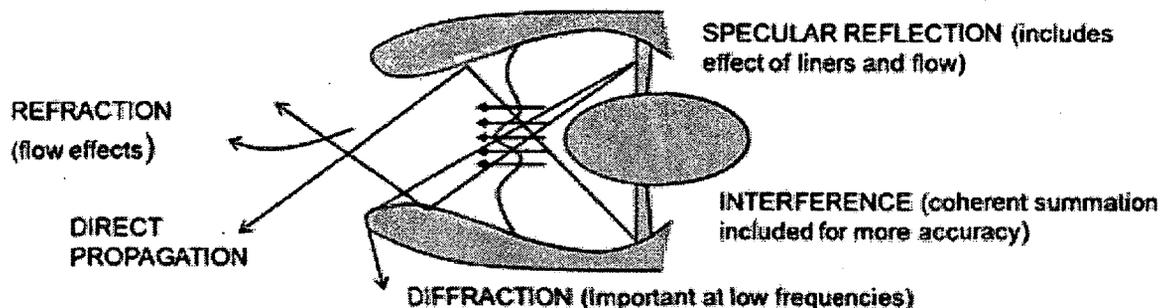


Figure 2.1 Schéma des différents phénomènes de propagation des ondes acoustiques

Source : AIAA 96-1773 Nacelle Acoustic Design by Ray Tracing in three Dimensions

L'étude de ces différents phénomènes peut-être abordée à l'aide de méthodes de calculs analytiques dans le cas de modèles géométriques et d'écoulements relativement simples. Ces méthodes offrent des solutions de référence essentielles à la validation et l'évaluation des méthodes de calculs numériques. Cependant, des méthodes bien plus complexes comme les éléments finis, les éléments de frontières ou encore l'acoustique géométrique sont utilisées pour la simulation de modèles plus «réels».

2.2 Inventaire des différentes méthodes

2.2.1 Analyse Modale

Bien que limitée à des études basses fréquences et basée sur des modèles géométriques et des écoulements relativement simples, la méthode d'analyse modale permet de réaliser

des études rapides et fiables. Elle est aussi utilisée, comme dans notre cas, pour faire la validation d'études numériques.

On peut prendre l'exemple de la propagation dans les guides d'ondes qui permet, pour une géométrie simple, de reconstruire assez facilement les champs acoustiques ([Pierce, 1981]). La pression est décrite en termes d'une superposition des contributions modales. Chaque mode est représenté par une amplitude et une fonction de forme modale. Pierce étudie ainsi la propagation dans une conduite rectangulaire infinie ou encore dans une conduite cylindrique infinie ayant une section transversale constante et baignée dans un milieu uniforme et sans écoulement. Cette solution est à priori exacte mais reste essentiellement limitée aux basses fréquences pour des raisons de coût de calcul. La solution à ce problème est décrite dans la partie de validations numériques.

Cette méthode doit, pour des cas plus complexes, être ajustée. En effet, les guides d'ondes sont généralement de dimensions finies, avec des variations de sections le long de l'axe, avec des parois pas forcément parfaitement réfléchissantes et bien souvent en prenant en compte un écoulement. Différents auteurs abordent ces problèmes. [Rienstra, 2003] utilise une description modale afin d'étudier la propagation du son dans une conduite lentement variable avec une paroi absorbante et une section transversale quelconque. Un autre phénomène se produisant à l'extrémité d'une conduite, dû à la diffraction du champ incident sur la sortie, donne naissance à deux nouveaux champs : un rayonnant à l'extérieur et l'autre se propageant dans le sens inverse de la conduite (réflexion). [Levine et Schwinger, 1947] ont développé une méthode analytique afin de prendre en compte ces effets pour une onde plane sortant d'une conduite non-bafflée (prise en compte de l'onde réfléchie en sortie de la conduite). Le calcul du champ rayonné vers l'extérieur à partir de l'extrémité de la conduite finie est ensuite estimé en utilisant l'intégrale classique de Rayleigh.

Cette première méthode peut être couplée à une méthode de prédiction empirique pour qu'elle puisse prendre en compte l'écoulement dans la conduite. La NASA a mené des recherches dans ce domaine en collaboration avec les compagnies Boeing, Pratt & Whitney [Feder et Dean, 1973] ou encore Mac Donnell Douglas [Pendley et Marsh, 1970].

2.2.2 Méthode des sources-images

Cette méthode consiste à calculer l'ensemble des images d'une source ponctuelle par rapport aux différentes surfaces de l'environnement. Ensuite, il suffit de tracer, s'il existe, le trajet entre la source-image et le récepteur. Les images de chacune de ces images sont alors

construites et on peut à nouveau vérifier l'existence de trajets entre la source-image et le récepteur, et ainsi de suite. L'approche est illustrée sur la figure 2.2.

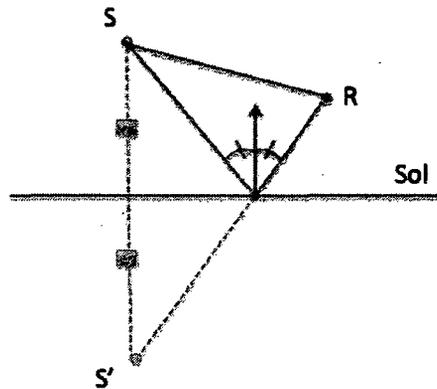


Figure 2.2 Illustration de la méthode des sources images

Sur la figure, on peut donc voir la construction de la source S' , image de S par rapport au sol. Le trajet de S' à R permet de trouver le point exact de réflexion entre la source S et le récepteur (pas d'interaction de cette droite avec d'autres surfaces). Ce trajet est ajouté au trajet direct entre S et R . L'amplitude de chaque trajet correspond à la longueur totale du trajet entre la source et le récepteur. La pression est déterminée à l'aide de l'expression ci-dessous.

$$p(R) = \frac{e^{jkd}}{4\pi d} \quad (2.1)$$

Avec d la distance source (S ou S') et le receveur.

On réalise ensuite une sommation de l'ensemble des contributions des trajets et cela nous permet d'obtenir la pression au point R .

Cette méthode permet d'obtenir de manière simple le bilan des trajets mais peut vite devenir très coûteuse en temps de calcul dans certains cas. C'est une approximation de la propagation sonore qui s'applique en hautes fréquences. Elle est utilisable seulement avec des surfaces planes ce qui limite son utilisation mais permet de valider rapidement des cas simples.

2.2.3 Lancer de rayons ou Ray-Tracing

Le principe de cette méthode est de modéliser l'onde acoustique comme un rayon (analogie avec la propagation de rayons lumineux en optique). Le Ray-Tracing, comme son nom

l'indique, consiste à envoyer des rayons depuis la source ponctuelle dans l'ensemble de l'espace environnant. La solution au problème est construite en trois étapes :

1. Obtenir la relation de dispersion qui relie la fréquence angulaire ω au vecteur d'onde \vec{k} .
2. Déterminer la trajectoire du rayon par résolution d'un système d'équations différentielles ordinaires.
3. Calculer le champ d'amplitude à l'aide d'une équation de conservation de l'énergie.

La détermination du champ est effectuée dans très peu d'études, et est soit basée sur des expressions analytiques particulières, soit sur une approximation en champ lointain. Cependant ces techniques sont peu efficaces. Une autre méthode a été développée par Ugincius [Thompson, 1974] ; elle consiste à définir la variation de la section du tube de rayon pour chaque rayon, puis la solution est obtenue en intégrant une série d'équations différentielles le long de la trajectoire. [Candel, 1977a] présente une solution tridimensionnelle complète en solutionnant l'équation de conservation de l'action d'onde par un calcul au premier ordre de la variation de la section élémentaire du front d'onde pour chaque rayon. Cela permet ainsi d'obtenir la variation d'une section du tube de rayon. On obtient un système d'équations différentielles qui, ajouté au système caractéristique différentiel des rayons, permet de définir les paramètres du rayon en connaissant les conditions initiales.

La difficulté de la méthode des rayons est le tracé entre deux points. Les rayons sont propagés un à un. Lorsque le rayon rencontre un obstacle, il est réfléchi (lois de Snell-Descartes). Pour savoir si ce rayon atteint ou pas le récepteur, un volume (3D) ou une surface (2D) est créé autour de celui-ci. On doit ensuite vérifier que si ceux-ci capturent ou pas le rayon. La figure 2.3 permet d'illustrer cette méthode.

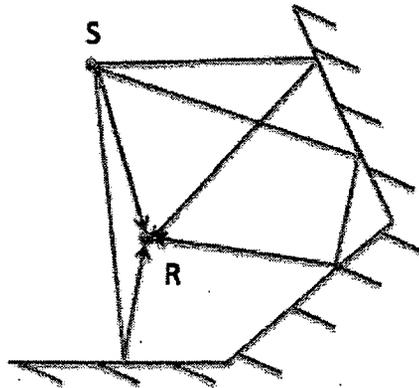


Figure 2.3 Illustration de la méthode de lancer de rayon

Après avoir récupéré les rayons convergents vers le récepteur, on peut ensuite calculer la pression en sommant l'ensemble des contributions des rayons soit de manière cohérente, soit non cohérente. L'amplitude et la phase du rayon sont calculées durant la propagation de celui-ci dans l'espace (voir partie 3 du mémoire).

Cette méthode permet de limiter le temps de calcul par rapport à la méthode des sources-images et de travailler avec des surfaces courbes. Son principal avantage est de ne pas être dépendante de la fréquence.

Comme la méthode des sources-images, c'est une approximation hautes fréquences de la propagation d'onde et elle possède différents inconvénients. Un volume ou une surface de détection (sphère de détection par exemple) ainsi qu'un pas de lancement des rayons ($\Delta\theta$ et $\Delta\alpha$) arbitraire, doivent être définis. Ces deux paramètres, s'ils sont mal définis, peuvent engendrer des erreurs de calculs importants (des rayons non-détectés, des petites surfaces non-prises en compte ou encore un temps de calcul qui peut devenir très grand si le pas des angles diminue).

La méthode des rayons rencontre ses limites au voisinage des zones singulières. Dans certaines circonstances, les trajectoires des rayons forment une enveloppe nommée caustique où le calcul des rayons échoue (amplitude infinie et la théorie de l'acoustique géométrique n'est plus valable). Cependant, il existe des méthodes qui permettent d'éviter ces effets comme la méthode des rayons gaussiens [Atalla, 1991].

2.2.4 Méthode de lancer de faisceaux pyramidaux

Afin de palier à certains problèmes du lancer de rayons classique, le lancer de faisceaux pyramidaux (Pyramidal-Ray-Tracing) est utilisé ([Farina, 1995b], [Vermet, 2010]). Au lieu de lancer un rayon après l'autre, trois rayons formant un tétraèdre sont propagés simultanément. Ceci permet de balayer l'ensemble de l'espace correctement et de s'affranchir des angles de lancement (et donc du pas). Lors de la propagation, le tétraèdre devient ensuite un pentaèdre après la première réflexion. On propage le faisceau jusqu'à détection du récepteur à l'intérieur du faisceau ou bien jusqu'à perte de celui-ci (infini). Lorsque le récepteur est détecté, le tétraèdre initial est subdivisé en quatre nouveaux tétraèdres jusqu'à ce qu'un des rayons atteigne un critère de convergence. L'amplitude et la phase de chaque rayon sont déterminées comme dans le lancer de rayon.

Cette méthode permet donc de supprimer le rayon de détection et les angles de lancement. Cependant, elle ne permet pas de s'affranchir du problème de l'alliassage (si un objet est trop petit par rapport au faisceau, il est possible que celui-ci ne soit pas vu). Contrairement

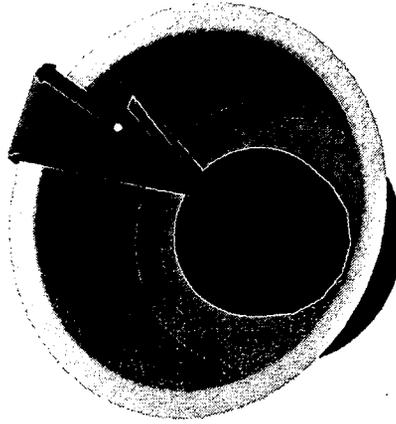


Figure 2.4 Exemple de propagation de faisceau

à la méthode de lancer de rayons classique, la prise en compte de la courbure n'est pas possible, ceci afin que chaque faisceau réfléchi sur une surface reste pyramidal.

Ceci ne pose normalement pas de problème car les géométries d'études sont réalisées à l'aide de logiciels d'éléments finis qui permettent uniquement de mailler avec des éléments quadrangle ou triangulaire (éléments linéaires).

2.2.5 Méthode des éléments finis (FEM)

La méthode dite des « éléments finis » (FEM), consiste à discrétiser l'espace en éléments de volume de petites dimensions (inférieures à la plus petite longueur d'onde considérée) et à résoudre l'équation de propagation dans chaque élément de volume. Les conditions aux limites sont alors partagées par les éléments adjacents à l'élément considéré.

L'analyse d'un problème par éléments finis consiste en sept étapes fondamentales ([Atalla, 2011b]) :

1. Formulation intégrale (= faible ou variationnelle) des équations gouvernant le système.

$$W(p, \delta p) = \int_0^l \delta p \left(c_0^2 \frac{d^2 p}{dx^2} + \omega^2 p \right) dx = 0 \quad (2.2)$$

Où : c_0 est la vitesse du son dans le milieu, ω est la pulsation, p la pression, δp une variation admissible de p et $(0, l)$ les limites suivant x .

2. Discrétisation ou maillage du domaine (Ω) en petits éléments (Ω_e) linéaire ou quadratique.

$$\Omega = \bigcup_{e=1}^{ne} \Omega^e \quad e = 1, \dots, ne \quad (2.3)$$

avec ne le nombre d'éléments.

3. Approximation nodale des variables et calcul des matrices élémentaires de raideur K_e et de masse M_e .

Il s'agit de définir sur chaque sous-domaine (Ω_e) une fonction approchée P^e de la solution exacte P . Cette fonction dite approximation nodale doit présenter les particularités suivantes :

- elle ne doit faire intervenir que les variables nodales attachées à des noeuds situés sur (Ω_e) et sur sa frontière;
- elle doit être continue sur (Ω_e). De plus, l'ensemble des fonctions d'approximations doit satisfaire les conditions de continuité entre les différents sous-domaines.

$$p(x) = \sum_{i=1}^2 N_i^e(x) p_i^e \quad (2.4)$$

où N_i^e sont les fonctions d'interpolation.

Le calcul des matrices élémentaires consiste alors à évaluer l'approximation nodale de la forme intégrale, déterminée à l'étape 1, sur chaque sous-domaine (Ω_e).

$$[K^e] = c_0^2 \int_{\Omega_e} \left\{ \frac{dN^e}{dx} \right\} \left\langle \frac{dN^e}{dx} \right\rangle dx \quad (2.5)$$

$$[M^e] = \int_{\Omega_e} \{N^e\} \langle N^e \rangle dx \quad (2.6)$$

4. Assemblage. Dans cette étape, on construit les matrices globales ($[K]$ et $[M]$) à partir des matrices élémentaires. En d'autres termes, on évalue la forme intégrale sur l'ensemble du domaine (Ω). Ce faisant, les conditions de continuité entre les éléments sont satisfaites.

$$W(p, \delta p) = \langle \delta p \rangle ([K] - \omega^2 [M]) \{p\} \quad (2.7)$$

Avec :

$$[K] = \sum_{e=1}^{ne} [L^e]^T [K^e] [L^e]$$

$$[M] = \sum_{e=1}^{ne} [L^e]^T [M^e] [L^e]$$

5. Imposition des conditions aux limites géométriques ou contraintes.
6. Invocation de la stationnarité. Cette étape permet d'aboutir à un système d'équations algébriques. Ce système est résolu à l'aide d'algorithmes numériques classiques.
7. Étude de la convergence de la solution ; calcul des indicateurs physiques et interprétation des résultats.

Cette méthode est très utilisée dans l'industrie car elle permet de réaliser des études avec des géométries relativement complexes (possibilité d'ajouter des traitements de surfaces aux matériaux) mais reste limitée à des études basses et moyennes fréquences (l'amélioration du matériel informatique permet de monter de plus en plus haut en fréquences) et pour des écoulements homogènes.

2.2.6 Méthode des éléments finis de frontière (BEM)

La méthode des éléments finis de frontières (Boundary Element Method BEM) est très utilisée dans la simulation numérique de nombreux problèmes d'acoustique et de vibroacoustique. Elle permet de modéliser les effets de diffraction des ondes acoustiques par des solides mais elle reste limitée à un modèle d'écoulement uniforme. Le principe général de cette méthode est de transformer l'équation aux dérivées partielles gouvernant le problème en une équation intégrale basée sur la fonction de Green et de la résoudre numériquement.

A la différence de la méthode FEM, la BEM consiste à discrétiser les surfaces du domaine acoustique et non les volumes. Pour les géométries complexes, la BEM devient plus intéressante puisque le maillage des surfaces est souvent plus facile et moins long que le maillage volumique. Cependant, cette méthode reste très coûteuse en temps de calcul car elle engendre des systèmes linéaires dont les matrices peuvent être très complexes et très grandes.

Equations du problème :

L'équation de Helmholtz est :

$$\Delta p + k^2 p + b(\mathbf{y}) = 0 \quad \forall \mathbf{y} \in \Omega \quad (2.8)$$

où $b(\mathbf{y})$ représente la distribution volumique des sources et $k = \frac{\omega}{c_0}$ est le nombre d'onde. L'équation 2.8 est posée sur un domaine tridimensionnel Ω . L'inconnue p est la pression acoustique. Le champ p doit de plus vérifier les conditions aux limites en tout points de la frontières $\partial\Omega$.

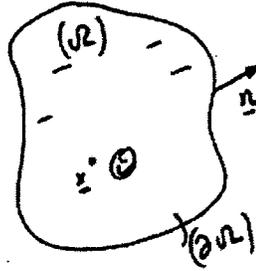


Figure 2.5 Domaine d'étude pour un problème intérieur

Les solutions élémentaires $G(\underline{x}, \underline{y})$ dans le domaine Ω sont associées à une source ponctuelle d'amplitude unitaire située au point \underline{x} fixé et vérifiant l'équation de Helmholtz :

$$\Delta G + k^2 G + \delta(\underline{x} - \underline{y}) = 0 \quad \forall \underline{y} \in \Omega \quad (2.9)$$

L'intégrale de cette équation conduit à la solution élémentaire pour l'espace infini tridimensionnel :

$$G(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (2.10)$$

où r représente la distance entre la source et le receveur ($r = |\underline{x} - \underline{y}|$).

Cette fonction, appelée fonction de Green, permet de calculer la pression acoustique en tout point du domaine :

$$C^-(\underline{x})p(\underline{x}) = \int_{\partial\Omega} \left[G(\underline{x}, \underline{y}) \frac{\partial p(\underline{y})}{\partial n_y} - p(\underline{y}) \frac{\partial G(\underline{x}, \underline{y})}{\partial n_y} \right] dS_y + \int_{\Omega} b(\underline{y}) G(\underline{x}, \underline{y}) d\Omega_y \quad (2.11)$$

où $p(\underline{x})$ représente la pression en un point \underline{x} et $C^-(\underline{x})$:

$$\begin{cases} C^-(\underline{x}) = 1 & \text{si } \underline{x} \text{ intérieur de } \Omega \\ C^-(\underline{x}) = 0 & \text{si } \underline{x} \text{ extérieur de } \Omega \\ C^-(\underline{x}) = - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial G_0(\underline{x}, \underline{y})}{\partial n_y} dS_y & \text{si } \underline{x} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (2.12)$$

Avec $G_0(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{1}{4\pi r}$, la solution élémentaire statique associée à l'équation de Laplace.

Comme pour la méthode des éléments finis, la discrétisation est similaire. La frontière de la géométrie est discrétisée en N_e éléments. En 3D, on retrouve principalement des éléments TRIA et QUAD. Pour assurer la convergence du calcul numérique, la taille des éléments doit être fixée à $\lambda/6$ (avec λ la longueur d'onde acoustique) dans une configuration sans écoulement (critère de convergence habituellement utilisé en éléments finis). La fréquence maximale d'étude gouverne la discrétisation de la géométrie. Plus on travaille avec des petites longueurs d'onde, plus le temps de calcul augmente. Les études sont donc limitées à des études de basses et moyennes fréquences.

Ensuite au niveau de la mise en oeuvre numérique, deux méthodes existent : la méthode de collocation et la formulation variationnelle. Ces méthodes ne seront pas décrites (voir [Atalla, 2011b] pour plus de détails).

2.2.7 Récapitulatif des avantages et inconvénients des différentes méthodes

Nous récapitulons sur le tableau suivant les avantages et les inconvénients des différentes méthodes de simulation.

Analyse modale	<ul style="list-style-type: none"> • Basses fréquences • Géométrie simple • Possibilité d'ajouter une impédance aux surfaces (traitement acoustique) • Possibilité de résoudre avec un écoulement
Sources images	<ul style="list-style-type: none"> • Hautes fréquences • Milieu homogène • Champ proche • Géométrie simple (rectangulaire)
FEM	<ul style="list-style-type: none"> • Basses et moyennes fréquences • Milieu pas nécessairement homogène • Géométrie complexe • Possibilité d'ajouter une impédance aux surfaces (traitement acoustique)
BEM	<ul style="list-style-type: none"> • Basses et moyennes fréquences • Milieu homogène • Géométrie complexe • Possibilité d'ajouter une impédance aux surfaces (traitement acoustique)
Acoustique géométrique	<ul style="list-style-type: none"> • Hautes fréquences • Géométrie complexe • Possibilité de résoudre avec un écoulement • Possibilité d'ajouter une impédance aux surfaces (traitement acoustique)

Figure 2.6 Récapitulatif des différentes méthodes

2.3 Etat d'avancement de l'acoustique géométrique

La méthode acoustique géométrique est aujourd'hui une méthode reconnue et permet de réaliser des études dans des domaines et pour des configurations complexes, alors que les méthodes traditionnelles sont limitées. Cependant, les codes développés à l'heure actuelle ne prennent pas en compte l'ensemble des phénomènes importants à la propagation d'onde : le champ direct, les réflexions, la diffraction, la réfraction, ou encore les interférences (sommation cohérente). Boyd, Kempton et Morfey en 1984 [Boyd *et al.*, 1984] présentent les effets de la négligence de la diffraction et des interférences (i.e. sommation cohérente des champs acoustiques) en comparant la méthode géométrique avec la méthode modale pour un cas bafflé et non-bafflé pour une source monopole dans une conduite cylindrique semi-infini. Ils montrent ainsi qu'aux angles proches de 90° (par rapport à l'axe de la conduite) la solution géométrique est fautive lorsque la diffraction est négligée. Ils montrent de même que cette solution n'est valable dans l'axe de la conduite seulement pour des hautes fréquences si l'on ne prend pas en compte les interférences.

Candel en 1977 ([Candel, 1977a]) fut un des premiers dans le domaine de l'aéroacoustique à développer un code numérique utilisant l'acoustique géométrique. Il ne prend cependant pas en compte l'intégration de matériaux absorbants dans des conduites de formes complexes. Son étude est réalisée dans une conduite cylindrique avec des écoulements bidimensionnels.

Grimm en 1979 ([Grimm, 1979]) réalise une étude similaire à celle de Candel mais pour des écoulements homogènes, stratifiés et il utilise la méthode d'Igincius ([Thompson, 1974]) pour reconstruire le champ d'amplitude.

[Kempton, 1979], [Kempton, 1980], [Kempton, 1983] développe un code pour prédire le rayonnement en hautes fréquences des moteurs aéronautiques pour Rolls-Royce. Son étude porte sur de petites conduites cylindriques puis sur l'entrée d'air d'une nacelle et ne prend pas en compte l'effet de l'écoulement. Ses résultats sont validés par analyse modale et il présente une validation expérimentale en 1981. La dernière version de son code prend en compte les effets d'interférence et de diffraction mais pas celui de l'écoulement.

En 1996, Dougherty [Dougherty, 1996] poursuit les travaux de Kempton. Il développe le code RDIFF pour Boeing. Son code est développé en trois dimensions pour des géométries complexes mais ne prend toujours pas en compte l'effet de l'écoulement et somme de façon non-cohérente les contributions des rayons convergents.

En 1991, le code GARN (Geometrical Acoustic for Rotor Noise) est développé par Atalla [Atalla, 1991] en utilisant aussi l'acoustique géométrique. Ce code permet de prédire le bruit rayonné par des hélicoptères en champ lointain. Il prend en compte, à la différence des autres codes, les effets de l'écoulement du milieu et ses non-homogénéités ainsi que les surfaces diffractantes. Il complète aussi sa méthode par l'utilisation de la méthode paraxiale. Son étude est réalisée en hautes fréquences avec un modèle de sources tournantes. Le code GARN est la base qui sera utilisée pour notre étude du bruit de nacelle.

LMS International ([LMS, 2007]) a aussi développé le code RAYNOISE basé sur l'acoustique géométrique. Le code utilise des tirs de rayons (coniques ou triangulaires) en intérieur 3D ou champ lointain extérieur. Il est utilisé pour la prédiction du champ acoustique produit par de multiples sources positionnées à l'intérieur d'un environnement 3D complexe ou en champ lointain. Il traite les réflexions multiples et la diffraction du premier ordre.

Enfin depuis une vingtaine d'année, le CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) développe le logiciel ICARE. Il est basé sur une méthode hybride de Lancer de Rayons / Faisceaux Adaptatif et permet de réaliser des études dans des scènes à géométrie complexe telles que des volumes fermés ou semi-ouverts 3D (automobile, ferroviaire,...) ou en 2,5D pour les scènes urbaines ou des environnements extérieurs. Le logiciel permet aussi la prise en compte de surfaces courbes (interpolation des normales) ainsi que la diffraction (Théorie Uniforme de la Diffraction), mais il utilise cependant une sommation non-cohérente des contributions des rayons convergents et ne prend pas en compte l'effet de l'écoulement.

2.4 Conclusion

Un certain nombre de personnes se sont servies de cette méthode d'acoustique géométrique mais cette méthode reste à être implémentée pour la prédiction du bruit de nacelle (comme l'a fait Dougherty) en prenant en compte l'ensemble des phénomènes acoustiques (diffraction, écoulement, matériaux absorbants, sources tournantes afin de modéliser le moteur de l'avion) et en sommant de manière cohérente les contributions des rayons convergents.

CHAPITRE 3

Acoustique géométrique

La méthode d'acoustique géométrique («Ray-Tracing») est une méthode basée sur la propagation de rayons afin de modéliser l'onde acoustique. Elle est utilisée pour l'étude en hautes fréquences, dans des milieux non homogènes, en mouvement, lentement variables dans le temps et l'espace. Le rayon est défini perpendiculairement à la surface d'onde et on lui associe ainsi une amplitude et une phase. Afin de résoudre un problème de propagation avec la méthode géométrique il faut :

- Etablir la relation de dispersion entre la pulsation et le vecteur d'onde.
- Résoudre cette équation par la méthode des caractéristiques afin d'obtenir la trajectoire du rayon.
- Appliquer une loi de conservation (invariance de l'action d'onde le long du rayon) afin d'obtenir le champ d'amplitude.

Le code actuel, GA3DP, prend en compte le rayon direct, les rayons réfléchis et les rayons diffractés d'ordre 1 arrivant en un point de l'espace. L'ensemble des équations qui vont être présentées dans les trois prochaines parties, sont la base de la théorie des rayons présentée par Atalla en 1991, par Dabin en 1999 et Rousset en 2011.

3.1 Méthode des Rayons

3.1.1 Équations des rayons

La trajectoire des rayons ainsi que la variation de la phase sont déterminées à l'aide d'équations différentielles du premier ordre. On utilise la méthode des caractéristiques afin de résoudre ces équations.

Les équations fondamentales

On écrit les équations de conservation de la masse (Equation 3.1), de la quantité de mouvement (Equation 3.2) et de l'entropie (Equation 3.3) pour un fluide non dissipatif (viscosité nulle). On définit σ_t l'entropie adimensionnelle par unité de masse, p_t , ρ_t et \vec{v}_t la pression, la masse volumique et la vitesse totales du fluide.

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial t} + \text{div} (\rho_t \vec{v}_t) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_t + \frac{1}{\rho_t} \overrightarrow{\text{grad}} p_t = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \vec{v}_t \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_t = 0 \quad (3.3)$$

On ajoute à ces équations l'hypothèse de bivariance du fluide, celui-ci peut donc être décrit par deux variables thermodynamiques.

$$p_t = f(\rho_t, \sigma_t) \quad (3.4)$$

La méthode des caractéristiques

On décrit le phénomène sous la forme d'une superposition d'un phénomène d'entraînement et un phénomène acoustique.

$$p_t = p_e + p \quad (3.5)$$

$$\rho_t = \rho_e + \rho \quad (3.6)$$

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma \quad (3.7)$$

$$\vec{v}_t = \vec{v}_e + \vec{v} \quad (3.8)$$

L'indice (e) repère les quantités moyennes instationnaires (non acoustiques) et les quantités p, ρ, σ, \vec{v} , de faible amplitude, sont associées à la perturbation acoustique. On linéarise les équations et on obtient les équations de base de mouvement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_e + \rho_e \text{div} \vec{v} + \rho \text{div} \vec{v}_e = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v} + \frac{1}{\rho_e} \overrightarrow{\text{grad}} p - \frac{\rho}{\rho_e} \overrightarrow{\text{grad}} p_e = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_e + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma = 0 \quad (3.11)$$

$$p = \left[\frac{\partial p_e}{\partial \rho_e} \right]_{\sigma_e} \rho + \left[\frac{\partial p_e}{\partial \sigma_e} \right]_{\rho_e} \sigma = c^2 \rho + \alpha_e \sigma \quad (3.12)$$

Avec : c la célérité adiabatique et α_e le coefficient de dilatation.

Dans les équations précédentes 3.9 et 3.10, la variable ρ est remplacée par son expression déduite de l'équation 3.12 ($\rho = \frac{p - \alpha_e \sigma}{c^2}$). On peut ensuite réécrire les équations 3.9, 3.10 et 3.11 comme suivant :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) p + \rho_e c^2 \text{div } \vec{v} = 0_1^e \quad (3.13)$$

$$\text{avec } 0_1^e = -(p - \alpha_e \sigma) \left[c^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \frac{1}{c^2} + \text{div } \vec{v}_e \right]$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \vec{v} + \frac{1}{\rho_e} \overrightarrow{\text{grad}} p = 0_2^e \quad (3.14)$$

$$\text{avec } 0_2^e = -\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v}_e + \frac{p - \alpha_e \sigma}{\rho_e c^2} \overrightarrow{\text{grad}} p_e$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \sigma = -\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \sigma_e \quad (3.15)$$

On résout le système d'équations ci-dessus (3.13, 3.14 et 3.15) pour un milieu indépendant du temps par la méthode décrite par [Bruneau, 1983]. La solution est de la forme :

$$\begin{pmatrix} p \\ \vec{v} \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_a(\vec{r}, t) \\ \vec{V}_a(\vec{r}, t) \\ \Sigma_a(\vec{r}, t) \end{pmatrix} e^{j\Psi(\vec{r}, t)} \quad (3.16)$$

Où \vec{r} est la position d'un point sur le front d'onde repérée par rapport à la position de la source. La phase Ψ est égale à $\omega(\tau(\vec{r}) - t)$ tel que ω désigne la fréquence angulaire de la source et $\tau(\vec{r})$ est le temps mis par le front d'onde à parcourir \vec{r} . Les amplitudes réelles, d'indice (a), sont des fonctions lentement variables de l'espace et du temps t . La phase Ψ est une fonction réelle de \vec{r} et t .

Elle s'écrit au premier ordre :

$$\Psi = \Psi_0 + \vec{r} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial t} \cdot t \quad (3.17)$$

Ψ_0 dépend du choix de l'origine des phases. On définit un vecteur d'onde local : $\vec{k}(\vec{r}, t) = -\overrightarrow{\text{grad}} \Psi$ et une fréquence locale : $\omega(\vec{r}, t) = \frac{\partial \Psi}{\partial t}$. La quantité Ψ porte le nom d'eikonale

ou iconal. Des manipulations algébriques mènent à la relation de dispersion ou équation iconale (3.18).

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e) \left[(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e) - k^2 c^2 \right] = 0 \quad (3.18)$$

Avec \vec{k} le vecteur d'onde et ω la fréquence angulaire de l'onde approximée comme plane localement. Cette relation possède deux types de solutions : les modes tourbillonnaires et le mode entropique (première partie du membre de gauche) que nous n'étudierons pas et les modes acoustiques caractérisés par la solution double de (3.19).

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_e)^2 = k^2 c^2 \quad (3.19)$$

La relation de dispersion ou l'équation iconale est donc :

$$\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}_e + k c \quad (3.20)$$

La solution de cette équation relie ω à \vec{k} et \vec{r} : $\omega = f(\vec{k}, \vec{r})$

On définit la vitesse de groupe :

$$\vec{C}_g = \frac{\partial f(\vec{k}, \vec{x})}{\partial \vec{k}} \quad (3.21)$$

Avec \vec{x} la phase.

On pose l'opérateur dérivée particulière d_c^t :

$$d_c^t = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{C}_g \cdot \overrightarrow{grad} \quad (3.22)$$

On utilise la méthode des caractéristiques présentée par [Felsen et Marcuvitz, 1973] et on obtient les équations des rayons (équations 3.23 à 3.26).

$$d_c^t \vec{x} = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} c + \vec{v}_e = \vec{C}_g \quad (3.23)$$

L'équation 3.23 détermine la vitesse de groupe de propagation des ondes.

$$d_c^t \vec{k} = -\vec{k} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} c - \vec{k} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{v}_e \quad (3.24)$$

L'équation 3.24 donne la loi qui gouverne la réfraction des rayons. Le premier terme du membre de droite représente la réfraction due au changement de propriétés du fluide et le second terme, celle due au gradient de vitesse dans le fluide. Les équations 3.23 et 3.24 permettent de construire la trajectoire du rayon.

$$d_c^t \omega = \vec{k} \cdot \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} \quad (3.25)$$

L'équation 3.25 tient compte des variations temporelles des propriétés du milieu de propagation. Elle est nulle si le milieu est indépendant du temps (Ecoulement permanent).

$$d_c^t \Psi = 0 \quad (3.26)$$

L'équation 3.26 prouve l'invariance de la phase sur un front d'onde.

3.1.2 Temps de propagation

Aux équations différentielles précédentes, on doit rajouter l'équation différentielle sur le temps de propagation (équation 3.27) que l'on peut démontrer à l'aide de la relation entre le vecteur d'onde et la phase.

$$d_c^t \tau = 1 \quad (3.27)$$

3.1.3 Calcul de l'amplitude du champ

Pour déterminer le terme dominant de l'amplitude du champ Π , on utilise la propriété de conservation de l'action d'onde le long du rayon. Pour cela, il faut calculer la section du tube de rayon. On choisit la méthode des géodésiques pour effectuer ce calcul ([Candel, 1977a]).

Equation de conservation

L'action d'onde ($A_0 = \frac{\Pi^2}{\rho k c^3}$) contenue dans un paquet d'ondes, ou un tube de rayon de section δa , est conservée le long de la trajectoire caractéristique du rayon. En utilisant cette propriété, on détermine l'équation de conservation sous la forme :

$$\frac{\Pi^2 C_g \delta a(t)}{\rho k c^3} = C_s^2 \quad (3.28)$$

Avec C_s une constante dépendant des valeurs initiales.

Calcul de la section du tube de rayon δa

Afin d'utiliser la propriété de conservation de l'action d'onde de l'équation 3.28, il faut calculer la variation de δa le long de chaque rayon. On utilise la méthode des géodésiques. Candel, en 1977, montre que δa peut être mis en relation avec une section élémentaire du front d'onde $\delta\Sigma$:

$$\delta a = \delta\Sigma \frac{\vec{k}}{k} \cdot \frac{\vec{C}_g}{C_g} = \delta\Sigma \cos(\vec{k}, \vec{C}_g) \quad (3.29)$$

Avec \vec{k} le vecteur d'onde adimensionnel défini par :

$$\vec{k} = \frac{\vec{k}c_0}{\omega} \quad (3.30)$$

Quant à $\delta\Sigma$, elle se déduit de la relation donnée par [Atalla, 1991] :

$$\delta\Sigma = \vec{R}_\theta \wedge \vec{R}_\alpha \quad (3.31)$$

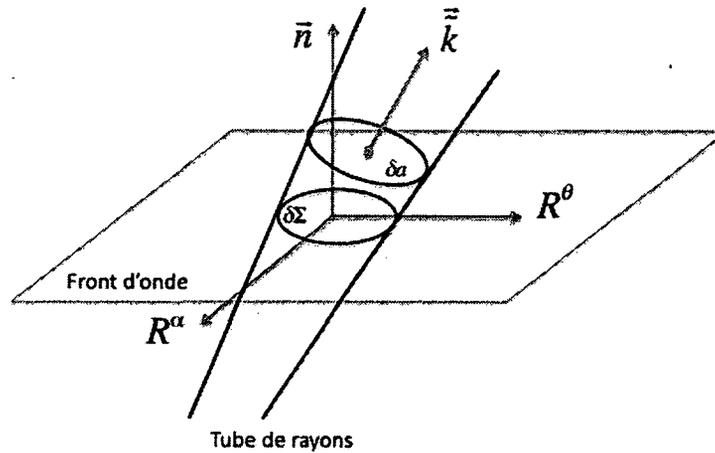


Figure 3.1 Espace géodésique du tube de rayon dans le plan du front d'onde

Où \vec{R}_θ et \vec{R}_α sont appelés les éléments géodésiques du front d'onde. On les définit par :

$$\vec{R}_\theta = \left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.32)$$

$$\vec{R}_\alpha = \left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.33)$$

On définit aussi les conjugués des éléments géodésiques par \vec{Q}_θ et \vec{Q}_α :

$$\vec{Q}_\theta = \left(\frac{\partial \vec{k}}{\partial \theta_0} \right)_{\alpha_0} \quad (3.34)$$

$$\vec{Q}_\alpha = \left(\frac{\partial \vec{k}}{\partial \alpha_0} \right)_{\theta_0} \quad (3.35)$$

On écrit les équations sous forme adimensionnelle en posant $N = \frac{c_0}{c}$ et $\vec{M} = \frac{\vec{v}}{c}$.

On obtient après quelques manipulations un système de douze équations différentielles.

$$\frac{dR_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N \tilde{k}} [Q_i - n_i n_j Q_j] - \frac{n_i + n_j}{N^2} \cdot R_j \cdot \frac{\partial N}{\partial x_j} + \frac{1}{N} \cdot R_j \cdot \frac{\partial M_i}{\partial x_j} \quad (3.36)$$

$$\frac{dQ_i}{c_0 dt} = \frac{1}{N} \left[R_j \cdot \frac{\partial^2 N}{\partial x_i \partial x_j} - \tilde{k}_i \cdot \frac{\partial^2 M_i}{\partial x_i \partial x_j} \cdot R_j - Q_j \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] - \frac{1}{N^2} \cdot R_j \cdot \frac{\partial N}{\partial x_j} \left[\frac{\partial N}{\partial x_i} - \tilde{k}_i \frac{\partial M_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.37)$$

Avec : $i, j = 1, 2, 3$

Pour un milieu indépendant du temps, la construction d'une solution géométrique du premier ordre se réduit à l'intégration d'un système de dix-neuf équations différentielles (six décrivant le rayon, douze fournies par $\delta\Sigma$ et une provenant de l'équation du temps de propagation).

3.1.4 Conditions initiales

Pour pouvoir résoudre le système à 19 équations décrit précédemment, on doit dans un premier temps déterminer les conditions initiales.

Si on considère le cas d'une source ponctuelle, on a :

$$q(\vec{x}, \omega) = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_0)e^{-j\omega t} \quad (3.38)$$

On prend la source comme origine des phases ce qui nous permet d'obtenir directement les données initiales du rayon :

$$\vec{x} = \vec{x}_0 \quad (3.39)$$

$$\Psi = 0 \quad (3.40)$$

Tous les rayons vont donc être émis depuis la source ponctuelle. L'amplitude de chaque rayon va être donnée par l'équation iconale adimensionnée ($N = \tilde{k}(1 + \vec{M} \cdot \vec{n})$) et sa direction est donnée par deux angles α_0 et θ_0 (voir sur la figure 3.2).

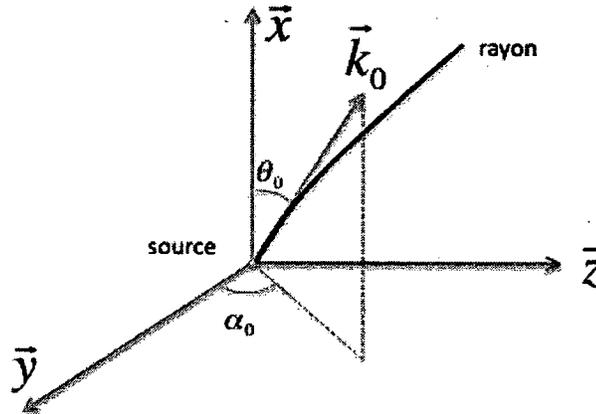


Figure 3.2 Conditions initiales sur le rayon

L'expression du vecteur d'onde (coefficient directeur du rayon) est la suivante :

$$\vec{k}_0 = \frac{N_0}{1 + \vec{n}_0 \cdot \vec{M}_0} \cdot \vec{n}_0 \quad (3.41)$$

avec N_0 l'indice de réfraction du milieu, \vec{M}_0 la vitesse du fluide à l'état initial et où

$$\vec{n}_0 = f(\cos \theta_0, \cos \alpha_0 \sin \theta_0, \sin \alpha_0 \sin \theta_0) \quad (3.42)$$

Les conditions initiales sur les éléments géodésiques \vec{R}_θ et \vec{R}_α sont obtenues en utilisant un \vec{x} proche de l'origine et suite à quelques développements aux limites. Les conditions initiales des éléments conjugués géodésiques \vec{Q}_θ et \vec{Q}_α sont obtenues en posant le même raisonnement avec \vec{k} . On arrive aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
Q_\theta^1(0) &= f_\theta^0 \cos \theta_0 - \vec{k}_0 \sin \theta_0 \\
Q_\theta^2(0) &= f_\theta^0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 + \vec{k}_0 \cos \theta_0 \cos \alpha_0 \\
Q_\theta^3(0) &= f_\theta^0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \vec{k}_0 \cos \theta_0 \sin \alpha_0 \\
Q_\alpha^1(0) &= f_\alpha^0 \cos \theta_0 \\
Q_\alpha^2(0) &= f_\alpha^0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0 - \vec{k}_0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 \\
Q_\alpha^3(0) &= f_\alpha^0 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 + \vec{k}_0 \sin \theta_0 \cos \alpha_0
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
f_\theta^0 &= (M_1 \sin \theta_0 - M_2 \cos \theta_0 \cos \alpha_0 - M_3 \cos \theta_0 \sin \alpha_0) \frac{\vec{k}_0}{N^2} \\
f_\alpha^0 &= (M_2 \sin \theta_0 \sin \alpha_0 - M_3 \sin \theta_0 \cos \alpha_0) \frac{\vec{k}_0}{N^2}
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Ici, \vec{k}_0 représente $\vec{k}_0 \vec{k}_0$, N l'indice de réfraction du milieu et $M_1 - M_2 - M_3$ les composantes du vecteur de la vitesse du milieu.

La dernière étape consiste à calculer la constante C_s de l'équation 3.28. Cependant, on a $\delta a(0)$ qui est nul à la source. On se place donc au voisinage de la source, et on approxime \vec{k} , Q_θ et Q_α par leurs valeurs initiales :

$$\begin{cases} \vec{k} \cong \vec{k}_0 \\ Q_\theta \cong Q_\theta^0 \\ Q_\alpha \cong Q_\alpha^0 \end{cases} \tag{3.45}$$

Finalement, on trouve la relation donnée par ([Atalla, 1991]) :

$$C_s(\theta_0, \alpha_0) = \frac{A}{4\pi C_g k N \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \Theta}} \sqrt{\frac{|\sin \theta_0| k_0 c_0}{\rho(\vec{x}_0) c(\vec{x}_0)}} \tag{3.46}$$

avec :

$$\sin^2 \Theta = 1 - \left[\frac{c}{C_g} \left(\frac{\vec{n}_0 \cdot \vec{M}_0}{M_0} + M_0 \right) \right]^2 \tag{3.47}$$

où A est l'amplitude de la source et $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$

L'amplitude initiale du rayon est donnée par l'expression ci-dessous en reportant le résultat de l'équation 3.46 dans l'équation 3.28.

$$\Pi(\theta_0, \alpha_0, t) = C_s^2(\theta_0, \alpha_0) \sqrt{\frac{\rho^0(\vec{x}(t)) \bar{c}^3(\vec{x}(t)) k}{|C_g(\vec{x}(t))| \delta a(t)}} \quad (3.48)$$

3.2 Réflexion sur des surfaces planes et courbes

Lors de sa propagation, le rayon peut rencontrer des surfaces. Il va alors changer de direction, provoquant des discontinuités sur différents paramètres comme le vecteur d'onde \vec{k} et les éléments géodésiques \vec{R} et \vec{Q} . Pour propager correctement le rayon ainsi que l'ensemble de ses caractéristiques (amplitude, phase), il convient de déterminer les nouveaux paramètres. On fait donc l'hypothèse que la réflexion équivaut à une simple réflexion spéculaire et que la vitesse sur la surface de réflexion est constante.

On définit :

- \vec{n}_i le vecteur unitaire de l'onde incidente
- \vec{n}_r le vecteur unitaire de l'onde réfléchi
- \vec{n}_s le vecteur normal à la surface réfléchissante, dirigé vers le milieu contenant l'onde incidente

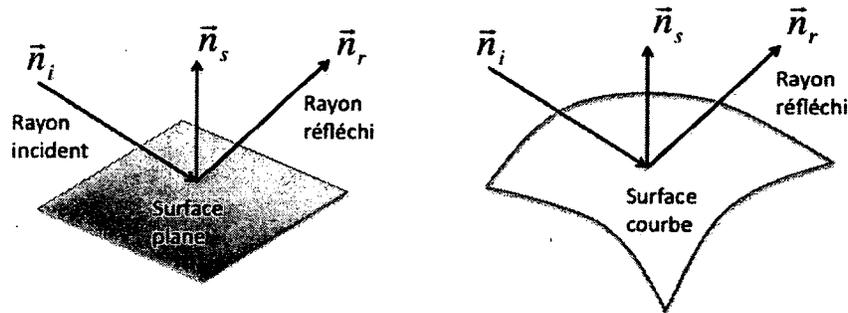


Figure 3.3 Rayon réfléchi sur une surface plane (gauche) et sur une surface courbe (droite)

[Atalla, 1991] a montré que les quantités réfléchies (r) s'écrivent en fonction des quantités incidentes (i). Il obtient :

$$\vec{n}_r = \vec{n}_i - 2(\vec{n}_i \cdot \vec{n}_s) \cdot \vec{n}_s \quad (3.49)$$

$$\vec{k}_r = \vec{k}_i - 2(\vec{k}_i \cdot \vec{n}_s) \cdot \vec{n}_s \quad (3.50)$$

Les éléments géodésiques s'écrivent :

$$\vec{R}_r = \vec{R}_i - 2(\vec{R}_i \cdot \vec{n}_s) \cdot \vec{n}_s \quad (3.51)$$

et les conjugués des éléments géodésiques pour une surface plane s'écrivent :

$$\vec{Q}_r = \vec{Q}_i - 2(\vec{Q}_i \cdot \vec{n}_s) \cdot \vec{n}_s \quad (3.52)$$

Si on est en présence d'une surface courbe, un terme vient s'ajouter à l'équation 3.52 :

$$\vec{Q}_r = \vec{Q}_i - 2(\vec{Q}_i \cdot \vec{n}_s) \cdot \vec{n}_s - 2\vec{k}_i \cdot \frac{\partial \vec{n}_s : \vec{n}_s}{\partial X_i} \cdot \left[\vec{R}_i - \frac{\vec{n}_s \cdot \vec{R}_i}{\vec{n}_s \cdot \vec{\lambda}_i} \vec{\lambda}_i \right] \quad (3.53)$$

Avec $\vec{\lambda}_i$ le vecteur unitaire du rayon et \vec{n}_s le vecteur normal à la courbure au point de réflexion.

Dépendamment de l'élément de réflexion (facette plane ou courbée), la matrice de courbure $(\frac{\partial \vec{n}_s : \vec{n}_s}{\partial X_i})$ sera nulle ou pas.

3.3 Conditions de Validité

3.3.1 Condition sur la fréquence

La méthode d'acoustique géométrique est une méthode pour les moyennes et hautes fréquences. La fréquence minimum (ω_0) pour laquelle la méthode est valide, dépend du milieu dans lequel on se trouve. Le domaine fréquentiel diminue lorsque les gradients de vitesse dans le milieu augmentent. La fréquence minimale est liée à la longueur caractéristique l_0 du milieu par la relation suivante ([Atalla, 1991]) :

$$l_0 \omega_0 = c_0 \quad (3.54)$$

où c_0 est la célérité de référence du milieu.

Il faut donc trouver la longueur caractéristique maximale du milieu.

La longueur caractéristique d'un milieu lentement variable est définie par :

$$l_0 \cong \min \left(\left| \frac{c_0}{\overrightarrow{\text{grad}} c} \right|, \left| \frac{v}{\overrightarrow{\text{grad}} v_e} \right|, \xi \right) \quad (3.55)$$

où v_e est la vitesse moyenne du fluide, $\overrightarrow{\text{grad}} v_e$ et $\overrightarrow{\text{grad}} c$ sont leurs gradients maximaux. S'il existe une forme dispersive de rayon de courbure ξ , son rayon devra être pris en compte dans le calcul de la longueur caractéristique.

L'hypothèse principale est de vérifier que la longueur d'onde est très petite devant la longueur caractéristique du milieu :

$$\frac{\lambda}{l_0} \ll 2\pi \quad (3.56)$$

En utilisant l'hypothèse ci-dessus (3.56) dans 3.55, on peut définir la fréquence minimale ω_0 du milieu :

$$\omega_0 \cong \max \left(\overrightarrow{\text{grad}} c, \left| \frac{\overrightarrow{\text{grad}} v_e}{M} \right|, \frac{c_0}{\xi} \right) \quad (3.57)$$

(Rappel : $M = \frac{v}{c_0}$)

L'acoustique géométrique va donc être valable pour les fréquences telles que :

$$\omega_0 \ll \omega \quad (3.58)$$

3.3.2 Condition de Fresnel

L'acoustique géométrique doit de plus respecter la condition de Fresnel. Cette condition dit que la distance entre le point source et le receveur ne doit pas dépasser une certaine limite. Cette limite D_{max} est définie par :

$$D_{max} = \frac{l_0^2}{\lambda} \quad (3.59)$$

Dans le cas d'un milieu homogène, la distance et la longueur caractéristique sont infinies.

3.4 Les limites de la méthode

La méthode trouve ses limites dans les zones singulières nommées caustiques. Ces zones sont caractérisées par une mauvaise interaction entre deux ou plusieurs rayons qui sont dues à une variation rapide du champ. Ces zones ne peuvent pas être caractérisées par une superposition d'ondes planes car l'amplitude devient infinie ([Atalla, 1991]).

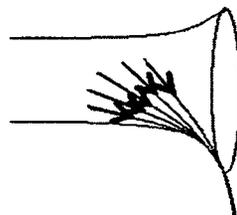


Figure 3.4 Zone singulière ou caustique

La prise en compte de la diffraction est une autre limitation de la méthode. Lorsqu'un rayon arrive sur une arête de diffraction ou encore une surface courbe (ondes rampantes), la propagation des rayons ne peut plus être faite à l'aide de l'acoustique géométrique. Pour prendre en compte ce phénomène, plusieurs théories existent. Elles seront présentées dans le chapitre 6.

Enfin, cette méthode engendre dans certains cas un autre problème qui est celui de la densité de rayons. En effet, comme la figure 3.5 le montre, si l'on se trouve dans le cas d'une conduite axisymétrique en utilisant une sommation cohérente, l'amplitude au receveur va devenir infinie (une infinité de rayons convergents).

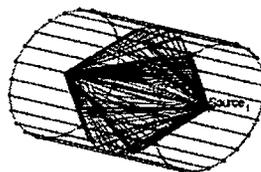


Figure 3.5 Problème de la densité de rayons

3.5 Conclusion

La méthode d'acoustique géométrique s'avère être une méthode simple, rapide et puissante pour la simulation de la propagation des ondes. Elle est basée sur la résolution d'un système

de 19 équations différentielles qui permettent de déterminer les caractéristiques de l'onde durant sa propagation.

CHAPITRE 4

Implémentation de la méthode de lancer de faisceaux

Le chapitre 4 décrit l'implémentation numérique de la méthode de lancer de faisceaux. Cette méthode a été préférée à la méthode des rayons dite «classique» qui n'était pas adaptée à l'utilisation que l'on voulait en faire et beaucoup trop lente. En effet, la méthode de lancer de faisceaux permet de s'affranchir de certains inconvénients de la méthode classique (voir chapitre 2).

Cette méthode est cependant beaucoup plus complexe que la méthode classique car elle nécessite de propager simultanément 3 rayons qui représentent un tétraèdre ou un pentaèdre (après réflexion). La figure 4.1 montre la subdivision initiale de l'angle solide autour de la source.

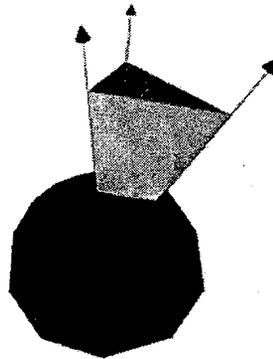


Figure 4.1 Subdivision initiale de l'angle solide autour d'une source de tir géométrique

4.1 Revue de la littérature

Différents auteurs ont utilisé cette méthode. En acoustique, elle est utilisée notamment par Farina en 1995 dans son code RAMSETE ([Farina, 1995a] et [Farina, 1995b]) pour la simulation du bruit de salles. Avant lui seuls les travaux de Lewers sur une méthode hybride de lancer de faisceaux triangulaires ("triangular beam tracing") ont utilisé cette approche ([Lewers, 1993]).

D'autres domaines comme la réalisation d'images de synthèse, utilisent cette méthode. [Ghazanfarpour, 1992] et [Hasenfratz, 1998] s'en servent pour résoudre efficacement le problème difficile de la disparition des petits objets et petites ombres.

Plus récemment, le centre scientifique et technique du bâtiment (CSTB) de Grenoble a développé un logiciel (ICARE) qui permet aux constructeurs et équipementiers automobile (Renault, PSA, Faurecia, Trèves, ...), ou encore en aéronautique (Eurocopter) d'optimiser le confort acoustique des habitacles de leurs "véhicules" ou d'en évaluer le rayonnement dans l'environnement. Il peut également être utilisé pour tester différentes formes et impédances des nacelles de réacteur d'avion. La différence avec le code que l'on désire développer est que contrairement à nous, leur code somme de façon non-cohérente les contributions des rayons arrivant au(x) receveur(s). Cette technique, plus simple, utilisée depuis longtemps et validée, ne permet cependant pas de « capter » correctement la physique sur toute la plage fréquentielle. [Vermet, 2010], [Noé et Vernet, 2010] ou encore [Hermant, 2010] utilisent le code pour développer et ajouter différents phénomènes comme la diffraction (simple, double, sur des surfaces courbes).

La méthode utilisée dans le code ICARE est appelée lancer de faisceaux adaptatif. Elle permet à la différence de la méthode de lancer de faisceaux classique, de prendre en compte les réflexions sur des surfaces courbes. C'est cette méthode, complétée avec une sommation cohérente des rayons, qui est utilisée pour l'ensemble de ce projet de maîtrise.

4.2 Le lancer de faisceaux pyramidaux

Nous allons maintenant détailler les principes généraux du lancer de faisceaux adaptatif, notamment la définition de la source, la propagation des faisceaux, leurs subdivisions et la diffraction par les arêtes.

4.2.1 Division initiale de la source en tétraèdre

Le principe, illustré sur la figure 4.1, consiste à subdiviser l'espace autour de la source ponctuelle. Dépendamment de l'étude à réaliser, le code développé permet de choisir différentes options de subdivision.

1. Division d'une sphère autour de la source ponctuelle (figure 4.2)
2. Division d'une demi-sphère (propagation suivant l'axe x par exemple)
3. Maillage automatique de l'ensemble des surfaces de la géométrie : chaque élément TRIA (triangle) du maillage devient un faisceau.

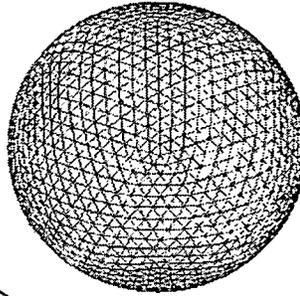


Figure 4.2 Subdivision initiale de la sphère autour de la source ponctuelle

4. Maillage des surfaces éclairées réalisé sur un logiciel d'éléments finis (importation des noeuds et des éléments)
5. Chaque élément devient un faisceau (les éléments QUAD (quadrangle) sont divisés en 2 éléments TRIA) (option idéale dans des cas où il n'y a que très peu de réflexions (1 ou 2 réflexions))

Une fois le maillage en éléments triangulaires réalisé, on peut calculer les angles de lancement pour chaque faisceau (un faisceau est constitué de 3 rayons).

4.2.2 Propagation des tétraèdres

Les rayons sont alors propagés dans l'environnement d'étude 3 par 3 (un faisceau). La propagation se fait comme décrit sur l'organigramme simplifié ci-dessous :

4.2.3 Subdivision des tétraèdres

La subdivision a lieu dans 2 cas (voir organigramme ci-dessus) :

- Lorsqu'un tétraèdre ou un pentaèdre contient le receveur (les 3 rayons ont la même histoire) : on subdivise le tétraèdre initial (à partir de la source).
- Lorsqu'un obstacle se trouve partiellement à l'intérieur du tétraèdre ou du pentaèdre (ou simplement lorsque les 3 rayons rencontrent des obstacles (éléments) différents), le tétraèdre initial est subdivisé.

La subdivision se fait comme décrit sur la figure 4.4.

La figure 4.4 montre que l'on divise le tétraèdre initial en 4 nouveaux. Cette subdivision est appliquée récursivement jusqu'à obtenir des faisceaux dont l'intérieur est cohérent ou jusqu'à ce qu'un des rayons atteigne une position suffisamment proche du receveur.

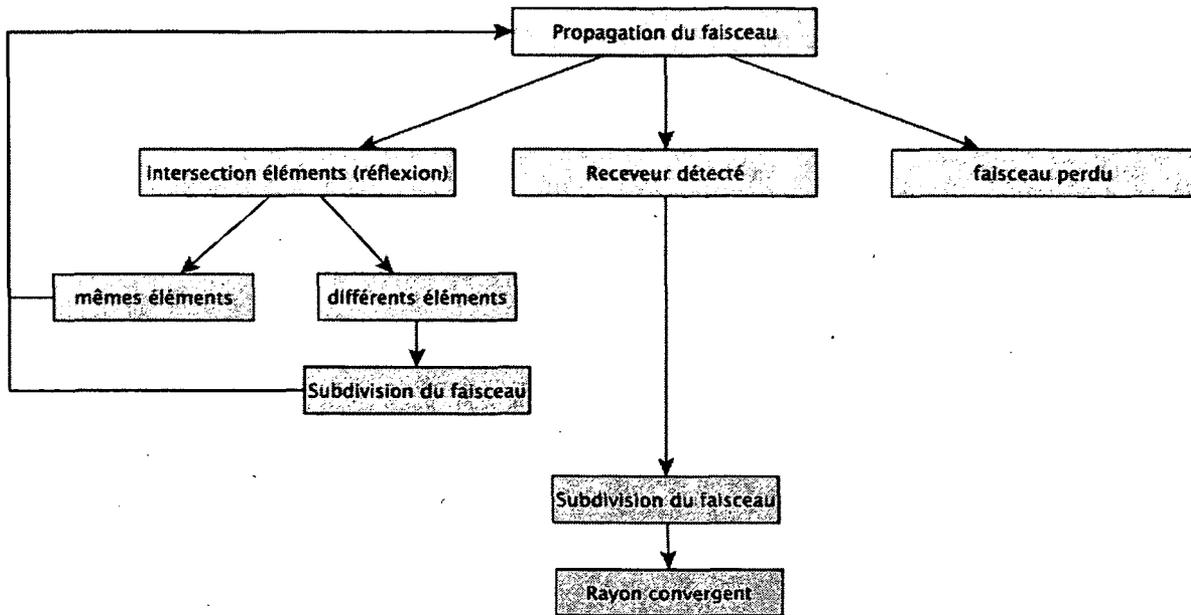


Figure 4.3 Organigramme simplifié de la propagation de faisceaux

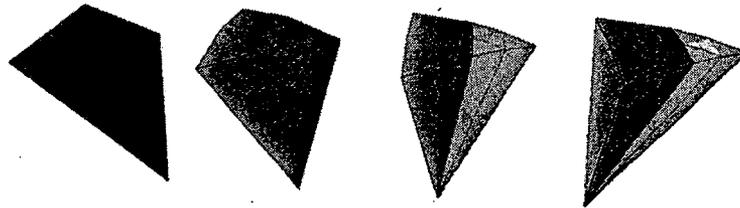


Figure 4.4 Subdivision d'un tétraèdre en 4 nouveaux tétraèdres

La distance maximale entre le receveur et le point du rayon le plus proche de celui-ci a été fixé à 100 éléments par longueur d'onde (après étude de convergence des résultats). L'utilisation de faisceaux et de subdivisions successives après détection du receveur, permet de choisir un critère très petit. Cependant, les erreurs d'approximation de Matlab peuvent engendrer une perte du receveur si ce critère est choisi trop petit. Dans le cas où un faisceau est non-homogène (les 3 rayons ont des histoires différentes), on subdivise seulement un certains nombre de fois (nombre arbitraire) pour éviter un calcul trop long.

Cette méthode permet de réduire fortement le temps de calcul comparée à la méthode des rayons classique, d'obtenir les trajets exacts de tous les rayons convergents (phase et amplitude exactes) et de balayer l'ensemble de l'espace.

La version actuelle du code permet de simuler la propagation du bruit aussi bien dans un milieu fermé (conduite rectangulaire ouverte ou fermée) que les effets d'installation sur le

bruit d'avion. Cependant, pour l'instant le code implémenté ne permet pas de prendre en compte des surfaces courbes et des écoulements (courbure des rayons due à un gradient de vitesse du milieu ou à la température par exemple).

Dans le chapitre 5, nous allons valider l'algorithme, nommé GA3DP (Geometrical acoustics 3D Pyramidal), ainsi qu'estimer le gain de temps par rapport à la méthode classique pour différents tests représentatifs des phénomènes de l'acoustique géométrique.

CHAPITRE 5

Validations numériques

Ce chapitre présente les différents cas de validation du code GA3DP (Geometrical acoustics 3D Pyramidal). Ceci a permis de valider les différents phénomènes propres à l'acoustique géométrique tels que la réflexion simple (surface plane ou courbe), multiples réflexions comme dans les milieux guidés (conduite à section rectangulaire et circulaire) avec ou sans traitement acoustique sur les surfaces.

On considère un milieu sans écoulement et une source de type monopole d'amplitude unitaire est utilisée.

5.1 Problèmes canoniques

5.1.1 Réflexion sur une paroi rigide

Ce premier cas de validation permet de tester la réflexion d'une onde (rayon) sur une paroi rigide (non traitée acoustiquement). Le coefficient de réflexion R sur la paroi est donc égal à 1. On suppose que le plan est infini (pas d'effet de diffraction sur les bords).

La géométrie du problème est la suivante :

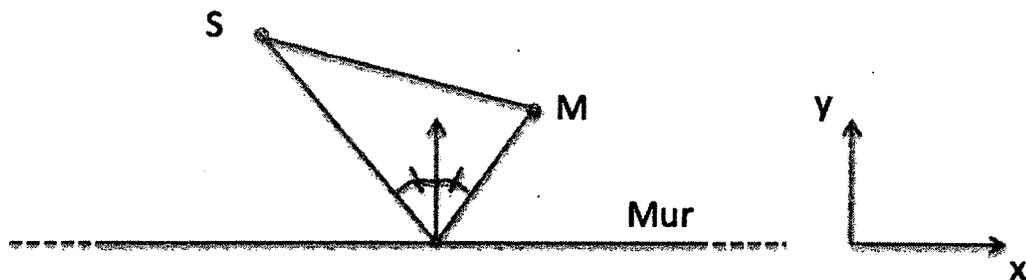


Figure 5.1 Géométrie du problème (Mur rigide)

Solution exacte (Méthode des sources-images) :

La méthode des sources-images est utilisée comme solution exacte. Cette méthode nous permet de déterminer facilement la pression au point M. La source est une source pon-

tuelle placée au point S de coordonnées (x_s, y_s) . L'image de la source par rapport au mur est S' de coordonnées $(x_s, -y_s)$.

$$r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} \quad (5.1)$$

$$r' = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y + y_s)^2} \quad (5.2)$$

La pression totale au point M est donnée par la formule suivante :

$$p(M) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \quad (5.3)$$

Lancer de faisceaux :

Différentes options prévues dans le lancer de faisceaux pyramidaux permettent de détecter très rapidement le rayon direct et le rayon réfléchi (Sphère, Demi-sphère, ...).

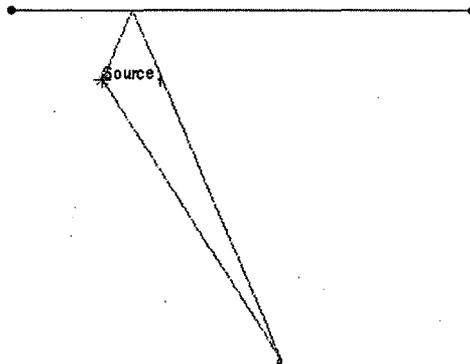


Figure 5.2 Visualisation des rayons direct et réfléchi sur le mur (source ponctuelle)

Comparaison des 2 méthodes :

On prend ici le cas d'une plaque de 2×3 m : 4 noeuds de coordonnées $([1 \ 0 \ 2], [1 \ 3 \ 2], [-1 \ 3 \ 2], [-1 \ 0 \ 2])$. La source est placée en $[0 \ 0.6 \ 0.8]$ et le receveur en $[0 \ 1.75 \ -4]$. L'amplitude de la source est unitaire (1 Pa). Le milieu de propagation est l'air ($c_0 = 342.2$ m/s et $\rho_0 = 1.213$ kg/m³). L'option 5 (subdivision initiale de la source) est choisi puisque l'on sait que l'on va obtenir le champ direct plus le champ réfléchi (un seul rayon réfléchi une seule fois).

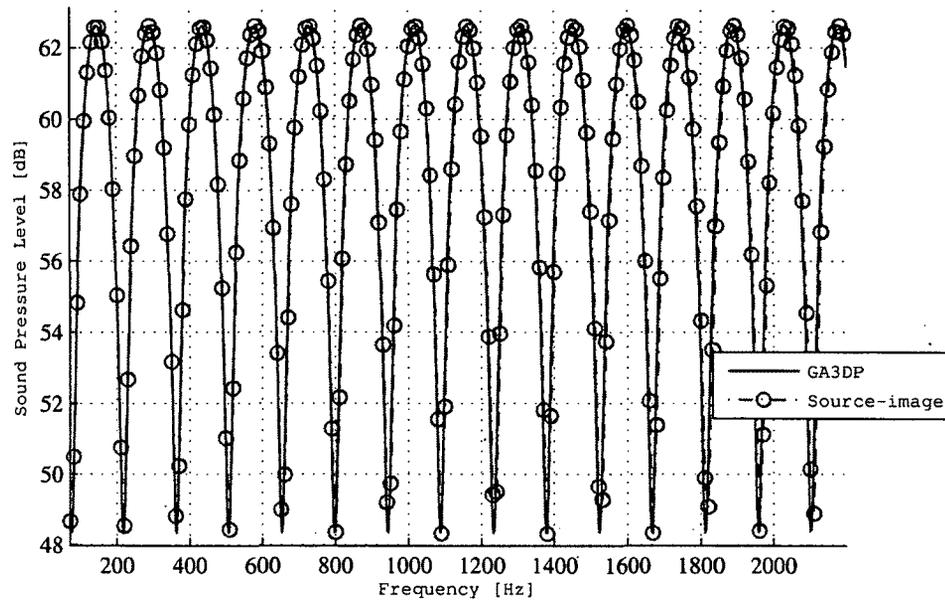


Figure 5.3 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ par la méthode des sources-images (---) et la méthode de lancer de faisceaux (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un mur rigide

La figure 5.3 montre bien la convergence de la méthode de lancer de faisceaux vers la solution analytique donnée par la méthode des sources-images.

5.1.2 Réflexion sur une paroi traitée acoustiquement

Le deuxième cas permet de valider la prise en compte de traitements acoustiques sur les surfaces de la géométrie (3D). Le coefficient de réflexion R dépend de l'impédance du matériau (Z), de l'angle d'incidence (θ) du rayon sur la surface ainsi que du milieu de propagation (ρ_0, c_0). R est calculé à l'aide de la formule suivante :

$$R = \frac{Z \cos(\theta) - \rho_0 c_0}{Z \cos(\theta) + \rho_0 c_0} \quad (5.4)$$

Ce coefficient de réflexion est ensuite pris en compte, que ce soit pour la méthode de Lancer de faisceaux, ou la méthode des sources-images, dans le calcul de la pression par le terme R :

$$p(M) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} + \frac{R}{4\pi} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \quad (5.5)$$

Avec : r et r' les distances respectives de la source et de la source-image au receveur.

Le code de lancer de faisceaux est comparé aux méthodes des sources-images et d'éléments finis de frontière (BEM) pour deux types de traitements acoustiques :

- Mélamine (10 mm)
- Fibres non-renforcées (10 mm)

Méthode BEM :

La simulation numérique est faite sur le logiciel VA One. Afin de prendre en compte le traitement acoustique, on ajoute une impédance de surface (area isolator [Z_a]) sur le FE-Face (surface rigide maillée). La plaque est suffisamment grande pour que les effets de bords de celle-ci soient négligeables (pas de diffraction).

Comparaison des 3 méthodes :

La géométrie de la simulation est la suivante :

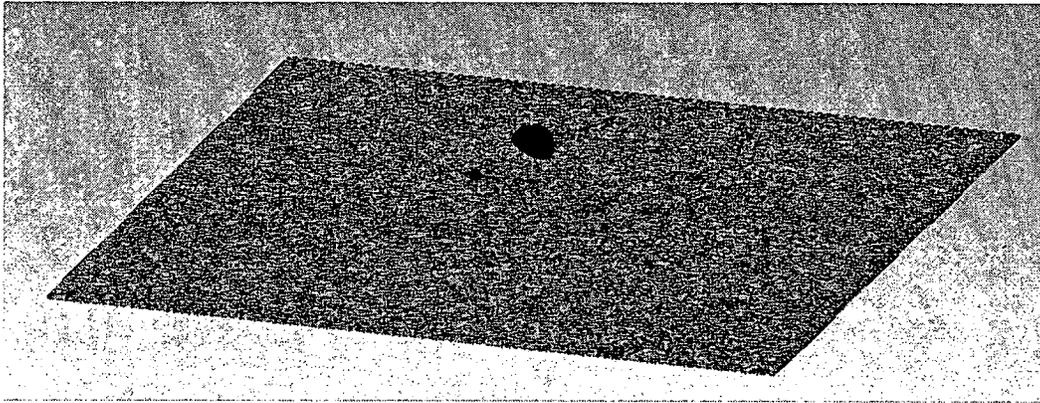


Figure 5.4 Géométrie de la simulation

Les dimensions sont les suivantes : plaque de 10 m par 10 m centrée en $(0;0;0)$ dans le plan XY.

La source est en $(0;0;0.5)$ et le receveur (microphone) en $(0.67;0;0.5)$.

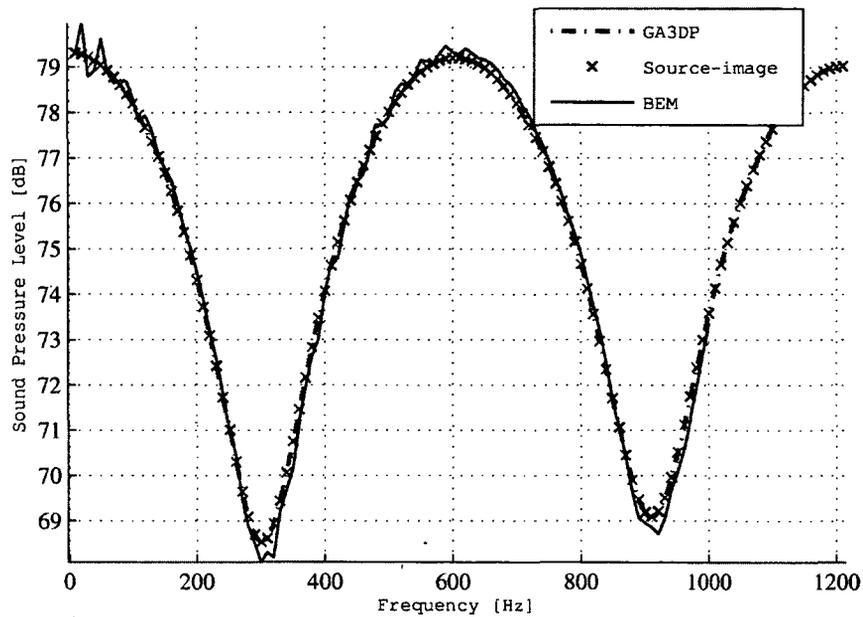


Figure 5.5 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode des sources-images (x), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et les méthodes BEM (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un plan traité avec 10 mm de mélamine

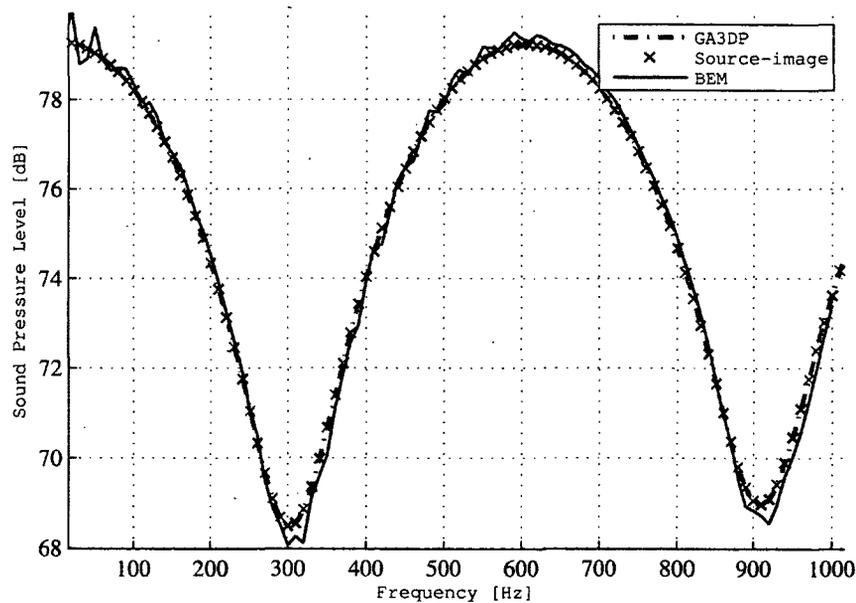


Figure 5.6 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode des sources-images (x), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et les méthodes BEM (—) pour le cas d'une source ponctuelle au dessus d'un plan traité avec 10 mm de fibres non-renforcés

Les figures 5.5 et 5.6 permettent de valider la prise en compte de traitements acoustiques par le code de lancer de faisceaux. En effet, les résultats des trois méthodes sont très proches. La méthode des sources-images donne un résultat identique à celle de lancer de faisceaux tandis que la méthode éléments finis (BEM) donne un résultat similaire avec une légère différence dans les creux et les pics (inférieure à 0,4 dB).

5.1.3 Réflexion sur un cylindre

Le code actuel (GA3DP) ne permet pas de prendre en compte les surfaces courbées. En effet, chaque faisceau doit se réfléchir sur le même élément de façon à garder la forme d'un faisceau durant toute sa propagation. La figure 5.7 permet d'illustrer ce problème.

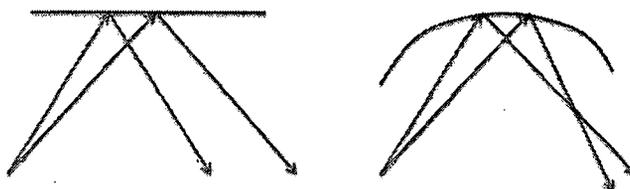


Figure 5.7 Réflexion 2D d'un faisceau : Gauche : sur une surface plane, Droite : sur une surface courbe

Dans cette partie, on s'intéresse au champ créé par une source monopolaire dans le voisinage proche d'un cylindre. On regarde l'influence du maillage sur la réflexion sur un cylindre. On compare la méthode de lancer de faisceaux et la méthode de lancer de rayons classique (ancienne version du code) prenant en compte la courbure du cylindre à la méthode modale présentée par [James, 1981] lorsque le récepteur se trouve en champ lointain. Ensuite, les deux premières méthodes seront comparées à la méthode d'éléments finis de frontières (BEM) en champ proche.

Méthode modale ([James, 1981]) :

Une source de type monopole est placée à l'extérieur d'un cylindre infini suivant l'axe z , centré en $(0;0;0)$, de rayon a . La variation temporelle ($e^{-j\omega t}$) est sous-entendue dans les équations qui suivent.

On se place dans un repère sphérique. La géométrie est présentée par la figure 5.8. La pression rayonnée par la source ponctuelle (champ direct) est :

$$P_d(r, \theta, \phi) = P_0 \frac{e^{jkr}}{r} \quad (5.6)$$

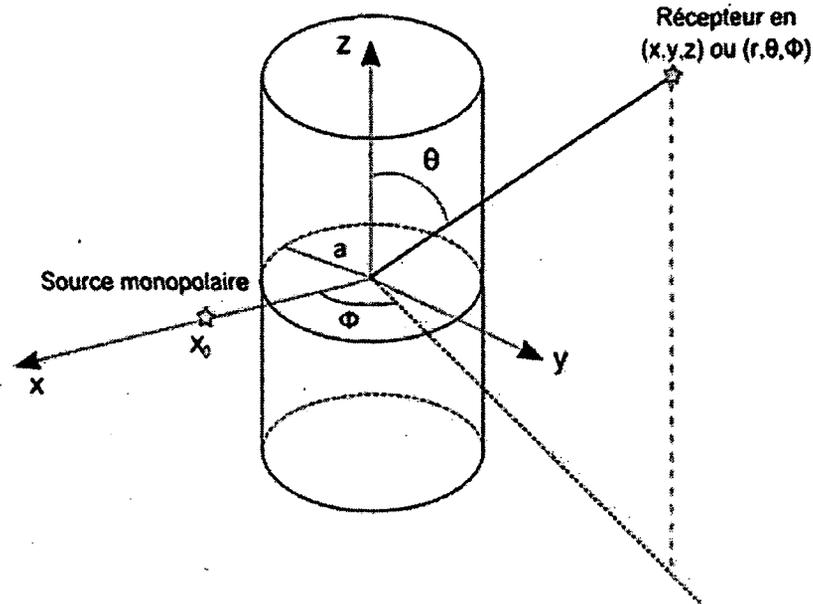


Figure 5.8 Géométrie de l'étude de la réflexion sur un cylindre

avec $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$

La pression totale au receveur (receveur dans la partie «éclairée») est la somme de la pression directe et de la pression réfléchiée sur le cylindre :

$$P_t(r, \theta, \phi) = P_d(r, \theta, \phi) + P_r(r, \theta, \phi) \quad (5.7)$$

La source est positionnée en champ proche : présence d'ondes sphériques à la surface du cylindre.

[James, 1981] donne l'expression de la pression totale en champ lointain en coordonnées sphériques (pour un $kr \gg 1$) :

$$P_t(r, \theta, \phi) = \frac{-j e^{jkr}}{\pi r} \sum_{n=0}^{\infty} b_n(\alpha_0) (-j)^n \cos(n\phi) \quad (5.8)$$

où $b_n(\alpha_0)$ s'écrit :

$$b_n(\alpha_0) = -\pi P_0 \epsilon_n \frac{J_n(\beta x_0) Y_n'(\beta a) - J_n'(\beta a) J_n(\beta x_0)}{H_n'(\beta a)} \quad (5.9)$$

avec : $\beta^2 = k^2 - \alpha_0^2$ et $\alpha_0 = k \cos(\theta)$

Méthode de lancer de faisceaux :

La courbure du cylindre n'est donc pas pris en compte. Le cylindre est maillé avec des quadrangles de dimensions plus ou moins fines pour voir l'influence de ce maillage sur le calcul de la pression totale au receveur. La figure 5.9 montre différents maillages utilisés pour l'étude.

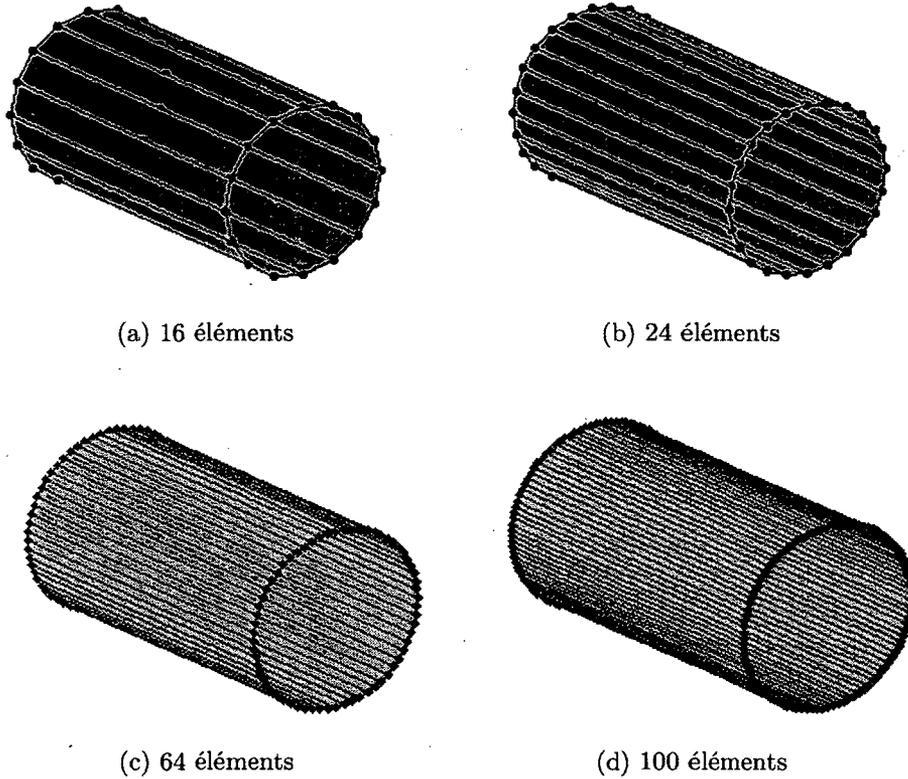


Figure 5.9 Différents maillages du cylindre

Méthode de lancer de rayons classique :

La version précédente du code ([Rousset, 2011]) permettait de propager des rayons dans l'environnement d'étude et de prendre en compte la courbure des surfaces courbes. Pour un cylindre 2D de rayon r , la normale orientée vers l'extérieur du cylindre est :

$$\vec{n} \left| \begin{array}{l} n_x = \frac{x}{r} \\ n_y = \frac{y}{r} \end{array} \right. \quad (5.10)$$

La matrice de courbure s'écrit :

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{dn_x}{dx} & \frac{dn_x}{dy} \\ \frac{dn_y}{dx} & \frac{dn_y}{dy} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2} \right) & -\frac{xy}{r^3} \\ -\frac{xy}{r^3} & \frac{1}{r} \left(1 - \frac{y^2}{r^2} \right) \end{array} \right) \quad (5.11)$$

La prise en compte de la courbure dans un code de rayons a déjà été validée par [Dabin, 1999] et [Rousset, 2011].

Méthode BEM :

La simulation BEM pour le cas source et receveur en champ proche est réalisée sur le logiciel VA-One. La géométrie est un cylindre maillé en élément TRIA (en respectant un minimum de 4 éléments par longueur d'onde acoustique). La géométrie étant 3D, on choisit une longueur suffisamment grande pour ne pas avoir d'effet de bord du cylindre. La source utilisée est un monopôle.

Comparaison des résultats :

Le cylindre utilisé pour l'étude a un rayon $a = 1m$ pour le cas où le receveur se trouve en champ proche (limitation à 1m pour éviter un trop long temps de calcul par éléments finis) et $a = 4m$ en champ lointain. Pour la méthode de lancer de faisceaux, le nombre d'éléments pour le maillage du cylindre est indiqué sur chaque figure. Seul le meilleur résultat obtenu est affiché. Les courbes de convergence de la solution par rapport au maillage utilisé sont présentées en Annexe F. Le pression de référence est $2.10^{-5}Pa$.

Position de la source : $x_s = (1.2a; 0; 0)$ (voir figure 5.8 pour le système de coordonnées).

Position du receveur : $x_m = (R \cos \varphi; R \sin \varphi; 0)$

- Champ proche : $R/a = 0.6671$ et $\varphi = 23.20$ degrés
- Champ lointain : $R/a = 100$ et $\varphi = 30$ degrés

Champ proche

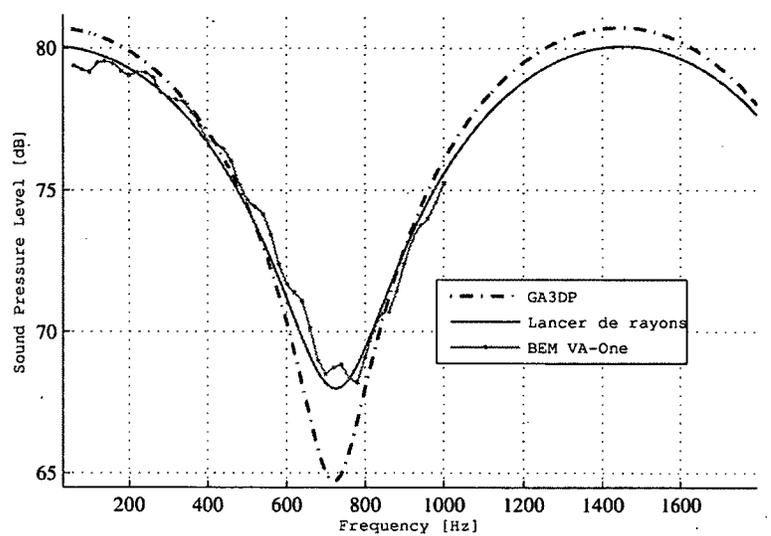


Figure 5.10 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ entre la méthode BEM (o), la méthode de lancer de faisceaux (- - -) et la méthode classique des rayon (—) en champ proche - basses fréquences

Champ lointain - Basses fréquences

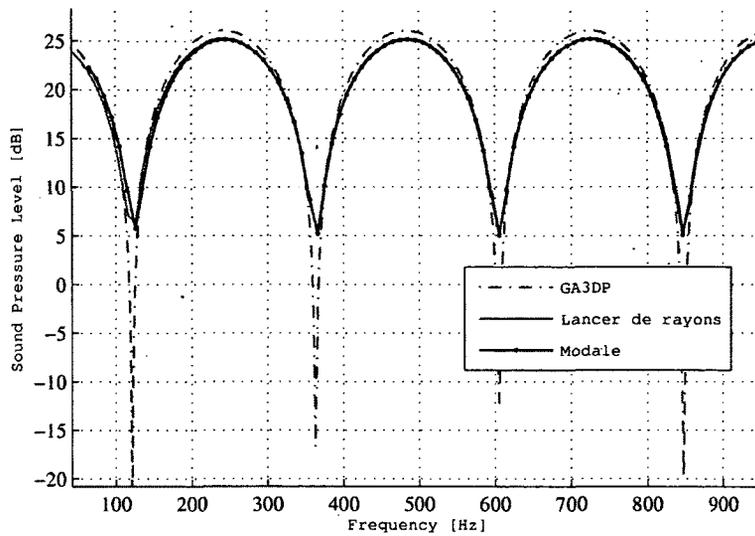


Figure 5.11 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ entre la méthode modale (o), la méthode de lancer de faisceaux (- -) et la méthode classique des rayon (—) en champ lointain - basses fréquences

Champ lointain - Hautes fréquences

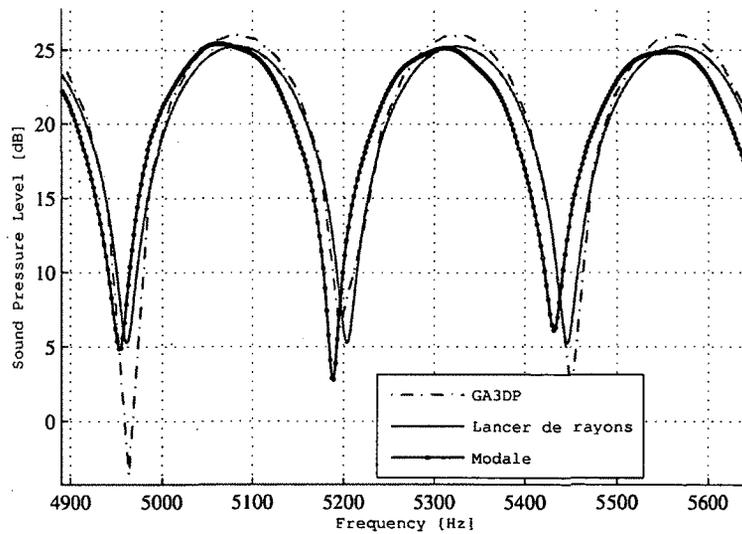


Figure 5.12 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ entre la méthode modale (o), la méthode de lancer de faisceaux (- -) et la méthode classique des rayon (—) en champ lointain - hautes fréquences

Les figures 5.10 à 5.12 montrent que :

- En champ proche, la solution obtenue à partir de la méthode de lancer de rayons classique, où la courbure du cylindre est prise en compte, est assez proche de la solution de référence donnée par la méthode des éléments finis de frontières (BEM). Les petites variations de la solution BEM pouvant venir des effets de bords négligeables mais quand même présents. La solution donnée par le code de lancer de faisceaux GA3DP donne une allure et un niveau de pression similaire aux deux autres méthodes mais ne permet pas de capturer correctement la physique aux fréquences des pics et des creux. On peut en conclure que l'effet de courbure est important dans le calcul de l'amplitude mais que plus le maillage est fin (on se rapproche du cylindre parfait), meilleure sera la détection du point de réflexion (pas de déphasage par rapport à la solution de référence) (voir Annexe F).
- En champ lointain, le maillage est beaucoup plus fin que précédemment. Ceci est dû au fait que l'on est monté plus haut en fréquences que pour la simulation en champ proche. On peut voir sur la figure 5.11 qu'encore une fois le point de réflexion est correct (pas de déphasage) alors qu'en plus hautes fréquences (figure 5.12), on a l'apparition d'un léger déphasage des courbes d'acoustique géométrique par rapport à la solution modale. Ceci doit être dû à la position du point de réflexion qui n'est pas exacte et qui engendre un déphasage plus important en hautes fréquences.

5.2 Problèmes intérieurs

5.2.1 Cavité fermée

Dans cette partie, la propagation d'une onde acoustique dans une enceinte close est étudiée. Pour cela, on compare et valide la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux avec la méthode d'analyse modale et le prolongement statistique provenant des équations de la SEA (Statistical Energy Analysis). La configuration étudiée est présentée sur la figure 5.13.

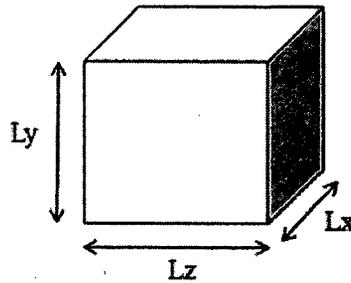


Figure 5.13 Schéma de l'étude (cube fermé)

La géométrie est la suivante : cube de 1 m³ avec l'origine du repère (0;0;0) situé à l'un des noeuds, les autres noeuds se trouvant dans la partie positive du repère. La source utilisée est un monopole d'amplitude 1 Pa.

Deux cas vont être étudiés :

- Cas n°1 : Source et receveur centrés sur le même axe (S (0.5;0.2;0.5) et M (0.5;0.8;0.5))
- Cas n°2 : Source et receveur non centrés (différentes positions à l'intérieur du cube)

Equations du problème

Analyse modale :

La source est définie comme une source ponctuelle dans la cavité :

Equation de Helmholtz :

$$\Delta p + k^2 p = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (5.12)$$

Avec $k = \frac{\omega}{c_0}$, c_0 la célérité du son dans le milieu considéré, ρ_0 la masse volumique, ω la pulsation et Q_0 le débit de la source.

$$Q_0 = \frac{A}{j\omega\rho_0} \quad (5.13)$$

où A est l'amplitude de la source (ici $A = 1$).

Condition à respecter :

$$\frac{\partial P}{\partial n_y} = 0 \quad (5.14)$$

D'après les notes de cours de GMC 721 ([Berry, 2010]), on arrive au résultat suivant :

$$P(x, y) = -j\omega\rho_0 Q_0 \sum_{lpq} \frac{\varphi_{lpq}(x, y, z) \varphi_{lpq}(x_0, y_0, z_0)}{N_{lpq}(k_{lpq}^2 - k^2)} \quad (5.15)$$

Avec :

$$\varphi_{lpq}(x, y, z) = \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{p\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{q\pi z}{L_z}\right) \quad (5.16)$$

$$k_{lpq} = \left(\frac{l\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{L_z}\right)^2 \quad (5.17)$$

$$N_{lpq} = \frac{L_x L_y L_z}{8} \varepsilon_l \varepsilon_p \varepsilon_q \quad \text{avec } \varepsilon_i = \begin{cases} 2 & \text{si } i = 0 \text{ avec } i = l, p, q \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.18)$$

SEA (Statistical Energy Analysis) :

Cette méthode est une approche énergétique, qui contrairement aux méthodes de lancer de rayons, ignore le phénomène d'interférence. Sous l'hypothèse d'un champ réverbérant, le bilan de puissance dans la salle permet d'écrire ([Atalla, 2011a]) :

$$\Pi_{in} = \omega\eta E \quad (5.19)$$

Avec Π_{in} la puissance injectée, η l'amortissement dans la cavité et E l'énergie.

Or on sait que :

$$E = \frac{\langle p^2 \rangle_{rev}}{\rho_0 c_0^2 V} \quad (5.20)$$

Avec V le volume de la cavité, $\langle p^2 \rangle_{rev}$ la pression moyenne réverbérée dans la cavité.

Et que :

$$\Pi_{in} = 2\pi^3 \rho_0 c_0 \left(\frac{Q}{\omega}\right)^2 \quad (5.21)$$

Avec Q le débit de la source et ω la pulsation.

On a donc :

$$\langle p^2 \rangle_{rev} = \frac{1}{8} \frac{c_0 \langle A^2 \rangle}{\omega \pi \eta V} \quad (5.22)$$

Avec $A = j\omega \rho_0 Q$ l'amplitude de la source.

Or on sait que la pression totale moyenne dans la cavité est donnée par l'expression suivante :

$$\langle p^2 \rangle_{tot} = \langle p^2 \rangle_{rev} + \langle p^2 \rangle_d \quad (5.23)$$

avec $\langle p^2 \rangle_d = \frac{\langle A^2 \rangle}{(4\pi r)^2}$ la pression moyenne direct.

Cette expression doit donner des résultats justes à partir de la fréquence de Schroeder : 474 Hz pour une cavité de 1 m³ et un amortissement de 3%.

Lancer de faisceaux pyramidaux :

Les équations ont déjà été présentées dans la partie 3 et la méthode dans la partie 4. Seuls les paramètres de l'étude seront décrits ici :

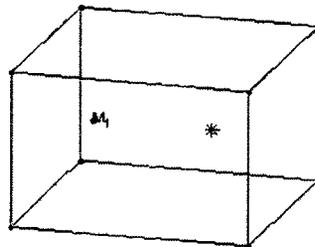


Figure 5.14 Géométrie de l'étude : cube

Géométrie :

- Cube fermé de 1 m³
- Maillage : 8 noeuds, 6 éléments QUAD

Paramètres de l'étude

- Domaine fréquentiel : 10 à 6000 Hz tous les 10 Hz
- Milieu amorti : $c_0 = 342.2(1 + j\eta)$ avec $\eta = 3\%$
- Source : différentes positions (voir sur les figures)
- Receveur : différentes positions (voir sur les figures)

Analyse Modale :

- $L = 100, P = 100, Q = 100$

Lancer de faisceaux pyramidaux :

- Division initiale autour de la source : sphère (16000 triangles)
- Nombre maximal de réflexions : 20
- Surfaces parfaitement réfléchissantes

Résultats et comparaison des 3 méthodes

- Cas n°1 : source et microphone centrés (S(0.5 0.2 0.5) M(0.5 0.8 0.5))

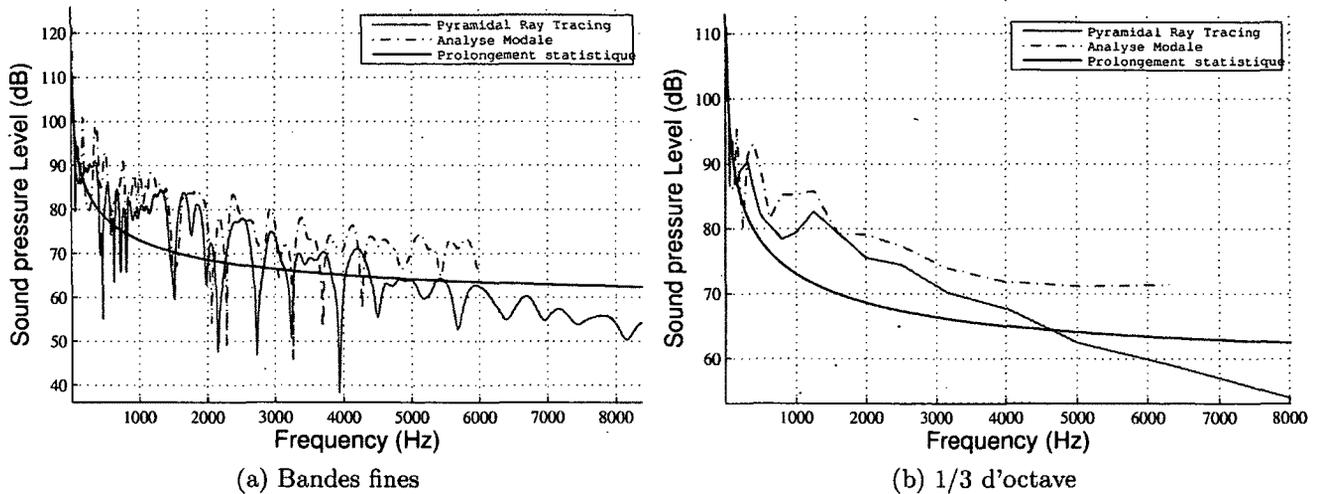


Figure 5.15 Cas 1 : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing

- Cas n°2 : Source et microphone non centrés

- Cas 2a : S(0.2 0.2 0.3) M(0.6 0.8 0.8)

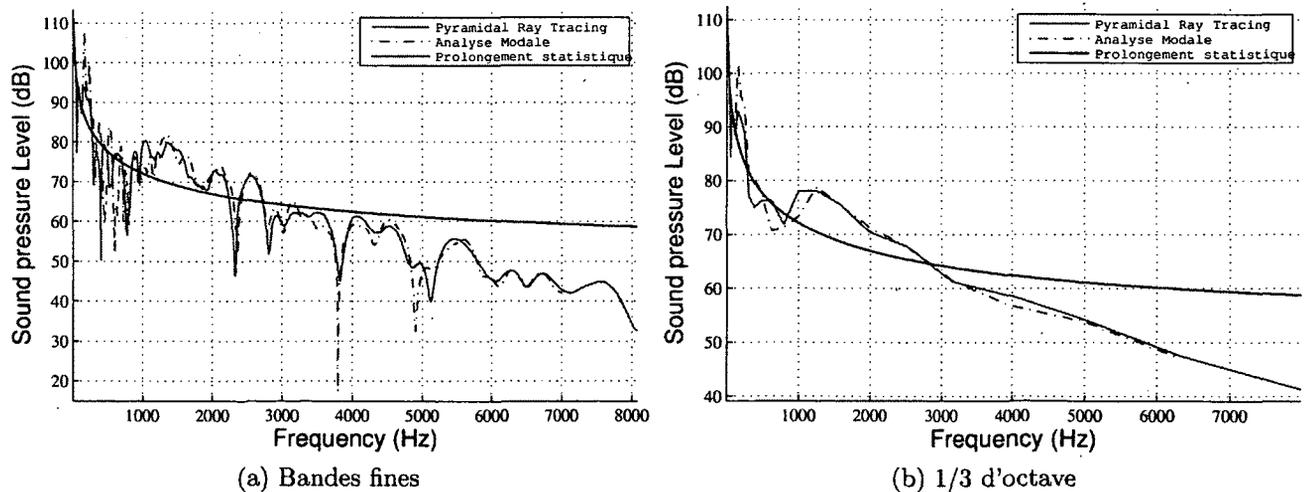


Figure 5.16 Cas 2a : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing

- Cas 2b : S(0.2 0.3 0.6) M(0.5 0.8 0.5)

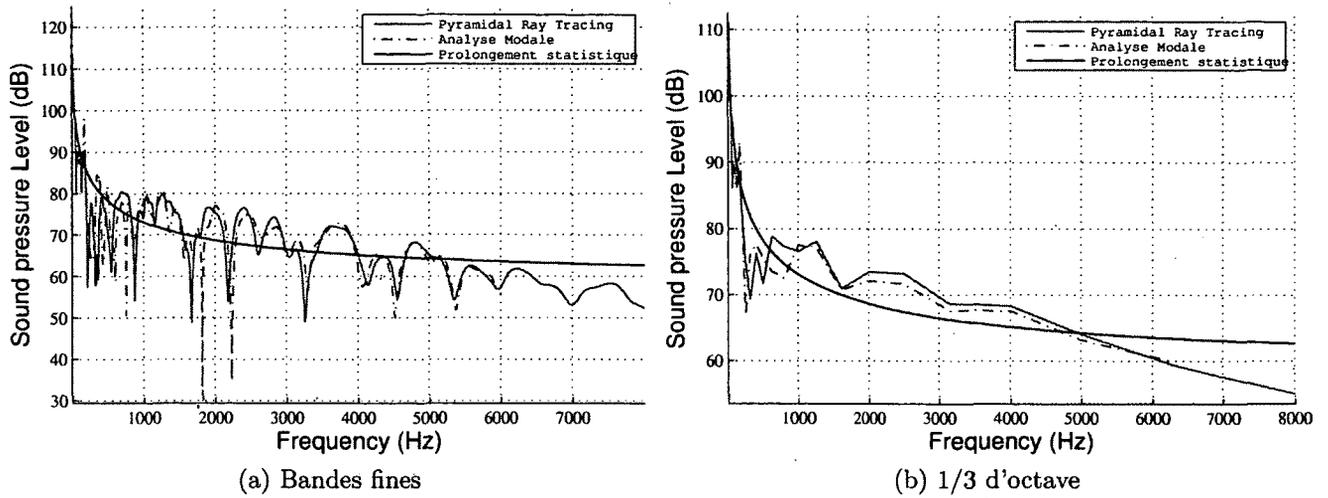


Figure 5.17 Cas 2b : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing

- Cas 2c : S(0.5 0.2 0.5) M(0.2 0.9 0.1)

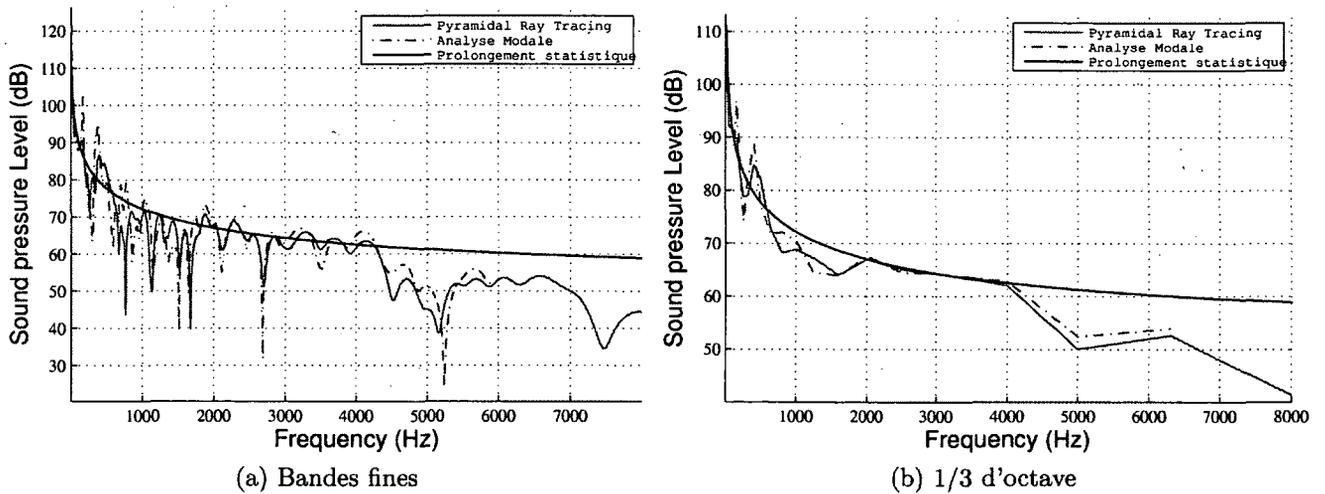


Figure 5.18 Cas 2c : Comparaison SPL entre l'analyse modale, le prolongement statistique et le Pyramidal Ray Tracing

Conclusion de l'étude

Cette première étude nous a permis de comparer, pour un cas relativement compliqué (certaines de réflexions), la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux, la méthode d'analyse modale et la SEA (prolongement statistique) dans une cavité. En effet, la méthode de lancer de faisceaux demande un temps de simulation assez long pour pouvoir converger vers le résultat obtenu en analyse modale (le lancé de faisceaux a cependant permis de beaucoup améliorer le temps de calcul (environ 30 minutes : division par 3-4 du temps de calcul de la méthode classique) ainsi que la précision des résultats). Les figures 5.16 à 5.18 permettent de valider la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux dans un espace clos. Pour différentes positions du receveur et de la source (cas non-centrés), on voit bien que les résultats sont excellents (bonne convergence des résultats de la méthode d'acoustique géométrique vers la méthode d'analyse modale). Pour le cas de la source et du receveur positionnés sur l'axe central du cube (figures 5.15), on peut voir que l'on ne converge pas très bien vers la solution d'analyse modale. Ce problème de convergence doit provenir d'une non-convergence de la méthode d'analyse modale. En effet, après avoir étudié la convergence de la méthode dans ce cas, on remarque que l'on n'obtient pas de convergence (le cas centré demande un très grand nombre de modes pour pouvoir converger). Ceci peut expliquer cette différence entre les 2 méthodes.

La comparaison avec la méthode énergétique SEA qui permet de donner une pression moyenne dans la cavité n'est pas très satisfaisante. On aurait pu s'attendre à obtenir une convergence des solutions en hautes fréquences. Cependant, les positions des sources et des receveurs ont peut-être étaient choisis trop proches des parois. Les interférences avec les parois les plus proches modifient le champ de pression moyen qui sera donc différent de celui au centre de la cavité. On remarque que les cas 1 et 2b, dont les positions sont plus centrées, donnent de meilleurs résultats en hautes fréquences.

5.2.2 Conduite rectangulaire infinie

Dans cette partie, la méthode du lancer de faisceaux pyramidaux va être comparée encore une fois à la méthode d'analyse modale dans le cas de la propagation dans une conduite de section rectangulaire (constante) supposée infinie.

Analyse modale

Equations du problème :

On s'intéresse à une source ponctuelle dans une conduite rectangulaire. D'après, le livre de Pierce, [Pierce, 1981], on peut écrire les équations suivantes :

$$\Delta p + \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 p = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (5.24)$$

Cette équation représente l'équation de Helmholtz.

Avec c_0 la célérité du son dans le milieu considéré, ρ_0 la densité du milieu, p la pression, ω la fréquence angulaire et Q le débit volumétrique de la source localisée en (y_0, z_0) avec $x_0 = 0$. La pression, loin de la source, est écrite en termes d'une superposition de contributions modales [Pierce, 1981] :

$$\hat{p}(x, y, z) = \sum_{mn} X_n(x)\varphi_{mn}(y, z) \quad (5.25)$$

Avec X_n les amplitudes modales et φ_{mn} les fonctions de forme modale.

Le terme définissant la source ponctuelle est $-j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0)$.

L'équation 5.25 est une solution de l'équation 5.24 sous forme d'une superposition modale.

Avec (5.25) dans (5.24), on obtient les deux équations différentielles suivantes (voir annexe A pour la démonstration) :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\varphi_{mn} + K_{mn}^2\varphi_{mn} = 0 \quad (5.26)$$

$$\frac{dX_{mn}}{dx^2} + (k^2 - K_{mn}^2)X_{mn} = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A}\varphi_{mn}(y_0, z_0)\delta(x) \quad (5.27)$$

Avec $k = \frac{\omega}{c_0}$ et A la surface de la section.

K_{mn} les valeurs propres du problème.

Pour une section rectangulaire, ces valeurs sont données par les formules suivantes :

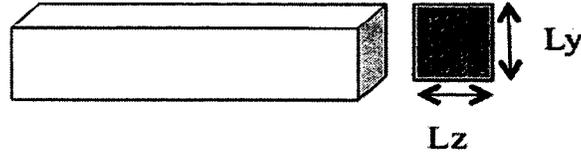


Figure 5.19 Schéma de la conduite rectangulaire

$$\varphi_{mn}(y, z) = \alpha_{mn} \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \quad (5.28)$$

$$K_{mn}^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2 \right] \quad (5.29)$$

Avec

$$\alpha_{mn} = \begin{cases} \alpha_{mn} = 1 & \text{si } m = n = 0 \\ \alpha_{mn} = \sqrt{2} & \text{si } m \text{ ou } n = 0 \\ \alpha_{mn} = 2 & \text{si } m \neq 0, n \neq 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

La solution pour $x \neq 0$ satisfait l'équation homogène (5.27) et peut-être prise comme une constante C_{mn} que l'on multiplie par $e^{\pm jk_{xmn}|x|}$. Cela correspond à une onde qui va soit être propagatrice ($k^2 \geq K_{mn}^2$), soit évanescence (elle meurt exponentiellement) ($K_{mn}^2 > k^2$) :

$$X_{mn} = \begin{cases} C_{mn} e^{-jk_{xmn}|x|} & x < 0 \\ C_{mn} e^{+jk_{xmn}|x|} & x > 0 \end{cases} \quad (5.31)$$

Avec :

$$k_{xmn} = \sqrt{k^2 - K_{mn}^2} \text{ pour } k^2 \geq K_{mn}^2$$

$$k_{xmn} = j\sqrt{K_{mn}^2 - k^2} \text{ pour } k^2 < K_{mn}^2$$

La constante multiplicative doit être la même pour $x > 0$ que pour $x < 0$ afin d'assurer la continuité de X_{mn} à $x = 0$. La fonction delta impose, cependant, que $\frac{dX_{mn}}{dx}$ soit discontinue. L'intégration des deux côtés pour à $x = -\varepsilon$ à $x = \varepsilon$ amène à la solution suivante (avec $\varepsilon \rightarrow 0$) :

$$\left(\frac{dX_{mn}}{dx}\right)_{+\varepsilon} - \left(\frac{dX_{mn}}{dx}\right)_{-\varepsilon} + (k^2 - K_{mn}^2) \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} X_{mn} dx = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (5.32)$$

On obtient tout calcul fait (voir démonstration en annexe B) la constante suivante :

$$C_{mn} = \frac{1}{2A} \frac{\rho_0\omega Q_0}{k_{xmn}} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (5.33)$$

On arrive donc à :

$$\hat{p}(x, y, z) = \sum_{mn} C_{mn} \varphi_{mn}(y, z) e^{jk_{xmn}|x|} \quad (5.34)$$

Avec C_{mn} les coefficients de l'amplitude de pression de chaque mode.

Lancer de faisceaux pyramidaux

La figure 5.20 permet d'illustrer l'étude réalisée à l'aide du code de lancer de faisceaux pyramidaux.

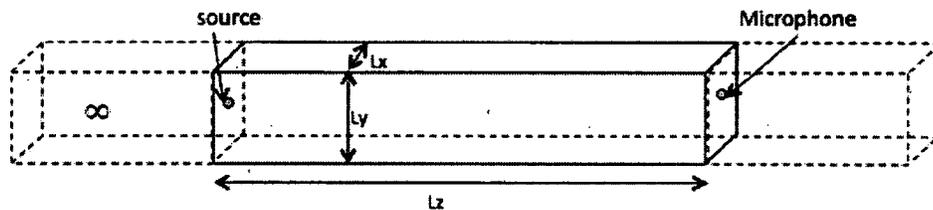


Figure 5.20 Schéma du système

Paramètres spécifiques à cette méthode

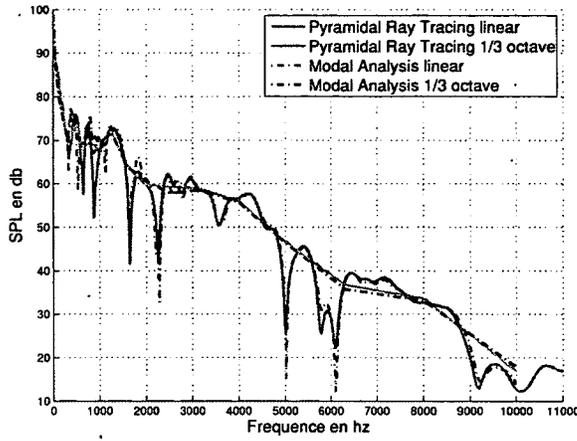
- Division initiale autour de la source : demi-sphère (16000 triangles)
- Nombre maximal de réflexions : 10
- Surfaces parfaitement réfléchissantes
- Maillage : 8 noeuds, 4 éléments

Résultats et comparaison des 2 méthodes

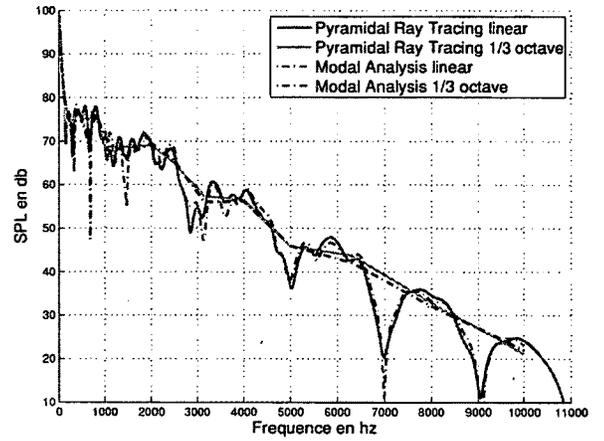
Paramètres de l'étude

- Conduite de section rectangulaire ($L_y = 1m, L_z = 1m$) et de longueur $L_x = 1m$
- Domaine fréquentiel : 0 à 10000 Hz avec un pas de 10 Hz
- Milieu amorti : $c_0 = 342.2(1 + j\eta)$ avec $\eta = 3\%$
- Source : différentes positions (voir sur les figures)
- Receveur : différentes positions (voir sur les figures)
- Analyse Modale : $M = N = 40$ (nombre de modes)

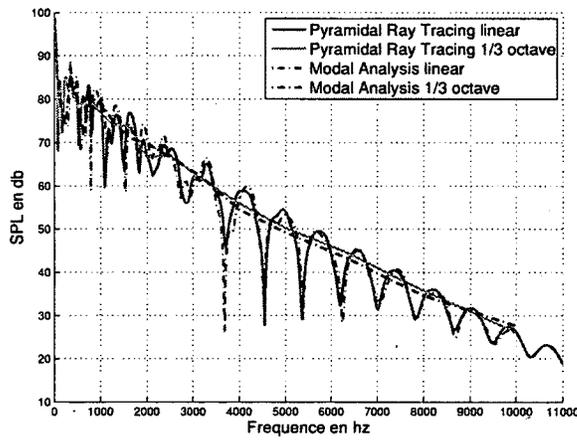
Cas n°1 : source centrée (S(0.5 0 0.5))



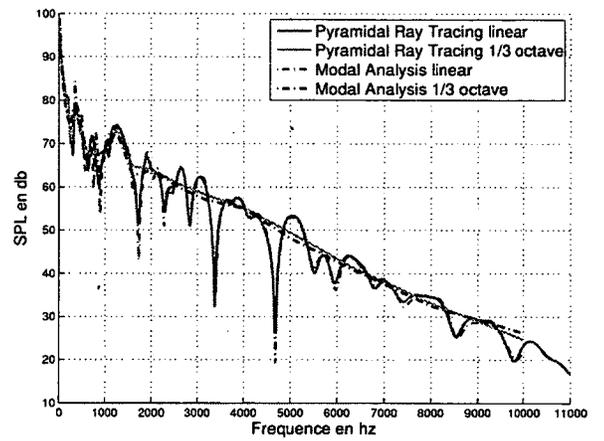
(a) M(0.1 1 0.3)



(b) M(0.2 1 0.8)



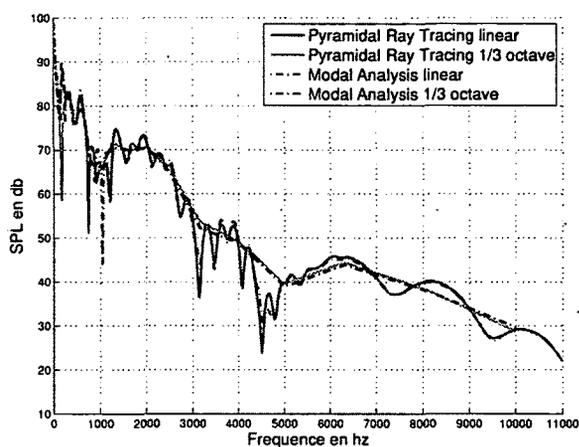
(c) M(0.5 1 0.5)



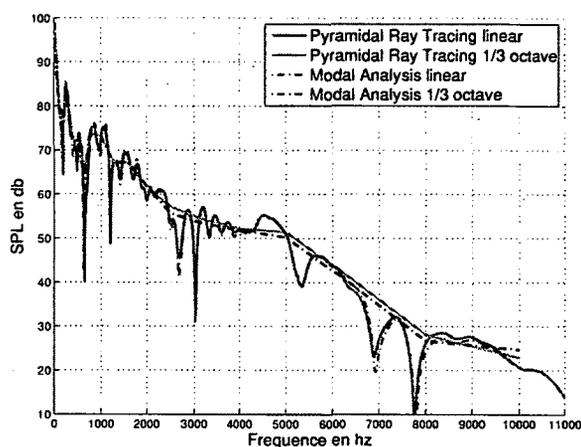
(d) M(0.6 1 0.7)

Figure 5.21 Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)

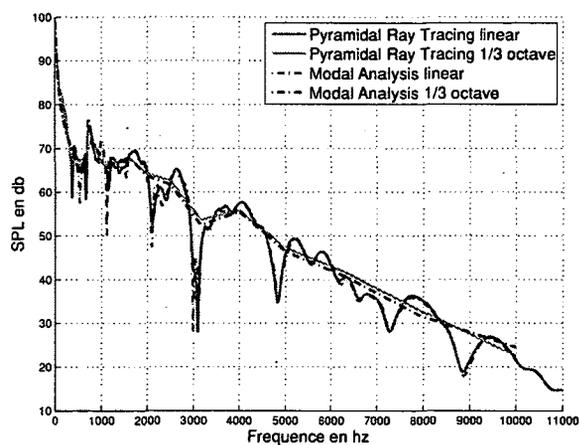
Cas n°2 : source non centrée (S(0.2 0 0.3))



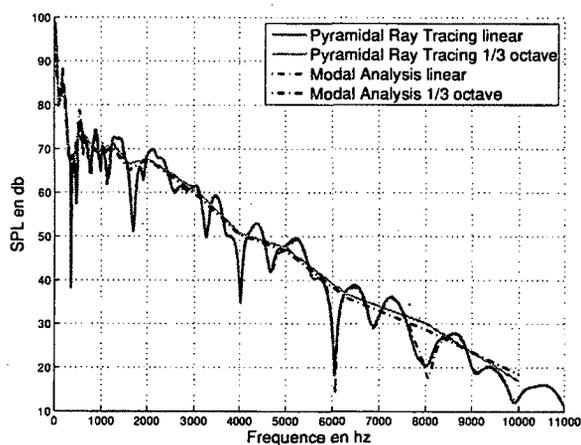
(a) M(0.1 1 0.3)



(b) M(0.2 1 0.8)



(c) M(0.5 1 0.5)



(d) M(0.6 1 0.7)

Figure 5.22 Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source non-centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)

Conclusion

Cette étude permet de valider la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux dans le cas du niveau de pression à l'intérieur d'une conduite à section rectangulaire en 3D. On remarque sur les courbes des figures 5.21 et 5.22 que l'on a une très bonne convergence des résultats de la méthode de lancer de faisceaux vers la méthode d'analyse modale. Quelques petites différences peuvent être notées en basses fréquences. Elles doivent provenir du nombre de

subdivisions trop faibles qui entraîne le manque de certains rayons ayant une contribution importante. De plus, la méthode de lancer de rayons ne permet pas d'être très juste en basses fréquences.

5.2.3 Conduite cylindrique infinie

Dans cette partie, nous nous intéressons à la propagation d'onde à l'intérieur d'une conduite à section circulaire. La méthode de lancer de faisceaux pyramidaux est comparée à la méthode d'analyse modale. On considère donc une conduite cylindrique infinie sans écoulement avec des parois parfaitement réfléchissantes.

Description du problème :

On s'intéresse donc au calcul de la réponse acoustique d'une conduite cylindrique infinie, rigide, de rayon a , contenant une source acoustique (figure 5.23). La conduite se trouve dans un milieu de masse volumique ρ_0 et de célérité c_0 .



Figure 5.23 Schéma descriptif de la conduite cylindrique

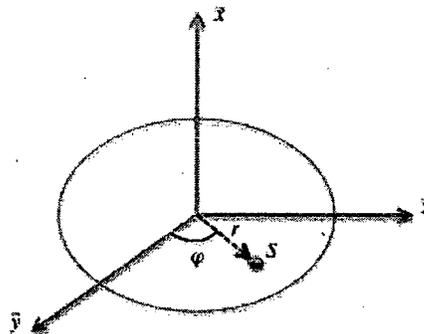


Figure 5.24 Coupe de la section de la conduite

Hypothèses :

- Conduite infinie
- Pas d'écoulement

Analyse modale

Le calcul de la pression en n'importe quel point de la conduite est décrit. Les équations sont assez similaires aux équations de la propagation en conduite rectangulaire.

Equations du problème :

En partant des équations 5.24 et 5.25, on obtient comme précédemment (conduite rectangulaire) les équations 5.36 et 5.37.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_{mn} + \alpha_{mn}^2 \varphi_{mn} = 0 \quad (5.35)$$

$$\frac{dX_{mn}}{dx^2} + (k^2 - \alpha_{mn}^2) X_{mn} = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A} \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) \delta(x) \quad (5.36)$$

Avec $k = \frac{\omega}{c_0}$, ρ_0 la densité du milieu, A la surface de la section et Q le débit volumétrique de la source localisée en (r_0, θ_0) avec $x_0 = 0$.

φ_{mn} et α_{mn} sont les fonctions propres (les fonctions de forme modale) et les valeurs propres du problème.

La section étant circulaire de rayon a , il est donc préférable de réécrire l'équation (5.35) en coordonnées polaires (r, φ) où $y = r \cos \varphi$ et $z = r \sin \varphi$.

Rappel : Le Laplacien en coordonnées cylindriques est donné par $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$.

Le résultat de l'équation (5.35) est séparable de telle sorte qu'une fonction $R(r)$ en $\cos m\varphi$ ou $\sin m\varphi$, soit une solution possible.

Pour que la fonction φ_{mn} soit unique et continue en θ , la constante m doit être un entier.

Le facteur radial $R(r)$ doit satisfaire l'équation différentielle suivante où $\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ est remplacé par $-m^2$:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \left(\alpha_{mn}^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R(r) = 0 \quad (5.37)$$

On reconnaît l'équation de Bessel. La seule solution finie à $r = 0$ est $C_{mn} J_{mn}(\alpha_{mn} r)$ où C_{mn} est une constante et J_{mn} la fonction de Bessel d'ordre m . La condition limite à $r = a$ implique que $J'_m(\alpha_{mn} a) = 0$.

Avec :

m = mode circonférentiel (ordre de la fonction de Bessel)

n = mode radial

On trouve les valeurs $\alpha_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{a}$ à partir des zéros de la dérivée de la fonction de Bessel, $J'_m(\mu_{mn}) = 0$, dans le tableau suivant :

Zero	$J_0'(x)$	$J_1'(x)$	$J_2'(x)$	$J_3'(x)$	$J_4'(x)$	$J_5'(x)$
1	3.8317	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4156
2	7.0156	5.3314	6.7061	8.0152	9.2824	10.5199
3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5858	15.9641	17.3128
5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7887	19.1960	20.5755

Tableau 5.1 Tableau contenant les zéros de la dérivée de Bessel

Et les fonctions propres correspondantes par :

$$\varphi_{mn}(r, \theta) = C_{mn} J_m \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) e^{j(-\omega t + k_{zmn} x + m\theta)} \quad (5.38)$$

L'expression des C_{mn} est déterminée en utilisant l'orthogonalité des fonctions de Bessel.

Tout calcul fait, on arrive à (voir démonstration en annexe C) :

$$C_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{\sqrt{\mu_{mn}^2 - m^2} J_m(\mu_{mn})} \quad (5.39)$$

Ceci permet de définir le nombre d'onde axial :

$$k_{zmn} = \sqrt{k^2 - \alpha_{mn}^2} \quad \text{pour } k^2 \geq \alpha_{mn}^2 \quad (5.40)$$

$$k_{zmn} = j\sqrt{\alpha_{mn}^2 - k^2} \quad \text{pour } \alpha_{mn}^2 > k^2 \quad (5.41)$$

Finalement, l'expression (5.25) mis en coordonnées polaires devient :

$$\hat{p}(x, r, \theta) = \sum_{mn} X_n(x) \varphi_{mn}(r, \theta) \quad (5.42)$$

Les solutions possibles pour l'équation (5.36) pour le facteur $X_n(x)$ sont de la forme $A_{mn} e^{jk_{zmn} x}$ (si on ne considère que les ondes se propageant dans le sens des x positifs) ou de la forme $A_{mn} e^{jk_{zmn} x} + B_{mn} e^{-jk_{zmn} x}$ (si on considère les 2 sens de propagation de l'onde).

La conduite n'étant pas considérée de longueur finie, la solution a la forme suivante :

$$\hat{p}(x, r, \theta) = \sum_{mn} A_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) e^{jk_{zmn} x} \quad (5.43)$$

La méthodologie étant similaire au cas de la conduite rectangulaire, on obtient tout calcul fait (voir démonstration en annexe B (A_{mn} à la place de C_{mn}) la constante suivante :

$$A_{mn} = \frac{1}{2A} \frac{\rho_0 \omega Q_0}{k_{xmn}} \varphi_{mn}(r_0, \theta_0) \quad (5.44)$$

On obtient ainsi :

$$\hat{p}(x, y, z) = \sum_{mn} A_{mn} \varphi_{mn}(r, \theta) e^{j k_{xmn} |x|} \quad (5.45)$$

Lancer de faisceaux pyramidaux

La figure 5.25 permet d'illustrer la géométrie utilisée pour l'étude. Il s'agit d'un cylindre de rayon $r = 0.415m$ et de longueur $0.67m$ (dimension d'un réacteur de petit avion sans la complexité de la géométrie). Les études ont été faites pour 24 éléments sur la circonférence du cylindre comme le montre la figure 5.25.

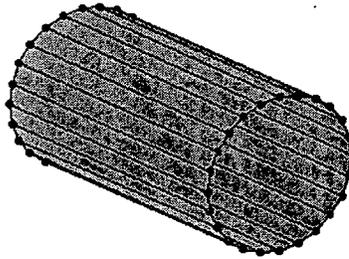


Figure 5.25 Géométrie de l'étude pour le cas de la conduite cylindrique

Paramètres spécifiques

- Option 3 pour la division initiale de la source : maillage automatique des éléments de la géométrie
- Nombre maximal de réflexions : 12
- Surfaces parfaitement réfléchissantes

Résultats et comparaison des 2 méthodes

Paramètres de l'étude communs aux 2 méthodes

- Conduite de section circulaire de rayon $r = 0.415m$ et de longueur $0.67m$
- Domaine fréquentiel : 10 à 10000 Hz avec un pas de 10 Hz
- Milieu amorti : $c_0 = 342.2(1 + j\eta)$ avec $\eta = 3\%$
- Source : différentes positions (voir sur les figures)
- Receveur : différentes positions (voir sur les figures)
- Analyse Modale : $M = N = 100$ (nombre de modes)

Cas n°1 : source centrée sur l'axe de la conduite (S(0 0 0))

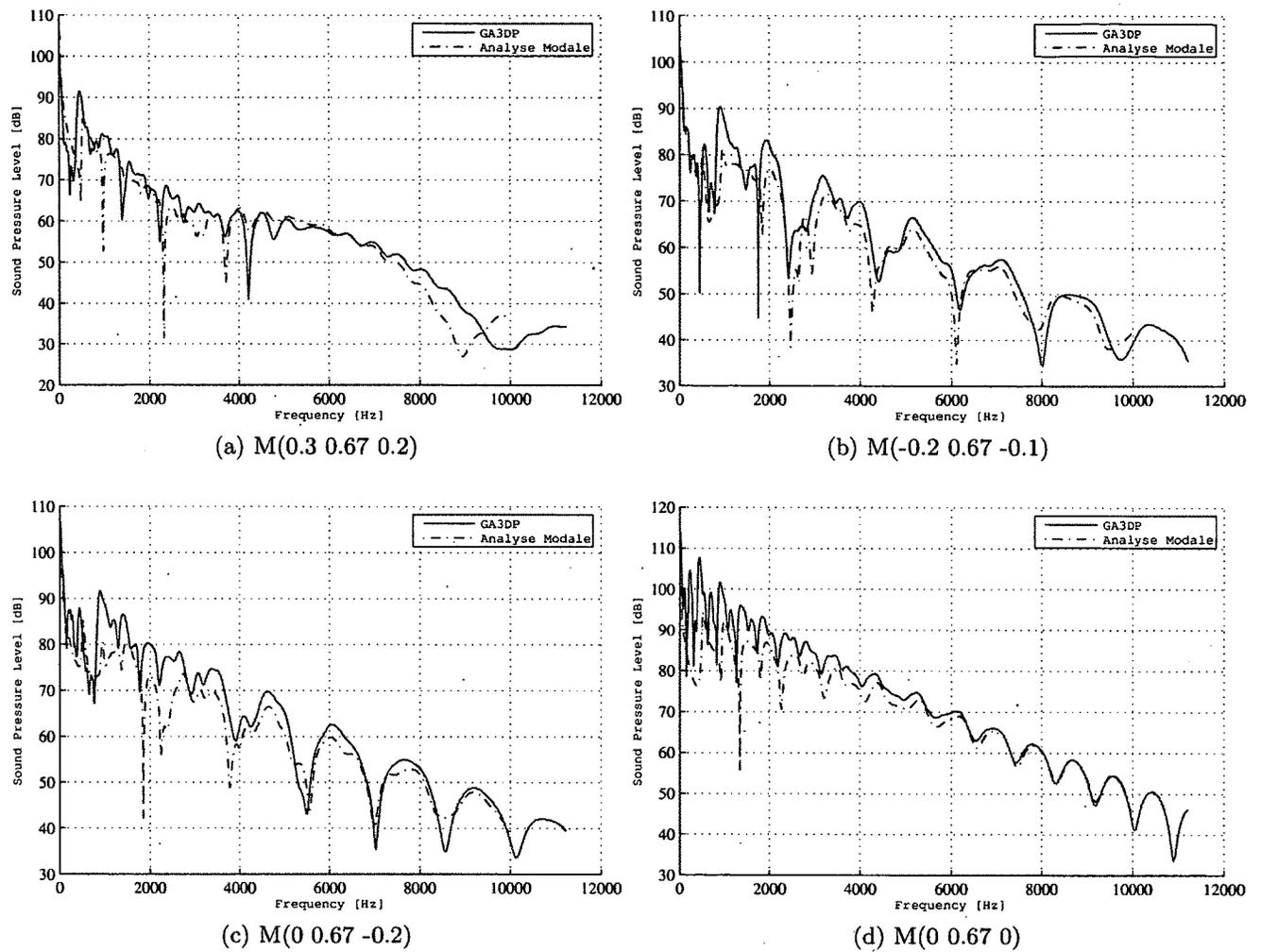


Figure 5.26 Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)

Cas n°2 : source non centrée sur l'axe de la conduite (S(0:2 0 0.3))

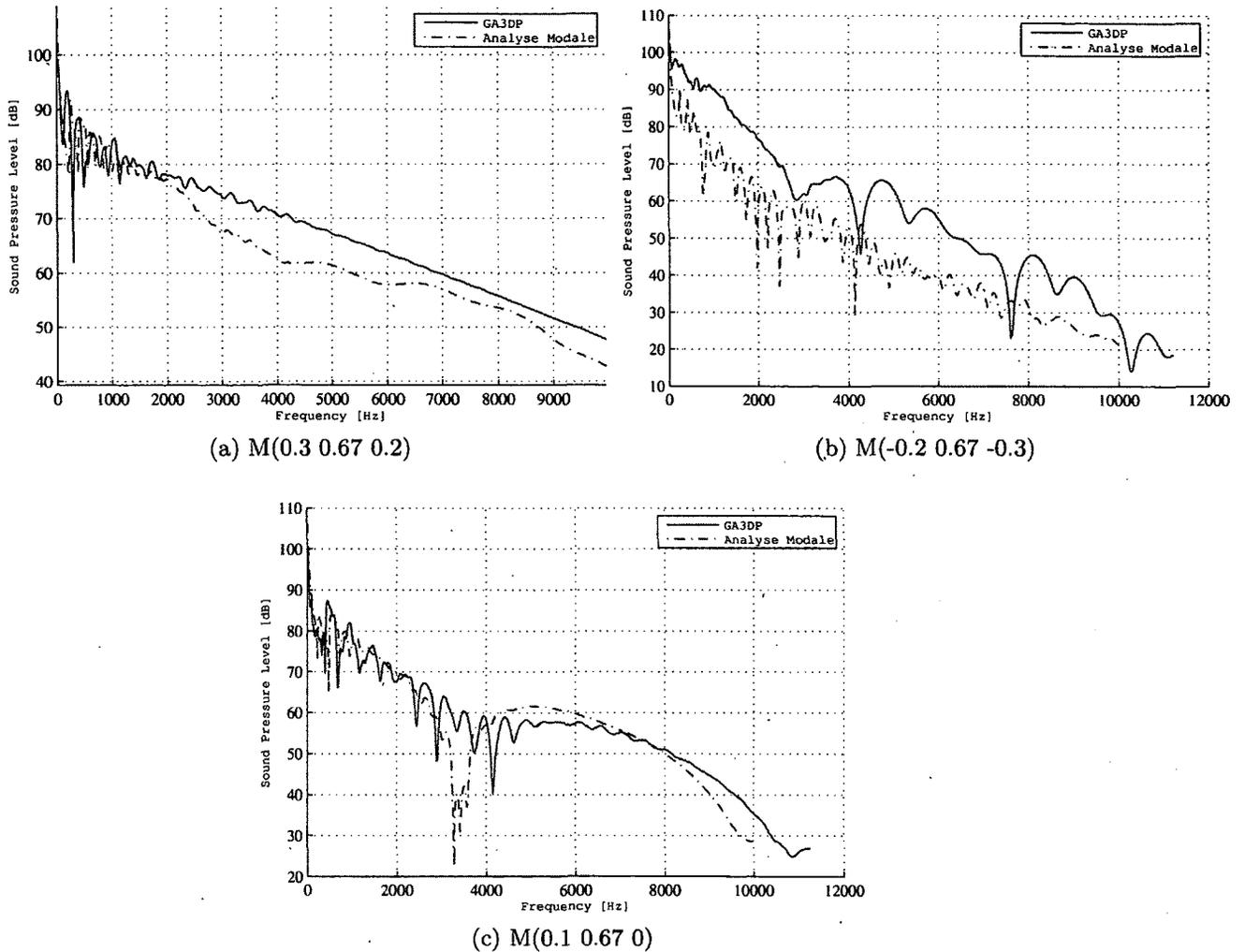


Figure 5.27 Comparaison du SPL entre l'analyse modale et le Pyramidal Ray Tracing (source non-centrée) pour 4 configurations (différentes positions du receveur)

Conclusion

Sur les courbes de la figure 5.26, la méthode de lancer de faisceaux semble converger vers la méthode d'analyse modale. La physique commence à être capturée plus on monte en fréquences. Des tests de maillage plus fin ont aussi été faits mais ne font varier que très peu les résultats et prennent beaucoup plus de temps de calcul (envoi de beaucoup plus de faisceaux et redivision de ceux-ci très nombreuse car les faisceaux doivent rester cohérents). Le cas (d) de cette première figure, cas source et receveur centrés sur l'axe de la conduite, est le plus complexe de tous. En effet, plus le maillage augmente, plus l'on a

de rayons convergents (densité de rayons trop importante). Ce phénomène de focalisation entraîne une divergence du niveau de pression due à la sommation cohérente des rayons.

Si on s'intéresse maintenant au cas où la source est excentrée de l'axe de la conduite (figure 5.27), on remarque que les résultats sont complètement différents. Le manque de référence dans la littérature qui traite ce phénomène de propagation guidée par une méthode géométrique n'a pas permis d'expliquer les différences trouvées. Cependant, la source des divergences reste ouverte. L'étude de la convergence de la méthode modale a montré que pour les cas source centrée (cas n°1), seul 20 modes suffisent pour converger vers la solution tandis que les autres cas on demande beaucoup plus de modes (100 modes).

Pour finir, l'étude faite précédemment sur la réflexion sur un cylindre extérieur a montré que la non-prise en compte de la courbure du cylindre engendre une erreur assez importante sur l'amplitude. Donc pour pouvoir réaliser de tels cas, il est préférable de prendre en compte la courbure. Le code du CSTB (ICARE), qui utilise une méthode de lancer de faisceaux, le prend en compte en se servant d'éléments, appelés "blob", qui permettent de propager des faisceaux se réfléchissant sur des éléments différents. Cette solutions est combinée à une interpolation des normales entre les éléments plaques qui permet de propager sans trop d'erreur les faisceaux. Cette méthode n'a toutefois pas été implémentée dans notre code GA3DP.

5.2.4 Conduite rectangulaire traitée (2D)

Finalement, le code a aussi été validé pour la propagation dans des conduits avec des surfaces traitées acoustiquement. La méthode de lancer de faisceaux pyramidaux est comparée à la méthode des sources-images pour la propagation d'onde entre 2 plans infinis traités avec 2 matériaux différents. Dans le code des sources-images ou bien dans la méthode des rayons, l'impédance du matériau (Z) est pris en compte dans le calcul du coefficient de réflexion R .

$$R = \frac{Z \cos(\theta) - \rho_0 c_0}{Z \cos(\theta) + \rho_0 c_0} \quad (5.46)$$

Avec θ l'angle d'incidence du rayon sur la paroi.

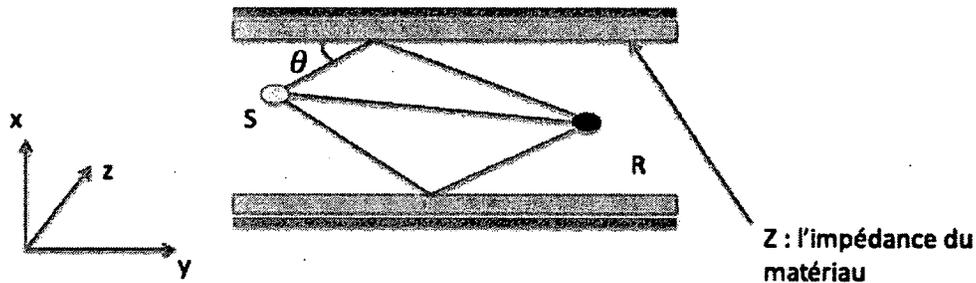
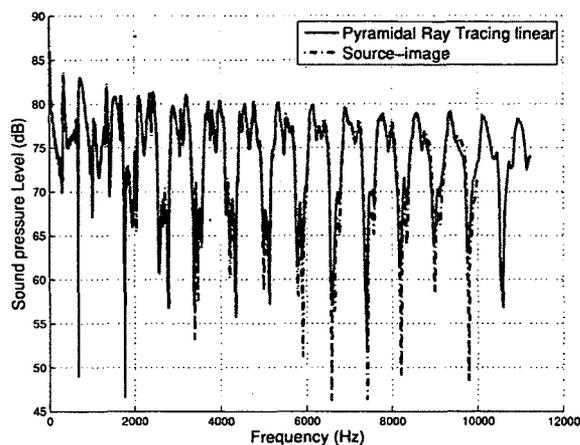


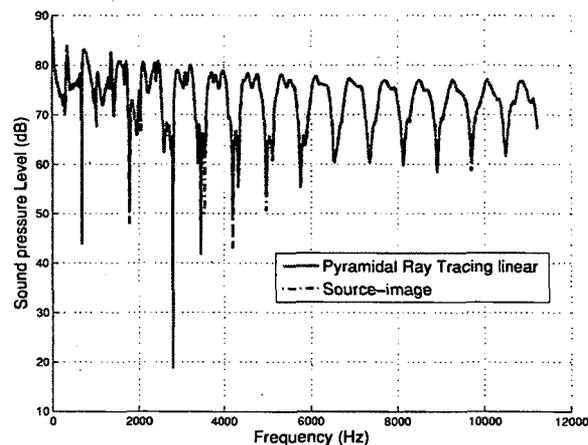
Figure 5.28 Schéma de la réflexion sur des plans traités acoustiquement

Deux positions du receveur et deux traitements sont testés (voir leur impédance caractéristique en annexe D). Les 2 méthodes utilisent un nombre maximal de réflexions de 10. Le nombre limite de subdivisions d'un faisceau étant limité à 3, la méthode de lancer de faisceaux n'arrive pas à obtenir l'ensemble des rayons attendus (21 rayons).

- Cas 1 : Source (0; 0; 0) et Receveur (0; 1; 0)



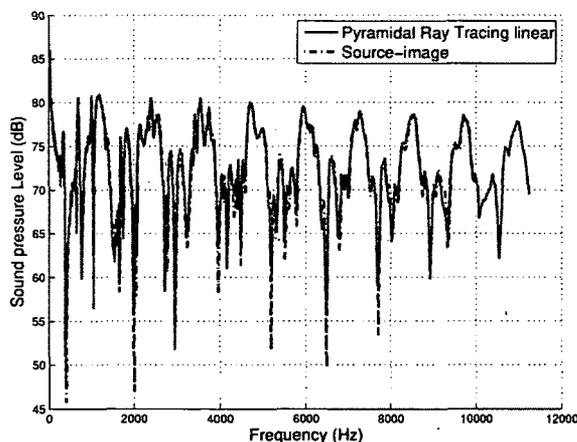
(a) Mélamine 10 mm



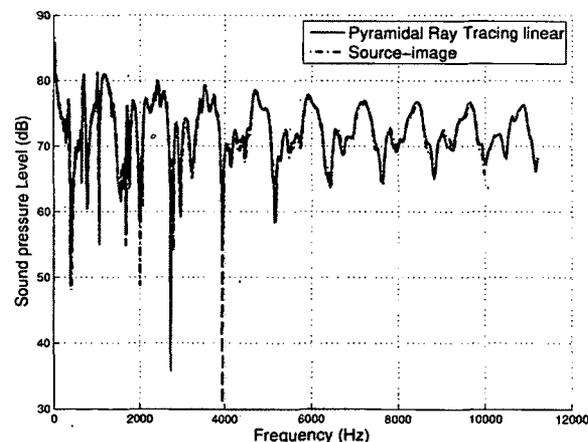
(b) Fibre non-renforcée 10 mm

Figure 5.29 Cas 1 : Comparaison SPL entre la méthode de lancer de faisceaux et des sources-images pour deux traitements acoustiques

- Cas 2 : Source (0; 0; 0) et Receveur (0.2; 1; 0)



(a) Mélamine 10 mm



(b) Fibre non-renforcée 10 mm

Figure 5.30 Cas 2 : Comparaison SPL entre la méthode de lancer de faisceaux et des sources-images pour deux traitements acoustiques

Les figures 5.29 et 5.30 montrent une très bonne concordance entre les deux méthodes pour différentes configurations (position du receveur et traitement acoustique). On s'aperçoit que le traitement permet d'obtenir des résultats similaires alors que le nombre de

rayons convergents n'est pas le même (seul les premiers rayons (peu de réflexions) sont importants).

5.2.5 Conclusion

Cette partie a permis de montrer l'efficacité et la validité des résultats donnés par la méthode de lancer de faisceaux pyramidaux. Seuls les cas où la courbure entre en jeu n'ont pas été complètement validés (réflexion sur l'extérieur d'un cylindre et propagation à l'intérieur d'une conduite circulaire). On pense cependant que les résultats pourraient être améliorés en changeant de méthode de détection du receveur (utilisation d'éléments appelés "blob") ainsi qu'en interpolant les normales aux éléments plaques formant la courbure. À terme, l'idéal serait de considérer des éléments canoniques tels que des cylindres parfaits, sphères, ...

Ce chapitre a seulement abordé le phénomène de réflexion sur des éléments (zones dites "éclairées"). Le chapitre suivant présente les différentes théories de diffraction existante qui permettent de calculer le champ de pression dans les zones dites "d'ombre" et pouvant être implémentées dans notre code puis la validation de la diffraction est faite dans le chapitre 7.

CHAPITRE 6

Les théories de la diffraction

Dans cette partie, nous nous intéressons à la modélisation du phénomène de la diffraction. En effet, l'optique géométrique, très utilisée pour modéliser la propagation d'une onde haute fréquence en milieu libre, atteint ses limites lorsqu'elle se trouve en présence d'un obstacle (figure 6.1).

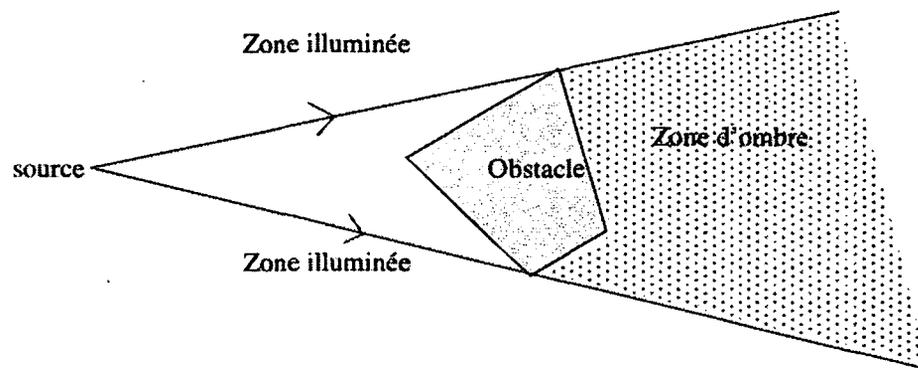


Figure 6.1 Création d'une zone d'ombre en présence d'un obstacle [Vaudon, 1991]

La théorie classique des rayons permet un calcul correct du champ dans la zone dite illuminée, mais dans la zone dite d'ombre, ce champ est nul, ce qui ne représente pas la réalité. En effet, l'obstacle possède des zones dites diffractantes (dans l'exemple ci-dessus, on remarque qu'il y a 2 arêtes diffractantes). La prise en compte du phénomène de la diffraction est donc nécessaire pour une modélisation correcte du champ dans l'ensemble de l'espace. Différentes méthodes existent pour représenter ce phénomène. Dans ce chapitre, nous décrivons ces méthodes et certaines de ces théories sont ensuite implémentées et utilisées dans le code de lancer de faisceaux pyramidaux (GA3DP).

6.1 Historique des différentes théories

Dans la littérature, il existe un grand nombre de méthodes permettant le calcul de la diffraction (ou de l'atténuation) d'une onde par une barrière qu'elle soit de longueur infinie ou finie, possédant une ou plusieurs arêtes de diffraction. Une solution exacte de la diffraction d'une onde plane par un plan semi-infini est donnée par Sommerfeld en 1896 ([Sommerfeld,

2003]). En 1962, Keller ([Keller, 1962]) développe une méthode dérivée de la méthode de l'optique géométrique (la théorie géométrique de la diffraction) pour prendre en compte les rayons diffractés et se sert du résultat de Sommerfeld pour calculer le coefficient de diffraction D .

Maekawa ([Maekawa, 1968]), en 1968, présente des données expérimentales de la diffraction d'un ton pur par un plan semi-infini en fonction du nombre de Fresnel. Maekawa suggère que la perte par insertion par un écran (longueur finie) peut être déterminée par l'utilisation successive de cette courbe pour le calcul des différents chemins de diffraction de l'écran et d'ensuite sommer les contributions énergétiques de chacun de ces chemins.

En 1974, Pathak et Kouyoumjian reprennent les travaux de Keller en développant la théorie uniforme de la diffraction et apportent une correction permettant de résoudre les problèmes de discontinuité ([Pathak et Kouyoumjian, 1974]).

Il existe aussi des modèles plus sophistiqués pour déterminer les coefficients de diffraction. Pierce propose en 1981 ([Pierce, 1981]) une théorie pour calculer le champ diffracté par un dièdre semi-infini d'angle β avec des conditions aux limites rigides (géométries 2D et 3D). Un autre modèle est celui de Kurze et Anderson ([Kurze et Anderson, 1971]) pour l'atténuation par un écran semi-infini (géométries 2D et 3D).

Plus récemment, Lam ([Lam, 1994]) a amélioré la méthode de Maekawa en sommant les pressions complexes à la place des énergies pour chaque chemin de diffraction. Ensuite, Muradali et Fyfe en 1997 ([Muradali et Fyfe, 1998]) ont étendu ce principe pour différents types de source (source ponctuelle, source linéaire), différentes géométries et comparé les résultats avec la méthode BEM et FEM.

La plus exacte des approches pour estimer l'atténuation par un un écran fini est la méthode des éléments finis que se soit la méthode BEM ou la méthode FEM. Ces méthodes résolvent l'équation d'onde et permettent de correctement modéliser l'interaction de phase et le champ diffracté de chaque côté de la barrière (écran, dièdre, ...). Cependant ces méthodes restent très coûteuses en temps de calcul suivant la plage fréquentielle de simulation et la taille de la géométrie.

6.2 La théorie de Sommerfeld

La théorie de la diffraction, telle qu'elle a été présentée par Fresnel et ensuite approfondie analytiquement par Kirchhoff, n'est pas parfaitement rigoureuse au niveau mathématique pour différentes raisons. Cette théorie donne de relativement bons résultats dans le cas où la longueur d'onde est petite par rapport aux dimensions de la géométrie. Dans le

cas d'une longueur d'onde plus grande, elle n'est plus valide. Sommerfeld donne donc une solution mathématique rigoureuse basée seulement sur les équations différentielles et les conditions aux limites qui ont été établies en électromagnétique. Dans cette partie, nous nous intéressons seulement au cas d'une onde plane qui arrive en incidence oblique sur un plan rigide semi-infini. La solution du problème donnée par Sommerfeld est une solution exacte. La configuration du problème est la suivante : on considère une onde plane harmonique se propageant dans le sens des x négatifs et qui rencontre un plan semi-infini. La géométrie du problème est décrite sur la figure 6.2.

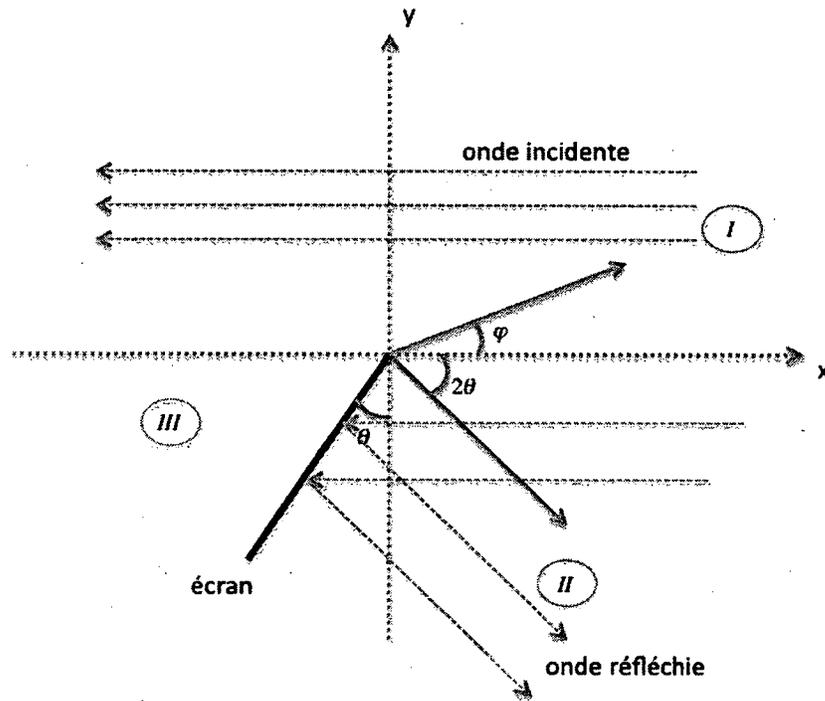


Figure 6.2 Diffraction d'une onde plane par le bord droit d'un écran [Bruneau, 1998]

L'espace est séparé en 3 régions :

- (I) : région ne recevant que des rayons incidents et diffractés ($-2\theta < \varphi < \pi$)
- (II) : région recevant les rayons incidents, réfléchis et diffractés ($-\frac{\pi}{2} - \theta < \varphi < -2\theta$)
- (III) : région ne recevant que les rayons diffractés par l'écran ($\pi < \varphi < -\frac{3\pi}{2} - \theta$)

Le problème est le suivant :

- $(\Delta + k^2)p = 0$, dans tout l'espace,
- $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$, sur l'écran, pour $\varphi = \frac{3\pi}{2} - \theta$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2} - \theta$,

- Onde harmonique plane incidente dans le sens des x négatifs.

[Bruneau, 1998] rappelle la solution, en coordonnées cylindriques, donnée par Sommerfeld :

$$p(r, \varphi) = A[U(r, \varphi) + U(r, 3\pi - \varphi - 2\theta)] \quad (6.1)$$

Avec A l'amplitude et U une fonction

$$U(r, \varphi) = e^{jkr \cos \varphi} \left[1 + F(\sqrt{2kr} \cos \frac{\varphi}{2}) \right] \quad (6.2)$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \left\{ C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}x\right) + S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}x\right) - 1 + j \left[C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}x\right) - S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}x\right) \right] \right\} \quad (6.3)$$

Avec : $C(r) = \int_0^r \cos(x^2)dx$ et $S(r) = \int_0^r \sin(x^2)dx$

Ces fonctions sont calculées par des développements asymptotiques pour chaque région ([Bruneau, 1998]).

1. Dans la région (III), seul les rayons diffractés sont présents. La pression prend la forme suivante :

$$p_{III}(r, \varphi) = A \frac{1+i}{4\sqrt{\pi kr}} e^{-jkr} \left[\frac{G(\theta + \varphi/2)}{\sin(\theta + \varphi/2)} - \frac{G(\varphi/2)}{\cos(\varphi/2)} \right] \quad (6.4)$$

où la fonction G est égale à 1 partout, sauf au voisinage des valeurs des angles θ et φ qui annulent les dénominateurs, et au voisinage de la frontière de l'ombre géométrique incidente ($\varphi = \pi$) et de l'onde réfléchie ($\varphi = -2\theta$). Cette condition permet d'assurer la continuité du champ ([Bruneau, 1998]).

2. Dans la région (I), le champ acoustique est la somme du champ incident et du champ diffracté :

$$p_I(r, \varphi) = A e^{jkr \cos \varphi} + p_{III}(r, \varphi) \quad (6.5)$$

3. Dans la région (II), le champ acoustique est la somme du champ incident, du champ réfléchi et du champ diffracté :

$$p_{II}(r, \varphi) = A e^{-jkr \cos(\varphi+2\theta)} + p_I(r, \varphi) \quad (6.6)$$

Connaissant la pression diffractée, on peut en déduire facilement l'atténuation due à la diffraction grâce à la formule 6.7. On peut ensuite calculer l'atténuation ou la pression totale par plusieurs arêtes en sommant les contributions de chaque arête diffractante (formules 6.8 et 6.9).

$$\Delta L_i = -20 \log_{10} \left(\left| \frac{P_{diff}}{P_{inc}} \right| \right) \quad (6.7)$$

Avec P_{inc} la pression incidente sur l'arête et $P_{diff} = P_{III}$ la pression diffractée par l'arête

$$\Delta L_{totdB} = -10 \log_{10} \left(\sum_{i=1}^n 10^{\frac{-\Delta L_{idB}}{10}} \right) \quad (6.8)$$

$$P_{diff} = 20 \log_{10} \left(\left| \sum_{i=1}^n P_i \cdot 10^{\frac{-\Delta L_{idB}}{20}} \right| \right) \quad (6.9)$$

Avec n le nombre de point de diffraction

La solution de Sommerfeld est en fait la base qui sert à Keller pour formuler de façon plus générale la diffraction. Elle est décrite et utilisée dans le livre de Morse et Ingard ([Morse et Ingard, 1987]).

6.3 La Théorie Géométrique de la Diffraction

La théorie géométrique de la diffraction est une extension de la méthode de l'optique géométrique aux phénomènes de la diffraction. Cette théorie a été développée par Keller [Keller, 1962]. Elle permet d'introduire une nouvelle sorte de rayon, les rayons diffractés, provenant de l'incidence d'un rayon sur une arête, un coin, une pointe, ou encore de rayons rampants sur des surfaces convexes comme le montre la figure 6.3.

Comme dans la méthode classique des rayons, la propagation de l'onde est admise comme un phénomène local, c'est-à-dire un phénomène qui ne dépend que des propriétés du milieu et de la structure du champ au voisinage du point considéré, ce qui permet d'utiliser le principe de Fermat. Le principe veut que le temps de parcours d'une onde entre 2 points fixés soit minimal. Si n représente l'indice du milieu, le principe peut être traduit en écrivant que la variation du chemin optique δI (entre un point A et un point B) est nulle ([Bruneau, 1998]) :

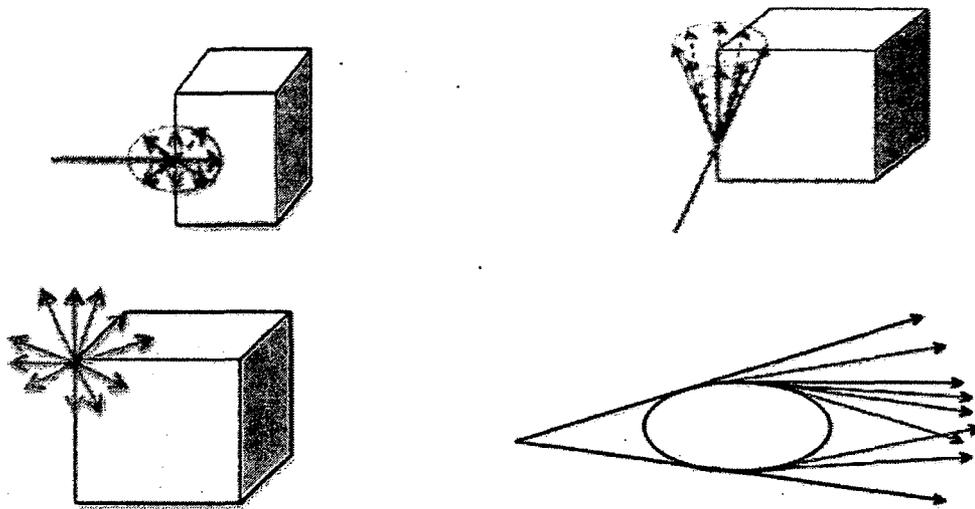


Figure 6.3 Différents types de rayons diffractés de la GTD (en haut à gauche : sur une arête avec incidence normale, en haut à droite : sur une arête avec incidence oblique, en bas à gauche : sur un coin, en bas à droite : rayons rampants)

$$\delta I = \delta \int_A^B n dl = 0 \quad (6.10)$$

On applique ainsi les lois de l'optique géométrique pour le domaine acoustique pour l'obtention du trajet des rayons et on utilise les lois de la diffraction permettant d'obtenir l'amplitude et la phase de chaque rayon diffracté (coefficient D de diffraction). Les amplitudes et phases de ces rayons diffractés sont obtenues à partir de développements asymptotiques de solutions rigoureuses de certains problèmes de diffraction.

6.3.1 Diffraction par une arête

Dans cette partie, on considère seulement les rayons tangents à une arête. L'onde diffractée par l'arête parfaitement réfléchissante, pour une onde incidente plane, est à caractère cylindrique. On fait ainsi l'hypothèse que les rayons diffractés font, avec la tangente à l'arête au point de diffraction, le même angle que le rayon incident, se situant du côté opposé au plan normal à l'écran passant par le point de diffraction. Les rayons sont donc répartis sur la surface d'un cône nommé cône de Keller (figure 6.4).

Cette hypothèse provient de l'utilisation du principe de Fermat. En effet, on doit admettre que la trajectoire d'un rayon issu d'un point source M à un point d'observation P est telle

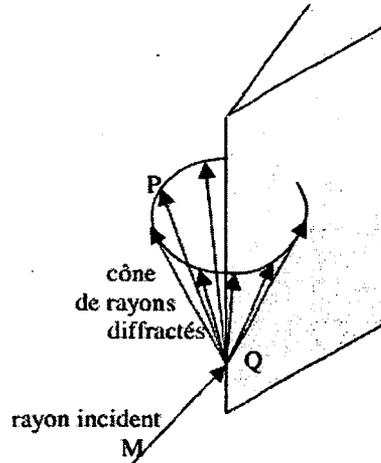


Figure 6.4 Cône formé par les rayons diffractés

que le chemin optique entre M et P, avec un point Q du trajet situé sur l'arête, est stationnaire pour des variations infinitésimales de ce trajet ([Keller, 1962]).

Le parcours des rayons diffractés étant maintenant connu, intéressons nous au champ P_{diff} d'un rayon diffracté par une arête. On suppose ici que le milieu est homogène (rayon représenté par une droite). Soit P_i le champ incident de longueur d'onde λ . On définit ainsi le nombre d'onde k donné par l'expression $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, r et r' les distances respectives entre le point d'observation et le point de diffraction Q et la source et le point d'observation Q. La phase du rayon diffracté est alors la phase du rayon incident Φ_i plus kr . L'amplitude $A(r)$ est proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{r}}$ dans le cas d'une onde plane, d'une onde cylindrique ou conique, est proportionnelle à $\sqrt{\frac{r'}{r(r+r')}}$ dans le cas d'une onde sphérique mais aussi à l'amplitude du champ incident A_i au niveau de l'arête. On a donc :

$$A(r) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{r}}, & \text{pour une onde plane, cylindrique ou conique incidente} \\ & (\text{pour une onde cylindrique, } r \text{ est remplacé par } r' \sin \beta_0) \\ \sqrt{\frac{r'}{r(r+r')}}, & \text{pour une onde sphérique.} \end{cases} \quad (6.11)$$

Le champ diffracté vaut alors :

$$P_{diff} = P_i D A(r) e^{-jkr} \quad (6.12)$$

Où D représente le coefficient de diffraction et $P_i = A_i e^{\Phi_i}$ l'onde incidente.

Le coefficient de diffraction D ne peut-être obtenu qu'à partir de solutions de problèmes de diffraction connues.

Si on compare le résultat de l'équation 6.12 avec la solution exacte pour la diffraction d'une onde plane par un demi-plan donnée par [Sommerfeld, 2003] obtenue en faisant un développement asymptotique pour un kr élevé de cette solution ($kr \gg 1$), le coefficient de diffraction D suivant est obtenu :

$$D = -\frac{e^{j\pi/4}}{2\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \left\{ \frac{1}{\sin\left(\frac{\theta-\alpha}{2}\right)} - \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta+\alpha}{2}\right)} \right\}. \quad (6.13)$$

Où β est l'angle entre le rayon incident et l'arête, α et θ sont respectivement les angles entre le rayon incident et le rayon diffracté avec la normale à l'arête (figure 6.5).

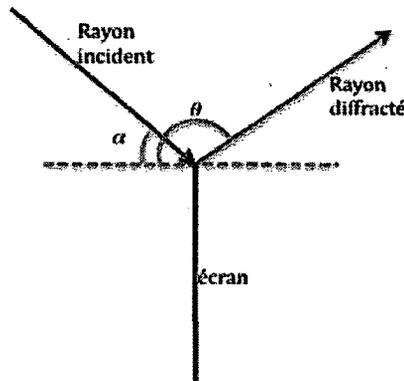


Figure 6.5 Projection des rayons incident et réfléchi dans le plan normal à l'arête de l'écran

Des expressions 6.11 et 6.12, on remarque que la décroissance du champ de pression se fait en $\frac{1}{\sqrt{r}}$ à proximité de l'écran. L'onde se comporte donc comme une onde cylindrique. En champ lointain, la décroissance se fait en $\frac{1}{r}$ (onde sphérique). On observe cependant que l'expression du coefficient de diffraction D est singulière lorsque $\theta - \alpha = \pi$ et lorsque $\theta + \alpha = \pi$. Ceci se traduit par deux lignes de discontinuité. Ces lignes sont représentées sur la figure 6.6. Si l'on se place sur chacune de ces lignes, l'amplitude du champ diffracté devient infinie. On peut remarquer que ces lignes sont tracées à partir de la source et de son image par rapport à l'écran (dans la zone d'ombre).

Ce sont les hypothèses qui sont à l'origine de l'apparition de ces lignes de discontinuité. En effet, comme vu précédemment sur la figure 6 (même hypothèses pour la GTD), le champ total est séparé en 3 zones où seulement certains rayons arrivent. La limite ou plutôt la zone de transition définit ces discontinuités (champ incident présent de $0 < \theta < \pi + \varphi$ et le champ réfléchi de $0 < \theta < \pi - \varphi$).

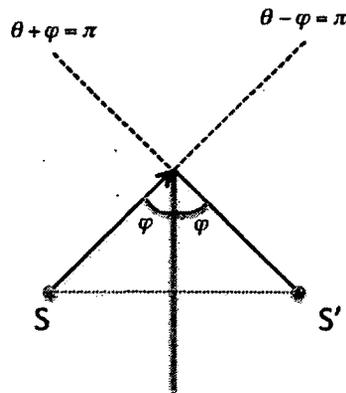


Figure 6.6 Lignes de discontinuité de la GTD

6.3.2 Diffraction par une surface courbe

La diffraction par un objet à surface courbe se traduit par un phénomène d'ondes qui glissent le long de la surface (ondes rampantes) et qui sont éjectées tangentiellement le long de la surface vers la zone d'ombre (figure 6.7).

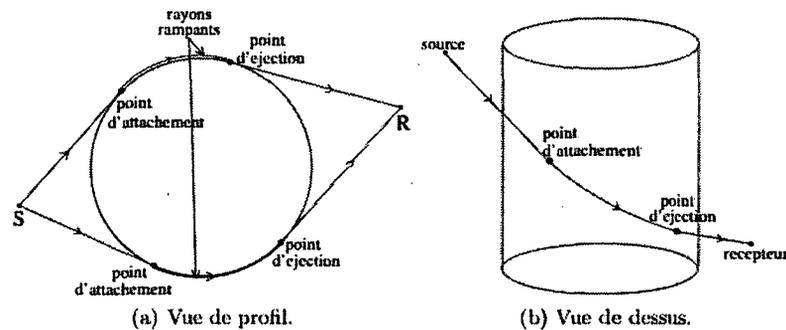


Figure 6.7. Ondes rampantes à la surface d'un objet et ondes diffractées ([Vermet, 2010])

Comme le précise Vermet ([Vermet, 2010]), l'intégration du calcul des ondes rampantes sur les surfaces courbes est très difficile. Dans le cas où le trajet entre la source et le receveur est connu, il est possible de calculer la géodésique le long de la surface courbe par une méthode d'optimisation. Cependant, le chemin du rayon ou du faisceau n'étant pas connu par avance (principe du lancé de rayon qui est la recherche de tous les chemins possibles au fur et à mesure des interactions rencontrées), son intégration au sein d'une solution globale ne s'avère pas possible. Vermet soumet donc l'idée d'utiliser non pas une surface courbe mais une approximation en quadrangles ou triangles permettant l'utilisation de la méthode décrite précédemment et donc de calculer le trajet diffracté par une succession d'arêtes droites. Il traite ainsi plusieurs cas simple d'ondes rampantes en utilisant différents

coefficients de diffraction (Pathak et Kouyoumjian et Capolino et Albani) (voir figure 6.8). Il valide son approche à l'aide de résultats BEM 2D et 2,5D ainsi qu'avec des formules analytiques.

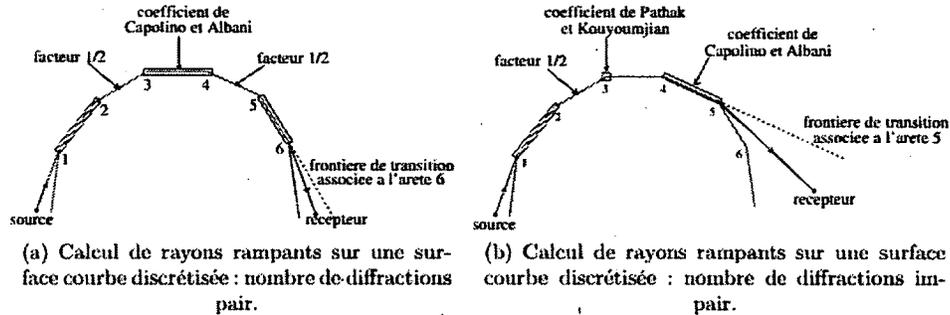


Figure 6.8 Méthode utilisée par Vermet pour le calcul de la pression diffractée par une surface courbe ([Vermet, 2010])

6.3.3 Notions de points critiques et de caustiques

Lorsque plusieurs rayons convergent dans une même région de l'espace, cette région peut devenir le siège d'une focalisation du champ caractérisée par des amplitudes infinies. L'enveloppe de ces rayons est appelée «caustique». Les échanges énergétiques ne s'effectuent plus seulement dans le sens des rayons (superposition d'ondes planes) mais aussi dans le plan perpendiculaire aux rayons. La figure 6.9 permet d'expliquer ce phénomène. A deux rayons incidents, correspondent deux cônes de diffraction. Dans le cas où les cônes de diffraction se coupent sur des courbes, on se trouve sur une zone appelée caustique.

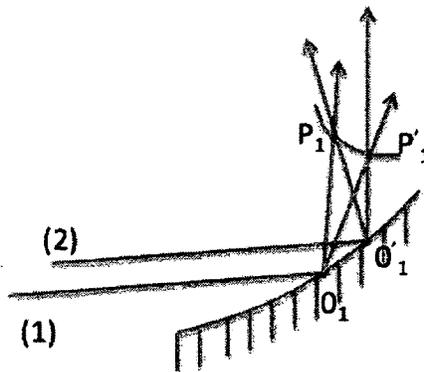


Figure 6.9 Points critiques et caustiques

Donc si le point considéré se trouve sur l'une des caustiques, l'amplitude du rayon tend vers l'infini. Certains auteurs ont introduit des facteurs de correction permettant d'éviter

les problèmes d'amplitudes infinies dans ces zones. La théorie de Pathak et Kouyoumjian, la théorie uniforme de la diffraction, permet de s'affranchir notamment de ce problème. La GTD a été utilisée par différents auteurs notamment par Agarwal et Dowling [Agarwal et Dowling, 2006], mais est surtout la base d'une méthode plus utilisée, la TUD qui corrige les différentes lacunes de la GTD.

6.4 La théorie uniforme de la diffraction

La Théorie Uniforme de la Diffraction (TUD) peut être vue comme une correction de la méthode de la théorie géométrique de la diffraction présentée précédemment. La méthode permet d'obtenir des solutions du problème de diffraction de Sommerfeld pour des cas relativement simples, contrairement à la GTD, qui elle s'appuie davantage sur des considérations physiques telles que le principe de Fermat et la conservation de l'énergie acoustique dans un cône de rayon. La TUD est donc une extension de la TGD. Elle permet notamment de résoudre les problèmes de discontinuité du champ diffracté. L'approche, développée par Pathak et Kouyoumjian, est beaucoup plus mathématique que physique. Elle repose sur la résolution d'une intégrale de fonction analytique contenant des zéros dans le plan complexe. Dans [Pathak et Kouyoumjian, 1974], on trouve le coefficient de diffraction D qui permet de corriger la GTD. Le coefficient D pour la diffraction par un écran semi-infini (figure 6.5) est le suivant :

$$D = -\frac{e^{j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \{D1 + D2 + D3 + D4\} \quad (6.14)$$

avec :

$$D1 = \cot \left(\frac{\pi + (\varphi - \varphi_s)}{2n} \right) F(kLa^+(\varphi - \varphi_s)) \quad (6.15)$$

$$D2 = \cot \left(\frac{\pi - (\varphi - \varphi_s)}{2n} \right) F(kLa^-(\varphi - \varphi_s)) \quad (6.16)$$

$$D3 = \cot \left(\frac{\pi + (\varphi + \varphi_s)}{2n} \right) F(kLa^+(\varphi + \varphi_s)) \quad (6.17)$$

$$D4 = \cot \left(\frac{\pi - (\varphi + \varphi_s)}{2n} \right) F(kLa^-(\varphi + \varphi_s)) \quad (6.18)$$

Avec F une fonction de transition définie par :

$$F(X) = 2j\sqrt{X}e^{jX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \quad (6.19)$$

Pathak et Kouyoumjian donne une approximation par un développement asymptotique de cette expression lorsque :

- X est petit :

$$F(X) \approx \left(\sqrt{\pi X} - 2Xe^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3}X^2e^{-j\frac{\pi}{4}} \right) e^{j(\frac{\pi}{4}+X)} \quad (6.20)$$

- X est grand :

$$F(X) \approx 1 + j\frac{1}{2X} - \frac{3}{4X^2} - j\frac{15}{8X^3} + \frac{75}{16X^4} \quad (6.21)$$

L un paramètre de distance dépendant du type d'onde (par exemple pour une onde sphérique incidente : $L = \frac{r_s r}{r_s + r} \sin^2 \beta$, r_s la distance entre la source et l'arête, r la distance entre l'arête et le receveur et β l'angle entre le rayon incident et la tangente à l'arête.

et

$$a^{\pm}(\gamma) = 2 \cos^2 \left(\frac{2\pi N^{\pm} - \gamma}{2} \right) \quad (6.22)$$

où N^{\pm} est un entier qui doit satisfaire les équations 6.23 et 6.24 :

$$2\pi n N^+ - (\gamma) = \pi \quad (6.23)$$

et

$$2\pi n N^- - (\gamma) = -\pi \quad (6.24)$$

Avec $\gamma = \varphi \pm \varphi_s$ et n le nombre de points de diffraction.

On peut noter que la fonction $F(X)$ va tendre vers 1 en hautes fréquences faisant ainsi tendre le champ diffracté vers l'expression 6.13 du champ diffracté donnée par Keller. Ceci montre que la TGD est une approximation hautes fréquences de la TUD dans le cas des écrans minces semi-infinis. Dans le cas d'un écran semi-infini sur sol réfléchissant (figure 6.10), on doit réécrire la solution de Sommerfeld avec de nouvelles conditions aux limites et effectuer à nouveau les approximations afin d'obtenir une solution ([Chévret et

Chatillon, 2010]). Dans ce cas particulier, on obtient l'apparition des images de la source et du récepteur.

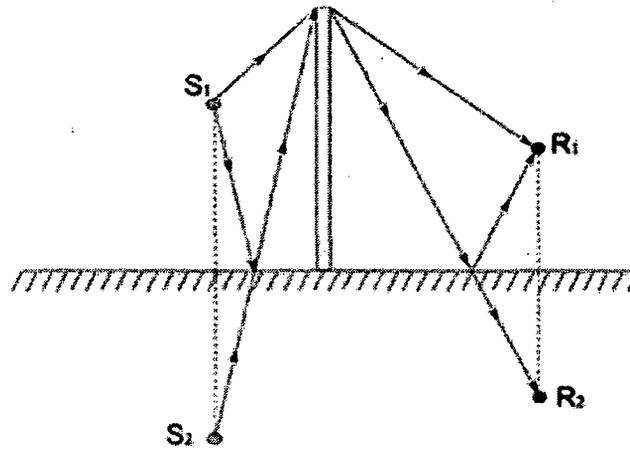


Figure 6.10 Diffraction par un écran posé sur un sol parfaitement réfléchissant

Le champ diffracté s'écrit de cette façon :

$$P_{diff,tot} = P_{diff}(k, r_1, s_1) + P_{diff}(k, r_1, s_2) + P_{diff}(k, r_2, s_1) + P_{diff}(k, r_2, s_2) \quad (6.25)$$

Avec : r_1, r_2, s_1, s_2 les distances entre les sources et leurs images et P_{diff} le champ de pression calculé à l'aide de la relation 6.12 et 6.14.

Cette méthode de traitement de la diffraction permet d'améliorer la méthode proposée par Keller et de l'utiliser dans un code de lancer de rayon ou de faisceau. Elle permet de calculer l'amplitude du champ diffracté après propagation du rayon. Cette méthode est utilisée notamment par le CSTB dans son code ICARE ([Noé et Vernet, 2010]) mais aussi par INRS dans son code RAYPLUS ACOUSTIQUE ([Chevret et Chatillon, 2010]).

6.5 La théorie de Kurze et Anderson

Kurze et Anderson ont formulé une équation qui permet de déterminer l'atténuation due à un écran semi-infini entre un point source et un receveur. Cette équation est obtenue à partir de diverses théories (Fresnel, Rathe, Keller) ainsi qu'à partir de résultats expérimentaux (courbe de Maekawa). Elle permet donc de prendre en compte la diffraction en cherchant le plus court chemin entre une source et un receveur derrière un écran fini. Ce chemin passe par l'arête ou les arêtes de l'écran (point de diffraction D sur la figure 6.11).

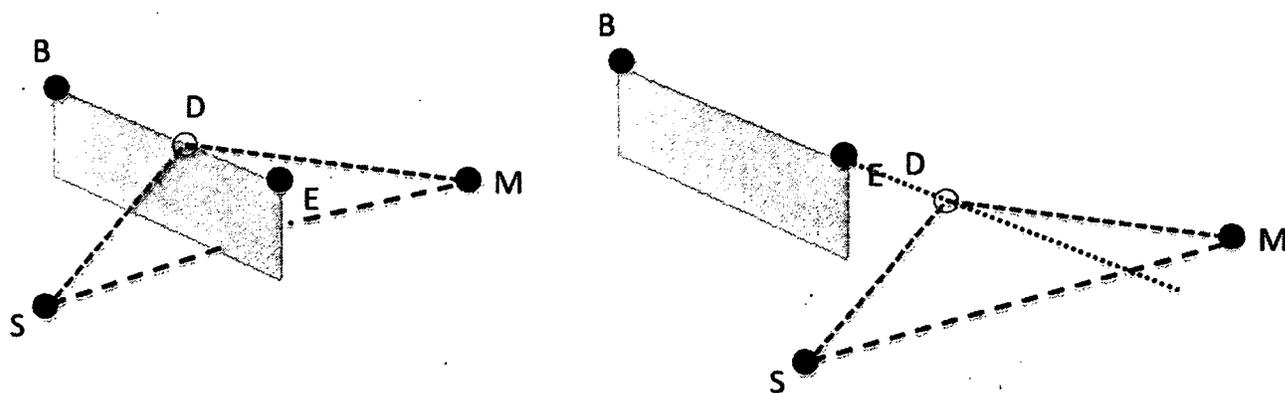


Figure 6.11 à gauche : D sur $[BE]$ donc chemin de diffraction valide, à droite : D extérieur à $[BE]$ donc chemin de diffraction non valide

Le code RAYNOISE du LMS utilise cette méthode et l'utilisateur doit préalablement définir des arêtes de diffraction dans la géométrie définie. Le code cherche ensuite les chemins de diffraction qui respectent certaines conditions :

- Le point de diffraction doit se trouver à l'intérieur du segment $[BE]$ (voir figure-cidessus)
- Le receveur doit se trouver dans la zone d'ombre de l'écran
- Pas de réflexion ou d'autre diffraction avant le point de diffraction D

La contribution énergétique du rayon diffracté est calculée à l'aide de la formule de Kurze-Anderson.

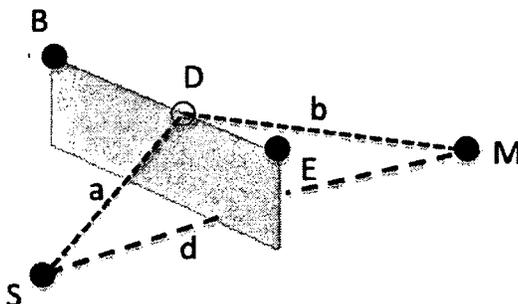


Figure 6.12 $a = \text{distance}(S,D)$, $b = \text{distance}(D,M)$, $d = \text{distance}(S,M)$

D'après [Lieber, 2000], l'atténuation due à l'écran est donnée par la formule suivante :

$$\Delta L_B = \begin{cases} 5 + 20 \log_{10} \left(\frac{\sqrt{2\pi N}}{\tanh(\sqrt{2\pi N})} \right) & \text{pour } N \geq 0 \\ 5 + 20 \log_{10} \left(\frac{\sqrt{2\pi |N|}}{\tan(\sqrt{2\pi |N|})} \right) & \text{pour } -0.2 \leq N < 0 \\ 0 & \text{pour } N < -0.2 \end{cases} \quad (6.26)$$

Avec N le nombre de Fresnel : $N = 2 \frac{a+b-d}{\lambda}$ et λ la longueur d'onde.

A partir de cette atténuation, Muradali et Fyfe ([Muradali et Fyfe, 1998]) déterminent la pression pour chaque chemin de diffraction pour une géométrie 3D :

$$p_i = \frac{d_i}{d_0} \left(\frac{d(1 - \cot(\frac{1}{2}(\theta - \alpha)))}{2\pi(a+b)\sqrt{\frac{N}{2} \left(1 + \frac{d}{a+b}\right)}} \right) e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkd_i}}{d_i} \quad (6.27)$$

avec : θ l'angle entre le rayon diffracté et la normale à l'écran et α l'angle entre le rayon incident et la normale à l'écran (voir figure 6.5). L'indice 0 fait référence au chemin direct (source au receveur sans écran) et l'indice i au chemin considéré.

Dans le cas où il existe plus d'un chemin de diffraction valide (cf. figure 6.13), l'ensemble des contributions doivent être sommées pour obtenir la pression au receveur (sommation cohérente ou non-cohérente) ou l'atténuation totale. Les formules 6.8 et 6.9, présentées dans la théories de Sommerfeld, permettent de les calculer.

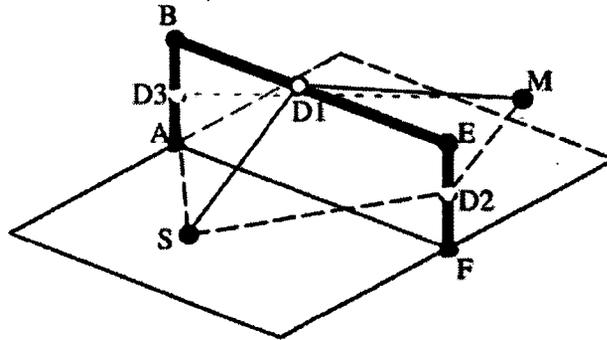


Figure 6.13 Plusieurs chemin de diffraction autour de l'écran

Dans le cas plus complexe où l'on veut prendre en compte plusieurs diffractions successives (ordre de diffraction supérieur à 1), [LMS, 2007] propose d'utiliser une méthode dite d'écran équivalent. Seul le dernier point de diffraction est pris en compte : le rayon dans ce cas précis peut couper d'autres géométries (figure 6.14).

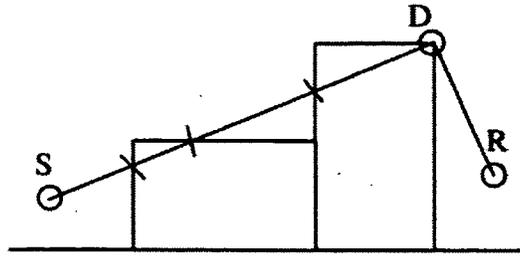


Figure 6.14 Approximation par une diffraction du premier ordre

Les équations de Kurze et Anderson sont utilisées notamment par le LMS dans son code RAYNOISE et par la NASA dans son code ANOPP développé par Lieber et Brown ([Lieber, 2000]).

6.6 La théorie de Lam-Fresnel

Parmi toutes les théories existantes dans la littérature pour calculer l'atténuation due par un plan semi-infini, la courbe empirique de Maekawa's demeure la plus simple. Dans son article ([Lam, 1994]), Lam utilise la courbe de Maekawa ainsi que le nombre de Fresnel pour donner une expression de l'atténuation par un plan de taille finie (voir figure 6.15).

$$\Delta L(dB) = M_1 + 10 \log_{10} \frac{1 + 2 \frac{d_0}{d_r} \cos(\pi N_r) + \left(\frac{d_0}{d_r}\right)^2}{\sum_{i=1}^8 \sum_{m=1}^8 \frac{10^{-M_i/20}}{10^{-M_1/20}} \frac{10^{-M_m/20}}{10^{-M_1/20}} \cos[\pi(N_i - N_m)]} \quad (6.28)$$

où M_1 est l'atténuation pour un écran semi-infini (déterminée à partir de la courbe de Maekawa), N_i et M_i correspondent au nombre de Fresnel et l'atténuation, prise sur la courbe de Maekawa, pour le i ème chemin. L'indice d_0 fait référence au chemin direct (source au receveur sans écran) et l'indice d_r au chemin d'ordre 2 (entre la source-image et le receveur). La courbe de Maekawa peut-être représentée par les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} M &= 20 \log_{10} \frac{2\pi\sqrt{\frac{N}{2}}}{\tanh(\pi\sqrt{\frac{N}{2}})} & (N < 1) \\ M &= 10 \log_{10}(20N) & (N \geq 1) \end{aligned} \quad (6.29)$$

Le nombre de Fresnel est donnée par $N = 2 \frac{a+b-d}{\lambda}$ avec λ la longueur d'onde.

Dans leur article, Muradali et Fyfe ([Muradali et Fyfe, 1998]) déterminent la pression due à chaque chemin de diffraction :

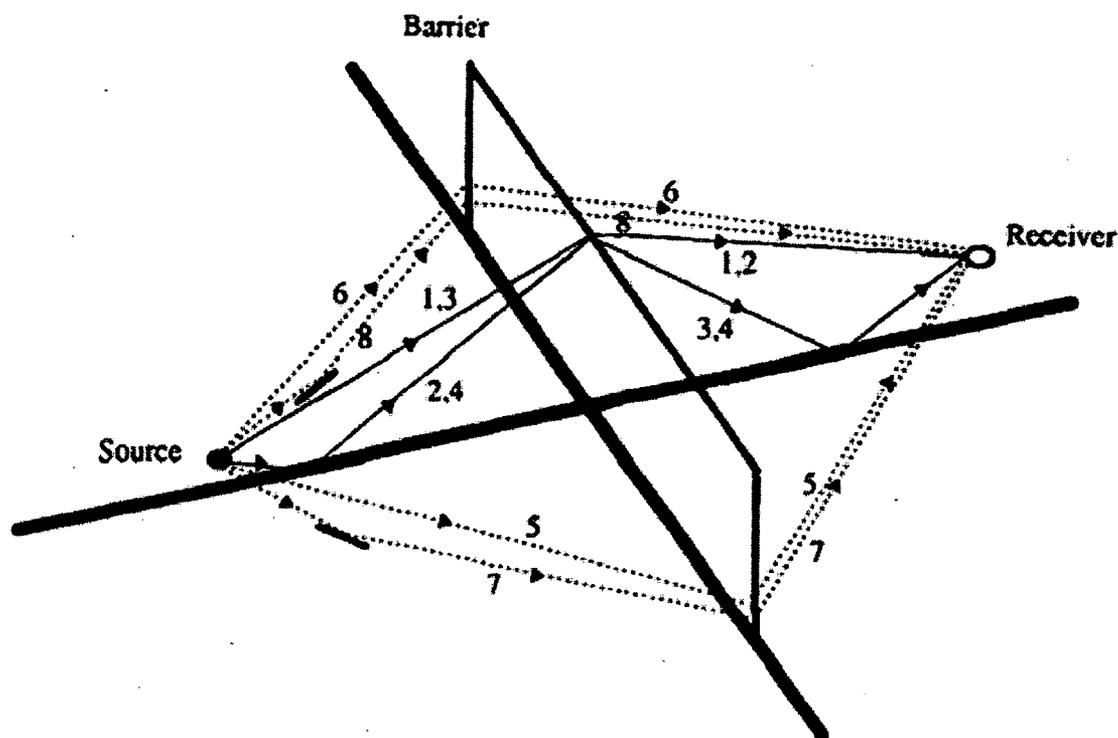


Figure 6.15 Chemins de diffraction pour un écran en 3D

$$p_i = A_i e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{e^{-jkd_i}}{d_i} \quad (6.30)$$

avec A_i un terme d'amplitude déterminé par :

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{d_i}{d_0} \left(\frac{\tanh(\pi\sqrt{\frac{N}{2}})}{2\pi\sqrt{\frac{N}{2}}} \right) & (N < 1) \\ A_i &= \frac{d_i}{d_0} \left(\frac{1}{\sqrt{20N}} \right) & (N \geq 1) \end{aligned} \quad (6.31)$$

6.7 La théorie de Pierce

Pierce présente dans son livre ([Pierce, 1981]), une méthode d'intégrale de contour pour calculer la pression diffractée ou encore l'atténuation (la perte par insertion) due à la diffraction par un coin d'angle extérieur β_0 .

Nous présentons les différentes étapes du calcul.

On introduit tout d'abord une variable $\nu = \frac{\pi}{\beta_0}$ (supérieure ou égale à 1/2 et une fonction R , où

$$R = \sqrt{(r^2 + r_s^2)} \quad (6.32)$$

R représente la distance en champ libre entre la source et le receveur (voir figure 6.16).

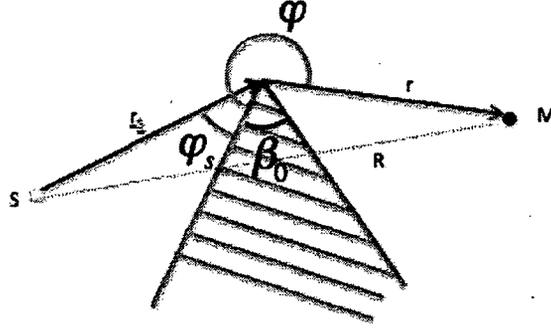


Figure 6.16 Géométrie de la théorie de Pierce pour la diffraction par un coin

Ceci nous donne la fonction de Green :

$$G = \frac{1}{R} e^{jkR} \quad (6.33)$$

$R(\varphi - \varphi_s)$ représente la distance directe entre la source et le receveur. En l'absence de coin, la pression serait : $p = \hat{S}G(\varphi - \varphi_s)$ avec \hat{S} l'amplitude de la source (monopole).

La fonction de Green satisfait à l'équation de Helmholtz, de sorte que le principe de superposition nécessite une intégrale de contour de la forme :

$$p = \hat{S} \int_C f G(\varphi) d\varphi \quad (6.34)$$

pour satisfaire l'équation de Helmholtz, le contour C indépendant de la position et la fonction f donné.

Pierce donne une première expression de la pression diffractée en utilisant une approximation asymptotique :

$$\hat{p}_{diff} = \hat{S} \frac{e^{jkL} e^{j\frac{\pi}{4}}}{L \sqrt{2}} \sum_{+,-} \frac{\sin \nu\pi}{\sqrt{1 - \cos \nu\pi \cos \nu(\varphi \pm \varphi_s)}} A_d(\Gamma M_\nu(\varphi \pm \varphi_s)) \quad (6.35)$$

Avec : $L = (r + r_s)^2$

$$M_\nu(\varphi) = \frac{\cos \nu\pi - \cos \nu\varphi}{\nu\sqrt{(1 - \cos \nu\pi \cos \nu\varphi)}} \text{ et } \Gamma = \sqrt{\frac{krr_s}{\pi L}}$$

$A_D(X)$ l'intégrale de diffraction donnée par :

$$A_D(X) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u^2}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}X - e^{-j\frac{\pi}{4}u}}} du = \left(\frac{1-j}{2}\right) e^{-j\frac{\pi}{2}X^2} \{ \text{sign}(X) - (1-j)[C(X) + jS(X)] \}$$

Avec $C(X)$ et $S(X)$ les intégrales de Fresnel données par les relations suivantes :

$$C(X) = \int_0^X \cos \frac{\pi}{2} t^2 dt \quad (6.36)$$

$$S(X) = \int_0^X \sin \frac{\pi}{2} t^2 dt \quad (6.37)$$

Finalement, si l'on considère que la quantité $M_\nu(\varphi \pm \varphi_s)$ n'est pas petite en module, l'intégrale de diffraction $A_D(X)$ peut être approximée par sa forme asymptotique $\frac{1}{\pi X}$ et l'expression de la pression diffractée se réduit à :

$$\hat{p}_{diff} = \frac{\hat{S}}{2\beta_0} \sqrt{\frac{2\pi}{kLrr_s}} e^{j(kL+\pi/4)} D_\nu(\varphi, \varphi_s) \quad (6.38)$$

Avec :

$$D_\nu(\varphi, \varphi_s) = \frac{\sin \nu\pi}{\cos \nu\pi - \cos \nu(\varphi + \varphi_s)} + \frac{\sin \nu\pi}{\cos \nu\pi - \cos \nu(\varphi - \varphi_s)} \quad (6.39)$$

L'atténuation peut être facilement calculée en calculant la différence entre la pression diffractée et la pression incidente sur l'arête (formule 6.7).

Cette théorie est utilisée par Chu et Stanton ([Chu et Stanton, 2007]) qui s'en servent pour calculer la diffraction par une arête à des ordres élevés. [Rousset, 2011] s'en sert aussi pour valider son code GA3D. Enfin, [Dougherty, 1996] utilise cette même méthode pour intégrer la diffraction à son code RDIFF qui permet de simuler le bruit dans une nacelle en 3D.

6.8 Double Diffraction

Le problème de la double diffraction (exemple de géométrie sur la figure 6.17) est résolu pour la première fois à l'aide de la théorie spectrale de la diffraction (TSD). Cette théorie

fut présentée par [Rahmatt Samii et Mittra, 1977b]. La méthode consiste à trouver la solution pour une onde plane dans le domaine spectral. Le champ diffracté est représenté par une décomposition en spectre d'onde plane avec un coefficient de diffraction jouant le rôle de poids des spectres d'ondes planes. Il traite le cas d'une onde plane incidente sur un demi-plan, mais aussi le cas de la diffraction d'une onde plane sur 2 plaques infinies et parallèles entre elles ([Rahmatt Samii et Mittra, 1977a]).

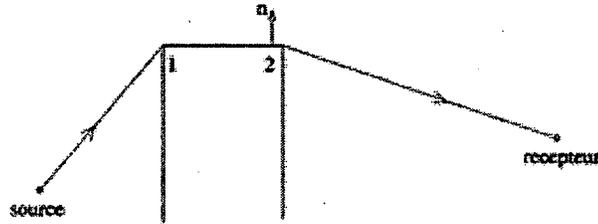


Figure 6.17 Double diffraction par un plateau

Michaëli ([Michaëli, 1985]) utilise la théorie physique de la diffraction présentée par [Ufimtsev, 2007], pour résoudre le problème de la double diffraction d'une onde plane sur 2 dièdres dont les arêtes sont parallèles. Cependant, sa méthode n'est valide que pour des arêtes parallèles en se plaçant en champ lointain (ondes planes). Enfin ce sont les travaux de Capolino et Albani ([Capolino *et al.*, 1997b]) qui permettent de s'affranchir des hypothèses précédentes et ainsi de pouvoir traiter l'ensemble des cas (du moment que les arêtes se trouvent dans un même plan). [Vermet, 2010] utilise la méthode développée par Capolino et Albani. Les paramètres, utilisés dans les formules qui suivent, sont détaillés dans la figure ci-dessous :

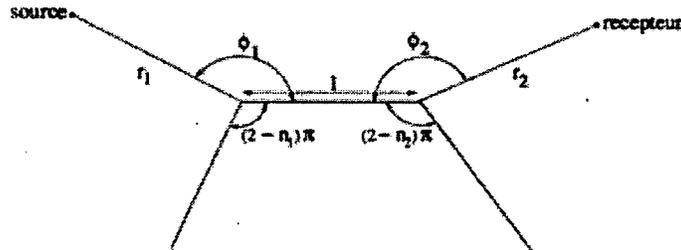


Figure 6.18 Géométrie du problème de la théorie de Capolino et Albani ([Vermet, 2010])

La pression reçue par le récepteur R est donnée par l'expression suivante :

$$p(R) = A(r_1, l, r_2) \cdot \frac{e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} D_{12}^h \quad (6.40)$$

Où D_{12}^h correspond au coefficient de double diffraction associé au plateau rigide et $A(r_1, l, r_2)$ un facteur de divergence le long du trajet. Dans notre cas, le coefficient A vaut :

$$A(r_1, l, r_2) = \sqrt{\frac{r_1}{lr_2(r_1 + l + r_2)}} e^{-jk(l+r_2)} \quad (6.41)$$

L'expression de D_{12}^h est donnée dans [Vermet, 2010] pour le cas plus simple de la double diffraction par un plateau droit (arêtes parallèles entre elles) :

$$D_{12}^h = \frac{1}{4\pi jk} \sum_{p=0}^2 \sum_{q=0}^2 \frac{(-1)^{p+q}}{n_1 n_2} \cot\left(\frac{\phi_1^p}{2n_1}\right) \cot\left(\frac{\phi_2^q}{2n_2}\right) T(a_p, b_q, \omega) \quad (6.42)$$

Avec : T une fonction de transition définie par :

$$T(a, b, \omega) = \frac{2\pi j a b}{\sqrt{1-\omega^2}} \left\{ G\left(a, \frac{b+\omega a}{\sqrt{1-\omega^2}}\right) + G\left(b, \frac{a+\omega b}{\sqrt{1-\omega^2}}\right) + G\left(a, \frac{b-\omega a}{\sqrt{1-\omega^2}}\right) + G\left(b, \frac{a-\omega b}{\sqrt{1-\omega^2}}\right) \right\} \quad (6.43)$$

Où G est l'intégrale de Fresnel généralisée et définie par :

$$G(x, y) = \frac{y}{2\pi} e^{jx^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-jt^2}}{t^2 + y^2} dt \quad (6.44)$$

Et les arguments de la fonction de transition sont :

$$a_p = \sqrt{2k \frac{r_1 l}{r_1 + l}} \sin\left(\frac{\phi_1^p - 2n_1 N_p \pi}{2}\right) \quad (6.45)$$

$$b_q = \sqrt{2k \frac{r_2 l}{r_2 + l}} \sin\left(\frac{\phi_2^q - 2n_2 N_q \pi}{2}\right) \quad (6.46)$$

Et

$$\omega = \sqrt{\frac{r_1 r_2}{(r_1 + l)(r_2 + l)}} \quad (6.47)$$

$$\phi_1^p = \phi_1 + (-1)^p \pi \quad (6.48)$$

$$\phi_2^q = \phi_2 + (-1)^q \pi \quad (6.49)$$

Dans 6.45 et 6.46, les coefficients N_p et N_q sont les entiers vérifiant les relations suivantes :

$$2\pi n_1 N_p - \phi_1^p = 0 \quad (6.50)$$

$$2\pi n_2 N_q - \phi_2^q = 0 \quad (6.51)$$

[Vermet, 2010] combine l'utilisation de ces équations avec d'autres théories comme la UTD de Pathak et Kouyoumjian et compare avec une méthode classique ou encore une méthode BEM pour différentes configurations (plateau droit avec récepteur dans la zone de transition de la deuxième arête, plusieurs plateaux successifs, par 2 plateaux qui forment un sommet triangulaire, sur un cylindre représenté à l'aide de facette plane et par un coin d'arête).

6.9 Conclusion

Parmi toutes les théories présentées, nous avons implémenté et comparé dans le chapitre suivant les théories de Lam-Fresnel, Pierce et la UTD. La GTD et la théorie de Kurze et Anderson n'ont pas été choisis car ce sont respectivement des approximations hautes fréquences de la UTD et de Lam-Fresnel. La théorie de Sommerfeld est équivalente à la GTD. La méthode des équations intégrales (BEM) sera utilisée lorsque possible comme référence.

CHAPITRE 7

Implémentation et validation de la diffraction

Ce chapitre présente l'implémentation réalisée dans le code GA3DP pour prendre en compte le phénomène de diffraction et montre ensuite différentes validations du code pour des cas de diffraction.

7.1 Implémentation de la diffraction

Le code GA3DP permet de prendre en compte la diffraction d'ordre 1 (rayon non réfléchi qui arrive sur une arête diffractante et qui est propagé directement jusqu'au receveur). Pour arriver à cela, il faut préalablement que l'utilisateur définisse les arêtes pouvant être diffractantes (comme dans le code Raynoise du LMS). Ensuite, le code procède de la manière suivante :

1. Lors de la propagation des faisceaux dans l'espace d'étude, lorsque un faisceau devient incohérent (réflexion partielle sur un élément de la géométrie), si une arête diffractante se trouve à l'intérieur du faisceau, la portion intersectée est délimitée.

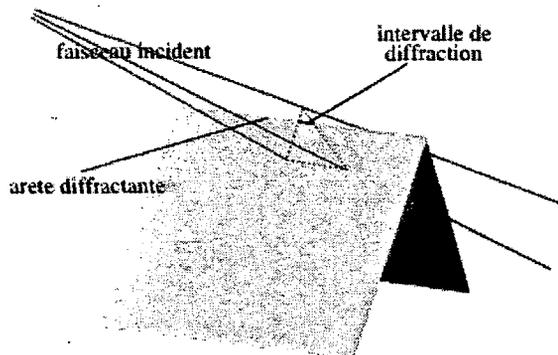


Figure 7.1 Délimitation de la portion d'arête intersectée

2. Une fois l'ensemble des faisceaux propagés, les morceaux intersectés appartenant à une même arête sont regroupés.
3. Par un algorithme d'optimisation les chemins les plus courts entre la source et le receveur passant par chacun des segments d'arêtes diffractantes (principe de Fermat) sont déterminés.

4. L'existence des chemins entre les points de diffraction et le receveur est vérifiée.

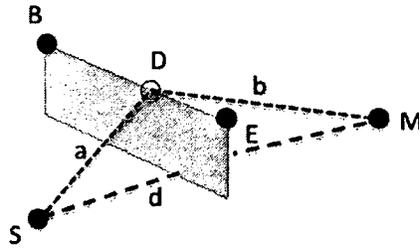


Figure 7.2 Détermination des chemins les plus courts

5. Calcul de la pression diffractée par chaque arête ou encore de l'atténuation due à l'obstacle connaissant les points de diffraction, les angles des rayons incidents (φ_s) et les angles des rayons diffractés (φ) à l'aide de différentes théories de diffraction (Kurze et Anderson, Lam-Fresnel, Pierce, GTD, UTD, Sommerfeld).

7.2 Validations numériques

La validation est faite en allant d'un cas simple à des cas beaucoup complexes en comparant les résultats obtenus par le code GA3DP utilisant les différentes théories de diffraction implémentées et ceux de la méthode d'éléments finis de frontières (BEM) obtenus soit avec le logiciel VA-One de ESI Group, soit avec NOVA FEM, le code du GAUS. Pour l'ensemble des résultats BEM, le maillage utilisé est de 4 éléments par longueur d'onde.

7.2.1 Cas 1 : Diffraction par une plaque carrée rigide

Dans le code GA3DP, les 4 arêtes de l'élément QUAD (noeud 1,2,3,4) sont définies comme diffractantes.

La plaque mesure 4m x 4m et est centrée en (2;2;0) dans le plan XY.

Position de la source : S (2; 2; -2).

Deux receveurs vont être placés dans la partie sombre et deux dans la partie éclairée :

1. Zone sombre :

- Receveur proche de la plaque : M1 (2; 2; 2)
- Receveur en champ lointain : M2 (3; 2; 50)

2. Zone éclairée

- Receveur sur le même axe que la source (écho) : M3 (2; 2; -10)
- Receveur excentré (pas de rayon réfléchi) : M4 (10; 5; -0.5)

La géométrie est représentée sur la figure 7.3 :



Figure 7.3 Géométrie du cas 1

Paramètres de l'étude :

- Domaine fréquentiel : 10 à 3000 Hz
- $\rho_0 = 1.213 \text{ kg/m}^3$ et $c_0 = 342.2 \text{ m/s}$
- Option source : 3 (maillage automatique)
- Pression de référence : $2e-5 \text{ Pa}$
- Nombre de réflexions maximal : 2

Résultats des comparaisons :

Les résultats des figures 7.4 et 7.5 montrent que le code GA3DP associé à une théorie de diffraction (Lam-Fresnel, Pierce ou UTD) donne des résultats assez proches de ceux de la méthode de référence BEM dans des cas de diffraction pure. La divergence de la solution BEM au delà de 1000 Hz est due à un maillage trop grossier pour monter au delà de cette fréquence. Pour le cas des receveurs se trouvant dans la zone éclairée (figures 7.6 et 7.7), le code permet de bien approcher la solution BEM. Les légères différences sont dues à la non-prise en compte de la diffraction par les bords de la plaque dans ces cas. Dans le cas d'une plaque infinie, les résultats auraient été similaires (partie 5).

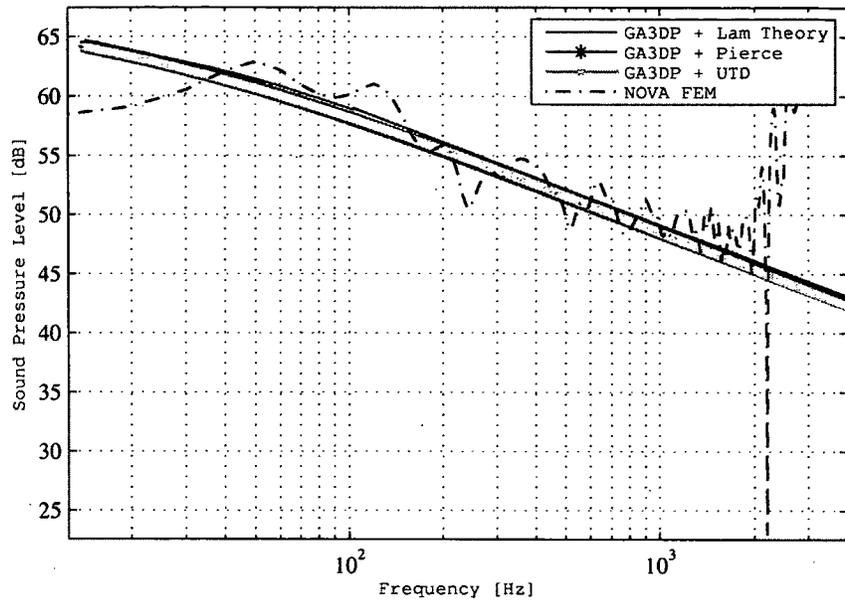


Figure 7.4 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (*), et la UTD (x) et la méthode BEM (--) pour le receveur M1

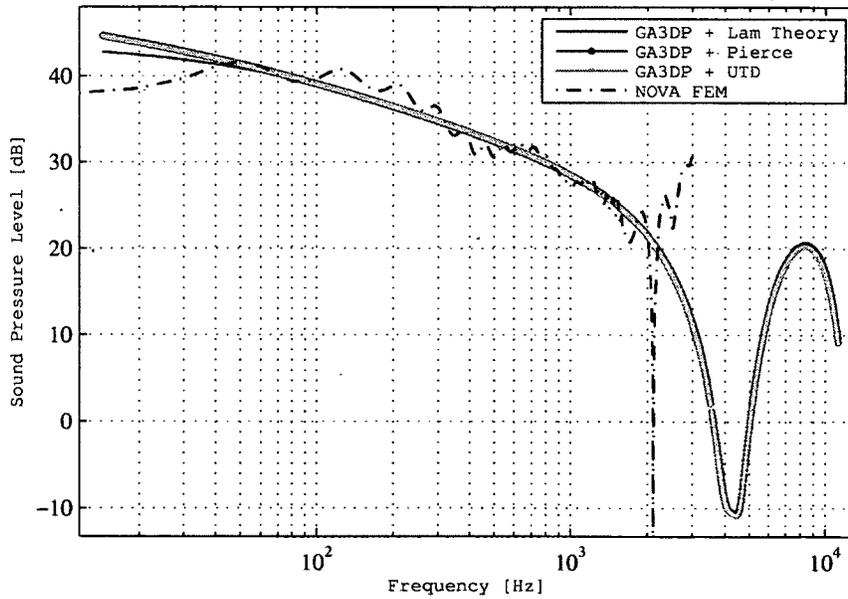


Figure 7.5 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (*), et la UTD (x) et la méthode BEM (--) pour le receveur M2

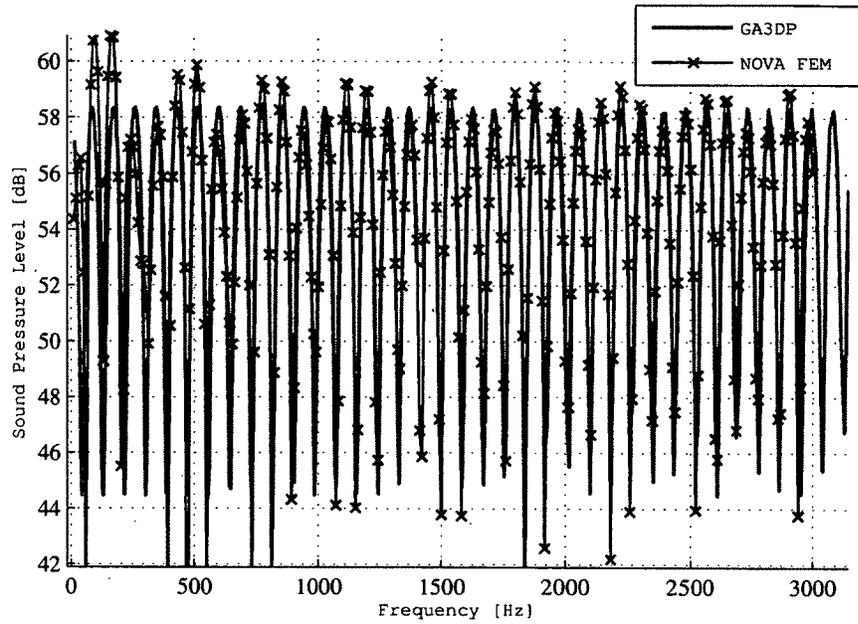


Figure 7.6 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (x) pour le receveur M3

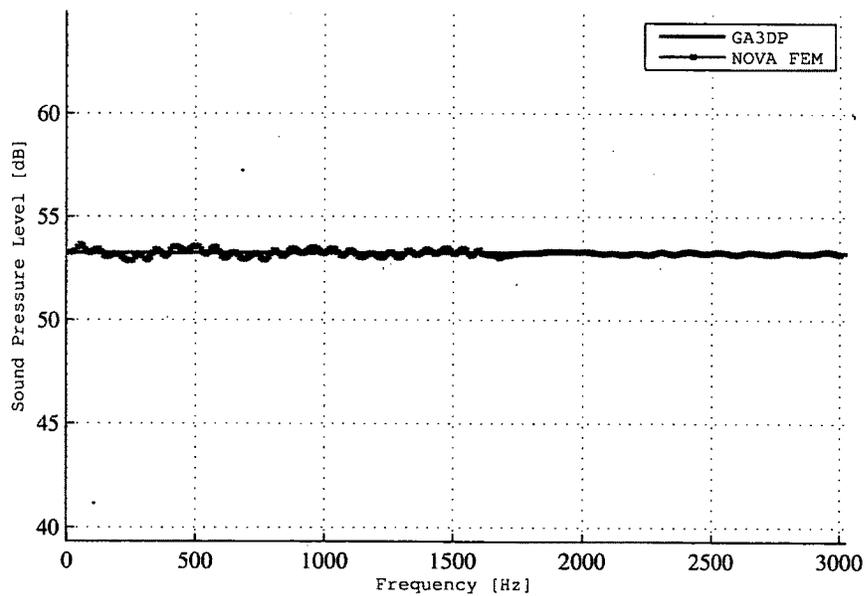


Figure 7.7 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (x) pour le receveur M4

7.2.2 Cas 2 : Diffraction par une plaque quelconque rigide (aile d'avion)

La géométrie est représentée sur la figure 7.8,

Comme précédemment, les 4 arêtes de l'élément QUAD (noeud 1,2,3,4) sont définies comme diffractantes.

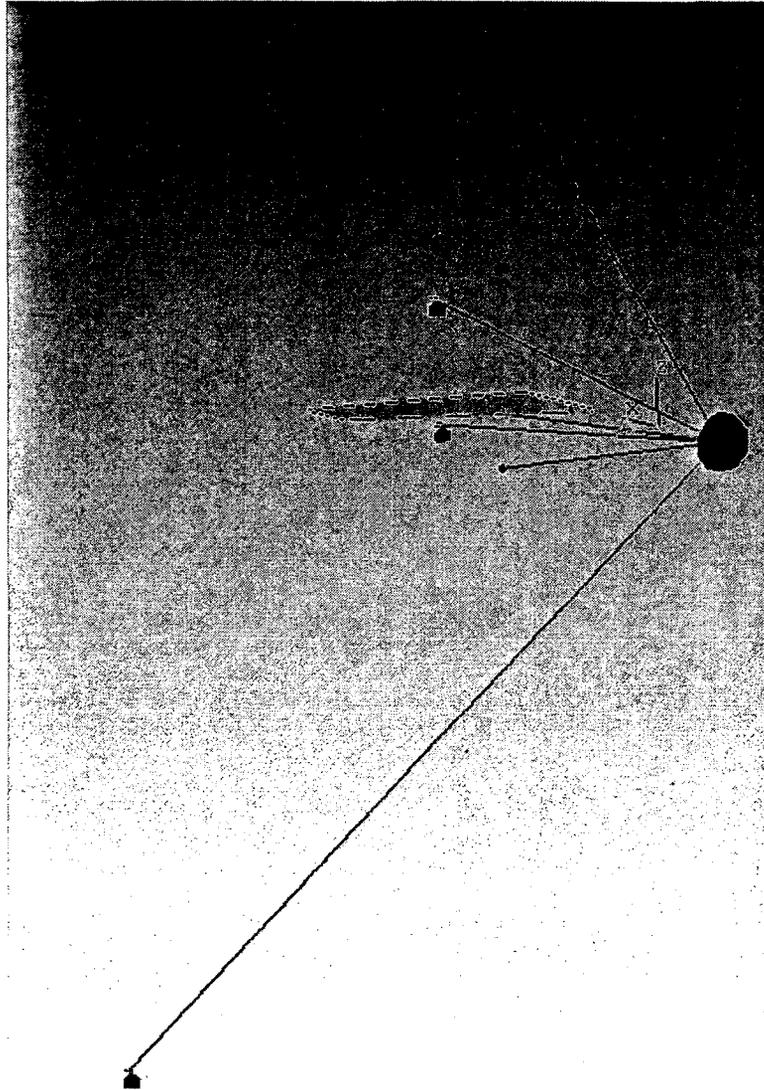


Figure 7.8 Géométrie du cas 2

Les coordonnées des noeuds de la plaque sont les suivantes :
(2.12;0;0);(4.39;0;0);(6.08;3.85;0);(4.93;3.85;0).

Position de la source : S (2.8; 1.7; -1).

Deux receveurs sont placés dans la partie sombre et deux dans la partie éclairée :

1. Zone sombre :

- Receveur proche de la plaque : M1 (5; 1.5; 2)
- Receveur en champ lointain : M2 (40; 1.7; 45)

2. Zone éclairée

- Receveur proche de la plaque : M3 (5; 1.5; -0.5)
- Receveur en champ lointain : M4 (16; 1.7; -15)

Paramètres de l'étude :

- Domaine fréquentiel : 10 à 2000 Hz
- $\rho_0 = 1.213 \text{ kg/m}^3$ et $c_0 = 342.2 \text{ m/s}$
- Option source : 3 (maillage automatique)
- Pression de référence : $2e-5 \text{ Pa}$
- Nombre de réflexions maximal : 2

Résultats des comparaisons :

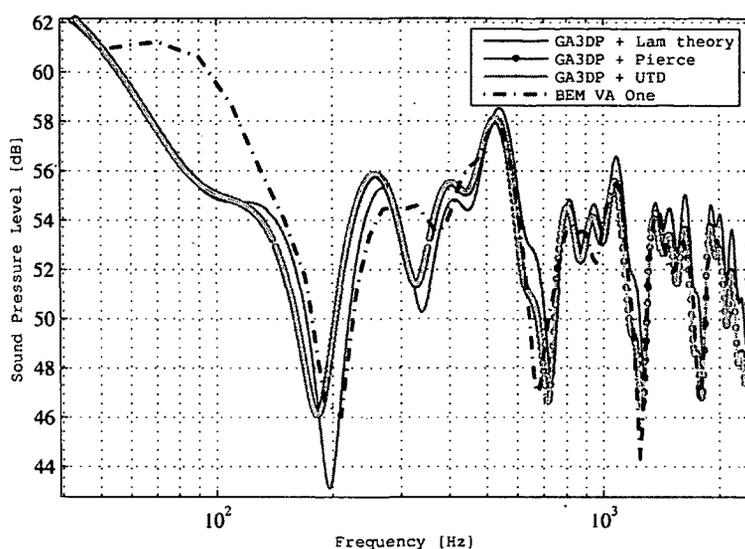


Figure 7.9 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (o), et la UTD (x) et la méthode BEM (--) pour le receveur M1

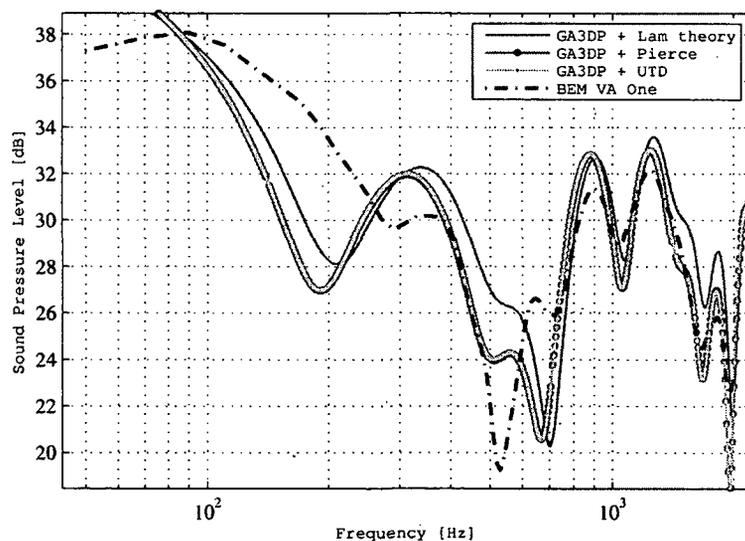


Figure 7.10 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux combinée avec la théorie de Lam-Fresnel (—), la théorie de Pierce (o), et la UTD (x) et la méthode BEM (--) pour le receveur M2

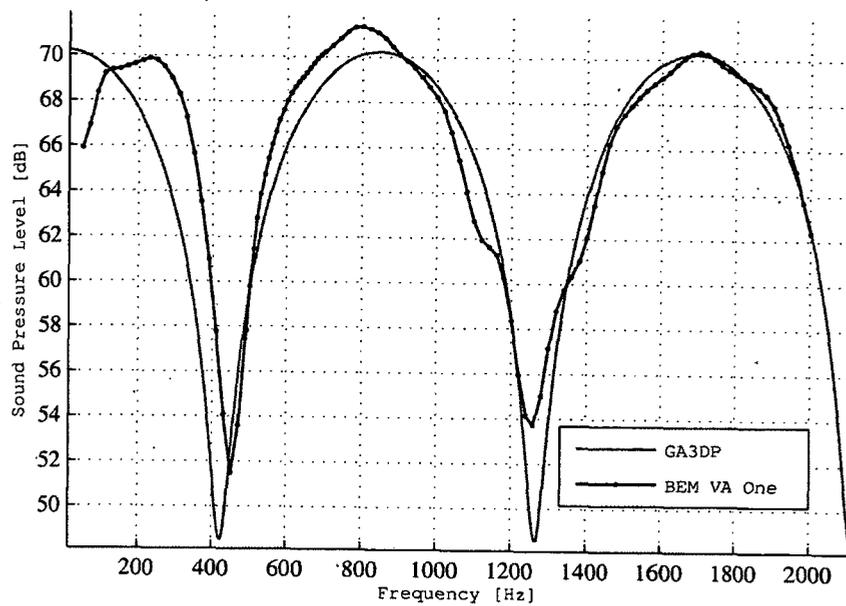


Figure 7.11 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M3

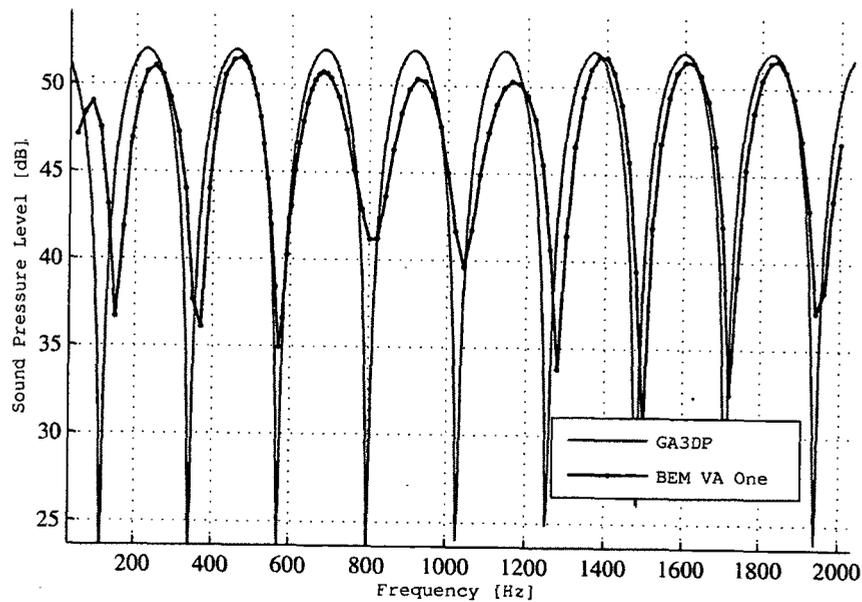


Figure 7.12 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M4

Les résultats ci-dessus montrent que pour les receveurs dans la zone d'ombre (diffraction) les solutions combinant la méthode de lancer de faisceaux (GA3DP) associée à une théorie de diffraction (Lam-Fresnel, Pierce, UTD) convergent vers la solution de référence BEM donnée par VA-One plus on monte en fréquences. En basses fréquences, les résultats sont plutôt moyens. La théorie de Pierce et la UTD donnent des résultats identiques alors que la théorie de Lam-Fresnel donne un résultat qui diffère légèrement.

Pour les receveurs dans la zone éclairée (pas de diffraction prise en compte), on remarque que pour le premier receveur (en champ proche), la solution converge assez bien vers la solution BEM. Pour le second (en champ lointain) par contre, on retrouve la même allure entre les 2 solutions (pas de déphasage) mais on a cependant une différence d'amplitude dans les creux et les pics. Ceci est dû à la non prise en compte de la diffraction sur les bords de l'aile. L'erreur n'est pas vraiment négligeable (M4 : 3 dB de différence quand on compare les courbes en 1/3 d'octave). Pour supprimer cet effet, il faudrait donc prendre en compte la diffraction dans les zones éclairées. Cependant les cas réalisés n'ont pas permis de valider ce phénomène.

7.2.3 Cas 3 : Diffraction + Rayons réfléchis

La géométrie est représentée sur la figure 7.13.

Encore une fois, les 4 arêtes des deux éléments QUAD sont définies comme diffractantes. On veut ici valider le fait que le code GA3DP prend en compte les rayons réfléchis sur la plaque du haut (plaque 2) ainsi que la diffraction par la plaque du bas (plaque 1).

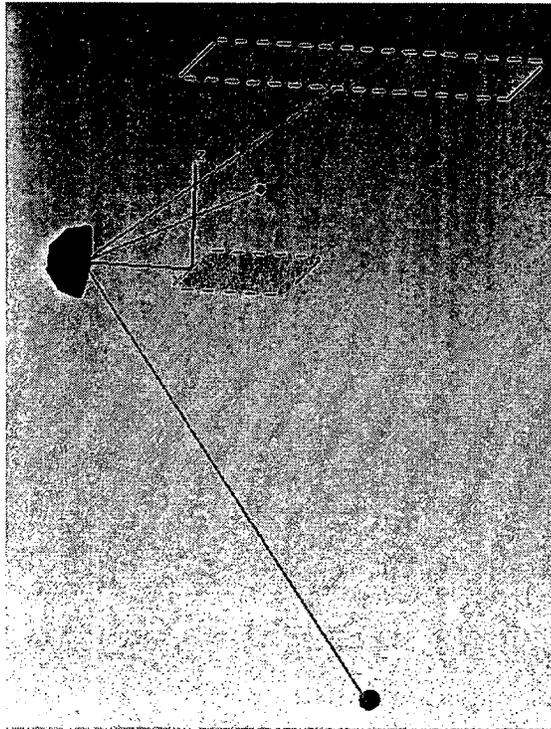


Figure 7.13 Géométrie du cas 3

La plaque 1 mesure 2mx1m et est centrée en (0;0.5;0) dans le plan XY. La plaque 2 mesure 2mx3m et est centrée en (0;1.5;2) dans le plan XY.

Position de la source : S (0; 0.6; 0.8).

Position du receveur : M (0; 1.75; -4).

Résultats des comparaisons :

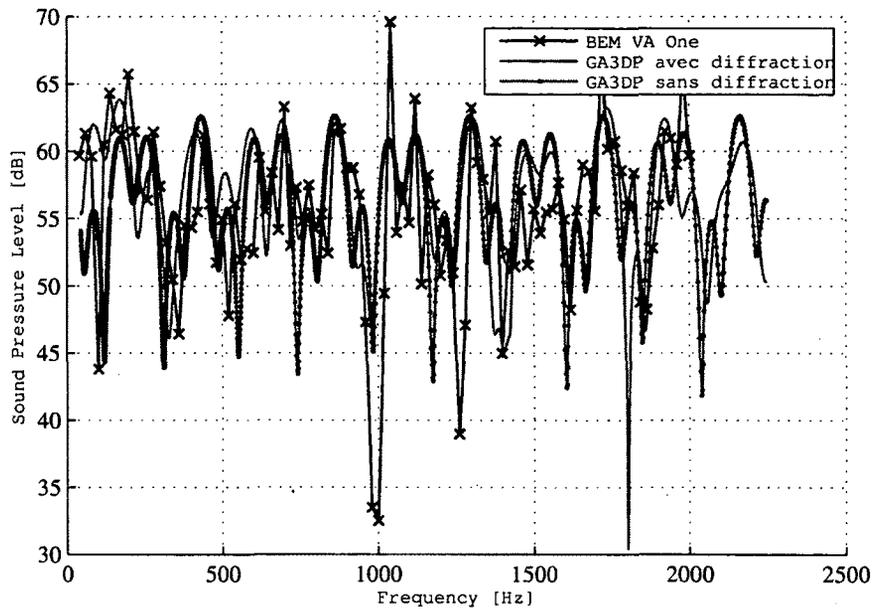


Figure 7.14 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (o) ou associée à la UTD (—) et la méthode BEM (— —)

La figure 7.14 montre que la prise en compte de la diffraction est peu importante sur le résultat global. En effet, les multiples réflexions entre les 2 plaques sont beaucoup plus importantes que l'effet de diffraction. La solution trouvée avec le code GA3DP associé à une théorie de diffraction (Pierce ou UTD) donne un résultat relativement bon par rapport à la solution BEM. Les différences peuvent être expliquées par la non-prise en compte de la diffraction des rayons réfléchis. Dans le cas où seul un rayon réfléchi serait convergent, la prise en compte de la diffraction serait beaucoup plus importante.

7.2.4 Cas 4 : Diffraction aile + stabiliseur d'avion

Le cas 4 est une géométrie plus complexe et plus réaliste qui a pour but de valider la prise en compte de la diffraction lorsque l'on a plusieurs éléments proches. En effet, cela permet de valider la détection des arêtes (détection partielle) et le calcul des points de diffraction.

La géométrie est représentée sur la figure 7.15 :

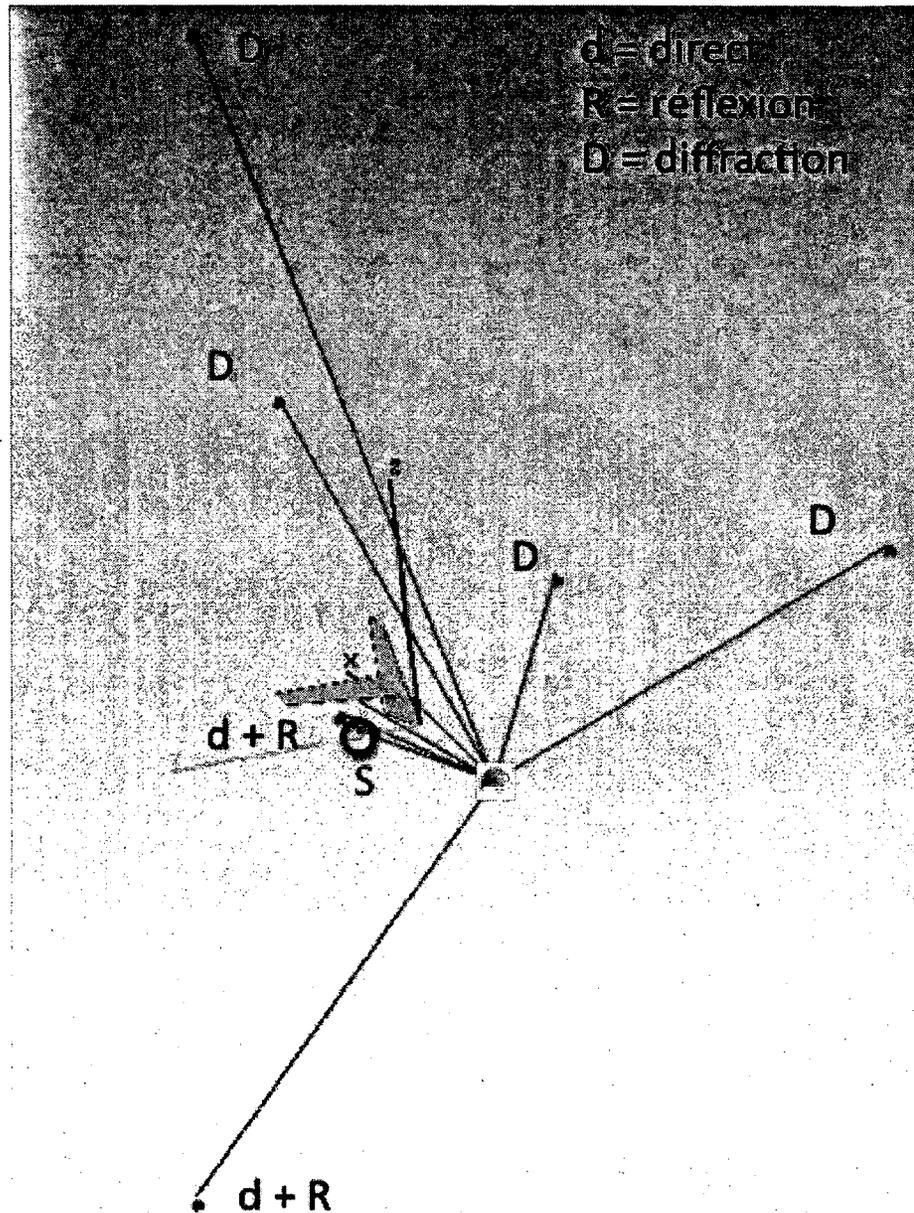


Figure 7.15 Géométrie du cas 4

Résultats des comparaisons :

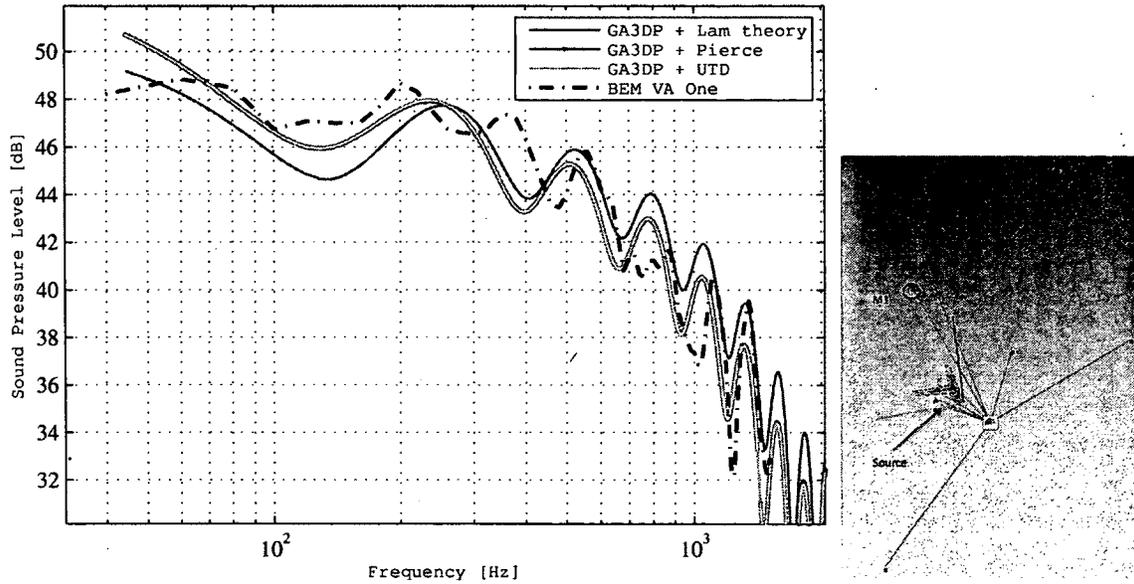


Figure 7.16 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M1

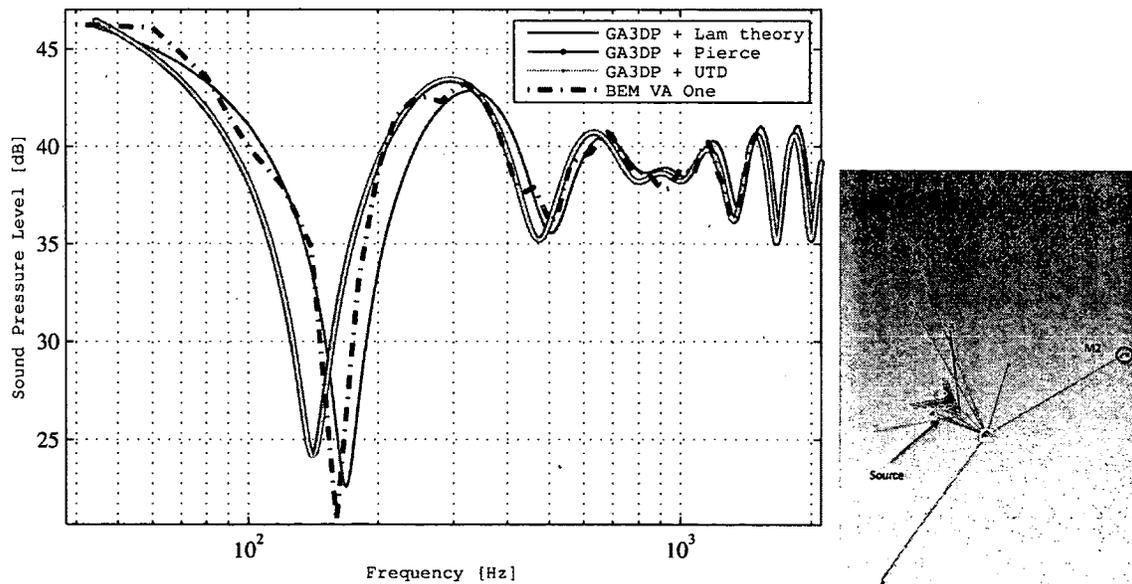


Figure 7.17 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2 \cdot 10^{-5} Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M2

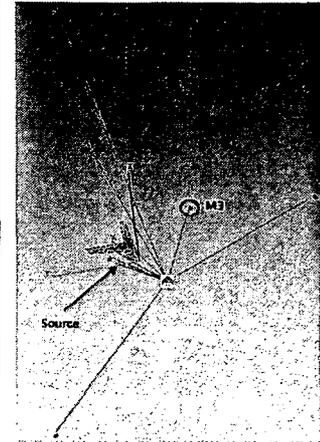
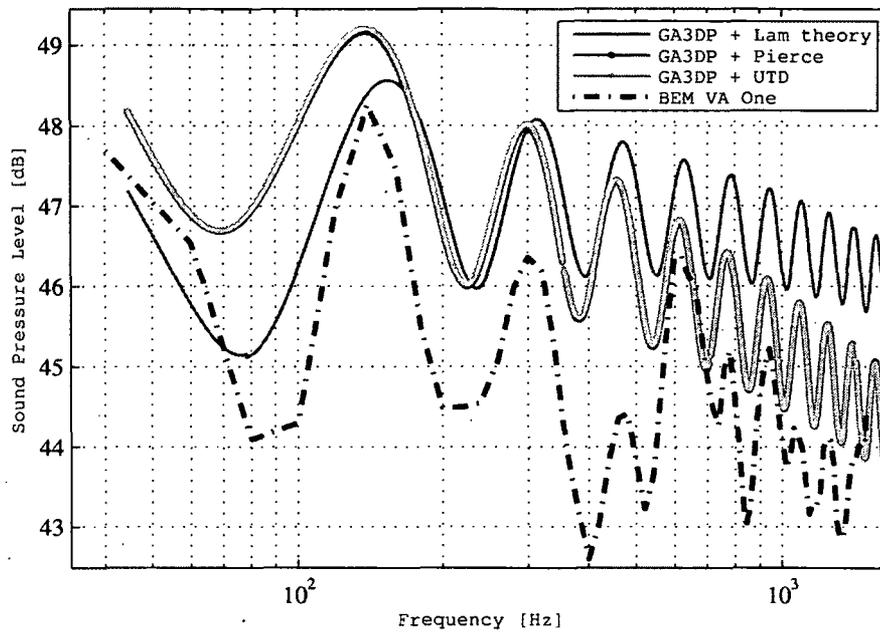


Figure 7.18 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M3

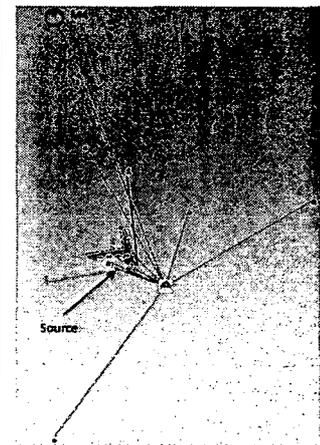
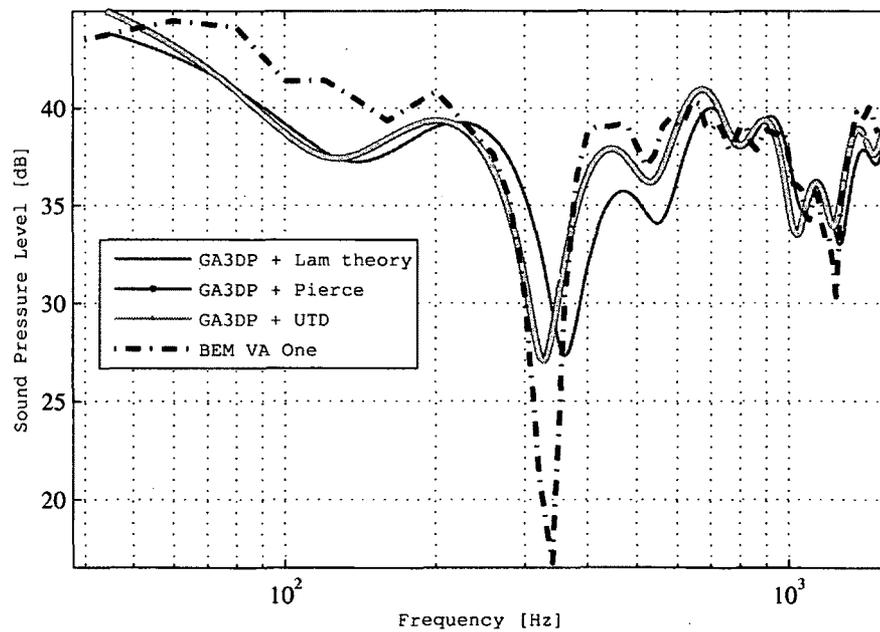


Figure 7.19 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ de la méthode de lancer de faisceaux associée à une théorie de diffraction et de la méthode BEM pour le receveur M4

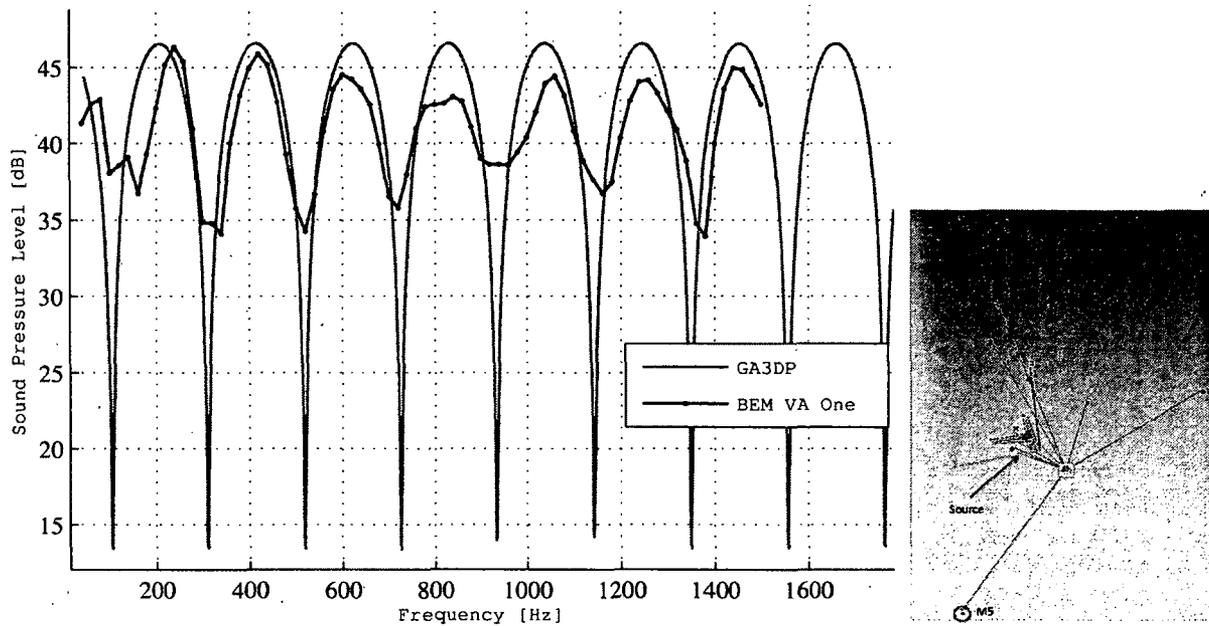


Figure 7.20 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M5

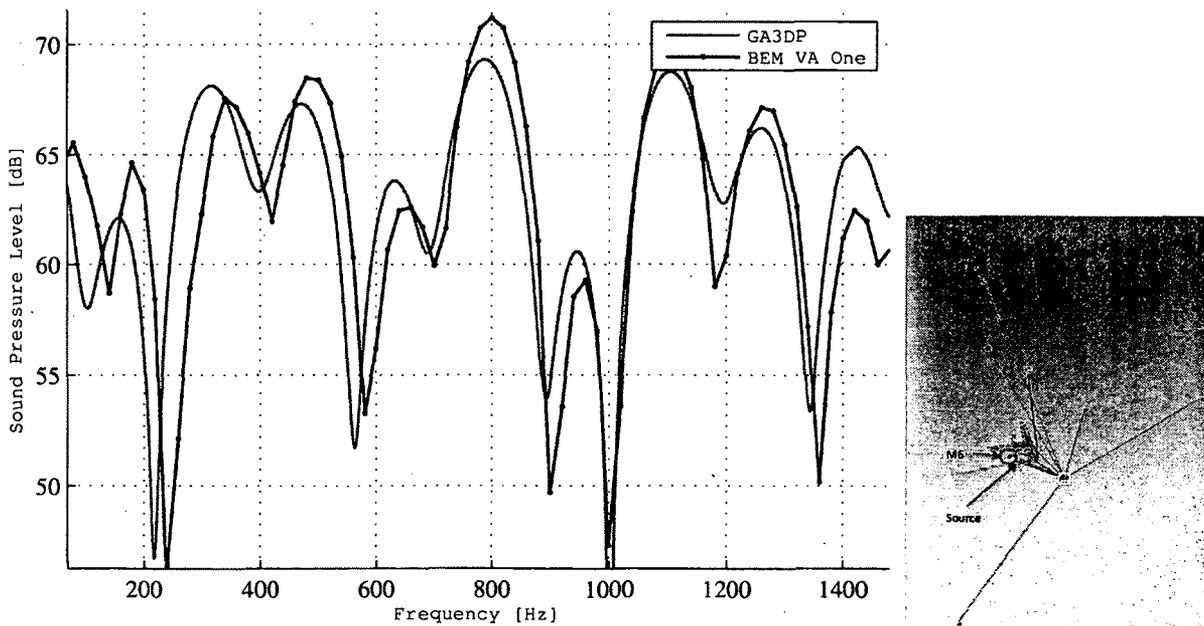


Figure 7.21 Comparaison du niveau de pression sonore en dB ref $2.10^{-5} Pa$ par la méthode de lancer de faisceaux seul (—) et la méthode BEM (o) pour le receveur M6

Les courbes des figures 7.16, 7.17 et 7.19 montrent que le code GA3DP associé à une théorie de diffraction donne des résultats assez proches de la solution BEM. Cependant on s'aperçoit que pour le receveur M3 (figure 7.18), on a un décalage du niveau de pression en amplitude. Cette différence peut être expliquée par la non-prise en compte de la diffraction par l'aile horizontale car le chemin entre le point de diffraction trouvé et le receveur n'existe pas. Cependant, de la diffraction à un ordre plus élevé doit aussi exister (diffraction + diffraction, réflexion + diffraction).

Comme pour les autres cas de validation, la diffraction dans les zones éclairées n'est pas prise en compte. Ceci explique les différences en amplitude entre la solution BEM et le code GA3DP (figure 7.20). Pour le dernier receveur (figure 7.21), 3 rayons sont convergents ce qui permet de rendre négligeable la diffraction par les bords des éléments. Le léger déphasage entre les 2 solutions est probablement dû à cet effet de diffraction.

7.2.5 Conclusion

L'ensemble des validations réalisées a montré que les théories implémentées donnent des résultats assez bons. Les théories de Pierce et de Pathak et Kouyoumjian (UTD) donnent des résultats identiques alors que la théorie de Lam-Fresnel est légèrement différente. C'est la UTD qui sera choisit par défaut dans le code GA3DP. Ensuite, on a vu l'importance de corriger l'effet de diffraction dans les zones «éclairées» pour de petites structures. Cependant cette effet n'est, pour l'instant, pas pris en compte dans le code. La théorie de Lam-Fresnel correspond à la théorie utilisée par la compagnie P&WC pour calculer des matrices d'atténuation due à des effets de masquage. Le chapitre qui suit, permet de montrer un exemple d'application industrielle du code. Dans cette application, on intègre au code une trajectoire (trajectoire de l'avion par exemple lors de sa phase d'approche).

CHAPITRE 8

Application à l'effet d'installation sur les bruits d'avion

Dans ce chapitre, nous présentons une application industrielle du code GA3DP. En effet, le code a été utilisé et comparé avec des résultats reçus par la compagnie Pratt & Whitney Canada. Six cas de validation représentant la propagation du bruit moteur vers un micro au sol avec effet de masquage des ailes et réflexion sur le fuselage ou sur une autre aile (ou aileron) ont ainsi été réalisés :

- Cas 1 : Masquage de l'aile lors de la phase d'approche ('shielding Approach')
- Cas 2 : Réflexion lors de la phase d'approche - moteur sous l'aile ('reflection Approach-engine below wing')
- Cas 3 : Masquage de l'aile pour une propagation latérale du bruit ('shielding Lateral')
- Cas 4 : Réflexion et masquage lateral : fuselage de l'avion + aile ('reflection & shielding Lateral-fuselage+wing')
- Cas 5 : Réflexion latéral et sur le fuselage : fuselage + moteur sous l'aile ('reflection Lateral - fuselage +engine below wing')
- Cas 6 : Réflexion et masquage lateral : fuselage + double aile ('reflection & shielding Lateral - fuselage + double wing')

Cependant, le code utilisé actuellement par P&WC permet uniquement de calculer l'atténuation due à la diffraction par les arêtes définies diffractantes. On ne va donc comparer ici que les cas 1,3,4,6 de la méthode de lancer de faisceaux avec le code EDSU de P&WC. Ce code prend en compte uniquement la diffraction.

L'atténuation est présentée en fonction de la position de l'avion (trajectoire de l'avion par exemple lors de sa phase d'approche (voir figure 1 du chapitre 1) pour chaque fréquence centrale en 1/3 d'octave (de 50 Hz à 10000 Hz). Les résultats sont moyennés en 1/3 d'octave.

Pour rappel, le code GA3DP prend en compte :

- La réflexion sur des surfaces planes (possibilité de rajouter un traitement acoustique).

- La diffraction par les arêtes de la géométrie préalablement définies : diffraction d'ordre 1 dans les zones dites «sombres» et pas de diffraction considérée dans les zones dites «éclairées».
- L'atténuation atmosphérique à partir de la température et de l'humidité du milieu de propagation.
- La directivité de la source.

Sur les courbes qui suivent, les résultats de l'atténuation du code GA3DP sont représentés par la couleur bleu et ceux de P&WC par la couleur magenta. Pour les cas 1 et 3, nous comparons les résultats aussi avec le code réalisé par Céline Rousset (GA3D) qui utilise une méthode de lancer de rayons classique avec prise en compte de la diffraction d'ordre 1 (courbes en rouge).

8.1 Cas 1 :

Le cas 1 permet de valider la détection du masquage à partir d'une certaine position de l'avion ainsi que le niveau en dB de l'atténuation calculé.

L'atténuation par une arête est donnée par la formule suivante :

$$\Delta L_i \text{ dB} = -20 \log_{10} \left(\left| \frac{P_{diff}}{P_{direct}} \right| \right) \quad (8.1)$$

L'atténuation totale par l'ensemble des arêtes diffractantes est donnée par :

$$\Delta L_{tot} = -10 \log_{10} \left(\sum_{i=1}^n 10^{\frac{-\Delta L_i \text{ dB}}{10}} \right) \quad (8.2)$$

avec n le nombre d'arêtes diffractantes.

Pour les positions où il y a un rayon direct convergent, l'atténuation est nulle (pas d'effet de masquage). La diffraction dans les zones «éclairées ne prend pas en compte la diffraction (pas validé).

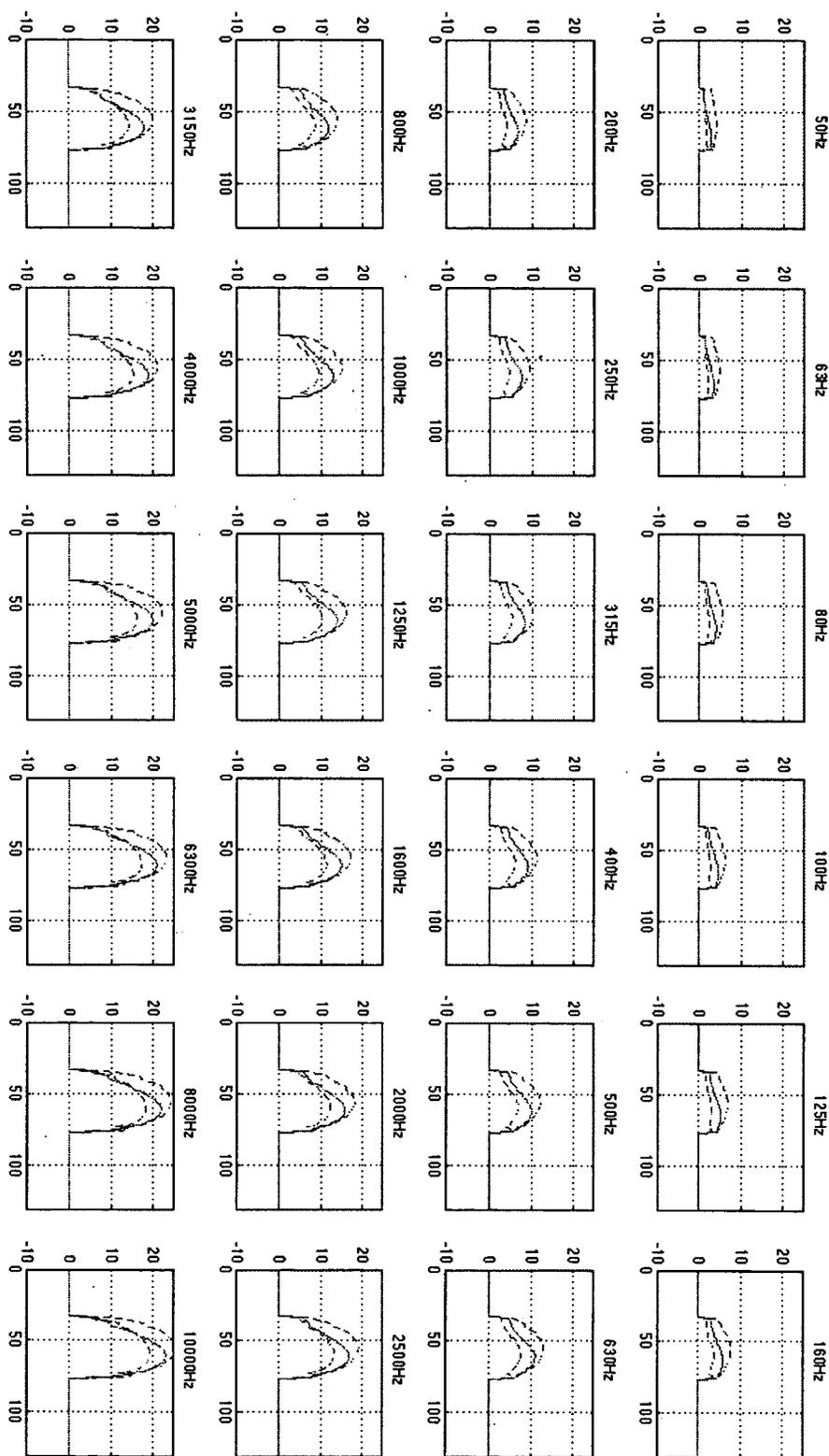


Figure 8.1 Cas 1 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences

La comparaison montre bien que le code GA3DP permet de calculer un résultat proche du résultat donné par le code EDSU (différence maximale de 3 dB). Le code GA3D de Rousset surestime l'atténuation sur toute la plage fréquentielle.

8.2 Cas 3 :

L'objectif du cas 3 est de valider à nouveau la détection du masquage et le calcul de l'atténuation mais cette fois pour une mesure du bruit latéral lors du décollage de l'avion. Les équations utilisées pour le calcul de l'atténuation sont identiques à celles du cas 1.

Les résultats de la figure 8.2 montrent encore une fois que les solutions du code GA3DP sont proches du code EDSU (inférieures à 2 dB). L'atténuation est encore une fois surestimée dans la code de Rousset.

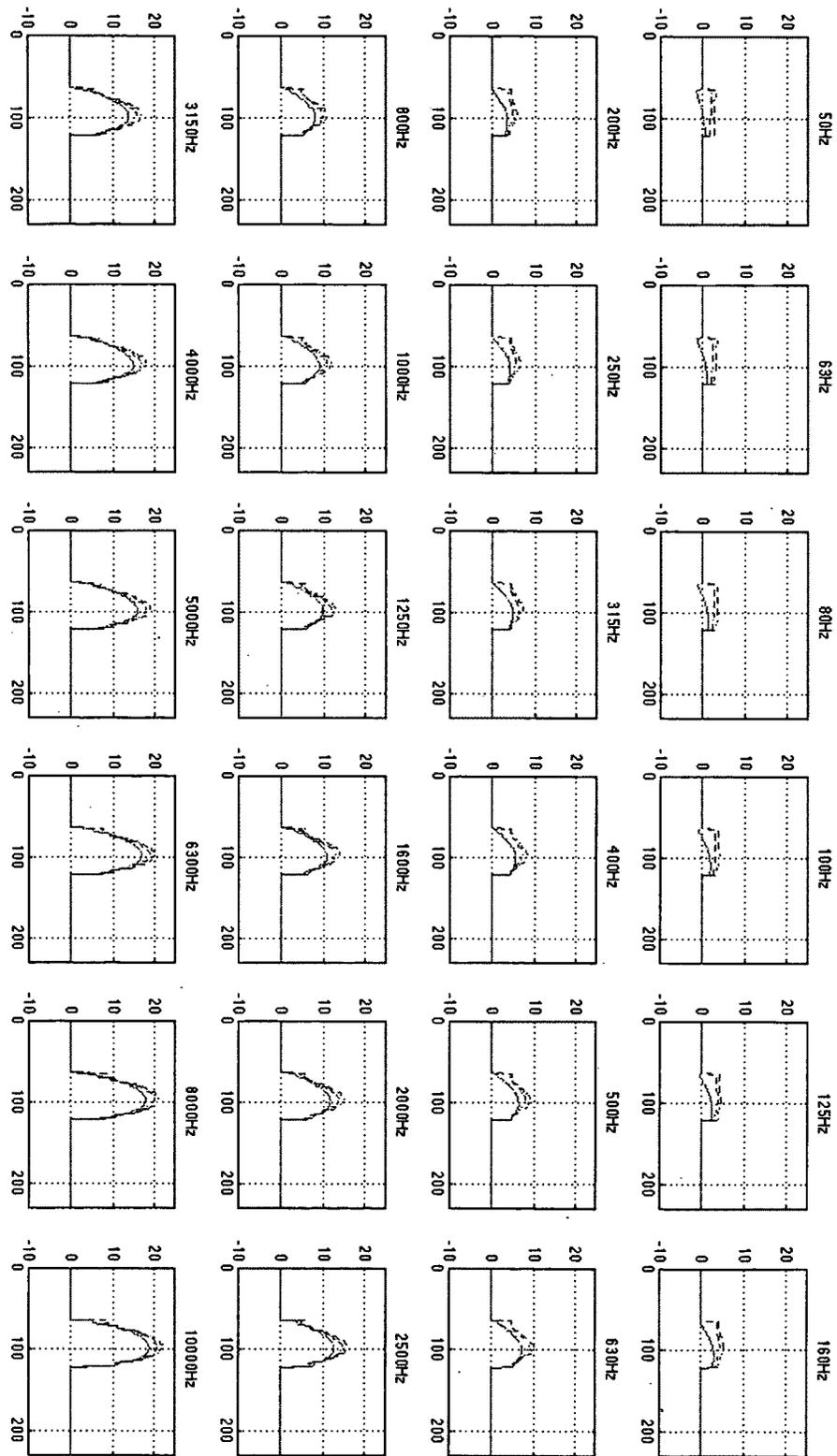


Figure 8.2 Cas 3 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences

8.3 Cas 4 :

Ce cas, un peu plus complexe, permet de combiner la prise en compte de la diffraction et de la réflexion (à différentes positions). Le code EDSU ne permet pas de valider la réflexion. Cependant, ceci montre un exemple de résultat combinant les 2 phénomènes. L'atténuation, dans ce cas, est calculée de la même façon que précédemment dans la zone «sombre». Dans les zones où l'on a au moins un rayon direct et un rayon réfléchi, l'atténuation n'est plus nulle. En 1/3 d'octave, en hautes fréquences, l'atténuation devient négative (niveau moyen de la pression totale est supérieur au niveau du champ direct seul). L'équation est la suivante :

$$\Delta L_{tot} = -20 \log_{10} \left(\left| \frac{P_{direct} + P_{réfléchi}}{P_{direct}} \right| \right) \quad (8.3)$$

La figure 8.3 montre que dans la zone de masquage, les 2 codes donnent des solutions très proches dans la première partie. Ensuite, on s'aperçoit que l'atténuation chute pour devenir presque nulle. Ceci est dû au fait qu'à ces positions, on a de la diffraction et de la réflexion sur le fuselage. La sommation des contributions de ces rayons (diffractés + réfléchi), donne un résultat proche de la pression direct entre la source et le receveur. Ceci explique le fait de trouver une atténuation positive et proche de 0 dB. Ensuite, après la zone de masquage, on a la convergence d'un rayon direct et de rayons réfléchis ce qui donne une atténuation négative en hautes fréquences et aléatoire en basses fréquences (car la pression totale va être parfois supérieur ou inférieur à la pression du rayon direct seul).

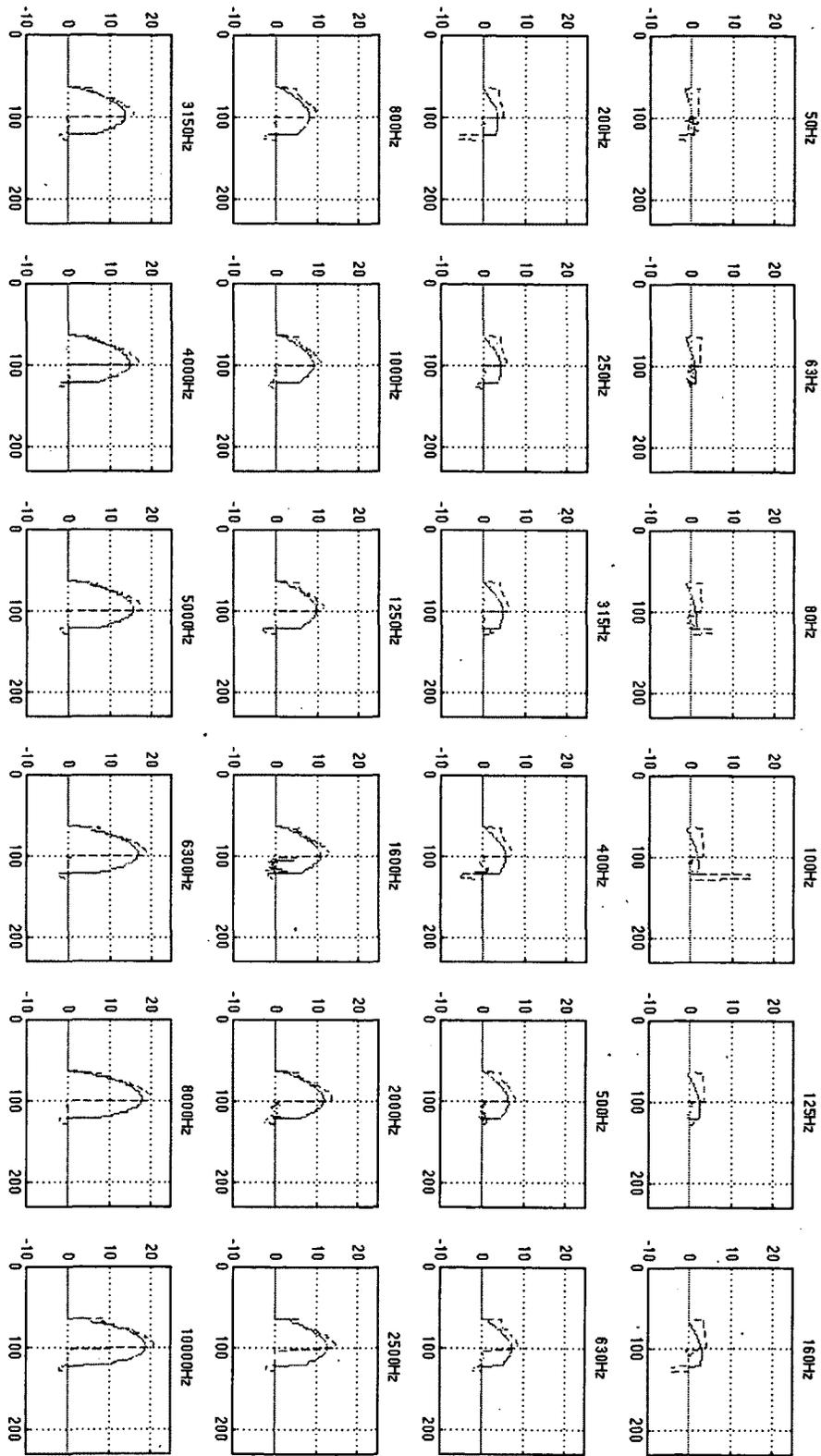


Figure 8.3 Cas 4 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences

8.4 Cas 6 :

Le cas 6, le plus complexe de tous, combine encore une fois de la diffraction et de la réflexion en même temps. Il y a de la réflexion sur le fuselage ainsi que sur l'aile supérieure. L'équation est la suivante :

$$\Delta L_{tot} = -20 \log_{10} \left(\left| \frac{P_{diff} + P_{réfléchi}}{P_{direct}} \right| \right) \quad (8.4)$$

La figure 8.4 montre que dans la zone de masquage, les 2 codes donnent des solutions proches en hautes fréquences pour la première partie du masquage. Comme dans le cas 4, dans la deuxième partie du masquage, on trouve de la diffraction ainsi que de la réflexion par le fuselage ou bien par l'aile supérieure. Dans les zones de réflexions, les effets de la réflexion engendrent une variation de l'atténuation en basses fréquences qui devient négative et stable en hautes fréquences (effet du moyennage en 1/3 d'octave). A certaines positions, on a jusqu'à 3 rayons convergents (direct, réflexion sur le fuselage et réflexion sur l'aile supérieure).

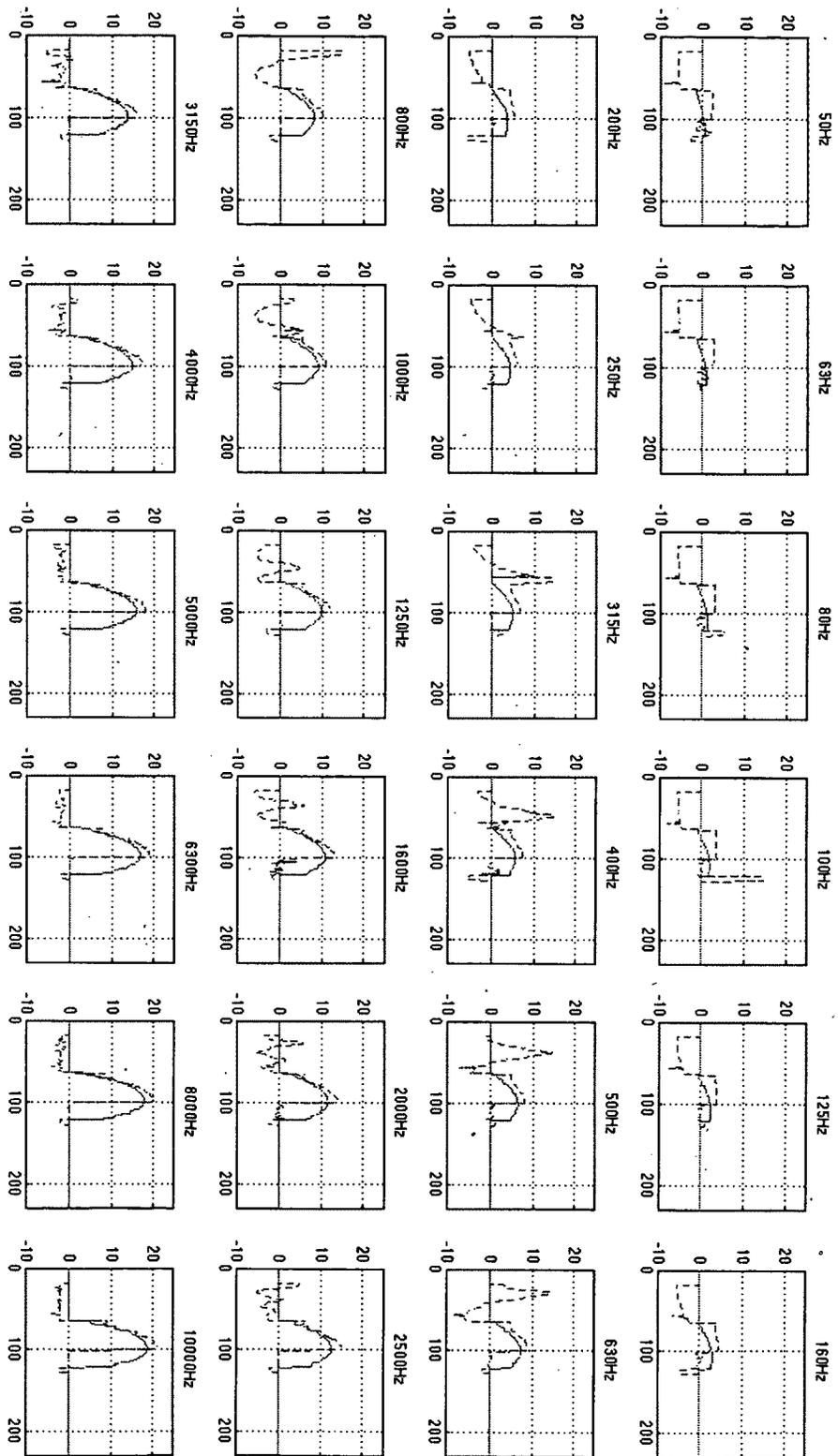


Figure 8.4 Cas 6 : comparaison de l'atténuation en fonction de la position de la géométrie à différentes fréquences

8.5 Conclusion

Les différents cas réalisés ont permis d'utiliser le code GA3DP dans une application industrielle et de le comparer au code de P&WC utilisant une méthode empirique (Fresnel). Les résultats trouvés sont très similaires entre les 2 codes pour les cas 1 et 3 (comparable pour toutes les positions) et différents lorsque de la réflexion est détectée. Ceci montre l'importance de la prise en compte des effets de réflexions sur le fuselage, l'aile ou d'autres éléments de l'avion ainsi que de la diffraction dans le calcul des matrices d'atténuation utilisées pour étudier les effets d'installation des moteurs.

CHAPITRE 9

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ce projet avait pour but de développer et valider un outil basé sur la méthode d'acoustique géométrique pour le diagnostic du bruit de nacelle. Cet objectif n'a pas été atteint complètement. En effet, dès le début de la validation du code existant, nous nous sommes aperçus que la méthode de lancer de rayons classique n'était pas très adaptée et pas très précise pour le calcul du niveau de pression en milieu guidé.

Dans un premier temps, une méthode de lancer de faisceaux a donc été implémentée et validée pour différents cas : réflexion sur un plan rigide, avec un traitement acoustique, dans une cavité avec des surfaces rigides, dans une conduite rectangulaire infinie puis enfin dans une conduite à section circulaire (cylindre). Cependant ce dernier cas n'a pas été validé. Les résultats obtenus à partir du code GA3DP ne convergent pas suffisamment vers la méthode d'analyse modale (problème non résolu). De plus, les cas mettant en jeu des éléments courbés (réflexion extérieure sur un cylindre) ont montré l'importance de la prise en compte de la courbure sur le calcul de l'amplitude. Des solutions sont quand même envisageables pour remédier à ce genre de problèmes (voir les perspectives).

Dans un second temps, la diffraction d'ordre 1 a été ajoutée au code. Le code permet maintenant de détecter les portions d'arêtes «éclairées» et ainsi de trouver les bons points de diffraction. Connaissant ces points, le code est associé à différentes théories (choix de l'utilisateur) de diffraction telles que la théorie de Lam (utilisation du nombre de Fresnel), de Pierce, ou bien la théorie uniforme de la diffraction (UTD). Les validations faites ont cependant montré que la UTD semble être la théorie donnant le plus souvent le meilleur résultat.

Enfin, le code a été utilisé dans une application plus industrielle pour l'étude des effets d'installation sur un avion. Le module fourni à Pratt & Whitney Canada permet de calculer une matrice contenant les valeurs de l'atténuation selon les positions de la géométrie (aile seul, aile + fuselage, double ailes + fuselage) à chaque fréquence centrale en 1/3 d'octave. Ces matrices permettent de rendre compte des effets de masquage ou de réflexions sur les différents éléments. Ce module permet ainsi de tester rapidement (quelques heures de simulation) différentes positions du moteur ainsi que différents designs du fuselage et des ailes. Il se différencie du code de Céline Rousset par le fait qu'il est plus général, supprime certains paramètres d'entrée (plus de sphère de détection et plus de pas d'incrémentations

entre les angles de lancement) dû au changement de méthode (lancer de faisceaux au lieu de rayons) et permet une meilleure prise en compte des effets de diffractions (détection automatique des arêtes, implémentation et validation de l'UTD et d'autres théories de diffraction).

Perspectives :

La première étape serait d'ajouter la prise en compte de la courbure dans le code. Cependant cette étape n'est pas simple. Actuellement le code autorise seulement la réflexion d'un faisceau sur un même élément du maillage (propagation dite cohérente). La prise en compte de la courbure entraîne une propagation non-cohérente. Une solution est celle proposée par [Vermet, 2010] qui utilise un élément appelé «blob» (figure 9.1) qui permet de propager les faisceaux en prenant en compte la courbure, en détectant la présence d'un receveur à l'intérieur. Il est constitué des deux sphères passant par les deux triplets de points constituant les extrémités des trois rayons porteurs du faisceau, ainsi que du cône reliant ces 2 sphères. Le rayon de courbure pourrait être approximé à partir de deux points de la courbe représentatifs de la courbure de l'élément.

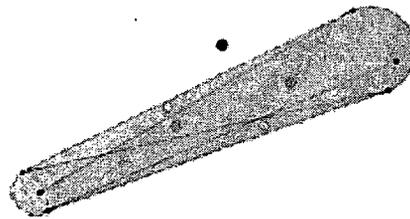


Figure 9.1 Élément «blob» ([Vermet, 2010])

Ensuite, la seconde étape serait l'extrapolation des normales aux éléments en fonctions des éléments voisins. La figure 9.2 permet d'illustrer cette interpolation.

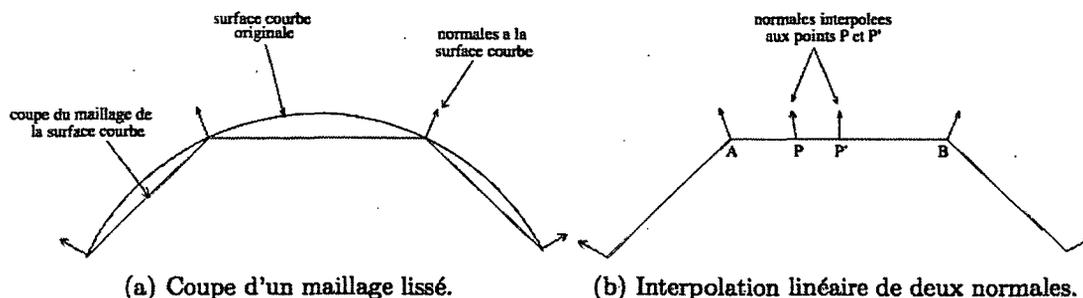


Figure 9.2 Interpolation des normales : maillage «lissé» ([Vermet, 2010])

Cette interpolation permettrait de propager correctement les faisceaux et d'éviter de devoir faire des maillages trop fins dans les zones courbes.

Pour représenter un peu mieux la physique, il faudrait pouvoir prendre en compte la diffraction dans les zones dites «éclairées». Les cas réalisés ont montré que les théories implémentées ne permettent pas de trouver des résultats assez proches de ceux donnés par la méthode des éléments de frontières (BEM).

La dernière étape serait de modifier le calcul de la diffraction pour prendre en compte des diffractions d'ordres supérieurs. Ceci est possible mais assez long et complexe à implémenter puisqu'il faut considérer les arêtes comme diffractantes après chaque réflexion. Ensuite le cas de rayons diffractés puis réfléchis permettrait de se rapprocher encore un peu plus de la réalité.

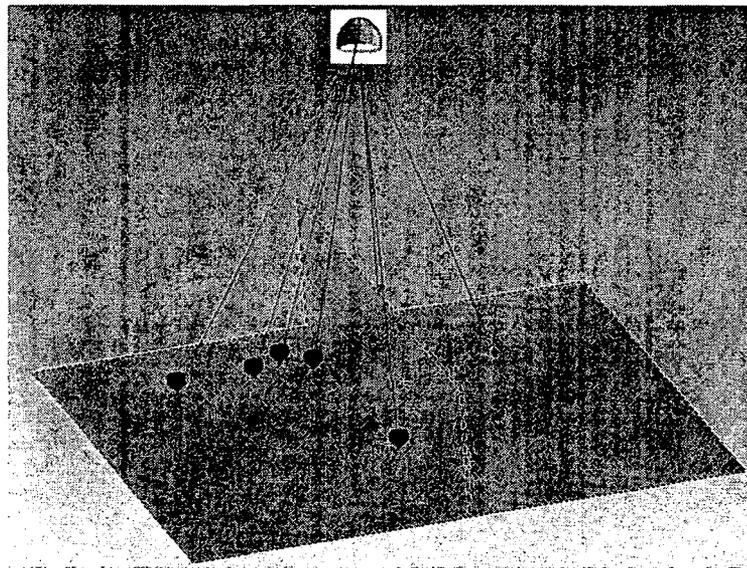


Figure 9.3 Cas VA-One : exemple de diffraction d'ordre supérieur à 1 (réflexion-diffraction ou diffraction-réflexion ou encore réflexion-diffraction-réflexion)

Finalement, du travail reste à faire pour des cas où le nombre de rayons convergents est infini. Ceci a été montré dans le cas d'une conduite cylindrique infinie pour le cas d'une source et d'un receveur centré sur l'axe de la conduite. Il reste aussi à implémenter la propagation en champ lointain du champ rayonnée par la nacelle.

ANNEXE A

Démonstration séparation de variables

La démonstration est faite dans le cas d'une source ponctuelle : ajout du terme de droite.

$$\Delta p + k^2 p = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{p}(x, y, z) = \sum_{mn} X_{mn} \varphi_{mn}(y, z) e^{jk_{xmn}|x|} \quad (\text{A.2})$$

Si on place l'équation (A.2) dans la (A.1), on obtient :

$$\nabla^2(X_{mn} \varphi_{mn}(y, z)) + k^2(X_{mn} \varphi_{mn}(y, z)) = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (\text{A.3})$$

Si on poursuit, on obtient ensuite :

$$\begin{aligned} \nabla^2(X_{mn}(x)) \cdot \varphi_{mn}(y, z) + X_{mn}(x) \cdot \nabla^2(\varphi_{mn}(y, z)) + \\ 2 \cdot \nabla X_{mn}(x) \cdot \varphi_{mn}(y, z) + k^2(X_{mn}(x) \varphi_{mn}(y, z)) = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \end{aligned}$$

Or on sait que :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_{mn} + K_{mn}^2 \varphi_{mn} = 0 \quad (\text{A.4})$$

car

$$\frac{\partial \varphi_{mn}}{\partial y} = -\alpha_{mn} \frac{m\pi}{L_y} \sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right)$$

et

$$\frac{\partial^2 \varphi_{mn}}{\partial y^2} = -\alpha_{mn} \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right)$$

Et donc si on fait la même chose selon z , on obtient :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi_{mn} = -K_{mn}^2 \varphi_{mn} \quad (\text{A.5})$$

Avec

$$K_{mn}^2 = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2 \right]$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \nabla^2(X_{mn}(x)) \cdot \varphi_{mn}(y, z) - X_{mn}(x) \cdot K_{mn}^2 \varphi_{mn}(y, z) + \\ 2 \cdot \nabla X_{mn}(x) \cdot \varphi_{mn}(y, z) + k^2(X_{mn}(x) \varphi_{mn}(y, z)) = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \end{aligned}$$

Or : $2 \cdot \nabla X_{mn}(x) \cdot \varphi_{mn}(y, z) = 0$ car $\frac{\partial X_{mn}}{\partial x} \vec{x} \cdot \left(\frac{\partial \varphi_{mn}}{\partial y} \vec{y} + \frac{\partial \varphi_{mn}}{\partial z} \vec{z} \right) = 0$

On a maintenant :

$$\nabla^2(X_{mn}(x)) \cdot \varphi_{mn}(y, z) + (k^2 - K_{mn}^2)X_{mn}(x) \varphi_{mn}(y, z) = -j\rho_0\omega Q\delta(x - x_0) \quad (\text{A.6})$$

On sait de plus que l'orthogonalité des fonctions propres $\varphi_{mn}(y, z)$ donne :

$$\frac{1}{A} \int_S \varphi_{mn}(y, z) \varphi_{mn}^*(y, z) ds = 1 \quad (\text{A.7})$$

Si on multiplie par $\varphi_{mn}(y, z)$ l'équation (A.6) et que l'on intègre sur la surface S , on trouve :

$$\frac{1}{A} \int_S \left(\nabla^2(X_{mn}(x)) \cdot \varphi_{mn}^2(y, z) + (k^2 - K_{mn}^2)X_{mn}(x) \varphi_{mn}^2(y, z) \right) ds = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \delta(x) \quad (\text{A.8})$$

Finalement, on obtient :

$$\nabla^2(X_{mn}(x)) + (k^2 - K_{mn}^2)X_{mn}(x) = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \delta(x) \quad (\text{A.9})$$

ANNEXE B

Démonstration calcul C_{mn} (conduite rectangulaire)

Rappel :

$$\left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{+\varepsilon} - \left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{-\varepsilon} + (k^2 - K_{mn}^2) \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} X_n dx = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (\text{B.1})$$

On a :

$$X_n(x) = C_{mn} e^{-jk_{xmn}|x|} \quad (\text{B.2})$$

Donc

$$\frac{dX_n}{dx}(x) = \begin{cases} -jk_{xmn} C_{mn} e^{-jk_{xmn}|x|} & \text{pour } x > 0 \\ +jk_{xmn} C_{mn} e^{+jk_{xmn}|x|} & \text{pour } x < 0 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

On peut donc en déduire :

$$\left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{+\varepsilon} - \left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{-\varepsilon} = -jk_{xmn} C_{mn} (e^{-jk_{xmn}\varepsilon} + e^{jk_{xmn}\varepsilon}) \quad (\text{B.4})$$

Or

$$e^{-jk_{xmn}\varepsilon} + e^{jk_{xmn}\varepsilon} = 2 \cos(k_{xmn}\varepsilon)$$

De plus,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\cos(k_{xmn}\varepsilon)) = 1$$

On a donc :

$$\left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{+\varepsilon} - \left(\frac{dX_n}{dx}\right)_{-\varepsilon} = -j2k_{xmn} C_{mn} \quad (\text{B.5})$$

Il faut ensuite calculer :

ANNEXE B. DÉMONSTRATION CALCUL C_{MN} (CONDUITE RECTANGULAIRE)

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} X_n dx = C_{mn} \left[\int_{-\varepsilon}^0 e^{jk_{xmn}x} dx + \int_0^{+\varepsilon} e^{-jk_{xmn}x} dx \right] \quad (\text{B.6})$$

Lorsque ε tend vers 0, $\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} X_n dx = 0$

En combinant (B.1) et (B.5), on obtient :

$$-2jk_{xmn}C_{mn} = -\frac{j\rho_0\omega Q}{A}\varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (\text{B.7})$$

Finalement, on arrive à :

$$C_{mn} = \frac{1}{2A} \frac{\rho_0\omega Q}{k_{xmn}} \varphi_{mn}(y_0, z_0) \quad (\text{B.8})$$

ANNEXE C

Détermination du C_{mn} (conduite cylindrique)

La démonstration est faite dans le cas d'une source ponctuelle : ajout du terme de droite.

$$\varphi_{mn}(r, \theta) = C_{mn} J_m \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) e^{jm\theta} \quad (\text{C.1})$$

Avec a le rayon du cylindre et (r, θ) les coordonnées d'un point à l'intérieur du cylindre.

Or on sait que

$$\frac{1}{A} \int_S \varphi_{mn}(r, \theta) \varphi_{m'n'}^*(r, \theta) dS = \begin{cases} 0 & \text{si } (m, n) \neq (m', n') \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

Donc, en mettant (C.1) dans (C.2) :

$$\frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} C_{mn}^2 J_m^2 \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) dS = 1 \quad (\text{C.3})$$

Or on est en coordonnées polaires :

$$\frac{1}{A} \int_0^a \int_0^{2\pi} C_{mn}^2 J_m^2 \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) r dr d\theta = 1 \quad (\text{C.4})$$

On sait d'après Rienstra « introduction to acoustics » ([Rienstra et Hirschberg, 2004]) que :

$$\int_0^a r J_m^2 \left(\frac{\mu_{mn} r}{a} \right) dr = \frac{a^2 (\mu_{mn}^2 - m^2)}{2\mu_{mn}^2} J_m^2(\mu_{mn}) \quad (\text{C.5})$$

On a donc :

$$\frac{1}{A} \frac{a^2 (\mu_{mn}^2 - m^2)}{2\mu_{mn}^2} J_m^2(\mu_{mn}) \int_0^{2\pi} C_{mn}^2 d\theta = 1 \quad (\text{C.6})$$

Or C_{mn} est une constante indépendante de θ .

On a donc :

$$\frac{1}{A} \frac{a^2(\mu_{mn}^2 - m^2)}{2\mu_{mn}} J_m^2(\mu_{mn}) C_{mn}^2 2\pi = 1 \quad (\text{C.7})$$

On isole C_{mn} :

$$C_{mn}^2 = A \frac{\mu_{mn}^2}{\pi a^2(\mu_{mn}^2 - m^2) J_m^2(\mu_{mn})} \quad (\text{C.8})$$

Or $A =$ surface transverse du cylindre $= \pi a^2$

On a donc finalement :

$$C_{mn} = \frac{\mu_{mn}}{\sqrt{(\mu_{mn}^2 - m^2)} J_m(\mu_{mn})} \quad (\text{C.9})$$

ANNEXE D

Impédances des matériaux

D.1 Mélamine 10 mm

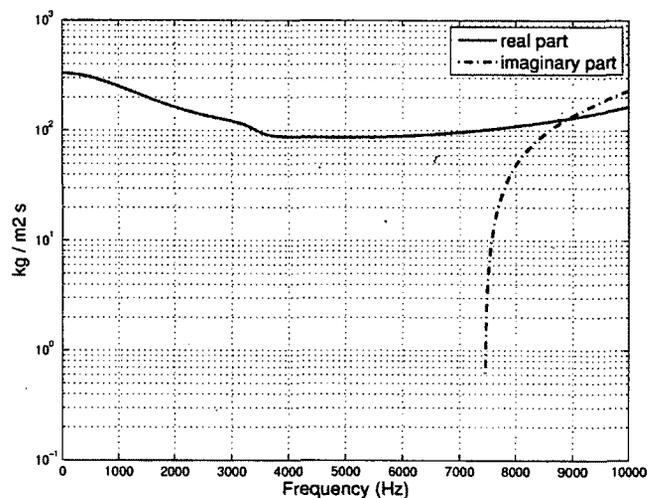


Figure D.1 Impédance caractéristique de 10 mm de mélamine

D.2 Fibre non-renforcée 10 mm

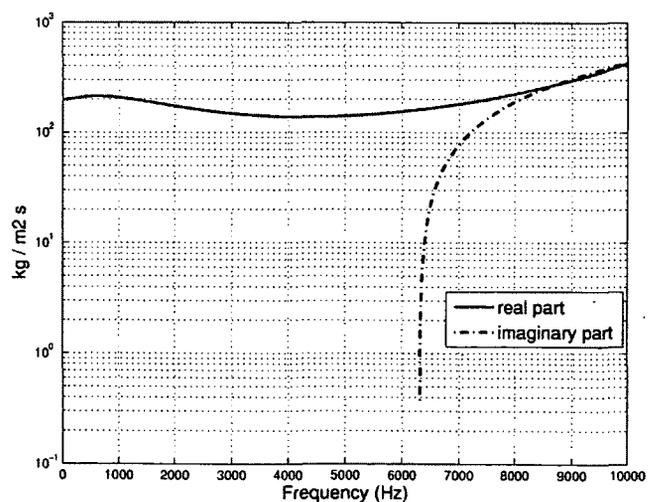
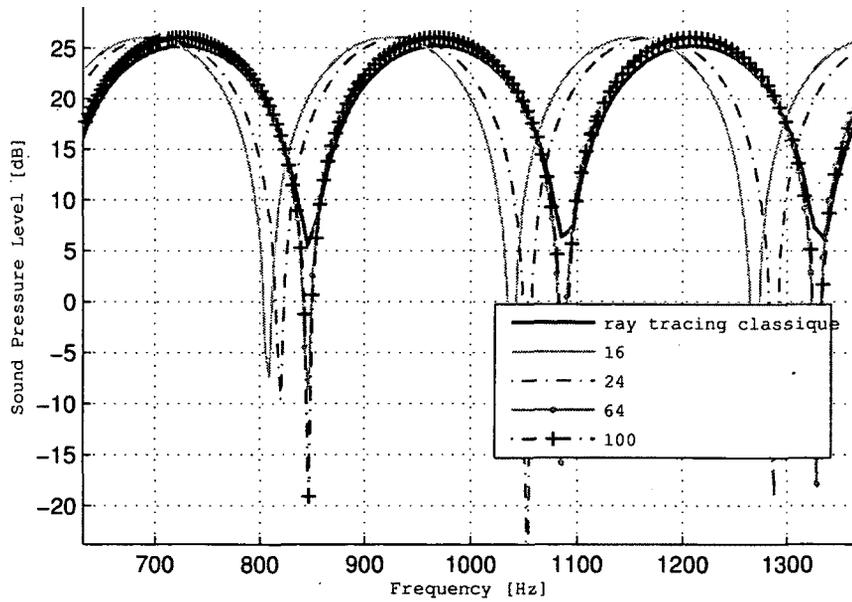
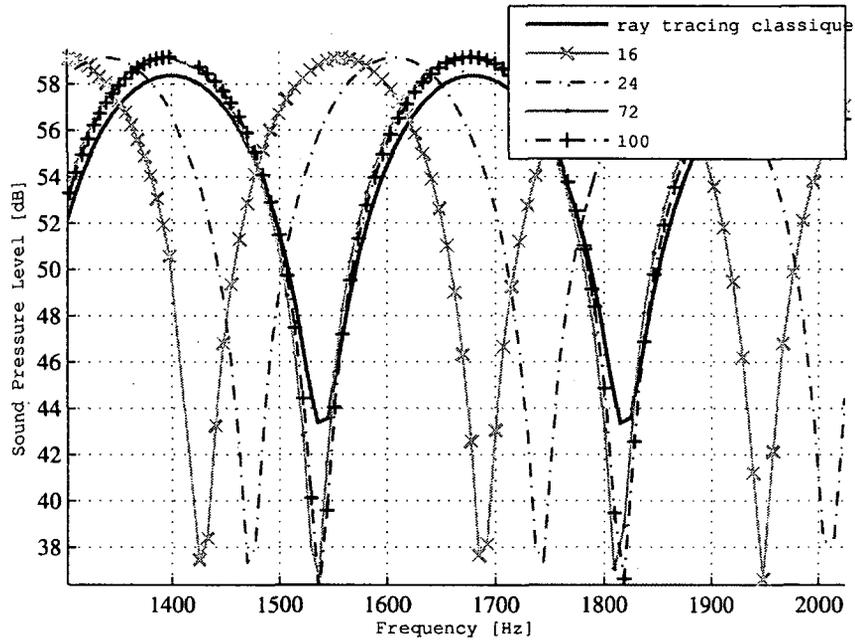


Figure D.2 Impédance caractéristique de 10 mm de fibre non-renforcée

ANNEXE E

Étude de l'influence du maillage du cylindre sur la solution



LISTE DES RÉFÉRENCES

- Agarwal, A. et Dowling, A. (2006). A ray tracing approach to calculate acoustic shielding by the silent aircraft airframe. 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics conference (27th AIAA Aeeroacoustics conference).
- Atalla, N. (1991). *A numerical study of fuselage scattering effects on rotor noise*. Thèse de doctorat, Florida Atlantic University.
- Atalla, N. (2011a). *GMC-722 Méthodes numériques en interaction fluide-structure, volume Partie 2 : Une introduction à la SEA*. Université de Sherbrooke.
- Atalla, N. (2011b). *Partie 1 : Méthodes déterministes*. Université de Sherbrooke.
- Berry, A. (2010). *GMC-721 : Rayonnement acoustique des structures*. Université de Sherbrooke.
- Boudet, J. (2003). *Approches numériques pour la simulation du bruit à large bande en vue de l'application aux turbomachines*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon.
- Boyd, W. K., Kempton, A. J. et Morfey, C. L. (1984). Ray-theory predictions of the noise radiated from aeroengine ducts. American Institute of Aeronautics and Astronautics and NASA, Aeroacoustics Conference, 9th.
- Bruneau, M. (1983). *Introduction aux théories de l'acoustique, volume ch. 10.3*. Université du Maine.
- Bruneau, M. (1998). *Manuel d'acoustique fondamentale*.
- Candel, S. (1977a). *Etudes théoriques et expérimentales de la propagation acoustique en milieu inhomogène et en mouvement*. Thèse de doctorat, Université de Paris IV, ONERA, Paris, France.
- Capolino, F., Albani, M., Maci, S. et Tiberio, R. (1997a). Diffraction at thick screen including corrugations top face. *IEEE transactions on antennas and propagation*, volume 45(2), p. 277–283.
- Capolino, F., Albani, M., Maci, S. et Tiberio, R. (1997b). Double diffraction at pair coplanar skewed edges. *IEEE transactions on antennas and propagation*, volume 45, p. 1219–1226.
- Chevret, P. et Chatillon, J. (2010). Prise en compte de la diffraction dans un code de rayon acoustique. 10ème Congrès Français d'Acoustique.
- Chu, D. et Stanton, T. (2007). Higher-order acoustic diffraction by edges of finite thickness. *The Journal of the Acoustical Society of America*, volume 116, numéro 4, p. 2566–2566.
- Dabin, N. (1999). *Simulation de la propagation acoustique en milieux non homogènes en mouvement par la méthode des rayons*. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.

- Dougherty, R. (1996). Nacelle acoustic design by ray tracing in three dimensions. 2nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. p. 1773.
- Farina, A. (1995a). Pyramid tracing vs. ray tracing for the simulation of sound propagation in large rooms. Dans *Proc. of Int. Conf. on Computational Acoustics and its Environmental Applications*, COMACO95. p. 109.
- Farina, A. (1995b). Ramsete - a new pyramid tracer for medium and large scale acoustic problems. Dans *Proc. of Euro-Noise 95*. volume 1. p. 55.
- Felsen, L. et Marcuvitz, N. (1973). *Radiation and scattering of waves*. Prentice hall.
- Ghazanfarpour, D. (1992). Visualisation réaliste par lancer de pyramides et subdivision adaptative. Dans *proceedings of MICAD 92*. p. 167–181.
- Grimm, D. (1979). A geometric acoustic approach to the study of sound propagation in ducts containing sheared flows. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 66, numéro 6, p. 1867– 1875.
- Hasenfratz, J. (1998). *Lancer de faisceaux en synthèse d'images*. Thèse de doctorat, Université de Limoges, Limoges, FRANCE.
- Hermant, N. (2010). *Limitations and improvements for a beam tracing simulation software applied to room acoustics*. Mémoire de maîtrise, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- James, J. (1981). *Far-field sound radiation of point source near locally reacting cylinder* (Rapport technique). Admiralty Marine Technology Establishment.
- Keller, J. (1962). Geometrical theory of diffraction. *Journal of Optical Society of America*, volume Vol. 52, p. 116–130.
- Kempton, A. (1979). A ray-theory approach for high-frequency engine intake noise. Dans *Proceeding of Symposium on the Mechanics of Sound Generation in Flows*.
- Kempton, A. (1980). Ray-theory to predict the propagation of broadband fan noise. Dans *AIAA 6th Aeroacoustics Conference*. p. 711–718.
- Kempton, A. (1983). Ray theory and mode-theory prediction of intake-liner performance : a comparaison with engine measurement. Dans *AIAA 8th Aeroacoustics Conference*. p. 968–976.
- Kurze, U. J. et Anderson, G. S. (1971). Sound attenuation by barriers. *Applied Acoustics*, volume 4, p. 35–53.
- Lam, Y. (1994). Using maekawa's chart to calculate finite length barrier insertion loss. *Applied Acoustics*, volume 42, p. 29–40.
- Lewers, T. (1993). A combined beam tracing and radiant exchange computer model of room acoustics. *Applied Acoustics*, volume 38, numéro 2-4, p. 161.

- Lieber, L. (2000). *Small Engine Technology (SET) - Task 13 ANOPP Noise Prediction for Small Engines, Jet Noise Prediction Module, Wing Shielding Module, and System Studies Results (Rapport technique)* (Rapport technique). NASA.
- LMS (2007). *Raynoise Revision 3.1 User Manual*. LMS International.
- Maekawa, Z. (1968). Noise reduction by screens. *Applied Acoustics*, volume 1, p. 157–173.
- Michaëli, A. (1985). New asymptotic high frequency analysis electromagnetic scattering by pair parallel edges closed form results. *Radio Science*, volume 20, p. 1537–1548.
- Morse, P. M. et Ingard, K. U. (1987). *Theoretical Acoustics*. Princeton Univ Pr.
- Muradali, A. et Fyfe, K. R. (1998). A study od 2d and 3d barrier insertion loss using improved diffraction-based methods. *Applied Acoustics*.
- Noé, N. et Vernet, M. (2010). Application de l'acoustique géométrique à la simulation de la réflexion et de la diffraction par des surfaces courbes. 10ème Congrès Français d'Acoustique.
- Pathak, P. et Kouyoumjian, R. (1974). A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface. *IEEE Transaction on antennas and propagation*, volume 62, p. 1448–1461.
- Pierce, A. (1981). *Acoustics : An Introduction to its Physical Principles and Applications*. 413-419 p.
- Rahmatt Samii, Y. et Mittra, R. (1977a). On investigation diffracted fields at shadow boudaries staggered parallel plates spectral domain approach. *Radio Science*, volume 12, p. 659–670.
- Rahmatt Samii, Y. et Mittra, R. (1977b). A spectral domain interpretation of high frequency diffraction phenomena. *IEEE transactions on antennas and propogation*, volume 25(5), p. 676–687.
- Rienstra, S. et Hirschberg, A. (2004). *An introduction to Acoustics*.
- Rousset, R. (2011). *Simulation de l'effet d'installation sur la propagation extérieure du bruit des moteurs d'avion*. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada.
- Sommerfeld, A. (2003). *Mathematical theory of diffraction*.
- Thompson, R. (1974). Ray-acoustic intensity in a moving medium. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 55, numéro 4, p. 729–773.
- Ufimtsev, P. (2007). *Fundamentals of the physical theory of diffraction*. Hoboken, New Jersey.
- Vaudon, P. (1991). *Contribution à l'étude de la théorie géométrique de la diffraction, Application à la conception et à l'optimisation d'une base de mesures d'antennes*. Thèse de doctorat, Université de Limoges, Limoges, FRANCE.

Vermet, M. (2010). *Simulations par l'acoustique géométrique en présence de surfaces courbes avec prise en compte de la diffraction*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, FRANCE.