

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie électrique

# Conception d'un système de commande autonome pour le simulateur matériel de satellite LABSAT

Mémoire de maîtrise  
Spécialité : génie électrique

Yolanda Martín Hernando

Jury : Jean DE LAFONTAINE (directeur)  
Wael SULEIMAN  
Yves BÉRUBÉ-LAUZIÈRE



# RÉSUMÉ

Dans un contexte comme celui des technologies aérospatiales, qui se caractérise non seulement par sa complexité, mais aussi par sa difficulté à régler les erreurs une fois que le véhicule est dans son environnement final, l'utilisation des simulateurs de satellite sur Terre pour le développement et la vérification de nouveaux systèmes offre une alternative intéressante aux simulations traditionnelles par ordinateur.

Plus précisément, dans le cas de la commande d'attitude, la possibilité d'utiliser la dynamique réelle du satellite pendant les phases de conception et de développement présente des avantages tels que l'inclusion des systèmes difficiles à modéliser et la réduction du risque d'erreur et du temps de vérification. Cependant, cette technologie est encore récente et est de ce fait sujette à être améliorée afin d'offrir le meilleur scénario possible pour le développement des algorithmes de commande d'attitude de la prochaine génération de satellites. À cet effet, l'Université de Sherbrooke et la société NGC Aérospatiale Ltée. développent en partenariat le simulateur matériel de satellite LABSAT qui possède toutes les fonctionnalités d'un véhicule spatial incluant les actionneurs, capteurs, calculateurs embarqués et éléments flexibles.

Le projet présenté dans ce document consiste à concevoir et mettre en œuvre sur le minisatellite LABSAT un premier système de navigation et commande permettant d'exécuter les manœuvres en orientation à partir d'une station de contrôle. À cette fin, les différents sous-systèmes du simulateur matériel ont été intégrés et des solutions en termes de calibration de capteurs, d'estimateur d'état et de systèmes de commande ont été analysées théoriquement et en simulation. Les techniques les plus appropriées ont été, par la suite, implémentées et évaluées sur le système final, dans le but de vérifier leur fonctionnement dans l'environnement réel.

**Mots-clés :** bruit magnétique, calibration, centrale inertielle, commande non linéaire, filtre de Kalman étendu, magnétomètre, simulateur matériel de satellite, Sliding Mode Control.



# REMERCIEMENTS

Je voudrais tout d'abord remercier mon directeur de projet Jean de Lafontaine pour l'occasion de participer à ce projet et pour la confiance qu'il m'a accordée pour le compléter. Je le remercie également pour sa supervision et ses commentaires éclairants qui ont permis d'améliorer mon travail au cours du projet et aussi dans ce mémoire final. Je tiens également à remercier la Fondation La Caixa pour son soutien financier, sans lequel ce projet de recherche n'aurait pas été possible, et surtout pour son important soutien auprès des jeunes scientifiques et de la science en Espagne.

Je tiens à souligner l'aide reçue par tous ceux qui ont contribué à ce projet avec une attention particulière au soutien technique des ingénieurs NGC Aérospatial Ltée, spécialement de Samuel Bruneau, dont la connaissance du projet et l'assistance technique ont été une grande aide pour la mise en marche du système final.

Enfin, je voudrais remercier tout le soutien reçu de la part des collègues et des amis tout au long de cette expérience au Québec. Je voudrais exprimer ma gratitude à Laura pour son accueil à mon arrivée à Sherbrooke et à tout le groupe de Béton de la faculté de génie civil de l'Université de Sherbrooke pour avoir été si gentils et accueillants avec moi. À Henri, Éric, Svenja et Sam pour les agréables et enrichissantes journées de travail. Merci aussi à Josep, Behrouz, Manuel, Cesc et Céline pour les bons moments passés ensemble pendant ces deux dernières années. Et finalement, un immense merci à Ana pour tout son aide durant ces années.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans remercier Angel pour son soutien inconditionnel, dans les bons jours comme dans les mauvais. Merci d'être toujours disponible, de m'écouter et de croire en moi. Sans son soutien ce projet n'aurait pas été pareil.



# TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	i
REMERCIEMENTS .....	iii
LISTE DES FIGURES .....	ix
LISTE DES TABLEAUX .....	xi
LISTE DES SYMBOLES .....	xiii
LISTE DES ACRONYMES .....	xvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	19
1.1 Contexte de recherche.....	19
1.2 Problématique .....	21
1.3 Survol des objectifs du projet .....	22
1.4 Plan du document.....	23
CHAPITRE 2 DÉFINITIONS ET NOTATION .....	25
2.1 Définition des référentiels.....	25
2.1.1 Référentiel inertiel .....	26
2.1.2 Référentiel structurel .....	26
2.1.3 Référentiel des roues à réaction.....	27
2.1.4 Référentiel des capteurs.....	28
2.1.5 Résumé des référentiels.....	28
2.2 Représentation de l'attitude du satellite.....	29
2.2.1 Matrice de rotation.....	29
2.2.2 Angles d'Euler .....	29
2.2.3 Représentation angle-axe d'Euler.....	30
2.2.4 Quaternion .....	31
2.2.5 Autres représentations .....	32
2.2.6 Résumé des paramètres .....	33
2.3 Équations du mouvement d'un satellite.....	33
2.3.1 Dynamique des satellites avec roues à réaction.....	33
2.3.2 Cinématique des satellites avec roues à réaction.....	34
CHAPITRE 3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE .....	35
3.1 Revue des simulateurs matériels des satellites .....	36

---

3.1.1	Laboratoire de commande et dynamique d'attitude (SADCL) .....	37
3.1.2	Simulateur intégré de commande d'attitude au GIT .....	38
3.1.3	Simulateur spatial du CalPoly .....	38
3.1.4	Le laboratoire de simulation de systèmes spatiaux (SSSL) .....	39
3.1.5	Comparaison des simulateurs matériels .....	39
3.1.6	LABSAT .....	40
3.2	Calibration .....	43
3.2.1	Modèle du magnétomètre .....	43
3.2.2	Revue des algorithmes de calibration .....	46
3.3	Les estimateurs d'état .....	52
3.3.1	Filtres EKF traditionnels .....	52
3.3.2	Filtres EKF pour l'estimation d'attitude .....	55
3.3.3	Alternatives aux filtres EKF traditionnels .....	57
3.4	Les systèmes de commande d'attitude pour satellites .....	59
3.4.1	Stratégies de commande pour l'attitude des satellites .....	60
3.4.2	Commande par mode glissant ou SMC .....	61
3.4.3	Applications des techniques SMC à la commande d'attitude des satellites .....	63
CHAPITRE 4	OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE .....	65
4.1	Problématique .....	65
4.1.1	Intégration de sous-systèmes .....	65
4.1.2	Réduction du bruit et d'autres effets des capteurs .....	66
4.1.3	Fermeture d'une première boucle de commande .....	66
4.2	Objectifs .....	66
4.3	Méthodologie .....	67
4.3.1	Intégration des sous-systèmes .....	67
4.3.2	Calibration du capteur magnétique .....	67
4.3.3	Réduction du bruit et des effets de quantification .....	68
4.3.4	Fermeture de la boucle de commande et validation avec le matériel .....	68
CHAPITRE 5	CONCEPTION .....	69
5.1	Calibration .....	69
5.1.1	MET001: LSE linéaire .....	69
5.1.2	MET002: LSE non linéaire .....	70

5.1.3	MET003 : LSE non linéaire en incluant les valeurs d'attitude.....	71
5.1.4	MET004 : MLE selon la méthode proposée par Alonso .....	72
5.1.5	MET005 : Méthode du DPI ( <i>Dot Product Invariance</i> ) .....	73
5.2	Navigation.....	74
5.2.1	Survol des équations d'état et d'observateur .....	74
5.2.2	Le filtre EKF de LABSAT .....	78
5.3	Commande.....	83
5.3.1	Survols des équations de mouvement.....	83
5.3.2	Commande SMC appliquée à un satellite avec roues à réaction.....	84
5.4	Conclusion .....	86
CHAPITRE 6 SIMULATIONS ET VALIDATION .....		87
6.1	Calibration du magnétomètre.....	88
6.1.1	Évaluation des algorithmes de calibration en simulation numérique .....	88
6.1.2	Évaluation d'algorithmes dans un environnement réel (tests LT01).....	94
6.1.3	Sélection de la calibration finale et validation sur LABSAT (LT02).....	97
6.1.4	Analyse finale de l'ensemble des tests de calibration .....	101
6.2	Navigation : filtre MEKF.....	102
6.2.1	Évaluation du filtre MEKF en simulation numérique .....	103
6.2.2	Évaluation du filtre MEKF dans le simulateur matériel (test LT03).....	106
6.3	Commande par mode glissant (SMC).....	109
6.3.1	Évaluation du système de commande SMC en simulation (tests ST04) .....	109
6.3.2	Évaluation de la commande SMC dans le simulateur matériel (test LT04).....	112
CHAPITRE 7 CONCLUSION .....		117
7.1	Conclusions générales par sous-système .....	117
7.2	Travaux futurs.....	119
ANNEXE A – REPRÉSENTATION D'ÉTAT.....		121
ANNEXE B –SIMULATEUR NUMÉRIQUE .....		123
LISTE DES RÉFÉRENCES.....		127



# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Schéma d'un système GNC. ....	19
Figure 1.2 Minisatellite LABSAT. ....	20
Figure 2.1 Référentiel structurel (B). ....	26
Figure 2.2 Référentiel des roues à réaction (RW). ....	27
Figure 2.3 Roulis, tangage et lacet. ....	30
Figure 3.1 Schéma de la revue bibliographique. ....	36
Figure 3.2 Schéma des étapes du filtre EKF. ....	53
Figure 6.1 Capteur IMU + MGM élevée par rapport au satellite. ....	99
Figure 6.2 Système de mesures externe avec laser. ....	99
Figure 6.3 Test en arrêt: roulis, tangage, lacet. ....	108
Figure 6.4 Test en arrêt: vitesse $w_B$ (axes x,y,z). ....	108
Figure 6.5 Test en mouvement: roulis, tangage, lacet. ....	108
Figure 6.6 Test en mouvement: vitesse $w_B$ (axes x,y,z). ....	108
Figure 6.7 Résultats pour une consigne $(\varphi, \theta, \Psi)=[10,-10,90]^\circ$ . ....	111
Figure 6.8 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[0,0,10\cdot\sin(2\pi\cdot0.04\cdot t)]^\circ$ . ....	111
Figure 6.9 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[0,0,90]^\circ$ . ....	113
Figure 6.10 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[0,-10,0]^\circ$ . ....	113
Figure 6.11 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[10,0,0]^\circ$ . ....	114
Figure 6.12 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[10,-10,90]^\circ$ . ....	114
Figure 6.13 Résultats pour une consigne $(\varphi,\theta,\Psi)=[0, 0, 10\sin(2\pi\cdot0.04t)]^\circ$ . ....	114
Figure 6.14 Résultats de pointage au laboratoire. ....	116
Figure 6.15 Résultats de pointage en simulation. ....	116
Figure 6.16 Moment angulaire $h_{totB}$ au laboratoire. ....	116
Figure 6.17 Moment angulaire $h_{totB}$ en simulation. ....	116



# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1 Résumé des référentiels.....	28
Tableau 2-2 Résumé des paramètres.....	33
Tableau 3-1 Résumé de caractéristiques des simulateurs matériels de satellite.....	39
Tableau 3-2 Résumé des paramètres du modèle de magnétomètre.....	44
Tableau 3-3 Étapes du filtre EKF.....	54
Tableau 6-1 Erreur <i>rms</i> en lacet après la calibration avec les différentes méthodes évaluées. .	91
Tableau 6-2 Erreur <i>rms</i> en lacet après la calibration pour les simulations du test ST02. ....	93
Tableau 6-3 Descriptions des séries de mesures. ....	94
Tableau 6-4 Résultats de la calibration du magnétomètre avec les mesures réelles. ....	95
Tableau 6-5 Résultats de la calibration avec les valeurs ST et b estimées.....	98
Tableau 6-6 Comparaison de mesures d'attitude: magnétomètre calibré et sans calibrer.....	100
Tableau 6-7 Description des tests du filtre EKF en simulation.....	104
Tableau 6-8 Résultats pour le test de référence (ST03.1).....	104
Tableau 6-9 Résultats pour les tests avec bruit gaussien magnétique élevé (ST03.2). ....	105
Tableau 6-10 Résultats pour les tests avec le satellite immobilisé (ST03.3). ....	105
Tableau 6-11 Résultats de convergence en présence d'erreurs initiales (ST03.4). ....	105
Tableau 6-12 Résultat du test du filtre EKF au laboratoire (LT03.1). ....	107
Tableau 6-13 Résultat du test du filtre EKF au laboratoire (LT03.2). ....	107
Tableau 6-14 Descriptions des tests du module de commande SMC en simulation (ST04)...	109
Tableau 6-15 Résultat des tests SMC : système idéal (ST04.1).....	110
Tableau 6-16 Résultat des tests SMC : système avec mesures estimées (ST04.2) .....	110
Tableau 6-17 Résultat des tests SMC : système avec résolution réelle du couple (ST04.3)...	111
Tableau 6-18 Résultat des tests SMC : système réaliste (ST04.4).....	111
Tableau 6-19 Résultat des tests SMC au laboratoire (LT04). ....	113



# LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
$()^T$	Matrice ou vecteur transposé
$()^{-1}$	Matrice inverse
$()^x$	Matrice antisymétrique qui représente la relation: $([a_x, a_y, a_z])^x = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$
$()^B$	Composantes d'un vecteur exprimées dans le référentiel fixe au corps du satellite de LABSAT
$()^{RW}$	Composantes d'un vecteur exprimées dans le référentiel des roues à réaction
$()^I$	Composantes d'un vecteur exprimées dans le référentiel inertiel
$()'$	Dérivée d'une variable ou vecteur
$  $	Module d'un vecteur
$\mathcal{R}_I$	Référentiel inertiel (fixe au laboratoire)
$\mathcal{R}_B$	Référentiel structurel (fixe au corps du satellite)
$\mathcal{R}_{RW}$	Référentiel des roues à réaction
$\mathcal{R}_S$	Référentiel des capteurs
$A$	Matrice $A$ de la représentation d'état d'un système linéaire : relation entre la dérivée des variables d'état et les variables d'état
$A_{SI}$	Matrice de modélisation des effets <i>Soft Iron</i> (SI)
$\vec{a}_i$	Axe de rotation de la roue $i$
$\vec{B}$	Champ magnétique terrestre
$b$	Biais général du modèle du magnétomètre incluant les effets du <i>Hard Iron</i> (HI) et du capteur
$b_{HI}$	Biais pour la modélisation des effets <i>Hard Iron</i> (HI)
$b_{MGM}$	Biais du capteur magnétique
$C_{RW_B}$	Matrice de rotation du référentiel B au référentiel RW
$C_{B_{RW}}$	Matrice de rotation du référentiel RW au référentiel B
$e_{rms}$	Moyenne quadratique des erreurs
$e_{quant}$	Erreur de quantification

---

$f(x,u)$	Modèle dynamique non linéaire continue
$f_k(x,u)$	Modèle dynamique non linéaire discret
$\vec{g}$	Gravité terrestre
H	Matrice H de la représentation d'état d'un système linéaire discret : relation entre les sorties du système dynamique et les variables d'état
$h(x,u)$	Modèle d'observation (de mesure) non linéaire continue
$h_k(x,u)$	Modèle d'observation (de mesure) non linéaire discret
$\vec{h}_{RW}$	Moment angulaire des roues à réaction
$h_{RWi}$	Module du moment angulaire de la roue i
$\vec{h}_{SC}$	Moment angulaire du satellite
$\vec{h}_{tot}$	Moment angulaire total de l'ensemble satellite + roues à réaction
I	Matrice identité
$J_{si}$	Inertie de la roue i dans la direction de son axe de rotation
$J_{SC}$	Inertie totale du satellite moins l'inertie des roues selon leur axe de rotation
$K_k$	Gain de Kalman discret du filtre EKF
M	Matrice de mésalignement
$P_k^-$	Matrice de covariance propagée dans le filtre EKF
$P_k^+$	Matrice de covariance corrigée dans le filtre EKF
$P_0$	Valeur d'initialisation de la matrice de covariance du filtre EKF
q	Quaternion
$Q_k$	Matrice de covariance discrétisée du bruit du système dynamique
T	Matrice du modèle du magnétomètre incluant des effets de <i>Soft Iron</i> et des non-orthogonalités
$\vec{T}_{RW}$	Couple appliqué sur l'ensemble des roues à réaction
$\vec{T}_{EX}$	Couple externe au système
Ts	Période d'échantillonnage
S	Matrice de facteur d'échelle
s	Surface de glissement de la commande SMC
$t_0$	Temps initial
$u_k$	Entrées du système dynamique
$\vec{w}_{rel i}$	Vitesse relative de la roue i relative au satellite
$w_{rel i}$	Vitesse relative de la roue i relative au satellite, dans la direction de son axe

---

---

	de rotation
$\vec{w}_{SC}$	Vitesse de rotation du satellite
$w_{SC}$	Module de la vitesse de rotation du satellite
$\hat{x}_k$	Variables d'état du pas actuel dans le filtre EKF
$\hat{x}_k^-$	Variables d'état estimées a priori dans le filtre EKF
$\hat{x}_k^+$	Variables d'état estimées a posteriori dans le filtre EKF
$\hat{x}_0$	Valeur d'initialisation de la variable d'état du filtre EKF
$y_k$	Sorties du système dynamique
$\Delta t$	Incrément de temps
$\varepsilon$	Composantes vectorielles du quaternion $\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]$
$\varepsilon_{\text{gauss}}$	Bruit gaussien
$\eta$	Composante scalaire du quaternion
$\theta$	Tangage ou angle de rotation autour de l'axe $B_y$ du référentiel structurel pour la séquence de rotation $B_z$ - $B_y$ - $B_x$
$\sigma_{\text{gyro}}$	Écart-type du bruit gaussien du gyro théorique
$\sigma_{\text{gyro\_mes}}$	Écart-type du bruit gaussien du gyro mesuré
$\sigma_{\text{acc}}$	Écart-type du bruit gaussien de l'accéléromètre théorique
$\sigma_{\text{acc\_mes}}$	Écart-type du bruit gaussien de l'accéléromètre mesuré
$\sigma_{\text{MGM}}$	Écart-type du bruit gaussien du magnétomètre théorique
$\sigma_{\text{MGM\_mes}}$	Écart-type du bruit gaussien du magnétomètre mesuré
$\sigma_e$	Écart-type de l'erreur de quantification
$\phi$	Roulis ou angle de rotation autour de l'axe $B_x$ du référentiel structurel pour la séquence de rotation $B_z$ - $B_y$ - $B_x$
$\Phi_k$	Matrice Jacobienne discrétisée du modèle dynamique non linéaire
$\Psi$	Lacet ou angle de rotation autour de l'axe $B_z$ du référentiel structurel pour la séquence de rotation $B_z$ - $B_y$ - $B_x$
$\Delta\delta_B$	Partie vectorielle du quaternion représentant une petite rotation entre deux quaternions
$\Delta\delta_{RES}$	Partie vectorielle du quaternion représentant une petite rotation entre deux quaternions et utilisé comme résidu dans la phase de correction du filtre EKF
$\Delta t_{\text{cont}}$	Pas fixe utilisé dans les simulations des systèmes continus

---



# LISTE DES ACRONYMES

---

<b>Acronyme</b>	<b>Définition</b>
AEKF	Filtre de Kalman étendu additif ( <i>Additive Extended Kalman Filter</i> )
CMG	Gyroscope inertiel de commande ( <i>Control Momentum Gyroscope</i> )
DCM	Matrice de cosinus directeurs ( <i>Direction Cosine Matrix</i> )
DPI	Invariance du produit scalaire ( <i>Dot Product Invariance</i> )
EKF	Extended Kalman Filter
GNC	Guidage, Navigation et Commande
HI	<i>Hard Iron</i>
IDE	Environnement de développement intégré ( <i>Integrated Development Environment</i> )
IKF	Filtre de kalman itératif ( <i>Iterated Kalman Filter</i> )
IMU	Unité inertielle ( <i>Inertial Measurement Unit</i> )
KF	Filtre de Kalman ( <i>Kalman Filter</i> )
LSE	Estimateur par moindres carrés ( <i>Least Squares Estimateur</i> )
MEKF	Filtre de Kalman étendu multiplicatif ( <i>Multiplicative Extended Kalman Filter</i> )
MGM	Magnétomètre
MIMO	Multiplés entrées multiples sorties ( <i>Multiple Input Multiple Output</i> )
MLE	Estimateur du maximum de vraisemblance ( <i>Maximum Likelihood Estimator</i> )
MRP	Paramètres modifiés de Rodrigues ( <i>Modified Rodrigues Parameters</i> )
MVEE	Ellipsoïde de volume minimal ( <i>Minimum Volume</i> )

---

---

	<i>Enclosing Ellipsoid</i>
NED	Référentiel <i>North, East, Down</i>
RLS	Moindres carrés récurrents ( <i>Recursive Least Squares</i> )
RMS	Moyenne quadratique ( <i>Root Mean Square</i> )
RW	Roue à réaction ( <i>Reaction Wheel</i> )
SI	<i>Soft Iron</i>
SVD	Décomposition en valeurs singulières ( <i>Singular Value Decomposition</i> )
SMC	Commande par mode glissante ( <i>Sliding Mode Control</i> )
SOEKF	Filtre de Kalman étendu de deuxième ordre ( <i>Second Order Extended Kalman Filter</i> )
UKF	Filtre de Kalman non parfumé ( <i>Unscented Kalman Filter</i> )
VS-CMG	Gyroscope inertiel de commande à vitesse variable ( <i>Variable Speed Control Moment Gyro</i> )

---

# CHAPITRE 1 INTRODUCTION

La technologie aérospatiale est une technologie récente qui est encore à l'étape de développement. Les systèmes spatiaux sont de plus en plus utilisés pour un nombre élevé d'objectifs, y compris l'exploration scientifique, la géomatique et les systèmes de communication et de positionnement terrestre. Ces nouvelles fonctionnalités entraînent la nécessité de développer des solutions innovantes adaptées aux objectifs spécifiques de chaque mission. À cette fin, la technologie spatiale continue à faire des avancées dans plusieurs domaines techniques, parmi lesquels on retrouve les systèmes de Guidage, Navigation et Commande ou GNC dont le but est d'obtenir des systèmes permettant de déterminer, guider et commander l'état dynamique d'un véhicule spatial afin d'atteindre les objectifs de la mission.

## 1.1 Contexte de recherche

La conception de systèmes de GNC est un problème complexe, notamment dans les cas où les systèmes à commander sont aussi complexes. Ces techniques ont traditionnellement été développées et validées en utilisant des modèles numériques de la dynamique du système. Ainsi, le système complet peut être simulé par ordinateur, tel qu'illustré à la figure 1.1.

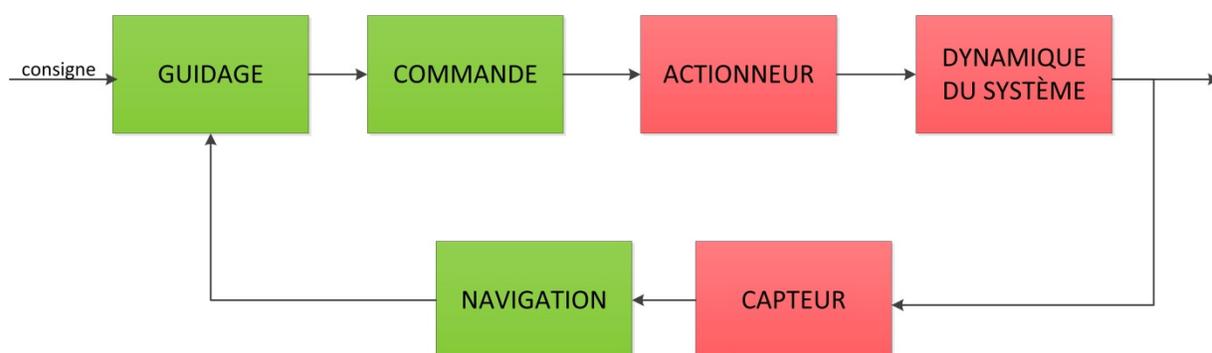


Figure 1.1 Schéma d'un système GNC.

Dans ce schéma, les blocs Guidage, Commande et Navigation représentent des fonctions numériques créées pour asservir le système. En revanche, les actionneurs, la dynamique du système et les capteurs sont les éléments réels pour lesquels on construit un modèle (blocs réels ou *Real World* ) afin de les inclure dans le modèle numérique complet.

Traditionnellement, ce type de modèles sert non seulement à la conception des solutions GNC, mais aussi à réaliser les validations nécessaires du système avant la mise en service.

Dans le cas d'un système GNC conçu pour un satellite, la vérification du système complet final est une phase vitale. Le fonctionnement adéquat et la fiabilité de l'ensemble doivent être assurés avant la mise en orbite dû à la difficulté voire à l'impossibilité de faire des corrections postérieures. Cependant, l'utilisation de simulations basées sur des modèles entraîne des problèmes, spécialement si le système à modéliser est complexe comme les éléments flexibles ou le champ magnétique terrestre. Dans ce cas, l'élaboration de modèles devient un processus long et coûteux dont le résultat peut comporter des erreurs de précision par rapport à la réalité. De plus, la simulation par ordinateur de systèmes complexes est un processus lent qui empêche la réalisation de vérifications en temps réel.

Dans ce contexte, l'utilisation de systèmes appelés *Hardware in the Loop* est de plus en plus fréquente. Ces systèmes ont comme principale caractéristique la substitution des modèles des blocs *RealWorld* simulés numériquement par leurs équivalents réels. De cette façon, le système complet peut être vérifié avec les éléments qui seront utilisés dans l'environnement réel, ce qui permet d'éviter les problèmes causés par l'utilisation de modèles numériques.



Figure 1.2 Minisatellite LABSAT au laboratoire de NGC Aérospatiale Ltée (Reproduit avec la permission de NGC Aérospatiale Ltée.)

À cet effet, l'Université de Sherbrooke et la société NGC Aérospatiale Ltée développent en partenariat le minisatellite LABSAT qui possède toutes les fonctionnalités d'un véhicule spatial réel. LABSAT (Fig. 1.2) a été conçu expressément pour le développement et la

---

vérification des systèmes GNC et offre une plateforme de validation qui inclut divers capteurs, des actionneurs et des éléments flexibles. Le satellite possédera deux systèmes de mesure d'attitude : d'un côté, un magnétomètre et une unité inertielle ou IMU (*Inertial Measurement Unit*) comprenant un gyro et un accéléromètre; de l'autre côté, un capteur d'étoiles qui sera utilisé conjointement avec une coupole semi-sphérique pour simuler les étoiles. En termes d'actionneurs, LABSAT possède 4 roues à réaction disposées en forme pyramidale. Ce schéma permet de recréer un environnement redondant comme dans les vraies missions spatiales, où la quatrième roue est incluse pour permettre de substituer l'une des 3 roues actives en cas de panne.

Les éléments distinctifs du simulateur matériel LABSAT seront la coupole stellaire, qui permettra d'utiliser des capteurs d'étoiles dans un environnement réaliste, et les panneaux solaires flexibles, qui fourniront la complexité des problèmes de commande rencontrés sur les vaisseaux spatiaux. Ces caractéristiques uniques de LABSAT permettront de tester de nouveaux systèmes de commande d'attitude des satellites dans un environnement privilégié. Au stade initial, LABSAT sera utilisé par la société NGC Aérospatiale Ltée. et, par la suite, l'Université de Sherbrooke l'utilisera à des fins pédagogiques et de développement de projets d'innovation dans un contexte universitaire.

Le projet de recherche présenté dans ce mémoire poursuit les travaux déjà accomplis sur LABSAT et traitera notamment de la résolution des problèmes actuels du premier groupe de capteurs (unité inertielle et magnétomètre) et de l'optimisation des mesures obtenues dans le but de permettre la conception et l'implémentation d'une première boucle de commande pour mettre en œuvre le simulateur matériel du minisatellite.

## 1.2 Problématique

Le laboratoire LABSAT a pris naissance en 2003, et plusieurs tâches ont été accomplies tout au long des dernières années. Au début du présent projet, les différents sous-systèmes, comme les capteurs, les actionneurs et le processeur central, étaient déjà présents et plusieurs développements et tests avaient déjà été accomplis afin de mettre en marche le système. Ces

sous-systèmes avaient déjà été mis en marche de façon autonome, mais l'intégration générale, y compris la fermeture de la boucle de commande, n'avait jamais été abordée.

Dans les étapes initiales de LABSAT, des problèmes ont été identifiés au niveau de l'intégration permettant la mise en marche du laboratoire. Plus précisément, le capteur magnétique présentait un niveau de bruit élevé qui ne permettait pas de mesurer correctement l'attitude.

Finalement, le système de commande du satellite n'a pas été implanté dans les étapes précédentes du projet. Pour commander en attitude le minisatellite, un asservissement permettant de traiter un système non linéaire doit être réalisé. De plus, l'asservissement doit permettre d'exécuter des manœuvres de grand angle et, de préférence, être robuste aux possibles incertitudes du système.

### 1.3 Survol des objectifs du projet

Dans ce contexte, l'objectif général du projet est le développement et la mise en œuvre du simulateur matériel LABSAT et d'un système de commande autonome sur le minisatellite LABSAT en incluant la centrale inertielle et le magnétomètre.

Le projet consiste à mettre en marche les différents sous-systèmes de LABSAT, à concevoir et développer un système de calibration et navigation permettant de traiter les mesures brutes des capteurs et à fermer une première boucle de commande. La fermeture d'une seconde boucle de commande, utilisant cette fois le détecteur d'étoiles, fait partie des développements futurs de LABSAT et ne fait ainsi pas partie du présent projet de recherche.

Dans ce projet, non seulement les différents sous-systèmes devront être complétés, vérifiés et intégrés, mais des solutions devront également être conçues et développées afin de minimiser les effets qui perturbent les mesures des magnétomètres et de commander des manœuvres de grand angle sur le satellite.

## 1.4 Plan du document

Ce mémoire de maîtrise est structuré de la façon suivante. D'abord, le cadre de référence est présenté au Chapitre 2, dans le but d'exposer les conventions mathématiques et les lois physiques qui régissent les différents processus qui seront étudiés au long du document. Ensuite, au Chapitre 3, une revue bibliographique donne un survol des projets similaires de simulateurs matériaux des satellites et détaillera l'état de l'art des différents domaines dans lesquels sont encadrées les techniques de navigation et commande utilisées dans ce projet. Cette revue permettra de mieux comprendre et de définir les défis du projet qui seront discutés au Chapitre 4. Dans ce chapitre, les objectifs du projet et la méthodologie proposée pour les atteindre seront aussi précisés. Une fois les bases du projet établies, les solutions conçues au cours de ce projet seront développées en détail au Chapitre 5. Finalement, le Chapitre 6 inclura les tests accomplis pour valider les solutions proposées dans ce projet et le Chapitre 7 montrera les conclusions extraites du projet et les travaux futurs proposés pour continuer le projet du laboratoire LABSAT.



# CHAPITRE 2 DÉFINITIONS ET NOTATION

Ce chapitre inclut un survol des lois physiques et conventions mathématiques qui permettront de mieux encadrer et comprendre le projet. Les sous-sections suivantes seront détaillées :

- définition des référentiels utilisés dans le projet,
- définition des représentations d'attitude des satellites,
- définition des équations de mouvement des satellites.

## 2.1 Définition des référentiels

En géométrie, un référentiel est l'ensemble d'éléments (ou base) qui permet de mesurer les coordonnées d'un vecteur (ou composantes) dans l'espace  $\mathbb{R}^3$ . Ces composantes sont relatives au référentiel, de sorte qu'en mécanique classique, le mouvement défini dans un référentiel est généralement appelé mouvement relatif.

Même si une base géométrique permettant de définir les coordonnées d'un vecteur dans un espace  $\mathbb{R}^3$  pouvait être composée de n'importe quel ensemble de 3 vecteurs indépendants  $\mathfrak{R}_v = [\vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z]$ , en pratique dans le domaine de la mécanique, le terme référentiel s'utilise généralement pour exprimer une base qui satisfait les conditions suivantes :

- vecteurs unitaires et orthogonaux (base orthonormale),
- base directe ou dextrale (suivant la règle de la main droite  $\vec{k} = \vec{i} \wedge \vec{j}$ ).

Dans le cas de ce projet de recherche, les lois de rotation pour un corps rigide correspondant à un satellite seront utilisées et les référentiels suivants seront utilisés pour exprimer ces lois:

- référentiel inertiel ou I,
- référentiel structurel ou B (*Body Frame*),
- référentiel des roues à réaction ou RW,
- référentiel des capteurs.

### 2.1.1 Référentiel inertiel

Le référentiel inertiel est un référentiel fixe dans le laboratoire où le satellite LABSAT est installé. Ce référentiel sera décrit mathématiquement en utilisant la notation suivante :

$$\mathfrak{R}_I = [\vec{I}_x, \vec{I}_y, \vec{I}_z]. \quad (2.1)$$

Dans le cas du satellite LABSAT, par simplicité, ce référentiel a été fixé de sorte que ses vecteurs  $\vec{I}_z$  et  $\vec{I}_x$  possèdent la même direction et sens que le vecteur de gravité et le nord magnétique respectivement. Ainsi, le troisième vecteur peut être calculé comme le produit vectoriel suivant :

$$\vec{I}_y = \vec{I}_z \wedge \vec{I}_x. \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Référentiel structurel

Le référentiel structurel ou B (*Body Frame*) est un référentiel fixé au corps du satellite. En conséquence, l'orientation relative entre le référentiel B et le référentiel inertiel change avec les variations d'attitude du satellite. Le référentiel structurel de LABSAT sera décrit mathématiquement en utilisant la notation suivante :

$$\mathfrak{R}_B = [\vec{B}_x, \vec{B}_y, \vec{B}_z], \quad (2.3)$$

où le vecteur  $\vec{B}_y$  est perpendiculaire au panneau frontal du satellite et  $\vec{B}_z$  est perpendiculaire au panneau inférieur (voir Fig. 2.1).

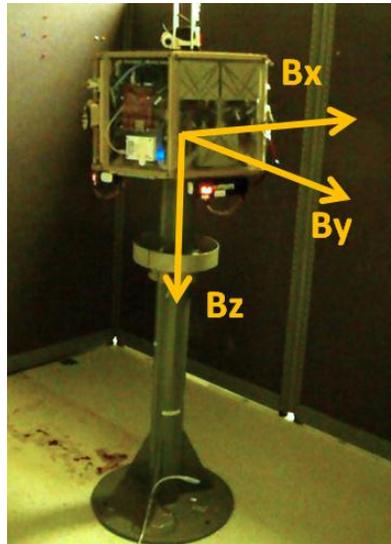


Figure 2.1 Référentiel structurel (B).

### 2.1.3 Référentiel des roues à réaction

Le référentiel des roues à réaction est un référentiel dont les vecteurs correspondent aux axes de rotation de roues à réaction :

$$\mathfrak{R}_{RW} = [\overrightarrow{RW_1}, \overrightarrow{RW_2}, \overrightarrow{RW_3}, \overrightarrow{RW_4}]. \quad (2.4)$$

Dans le cas du satellite du laboratoire LABSAT, 4 roues sont incluses dans le système et elles sont disposées suivant une structure pyramidale, tel qu'illustré à la figure 2.2.

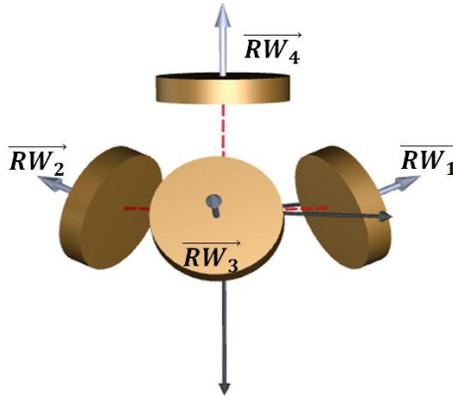


Figure 2.2 Référentiel des roues à réaction (RW).

Plus exactement, l'axe de rotation de la quatrième roue est parallèle au vecteur  $\overrightarrow{B_z}$  du référentiel structural, mais dans le sens contraire, et les autres sont régulièrement espacées dans un plan perpendiculaire à  $\overrightarrow{B_z}$ , leur axe de rotation formant un angle  $\beta = 19.47^\circ$  avec ce plan. Cette disposition peut être exprimée par rapport à la position des vecteurs qui composent le référentiel structural, car la position relative de ces deux référentiels est fixe.

$$RW_i^B = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i)\cos(\beta_i) \\ \sin(\alpha_i)\cos(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) \end{bmatrix}, \quad i = 1,2,3,4 \quad (2.5)$$

tel que:  $\beta_1 = -19.47^\circ$ ,  $\alpha_1 = 120^\circ$ ,  $\beta_2 = -19.47^\circ$ ,  $\alpha_2 = 0^\circ$ ,  $\beta_3 = -19.47^\circ$ ,  $\alpha_3 = -120^\circ$ ,  $\beta_4 = -90^\circ$  et  $\alpha_4 = 0^\circ$

À partir de cette représentation, la matrice qui permet transformer les vecteurs de la base des roues à réaction vers la base structurale peut être obtenue comme suit :

$$C_{B/RW} = [RW_1^B \ RW_2^B \ RW_3^B \ RW_4^B]. \quad (2.6)$$

Il faut remarquer que l'ensemble des axes de rotation des 4 roues n'est pas un ensemble de vecteurs indépendants donc ils ne forment pas une base dans l'espace vectoriel de 3 dimensions. Par contre, tout sous-ensemble de trois roues définit des vecteurs indépendants, donc 4 bases possibles peuvent être utilisées. Ces bases correspondent chacune au cas où une

des roues est désactivée. Ce schéma est utilisé dans les vraies missions spatiales pour assurer la redondance en cas de panne d'une des roues. En d'autres termes, à un moment donné, seulement 3 roues peuvent être actives ce qui devra être pris en compte pour les opérations comportant un changement de référentiel à partir ou vers le référentiel  $\mathcal{R}_{RW}$ .

### 2.1.4 Référentiel des capteurs

Le référentiel d'un capteur est un référentiel fixe aux axes définis par un capteur donné. Dans la phase actuelle du projet, le capteur d'étoiles ne sera pas utilisé et, par conséquent, les référentiels des capteurs seront ceux du gyro, de l'accéléromètre et du magnétomètre. Dans tous les cas, la notation suivante sera utilisée

$$\mathcal{R}_S = [\vec{S}_x, \vec{S}_y, \vec{S}_z], \quad (2.7)$$

et la correspondance avec chaque capteur sera déduite à partir du contexte.

Les vecteurs de ce référentiel ne sont pas forcément orthogonaux, car ils correspondent aux vecteurs dans lesquels les composantes des mesures des capteurs sont exprimées et les axes des capteurs peuvent inclure des erreurs de mésalignement. Ces référentiels seront utilisés pour exprimer la procédure de calibration des capteurs, qui sera détaillée dans les sections postérieures.

### 2.1.5 Résumé des référentiels

Dans cette section, les différents référentiels qui seront utilisés dans le projet ont été établis. Le Tableau 2-1 montre une comparaison des référentiels et leurs principales caractéristiques:

Tableau 2-1 Résumé des référentiels.

Nom	Nomenclature	Caractéristiques
Référentiel inertiel	$\mathcal{R}_I = [\vec{I}_x, \vec{I}_y, \vec{I}_z]$	- Orthonormal - Fixe au laboratoire
Référentiel structurel	$\mathcal{R}_B = [\vec{B}_x, \vec{B}_y, \vec{B}_z]$	- Orthonormal - Fixe à la structure du satellite
Référentiel des roues à réaction	$\mathcal{R}_{RW} = [\vec{RW}_1, \vec{RW}_2, \vec{RW}_3, \vec{RW}_4]$	- 4 possibles combinaisons de 3 vecteurs unitaires fournissant une base non orthogonale - Fixe à la structure du satellite
Référentiel des capteurs	$\mathcal{R}_S = [\vec{S}_x, \vec{S}_y, \vec{S}_z]$	-Non orthonormal -Fixe aux capteurs

## 2.2 Représentation de l'attitude du satellite

Cette section présente un résumé des différents paramètres utilisés pour représenter l'attitude du satellite. Plusieurs paramètres sont possibles, car chaque représentation possède des points forts et des points faibles qui la rendent plus appropriée en fonction de l'application requise.

Les représentations suivantes seront décrites en soulignant leurs avantages et désavantages:

- matrice de rotation ou DCM (*Direction Cosine Matrix*),
- angles d'Euler,
- quaternions,
- autres.

### 2.2.1 Matrice de rotation

Une matrice de rotation  $C_{R_{fin}/R_{ini}}$  est une matrice orthogonale de déterminant 1 qui représente la variation d'orientation entre deux référentiels orthonormaux.

$$C_{R_{fin}/R_{ini}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Dans cette représentation, les colonnes de la matrice représentent les vecteurs de la base initiale  $R_{ini}$  exprimés dans la base finale  $R_{fin}$ . Chaque élément de la matrice est le cosinus de l'angle entre les vecteurs unitaires de chaque base, d'où le nom de matrice de cosinus directeurs.

Le principal désavantage de cette représentation de l'attitude est la nécessité d'utiliser 9 variables, ce qui augmente la complexité des systèmes GNC. De plus, l'utilisation de la matrice de rotation entraîne l'utilisation des fonctions trigonométriques qui sont lentes à calculer sur un ordinateur embarqué. Pour ces raisons, elle est très rarement utilisée pour les systèmes de navigation ou commande, mais elle est utilisée très fréquemment pour accomplir des changements de base.

### 2.2.2 Angles d'Euler

Les angles d'Euler permettent d'exprimer l'orientation d'un corps rigide par rapport à une orientation initiale en termes des 3 angles de rotation autour des axes principaux du repère

utilisé. Il faut remarquer que différentes combinaisons de trois rotations peuvent être choisies en fonction des axes de rotation et de l'ordre des rotations. Par conséquent, pour représenter une orientation avec les angles d'Euler il faut non seulement la valeur des angles, mais aussi les séquences d'axes de rotation utilisées.

En aéronautique la séquence de rotations utilisée par défaut est  $B_z - B_y - B_x$  (dans le repère  $\mathfrak{R}_B$ ) et les trois angles de rotation sont souvent appelés [Phillips *et al.*, 2001] :

- roulis (ou *roll*) : rotation autour de l'axe  $B_x$ ,
- tangage (ou *pitch*) : rotation autour de l'axe  $B_y$ ,
- lacet (ou *yaw*) : rotation autour de l'axe  $B_z$ .

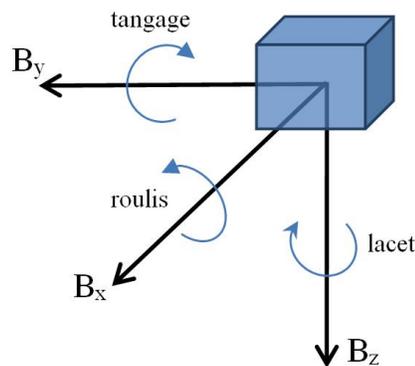


Figure 2.3 Roulis, tangage et lacet.

Les principaux désavantages de la représentation des angles d'Euler sont l'existence de singularités (singularité de blocage de cardan ou *gimbal lock* [Phillips *et al.*, 2001]), la nécessité d'accomplir 3 rotations différentes et la nécessité de calculer plusieurs sinus et cosinus dans leur implémentation pratique, ce qui augmente la complexité du code [J. de Lafontaine, 2011a]. Ces inconvénients ont pour conséquence que les angles d'Euler sont de moins en moins utilisés pour la commande d'attitude des satellites. Cependant, ces angles offrent une idée très intuitive de la variation d'attitude, raison pour laquelle ils sont souvent utilisés pour représenter le budget d'erreur du système.

### 2.2.3 Représentation angle-axe d'Euler

L'orientation peut être décrite d'une façon plus directe que celle des angles d'Euler en décrivant un axe de rotation  $\hat{a}$  de norme unitaire (aussi appelée axe d'Euler ou Eigenaxis) et l'angle  $\varphi$  qui décrit la grandeur de la rotation autour l'axe. Effectivement, en utilisant ces

paramètres, une seule rotation est requise, et pas trois comme dans le cas des angles d'Euler. Cette représentation angle-axe est exprimée comme :

$$\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ \varphi \end{bmatrix}, \quad \text{tel que } \hat{a}^T \hat{a} = 1. \quad (2.9)$$

Le principal avantage de cette méthode est la disparition de la singularité de *gimbal lock*, mais en revanche elle nécessite un paramètre additionnel. Il faut aussi noter que la contrainte de module unité est introduite pour éviter la redondance d'information qui apparaît à cause de la description d'une rotation dans un espace  $\mathbb{R}^3$  avec quatre paramètres.

### 2.2.4 Quaternion

Le quaternion, aussi appelé paramètres d'Euler-Rodrigues, offre une façon directe de décrire une rotation, similaire au cas de la représentation angle-axe. Ainsi une seule rotation est requise. Pour ce faire, le quaternion est calculé à partir de l'angle  $\varphi$  et l'axe de rotation  $\hat{a} = [a_x, a_y, a_z]$  suivant l'expression :

$$q = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \sin(\varphi/2) \\ a_y \sin(\varphi/2) \\ a_z \sin(\varphi/2) \\ \cos(\varphi/2) \end{bmatrix}, \quad \text{tel que } q^T q = \hat{a}^T \hat{a} = 1. \quad (2.10)$$

Cette représentation est plus convenable qu'exprimer directement la rotation en termes de l'axe  $\hat{a}$  et l'angle  $\varphi$  car, en utilisant les quaternions, les calculs pour accomplir des rotations n'incluent pas des sinus ou cosinus qui sont coûteux en termes de charge de calcul.

En réalité, la mathématique des quaternions n'a pas initialement été créée pour représenter des rotations; elle a été inventée par W.R. Hamilton pour décrire un espace hypercomplexe  $\mathbb{H}$  comme extension de l'ensemble de nombres complexes  $\mathbb{C}$ . En effet, les quaternions décrivent un espace de 4 dimensions avec trois dimensions complexes ( $\varepsilon$ ) et une réelle ( $\eta$ ). Il faut noter que le terme réel du quaternion peut être représenté en première position ou en quatrième selon la convention adaptée. Dans ce mémoire, on utilisera toujours le terme réel en quatrième position. De plus, la contrainte de module unité n'est pas obligatoire dans la mathématique des quaternions, elle est ajoutée pour la représentation de l'attitude des satellites de sorte qu'une rotation donnée n'ait qu'une seule représentation.

Les principaux avantages des quaternions sont qu'ils permettent d'éviter la singularité de *gimbal lock* et qu'ils offrent une méthode simple en termes d'opérations pour calculer une rotation. Par contre, leur principal désavantage est qu'ils n'offrent pas une idée intuitive de la rotation qu'ils représentent.

### Rotations avec quaternions

Les quaternions permettent de calculer des rotations consécutives en utilisant la multiplication des quaternions, aussi représentée par l'opérateur  $\otimes$  [J. L. Crassidis *et al.*, 2000]:

$$q_{B'I} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{B'I} \\ \eta_{B'I} \end{bmatrix} = q_{B'B} \otimes q_{BI} = \begin{bmatrix} \Xi^T(q_{BI}^{-1})q_{B'B} \\ q_{B'B}^T q_{BI}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

tel que :

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} \eta I_{3 \times 3} + \varepsilon^x \\ -\varepsilon^T \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

et  $q^{-1}$  représente le quaternion inverse de  $q$  :

$$q^{-1} = [-\varepsilon_x \ -\varepsilon_y \ -\varepsilon_z \ \eta]^T. \quad (2.13)$$

### 2.2.5 Autres représentations

Finalement, deux autres représentations apparaissent parfois dans la commande d'attitude des véhicules spatiaux. Ces paramètres sont le vecteur de Gibbs et les paramètres modifiés de Rodrigues.

Le vecteur de Gibbs peut être exprimé par rapport à l'axe de rotation  $\hat{a}$  et l'angle  $\varphi$  comme:

$$g = \hat{a} \tan(\varphi/2) = \begin{bmatrix} a_x \tan(\varphi/2) \\ a_y \tan(\varphi/2) \\ a_z \tan(\varphi/2) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Ces paramètres permettent de représenter la rotation avec 3 paramètres (représentation minimale), mais ils présentent des singularités à  $180^\circ$  [J. L. Crassidis et Markley, 1996].

Les paramètres modifiés de Rodrigues ou MRPs (*Modified Rodrigues parameters*) peuvent être exprimés par rapport à l'axe de rotation  $\hat{a}$  et l'angle  $\varphi$  comme:

$$\text{MRPs} = \hat{a} \tan(\varphi/4) = \begin{bmatrix} a_x \tan(\varphi/4) \\ a_y \tan(\varphi/4) \\ a_z \tan(\varphi/4) \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Ces paramètres permettent une paramétrisation minimale sans singularités jusqu'à 360° [J. L. Crassidis et Markley, 1996].

## 2.2.6 Résumé des paramètres

Le Tableau 2-2 montre un résumé des différents paramètres présentés dans cette section :

Tableau 2-2 Résumé des paramètres.

	<b>Représentation</b>	<b>Avantages</b>	<b>Désavantages</b>
Matrice de rotation	$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$	-Calcul simple des rotations consécutives -1 rotation	-9 paramètres
Angles d'Euler	Row, pitch, yaw	-Intuitifs -3 paramètres	-Singularité (90°) -3 rotations
Angle-axis d'Euler	$[\hat{a} \ \varphi] = [a_x \ a_y \ a_z \ \varphi]$	-Pas de singularité -1 rotation	-Calculs complexes -4 paramètres
Quaternions	$q = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \eta]$	-Pas de singularité -1 rotation	-Pas intuitif -4 paramètres
Vecteur de Gibbs	$g = \hat{a} \tan(\varphi/2)$	-3 paramètres -1 rotation	-Singularité (180°) -Pas intuitif
MRPs	$\text{MRPs} = \hat{a} \tan(\varphi/4)$	-3 paramètres -1 rotation	-Singularité (360°) -Pas intuitif

## 2.3 Équations du mouvement d'un satellite

Cette section donne un résumé des équations de la dynamique des satellites avec roues à réaction et des équations de la cinématique. Seulement les équations les plus importantes pour bien comprendre les sections subséquentes seront montrées. Les détails des développements mathématiques pour arriver à ces équations ne seront pas inclus, mais ils peuvent être retrouvés dans plusieurs livres de référence sur la dynamique spatiale [Wie, 1998][Sidi, 1997][Wertz, 1978] et dans les notes du cours GEI720 donné à l'Université de Sherbrooke [J. de Lafontaine, 2011a].

### 2.3.1 Dynamique des satellites avec roues à réaction

Les équations d'Euler de la mécanique classique décrivent la rotation d'un corps rigide. Pour le référentiel de rotation fixe au corps de satellite ou structurel ( $\mathfrak{R}_B$ ), ces équations sont:

$$\dot{h}_{tot}^B = T_{EX}^B - \omega_B^X h_{tot}^B . \quad (2.16)$$

Dans cette expression,  $T_{EX}^B$  représente le couple externe sur le satellite,  $h_{tot}^B$  le moment angulaire total du satellite (roues à réaction incluses) et  $\omega_B$  est la vitesse angulaire du satellite

par rapport au référentiel inertiel exprimé dans  $\mathfrak{R}_B$ . En outre, la notation  $()^x$  définit la matrice antisymétrique suivante, étant donné le vecteur  $w_B = [w_x, w_y, w_z]$ :

$$w_B^x = \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Dans un satellite incluant des roues à réaction, les équations de la dynamique classique peuvent être appliquées aussi à chaque roue. Ainsi, un couple appliqué sur une roue à réaction provoquera une variation linéaire de son moment angulaire selon l'axe de rotation de la roue :

$$\dot{h}_{RWi}^{RWi} = T_{RWi}^{RWi}, \quad (2.18)$$

où  $h_{RWi}^{RWi}$  et  $T_{RWi}^{RWi}$  font référence au moment angulaire selon l'axe de rotation de la roue  $i$  et au couple de la roue  $i$  respectivement.

Dans le cas d'un ensemble de 3 roues à réaction, les équations de la dynamique s'expriment dans le repère structurel avec l'équation suivante:

$$\dot{h}_{RW}^B = C_{B/RW} T_{RW}^{RW}. \quad (2.19)$$

Dans l'équation précédente,  $C_{B/RW}$  représente la matrice de rotation qui permet de passer du référentiel  $\mathfrak{R}_{RW}$  au référentiel  $\mathfrak{R}_B$ , et le moment angulaire et le couple sont exprimés dans ce dernier référentiel. Cette variation du moment angulaire des roues à réaction permet de commander la vitesse angulaire du satellite par échange de moment angulaire, car :

$$h_{SC}^B = J_{SC} w^B = h_{tot}^B - h_{RW}^B. \quad (2.20)$$

et, par conséquent les variations de  $h_{RW}^B$  affectent la vitesse angulaire du satellite  $w^B$ .

### 2.3.2 Cinématique des satellites avec roues à réaction

Finalement, la rotation du corps rigide dans l'espace sera représentée par le quaternion  $q_{BI} = [\varepsilon, \eta]$ , qui indique la rotation du satellite entre le référentiel inertiel  $\mathfrak{R}_I$  et le référentiel  $\mathfrak{R}_B$ . Les équations décrivant la cinématique avec des quaternions sont [Wertz, 1978]:

$$\dot{q}_{BI} = \frac{1}{2} \Omega(w_B) q_{BI}, \quad (2.21)$$

où  $\Omega(w_B)$  représente:

$$\Omega(w_B) = \begin{bmatrix} -w_B^x & w_B \\ -w_B^T & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

## CHAPITRE 3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Les simulateurs matériels de satellites sont apparus en même temps que les satellites eux-mêmes. Les premiers simulateurs matériels étaient de grands projets développés ou subventionnés par les agences spatiales comme la NASA. Ils simulaient de lourds satellites pour mieux comprendre leur comportement dynamique ou pour vérifier les systèmes de commande. Durant les décennies suivantes, ces projets ont évolué vers la vérification de systèmes de plus en plus complexes dont les caractéristiques (taille, matériaux, capteurs, actionneurs) ont également évolué au fil du temps. En général, les simulateurs matériels de satellites sont destinés à prouver ou à tester une théorie déterminée. Ainsi, à travers l'histoire, on trouve des exemples de simulateurs aux objectifs aussi divers que l'étude des effets de la dissipation de l'énergie, des structures complexes ou des systèmes de guidage, navigation et commande d'attitude (GNC) [Schwartz *et al.*, 2003].

Le simulateur matériel LABSAT fait partie de ce dernier groupe : le développement de systèmes GNC qui est l'un des objectifs les plus courants des simulateurs matériels de satellite sur Terre. Au cours des dernières décennies, plusieurs simulateurs matériels ont été développés dans ce but, la grande majorité étant basée sur la technologie des roulements sphériques à coussin d'air qui offre un environnement presque sans friction, optimal pour recréer les conditions des satellites dans l'espace. Cette revue bibliographique donne un cadre général dans lequel se situe le projet LABSAT.

D'abord, un résumé des simulateurs matériels actuels et ayant des caractéristiques similaires sera présenté. Le but sera d'analyser la technologie utilisée dans le cas d'autres simulateurs de moyenne ou petite taille, basés sur la technologie des roulements sphériques à air et dont le but est la vérification des systèmes GNC. Cette révision permettra, par la suite, de présenter le simulateur matériel LABSAT en le comparant à d'autres projets similaires. En outre, une révision des tâches accomplies par les groupes de travail précédents sur LABSAT sera détaillée pour mieux identifier l'état actuel du projet.

Ensuite, la partie finale de cette bibliographie fera une revue de l'état de l'art des systèmes de calibration, navigation, et commande, en se concentrant sur les techniques orientées à la résolution de problèmes similaires à ceux déjà identifiés pour LABSAT. Cette section permettra de mieux comprendre les problèmes rencontrés et les solutions proposées par d'autres groupes de recherche.

Les techniques permettant de minimiser les effets du bruit et du biais des capteurs seront présentées. À ce sujet, deux grands blocs seront décrits : d'un côté, les techniques de calibration; de l'autre, les estimateurs d'état.

Finalement, une revue des techniques de commande des satellites sera incluse comme introduction et mise en contexte de la solution choisie pour accomplir cette dernière tâche.

En résumé, les différents domaines qui seront analysés dans cette revue bibliographique sont illustrés dans le schéma de la figure 3.1.

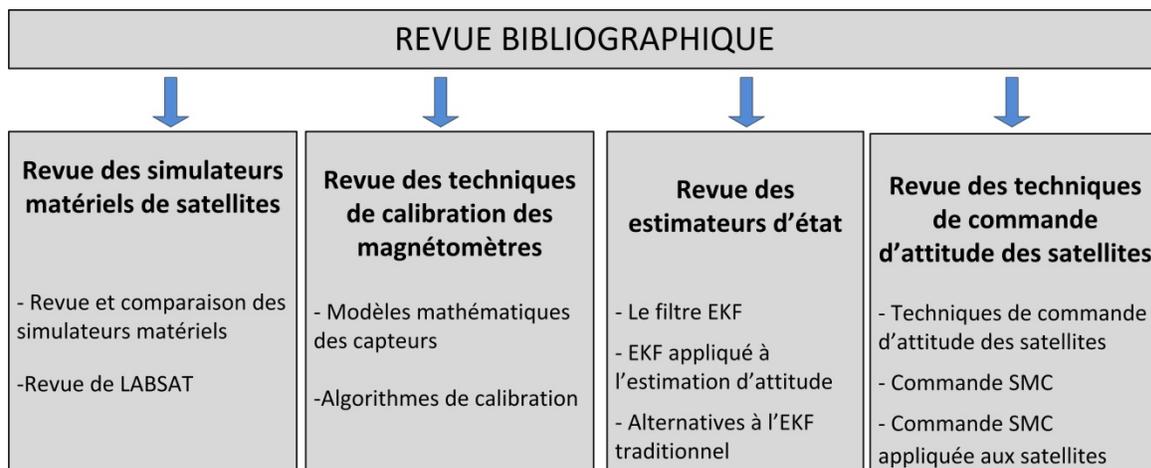


Figure 3.1 Schéma de la revue bibliographique.

### 3.1 Revue des simulateurs matériels des satellites

Actuellement, plusieurs universités dans le monde possèdent, ou sont en train de développer, des simulateurs matériels de satellites de moyenne ou petite taille et permettant le développement et la vérification des systèmes GNC dans un environnement réaliste.

---

L'objectif de cette section n'est pas de décrire en détail tous les simulateurs qui apparaissent dans la littérature, mais plutôt de donner un résumé des projets le plus significatifs et récents dans le but de pouvoir cadrer le projet LABSAT par rapport à d'autres projets similaires et actuels. Ainsi, une sélection des projets les plus cités dans la littérature sera présentée, et ce, en portant une attention aux caractéristiques les plus représentatives de chaque simulateur.

### 3.1.1 Laboratoire de commande et dynamique d'attitude (SADCL)

La *Naval Postgraduate School* (NPS), aux États-Unis, possède un laboratoire dédié à la dynamique et à la commande d'attitude des véhicules spatiaux depuis 1989. Actuellement, ce laboratoire possède deux simulateurs matériels de satellite. Le premier est le *Three-Axis Spacecraft Simulator* (TASS) [Chernesky, 2001] [Kim *et al.*, 2004], un satellite de 195 kg qui est essentiellement utilisé pour l'obtention des profils des couples des roues à réaction et pour le développement d'un système d'acquisition, de suivi et de pointage précis du satellite. Ce simulateur matériel possède trois systèmes de capteurs différents : un magnétomètre (3 axes), trois gyros et un capteur du Soleil qui a été modifié pour inclure une étoile simulée permettant d'obtenir l'information d'attitude en 3 axes. Les actionneurs sont aussi divisés en deux grands groupes : trois roues à réaction et huit propulseurs de gaz, permettant un large éventail de niveaux d'accélération.

Le deuxième simulateur de la NPS, appelé CubeTAS est d'une taille significativement plus petite. Il est utilisé pour le projet CubeSat, lequel utilise des nanosatellites dont le poids est d'environ 1 kg. Le simulateur CubeTAS obtient des données à partir d'une combinaison de deux inclinomètres monoaxe, une unité inertielle (3 axes) et un capteur solaire qui sont intégrés à l'aide d'un Filtre de Kalman Étendu ou *Extended Kalman Filter* (EKF). Les actionneurs du CubeTas incluent des roues à réaction et des bobines magnétiques. De plus, un PC embarqué de type PC/104 est utilisé comme processeur. Finalement, un système de balancement automatique du centre de masse est en développement [Chesi *et al.*, 2013]. Une caractéristique de ce simulateur matériel est l'utilisation d'une cage de Helmholtz entourant le satellite qui permet de simuler le champ magnétique en orbite.

### 3.1.2 Simulateur intégré de commande d'attitude au GIT

Le *Georgia Institute of Technology* (GIT) possède un simulateur matériel de satellite appelé *Integrated Attitude Control Simulator* (IACS) [Jung et Tsiotras, 2003] dont l'objectif principal est de soutenir la recherche de pointe dans le domaine de la commande non linéaire des satellites.

Le simulateur IACS inclut plusieurs capteurs, y compris un capteur de Soleil (2 axes), un gyro (3 axes), un magnétomètre (3 axes) et une unité inertielle de sauvegarde qui pourrait être aussi utilisée pour valider le fonctionnement des autres capteurs. Le système de commande est implémenté sur un ordinateur embarqué (ADLink NuPRO-775 Series) et à l'aide du logiciel MATLAB xPC Target Environment. Les actionneurs de l'IACS sont divisés en deux grands groupes : d'un côté, huit propulseurs à gaz et de l'autre, quatre gyroscopes inertiels de commande à vitesse variable ou VS-CMG (*Variable Speed Control Moment Gyros*). Chaque VS-CMG peut fonctionner dans un mode purement CMG, un mode VS-CMG ou dans le mode roue à réaction (RW). Ce simulateur matériel a récemment été actualisé pour devenir une plateforme de simulation avec cinq degrés de liberté [Cho *et al.*, 2009].

### 3.1.3 Simulateur spatial du CalPoly

Le simulateur matériel de satellite du groupe PolySat du California State Polytechnic Institute a pour but d'être un démonstrateur de technologie et un banc d'essai pour les systèmes de commande des nanosatellites CubeSat. Le capteur principal du PolySat est une unité de mesure inertielle composée de trois gyroscopes et de trois accéléromètres. Le simulateur matériel possède deux capteurs supplémentaires : un système de gyros sur 3 axes et un capteur d'étoiles utilisé conjointement avec un champ d'étoiles positionné au-dessus du simulateur [Logan, 2008]. Les actionneurs du simulateur matériel du CalPoly sont quatre roues à réaction placées dans un arrangement pyramidal qui permettent de commander l'orientation sur 3 axes et un système d'équilibrage précis.

### 3.1.4 Le laboratoire de simulation de systèmes spatiaux (SSSL)

Le *Virginia Polytechnic Institute and State University* (Virginia Tech) possède un laboratoire de simulation de systèmes spatiaux (SSSL) où l'on développe une plateforme d'essai pour la simulation d'algorithmes de commande d'attitude de vol en formation. Cette plateforme est composée de deux simulateurs matériels à roulement à air indépendants (Whorl-I et Whorl-II). Les simulateurs possèdent plusieurs capteurs, y inclus une unité inertielle équipée d'un accéléromètre à 3 axes, d'un à gyro 3 axes et d'un magnétomètre supplémentaire. Les actionneurs incluent trois roues à inertie ou à réaction (selon le mode sélectionné), un système de propulseurs à gaz et un système basé sur CMGs. Par ailleurs, les deux satellites sont dotés de contrepoids automatisés.

Enfin, il faut remarquer que Whorl-I et Whorl-II utilisent des magnétomètres pour calculer l'attitude du satellite, mais un haut niveau de bruit a été observé dans leurs mesures. Des correctifs ont dû être apportés à la Virginia Tech en ce sens. Dans le cas de Whorl-I, l'utilisation d'une bôme a permis l'éloignement du magnétomètre des plus grandes sources de bruit qui se trouvent dans le satellite. En conséquence, un changement de position du magnétomètre a permis de réduire le bruit jusqu'à un niveau acceptable. Néanmoins, dans le cas de Whorl-II le positionnement d'une bôme n'est pas évident et une étude plus approfondie du bruit a été réalisée [Robertson et Shinpaugh, 2010]. Cette étude a montré la présence des effets magnétiques importants causés par le piédestal.

### 3.1.5 Comparaison des simulateurs matériels

Le tableau 3-1 résume les principales caractéristiques des différents projets présentés dans cette revue et montre la diversité des technologies utilisées par les simulateurs matériels de satellite actuels.

Tableau 3-1 Résumé de caractéristiques des simulateurs matériels de satellite.

Nom (Univ.)	Capteurs	Actuateurs	Processeur et logiciel	Balanciers Automat.	Observations
<b>TASS (NPS)</b>	-magnétomètre -3 gyros -capteur solaire	-3 roues à réaction -propulseurs à gaz	-notebook avec MATL/SIM	Oui	-actualisations des capteurs : GPS
<b>NanoSim (NPS)</b>	-2 inclinomètres -1 IMU -capteur solaire	-3 roues à réaction -3 bobines magnétiques	-PC/104 -MATL/SIM	En dévelop.	-cage Helmholtz

<b>IACS (GIT)</b>	-capteur solaire -3 gyros -magnétomètre -IMU (acc+gyro)	-4 VS-CMG (VS-CMG /CMG/RW) -8 propulseurs à gaz	--PC/104 -MATLAB xPC target	Non	-emphase sur commande CGM -actualisation à 5DoF
<b>CPSS (CalPoly)</b>	-IMU (acc+gyro) -gyro (3xes) -capteur d'étoiles	-4 roues à réaction	- PC/104 -MATLxPC targ and RT	Oui	-configuration pyramidale des roues -dôme étoilé
<b>DSACSS (VT)</b>	-IMU (acc+gyro) -magnétomètre	-3 roues(inertie/réaction) -propulseurs à gaz -CMG	- PC/104	Oui	-multisatellite -étude du bruit magnétique -GPS à venir

Chaque simulateur possède des capteurs, actionneurs et processeurs différents, choisis en fonction des spécifications des projets. Dans le cas des capteurs, on observe une grande variété d'options. Le capteur le plus utilisé est l'unité inertielle qui offre l'information en orientation sur 2 axes. Par conséquent, elle est utilisée conjointement avec d'autres capteurs comme les magnétomètres ou les capteurs solaires afin de fournir l'information en orientation finale sur 3 axes.

Pour ce qui est des actionneurs, traditionnellement l'option la plus fréquente était l'utilisation des roues à réaction. Cependant, dans les projets les plus récents, on observe une tendance à l'inclusion d'autres actionneurs plus complexes, comme les roues à inertie ou les CMG, le but des projets étant le développement d'un environnement contrôlé pour la vérification des nouveaux systèmes de commande qui incluent ces types d'actionneurs.

### 3.1.6 LABSAT

Le projet TEAMSAT, précurseur de LABSAT, a débuté en 2003 comme un laboratoire de satellite à des fins pédagogiques [J. de Lafontaine *et al.*, 2003]. À cette époque, le simulateur matériel du satellite, basé sur un roulement sphérique à air, était encore dans sa phase initiale de développement. Néanmoins, les principaux points forts de LABSAT y sont déjà présents: simulateur d'étoiles, élimination dynamique du couple gravitationnel avec un système de balanciers, ainsi que la présence d'éléments flexibles comme les panneaux solaires.

Le simulateur matériel de minisatellite TEAMSAT envisageait deux systèmes différents de capteurs : le capteur d'étoiles et un système de trois gyros sur 3 axes qui n'avaient pas encore

---

été achetés en 2003. De plus, TEAMSAT possédait neuf actionneurs divisés en trois groupes : deux actionneurs pour le mouvement des panneaux solaires, trois balanciers pour ajuster le centre de masse et un système de quatre roues à réaction. Les roues à réaction sont disposées suivant une configuration pyramidale comme dans les schémas rencontrés sur les vrais satellites afin de disposer d'une roue de réserve. Cette configuration permet de travailler dans un scénario plus réaliste avec un système d'actionneurs non orthogonaux.

Le logiciel de bord de LABSAT fonctionne sur un processeur ARM TS-7800 dans le cas du système GNC et sur un processeur PC/104 pour le logiciel du capteur d'étoiles. Le simulateur est un outil pédagogique et de vérification de différents algorithmes. Ainsi, les algorithmes initialement développés et validés dans un environnement de simulation comme MATLAB/Simulink sont codés en C++ ou C pour leur vérification finale dans le simulateur matériel LABSAT. De plus, le système peut être commandé par les utilisateurs à partir d'une station au sol reliée au satellite par un lien WiFi.

En 2009, un groupe d'étudiants de l'Université de Sherbrooke a repris les travaux sur le minisatellite, renommé alors LABSAT [Malo *et al.*, 2009]. Leur principal objectif était de remettre en fonction le satellite qui avait été non actif pendant une certaine période de temps. Les principaux axes de travail du groupe incluaient le développement et l'intégration du capteur inertiel qui n'était pas présent dans la version initiale de TEAMSAT, la conception et l'implantation du code du processeur central du satellite, la conception et l'implémentation de l'interface au sol et sa télémétrie avec le satellite et, finalement, le développement des algorithmes de traitement d'image requis pour le capteur stellaire.

Ensuite, en 2010, un nouveau groupe d'étudiants de l'Université de Sherbrooke a poursuivi les travaux sur le minisatellite. Les tâches principales effectuées par ce groupe de travail étaient l'actualisation du code et la calibration de l'unité inertielle ou *Inertial Measurement Unit* (IMU), la migration du code de traitement des données du capteur d'étoiles de l'environnement MATLAB vers le processeur PC/104 et l'adaptation du dôme du ciel étoilé au projet [Thibault *et al.*, 2010].

En résumé, au début du présent projet de recherche, les différents éléments du simulateur matériel étaient fabriqués et assemblés. Cependant, plusieurs tâches importantes étaient inachevées, particulièrement l'intégration finale des sous-systèmes, la mise en marche du système de commande, les balanciers et les panneaux solaires. En outre, des tests initiaux des sous-systèmes ont été accomplis et ils ont mis en évidence des problèmes nécessitant d'être résolus. Plus précisément, les capteurs présentaient des problèmes réduisant leur précision, notamment à cause de certains facteurs, environnementaux ou intrinsèques, qui influencent les mesures. Ainsi, les tests initiaux des capteurs au laboratoire montraient que les mesures de l'IMU donnaient de bons résultats, mais que le magnétomètre était très influencé par diverses perturbations détruisant sa performance et devant être étudiées plus en détail pour permettre l'utilisation de ce capteur dans l'environnement final [Thibault *et al.*, 2010][Martin, 2012].

Les effets perturbateurs détectés dans les capteurs peuvent être divisés en deux groupes. D'une part, on retrouve les effets pouvant être modélisés par certains paramètres comme le biais dans le modèle du capteur et qui en conséquence peuvent être éliminés en calibrant correctement le système. D'autre part, il y a le bruit gaussien additionné aux mesures qui peut être traité dans le cadre du système de navigation embarqué du satellite en utilisant des méthodes parmi lesquelles se distinguent les algorithmes appelés « estimateurs d'état ».

Finalement, le système de commande est en charge d'obtenir l'état désiré, en utilisant les actionneurs et à partir des mesures fournies par les capteurs, dans le but de suivre une consigne d'orientation ou position fournie par l'utilisateur ou par le système de guidage. Dans le cas de LABSAT, qui est modélisé comme un système non linéaire et qui fera des manœuvres de grand angle, une technique de commande spécifique pour ce type de systèmes doit être implantée.

Pour mieux comprendre les défis de ce projet de recherche et les solutions développées dans d'autres groupes de recherche faisant face à des problèmes similaires, les sections suivantes présentent une revue des techniques de calibration, des estimateurs d'état et des systèmes de commande.

---

## 3.2 Calibration

Cette section présente une revue de la littérature par rapport à la calibration de magnétomètres et d'accéléromètres. En raison du faible prix de ces capteurs, leur utilisation dans de nombreux domaines différents, comme le domaine biomédical ou les systèmes de navigation, est clairement en progression. Dans le cas des systèmes de positionnement ou orientation sur Terre, un ensemble de capteurs comprenant des accéléromètres et des magnétomètres est typiquement utilisé. L'attitude d'un corps rigide peut être déterminée en utilisant les mesures d'attitude par rapport à son référentiel structural de deux vecteurs indépendants fixes au référentiel inertiel, comme le vecteur de gravité mesuré par l'accéléromètre et le champ magnétique de la Terre mesuré par le magnétomètre. Ce problème est un problème bien connu dans le domaine de la mécanique spatiale, appelé le problème de Wahba ou *Wahba's problem*, pour lequel existent plusieurs algorithmes permettant de le résoudre [F. L. Markley, 2000]. Toutefois, les erreurs de capteurs, comme les facteurs d'échelle ou les biais, peuvent détruire la précision des mesures d'attitude. Dans ce contexte, plusieurs algorithmes de calibration ont récemment été proposés afin de surmonter cet obstacle. La littérature présente souvent le cas de la calibration des magnétomètres, car les magnétomètres subissent des perturbations plus importantes que les autres capteurs. Ainsi, leur calibration est une partie essentielle du système de détection, ce qui a fomenté la recherche de procédures plus précises. Cependant, ces algorithmes de calibration peuvent également être appliqués aux accéléromètres en simplifiant les perturbations du modèle, lorsque nécessaire. Dans le cas de LABSAT, les tests initiaux des capteurs montrent qu'une calibration simple offre une bonne performance pour l'accéléromètre [Martin, 2012]. Cependant, ces tests montrent aussi que ce type de calibration simple, qui n'inclut pas les possibles perturbations magnétiques présentes dans le laboratoire, n'est pas valide pour le magnétomètre, ce qui a motivé une revue des modèles et des techniques plus complexes pour ce capteur.

### 3.2.1 Modèle du magnétomètre

Un magnétomètre est un capteur qui sert à mesurer un champ magnétique. Dans le cas des magnétomètres utilisés comme capteurs d'attitude sur la Terre, leur objectif est de mesurer le champ magnétique terrestre. Pour calibrer un magnétomètre, un modèle de mesure, y compris les perturbations, doit être établi. Le procédé de calibration estimera les paramètres du modèle

qui sont initialement inconnus. Différents modèles ont été proposés dans la littérature. Renaudin propose un modèle très complet [Renaudin et al., 2010] basé sur l'équation :

$$B_{mes} = SM(A_{SI}B + b_{HI}) + b_{MGM} + \varepsilon_{gauss} . \quad (3.1)$$

- $B_{mes}$  : champ magnétique mesuré
- $S$  : matrice de facteur d'échelle
- $M$  : matrice de mésalignement
- $A_{SI}$  : matrice modélisant les effets *Soft Iron* (SI)
- $B$  : champ magnétique réel
- $b_{HI}$  : biais modélisant les effets *Hard Iron* (HI)
- $b_{MGM}$  : biais du magnétomètre
- $\varepsilon_{gauss}$  : bruit gaussien

La signification des différents paramètres du modèle est résumée dans le tableau 3-2.

Tableau 3-2 Résumé des paramètres du modèle de magnétomètre; extrait de [Renaudin et al., 2010].

Paramètres	Représentation mathématique	Description
<b>Matrice de facteur d'échelle (<math>S</math>)</b>	$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix}$	Le facteur d'échelle représente le gain du détecteur selon chaque axe, à savoir, le facteur compris entre la valeur d'entrée et la valeur de sortie. Ce paramètre est modélisé par une matrice diagonale $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .
<b>Matrice de mésalignement (<math>M</math>)</b>	$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$	La matrice de mésalignement est une matrice de rotation qui représente le décalage entre le repère du capteur et le repère de référence du système. Cette matrice peut inclure les effets de non-orthogonalités du capteur de même que les erreurs d'alignement du capteur par rapport au repère de référence.
<b>Matrice pour modéliser les effets Soft Iron (<math>A_{SI}</math>)</b>	$A_{si} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$	L'effet appelé <i>Soft Iron</i> (SI) est provoqué par l'interaction des composés ferromagnétiques avec un champ extérieur, ce qui induit le magnétisme. Cela comporte une variation de l'intensité et de la direction du champ détectée par le capteur. L'effet SI produit une rotation et un gain, modélisés par une matrice.
<b>Biais pour modéliser les effets Soft Iron (<math>b_{HI}</math>)</b>	$b_{HI} = \begin{bmatrix} b_{HIx} \\ b_{HIy} \\ b_{HIz} \end{bmatrix}$	L'effet appelé <i>Hard Iron</i> est causé par des aimants permanents en raison de l'hystérésis magnétique du matériau. Cet effet est modélisé comme un biais.
<b>Biais du magnétomètre (<math>b_{MGM}</math>)</b>	$b_{MGM} = \begin{bmatrix} b_{MGMx} \\ b_{MGMy} \\ b_{MGMz} \end{bmatrix}$	Ce biais est un décalage du signal produit par le capteur qui ne dépend pas de l'environnement.

Le modèle de Renaudin est fréquemment simplifié pour son application dans les systèmes de calibration en utilisant une notation plus compacte :

$$B_{mes} = S T B + b + \varepsilon, \quad (\text{avec } T = M A_{SI} \text{ et } b = S M b_{HI} + b_{MGM}). \quad (3.2)$$

Ce modèle simplifié est souvent rencontré dans la littérature. Il convient de noter que la matrice T comprend à la fois le mésalignement (incluant les effets de non-orthogonalités) et les effets *Soft Iron*. Ces deux paramètres provoquent le même effet dans les mesures et, en conséquence, ne peuvent pas être discernés les uns des autres. De même, le biais du capteur et les effets de *Hard Iron* ne peuvent pas être distingués les uns des autres directement, car les deux produisent un biais (représenté par le vecteur  $b$ ) dans la mesure.

Il est également à noter qu'en raison des effets *Soft Iron* et des mésalignements représentés par la matrice T, le repère des mesures peut être non orthogonal. Ainsi, la matrice T peut être définie dans le but d'exprimer une transformation de la base non orthogonale du capteur  $\mathfrak{R}_S = \{\vec{s}_x, \vec{s}_y, \vec{s}_z\}$  à la base orthogonale intrinsèque du système ou référentiel structurel  $\mathfrak{R}_B = \{\vec{b}_x, \vec{b}_y, \vec{b}_z\}$ . Afin de simplifier cette transformation, l'axe  $\vec{b}_x$  peut être fixé à  $\vec{s}_x$  de sorte que la transformation entre repères est représentée par une matrice triangulaire inférieure T unique [Bonnet *et al.*, 2009]:

$$\mathfrak{R}_S = T \mathfrak{R}_B. \quad (3.3)$$

Cette transformation peut également être représentée en fonction des angles qui représentent le décalage entre les référentiels [Foster et Elkaim, 2008]:

$$\begin{aligned} \vec{s}_x &= \vec{b}_x, \\ \vec{s}_y &= \vec{b}_x \sin(\rho) + \vec{b}_y \cos(\rho), \\ \vec{s}_z &= \vec{b}_x \sin(\phi) \cos(\lambda) + \vec{b}_y \sin(\lambda) + \vec{b}_z \cos(\phi) \cos(\lambda). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dans cette équation,  $\rho$  représente le décalage angulaire entre  $\vec{s}_y$  et le plan  $\vec{b}_x - \vec{b}_z$ ,  $\phi$  le décalage entre  $\vec{s}_z$  et le plan  $\vec{b}_x - \vec{b}_z$  et  $\lambda$  le décalage entre  $\vec{s}_z$  et le plan  $\vec{b}_y - \vec{b}_z$ . Il faut remarquer dans les équations précédentes que les termes  $\vec{s}_i$  et  $\vec{b}_i$  représentent les vecteurs des référentiels qui sont différents des paramètres  $S_i$  (facteur d'échelle) et  $b_i$  (biais) du modèle.

En utilisant le modèle complet exprimé en (3.2), le vecteur du champ magnétique mesuré dans le capteur ( $B^S$ ) peut être exprimé en termes des composantes du vecteur réel dans le référentiel

structurel ( $B^B$ ), le biais du capteur ( $b = [b_x, b_y, b_z]$ ), le facteur d'échelle ( $S = [S_x, S_y, S_z]$ ), et le bruit gaussien ( $\varepsilon_{gauss}$ ). Les équations suivantes expriment cette relation :

$$\begin{aligned} B^S_x &= S_x B^B_x + b_x + \varepsilon_{gauss} , \\ B^S_y &= S_y (B^B_x \sin(\rho) + B^B_y \cos(\rho)) + b_y + \varepsilon_{gauss} , \\ B^S_z &= S_z (B^B_x \sin(\phi) \cos(\lambda) + B^B_y \sin(\lambda) + B^B_z \cos(\phi) \cos(\lambda)) + b_z + \varepsilon_{gauss} . \end{aligned} \quad (3.5)$$

Enfin, certains auteurs proposent des modèles où les effets des non-orthogonalités sont négligés, de sorte que le vecteur mesuré dans le repère du capteur peut être énoncé exclusivement en termes du facteur d'échelle et du biais [Gebre-Egziabher *et al.*, 2001] [Gebre-Egziabher *et al.*, 2006].

$$B^S = S B^B + b + \varepsilon_{gauss} . \quad (3.6)$$

### 3.2.2 Revue des algorithmes de calibration

Les anciens magnétomètres étaient généralement calibrés à l'aide d'orientations connues dans une procédure appelée *swinging* [Bowditch, 1995] [Gebre-Egziabher *et al.*, 2001]. Cependant, ces techniques avaient besoin d'un positionnement très précis dans un laboratoire et le processus de calibration était complexe, coûteux et difficile à reproduire dans l'environnement final si nécessaire.

Dans le but de simplifier la calibration, les algorithmes les plus récents se basent sur l'utilisation du module du champ magnétique terrestre. Ce module est approximativement constant pour un emplacement spécifique sur la Terre, peu importe l'orientation de l'objet, de sorte qu'il peut être utilisé dans la calibration des algorithmes pour éviter la nécessité d'utiliser un ensemble d'orientations connues.

L'un des premiers algorithmes basés sur cette approche est l'algorithme TWOSTEP [Gebre-Egziabher *et al.*, 2001]. Cet algorithme prend seulement en compte le facteur d'échelle et le biais. Ainsi, le module carré du champ magnétique peut être exprimé comme :

$$|\vec{B}|^2 = \frac{(B_x^S - b_x)^2}{S_x^2} + \frac{(B_y^S - b_y)^2}{S_y^2} + \frac{(B_z^S - b_z)^2}{S_z^2} . \quad (3.7)$$

Cette équation peut être réorganisée en utilisant six variables intermédiaires de sorte que la composante au carré  $B_x^{S^2}$  dépend linéairement des paramètres  $B_y^{S^2}, B_z^{S^2}, B_x^S, B_y^S, B_z^S$  :

$$B_x^{S^2} = A B_y^{S^2} + B B_z^{S^2} + C B_x^S + D B_y^S + E B_z^S + F . \quad (3.8)$$

Dans cette équation, le terme F inclut la valeur du module du champ magnétique qui est connue. Étant donné que les composantes du vecteur dans le repère du capteur sont connues pour N mesures, les valeurs intermédiaires A-F peuvent être estimées en utilisant l'Estimation Linéaire des Moindres Carrés ou *Least Squares Estimation* (LSE) :

$$\arg \min_{A-F} \sum_{n=1}^N (A B_y^{s2} + B B_z^{s2} + C B_x^s + D B_y^s + E B_z^s + F - B_x^{s2})^2. \quad (3.9)$$

Ensuite, les trois composantes du facteur d'échelle et du biais peuvent être obtenues à partir des valeurs A-F. Cet algorithme a comme inconvénient que le vecteur de bruit est le résultat de la quadrature des sorties du magnétomètre et, par conséquent, il ne possède ni moyenne nulle, ni distribution gaussienne. Afin d'éviter ce problème, Eghziabher propose une seconde étape en utilisant un estimateur non linéaire des moindres carrés directement avec l'équation 3.7. Pour éviter les problèmes de convergence, les résultats de l'algorithme TWOSTEP peuvent être utilisés en tant que valeurs initiales de l'estimation itérative non linéaire. Toutefois, l'algorithme TWOSTEP est une méthode de calibration populaire qui s'avère offrir de bons résultats lorsqu'il est utilisé tout seul dans de nombreuses applications [Foster et Elkaim, 2008][Liu *et al.*, 2012].

### **Méthodes incluant les non-orthogonalités**

L'algorithme TWOSTEP, tel que présenté par Gebre-Eghziabher, donne de bons résultats quand les problèmes de non-orthogonalité sont négligeables [Foster et Elkaim, 2008] [Liu *et al.*, 2012]. Néanmoins, dans certains cas, ces effets ne peuvent pas être omis et d'autres algorithmes ont dû être développés pour atteindre une calibration qui inclut tous les paramètres du modèle décrit par l'équation 3.2.

Au cours des dernières années, de nombreux algorithmes de calibration du modèle complet ont été proposés dans la littérature. Ces algorithmes peuvent être classés en fonction de la méthode d'estimation employée. Plus précisément, les catégories suivantes regroupent la majorité des méthodes :

- estimateurs linéaires par moindres carrés (LSE),
- estimateurs non linéaires,
- estimateur du maximum de vraisemblance (MLE),
- autres (ajustement d'ellipsoïde via *Minimum Volume Enclosing Ellipsoid*, filtres de Kalman, invariance du produit scalaire, etc.).

Les sections suivantes offrent une description plus détaillée des différents algorithmes développés dans chaque groupe.

### **Estimateurs Linéaires par Moindres Carrés ou *Least Squares Estimators (LSE)***

La plupart des méthodes qui utilisent les Estimateurs Linéaires par Moindres Carrés peuvent être considérées comme une extension de l'algorithme en deux étapes proposées par Gebre-Eghziebher. Par conséquent, ces méthodes sont basées sur l'estimation des variables intermédiaires fournissant une équation linéaire qui peut être estimée en utilisant les méthodes LSE traditionnelles.

Lorsque les effets de non-orthogonalité sont inclus, le modèle de l'équation 3.2 doit être utilisé. Ce modèle comprend neuf paramètres inconnus: six dans la matrice de transformation triangulaire inférieure ( $ST$ ) et trois correspondants au biais ( $b$ ) :

$$B^S = ST B^B + b. \quad (3.10)$$

Tel qu'expliqué dans les sections précédentes, le module du champ magnétique  $B^B$  doit rester constant, peu importe l'orientation du capteur. Par conséquent, une série de mesures  $B_k^S$  satisfait l'équation suivante :

$$\left| \overline{B^B} \right|^2 = ((ST)^{-1} (B_k^S - b))^T ((ST)^{-1} (B_k^S - b)). \quad (3.11)$$

Il convient de souligner que cette équation correspond à l'équation de l'ellipsoïde :

$$(x - v)^T A_e (x - v) = 1. \quad (3.12)$$

Le vecteur  $v$  représente le décentrage de l'ellipsoïde et  $A_e (\equiv ((ST)^{-1})^T (ST)^{-1} / \left| \overline{B^B} \right|^2)$  est une matrice définie positive, dont les vecteurs propres définissent les directions principales de l'ellipsoïde et les valeurs propres correspondent à l'inverse des carrés des demi-axes. En conséquence, le processus de calibration basé sur le module du champ magnétique constant peut également être considéré comme un problème d'ajustement d'ellipsoïde. L'équation 3.11 peut être réorganisée en utilisant 10 variables intermédiaires de sorte que le module au carré du champ magnétique dans le repère final dépend linéairement des combinaisons des mesures  $B_x^S, B_y^S, B_z^S, B_x^S B_y^S, B_x^S B_z^S, B_y^S B_z^S, B_x^S, B_y^S, B_z^S$  :

$$\left| \overline{B^B} \right|^2 = AB_x^S{}^2 + BB_y^S{}^2 + CB_z^S{}^2 + DB_x^S B_y^S + E B_x^S B_z^S + FB_y^S B_z^S + GB_x^S + HB_y^S + IB_z^S + J. \quad (3.13)$$

L'extraction de neuf paramètres inconnus, correspondant à  $ST$  et à  $b$ , à partir de dix variables intermédiaires ( $A-J$ ) produit un système d'équations surdéterminé. Afin de résoudre ce problème, plusieurs approches ont été proposées. L'algorithme développé dans [Foster et Elkaim, 2008] propose de diviser tous les termes de l'équation par l'une des valeurs mesurées ( $B B_y^{s^2}$ ). Cela permet de regrouper les variables intermédiaires comme  $A/B$ ,  $I$ ,  $C/B$ ,  $D/B$ ,  $E/B$ ,  $F/B$ ,  $G/B$ ,  $H/B$ ,  $I/B$ ,  $(J-|\overline{B}|^2)/B$ , ce qui entraîne l'estimation de seulement neuf variables indépendantes. Par contre, l'auteur Merayo propose une méthode où le terme  $J$  indépendant est initialisé à zéro dans la première itération et, au cours des itérations suivantes, il est estimé à partir des valeurs de l'étape précédente, jusqu'à ce que l'algorithme atteigne le critère de convergence [Merayo *et al.*, 2000]. D'autres solutions incluent une réorganisation différente pour la linéarisation de l'équation 3.11 et une approche récursive des moindres carrés ou *Recursive Least Squares* (RLS) pour éviter des erreurs de précision et coût de calcul lié à l'inversion de matrice de la méthode LSE standard [Pylvänäinen, 2008].

### **Algorithmes basés sur des estimateurs non linéaires**

Une autre option pour estimer les paramètres inconnus dans les équations du module de champ magnétique 3.11 est d'utiliser une estimation non linéaire. Ces méthodes permettent d'estimer directement les paramètres requis sans utiliser les variables intermédiaires pour linéariser l'équation. Certains des estimateurs proposés dans la littérature incluent l'optimisation sous contrainte de Newton [D. Jurman *et al.*, 2007a] et la méthode quasi-Newton. Les méthodes non-linéaires de moindres carrés peuvent aussi être utilisées en adaptant directement sur l'équation 3.11 la deuxième étape de l'algorithme proposé par Gebre-Egziabher pour les systèmes où les non-orthogonalités étaient négligeables [Gebre-Egziabher *et al.*, 2001]. Ces méthodes non linéaires offrent certains avantages, comme le fait que les problèmes induits par les paramètres intermédiaires sont directement évités. Par contre, ces algorithmes sont itératifs, requièrent des valeurs initiales et peuvent ne pas converger ou converger vers une solution qui ne correspond pas aux valeurs requises.

### **Estimateur du maximum de vraisemblance ou *Maximum Likelihood Estimator* (MLE)**

Une approche différente pour estimer les paramètres est d'utiliser un estimateur du maximum de vraisemblance. L'estimation de ces paramètres selon le critère du maximum de

vraisemblance implique de trouver les valeurs qui minimisent le logarithme népérien de la vraisemblance [J. L. Crassidis et Junkins, 2011] qui est aussi appelée la fonction de coût. Ces valeurs peuvent être trouvées en appliquant des méthodes numériques, comme Newton-Raphson ou Gauss-Newton, pour obtenir les racines de la dérivée de la fonction de coût. L'auteur Alonso offre un examen détaillé de ces techniques appliquées à l'estimation du paramètre de biais magnétique en faisant particulièrement attention à la convergence des différentes méthodes numériques qui sont proposées dans la littérature [Alonso et Shuster, 2003a]. En outre, Alonso propose un nouvel algorithme pour résoudre le problème du maximum de vraisemblance. Initialement, cet algorithme est appliqué seulement à l'obtention du vecteur de biais [Alonso et Shuster, 2002c], mais il a ensuite été étendu pour être utilisé avec le modèle complet, y compris le facteur d'échelle et les effets de non-orthogonalité [Alonso et Shuster, 2002b]. Cette méthode est basée sur l'algorithme RESIDG [Gambhir, 1975], et utilise un algorithme de centrage pour prétraiter les données afin de transformer la fonction de coût en somme de la fonction de coût centrée et de la valeur moyenne de la fonction de coût. Certains auteurs ont utilisé la première approximation de cet algorithme, la solution pour la fonction de coût centré, comme point de départ pour d'autres algorithmes [J. L. Crassidis *et al.*, 2005] [Sabatini, 2006] [Huang et Jing, 2008]. Finalement, l'auteur Vasconcelos présente la calibration du système complet, y inclus les non-orthogonalités, en utilisant des techniques de moindres carrés sans utiliser l'étape de centrage proposé par Alonso [Vasconcelos *et al.*, 2011].

### **Autres**

Les techniques présentées précédemment sont les plus répandues pour la calibration des magnétomètres. Cependant, d'autres approches ont également été utilisées pour estimer les paramètres du modèle du champ magnétique mesuré. Comme indiqué dans la section précédente, certains auteurs améliorent les algorithmes présentés précédemment avec filtres de Kalman afin d'être utilisés en temps réel [J. L. Crassidis *et al.*, 2005].

D'autres auteurs présentent des approches complètement différentes au niveau mathématique, comme l'ajustement d'ellipsoïde via la technique du *Minimum Volume Enclosing Ellipsoid* (MVEE). Cette approche est basée sur le fait que la calibration du magnétomètre est

équivalente à un problème mathématique d'ajustement d'ellipsoïde de sorte qu'il peut être réécrit comme :

$$\{A_{mvee}, b_{mvee}\} = \arg \min_{A,b} \det(A^{-1}) , \quad (3.14)$$

(tel que :  $\|A(x_n - b)\|^2 \leq 1 \quad \forall n = 1..N$  et  $A = S T^{-1}$  ).

Bonnet propose une solution de calibration en utilisant l'ajustement par MVEE basé sur l'algorithme de Khachiyan [Todd et Yildirim, 2007], mais avec une nouvelle forme de factorisation de l'algorithme, optimisé pour fonctionner avec de grands ensembles de données. D'un point de vue informatique, l'algorithme MVEE proposé est numériquement plus sécuritaire que les méthodes de la LSE pour garantir une solution pour le problème de l'ellipsoïde [Bonnet *et al.*, 2009].

Certains algorithmes profitent de l'existence d'autres capteurs qui peuvent être facilement calibrés et qui sont utilisés conjointement avec le magnétomètre. C'est le cas de l'algorithme de l'invariance du produit scalaire ou *Dot Product Invariance* (DPI). Cet algorithme peut être utilisé dans une unité de mesure inertielle, qui comprend un accéléromètre et un magnétomètre. L'algorithme est basé sur le fait que les vecteurs mesurés par le magnétomètre et l'accéléromètre possèdent des modules constants pour n'importe quelle orientation et leur position relative est constante, de sorte que le produit scalaire de ces deux vecteurs doit également être une constante. Ainsi, cette méthode profite de l'avantage que le vecteur de gravité n'est pas influencé par le bruit ambiant et par conséquent l'accéléromètre peut être calibré avec une bonne précision, même lorsque les perturbations magnétiques et les bruits sont importants. Cet algorithme permet d'éviter d'utiliser le carré du module du champ magnétique, dont le calcul donne lieu à un bruit qui ne suit pas une distribution gaussienne à cause des termes au carré. L'équation à minimiser dans la méthode DPI est :

$$\{ST, b\} = \arg \min_{ST,b} \sum_{n=1}^N ((g_n^S)^T (S T)^{-1} B_n^S - (g_n^S)^T (S T)^{-1} b - (g_{ini\_teo}^S)^T B_{ini\_teo}^S)^2 , \quad (3.15)$$

où  $g$  représente le vecteur de gravité, et  $g_{ini\_teo}$  et  $B_{ini\_teo}$  représentent les valeurs théoriques des composantes des vecteurs pour une position initiale connue.

Finalement, quelques autres algorithmes ont profité de l'existence des capteurs supplémentaires en utilisant des techniques de fusion de données comme les filtres de Kalman [Sabatini, 2006][D. Jurman *et al.*, 2007b].

### 3.3 Les estimateurs d'état

Les estimateurs d'état sont une partie fondamentale des systèmes de navigation des satellites actuels. Ils sont utilisés pour l'estimation des états dynamiques du véhicule à partir des mesures des capteurs affectées par du bruit et pour obtenir des états non mesurés, mais observables à partir des mesures d'autres états. De plus, ils permettent de réduire le bruit des capteurs sans affecter les mesures du comportement dynamique du système. À cause de ces avantages, plusieurs estimateurs ont été développés pour leur utilisation dans la commande d'attitude des systèmes spatiaux.

D'un côté, on trouve les techniques «batch», comme l'estimation du maximum de vraisemblance ou l'estimation par moindres carrés. Ces systèmes permettent d'obtenir la meilleure estimation d'un paramètre pour un critère donné, mais leur résultat ne peut pas être actualisé en temps réel et, en conséquence, il n'est pas approprié de les inclure dans un système de commande.

D'un autre côté, on retrouve les filtres récursifs. Ces filtres permettent de réaliser des estimations pour optimiser une fonction de coût donnée et leurs résultats s'adaptent aux variations dynamiques du système. La technologie des filtres récursifs est amplement utilisée dans le domaine des asservissements. Dans le cas plus précis des systèmes aérospatiaux, ces techniques sont en plein essor, notamment les variantes des filtres de Kalman discrets orientées vers les systèmes non linéaires [Lefferts *et al.*, 1982] [J. L. Crassidis *et al.*, 2007]. Les plus communs des filtres de Kalman développés pour les systèmes non linéaires, les filtres de Kalman étendus ou EKF (*Extended Kalman Filter*) [Welch et Bishop, 2006], offrent une excellente performance en linéarisant le problème autour de la trajectoire estimée pour l'état.

#### 3.3.1 Filtres EKF traditionnels

Le filtre de Kalman utilise des prédictions basées sur le modèle dynamique du système dans l'étape de propagation et des corrections à ces prédictions à partir des mesures des capteurs dans l'étape de correction pour obtenir une estimation optimale des états du système. Dans le cas de filtres de Kalman étendus, cette théorie est appliquée aux systèmes non linéaires. Dans ce but, l'EKF linéarise les équations d'état et de sortie autour du dernier état estimé. Ce

processus est accompli en utilisant les matrices Jacobiennes qui incluent les dérivées premières des équations par rapport aux variables d'état.

Une fois les équations linéarisées, le filtre EKF suit les mêmes étapes que le filtre de Kalman traditionnel :

- Propagation
  1. Propagation des variables d'état
  2. Propagation de la matrice de covariance
- Calcul du gain de Kalman (K)
- Correction
  1. Correction des variables d'état
  2. Correction de la matrice de covariance

Graphiquement, la procédure est illustrée à la figure 3.2 ici-bas.

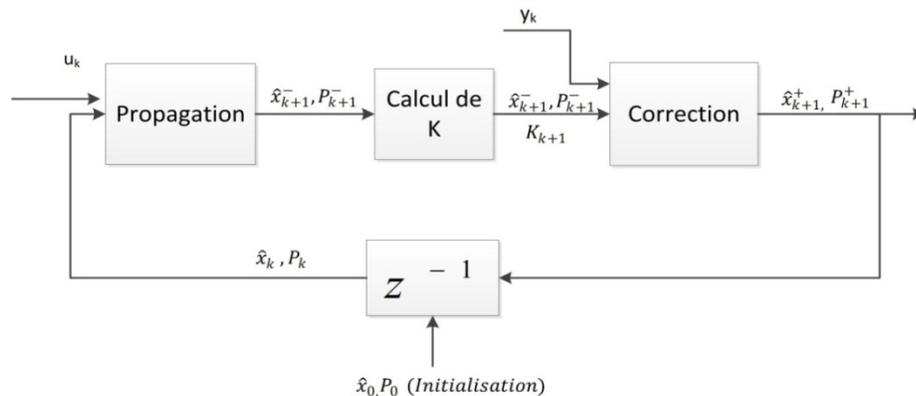


Figure 3.2 Schéma des étapes du filtre EKF.

Les différentes variables présentes dans cette procédure sont :

- $\hat{x}_k$  : variables d'état actuelles
- $\hat{x}_{k+1}^-$  : variables d'état estimées a priori (ou propagées)
- $\hat{x}_{k+1}^+$  : variables d'état estimées a posteriori (ou corrigées)
- $\hat{x}_0$  : valeur d'initialisation des variables d'état pour le filtre EKF
- $P_{k+1}^-$  : matrice de covariance estimée a priori (ou propagée)
- $P_{k+1}^+$  : matrice de covariance estimée a posteriori (ou corrigée)
- $P_0$  : valeur d'initialisation de la matrice de covariance
- $u_k$  : entrées du système dynamique
- $y_k$  : sorties du système dynamique (mesures des capteurs)

Les étapes du filtre sont résumées au tableau 3-3. Une description plus précise des équations du filtre EKF, y compris leur développement, peut être obtenue dans [Welch et Bishop, 2006] [J. L. Crassidis et Junkins, 2011]

Tableau 3-3 Étapes du filtre EKF.

<p><b>ÉTAPE 1.1</b></p> <p>Propagation des variables d'état</p> $\hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_k, u_k)$	<p>Propagation de la variable d'état en utilisant les équations d'état non linéaires.</p> <p>→Remarque : Les équations non linéaires peuvent être intégrées par une méthode Runge-Kutta, en utilisant les équations des dérivées des variables d'état.</p>
<p><b>ÉTAPE 1.2</b></p> <p>Propagation de la matrice de covariance</p> $P_{k+1}^- = \Phi_{k+1} P_k \Phi_{k+1}^T + Q_k$	<p>Propagation de la matrice de covariance basée sur le modèle linéarisé avec des matrices Jacobiennes.</p> <p><b>Paramètres utilisés :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\Phi_{k+1}</math> : matrice Jacobienne discrétisée qui permet de linéariser les équations d'état</li> <li>- <math>Q_k</math> : matrice de covariance discrétisée du bruit du système dynamique, utilisé pour modéliser les incertitudes du modèle</li> </ul>
<p><b>ÉTAPE 2</b></p> <p>Calcul du gain de Kalman</p> $K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T (H_k P_{k+1}^- H_k^T + R)^{-1}$	<p>Calcul du gain de Kalman qui permettra l'estimation optimale.</p> <p><b>Paramètres utilisés :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>H_k</math> : matrice Jacobienne discrétisée qui permet de linéariser les équations d'observateur</li> <li>- <math>R</math> : matrice de covariance du bruit des mesures, qui s'utilise pour régler les incertitudes dans les mesures.</li> </ul>
<p><b>ÉTAPE 3.1</b></p> <p>Correction des variables d'état</p> $\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (y_m - h(\hat{x}_{k+1}^-, u))$	<p>Correction des variables d'état en utilisant les résidus des mesures pondérés par le gain de Kalman.</p> <p>→Remarque : Le résidu des mesures correspond à la différence entre la mesure réelle (<math>y_m</math>) et la mesure estimée à partir de l'état propagé et des équations de sortie non linéaires.</p>
<p><b>ÉTAPE 3.2</b></p> <p>Correction de la matrice de covariance</p> $P_{k+1}^+ = (I - K_{k+1} H_k) P_{k+1}^- (I - K_{k+1} H_k)^T + K_{k+1} R K_{k+1}^T$	<p>Correction de la matrice de covariance basée sur le modèle linéarisé.</p> <p><b>Paramètres utilisés :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>H_k</math> (voir description dans l'étape 2)</li> <li>- <math>K_{k+1}</math> : gain de Kalman calculé dans l'itération en cours</li> <li>- <math>Q_k</math> (voir description dans l'étape 1.2)</li> <li>- <math>R</math> (voir description dans l'étape 2)</li> </ul>

Il faut remarquer que dans les étapes où les équations non linéaires peuvent être utilisées (1.1 et 3.1) on le fait, car elles offrent un résultat plus précis que la version linéarisée.

### 3.3.2 Filtres EKF pour l'estimation d'attitude

Dans le cas plus précis des filtres EKF traditionnels appliqués à l'estimation de l'attitude des systèmes, une grande quantité de variations ont été proposées dans la littérature. Ces filtres peuvent être classifiés notamment en fonction de deux groupes de paramètres :

- les variables d'état (le type et nombre de paramètres pour représenter l'attitude);
- les mesures utilisées dans le filtre pour la correction.

#### **Variables d'état dans le filtre EKF pour l'estimation d'attitude**

Dans le cas d'un satellite, l'attitude peut être représentée dans la variable d'état en utilisant différents paramètres, comme expliqué dans la section 2.2 (*Représentation de l'attitude du satellite*). Néanmoins, tel que souligné par l'auteur Crassidis :

*« Les représentations minimales, telles que les angles d'Euler, les paramètres de Rodrigues (le vecteur de Gibbs) et les paramètres de Rodrigues modifiés (MRP), sont souvent évitées dans les conceptions de filtre pour exprimer l'attitude globale en raison de leurs singularités.[...] Pour les applications modernes, c'est à dire depuis le début des années 1980, le quaternion a été le paramètre le plus largement utilisé pour représenter l'attitude dans les filtres EKF »*

[J. L. Crassidis et Junkins, 2011]

En outre, deux grandes options ont été développées pour l'utilisation des quaternions dans la variable d'état au cours des années 1970 et 1980 : le filtre multiplicatif ou MEKF (*Multiplicative Extended Kalman Filter*) et le filtre additif ou AEKF (*Additive Extended Kalman Filter*) [J. L. Crassidis et al., 2007][Shuster, 1993].

Le filtre AEKF est utilisé en général pour décrire un filtre EKF où la norme du quaternion de la variable d'état n'est pas obligatoirement contrainte à la valeur unitaire et les quatre composantes du quaternion sont traitées de façon indépendante. Dans le cas où la norme inclurait cette condition, le filtre AEKF serait mathématiquement équivalent au filtre MEKF

[J. L. Crassidis *et al.*, 2007]. Dans le filtre additif, le quaternion estimé ( $\hat{q}$ ) et l'erreur de quaternion ( $\Delta q$ ) remplissent la condition [F. L. Markley, 2004] :

$$\Delta q = q - \hat{q}.$$

Ainsi, dans l'AEKF, la correction du quaternion  $\Delta q$  est calculée à partir des résidus des mesures et du gain de Kalman et cette correction est directement additionnée à l'estimation du quaternion. Plus précisément, l'estimation a posteriori est calculée comme une addition directe des quatre paramètres du quaternion qui ne sont pas contraints à la norme unitaire :

$$q^+ = q^- + \Delta q. \quad (3.16)$$

L'approche additive de l'EKF, où l'attitude est représentée par quatre paramètres, provoque des effets mathématiques non désirables, notamment au niveau de la matrice de covariance. Pour cette raison, cette approche a été remplacée par le filtre EKF multiplicative ou MEKF (*Multiplicative Extended Kalman Filter*) qui ne présente pas ces problèmes.

Le filtre MEKF est basé sur la représentation de l'attitude comme la multiplication de deux quaternions, un quaternion de référence qui représente la dernière attitude estimée dans le filtre et le quaternion incrément  $\Delta q$  qui sera propagé et corrigé à chaque itération. De cette façon, l'attitude peut être représentée comme :

$$q_k = \Delta q \otimes q_{k-1}. \quad (3.16)$$

Cette représentation permet l'utilisation du petit angle  $\Delta\delta_B$  (qui représente l'incrément de la rotation) dans l'étape de correction. Ce dernier terme est basé sur l'approximation :

$$\Delta q = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon \\ \Delta\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\Delta\delta_B/2) \\ \cos(\Delta\delta_B/2) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \Delta\delta_B/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{pour } \Delta\delta_B \text{ très petit.} \quad (3.17)$$

Ainsi, il est possible de travailler directement avec les angles qui sont obtenus à partir du quaternion comme :

$$\Delta\delta_B \approx 2 \Delta\varepsilon, \quad (3.18)$$

valide pour les petits quaternions. L'utilisation du petit incrément d'angle permet d'utiliser une représentation à 3 paramètres sans problèmes de singularité en même temps qu'elle permet d'effectuer de façon directe et mathématiquement simple les additions requises dans la phase de correction. Dans cette approche, il faut remarquer que la condition de norme unitaire du quaternion doit être assurée tant dans la propagation que dans la récupération finale du quaternion global à partir du petit incrément d'angle.

Cette approche offre plusieurs avantages : la matrice de covariance possède la dimensionnalité minimale et l'attitude au niveau interne du filtre est traitée avec 3 paramètres. Cependant, comme cette attitude ne représente que de petits angles, elle n'approche pas de singularités [J. L. Crassidis *et al.*, 2007]. En outre, l'estimation finale du filtre pour l'attitude est exprimée en forme de quaternion, avec quatre paramètres et contrainte de norme unité. En conséquence, elle offre une représentation de l'orientation finale sans singularités et unique.

### **Mesures utilisées pour la correction d'attitude dans les filtres EKF**

Un autre aspect par rapport auquel on peut classer les filtres EKF traditionnels pour l'estimation d'attitude est le type de mesure utilisé pour la correction de l'attitude. Effectivement, plusieurs types de capteurs peuvent être utilisés, y inclus les unités inertielle et les magnétomètres [Nøkland, 2011], les capteurs d'étoiles [J. de Lafontaine *et al.*, 2002] [J. de Lafontaine *et al.*, 2000][Wu et Hein, 1996] ou les GPS [Nøkland, 2011]. En général et par simplicité, les mesures obtenues à partir des capteurs sont transformées soit en vecteur unitaire soit en quaternion avant leur utilisation dans l'étape de correction des filtres.

Dans le cas où le quaternion est utilisé comme mesure, l'équation de mesure  $h(\hat{x}, u)$  est évidemment linéaire par rapport au quaternion de la variable d'état, c'est qui simplifie les étapes de correction qui sont exécutées comme dans les filtres de Kalman linéaires. En revanche, si les vecteurs unitaires sont utilisés, l'équation de l'observateur est non linéaire et la théorie des filtres EKF propose de la linéariser autour du dernier état estimé. Pour ce faire, la matrice Jacobienne  $H$  est utilisée [Nøkland, 2011] :

$$H = \frac{\partial h(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}}. \quad (3.19)$$

### 3.3.3 Alternatives aux filtres EKF traditionnels

Finalement, il faut remarquer que l'implantation pratique des filtres EKF entraîne une linéarisation des équations de la dynamique du satellite qui est généralement obtenue en utilisant uniquement les dérivées premières des équations (les matrices Jacobiennes), ce qui comporte une perte importante de précision dans l'estimation qui pourrait même mener à l'instabilité. Ces filtres exigent la dérivation des matrices Jacobiennes dont le calcul est

complexe. Pour surmonter ce type de problèmes, d'autres formulations du filtre de Kalman ont été proposées.

Ainsi, les filtres EKF de deuxième ordre ou *Second Order Extended Kalman Filter* (SOEKF) utilisent, pour la linéarisation de Taylor des équations non linéaires, non seulement les dérivées de premier ordre (matrice Jacobienne), mais aussi les dérivées de deuxième ordre (matrice Hessienne). Cela permet de mieux modéliser le système et par conséquent d'obtenir de meilleurs résultats de convergence et de stabilité, mais avec le désavantage d'un traitement plus complexe [Sadeghi, 2007].

Une approche significativement différente est proposée par les filtres de Kalman non parfumés ou *Unscented Kalman Filter* (UKF) [Julier *et al.*, 1995] qui utilisent une transformation non parfumée ou *Unscented Transformation* (UT). Ces techniques permettent d'obtenir une meilleure précision et convergence que les implantations pratiques des filtres EKF tel que montré dans plusieurs articles [VanDyke *et al.*, 2005] [J. L. Crassidis et Markley, 2003].

Une autre amélioration des filtres EKF est proposée par les filtres IEKF (Invariant Extended Kalman Filter). Ces filtres sont utilisés quand le modèle des mesures présente des symétries (système préservant la symétrie ou invariance) et permettent de réaliser la correction en utilisant une correction géométriquement adaptée avec une erreur invariante [Bonnabel *et al.*, 2009].

Finalement, les filtres itératifs ou IKF (*Iterated Kalman Filter*) sont proposés pour améliorer l'étape de correction. Cette approche est basée sur le fait que l'étape de correction est équivalente à accomplir une seule itération de la méthode de Gauss-Newton pour trouver une racine de la fonction gradient correspondante, dans le but de résoudre un problème de moindres carrés non linéaire [Bell et Cathey, 1993]. Cette équivalence montre que, dans l'étape de correction, plus d'itérations peuvent être accomplies jusqu'à arriver à satisfaire un critère de convergence. Ainsi, l'IKF permet une correction plus précise en augmentant la complexité et les opérations du filtre. En outre, la version itérative des KF peut être appliquée aux divers types de filtres comme l'EKF [Tully *et al.*, 2008] ou l'UKF [Zhan et Wan, 2007].

---

### 3.4 Les systèmes de commande d'attitude pour satellites

La commande d'attitude des véhicules spatiaux est un domaine en plein développement. La technologie des satellites est apparue au milieu du XXe siècle et, au cours des dernières décades, les techniques de commande ont été l'objet de plusieurs innovations. En effet, non seulement les capteurs et les actionneurs ont évolué, mais aussi les aspects plus mathématiques impliqués dans la commande de satellites ont subi des innovations significatives. C'est les cas des paramètres utilisés pour représenter l'attitude (voir *section 2.2*) et des modèles utilisés pour représenter les systèmes dynamiques. Tous ces aspects conditionnent les différentes stratégies de commande qui apparaissent dans la littérature actuelle.

Au niveau des capteurs et des actionneurs, plusieurs options sont actuellement possibles et le choix dépend notamment des caractéristiques du véhicule, du budget du projet et des spécifications de la mission. Dans le système à commander dans ce projet, les capteurs fournissent les mesures d'attitude et de vitesse angulaire et la commande est appliquée avec des roues à réaction, qui sont des dispositifs à échange de moment angulaire commandés en couple. En conséquence, la revue des systèmes de commande accomplie dans ce projet de recherche a été spécialement orientée aux systèmes qui présentent ce type de capteurs et d'actionneurs.

Par rapport à la représentation des systèmes dynamiques, deux grandes options apparaissent dans la théorie de commande. D'un côté, il y a les représentations classiques, soit dans le domaine temporel avec des équations en dérivés ordinaires, soit dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformée de Laplace de ces dernières équations. De l'autre côté, il y a les représentations d'état qui permettent de modéliser un système dynamique dans le domaine temporel sous forme matricielle. Cette dernière représentation (voir *Annexe A*), est celle utilisée pour la commande moderne, en opposition à la commande classique qui était basée sur des fonctions de transfert, c'est-à-dire, sur la représentation fréquentielle. La représentation d'état offre plusieurs avantages par rapport aux représentations classiques, notamment la possibilité de gérer facilement les systèmes de multiples entrées et multiples sorties ou MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), les systèmes non linéaires et les systèmes variables dans le temps. De plus, la forme matricielle des équations permet un traitement plus simple et

adaptable [Ogata et Yang, 1997.]. Pour toutes ces raisons, la représentation d'état est l'approche dominante utilisée dans les solutions actuelles de commande d'attitude des véhicules spatiaux et les stratégies analysées sont basées sur cette approche.

Finalement, quant aux paramètres utilisés pour représenter l'attitude, il n'y a pas une seule option dans les systèmes de commande des satellites actuels. Des solutions basées sur les quaternions, la représentation axe/angle d'Euler ou paramètres de Rodrigues modifiés (MRP) sont souvent rencontrées dans la littérature. Néanmoins, il faut remarquer que les solutions basées sur les quaternions sont les plus communes.

### 3.4.1 Stratégies de commande pour l'attitude des satellites

Dans ce contexte, plusieurs approches pour commande de satellites apparaissent dans la littérature. D'une part, les techniques linéaires sont proposées, par exemple le régulateur quadratique linéaire ou LQR (*Linear Quadratic Regulator*) ou le régulateur optimal  $H^\infty$ . Ces approches requièrent l'annulation de la partie non linéaire des équations d'état, ce qui peut être obtenu soit en linéarisant les équations qui régissent le système autour d'un point d'opération soit en utilisant une linéarisation par rétroaction ou *feedback linearisation* qui introduit un couple permettant de compenser le terme non linéaire. Dans le cas d'un satellite, cette dernière option requiert une bonne estimation du terme gyroscopique ( $-w_B^x h_{tot}^B$ ) de l'équation qui régit le comportement dynamique du satellite :

$$\dot{h}_{tot}^B = T_{ext}^B - w_B^x h_{tot}^B. \quad (3.20)$$

En général, ces techniques sont appropriées pour les manœuvres de petits angles, mais ne s'adaptent pas si bien aux manœuvres de grand angle avec des vitesses élevées [J. de Lafontaine *et al.*, 2008]. Ainsi, elles sont souvent rencontrées dans le cas des petites manœuvres comme le pointage fin ou le rejet de perturbations une fois l'attitude finale atteinte.

D'autre part, les techniques de commande non linéaires sont proposées. Ces approches permettent de contrôler directement le système non linéaire, ce qui peut être très utile, notamment pour les manœuvres de grands angles. En revanche, ces techniques offrent souvent moins de précision en attitude que les techniques linéaires. Les approches non linéaires incluent, parmi d'autres techniques, la commande tout-ou-rien, le *BackStepping*, la commande

d'attitude prédictive non linéaire et la commande par mode glissant ou SMC (*Sliding Mode Control*) [J. de Lafontaine, 2011b] [Slotine et Li, 1991][Khalil et Grizzle, 2002].

Dans ce projet de recherche, une première boucle de commande doit être implémentée permettant d'exécuter des manœuvres de grand angle dans le satellite LABSAT. Dans ce contexte, une approche non linéaire a été choisie : la commande SMC.

### 3.4.2 Commande par mode glissant ou SMC

Dans le cas des techniques SMC, leur implémentation est très répandue dans la commande non linéaire des satellites, car elles permettent de contrôler le système tout en étant robustes par rapport aux variations ou incertitudes de ses paramètres. La commande par mode glissant est un type de système de structure variable ou VSS (*Variable Structure System*) qui fusionne des aspects continus et non continus. Cette commande est basée sur le concept de surface de glissement tel qu'expliqué dans [Slotine et Li, 1991]. Un système non linéaire peut être représenté par l'équation d'état :

$$x^{(n)} = f(x) + b(x)u, \quad (3.21)$$

Dans cette équation ( $n$ ) représente la  $n$ -ième dérivée par rapport au temps,  $x$  les variables d'état et  $u$  les entrées. En outre, les variables d'erreur suivantes par rapport aux états désirés  $x_{des}$  peuvent être définies :

$$e = x_{des} - x, \quad \dot{e} = \dot{x}_{des} - \dot{x}, \quad \dots, \quad e^{(n-1)} = x^{(n-1)}_{des} - x^{(n-1)}. \quad (3.22)$$

Dans ce contexte, la surface de glissement est définie comme :

$$s(x, t) = -\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e. \quad (3.23)$$

Pour un système de deuxième ordre comme un satellite, l'équation d'état sera :

$$\ddot{x} = f(X) + u. \quad (3.24)$$

Dans cette expression,  $X=[x, \dot{x}]$  représente les variables d'état (attitude et vitesse angulaire dans le cas d'un satellite). Ainsi, la surface de glissement de ce système sera (avec  $n=2$ ):

$$s(x, t) = (-\dot{e} - \lambda e). \quad (3.25)$$

Pour un tel système, la stratégie de commande appelée SMC avec commande équivalent propose un contrôle de la forme :

$$u = u_{eq} + u_S. \quad (3.26)$$

Le terme  $u_{eq}$  représente la commande équivalente et le terme  $u_s$  représente une commande discontinue ou *switching control*. L'objectif du terme  $u_{eq}$  de la commande sera de garder la dérivée de cette fonction égale à zéro :

$$\dot{s}(x, t) = 0, \quad (3.27)$$

en même temps que le terme discontinu  $u_s$  permet de rester dans la surface, de sorte que :

$$s(x, t) = 0. \quad (3.28)$$

L'équation 3.27 entraîne l'annulation du terme non linéaire  $f(X)$  dans 3.24, c'est qui est en réalité équivalente à la linéarisation par rétroaction ou *feedback linearisation* telle qu'expliquée en détail dans [J. de Lafontaine, 2011b]. Pour le système de deuxième ordre, la commande SMC remplit la condition :

$$\dot{s}(x, t) = -\ddot{e} - \lambda\dot{e} = 0. \quad (3.29)$$

En remplaçant  $\ddot{e}$  par l'équation d'état, cette expression peut être réécrite comme :

$$\dot{s}(x, t) = -\ddot{x}_{des} + f(X) + u - \lambda\dot{e} = 0, \quad (3.30)$$

de sorte que l'entrée qui remplit cette condition sera :

$$u_{eq} = \ddot{x}_{des} - f(X) + \lambda\dot{e}. \quad (3.31)$$

En effet, cette commande annule le terme non linéaire quand elle est incluse dans l'équation d'état du système.

$$\ddot{x} = f(X) + u = f(X) + (\ddot{x}_{des} - f(X) + \lambda\dot{e}) = \ddot{x}_{des} + \lambda\dot{e}. \quad (3.32)$$

Ainsi, en remplissant la condition de l'équation 3.27, la commande SMC permet de minimiser le terme d'erreur  $\dot{e}$ . Cependant, afin de rester sur la surface de glissement et que l'erreur en attitude ( $e$ ) tende vers zéro, un terme additionnel  $u_s$  est inclus. Ce terme est dans le cas le plus simple implanté par une commande tout-ou-rien modulée par une constante  $K$ . De cette façon, la commande finale sera :

$$u_{SMC} = u_{eq} + K u_s. \quad (3.33)$$

Il est bien connu que, en choisissant la constante positive  $K$  assez grande par rapport aux incertitudes du système dynamique, la commande SMC devient robuste aux incertitudes et assure la stabilité.

Toutefois, l'inclusion du terme discontinu peut comporter des effets de *chattering* ou, en d'autres termes, il peut inclure des composantes de haute fréquence qui endommageraient les

actionneurs. Pour éviter cette situation, cette composante de la commande est normalement utilisée conjointement avec d'autres techniques qui permettent d'éviter cet effet comme l'utilisation d'une zone morte ou d'une fonction de saturation.

### 3.4.3 Applications des techniques SMC à la commande d'attitude des satellites

Plusieurs variations des techniques SMC appliquées à la commande des satellites apparaissent dans la littérature. Les différences entre les techniques sont souvent reliées aux paramètres utilisés pour représenter l'attitude. Ainsi, des solutions basées sur des quaternions [J. L. Crassidis *et al.*, 2000] [Kök, 2012], la représentation axe/angle d'Euler [J. de Lafontaine *et al.*, 2008] et les MRP [J. L. Crassidis et Markley, 1996] sont proposées dans la littérature. Dans certains cas, la solution proposée inclut des modifications à l'algorithme SMC traditionnel, permettant de suivre la trajectoire la plus courte possible [J. L. Crassidis *et al.*, 2000]. Finalement, l'approche de commande décrite dans [J. de Lafontaine *et al.*, 2008] propose une modification de l'algorithme permettant de choisir l'axe de rotation, ce qui peut être spécialement avantageux pour certaines missions.



## CHAPITRE 4 OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

La revue de littérature du chapitre précédent a donné un survol de l'état de l'art de différentes technologies concernant les simulateurs de satellites et les systèmes de calibration, de navigation et de commande. Dans le présent chapitre, les défis concrets posés par le laboratoire LABSAT seront détaillés, en même temps que les objectifs du projet et la méthodologie proposée pour les atteindre.

### 4.1 Problématique

La problématique de ce projet de recherche peut être divisée en trois grands blocs. Les défis identifiés pour LABSAT sont :

- intégration de sous-systèmes (capteurs, actionneurs, processeur embarqué et interface d'utilisateur),
- réduction du bruit et d'autres effets qui perturbent les mesures des capteurs,
- fermeture d'une première boucle de commande.

#### 4.1.1 Intégration de sous-systèmes

Le projet du laboratoire LABSAT est un projet étudiant de l'Université de Sherbrooke de longue durée. Il a été commencé en 2003 et au cours des dernières années plusieurs étudiants ont travaillé sur les différents sous-systèmes, y compris les capteurs, les actionneurs, le processeur embarqué et l'interface d'utilisateur. La majorité des sous-systèmes ont été conçus, développés et vérifiés de façon autonome, mais l'intégration finale incluant la fermeture de la boucle de commande n'a jamais été réalisée. En outre, le projet avait été abandonné pendant une certaine période et l'équipement n'était plus dans un état fonctionnel.

Partant de ce fait, le premier grand défi de ce projet comporte l'intégration mécanique, électrique et électronique des différents sous-systèmes et la mise en marche de l'ensemble du satellite. Ceci inclut, non seulement la familiarisation avec tous les travaux déjà accomplis, mais aussi la mise en marche et la configuration de l'environnement de développement

principal, qui n'était plus disponible, et la familiarisation avec les différents matériel et logiciel utilisés.

#### 4.1.2 Réduction du bruit et d'autres effets des capteurs

Au cours des travaux accomplis par le dernier groupe étudiant qui a œuvré sur le simulateur matériel, le groupe LABSAT II, des problèmes de bruit ont été rapportés. Plus précisément, les capteurs (unité inertielle et magnétomètre) ont été vérifiés dans le laboratoire en utilisant un bras robotisé permettant de faire des rotations prédéfinies avec haute précision. Dans ces tests, les mesures des capteurs montraient des différences significatives avec les rotations accomplies par le bras robotisé en lacet, ce qui a été attribué aux problèmes de bruit dans les mesures du capteur magnétique. Une répétition des tests du bras robotisé dans les premières étapes du présent projet a mis en évidence que les problèmes rencontrés n'étaient pas causés par le bruit gaussien du capteur, tel que supposé, mais plutôt par la mauvaise résolution du magnétomètre et par des biais magnétiques qui requièrent une calibration précise.

#### 4.1.3 Fermeture d'une première boucle de commande

Dans le but d'accomplir une première mise en marche du satellite LABSAT, la boucle de commande devra être fermée. Cela entraîne la conception et le développement d'un système de commande approprié pour le satellite. Cette solution devra s'adapter à un système complexe caractérisé par un système de multiples entrées et sorties ou MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), non linéaire et avec des incertitudes dans les paramètres qui régissent le comportement dynamique.

### 4.2 Objectifs

Dans ce contexte, l'objectif principal pour ce projet est la mise en service du simulateur LABSAT, y compris un système de navigation initial basé sur l'unité inertielle et le magnétomètre, ainsi qu'un système de commande. Pour ce faire, les objectifs spécifiques suivants devront être atteints :

- intégration des sous-systèmes,
- calibration du capteur magnétique,
- réduction du bruit des capteurs et des effets de quantification avec un estimateur d'état,

- fermeture de la boucle de commande,
- validation par simulation avec le matériel dans la boucle.

## 4.3 Méthodologie

La méthodologie qui a été suivie dans ce projet peut être divisée en quatre groupes, chacun correspondant à un des objectifs spécifiques sus-mentionnés.

### 4.3.1 Intégration des sous-systèmes

La première partie de ce projet inclut l'intégration générale du simulateur de satellite LABSAT. Pour ce faire, la première tâche à réaliser est de rassembler l'information sur l'état de projet, notamment sur l'état des différents sous-systèmes. Ensuite, les points critiques pour la mise en marche initiale seront identifiés et les travaux nécessaires pour l'intégration seront accomplis.

L'identification de points critiques doit inclure une révision exhaustive de la documentation précédente, la vérification de la présence de tous les éléments nécessaires dans le projet et la vérification de la disponibilité et la configuration adéquate des environnements de développement ou IDE (*Integrated Development Environment*) nécessaire pour actualiser le code. Finalement, des tests seront accomplis dans le but de vérifier l'interaction fonctionnelle entre les sous-systèmes.

### 4.3.2 Calibration du capteur magnétique

Dans le cas du magnétomètre de LABSAT, plusieurs problèmes de calibration ont été observés dans les étapes initiales du projet. Afin de calibrer avec précision ce capteur, une étude comparative des différents algorithmes proposés dans la littérature sera réalisée en simulation et avec des mesures obtenues au laboratoire pour finalement appliquer l'algorithme le plus approprié au magnétomètre intégré dans le système final du laboratoire LABSAT.

### 4.3.3 Réduction du bruit et des effets de quantification

Une fois les capteurs calibrés, un estimateur d'état sera utilisé dans le module de navigation du processeur central dans le but de réduire les effets possibles du bruit gaussien et de la basse résolution des capteurs. Pour atteindre cet objectif, plusieurs étapes devront être accomplies.

Tout d'abord, un simulateur de LABSAT sur le logiciel MATLAB/SIMULINK devra être développé et validé. Ensuite, la configuration du filtre EKF la plus appropriée pour le système devra être sélectionnée pour ensuite être vérifiée en simulation. Dans le stade final, le code du filtre EKF sera migré à C++ pour son intégration dans le processeur à bord et la performance du filtre sera vérifiée dans le laboratoire.

### 4.3.4 Fermeture de la boucle de commande et validation avec le matériel

Les deux derniers objectifs spécifiques du projet concernent la fermeture de la boucle de commande et sa validation avec le matériel. Afin d'atteindre ces objectifs, initialement une évaluation des options de commande sera réalisée pour choisir l'approche la plus appropriée dans ce stade du projet. Ensuite, la solution choisie sera implantée en SIMULINK et sa performance sera vérifiée dans le simulateur numérique de LABSAT. Une fois les paramètres du contrôleur réglés en simulation, le module de commande sera migré au code C++ pour son intégration dans le processeur final et la performance finale sera vérifiée dans le laboratoire et comparée avec les résultats des simulations numériques.

# CHAPITRE 5 CONCEPTION

Dans ce chapitre, les solutions spécifiques appliquées au satellite du laboratoire LABSAT seront détaillées. Ces solutions incluent la calibration du magnétomètre, le filtre de Kalman EKF et la commande non linéaire de type commande par mode glissant ou SMC.

## 5.1 Calibration

Dans l'étape de calibration, cinq algorithmes parmi tous ceux présentés dans la revue de la littérature ont été implantés, dans le but de les valider par simulation et dans le laboratoire LABSAT pour choisir le plus approprié. Ces algorithmes ont été choisis afin d'être représentatifs des différents groupes d'estimateurs présentés :

- MET001: estimateur par moindres carrés ou LSE (*Least Square Estimator*) linéaire,
- MET002: LSE non linéaire,
- MET003: LSE non linéaire en incluant les valeurs d'attitude,
- MET004: estimation du maximum de vraisemblance ou MLE (*Maximum Likelihood Estimator*) selon la méthode proposée par Alonso,
- MET005: méthode de l'invariance du produit scalaire ou DPI (*Dot Product Invariance*).

Dans ce chapitre, seulement le développement théorique des différentes solutions sera inclus. Les résultats obtenus avec chaque méthode et la sélection de la méthode finale à partir de ces résultats seront détaillés dans le Chapitre 6 (Tests).

### 5.1.1 MET001: LSE linéaire

Cette méthode est basée sur l'algorithme présenté par Merayo [Merayo *et al.*, 2000]. La base de cette méthode est l'utilisation du module du vecteur du champ magnétique dont la valeur est constante pour n'importe quelle orientation.

$$\left| \overline{B^B} \right| = \text{cte}, \quad \text{tel que } B^B = (ST)^{-1} (B^S - b). \quad (5.1)$$

Dans cette équation,  $B^S$  représente la mesure du magnétomètre et  $ST$  et  $b$  représentent respectivement la matrice triangulaire qui inclut les effets de facteur d'échelle et les non-

orthogonalités et le vecteur du biais magnétique. Ces paramètres incluent neuf variables qui devront être estimées :

$$(S T)^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

La méthode de moindres carrés proposée par Merayo estime ces neuf paramètres à partir des dix paramètres intermédiaires  $A$ - $J$  qui satisfont l'équation suivante :

$$\left| \overline{B^B} \right|^2 = AB_x^{s^2} + B B_y^{s^2} + C B_z^{s^2} + DB_x^s B_y^s + E B_x^s B_z^s + FB_y^s B_z^s + GB_x^s + HB_y^s + IB_z^s + J \quad (5.3)$$

La relation entre les variables intermédiaires et les paramètres finaux est :

$$\begin{aligned} - A &= a_{33}^2 \\ - B &= a_{22}^2 + a_{32}^2 \\ - C &= a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 \\ - D &= 2a_{33}a_{32} \\ - E &= 2a_{21}a_{22} + 2a_{31}a_{32} \\ - F &= 2a_{33}a_{31} \\ - G &= -2 [ b_1 C + b_2 E/2 + b_3 F/2 ] \\ - H &= -2 [ b_1 E/2 + b_2 B + b_3 D/2 ] \\ - I &= -2 [ b_1 F/2 + b_2 D/2 + b_3 A ] \\ - J &= Ab_3^2 + B b_2^2 + C b_1^2 + E b_1 b_2 + D b_3 b_2 + F b_1 b_3 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Une fois les variables intermédiaires estimées par moindres carrés, Merayo propose une méthode itérative afin d'obtenir les neuf paramètres finaux à partir de ces dix équations. La base de cette méthode consiste à soustraire la valeur du terme  $J$  du module au carré, de sorte que seulement 9 équations seront applicables et le système d'équations possède une solution unique.  $J$  est calculé initialement à partir d'une condition de départ pour les paramètres finaux. Par la suite, le système est résolu par moindres carrés, les paramètres finaux sont calculés et une nouvelle valeur de  $J$  peut être calculée avec cette solution. Cela permet d'itérer jusqu'à ce que l'algorithme atteigne la condition de convergence.

### 5.1.2 MET002: LSE non linéaire

La méthode de moindres carrés non linéaire est basée sur un développement similaire à celui de la méthode MET001, mais les paramètres intermédiaires ne sont pas utilisés.

Effectivement, dans cette méthode les équations (5.3) et (5.4) sont fusionnées de sorte que le module au carré  $|\overline{B\overline{B}}|^2$  dépend seulement des composantes du champ mesuré,  $B_x^S, B_y^S, B_z^S$  et des paramètres à estimer  $(a_{11}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_1, b_2, b_3)$ . L'équation qui en résulte est non linéaire, car elle dépend des termes au carré et de termes multipliés entre eux, et elle a été résolue directement par une méthode de moindres carrés non linéaire avec le logiciel MATLAB. Cette approche permet d'éviter l'utilisation des variables intermédiaires, mais l'utilisation des méthodes non linéaires augmente la complexité des calculs et les problèmes de convergence.

### 5.1.3 MET003 : LSE non linéaire en incluant les valeurs d'attitude

La méthode MET003 utilise aussi les techniques d'estimation par moindres carrés non linéaires. Cependant, les équations utilisées pour modéliser les mesures du magnétomètre ne sont pas basées sur l'invariance du module du champ magnétique; elles sont basées sur l'utilisation d'un système de mesure externe. Ainsi, l'information d'attitude est incluse dans les équations de sorte qu'il y a plus d'information pour résoudre le problème d'estimation avec la conséquence que la convergence et la précision s'améliorent. Cette méthode a été développée par l'auteur du présent ouvrage, et suit le concept des anciennes techniques de *swinging* qui utilisaient l'information d'attitude pour calibrer les magnétomètres; toutefois elle n'est pas basée directement sur aucune méthode proposée dans la littérature.

Étant donné que, dans cette méthode, la matrice de cosinus directeurs  $C_{BI}$  est connue en tout instant, les mesures du magnétomètre peuvent être exprimées selon l'équation :

$$\begin{bmatrix} B_x^S \\ B_y^S \\ B_z^S \end{bmatrix} = S T \cdot C_{BI} \begin{bmatrix} B_x^I \\ B_y^I \\ B_z^I \end{bmatrix} + b. \quad (5.5)$$

Une limitation de cette méthode pour son implémentation avec les mesures réelles est que la valeur du champ magnétique terrestre dans le référentiel inertiel utilisé par le système de mesures externe  $[B_x^I, B_y^I, B_z^I]$  doit être connue avec précision. En général, le référentiel inertiel du système de mesures externe est choisi pour que son troisième axe soit aligné avec la gravité, mais son orientation par rapport au nord magnétique n'est pas toujours connue a priori avec précision et ne peut pas être mesurée avec le magnétomètre, car il n'est pas encore

calibré. Une méthode simple pour surmonter ce problème est d'inclure dans l'équation une incertitude de l'angle de lacet  $\psi$  et utiliser une valeur  $B^I$  approximative:

$$\begin{bmatrix} B_x^S \\ B_y^S \\ B_z^S \end{bmatrix} = ST \cdot C_{BI} \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x^I \\ B_y^I \\ B_z^I \end{bmatrix} + b, \quad (5.6)$$

où la valeur approximative  $B^I$  peut être calculée à partir des coordonnées géographiques de Sherbrooke et du modèle du champ magnétique du NGDC (*National Geophysical Data Center*). En utilisant une série de mesures de  $B^S$  pour lesquelles  $C_{BI}$  est connu, les dix paramètres correspondant à la matrice triangulaire inférieure  $ST$ , au biais  $b$  et à l'angle  $\psi$  peuvent être obtenus par une méthode de moindres carrés non linéaire.

#### 5.1.4 MET004 : MLE selon la méthode proposée par Alonso

La méthode MET004 est basée sur l'estimation du maximum de vraisemblance décrite dans [Alonso et Shuster, 2002b]. Ici, seulement les concepts principaux de l'algorithme seront décrits. Les détails mathématiques et le développement des équations n'ont pas été inclus, mais ils peuvent être consultés dans l'article original.

Pour cette méthode, l'équation des mesures du magnétomètre est décrite par :

$$B^S = (I_{3 \times 3} + D)^{-1} \cdot B^B + b + \varepsilon. \quad (5.7)$$

Dans cette équation, la matrice  $D$  est antisymétrique et représente les non-orthogonalités et le facteur d'échelle tandis que  $b$  représente le biais et  $\varepsilon$  est un bruit gaussien. La méthode MET004 est basée sur l'invariance du module du champ magnétique et deux nouvelles variables  $z_k$  et  $v_k$  sont définies pour cette méthode:

$$v_k = (2[(I + D)B_k^S - b])^T \varepsilon_k - |\varepsilon_k|^2, \quad (5.8)$$

$$z_k = |B_k^S| - |B_k^B| \quad (5.9)$$

$$= -(B_k^S)^T (2D + D^2) B_k^S + 2(B_k^S)^T (I + D)b - |b|^2 + v_k$$

$$= -(B_k^S)^T E B_k^S + 2(B_k^S)^T c - |b(c, E)|^2 + v_k,$$

tel que :

$$E = 2D + D^2, \quad (5.10)$$

$$c = (I_{3 \times 3} + D) b. \quad (5.11)$$

Ainsi, la variable  $z_k$  peut être réécrite d'une façon plus compacte comme :

$$z_k = L_k \theta - b(\theta), \quad (5.12)$$

en utilisant les variables intermédiaires  $L_k$  et  $\theta$  données par:

$$L_k = [2B_{k1}^S \quad 2B_{k2}^S \quad 2B_{k3}^S \quad -(B_{k1}^S)^2 \quad -(B_{k2}^S)^2 \quad -(B_{k3}^S)^2 \quad -2B_{k1}^S B_{k2}^S \quad -2B_{k1}^S B_{k3}^S \quad -B_{k2}^S B_{k3}^S], \quad (5.13)$$

$$\theta = [c \ E]^T. \quad (5.14)$$

L'objectif de la méthode proposée est d'estimer la variable  $\theta$  qui satisfait l'équation (5.12), et par conséquent les paramètres  $c$  et  $E$  qui permettront d'extraire les valeurs de  $D$  et  $b$  apparaissant dans (5.7) et qui sont nécessaires pour la calibration. Dans ce but, Alonso postule que la fonction log-négative de vraisemblance à minimiser est :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^2} (z_k - L_k \theta - \mu_k)^2. \quad (5.15)$$

Dans cette équation les paramètres  $\mu_k$  et  $\sigma_k$  correspondent à la valeur moyenne et à l'écart-type de la variable aléatoire  $v_k$ , qui représente le bruit de mesure effectif et qui était donnée par l'équation (5.8). Ainsi, la valeur de  $\theta$  recherchée satisfait :

$$\left. \frac{dJ(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta_*} = 0. \quad (5.16)$$

Par la suite, cette équation est résolue par une méthode itérative de Newton-Raphson en utilisant le calcul pour les dérivées première et deuxième de  $J(\theta)$  proposées dans [Alonso et Shuster, 2002a]. La résolution directe de l'équation complète par Newton-Raphson est utilisée, car il a été observé qu'elle fournit de meilleures caractéristiques de convergence que la méthode de résolution en deux étapes avec un estimateur centré de  $J(\theta)$  proposée dans [Alonso et Shuster, 2002b].

### 5.1.5 MET005 : Méthode du DPI (*Dot Product Invariance*)

La méthode MET005 est basée sur l'algorithme présenté dans [Li et Li, 2012]. L'algorithme profite du fait que les vecteurs mesurés par le magnétomètre et l'accéléromètre possèdent un module constant pour n'importe quelle orientation et leur position relative ne varie pas. Ainsi, le produit scalaire de ces deux vecteurs doit également être une constante et la multiplication de composantes dans les différents référentiels satisfait :

$$(g^I)^T B^I = (g^B)^T B^B = (g^B)^T [(S T)^{-1} (B^S - b)]. \quad (5.17)$$

Dans cette équation,  $g^I, g^B$  et  $B^I, B^B, B^S$  représentent les valeurs des composantes des vecteurs gravité et champ magnétique dans le référentiel correspondant. Cet algorithme permet d'éviter d'utiliser le carré du module du champ magnétique et par conséquent l'équation qui sera

résolue est linéaire et le bruit est gaussien, car il n'y a pas de paramètres au carré. Le problème de moindres carrés linéaire qui doit être résolu dans la méthode DPI est :

$$\{(ST), b\} = \arg \min_{(ST), b} \sum_{n=1}^N ((g_n^S)^T (ST)^{-1} B_n^S - (g_n^S)^T (ST)^{-1} b - (g^l)^T B^l)^2. \quad (5.18)$$

La méthode d'estimation par moindres carrés linéaire obtient les 6 paramètres de la matrice triangulaire inférieure  $(ST)^{-1}$  et les trois paramètres correspondant aux composantes du vecteur  $(ST)^{-1}b$ .

## 5.2 Navigation

Dans le but de réduire les effets du bruit gaussien et les erreurs de mesure causées par la basse résolution des capteurs, un filtre de Kalman de type EKF a été conçu et implanté. Cette section explique les détails du filtre, qui est inclus dans le bloc de la navigation du schéma général du système GNC du satellite de laboratoire LABSAT.

Le filtre de Kalman étendu (EKF) est une technique d'estimation d'état d'un système dynamique non linéaire. Il permet de réduire le bruit des mesures de l'état du système et d'estimer des valeurs non mesurées mais observables. Dans ce projet, le but du filtre est de réduire les effets du bruit, comme le bruit gaussien des capteurs et les effets de quantification. Le filtre EKF proposé est basé sur un filtre du type multiplicatif ou MEKF pour la variable d'état d'attitude (voir section 3.2.2 *Filtres EKF pour l'estimation d'attitude*) et permet d'améliorer les mesures de l'état du satellite pour leur utilisation subséquente dans le système de commande.

Dans cette section, un survol des équations d'état et d'observateur sera d'abord donné pour, par la suite, définir les détails du filtre EKF conçu.

### 5.2.1 Survol des équations d'état et d'observateur

Dans ce qui suit, les équations d'état et de sortie du satellite du laboratoire LABSAT seront décrites. Le système qui sera présenté est doté de quatre roues à réaction et un système de capteurs composé d'un tachymètre dans chaque roue à réaction, un gyro, un accéléromètre et un magnétomètre.

## Équations d'état

L'état d'un système dynamique est le nombre minimal de variables (ou variables d'état) qui permettent de déterminer le comportement d'un système dynamique à un moment futur et pour une certaine entrée [Ogata et Yang, 1997.]. Dans le cas du satellite de ce projet, le vecteur de variables d'état  $x$  qui sera utilisé correspond à :

$$x_{(10 \times 1)} = \begin{bmatrix} h_{tot}^B_{(3 \times 1)} \\ h_{RW}^{RW}_{(4 \times 1)} \\ \Delta \delta_B_{(3 \times 1)} \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Dans cette équation,  $h_{tot}^B$  représente le moment angulaire total,  $h_{RW}^{RW}$  le moment angulaire des roues à réaction dans le référentiel des roues et  $\Delta \delta_B$  le petit incrément d'angle des filtres MEKF. Ce vecteur d'état permet d'utiliser la représentation d'état : un groupe d'équations qui relient les valeurs des entrées  $u$ , des états  $x$  et des sorties  $y$ . Cette représentation inclut les équations d'état (voir *Annexe A*) qui permettent de déterminer la variation de l'état par rapport à l'état actuel et aux entrées du système. Plus précisément, les équations d'état peuvent être représentées comme :

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (5.20)$$

Dans le cas de LABSAT, les équations d'état ont été définies dans les sections précédentes (voir section 2.3 *Équations de mouvement du satellite*) et l'entrée est représentée par le vecteur :

$$u_{(7 \times 1)} = \begin{bmatrix} T_{EX}^B_{(3 \times 1)} \\ T_{RW}^{RW}_{(4 \times 1)} \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Les équations d'état du satellite sont non linéaires et, afin de pouvoir utiliser la théorie des filtres Kalman traditionnels, le système est linéarisé au point d'opération par rapport aux variables d'état. Cette approximation permet d'obtenir un système linéaire avec lequel utiliser la mathématique traditionnelle des filtres Kalman discrets. En utilisant seulement les termes de premier ordre de la linéarisation (les matrices Jacobiennes), l'équation d'état autour du point d'opération peut être réécrite comme :

$$\dot{x} = A x + B u. \quad (5.22)$$

Pour les équations de LABSAT, la matrice Jacobienne  $A$  est [Côté, 2007]:

$$A = \frac{\partial f(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}} = \begin{bmatrix} -w_B^x + h_{tot}^x J_{sc}^{-1} & -h_{tot}^x J_{sc}^{-1} C_{B/RW} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 3} \\ J_{sc}^{-1} & -J_{sc}^{-1} C_{B/RW} & -w_B^x \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

### Équations de sortie

La représentation d'état inclut non seulement les équations d'état, mais aussi les équations de sortie. Ces équations permettent de déterminer la sortie du système à partir des variables d'état et des entrées :

$$y = h(x, u). \quad (5.24)$$

Les équations de sortie dépendent des capteurs utilisés. Dans ce premier stade de la mise en marche du satellite de laboratoire LABSAT, les capteurs suivants sont disponibles :

- 1 tachymètre/roue à réaction,
- 1 gyro (3 axes),
- 1 accéléromètre (3 axes),
- 1 magnétomètre (3 axes).

Dans LABSAT, les tachymètres permettent de mesurer la vitesse angulaire relative de chaque roue ( $w_{RW}$ ). Ces mesures peuvent être exprimées comme :

$$y_{w_{RW}} (3 \times 1) = w_{RW}^{RW} = -C_{RW/B} J_{SC}^{-1} h_{tot}^B + C_{RW/B} J_{SC}^{-1} C_{B/RW} h_{RW}^{RW} + J_{Si}^{-1} h_{RW}^{RW}, \quad (5.25)$$

où  $C_{RW/B}$  (4x3) et  $C_{B/RW}$  (3x4) correspondent aux matrices de transformation entre le référentiel structurel et le référentiel des roues,  $J_{SC}$  (3x3) est la matrice d'inertie totale du satellite moins l'inertie des roues selon leur axe de rotation et  $J_{Si}$  (1x1) est l'inertie de chaque roue dans son axe de rotation. Cette équation est linéaire par rapport aux variables d'état et peut être réorganisée de façon matricielle :

$$\begin{bmatrix} w_{RW1} \\ w_{RW2} \\ w_{RW3} \\ w_{RW4} \end{bmatrix} = H_{RW} x = \begin{bmatrix} -C_{RW/B} J_{SC}^{-1} & C_{RW/B} J_{SC}^{-1} C_{B/RW} + J_{Si}^{-1} I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{tot}^B \\ h_{RW}^{RW} \\ \Delta \delta_B \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Les mesures de vitesse angulaire du satellite fournies par le gyro, dont les axes sont alignés avec le référentiel structurel  $\mathfrak{R}_B$ , peuvent aussi être directement exprimées de façon matricielle par rapport aux variables d'état.

$$\begin{bmatrix} w_{B1} \\ w_{B2} \\ w_{B3} \end{bmatrix} = H_{WB} x_k = \begin{bmatrix} J_{SC}^{-1} & -J_{SC}^{-1} C_{B/RW} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{tot}^B \\ h_{RW}^{RW} \\ \Delta \delta_B \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Quant à l'attitude du satellite, elle est mesurée par l'accéléromètre et le magnétomètre qui mesurent des vecteurs fixes par rapport au référentiel inertiel (la gravité et le champ magnétique terrestre) dans un capteur fixe par rapport au référentiel structurel du satellite.

Pour les équations de sortie qui dépendent de l'attitude, deux représentations possibles seront présentées :

- Mesures d'attitude exprimées sous forme de vecteur unitaire
- Mesures d'attitude exprimées sous forme de quaternion

Dans le premier cas, le modèle d'observation inclut directement les vecteurs mesurés par les capteurs. Dans cette approche, les équations ne sont pas linéaires et, par conséquent, elles doivent être linéarisées, comme détaillé dans la théorie des filtres EKF. Plus précisément, les équations sont linéarisées autour du dernier état estimé en utilisant la matrice Jacobienne  $H_v$  :

$$H_v = \left. \frac{\partial h(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}} \right|_{\hat{x}=\hat{x}_k} \quad (5.28)$$

Les équations d'observateur de l'accéléromètre et du magnétomètre de LABSAT correspondent à [Nøkland, 2011] :

$$y_k = h(x_k) = \begin{bmatrix} g_{mes}^{\hat{B}} \\ B_{mes}^{\hat{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\hat{B}/B} C_{B/I} g^I \\ C_{\hat{B}/B} C_{B/I} B^I \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Dans cette équation,  $B$  et  $g$  représentent les vecteurs unitaires magnétique et gravité respectivement, la matrice  $C_{B/I}$  représente la rotation entre la position inertielle de référence et la dernière orientation estimée du satellite et  $C_{\hat{B}/B}$  représente la petite variation d'attitude par rapport au dernier état estimé  $C_{\hat{B}/B} = f(\Delta\epsilon_k) = f(0.5 \Delta\delta_B)$ . De cette façon, les mesures de gravité et champ magnétique peuvent être exprimées en termes de l'incrément de petit angle de la variable d'état et de la dernière valeur du vecteur mesuré exprimé dans le référentiel structurel. Ainsi, et la matrice Jacobienne est :

$$H_v = \left. \frac{\partial h(\hat{x}, u)}{\partial \hat{x}} \right|_{\hat{x}=\hat{x}_k} = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 4} & \left. \frac{\partial h(\Delta\epsilon, u)}{\partial \Delta\delta_B} \right|_{\Delta\epsilon=\frac{1}{2}(\Delta\delta_B)_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & \left. \frac{\partial h_v(\Delta\epsilon, g^B)}{\partial (\Delta\delta_B)} \right|_{\Delta\epsilon=\frac{1}{2}(\Delta\delta_B)_k} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & \left. \frac{\partial h_v(\Delta\epsilon, B^B)}{\partial (\Delta\delta_B)} \right|_{\Delta\epsilon=\frac{1}{2}(\Delta\delta_B)_k} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

La fonction dérivée est [Nøkland, 2011] :

$$\frac{\partial h_v(\epsilon, v)}{\partial (\Delta\delta_B)} = 2(2 \eta v^x - \frac{2}{\eta} v^x \epsilon \epsilon^T + 2v^T \epsilon I_{3 \times 3} + 2\epsilon v^T - 4v\epsilon^T), \quad \text{tel que : } \eta = \sqrt{1 - \epsilon^T \epsilon} \quad (5.31)$$

Dans cette équation,  $v$  correspond au vecteur unitaire, gravité ou champ magnétique, et  $v^x$  est la matrice antisymétrique du vecteur, tel que décrite dans la liste de symboles de ce mémoire.

L'autre option de représentations de l'attitude inclut des mesures d'attitude exprimées sous forme de quaternions. Pour ce faire, un bloc de prétraitement est inclus, dans le but de transformer l'ensemble des vecteurs unitaires en quaternions. Ce problème est un problème bien connu dans le domaine de la mécanique spatiale, appelé le problème de Wahba ou *Wahba's problem*, pour lequel existent plusieurs algorithmes permettant de le résoudre [F. L. Markley, 2000]. Dans cette maîtrise, la méthode TRIAD a été utilisée de façon à que les vecteurs calculés correspondent aux directions nord ( $N$  ou *north*), est ( $e$  ou *east*) et la direction de la gravité ( $d$  ou *down*). Dans cette méthode, la matrice de rotation  $C_{BI}$  est obtenue comme :

$$C_{BI} = [N, e, d] \quad \text{tel que : } \begin{aligned} d &= \frac{g}{\|g\|}, & (down) \\ e &= \frac{-B \times g}{\|B\| \cdot \|g\|}, & (east) \\ N &= \frac{e \times d}{\|e \times d\|}. & (north) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Par la suite,  $C_{BI}$  est transformé en quaternion en utilisant l'équation de transformation correspondante [Diebel, 2006]. Ainsi, le quaternion incrément et, par conséquent, le petit incrément d'angle du filtre MEKF peuvent être calculés et utilisés comme mesure, de sorte que le modèle d'observation pour l'attitude suit une relation linéaire :

$$y_k = h(x_k) = H_{\delta_B} x_k. \quad (5.33)$$

Dans cette équation,  $H_{\delta_B}$  correspond à :

$$H_{\delta_B} = [0 \quad 0 \quad I_{3 \times 3}]. \quad (5.34)$$

### 5.2.2 Le filtre EKF de LABSAT

Le système de Navigation de LABSAT implémente un filtre EKF. Ce filtre estime l'attitude du satellite en utilisant un schéma de type MEKF dont les caractéristiques ont été résumées dans les sections précédentes (voir *section 3.2.2. Revue des estimateurs d'état*). Par la suite, les calculs de différentes étapes seront donnés. Ces étapes correspondent au schéma général déjà présenté mais, dans ce cas, les équations ont été appliquées au cas du satellite du laboratoire LABSAT.

La matrice Jacobienne discrétisée est nécessaire pour linéariser les équations d'état non linéaires. À chaque itération, les matrices sont calculées en utilisant les équations décrites dans la section précédente évaluées au point d'opération.

## **PROPAGATION**

### **Étape 1 : propagation des variables d'état**

La première étape permet de propager la variable d'état en utilisant les équations des dérivées des variables d'état et les entrées du filtre pour l'itération en cours:

$$\dot{x} = f(x, u). \quad (5.35)$$

Cette étape est discrétisée pour son implémentation dans le processeur embarqué. Ainsi, la valeur de la variable d'état discrétisée pour l'instant  $k+1$  ( $\hat{x}_{k+1}^-$ ) est obtenue par une méthode *Runge-Kutta* RK44, en utilisant les équations différentielles des variables d'état, les valeurs d'état précédentes et les valeurs des couples commandés.

$$\hat{x}_{k+1}^- = f_k(\hat{x}_k, u_{k+1}). \quad (5.36)$$

### **Étape 1.2 : propagation de la matrice de covariance**

La matrice de covariance propagée est calculée en utilisant l'expression :

$$P_{k+1}^- = \Phi_{k+1} P_k \Phi_{k+1}^T + Q_k, \quad (5.37)$$

où  $Q_k$  est la matrice de covariance discrétisée du bruit du système dynamique, qui s'utilise pour modéliser les incertitudes dans le modèle, et  $\Phi_k$  représente la matrice Jacobienne discrétisée qui doit être recalculée à chaque itération.

$$\Phi_{k+1} = e^{AT_s} |_{\hat{x}=\hat{x}_k}. \quad (5.38)$$

Dans cette équation, la valeur  $T_s$  représente la période d'échantillonnage du filtre EKF.

## **CALCUL DU GAIN DE KALMAN ET CORRECTION**

Dans les phases de calcul de gain de Kalman et correction, deux variantes du filtre ont été conçues pour leur évaluation en simulation. Ces deux options correspondent aux deux représentations possibles d'attitude décrites dans la revue bibliographique des filtres EKF appliqués à l'estimation d'attitude :

- représentation de la mesure en quaternion,
- représentation de la mesure en utilisant les vecteurs unitaires.

Les particularités que chaque option comporte dans la conception du filtre seront montrées au cours de la description des étapes correspondantes.

Les étapes de correction 2 (calcul du gain), 3.1 (correction de la variable d'état) et 3.2 (correction de la matrice de covariance) décrites plus bas sont exécutées successivement pour un capteur et, par la suite, le processus (étapes 2, 3.1 et 3.2) est répété pour le capteur suivant [Sorenson, 1966]. Ainsi, dans une première étape, la correction d'attitude sera effectuée, par la suite quatre corrections (une par roue) seront exécutées et finalement la correction avec les mesures de gyro sera faite.

## Étape 2

Avant de commencer les corrections des variables d'état et de la matrice de covariance, le gain du filtre de Kalman doit être calculé. Ce gain doit être obtenu pour chaque étape de correction correspondant à une mesure et il suit l'équation:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}. \quad (5.39)$$

Dans cette expression, R est la matrice de covariance discrétisée du bruit des mesures, utilisé pour modéliser les incertitudes dans les mesures. H représente la matrice des équations de sortie pour chaque capteur qui, dans les cas des équations non linéaires, est remplacée par la matrice Jacobienne. Dans le cas de LABSAT, pour l'attitude, les équations de sortie dépendent du type de représentation choisie. La matrice H correspondant à la correction d'attitude peut varier selon cette représentation: petit incrément d'angle ( $H_{\delta_B}$ ) ou vecteur unitaire ( $H_v$ ):

$$H_{\delta_B} = [0_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 4} \quad I_{3 \times 3}], \quad (5.40)$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & \frac{\partial h_v}{\partial (\Delta \delta_B)} (\Delta \varepsilon, g^B) \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & \frac{\partial h_v}{\partial (\Delta \delta_B)} (\Delta \varepsilon, B^B) \end{bmatrix}. \quad (5.41)$$

Les matrices  $H_{RW}$  et  $H_{Wb}$  sont utilisées pour calculer le gain des étapes de correction avec mesures des tachymètres des roues et gyro. Dans les cas des tachymètres, chaque ligne de  $H_{RW}$  correspond à une roue ( $H_{RW_i}$ ) et la correction de chaque roue est effectuée dans une étape différente :

$$H_{RW} = [-C_{RW/B} J_{SC}^{-1} \quad C_{RW/B} J_{SC}^{-1} C_{B/RW} + J_{si}^{-1} I_{4 \times 4} \quad 0_{4 \times 3}], \quad (5.42)$$

$$H_{Wb} = [J_{SC}^{-1} \quad -J_{SC}^{-1} C_{B/RW} \quad 0_{3 \times 3}]. \quad (5.43)$$

Ainsi, plusieurs gains de Kalman différents doivent être calculés, un pour chaque étape de correction. D'un côté, les gains correspondant aux roues  $K_{RW_i}$  et au gyro  $K_{W_B}$  et de l'autre côté celui de l'attitude,  $K_{\delta_B}$  ou  $K_v$  selon la représentation choisie pour la correction.

### Étape 3.1

Dans cette étape, les variables d'état sont corrigées avec les différentes mesures du système de façon optimale. Les opérations accomplies dans le cas de la variable d'attitude varient en fonction de la représentation choisie pour la mesure. Dans cette sous-section, les calculs nécessaires pour la correction avec mesures d'attitude exprimée en quaternion, en vecteur d'état et pour les corrections avec la mesure de tachymètres des roues et du gyro sont détaillés.

Il faut remarquer que la variable d'état et la matrice de covariance sont corrigées de façon successive avec les différentes mesures [Sorenson, 1966] de sorte que la notation  $\hat{x}_{k+1}^-$ ,  $P_{k+1}^-$  correspondra aux valeurs de la phase de propagation seulement pour la première étape de correction. Dans les corrections successives suivantes, ces variables représentent la sortie de l'étape précédente de correction.

#### Étape 3.1a : Correction avec quaternion (filtre MEKF standard)

Dans le cas où la mesure d'attitude est représentée sous forme de quaternion, les calculs suivent le schéma traditionnel du filtre MEKF. Dans cette approche, la variable d'état du filtre pour les étapes de correction est le petit incrément d'attitude, qui représente la rotation par rapport à l'attitude estimée à priori. Cet angle est directement proportionnel aux composantes vectorielles du quaternion qui représentent la même rotation :

$$\Delta\delta_B = 2\Delta\varepsilon_B . \quad (5.44)$$

Ainsi, le résidu nécessaire pour l'équation de correction peut être obtenu à partir de la rotation  $\Delta q_{RES}$  entre le quaternion estimé à priori  $\hat{q}_{BI}^-$  et le quaternion mesuré  $q_{BI}$ . Ce quaternion résidu est calculé en utilisant la multiplication des quaternions, qui fournit la rotation consécutive des quaternions (voir *section 2.2.4 Quaternions*)

$$\Delta q_{RES} = q_{BI} \otimes \hat{q}_{BI}^{-1} . \quad (5.45)$$

Par la suite, les variables d'état estimées *a priori* sont corrigées :

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} \Delta\delta_{RES} . \quad (5.46)$$

→ *REMARQUE* : le petit incrément d'angle de la variable d'état estimée *a priori* possède une valeur  $\Delta\delta_B = [0,0,0]^T$  par définition.

Finalement, le quaternion estimé *a posteriori* est obtenu avec la rotation du petit incrément d'angle estimé *a posteriori*  $(\Delta\delta_B)_{k+1}^+$  et le quaternion de la variable d'état estimé *a priori*  $\hat{x}_{k+1}^-$  suivant la procédure décrite par Chodas [Chodas, 1982]. Ce traitement est équivalent à appliquer au quaternion estimé *a priori* la rotation de ce petit incrément d'angle  $\Delta\delta_B$ .

$$\theta = \sqrt{(\Delta\delta_{B_{k+1}}^+)^T \Delta\delta_{B_{k+1}}^+} \quad (5.47)$$

$$\hat{q}_{k+1}^+ = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \hat{q}_{k+1}^- + \frac{1}{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{bmatrix} (\hat{\epsilon}_{k+1}^-)^x + \hat{\eta}_{k+1}^- I_{3 \times 3} \\ -(\hat{\epsilon}_{k+1}^-)^T \end{bmatrix} \Delta\delta_{B_{k+1}}^+ \quad (5.48)$$

### Étape 3.1b : Correction avec vecteurs unitaires

Dans le cas où la correction des mesures d'attitude est calculée directement avec les vecteurs unitaires, la correction s'applique selon l'équation standard des filtres EKF

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-, u)). \quad (5.49)$$

L'estimation de la mesure à partir de l'état *a priori* est calculée avec l'équation non linéaire de sortie correspondante:

$$h(q_{k+1}^-) = \begin{bmatrix} h_g(q_{k+1}^-) \\ h_B(q_{k+1}^-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{BI}(q_{k+1}^-) \frac{g^I}{\|g\|} \\ C_{BI}(q_{k+1}^-) \frac{B^I}{\|B\|} \end{bmatrix}. \quad (5.50)$$

Dans ce cas-ci aussi, il faut appliquer les équations (5.47) et (5.48) pour récupérer le quaternion estimé *a posteriori*.

### Étape 3.1c : Correction avec la mesure des roues à réaction

Dans les cas des roues à réaction, le résidu est calculé comme la différence entre la mesure  $y_{k+1}$  du tachymètre et la mesure  $\hat{y}_{k+1}$  estimée par le modèle d'observation de la vitesse angulaire des roues. Les mesures estimées sont linéaires par rapport au vecteur d'état et, par conséquent elles sont calculées avec l'équation suivante:

$$\hat{y}_{k+1} = h(\hat{x}_{k+1}^-) = H_{RW_i} \hat{x}_{k+1}^-. \quad (5.51)$$

Ainsi, les variables d'état propagées sont corrigées avec le résidu de la mesure et le gain de Kalman pour les roues :

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}). \quad (5.52)$$

### Étape 3.1c : Correction avec la mesure du gyro

Dans les cas du gyro, le résidu est calculé comme la différence entre les mesures  $y_{k+1}$  du capteur et les mesures  $\hat{y}_{k+1}$  estimées par le modèle d'observation de la vitesse angulaire du satellite. Les mesures estimées sont linéaires par rapport au vecteur d'état et, par conséquent elles sont calculées avec l'équation suivante:

$$\hat{y}_{k+1} = h(\hat{x}_{k+1}^-) = H_{W_b} \hat{x}_{k+1}^- . \quad (5.53)$$

Ainsi, les variables d'état propagées sont corrigées avec le résidu de la mesure et le gain de Kalman correspondant:

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}) . \quad (5.54)$$

### Étape 3.2a/3.2b/3.2c

Dans chaque étape de correction, la matrice de covariance corrigée est calculée en utilisant l'expression :

$$P_{k+1}^+ = (I - K_{k+1}H)P_{k+1}^- (I - K_{k+1}H)^T + K_{k+1}RK_{k+1}^T . \quad (5.55)$$

Les matrices  $H$  et  $K$  correspondent aux matrices décrites pour chaque capteur.

## 5.3 Commande

Dans le but de fermer une première boucle de commande, un asservissement de type SMC a été implémenté permettant de commander en attitude le satellite LABSAT. Ce contrôleur a été choisi, car il permet d'effectuer des manœuvres de grand angle de façon directe en même temps qu'il est robuste aux incertitudes du système. Le contrôleur implémenté pour LABSAT est amplement basé sur la solution proposée par [J. L. Crassidis *et al.*, 2000] qui inclut une approche utilisant les quaternions et incluant une modification pour obtenir le chemin le plus court. Cette section décrit en détail le système proposé.

### 5.3.1 Survols des équations de mouvement

Tel que décrit à section 2.3 (*Équations de mouvement du satellite*), les équations de la dynamique de LABSAT sont :

$$\dot{h}_{tot}^B = -w_B^X h_{tot}^B + T_{ex}^B , \quad (5.56)$$

$$\dot{h}_{RW}^{RW} = T_{RW}^{RW} . \quad (5.57)$$

Dans cette équation,  $h_{tot}$  et  $h_{RW}$  représentent le moment angulaire total et le moment angulaire des roues à réaction respectivement;  $T_{ex}$  et  $T_{RW}$  le couple externe et le couple commandé aux roues. Crassidis propose de réécrire les équations précédentes d'une façon plus compacte comme suit:

$$J_{SC}\dot{w}_B = -w_B^x(J_{SC}w_B + h_{RW}^B) - C_{B/RW}T_{RW}^{RW}, \quad (5.58)$$

Pour ce développement, le couple externe est nul et  $J_{SC}$  représente l'inertie totale du satellite moins l'inertie des roues selon leur axe de rotation.

Finalement, pour les équations cinématiques en fonction du quaternion  $q = [\varepsilon, \eta]^T$ , la nomenclature suivante sera utilisée :

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega(w_B)q = \frac{1}{2}\Xi(q)w_B, \quad (5.59)$$

où  $\Omega(w)$  et  $\Xi(q)$  représentent respectivement:

$$\Omega(w_B) = \begin{bmatrix} -w_B^x & w_B \\ -w_B^T & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.60)$$

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} \eta I_{3 \times 3} + \varepsilon^x & \\ & -\varepsilon^T \end{bmatrix}. \quad (5.61)$$

Dans ces expressions,  $w_B$  est la vitesse angulaire du satellite et  $\varepsilon$  définit les composantes vectorielles de la représentation d'attitude en quaternion.

Dans ce contexte, la rotation entre le quaternion mesuré  $q$  et le quaternion désiré ou commandé  $q_d$  sera exprimée comme une rotation  $\delta q$  telle que:

$$\delta q = \begin{bmatrix} \delta\varepsilon \\ \delta\eta \end{bmatrix} = q \otimes q_d^{-1} = \begin{bmatrix} \Xi^T(q_d)q \\ q^T q_d \end{bmatrix}. \quad (5.62)$$

### 5.3.2 Commande SMC appliquée à un satellite avec roues à réaction

Les bases de la commande SMC ont été présentées dans la revue bibliographique. La présente section détaillera l'application de ce type de commande à un système comme un satellite avec roues à réaction en utilisant des quaternions pour représenter l'attitude. La solution choisie est basée sur la commande proposée par Crassidis et cette section résumera les principales équations du système. Les détails du développement peuvent être consultés dans l'article original [J. L. Crassidis *et al.*, 2000]. Pour ce système, la surface de glissement est définie par:

$$s = (w_B - w_{Bd}) + \lambda\delta\varepsilon = (w_B - w_{Bd}) + \lambda\Xi^T(q_d)q. \quad (5.63)$$

Dans cette expression, les symboles  $q_d, w_{Bd}$  font référence aux consignes d'attitude et vitesse angulaire respectivement. Crassidis propose d'inclure l'information du signe du paramètre réel de quaternion dans la constante  $\lambda_{s\eta}$  dans le but d'accomplir la rotation la plus courte :

$$\lambda_{s\eta} = \lambda \text{sign}[\delta\eta]. \quad (5.64)$$

Ainsi, la dérivée de la surface de glissement sera:

$$\dot{s} = (\dot{w}_B - \dot{w}_{Bd}) + \lambda_{s\eta} \delta\dot{\varepsilon} = 0. \quad (5.65)$$

En utilisant la dérivée de l'erreur du quaternion, l'équation est reformulée comme :

$$0 = (\dot{w}_B - \dot{w}_{Bd}) + \lambda_{s\eta} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q_d) \mathcal{E}^T(q) w_B - \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q) \mathcal{E}^T(q_d) w_{Bd} \right]. \quad (5.66)$$

Cette expression peut être multipliée par le terme  $J_{SC}$  :

$$0 = J_{SC} \dot{w}_B - J_{SC} \dot{w}_{Bd} + J_{SC} \lambda_{s\eta} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q_d) \mathcal{E}^T(q) w_B - \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q) \mathcal{E}^T(q_d) w_{Bd} \right]. \quad (5.67)$$

En utilisant l'équation 5.58, l'expression devient :

$$0 = -w_B^x (J_{SC} w_B + h_{RW}^B) - T_{RW}^B - J_{SC} \dot{w}_{Bd} + J_{SC} \lambda_{s\eta} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q_d) \mathcal{E}^T(q) w_B - \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q) \mathcal{E}^T(q_d) w_{Bd} \right]. \quad (5.68)$$

d'où le couple équivalent de la commande SMC peut être obtenu :

$$T_{RW}^B = -w_B^x (J_{SC} w_B + h_{RW}^B) - J_{SC} \dot{w}_{Bd} + J_{SC} \lambda_{s\eta} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q_d) \mathcal{E}^T(q) w_B - \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q) \mathcal{E}^T(q_d) w_{Bd} \right]. \quad (5.69)$$

Le couple final de la commande inclut un terme supplémentaire qui permet de minimiser l'erreur de quaternion. Ce terme est, dans la commande SMC traditionnelle, une commande de type tout-ou-rien. Néanmoins, dans le but d'éviter les effets de *chattering*, cette commande est normalement utilisée avec des modifications. Dans ce cas, une fonction de saturation sera utilisée suivant la solution de Crassidis et le couple de commande final sera :

$$T_{RW}^B = -w_B^x (J_{SC} w_B + h_{RW}^B) \dots \\ + J_{SC} \left[ -\dot{w}_{Bd} + \lambda_{s\eta} \left[ \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q_d) \mathcal{E}^T(q) w_B - \frac{1}{2} \mathcal{E}^T(q) \mathcal{E}^T(q_d) w_{Bd} \right] + K_u \vartheta_{sat}(s, z_m) \right]. \quad (5.70)$$

où  $K_u$  permet d'ajuster la commande et  $\vartheta_{sat}$  est une matrice diagonale, dans laquelle chaque élément  $i$  de la diagonale est calculé à partir de la fonction de saturation :

$$sat(s_i, z_m) = \begin{cases} -1, & s_i < -z_m \\ s_i/z_m, & |s_i| \leq z_m \\ 1, & s_i > z_m \end{cases} \quad (5.71)$$

Dans cette équation, la zone morte  $z_m$  est une petite valeur qui correspond aux limites à partir desquelles la fonction de saturation réduit la commande afin d'éviter les effets de *chattering*.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les solutions conçues pour la calibration du magnétomètre, pour le système de navigation (filtre EKF) et pour le système de commande ont été décrites en détail.

Dans le cas des algorithmes de calibration, cinq méthodes différentes sont proposées afin de les comparer et choisir la plus appropriée pour ce projet :

- MET001: estimateur par moindres carrés linéaires,
- MET002: estimateur par moindres carrés non linéaires,
- MET003: estimateur par moindres carrés non linéaires en incluant les valeurs d'attitude,
- MET004: estimation du maximum de vraisemblance,
- MET005: méthode de l'invariance du produit scalaire.

Dans le cas du système de navigation, un filtre EKF multiplicatif est proposé. Pour l'étape de correction du filtre, deux possibles options ont été incluses afin de les comparer et choisir la plus appropriée pour ce projet :

- correction avec quaternion,
- correction avec vecteurs unitaires.

Finalement, le système de commande a été détaillé. Ce système est un asservissement de type SMC en utilisant des quaternions pour représenter l'attitude et modifié dans le but d'accomplir la rotation la plus courte [J. L. Crassidis *et al.*, 2000].

Dans ce chapitre, les détails des solutions proposées ont été inclus. Par la suite, au Chapitre 6, les résultats de la validation des solutions par simulation et au laboratoire seront présentés.

## CHAPITRE 6 SIMULATIONS ET VALIDATION

Dans le but de vérifier le fonctionnement adéquat des solutions présentées au chapitre précédent, les systèmes conçus pour le satellite LABSAT au cours du présent projet seront validés. Ce chapitre détaille les tests pour chacune des solutions développées. Plus précisément, les fonctionnalités suivantes seront vérifiées :

- calibration,
- navigation (filtre EKF multiplicatif ou MEKF),
- commande par mode glissant.

Toutes les solutions présentées dans le chapitre 5 seront validées d'abord en simulation numérique permettant de comparer les différentes options de calibration et navigation. Par la suite, les solutions finales sélectionnées seront validées aussi sur le simulateur matériel. Pour chaque fonctionnalité, des tests spécifiques seront définis, accomplis et analysés.

Afin de vérifier les sous-systèmes par ordinateur, un simulateur numérique du satellite a été implémenté sur MATLAB/SIMULINK basé sur le simulateur précédent de l'ingénieur Jimmy Côté de NGC Aerospace Ltée, qui était implémenté sur MATRIXX/SYSTEMBUILD. Le fonctionnement de ce simulateur a aussi été vérifié et les résultats ont été inclus dans un rapport [Martin, 2012].

Pour chaque sous-système vérifié, les tests seront détaillés en spécifiant clairement les paramètres qui varient entre les différents cas de test et les caractéristiques des systèmes qui sont évalués en se basant sur ces tests. Par la suite, les résultats des tests seront présentés, de sorte que les résultats entre différents tests soient faciles à comparer et les caractéristiques les plus significatives des résultats puissent être facilement observées par le lecteur.

La nomenclature utilisée pour les tests correspond à :

- STXX.N (*Simulation Tests*): pour les simulations numériques,
- LTXX.N (*Laboratory Test*): pour les tests sur le simulateur matériel de satellite LABSAT au laboratoire,

où STXX/LTXX représente le nom du test et N le numéro du test.

## 6.1 Calibration du magnétomètre

Dans le but de valider la performance des différents algorithmes de calibration et de choisir celui qui offre les meilleurs résultats pour le magnétomètre de LABSAT, les cinq algorithmes de calibration étudiés ont été testés en simulation et, par la suite, avec différentes séries de mesures réelles sur LABSAT.

### 6.1.1 Évaluation des algorithmes de calibration en simulation numérique

Pour évaluer les algorithmes sélectionnés, deux ensembles de simulations différentes ont été effectués. Un premier ensemble de simulations utilise une séquence de rotation fixe, mais dont les bruits du magnétomètre seront variés afin d'évaluer la performance des méthodes dans différentes situations de bruit. Un deuxième ensemble de simulations a été effectué en utilisant des mesures correspondantes à différentes plages de rotation. Le but de ce deuxième ensemble est d'évaluer l'influence de la plage de rotation sur la performance et la convergence de la calibration, étant donné que dans le simulateur matériel cette plage est mécaniquement limitée par le piédestal du satellite.

Les méthodes qui seront évaluées ont été décrites en détail au chapitre 5. Ces méthodes sont :

- MET001 : LSE linéaire selon la méthode proposée par Merayo
- MET002 : LSE non linéaire
- MET003 : LSE non linéaire en incluant les valeurs d'attitude
- MET004 : MLE selon la méthode proposée par Alonso
- MET005 : Méthode du DPI

#### **Test en simulations avec une séquence de rotations fixes (ST01)**

Dans le but de trouver l'algorithme le plus approprié pour accomplir la calibration, les cinq méthodes de calibration sélectionnées ont été évaluées par simulation en utilisant la même séquence de rotations, mais en variant les valeurs des effets magnétiques présentes dans le capteur. La plage de rotation utilisée dans les simulations correspond à celle qui a été utilisée dans les tests initiaux du capteur sur le bras robotisé du laboratoire NGCLAB. Effectivement, au début du projet, l'unité inertielle et le magnétomètre ont été utilisés sur un bras robotisé dont l'attitude est mesurée donc connue, pour obtenir une série des échantillons réels avec

lesquels travailler. Ainsi, les mesures des capteurs obtenues pouvaient être comparées à la vraie attitude du bras robotisé durant le test, qui correspondait à trois rotations consécutives de  $\pm 75^\circ$  en roulis,  $\pm 45^\circ$  en tangage et  $\pm 90^\circ$  lacet. Les mesures ont été obtenues avec une fréquence d'échantillonnage  $f_s=100\text{Hz}$  pendant 3 minutes (18000 échantillons). Dans le but de maintenir les conditions des simulations numériques similaires aux mesures réelles disponibles au début de projet, cette séquence de rotation a été sélectionnée pour le premier ensemble de simulations.

Dans ce premier test en simulation, le niveau de bruit gaussien du magnétomètre et les effets de quantification ont été variés afin d'étudier leur influence sur les algorithmes de calibration. Plusieurs valeurs d'écart-type du bruit magnétique ( $\sigma_{\text{mgm}}$ ) ont été évaluées, car le dernier groupe d'étudiants qui a travaillé sur LABSAT avait identifié ce paramètre comme une cause possible des problèmes d'imprécision du capteur magnétique, mais sa valeur dans l'environnement final n'était pas connue. Plus précisément, les cas de test suivants ont été analysés:

- ST01.1: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 0.97 \text{ nT}$ , sans effets de quantification
- ST01.2: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 9.76 \text{ nT}$ , sans effets de quantification
- ST01.3: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 97.65 \text{ nT}$ , sans effets de quantification
- ST01.4: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 488.28 \text{ nT}$ , sans effets de quantification
- ST01.5: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 9765.63 \text{ nT}$ , sans effets de quantification
- ST01.6: bruit gaussien  $\sigma_{\text{mgm}} = 97.65 \text{ nT}$ , avec le niveau de quantification qui correspond à celui du vrai capteur. Ce cas représente un système similaire à celui du vrai capteur selon les fiches techniques

Il faut aussi remarquer que les paramètres qui seront estimés par les méthodes de calibration n'étaient pas connus au début de la phase de tests de ce projet. Ces paramètres sont le facteur d'échelle, les non-orthogonalités, les effets *Hard Iron* et *Soft Iron* et le biais du capteur. Tel que détaillé à la section 3.2.1, ces effets peuvent être mathématiquement représentés en utilisant seulement la matrice ST et la valeur du biais b qui seront les valeurs à estimer. Par conséquent, dans le but d'évaluer une plage représentative de valeurs à estimer, vingt cas différents ont été utilisés. Dans chaque cas, des valeurs aléatoires dans un intervalle réaliste ont été utilisées pour les éléments de la matrice ST et le biais b. Ces vingt cas ont été utilisés

dans chacun des six tests ST01.N, de sorte que  $6 \times 20 = 120$  estimations ont été réalisés pour chaque méthode de calibration évaluée.

Dans le but de comparer la performance des différents algorithmes, pour chaque pair de paramètres ST et b estimés l'erreur quadratique moyenne entre l'attitude réelle ( $att_{réelle}$ ) et l'attitude obtenue avec le capteur calibré ( $att_{mes}$ ) est calculée. Le deuxième terme, l'attitude du capteur calibré, correspond à appliquer aux mesures du magnétomètre la calibration avec les paramètres ST et b estimés et obtenir l'attitude avec ces mesures calibrées. À cet effet, une série a été simulée à nouveau sans inclure le bruit gaussien, de sorte que toute l'erreur d'attitude observée est causée par des imprécisions dans l'estimation des paramètres ST et b. Ainsi, l'erreur *rms* correspond à :

$$e_{rms\_att} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_N (att_{mes} - att_{réelle})^2} . \quad (6.1)$$

où  $N=18000$  correspond au nombre d'échantillons utilisés dans la série de mesures. Il faut remarquer que l'accéléromètre a été considéré idéal et que les mesures du magnétomètre servent exclusivement à obtenir la rotation en lacet, ce qui veut dire que dans 6.1 l'erreur entre l'attitude réelle et mesurée pourra être exprimée exclusivement par rapport à l'angle en lacet.

## Résultats

Dans ce contexte, les tests ont été accomplis pour vérifier la performance des méthodes dans différents cas de bruit et pour différents paramètres à estimer. La performance est présentée en utilisant l'erreur *rms* d'attitude après la calibration et les résultats des différents cas avec les cinq méthodes de calibration sont montrés dans le tableau 6-1. Étant donné que chaque cas a été étudié pour vingt réalisations de biais et matrices ST, les valeurs montrées dans le tableau présentent l'erreur *rms* moyenne des vingt réalisations.

Au cours de ces tests, il a été observé que la convergence des méthodes d'estimation de paramètres n'était pas assurée dans tous les cas. Plus précisément, les cas ST01.N/MET00X étudiés où au moins une réalisation parmi les 20 possibles ne converge pas ont été identifiés dans le tableau 6-1 avec l'indice supérieur <sup>(1)</sup>. Pour obtenir la valeur moyenne de l'erreur qui est montrée dans le tableau, les cas non convergents ont été exclus.

Tableau 6-1 Erreur *rms* en lacet après la calibration avec les différentes méthodes évaluées.

	ST01.1	ST01.2	ST01.3	ST01.4	ST01.5	ST01.6
<b>MET001</b>	2.46e-3° <sup>(1)</sup>	3.32e-2° <sup>(1)</sup>	1.52° <sup>(1)</sup>	2.40° <sup>(1)</sup>	4.85° <sup>(1)</sup>	2.98° <sup>(1)</sup>
<b>MET002</b>	1.02e-3°	1.29e-2°	1.01°	-- <sup>(1)</sup>	-- <sup>(1)</sup>	5.57° <sup>(1)</sup>
<b>MET003</b>	6.71e-5°	8.65e-4°	5.40e-3°	3.27e-2°	8.01e-2°	3.01e-1°
<b>MET004</b>	2.01e-3° <sup>(1)</sup>	4.07e-2° <sup>(1)</sup>	2.47° <sup>(1)</sup>	5.99° <sup>(1)</sup>	-- <sup>(1)</sup>	-- <sup>(1)</sup>
<b>MET005</b>	1.84° <sup>(1)</sup>	3.08°	2.10° <sup>(1)</sup>	4.75° <sup>(1)</sup>	9.16° <sup>(1)</sup>	4.12° <sup>(1)</sup>

Les erreurs présentées dans le tableau 6-1 sont causées par des imprécisions dans les valeurs estimées des paramètres ST et b utilisées pour calibrer. Si aucune calibration n'est accomplie, une valeur moyenne d'erreur de 64° a été observée pour les vingt réalisations analysées, ce qui montre l'importance de la calibration.

### Analyse des résultats

Ce premier ensemble de simulations montre la performance et la convergence de différentes méthodes dans différentes situations. La seule méthode qui offre de bonnes caractéristiques dans n'importe quelle situation est la méthode MET003 (LSE non linéaire avec information d'attitude). Cependant, cette méthode nécessite la connaissance de la vraie matrice d'attitude (obtenue par une mesure externe), ce qui est possible seulement avec le bras robotisé ou dans la version finale de LABSAT quand le détecteur d'étoiles sera embarqué et fonctionnel. En conséquence, cette méthode n'est d'intérêt pour la calibration directe sur LABSAT que dans le cas où le capteur d'étoiles serait en marche. Ainsi, cette méthode ne pourra pas être utilisée dans le cas présent, mais elle offre une bonne option pour la calibration dans le futur.

Le reste de méthodes présentent des problèmes de convergence dans certains cas. Ainsi, la méthode MET002 offre de bons résultats quand les effets de bruit et troncature ne sont pas trop élevés, mais sa performance et sa convergence se dégradent rapidement lorsque les conditions se détériorent. Dans la méthode MET001, pour tous les cas analysés la convergence dépend de la réalisation, c'est-à-dire, sous certaines valeurs de facteur d'échelle, des non-orthogonalités et de biais, la méthode convergera, mais pas dans tous les cas possibles. Cette méthode, comme la méthode MET002, présente une bonne performance quand le bruit n'est

---

<sup>1</sup> L'algorithme ne converge pas dans toutes les 20 séries évaluées ou parfois il converge vers une solution incorrecte. Les résultats présentés correspondent uniquement aux réalisations où l'algorithme converge vers les valeurs correctes. Si aucune réalisation ne converge, le symbole (--) est montré.

pas élevé et elle est convergente. Par contre, la méthode MET005 présente de mauvais résultats de performance même pour les cas les plus favorables. Finalement, les méthodes MET002 et MET004 présentent des caractéristiques de convergence spécialement mauvaises quand les effets de bruit et troncature sont importants, car dans quelques cas elles ne convergent pour aucune réalisation.

Par rapport à la convergence, l'analyse des résultats a permis d'identifier que les résultats non convergents correspondaient normalement aux valeurs de matrice SF et biais plus défavorables. Aussi, les pires résultats de convergence ont été observés quand le bruit du magnétomètre est élevé. L'effet conjoint de ces perturbations avec la basse résolution du capteur et des rotations significativement limités dans certains axes ne permet pas aux méthodes de calibration de converger vers la solution correcte. Par contre, la méthode MET003 converge dans tous les cas, car elle inclut plus d'information (les mesures externes d'attitude) pour l'algorithme d'estimation. Finalement, l'analyse précédente des résultats a permis d'observer que les limitations dans la plage de rotation influencent la convergence, raison pour laquelle un deuxième ensemble de simulations a été accompli afin de valider cette influence.

### **Test en simulation avec différentes plages de rotation (ST02)**

Le deuxième ensemble de simulations a été réalisé dans le but d'observer l'influence des restrictions de rotation en roulis et tangage sur la calibration, étant donné que dans le simulateur matériel ces rotations sont mécaniquement limitées par le piédestal du satellite. Pour ce faire, les caractéristiques de bruit et troncature ont été choisies afin d'être similaires à celles observées dans le vrai capteur ( $\sigma_{\text{mgm}}=9765.63$  nT et effets de troncature inclus). De plus, les matrices ST et le biais ont été choisis pour un cas relativement favorable mais réaliste, avec un effet des non-orthogonalités presque négligeable et un biais similaire à celui observé dans le capteur dans un environnement sans aucune source de bruit magnétique proche. Les paramètres utilisés sont :

$$S \cdot T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.5 & 0 \\ 0.01 & -0.01 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -2.93 \cdot 10^3 \\ -5.86 \cdot 10^3 \\ -1.07 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \text{ nT}. \quad (6.2)$$

Dans cette situation, sept cas de test ont été évalués avec différents angles de rotation maximale, soit :

- ST02.1 : roulis :  $\pm 75^\circ$ , tangage:  $\pm 45^\circ$ , lacet:  $\pm 90^\circ$
- ST02.2 : roulis:  $\pm 15^\circ$ , tangage:  $\pm 15^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$
- ST02.3 : roulis:  $\pm 30^\circ$ , tangage:  $\pm 30^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$
- ST02.4 : roulis:  $\pm 45^\circ$ , tangage:  $\pm 45^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$
- ST02.5 : roulis:  $\pm 60^\circ$ , tangage:  $\pm 60^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$
- ST02.6 : roulis:  $\pm 90^\circ$ , tangage:  $\pm 90^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$
- ST02.7 : roulis:  $\pm 180^\circ$ , tangage:  $\pm 180^\circ$ , lacet:  $\pm 180^\circ$

Le but de ces tests est d'observer si la restriction de rotation influence la performance et la convergence des méthodes de calibration. Les séries des tests possèdent une longueur variable, car les rotations sont aussi variables. Afin d'assurer un bon échantillonnage, la vitesse de rotation et la fréquence d'échantillonnage ont été choisies dans la simulation de sorte que tous les cas incluent au moins  $N=18000$  mesures. Chaque série a été utilisée avec les cinq méthodes de calibration proposées de sorte que  $7 \times 5 = 35$  estimations ont été effectuées.

## Résultats

Le tableau 6-2 montre l'erreur *rms* entre l'attitude corrigée avec les paramètres estimés dans le différent cas et l'attitude réelle, évaluée pour une série de  $N=20500$  mesures. Comme les mesures de l'accéléromètre étaient idéales, l'erreur observée correspond directement à l'erreur en lacet. Finalement, l'erreur *rms* observée dans les mesures si aucune calibration n'est appliquée a été calculée et correspond à une valeur de  $38.92^\circ$ .

Tableau 6-2 Erreur *rms* en lacet après la calibration pour les simulations du test ST02.

	ST02.1	ST02.2	ST02.3	ST02.4	ST02.5	ST02.6	ST02.7
<b>MET001</b>	6.14°	-- <sup>(2)</sup>	-- <sup>(2)</sup>	-- <sup>(2)</sup>	12.07°	0.92°	1.21°
<b>MET002</b>	-- <sup>(2)</sup>	0.70°	1.26°				
<b>MET003</b>	0.55°	0.39°	0.34°	0.37 °	0.40°	0.43°	0.53°
<b>MET004</b>	-- <sup>(2)</sup>	1.83 °	1.57°				
<b>MET005</b>	2.40°	-- <sup>(2)</sup>	-- <sup>(2)</sup>	-- <sup>(2)</sup>	6.43°	0.38°	0.65°

## Analyse des résultats

Comme dans l'ensemble de simulations précédentes, la seule méthode qui converge vers la solution correcte dans n'importe quelle situation est la méthode MET003 (LSE non linéaire

<sup>2</sup> L'algorithme ne converge pas ou il converge vers une solution incorrecte.

avec mesures externes d'attitude). Dans le reste des cas, on observe une tendance claire : des rotations supérieures à  $\pm 90^\circ$  assurent une bonne convergence de toutes les méthodes, et en dessous de  $\pm 45^\circ$  la seule méthode qui fournit de bons résultats est la méthode MET003. Par rapport à la performance, la méthode MET003 offre aussi l'erreur la plus petite dans la majorité des cas et la méthode MET005 (DPI) offre des performances similaires à MET003 dans les cas des rotations supérieures à  $\pm 90^\circ$ . Ce dernier résultat diffère des simulations précédentes où la méthode MET005 fournissait de mauvais résultats de performance. Cette différence peut être expliquée par le fait que la performance de la méthode MET005 décroît significativement dans le cas où des effets de non-orthogonalités sont présents et pour ce test les non-orthogonalités sont relativement faibles. Bref, ce test montre l'importance de la plage de rotation pour bien estimer les paramètres de la calibration. Toutefois, dans le simulateur matériel, le piédestal du satellite limite les rotations en roulis et tangage à  $\pm 15^\circ$ , ce qui peut causer des problèmes pour calibrer le magnétomètre lorsqu'il est directement fixé à la structure du satellite.

### 6.1.2 Évaluation d'algorithmes dans un environnement réel (tests LT01)

Finalement, les méthodes ont été vérifiées avec de vraies mesures de l'unité inertielle. Cinq séries de mesures ont été prises en différentes situations pour calibrer le magnétomètre dans des environnements différents où les valeurs de matrice SF et de biais ne sont pas connues *a priori*. Les caractéristiques des séries sont résumées dans le tableau 6-3:

Tableau 6-3 Descriptions des séries de mesures.

	<b>Emplacement du test</b>	<b>Attitude connue</b>	<b>Plage de rotation</b>	<b>Remarques</b>
<b>LT01.1</b>	Bras robotique	Oui	roulis : $\pm 75^\circ$ tangage : $\pm 45^\circ$ lacet : $\pm 90^\circ$	Le bras possède des moteurs qui pourront créer des effets magnétiques
<b>LT01.2</b>	Bureau NGC (pas de bruit ambiant)	Non	roulis : $\pm 180^\circ$ tangage : $\pm 180^\circ$ lacet : $\pm 180^\circ$	Il n'y a pas des sources de bruit magnétique proches du capteur
<b>LT01.3</b>	Au laboratoire (IMU monté sur LABSAT)	Non	roulis : $\pm 15^\circ$ (aprox.) tangage : $\pm 15^\circ$ (aprox.) lacet : $\pm 180^\circ$	Similaire à l'environnement final
<b>LT01.4</b>	Au laboratoire (L'IMU fait des rotations à côté du satellite)	Non	roulis : $\pm 180^\circ$ tangage : $\pm 180^\circ$ lacet : $\pm 180^\circ$	L'IMU n'est pas montée sur le satellite et est éloignée du satellite pour éviter les bruits
<b>LT01.5</b>	Au laboratoire (L'IMU fait des rotations au-dessus du satellite)	Non	roulis : $\pm 180^\circ$ tangage : $\pm 180^\circ$ lacet : $\pm 180^\circ$	L'IMU n'est pas montée sur le satellite et elle est éloignée du satellite pour éviter les bruits

Les séries LT01.1 et LT01.2 sont des séries obtenues au début du projet avec une fréquence d'échantillonnage  $f_s=100\text{Hz}$ . Les séries LT01.3, LT01.4 et LT01.5 ont été prises dans l'étape finale du projet, après l'intégration de LABSAT, avec la fréquence d'échantillonnage du capteur dans le système final ( $f_s=5\text{Hz}$ ). Dans toutes les séries sauf dans le cas de LT01.1, les rotations ont été effectuées manuellement et, par conséquent, le temps pour effectuer les rotations et la longueur des séries varient. Toutefois, dans tous les cas, plus de 500 mesures ont été prises, de sorte que les rotations effectuées sont correctement observées dans les mesures.

Chaque série sera testée avec les méthodes MET001, MET002, MET004 et MET005. La méthode MET003 a été incluse seulement dans le cas LT01.1, car elle nécessite des mesures externes d'attitude qui ne sont disponibles que dans le cas du bras robotisé.

Par ailleurs, l'attitude réelle et l'erreur réelle sont connues uniquement dans les tests effectués dans le bras robotisé. En conséquence, pour avoir un paramètre permettant de mesurer et comparer la performance des algorithmes, l'erreur de calibration sera calculée par rapport aux variations du module du vecteur de champ magnétique après et avant la calibration. Théoriquement, le module doit être constant pour une calibration parfaite. Ainsi, l'erreur est calculée comme le ratio  $(\sigma_{\|B\|}/\bar{x}_{\|B\|})$  entre l'écart-type du module magnétique corrigé de chaque série LT01.N et la valeur moyenne du module. Le module réel est constant et connu pour un emplacement donné sur terre, plus exactement à Sherbrooke cette valeur correspond à 54050nT [National Geophysical Data Center, 2010].

## Résultats

Tableau 6-4 Résultats de la calibration du magnétomètre avec les mesures réelles.

	Méthode	$(\sigma_{\ B\ }/\bar{x}_{\ B\ })$ avant calibration	$(\sigma_{\ B\ }/\bar{x}_{\ B\ })$ après calibration
<b>LT01.1</b>	MET001	12.62%	méthode non convergente
	MET002		méthode non convergente
	MET003		3.05%
	MET004		méthode non convergente
	MET005		3.15%
<b>LT01.2</b>	MET001	13.20%	0.74%
	MET002		0.74%
	MET004		0.85%
	MET005		0.84%

<b>LT01.3</b>	MET001	23.65%	méthode non convergente
	MET002		0.39% les résultats montrent des valeurs trop élevées dans l'axe z pour être corrects (la méthode converge vers une solution incorrecte)
	MET004		méthode non convergente
	MET005		4.16% les résultats montrent des valeurs trop élevées dans l'axe z pour être corrects (la méthode converge vers une solution incorrecte)
<b>LT01.4</b>	MET001	34.44%	1.54%
	MET002		1.54%
	MET004		25.30%
	MET005		4.39%
<b>LT01.5</b>	MET001	27.82%	1.23%
	MET002		1.23%
	MET004		13.05%
	MET005		1.94%

### Analyse des résultats

Les résultats de la série du test LT01.1 peuvent être vérifiés avec l'attitude réelle du bras robotisé et montrent que les méthodes MET003 et MET005, les seules convergentes dans ce cas, diminuent l'erreur d'attitude, ce qui confirme qu'elles convergent vers la solution correcte. Plus précisément, l'erreur *rms* sans calibration entre l'attitude mesurée et réelle en lacet est  $65.64^\circ$ , et même après la calibration cette erreur est encore très élevée ( $19.11^\circ$  pour la méthode MET005 et  $11.18^\circ$  pour la méthode MET003). Les résultats obtenus avec ces méthodes montrent des valeurs très défavorables de facteur d'échelle et non-orthogonalités dans certains axes, qui pourraient être causées par l'induction magnétique des moteurs du bras robotisé. Ainsi, les effets magnétiques du moteur réduisent significativement les composantes du vecteur magnétique mesurées. Cela cause une augmentation du bruit de quantification, qui était déjà élevé dans le cas du magnétomètre, et en conséquence, une erreur importante est observée même après la calibration.

Dans le cas des séries des tests LT01.2, LT01.4, LT01.5 la calibration avec les paramètres estimés dans tous ces cas offre une réduction significative de l'erreur mesurée. Les paramètres estimés ne sont pas inclus dans la table, mais ils possèdent des valeurs assez similaires pour les différentes méthodes et séries. Ainsi, les matrices ST estimées possèdent des effets de non-orthogonalités réduits. Par contre, le facteur d'échelle diffère parmi les séries. Dans la série du

test LT01.2, les estimations obtenues avec toutes les méthodes montrent un facteur d'échelle proche de l'unité pour les trois axes. Cependant, pour les séries des tests LT01.4 et LT01.5 il est en dessous l'unité. Selon ces résultats, à l'intérieur du laboratoire, le champ magnétique est plus faible que dans les locaux de NGC. Les biais estimés dans les différents environnements sont aussi relativement similaires, ce qui peut être expliqué par le fait que le biais n'est pas causé par un champ externe mesuré, mais plutôt par un biais du capteur ou un champ qui est dans la boîte du capteur.

Finalement, les valeurs de biais obtenues avec toutes les méthodes dans la série des tests LT01.3 montrent des valeurs trop élevées dans l'axe z pour être correctes; les méthodes convergent donc vers un résultat incorrect. Il faut remarquer que, dans ce cas, le système fait des rotations de  $\pm 180^\circ$  en lacet mais seulement de  $\pm 15^\circ$  en roulis et en tangage. La rotation de  $\pm 180^\circ$  en lacet, en théorie, permettrait de bien calibrer les axes x et y du magnétomètre, qui sont les axes selon lesquels la valeur de champ magnétique varie pour cette rotation. Par contre, la valeur du champ magnétique selon l'axe z varie seulement pour les rotations en tangage et roulis. Étant donné que ces rotations sont de  $\pm 15^\circ$  dans le simulateur matériel LABSAT, les variations de la composante en z du champ magnétique mesurées sont petites et très influencées par le bruit et les effets de quantification, de sorte que les méthodes de calibration ne possèdent pas suffisamment d'information pour converger vers un bon résultat dans cet axe.

### 6.1.3 Sélection de la calibration finale et validation sur LABSAT (LT02)

Après l'application des algorithmes de calibration aux séries de mesures réelles, les valeurs ST et b estimées finales ont été sélectionnées. Les estimations obtenues dans le bras robotisé (LT01.1) et dans les locaux de NGC (LT01.2) ont été directement écartées, car il a été observé qu'elles incluent des effets magnétiques qui diffèrent de ceux de l'environnement final. En conséquence, une série de mesures prise dans l'emplacement final de LABSAT doit être utilisée (LT01.3, LT01.4 ou LT01.5). La série LT01.3 représente la configuration finale de système, avec le magnétomètre fixe à la structure du satellite. Néanmoins, dans ce cas les rotations en roulis et tangage sont limitées ( $\pm 15^\circ$ ) et toutes les méthodes convergent vers des solutions incorrectes (valeurs trop élevées pour être correctes). Ce résultat est cohérent avec

les simulations effectuées en utilisant différentes plages de rotations (ST02). Dans ces simulations, il a été démontré que les rotations de  $\pm 15^\circ$  ne sont pas suffisantes pour converger vers un bon résultat sauf dans le cas de la MET003 qui nécessite de mesures externes d'attitude. Par conséquent, la série LT01.3 n'est pas valide pour effectuer la calibration et l'une des séries obtenues dans le laboratoire avec l'IMU détaché du satellite et permettant de faire des rotations de  $\pm 180^\circ$  dans tous les axes doit être sélectionnée; ces séries sont les séries LT01.4 et LT01.5. Les calibrations obtenues avec ces séries ont été vérifiées avec une dernière série de N=2359 mesures, où l'IMU est placée et configurée exactement comme dans l'environnement final. Cela permettra de comparer les calibrations et de sélectionner la méthode la plus appropriée pour le système final.

Tableau 6-5 Résultats de la calibration avec les valeurs ST et b estimées en utilisant les séries LT01.4 et LT01.5.

	<b>Méthode</b>	<b><math>(\sigma_{\ B\ }/\bar{x}_{\ B\ })</math> erreur après calibration</b>	<b><math>(\sigma_{\ B\ }/\bar{x}_{\ B\ })</math> erreur avant calibration</b>
<b>LT01.4</b>	MET001	2.19%	12.82%
	MET002	2.20%	
	MET004	3.19%	
	MET005	3.37%	
<b>LT01.5</b>	MET001	2.08%	
	MET002	2.08%	
	MET004	2.82%	
	MET005	2.39%	

Dans le scénario final, le capteur sera placé au-dessus du satellite comme dans la série LT01.5 et, de plus, les résultats obtenus avec la calibration de LT01.5 sont meilleurs que ceux de LT01.4. Pour ces raisons, la calibration finale sera effectuée avec les mesures de LT01.5. Dans cette série de mesures, les méthodes qui présentent les meilleurs résultats (Tableau 6-5) sont MET001 et MET002, qui fournissent pratiquement les mêmes valeurs estimées ST et b et les mêmes erreurs après la calibration. Les estimations de la MET002 avec les mesures de la série LT01.5 ont été sélectionnées :

$$S \cdot T = \begin{bmatrix} 0.6021 & 0 & 0 \\ -0.0828 & 0.6112 & 0 \\ 0.0153 & 0.0409 & 0.5905 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -0.2286 \\ -0.5903 \\ -1.0154 \end{bmatrix} \cdot 10^4 \text{ nT}. \quad (6.3)$$

Après la sélection des paramètres ST et b, la calibration est validée avec le montage final et un système de mesures externe. Dans le système final, le capteur est fixé au satellite mais sur une structure qui l'éloigne des perturbations magnétiques fixes au satellite. Les tests initiaux dans

le laboratoire ont montré qu'une distance de 40 cm était suffisante. Cet éloignement est nécessaire, car durant la calibration le capteur n'est pas fixe au satellite pour éviter les limitations dans la plage de rotation. En conséquence, pour que la calibration obtenue soit valide, le capteur ne doit pas observer les bruits fixes à la structure ni durant la calibration (effectué à une distance d'environ 45 cm) ni durant le fonctionnement final. Ainsi, dans le système final, le capteur est fixé 43cm au-dessus du satellite comme illustré dans la figure 6-1.

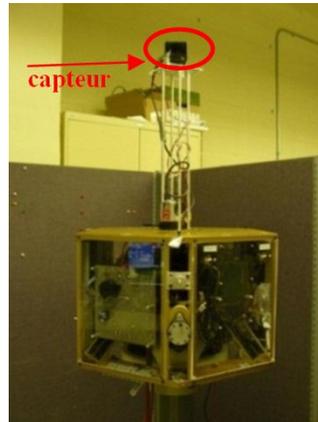


Figure 6.1 Capteur IMU + MGM élevée par rapport au satellite.

Finalement, la calibration du système final sera vérifiée et des mesures externes d'attitude seront utilisées afin d'évaluer la performance de la calibration. Dans ce but, un système de mesure externe a été implanté. Ce système est basé sur l'utilisation d'un pointeur laser sur le satellite qui permettra de pointer sur les murs du laboratoire (Fig. 6.2). Ainsi, en mesurant les distances entre certains points prédéfinis, une mesure externe de l'attitude peut être obtenue.

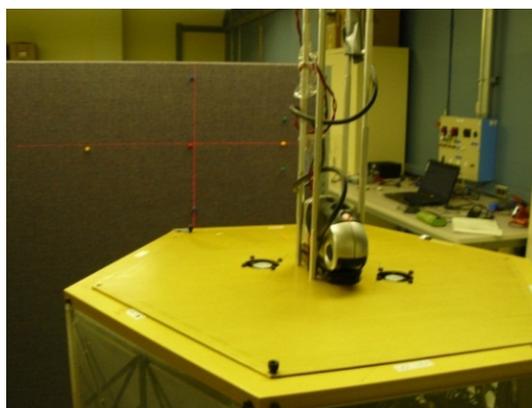


Figure 6.2 Système de mesures externe avec laser.

Il faut remarquer que ce système de mesure externe n'est pas très précis. Des erreurs peuvent survenir dans l'alignement du laser, dans le placement des points prédéfinis et même dans le pointage des points prédéfinis qui sera accompli manuellement. Toutefois, cette installation de

vérification permettra de valider de façon approximative si les mesures du magnétomètre après la calibration sont correctes.

### Résultats

Le tableau 6-6 montre les résultats de la calibration du magnétomètre. Plus exactement il montre les mesures de lacet obtenues avec le système de pointage externe, avec l'IMU et le magnétomètre calibrés et avec l'IMU calibrée mais sans calibration du magnétomètre. Différentes rotations ont été accomplies dans les 3 axes : lacet ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ), roulis ( $+10^\circ$ ,  $-10^\circ$ ) et tangage ( $15^\circ$ ,  $-15^\circ$ ) et l'orientation finale a été mesurée avec le capteur. Il faut noter que les erreurs de calibration du magnétomètre affectent seulement l'angle de lacet.

Tableau 6-6 Comparaison de mesures d'attitude avec magnétomètre calibré et sans calibration.

Rotation $\Psi$ (lacet), $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage)	Mesure théorique du lacet	Mesure du lacet avec MGM calibré	Mesure du lacet avec MGM non calibré
LT02.1 $\psi=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ , $\theta=0^\circ$	$+0^\circ$	$0.25^\circ$ ( $\varphi = -0.02^\circ$ , $\theta = -0.05^\circ$ )	$0.42^\circ$ ( $\varphi = -0.02^\circ$ , $\theta = -0.05^\circ$ )
LT02.2 $\psi=90^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ , $\theta=0^\circ$	$+90^\circ$	$88.35^\circ$ ( $\varphi = -0.63^\circ$ , $\theta = -0.52^\circ$ )	$139.30^\circ$ ( $\varphi = -0.63^\circ$ , $\theta = -0.52^\circ$ )
LT02.3 $\psi=180^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ , $\theta=0^\circ$	$+180^\circ$	$176.54^\circ$ ( $\varphi = 0.07^\circ$ , $\theta = 0.15^\circ$ )	$-150.62^\circ$ ( $\varphi = 0.07^\circ$ , $\theta = 0.15^\circ$ )
LT02.4 $\psi=0^\circ$ , $\varphi=15^\circ$ , $\theta=0^\circ$	$0^\circ$	$-4.62^\circ$ ( $\varphi = 14.39^\circ$ , $\theta = 1.13^\circ$ )	$-0.38^\circ$ ( $\varphi = 14.39^\circ$ , $\theta = 1.13^\circ$ )
LT02.5 $\psi=0^\circ$ , $\varphi=-15^\circ$ , $\theta=0^\circ$	$0^\circ$	$-2.40^\circ$ ( $\varphi = -14.71^\circ$ , $\theta = -0.85^\circ$ )	$-2.81^\circ$ ( $\varphi = -14.71^\circ$ , $\theta = -0.85^\circ$ )
LT02.6 $\psi=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ , $\theta=10^\circ$	$0^\circ$	$-0.54^\circ$ ( $\varphi = -0.41^\circ$ , $\theta = 9.77^\circ$ )	$-7.90^\circ$ ( $\varphi = -0.41^\circ$ , $\theta = 9.77^\circ$ )
LT02.7 $\psi=0^\circ$ , $\varphi=0^\circ$ , $\theta=-10^\circ$	$0^\circ$	$1.86^\circ$ ( $\varphi = 0.15^\circ$ , $\theta = -10.30^\circ$ )	$10.87^\circ$ ( $\varphi = 0.15^\circ$ , $\theta = -10.30^\circ$ )

### Analyse des résultats

Les résultats montrent que la mesure de l'angle de lacet, qui est obtenue à partir des mesures du magnétomètre, s'améliore de façon significative avec la calibration. Les corrections de calibration sont plus évidentes pour de grands angles de rotation. Ainsi pour la rotation de  $90^\circ$  en lacet, les erreurs passent d'environ  $50^\circ$  à moins de  $2^\circ$ , et dans le cas de la rotation de  $180^\circ$  en lacet l'erreur passe d'environ  $30^\circ$  à moins de  $4^\circ$ . En outre, il est montré dans le tableau 6-6 que l'erreur en lacet pour les rotations en tangage diminue de façon significative. Cependant, dans les cas de la rotation de  $15^\circ$  en roulis, une erreur de  $4.6^\circ$  est détectée après la calibration. Il faut remarquer que les rotations ont été accomplies manuellement par l'auteur du présent ouvrage, en tournant le satellite à partir de la position initiale qui correspond à la rotation

---

$[0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$  et de sorte que le laser pointe vers des positions prédéfinies sur le mur. Cette procédure est imprécise et l'erreur finale avec les capteurs calibrés peut inclure des erreurs causées par des imprécisions dans le système de pointage, par le fait que les axes de rotation accomplie ne sont pas parfaitement coïncidant avec les axes du capteur ou par des erreurs résiduelles dans la calibration du magnétomètre. Même en tenant compte de toutes ces sources possibles d'erreur, les erreurs d'attitude observées après la calibration sont relativement petites (en dessous de  $4.62^\circ$  dans le cas le plus défavorable), et les grandes erreurs observées avant la calibration, dont la valeur pouvait être supérieure à  $10^\circ$ , disparaissent. Par conséquent, cette calibration a été considérée acceptable pour le système.

#### 6.1.4 Analyse finale de l'ensemble des tests de calibration

Les simulations numériques réalisées dans ce projet montrent que la convergence des méthodes de calibration est fortement reliée à la plage de rotation de l'ensemble de mesures utilisée. En effet, comme il a été observé dans les simulations, toutes les méthodes donnent une bonne convergence dans les cas où les rotations sont supérieures à  $\pm 90^\circ$  dans les différents axes, mais pour des rotations plus petites, les méthodes peuvent ne pas converger. La seule méthode qui offre de bonnes caractéristiques de convergence dans n'importe quelle situation est la méthode MET003 (LSE non linéaire avec information externe d'attitude). Cependant, cette méthode doit inclure des mesures externes d'attitude, ce qui est possible de façon simple seulement en utilisant le bras robotique ou dans la version finale de LABSAT quand le détecteur d'étoiles sera fonctionnel.

Après les simulations, les méthodes de calibration ont été vérifiées avec les mesures réelles du magnétomètre. Une série de mesures obtenue au laboratoire avec le capteur détaché permettant d'effectuer des rotations de  $180^\circ$  dans tous les axes (LT01.5) a été sélectionnée pour appliquer les méthodes de calibration. Avec cette série, les méthodes MET001 et MET002 offrent des valeurs estimées pratiquement identiques et ils montrent les meilleurs résultats de calibration. En définitive, les paramètres ST et b estimés avec la méthode MET002 ont été sélectionnés pour être utilisés dans l'environnement final.

La calibration sélectionnée a été vérifiée dans le satellite du laboratoire avec un système de mesure externe basée sur un pointeur laser. Dans ces tests, une grande correction a été observée pour les rotations en lacet. Dans le cas des rotations en tangage, la réduction d'erreur observée était aussi importante. Par contre, la performance de la calibration n'était pas si bonne dans le cas des rotations en roulis où l'erreur finale en lacet pouvait atteindre  $4.6^\circ$  pour une rotation de  $15^\circ$  en roulis. Cet effet peut être causé par des imprécisions dans le système de mesure externe, par des différences entre les axes de rotation et les axes du capteur ou par des erreurs dans la calibration de l'axe z du magnétomètre. Les résultats obtenus ont été considérés acceptables pour le système et cette calibration sera utilisée dans les étapes subséquentes du projet.

Finalement, il faut souligner que la méthode de calibration MET003, basée sur l'estimation par moindres carrés quand une mesure externe d'attitude est disponible, offre de très bons résultats en simulation dans tous les possibles cas, même en présence de fortes restrictions dans les rotations. Cette méthode n'a pas été considérée comme une option applicable dans le stade actuel du projet où la mesure externe d'attitude ne pourrait être obtenue que de façon manuelle. Toutefois, cette méthode pourra être facilement implémentée quand le capteur d'étoiles sera disponible.

## 6.2 Navigation : filtre MEKF

Dans le but de réduire l'effet du bruit gaussien et du bruit de quantification dans les capteurs, un filtre de Kalman Étendu Multiplicatif (MEKF) a été conçu. L'objectif de cette section est d'évaluer, en simulation et sur le système final, les caractéristiques suivantes du filtre :

- performance (réduction du bruit observé dans les différentes mesures),
- stabilité (temps de stabilisation dans le cas où les conditions initiales estimées sont différentes des conditions initiales réelles),
- comparaison en simulation de l'étape de correction du filtre EKF avec mesures de quaternion et avec mesures de vecteurs unitaires.

### 6.2.1 Évaluation du filtre MEKF en simulation numérique

Dans un premier stade, le filtre MEKF a été testé en simulation avec le logiciel MATLAB/SIMULINK et le simulateur de satellite, résumé dans l'annexe B et détaillé dans *Rapport d'avancement de projet* [Martin, 2012]. Pour mieux évaluer la performance du filtre, plusieurs cas ont été simulés en utilisant différentes conditions dans la simulation.

Les paramètres qui ont été variés parmi les différents tests sont :

- Valeur du bruit gaussien des mesures du magnétomètre (les effets de troncature du capteur sont inclus dans tous les cas). Deux niveaux de bruit ont été utilisés :
  - Bruit des fiches techniques :  $\sigma_{mgm} = 42.42$  nT
  - Bruit gaussien significatif :  $\sigma_{mgm} = 424.2$  nT (10 fois plus élevé que le bruit spécifié dans la fiche technique)
- Commande des roues. Deux options ont été évaluées :
  - Roues commandées avec un couple constant ( $T_{RW}^B = [1.6, 1.6, 8]10^{-3} Nm$ )
  - Pas de couple appliqué: système immobilisé comme dans le cas qui sera vérifié au laboratoire
- Erreur dans les conditions initiales estimées. Deux cas ont été utilisés pour les simulations :
  - pas d'erreur
  - différence équivalente à  $180^\circ$  en lacet entre le quaternion initial estimé  $q_{EKF}(t_0)$  et le quaternion initial réel  $q_{real}(t_0)$

Par ailleurs, les niveaux du bruit utilisés pour le gyro et pour l'accéléromètre correspondent aux valeurs observées dans les tests initiaux sur les capteurs et sont très similaires aux valeurs fournies par les fiches techniques. Les détails des paramètres utilisés pour la simulation sont donnés à l'annexe B.

Finalement, chaque cas a été évalué avec la correction de quaternion et avec la correction directe des vecteurs unitaires dans le but de comparer si l'utilisation d'un format différent dans l'étape de correction a une influence significative sur le filtre. En tenant compte des conditions possibles décrites ci-dessous, les tests donnés au Tableau 6-7 ont été accomplis.

Tableau 6-7 Description des tests du filtre EKF en simulation.

	Conditions initiales ( $q_{real}(t_0) = [0, 0, 0, 1]$ )	Bruit du magnétomètre	Commande des roues	Caractéristiques évaluées
ST03.1	$q_{EKF}(t_0) = [0,0,0,1]$	$\sigma_{mgm} = 42.42$ nT	Couple constant	Performance (cas de référence)
ST03.2	$q_{EKF}(t_0) = [0,0,0,1]$	$\sigma_{mgm} = 424.2$ nT	Couple constant	Performance
ST03.3	$q_{EKF}(t_0) = [0,0,0,1]$	$\sigma_{mgm} = 42.42$ nT	Pas de couple	Performance
ST03.4	$q_{EKF}(t_0) = [0,0,1,0]$	$\sigma_{mgm} = 42.42$ nT	Couple constant	Convergence

## Résultats

Les tableaux suivants montrent les résultats obtenus pour les cas étudiés. La performance du filtre a été évaluée en utilisant l'erreur *rms* de l'estimation divisé par l'erreur *rms* de la mesure. Les résultats sont montrés pour la correction avec quaternion (EKF1) et pour la correction directe avec les vecteurs unitaires (EKF2). De plus, l'erreur est calculée pour la variable d'état (attitude,  $h_{tot}^B$  et  $h_{RW}^{RW}$ ) et aussi pour la vitesse angulaire ( $w_B$ ). Il faut remarquer que la valeur estimée de  $w_B$  n'est pas obtenue directement; toutefois, elle peut être obtenue à partir de valeurs estimées de  $h_{tot}^B$  et  $h_{RW}^{RW}$ . En outre, les valeurs de  $h_{tot}^B$  et  $h_{RW}^{RW}$  ne sont pas directement mesurées, mais peuvent être obtenues à partir de la mesure de  $w_B$  et la vitesse angulaire relative mesurée pour chaque roue à réaction  $w_{RW}$ .

Finalement, il faut remarquer que le système possède quatre roues à réaction, cependant seulement trois roues peuvent être utilisées à un moment donné. Dans les tests qui seront présentés plus bas, la première roue ( $RW_1$ ) a été désactivée. Par conséquent, le paramètre de moment angulaire estimé correspondant à cette roue est zéro, même si le tachymètre de la roue présente un certain niveau de bruit.

Tableau 6-8 Résultats pour le test de référence (ST03.1).

	Erreur <i>rms</i> de mesure ( $e_{mes}$ )	EKF1: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %	EKF2: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %
Attitude (°) (roulis, tangage, lacet)	[0.45, 0.43, 1.40]	[40, 42, 24] %	[45, 44, 22] %
Vitesse ang. : $w_B$ (rad/s)	$[3.80, 3.51, 3.68] \cdot 10^{-3}$	[52, 51, 59] %	[53, 52, 57] %
$h_{tot}^B$ (Nms)	$[3.76, 4.12, 3.72] \cdot 10^{-3}$	[52, 51, 59] %	[53, 52, 57] %
$h_{RW}^{RW}$ (Nms)	$[3.48, 3.85, 3.96, 4.09] \cdot 10^{-4}$	[0, 100, 100, 100] %	[0, 100, 100, 100] %

Tableau 6-9 Résultats pour les tests avec bruit gaussien magnétique élevé (ST03.2).

	Erreur <i>rms</i> de mesure ( $e_{mes}$ )	EKF1: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %	EKF2: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %
<b>Attitude (°) (roulis, tangage, lacet)</b>	[0.52, 0.47, 2.05]	[41, 41, 30] %	[44, 44, 29] %
<b>Vitesse ang. : <math>w_B</math> (rad/s)</b>	[3.80, 3.51, 3.68] · 10 <sup>-3</sup>	[54, 52, 62] %	[53, 52, 58] %
<b><math>h_{tot}^B</math> (Nms)</b>	[3.76, 4.12, 3.72] · 10 <sup>-3</sup>	[53, 52, 62] %	[53, 52, 58] %
<b><math>h_{RW}^{RW}</math> (Nms)</b>	[3.48, 3.85, 3.96, 4.09] · 10 <sup>-4</sup>	[0, 100, 100, 100] %	[0, 100, 100, 100] %

Tableau 6-10 Résultats pour les tests avec le satellite immobilisé (ST03.3).

	Erreur <i>rms</i> de mesure ( $e_{mes}$ )	EKF1: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %	EKF2: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %
<b>Attitude (°) (roulis, tangage, lacet)</b>	[0.39 0.41 1.07]	[38, 40, 22] %	[60, 40, 22] %
<b>Vitesse ang. : <math>w_B</math> (rad/s)</b>	[3.78 3.59 3.70] · 10 <sup>-3</sup>	[52, 51, 55] %	[53, 52, 54] %
<b><math>h_{tot}^B</math> (Nms)</b>	[3.75, 4.22, 3.75] · 10 <sup>-3</sup>	[52, 51, 55] %	[53, 52, 54] %
<b><math>h_{RW}^{RW}</math> (Nms)</b>	[3.50, 3.74, 3.88, 3.51] 10 <sup>-4</sup>	[0, 100, 100, 100] %	[0, 100, 100, 100] %

Tableau 6-11 Résultats de convergence en présence d'erreurs initiales : 180° en lacet (ST03.4).

	EKF1	EKF2
<b>Temps de convergence initial (s)</b>	12s	26s

### Analyse de résultats

Les résultats montrent une réduction significative du bruit gaussien de la mesure d'attitude. Plus précisément, l'attitude estimée présente des erreurs *rms* qui varient entre le 22%-42% de l'erreur de la mesure pour le filtre EKF1 et entre 22%-60% pour le filtre EKF2. De plus, on observe qu'avec le filtre EKF1, la réduction de l'erreur est plus forte dans le cas de l'angle de lacet. Cet effet est causé par le fait que le magnétomètre, qui fournit l'information en lacet, est plus bruité que l'accéléromètre et la réduction d'erreur en lacet est plus importante en pourcentage, car la valeur initiale d'erreur est aussi plus grande. Cependant, l'erreur résiduelle absolue après le filtrage continue toujours à être légèrement supérieure dans le cas de l'axe de lacet. Dans le cas du filtre EKF2, les équations des mesures des deux capteurs sont séparées dans l'étape de correction du filtre et la matrice R du filtre EKF est pondérée de façon différente pour chaque capteur. Toutefois, les résultats obtenus sont similaires à ceux du filtre

EKF1, même pour une configuration du filtre EKF2 où le capteur magnétique a été considéré spécialement bruité. De plus, dans ce cas, la convergence en lacet est significativement plus lente en présence d'erreurs dans les valeurs initiales comme il est observé dans les tests de convergence.

Pour le moment angulaire des roues, les mesures des tachymètres des roues ont été considérées de très bonne qualité, c'est pourquoi la réduction du bruit est négligeable (ratio  $e_{est}/e_{mes}$  : 100%). Par contre, dans les cas du moment angulaire total et de la vitesse angulaire, le filtre fournit une réduction de l'erreur significative. Pour la vitesse angulaire, l'erreur *rms* après l'estimation reste entre 51%-62% de l'erreur de la mesure. Dans ce cas aussi, les résultats avec les deux types de filtre sont similaires.

Par rapport au temps de convergence, on observe un temps de 12s pour une erreur initiale élevée (180° en lacet) dans le filtre EKF1, c'est qui est acceptable. Dans le cas du filtre EKF2, tel qu'il a été expliqué dans les paragraphes précédents, cette valeur augmente jusqu'à 26s, car le filtre a été réglé pour faire moins confiance aux mesures du magnétomètre, ce qui augmente le temps de convergence. Un réglage différent du filtre permettrait de réduire le temps de convergence de EKF2 mais avec une moins bonne performance en réduction du bruit.

### 6.2.2 Évaluation du filtre MEKF dans le simulateur matériel (test LT03)

Dans un deuxième stade des tests, la capacité de lissage du filtre a été validée dans le simulateur matériel LABSAT. Une seule option du filtre a été choisie pour son implémentation dans l'environnement final, soit l'option avec correction de quaternion. Cette option a été choisie, car le filtre EKF2 (correction avec mesures directes) incrémentait le temps de convergence sans diminuer le bruit de façon significative par rapport au filtre EKF1.

Dans le laboratoire, la vraie attitude n'est pas connue. Afin d'obtenir les erreurs réelles des mesures et des estimations, un premier test sera réalisé avec le simulateur matériel complètement immobilisé en fixant mécaniquement le satellite à son socle. De cette façon, une approximation de la valeur réelle de la variable d'état peut être obtenue en utilisant la valeur moyenne des mesures. La performance du filtre sera évaluée en utilisant l'erreur *rms* de l'estimation divisée par l'erreur *rms* de la mesure, où l'erreur *rms* est calculée par rapport à la

valeur moyenne des mesures. Ce test, avec satellite fixe, correspond au cas ST03.3 des tests en simulation.

Dans une deuxième étape, le filtre EKF sera évalué en mouvement. Il sera évalué au cours d'un test en boucle fermée pour lequel le système accomplit une rotation de  $90^\circ$  en lacet. Dans ce cas, l'état réel du système n'est pas connu et il ne peut pas non plus être déduit avec précision. Pour démontrer la validité du test, la différence entre les valeurs mesurées et estimées des principales variables d'état du système (attitude et vitesse) sera calculée. Pour un filtre EKF qui fonctionne correctement, l'écart-type de cette valeur devra être relativement similaire à l'erreur *rms* des mesures, calculée dans le test avec le satellite immobilisé. Pour mieux visualiser les résultats obtenus, ils seront montrés graphiquement.

## Résultats

Les tests effectués consistent à évaluer la capacité de lissage du filtre. Pour ce faire, dans un premier stade, l'erreur *rms* des mesures directes et des mesures filtrées sera évaluée avec le satellite immobilisé. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 6-12.

Tableau 6-12 Résultat du test du filtre EKF au laboratoire (LT03.1).

	Erreur <i>rms</i> de mesure ( $e_{mes}$ )	EKF1: réduction d'erreur ( $e_{est}/e_{mes}$ ) %
<b>Attitude (<math>^\circ</math>) (roulis, tangage, lacet)</b>	[0.42, 0.42, 1.08]	[46, 52, 43] %
<b>Vitesse ang. : <math>w_B</math> (rad/s)</b>	[4.60, 6.15, 5.88] $10^{-3}$	[26, 28, 28] %
<b><math>h_{tot}^B</math> (Nms)</b>	[4.55, 7.22, 5.90] $10^{-3}$	[27, 28, 29] %
<b><math>h_{RW}^{RW}</math> (Nms)</b>	[0,0,0]	---

Par la suite, le filtre est évalué au cours d'une rotation de  $90^\circ$  en lacet. Le tableau 6-13 montre l'erreur *rms* entre les mesures et l'estimation de l'attitude et de la vitesse angulaire. La valeur obtenue est similaire au bruit des mesures du test précédent.

Tableau 6-13 Résultat du test du filtre EKF au laboratoire (LT03.2).

	$e_{rms}$ (mesurée-estimée)
<b>Attitude (<math>^\circ</math>) (roulis, tangage, lacet)</b>	[0.50 0.56 1.19]
<b>Vitesse ang. : <math>w_B</math> (rad/s)</b>	[4.91 6.30 6.89] $10^{-3}$

Pour mieux visualiser les résultats obtenus, les figures 6.3, 6.4, 6.5 et 6.6 montrent les valeurs mesurées (bleue) et estimées (rouges) de l'attitude et de la vitesse angulaire ( $w_B$ ).

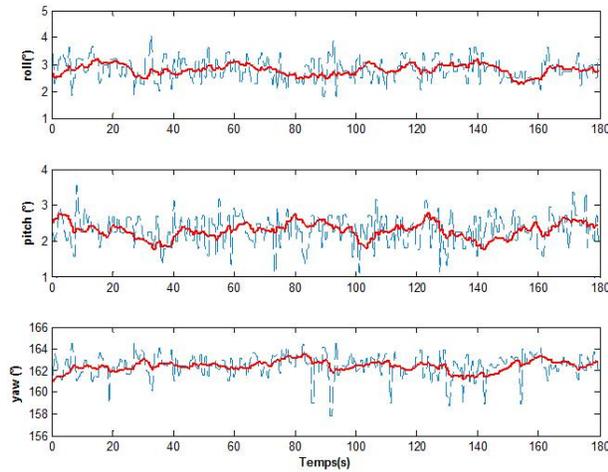


Figure 6.3 Test en arrêt: roulis, tangage, lacet.

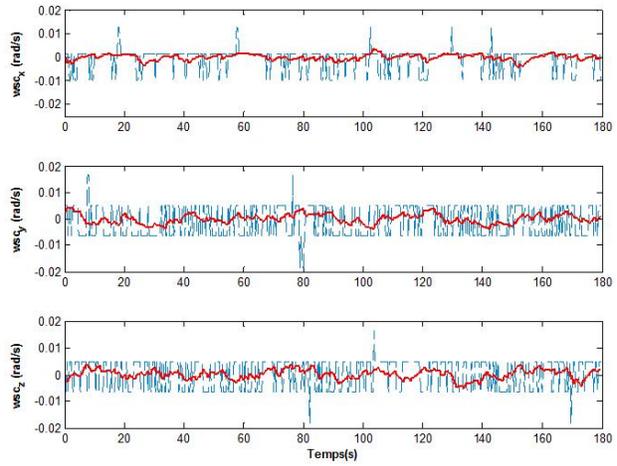
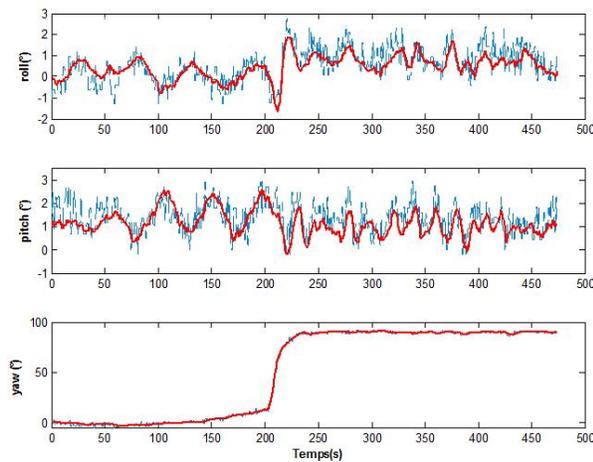
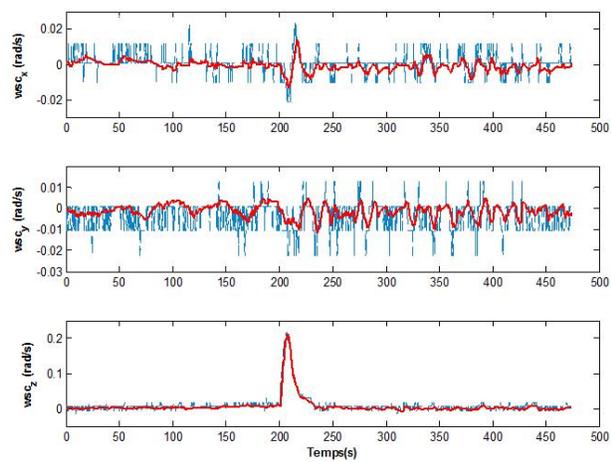
Figure 6.4 Test en arrêt: vitesse  $w_B$  (axes x,y,z).

Figure 6.5 Test en mouvement: roulis, tangage, lacet.

Figure 6.6 Test en mouvement: vitesse  $w_B$  (axes x,y,z).

### Analyse de résultats

Les résultats obtenus sont relativement similaires à ceux des tests en simulation, ce qui permet de valider les simulations accomplies pour l'EKF. Dans le cas du test avec le satellite arrêté, la réduction du bruit du gyro est supérieure à celle observée en simulation, mais le bruit est aussi légèrement supérieur à celui des spécifications. Par contre, dans le cas de l'attitude, la réduction du bruit est légèrement pire.

Dans les résultats obtenus en mouvement, la différence entre estimation et mesure est similaire au bruit de mesure observé dans les tests précédents, ce qui confirme que le filtre fonctionne correctement. Les graphiques d'attitude et de vitesse supportent ces résultats même si parfois des petits biais dans l'estimation sont observés.

## 6.3 Commande par mode glissant (SMC)

Dans le but de valider le système de commande, différents tests ont été accomplis par simulation et dans le laboratoire.

### 6.3.1 Évaluation du système de commande SMC en simulation (tests ST04)

Dans une première étape, la commande SMC conçue a été vérifiée en simulation. Les paramètres configurables dans la commande, présentés dans la section 5.3.2 de ce mémoire, ont été réglés en simulation par essai et erreur. Les valeurs finales sélectionnées sont :

$$\begin{aligned}K_u &= 0.2, \\ \lambda &= 0.6, \\ z_m &= 0.7.\end{aligned}$$

Pour mieux évaluer le comportement de la commande, plusieurs cas ont été simulés en utilisant différentes conditions de simulation. Les paramètres qui ont été variés parmi les différents tests sont :

- Mesures utilisées :
  - Mesures idéales
  - Mesures bruitées et filtrées par l'EKF
- Couples appliqués aux roues:
  - Roues à réaction idéales
  - Résolution des couples appliqués par les roues à réaction similaire à celle du système réel (0.0058 Nm)

Pour tous les cas, la performance (erreur finale) et la convergence (temps de stabilisation  $t_s$ ) seront évaluées. L'erreur de commande sera calculée pour l'attitude (en angles d'Euler) et différentes consignes seront utilisées, incluant des consignes constantes et sinusoïdales. Il faut remarquer que la commande est basée sur les quaternions, toutefois, dans le but d'offrir un résultat plus intuitif, l'attitude sera montrée en angles d'Euler. Dans tous les cas, l'ensemble de roues RW2-RW3-RW4 a été utilisé.

Tableau 6-14 Descriptions des tests du module de commande SMC en simulation (ST04).

	Entrées du module SMC	$T_{RW}$
<b>ST04.1</b>	État réel	Idéal
<b>ST04.2</b>	État estimé	Idéal
<b>ST04.3</b>	État réel	Résolution de $T_{RW}$ : 0.0058 Nm
<b>ST04.4</b>	État estimé	Résolution de $T_{RW}$ : 0.0058 Nm

## Résultats

Les tableaux suivants montrent les résultats obtenus par la commande dans les cas analysés. Lorsque les effets réels du système (résolution des capteurs ou des actionneurs) sont inclus, l'état final oscillera autour de l'état désiré. Ces oscillations sont appelées « cycles limites », dus à la résolution limitée des capteurs et des actionneurs. Ainsi, les valeurs d'erreur montrées dans les tableaux 6-16, 6-17 et 6-18 montrent les valeurs pic de ces oscillations.

Dans tous les cas, l'attitude initiale du système avant la consigne correspond à  $0^\circ$  en roulis,  $0^\circ$  en tangage et  $0^\circ$  en lacet. Pour les cas où la consigne est sinusoïdale, l'attitude initiale du système et la consigne à l'instant initial possèdent la même valeur et, par conséquent, le temps de stabilisation n'est pas applicable. Finalement, il faut remarquer que dans les cas où le filtre EKF est utilisé, les conditions initiales de la variable d'état estimée par le filtre correspondent aux conditions initiales réelles.

Tableau 6-15 Résultat des tests du module SMC : système idéal (ST04.1)

Consigne ( $^\circ$ ): $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage), $\Psi$ (lacet)	Erreur finale en angle ( $\varphi, \theta, \Psi$ ) ( $t > 60s$ )	$t_s$ ( $e < 5\%$ )
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 90^\circ$	$< [0, 0, 3.42 \cdot 10^{-4}]^\circ$	16.2 s
$\varphi = 0^\circ, \theta = -15^\circ, \Psi = 0^\circ$	$< [0, 5.95 \cdot 10^{-5}, 0]^\circ$	18.2 s
$\varphi = 10^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 0^\circ$	$< [3.97 \cdot 10^{-5}, 0, 0]^\circ$	16.6 s
$\varphi = 10^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 90^\circ$	$< [1.82 \cdot 10^{-10}, 5.96 \cdot 10^{-5}, 3.43 \cdot 10^{-4}]^\circ$	18.2 s
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 10\sin(2\pi 0.04t)^\circ$	$ e  < [0, 0, 0.67]^\circ$	-

Tableau 6-16 Résultat des tests du module SMC : système avec mesures estimées (ST04.2)

Consigne ( $^\circ$ ): $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage), $\Psi$ (lacet)	Erreur finale en angle ( $\varphi, \theta, \Psi$ )	$t_s$ ( $e < 5\%$ )
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [1.25, 1.10, 1.76]^\circ$	15.8s
$\varphi = 0^\circ, \theta = -15^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [1.21, 1.06, 1.78]^\circ$	13.4s
$\varphi = 10^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [1.10, 1.08, 1.61]^\circ$	21.4s
$\varphi = 10^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [1.12, 1.14, 1.66]^\circ$	17s
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 10\sin(2\pi 0.04t)^\circ$	$ e  < [1.31, 1.02, 1.67]^\circ$	-

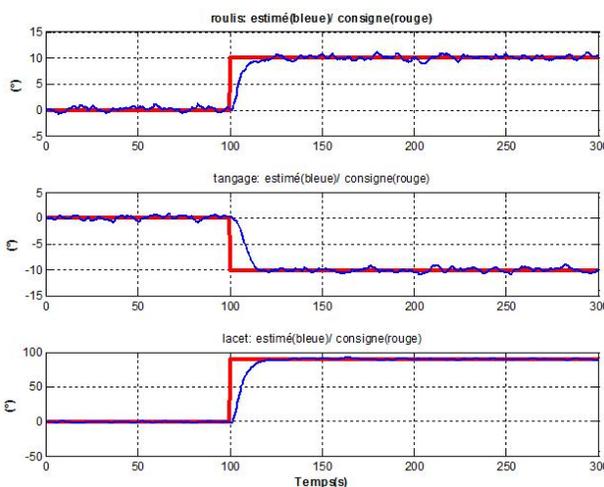
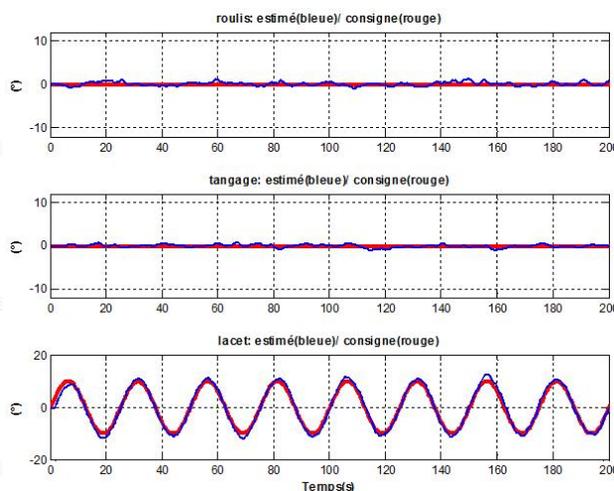
Tableau 6-17 Résultat des tests du module SMC : système avec résolution réelle du couple appliqué(ST04.3)

Consigne (°): $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage), $\Psi$ (lacet)	Erreur finale en angle ( $\varphi, \theta, \Psi$ )	$t_s$ ( $\epsilon < 5\%$ )
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [0, 0, 0.43]^\circ$	16.2 s
$\varphi = 0^\circ, \theta = -15^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [1.03, 0.24, 0.90]^\circ$	15 s
$\varphi = 10^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [0.39, 0.24, 1.21]^\circ$	13.8 s
$\varphi = 10^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [0.58, 0.28, 1.22]^\circ$	19.4 s
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 10\sin(2\pi 0.04t)^\circ$	$ e  < [0, 0, 0.87]^\circ$	-

Tableau 6-18 Résultat des tests du module SMC : système réaliste (ST04.4)

Consigne (°): $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage), $\Psi$ (lacet)	Erreur finale en angle ( $\varphi, \theta, \Psi$ )	$t_s$ ( $\epsilon < 5\%$ )
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [1.14, 1.06, 1.61]^\circ$	16.2s
$\varphi = 0^\circ, \theta = -15^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [1.30, 1.12, 1.68]^\circ$	13.4s
$\varphi = 10^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 0^\circ$	$ e  < [1.09, 1.19, 1.62]^\circ$	14.2s
$\varphi = 10^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 90^\circ$	$ e  < [1.22, 1.06, 1.73]^\circ$	15 s
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 10\sin(2\pi 0.04t)^\circ$	$ e  < [1.30, 0.99, 2.48]^\circ$	--

Pour mieux visualiser les résultats obtenus, les figures 6.7 et 6.8 montrent l'attitude du système pour deux consignes différentes du test ST04.4, où les effets des actionneurs et capteurs réels sont inclus.

Figure 6.7 Résultats de la commande pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [10, -10, 90]^\circ$  (Cas ST04.4).Figure 6.8 Résultats de la commande pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [0, 0, 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 0.04 \cdot t)]^\circ$  (Cas ST04.4).

### Analyse de résultats

Les résultats montrent une très bonne performance dans le cas idéal où l'erreur tend vers zéro pour le pointage statique. Cependant, dans les tests où les effets réalistes à niveau d'actionneurs et des capteurs ont été inclus, l'orientation finale oscille autour de la consigne.

Pour la commande des consignes constantes, dans les cas où les effets réalistes des capteurs sont inclus, ces effets causent des oscillations autour de la position finale avec des erreurs de pics observées entre  $1.02^\circ$  et  $1.78^\circ$ . Dans les cas où seulement les effets de la résolution du couple appliqué aux roues à réaction sont inclus, une oscillation similaire a été observée, mais avec une valeur légèrement inférieure qui varie entre  $0.24^\circ$  et  $1.22^\circ$ . Finalement, quand les deux effets sont inclus (le cas du système réel), les cycles limites sont aussi observés. Dans ce cas, les erreurs observées dans les différents cas étudiés pour une consigne constante varient entre  $0.99^\circ$  et  $1.73^\circ$ .

Finalement, dans le cas des trajectoires sinusoïdales dans l'axe de lacet, des erreurs similaires ou légèrement supérieures à celles des consignes constantes dans cet axe ont été observées.

### 6.3.2 Évaluation de la commande SMC dans le simulateur matériel (test LT04)

Dans la dernière étape du projet et dans le but de vérifier le système conçu, la boucle de commande a été fermée dans le simulateur matériel LABSAT. Dans ces tests, le filtre EKF a aussi été utilisé. Cette section illustre les résultats obtenus pour les différentes consignes qui correspondent aux consignes analysées en simulation. Le cas vérifié au laboratoire inclut les effets réels des roues et les mesures filtrées par l'EKF donc il correspond à la simulation ST04.

Dans les tests sur le simulateur matériel, il faut aussi remarquer que LABSAT doit être équilibré de sorte que son centre de masse et son centre de rotation soient coïncidents, pour éviter les couples causés par la gravité et simuler le comportement d'un satellite en orbite. Ainsi, le satellite a été équilibré manuellement avant chaque test, mais l'équilibrage manuel est une procédure imprécise et la réalité observée dans la majorité des cas est que le satellite n'est pas parfaitement équilibré même si un grand effort a été fait à cette fin. Après l'équilibrage, la boucle de commande a été initialement fermée pour pointer vers la position de référence ( $0^\circ$  en roulis,  $0^\circ$  en tangage et  $0^\circ$  en lacet). Par la suite, l'acquisition de données est démarrée avec l'interface d'utilisateur et finalement, après un certain temps, la consigne est modifiée par l'utilisateur avec la valeur qui correspond à chaque test.

Finalement, il faut remarquer que le filtre EKF démarre quand le processeur de LABSAT démarre. Par contre, les tests de commande sont accomplis après l'équilibrage qui est une procédure lente et qui doit être accomplie avec le processeur démarré afin de pouvoir déplacer les balanciers électroniques de LABSAT. Par conséquent, au début des tests de commande, le filtre EKF a déjà convergé et l'état initial estimé correspond à l'état initial réel.

Les erreurs maximales du pointage final sont résumées dans le tableau 6.19. Les erreurs montrées dans le tableau correspondent à la différence maximale après la convergence entre la consigne d'attitude et l'attitude estimée par le filtre EKF. Cette erreur est exprimée en angles d'Euler.

Tableau 6-19 Résultat des tests du module SMC au laboratoire (LT04).

Consigne (°) : $\varphi$ (roulis), $\theta$ (tangage), $\Psi$ (lacet)	Erreur max finale en angle ( $\varphi, \theta, \Psi$ )
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 90^\circ$	$[1.97, 2.39, 1.99]^\circ$
$\varphi = 0^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 0^\circ$	$[2.55, 1.84, 2.11]^\circ$
$\varphi = 10^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 0^\circ$	$[2.09, 2.60, 1.98]^\circ$
$\varphi = 10^\circ, \theta = -10^\circ, \Psi = 90^\circ$	$[4.42, 5.86, 2.90]^\circ$
$\varphi = 0^\circ, \theta = 0^\circ, \Psi = 10\sin(2\pi 0.04t)^\circ$	$[2.04, 2.07, 2.95]^\circ$

Les angles estimés oscillent après la convergence et dans certains cas, un biais est aussi observé. C'est ce biais qui cause dans certains cas une erreur supérieure à celle observée en simulation. Dans le but de mieux illustrer les résultats obtenus, les figures suivantes montrent la consigne (rouge) et l'attitude estimée (bleu) dans chaque cas étudié.

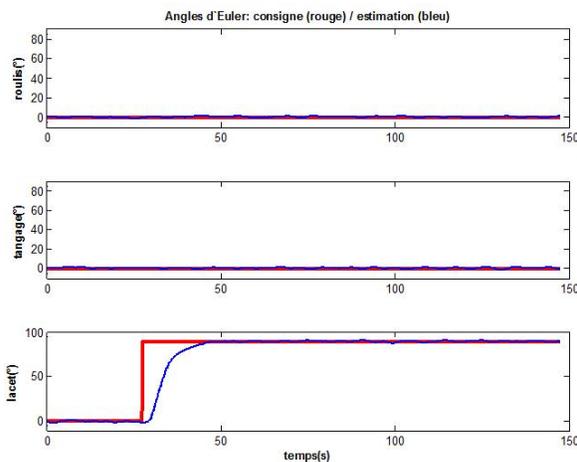


Figure 6.9 Résultats pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [0, 0, 90]^\circ$ .

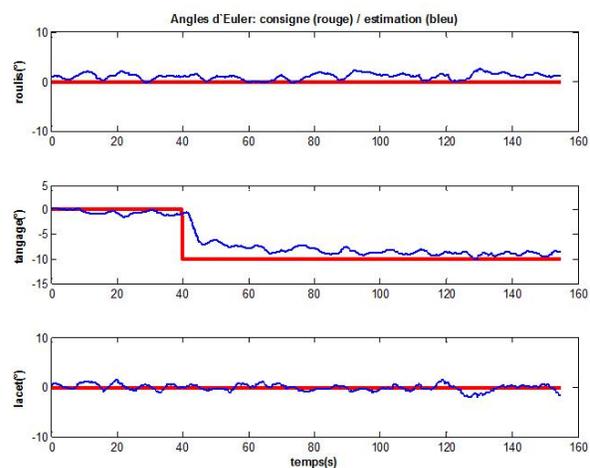
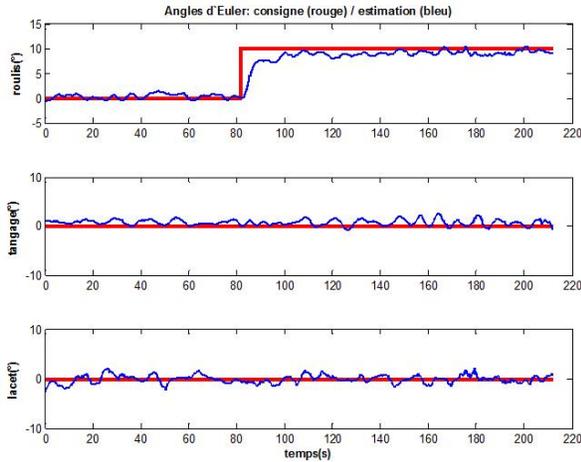
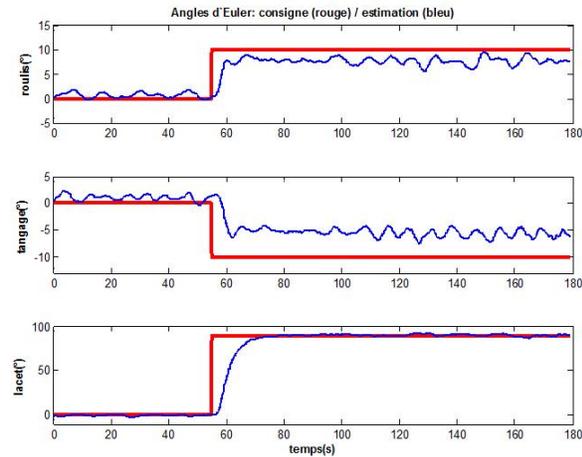
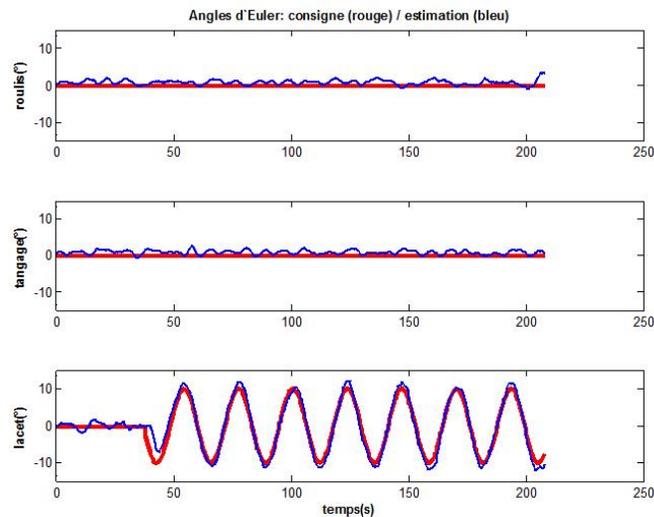


Figure 6.10 Résultats pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [0, -10, 0]^\circ$ .

Figure 6.11 Résultats pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [10, 0, 0]^\circ$ .Figure 6.12 Résultats pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [10, -10, 90]^\circ$ .Figure 6.13 Résultats pour une consigne  $(\varphi, \theta, \Psi) = [0, 0, 10\sin(2\pi \cdot 0.04t)]^\circ$ .

### Analyse de résultats

Les résultats au laboratoire montrent des erreurs légèrement supérieures en amplitude à celles observées en simulation. Comme attendu, des cycles limites sont observés après la convergence. Par contre, dans quelques tests, un certain biais qui n'avait pas été observé dans les simulations numériques est présent. Au cours des tests, une corrélation a été observée entre le niveau du biais dans l'erreur d'attitude finale et l'équilibrage du système.

Tel qu'expliqué précédemment, le satellite LABSAT doit avoir son centre de masse coïncident avec son centre de rotation pour éviter un couple causé par la gravité. Néanmoins, l'équilibrage du satellite est une tâche complexe, d'autant plus que, dans cette étape du projet,

---

elle est accomplie manuellement. Ainsi, l'équilibrage parfait du satellite a été très difficile à accomplir, même si un grand effort a été fait pour le faire. Dans certains cas, il a été observé que même quand le satellite semblait relativement bien équilibré avant d'envoyer une nouvelle consigne, parfois à la fin de la consigne il n'était plus équilibré. L'équilibrage du système est très sensible aux petits déplacements de masses. Par conséquent, cet effet pourrait être causé par certains éléments du satellite qui ne sont pas parfaitement fixes à la structure et peuvent se déplacer légèrement pendant le test, comme les câbles.

Les erreurs dans la position du centre de masse causent un couple gravitationnel dans le système qui n'est pas pris en compte ni dans le système de navigation ni dans le système de commande. L'analyse de données obtenues durant les tests a permis de vérifier que, dans les cas où un biais est observé dans l'attitude finale, un couple externe significatif existe dans les mêmes axes qui présentent ce type d'erreurs. Plus précisément, le couple gravitationnel causé par le décentrage du centre de masse par rapport au centre de rotation est compensé par l'application d'un couple par les roues à réaction pour maintenir la consigne d'attitude commandée. Ce faisant, la vitesse de la roue à réaction augmente, et donc le moment angulaire des roues et du satellite.

Afin de vérifier en simulation l'influence de l'équilibrage dans le système, un couple externe provoquant une variation du moment angulaire total similaire à celui observé pour une rotation de  $10^\circ$  en roulis,  $-10^\circ$  en tangage et  $90^\circ$  en lacet a été simulé. Ce cas a été choisi, car il présente le biais le plus significatif. Pour la vérification dans le simulateur numérique, un couple initial de valeur  $T_{ex} = [0.0005, 0.0009, 0]$  Nm dans le référentiel structurel a été introduit et, 7s après la variation de consigne, le couple a été actualisé à une valeur de  $T_{ex} = [-0.002, 0.0055, -0.0007]$  Nm. Les graphiques suivants comparent les résultats du laboratoire avec les simulations numériques où le couple externe est inclus.

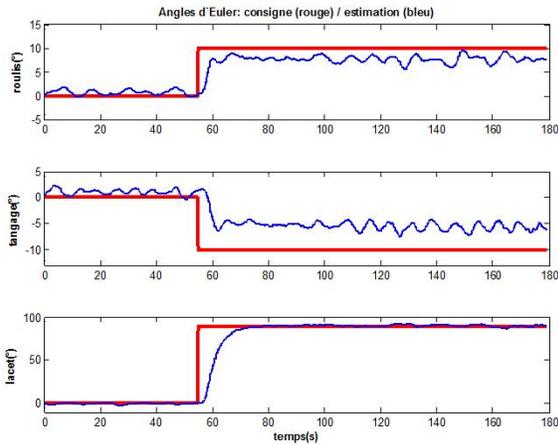


Figure 6.14 Résultats de pointage au laboratoire.

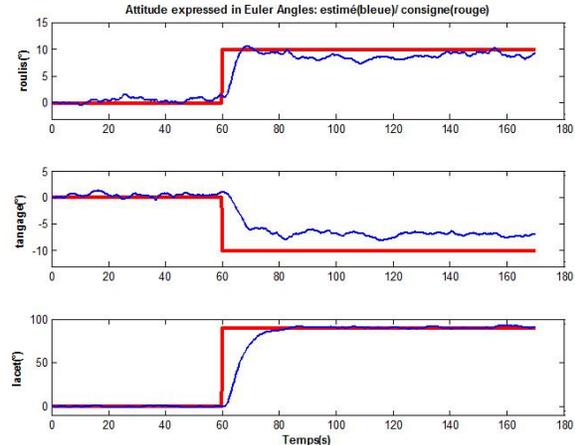


Figure 6.15 Résultats de pointage en simulation.

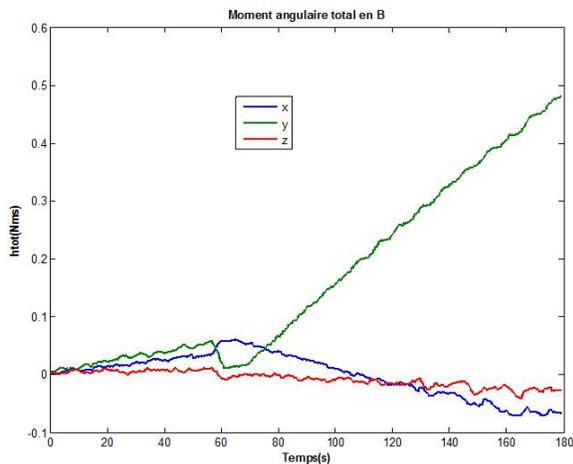


Figure 6.16 Moment angulaire htotB au laboratoire.

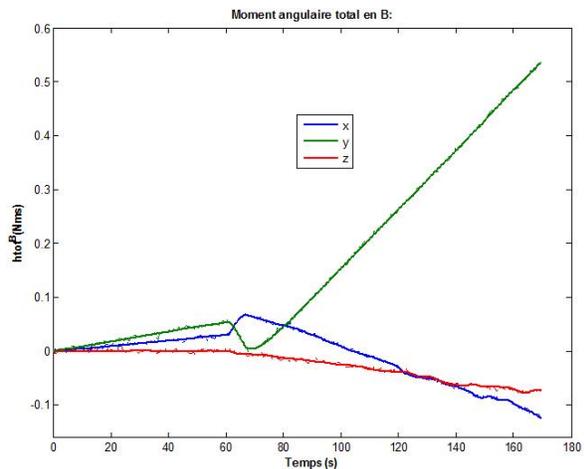


Figure 6.17 Moment angulaire htotB en simulation.

Les graphiques montrent un biais similaire à celui des tests du laboratoire pour un couple externe qui cause des effets similaires sur le moment angulaire total. En outre, il faut tenir compte des incertitudes de certains paramètres utilisés dans le simulateur numérique, le filtre EKF et la commande, comme les incertitudes de l'inertie des roues ou du satellite. Dans le cas de la matrice d'inertie du satellite, elle a été estimée en utilisant un estimateur par moindres carrés. Cependant, étant donné la basse précision des mesures du gyro utilisé, les limitations en rotation du satellite et les effets de la gravité au cours des tests d'obtention de mesures pour l'estimation, la valeur finale estimée n'est pas considérée très précise. Les variations entre les vraies valeurs des paramètres et les valeurs utilisées dans le simulateur numérique peuvent expliquer les petites différences d'amplitude du biais final dans les graphiques précédentes.

## CHAPITRE 7 CONCLUSION

Les travaux de recherche décrits dans ce mémoire avaient pour objectif la mise en marche initiale du simulateur de satellite LABSAT, incluant un premier système de navigation et commande. Pour ce faire, les objectifs suivants spécifiques ont été définis :

- intégration des sous-systèmes,
- calibration du capteur magnétique,
- réduction du bruit des capteurs et des effets de quantification grâce à un estimateur d'état,
- fermeture de la boucle de commande,
- validation en boucle fermée par simulation et sur le matériel

Au cours de ce projet de recherche, les objectifs ont été atteints avec des résultats satisfaisants.

La phase d'intégration des sous-systèmes, y inclus la création d'un simulateur numérique du satellite de LABSAT pour valider les algorithmes de navigation et commande, a été accomplie dans une première étape du projet. Ces tâches n'ont pas été décrites dans ce mémoire, car il n'y avait ni activités de recherche ni de nouvelles solutions par rapport aux travaux précédents de LABSAT. Néanmoins, les travaux relatifs à ces aspects du projet ont pris une partie importante du temps de travail et les détails de ces tâches préliminaires peuvent être consultés dans un *Rapport d'avancement de recherche* [Martin, 2012] correspondant à ce projet de recherche.

Dans ce mémoire de maîtrise, l'attention a été portée sur les nouveaux apports de l'étudiante au projet. Différentes solutions en matière de calibration, navigation (ou estimation) et commande ont été développées. Ces solutions ont été validées en simulation et dans le laboratoire sur le satellite, ce qui a permis de confirmer leur bon fonctionnement. Suite à l'analyse des résultats obtenus dans les tests finaux, plusieurs conclusions peuvent être extraites.

### 7.1 Conclusions générales par sous-système

Les conclusions du projet peuvent être classifiées en trois grands groupes, correspondant aux trois solutions développées dans ce projet.

Premièrement, dans le cas de la calibration, le magnétomètre n'a pas pu être calibré directement sur le satellite dû aux limitations de rotation de LABSAT. En conséquence, pour obtenir les mesures auxquelles appliquer les algorithmes de calibration, les capteurs ont été détachés du satellite permettant une calibration avec des rotations de  $360^\circ$  dans tous les axes. Ces rotations ont été accomplies dans le laboratoire, au-dessus du satellite et avec une séparation de la structure de LABSAT d'environ 45cm pour éviter les bruits fixes du satellite durant les rotations. Avec ces mesures, une méthode de calibration basée sur un estimateur de moindres carrés non linéaires a été utilisée. Pour son utilisation finale, la calibration avec les paramètres estimés est appliquée en temps réel dans le processeur embarqué de LABSAT et l'IMU est placée sur une structure élevée fixée sur le dessus du satellite de sorte que les bruits magnétiques reliés à la structure soient négligeables. Les mesures obtenues en utilisant cette calibration ont été validées en utilisant un système de mesure externe basé sur un laser et montrent une grande amélioration par rapport aux mesures obtenues sans calibration. Cependant, quelques erreurs résiduelles sont encore observées dans certaines rotations avec une erreur maximale mesurée dans le test le plus défavorable d'environ  $4.6^\circ$ . Ce résultat a été considéré acceptable pour la phase actuelle du projet, d'autant plus que le montage utilisé pour ce test inclut aussi des imprécisions. De plus, il faut remarquer que l'une des méthodes de calibration analysées, la méthode qui utilise des mesures d'attitude externes, montre en simulation de très bons résultats même avec les limitations de rotation du satellite. Cette méthode n'est pas réalisable dans le design actuel de LABSAT étant donné que les mesures externes d'attitude ne seront disponibles qu'une fois que le capteur stellaire sera installé sur le système.

Deuxièmement, un filtre EKF multiplicatif a été implémenté avec de bons résultats de lissage des mesures bruitées. En effet, les résultats du filtre en simulation montrent une réduction de l'écart-type du bruit de 25 à 45% de la valeur initiale dans le cas de la mesure d'attitude, et de 50 à 60% dans le cas de la mesure de vitesse angulaire. Cette valeur est suffisante pour le système actuel, d'autant plus que le bruit gaussien initial observé dans les capteurs n'était pas très élevé. En outre, l'utilisation du filtre EKF offre des avantages supplémentaires comme l'estimation des mesures dans le cas où le capteur ne serait pas disponible de façon sporadique. Afin de valider le filtre sur le satellite, il a été utilisé avec le satellite immobilisé,

de sorte que l'orientation réelle puisse être déduite en utilisant la valeur moyenne des mesures. Les résultats de lissage de l'estimateur obtenus dans ce test montrent des valeurs similaires à ceux des simulations, ce qui valide le fonctionnement du filtre. De plus, les résultats ont été aussi vérifiés visuellement dans le cas où le satellite était en mouvement. Effectivement, les graphiques obtenus, qui comparent les mesures avec les valeurs estimées, montrent le lissage attendu pour le filtre.

Troisièmement, la solution de commande a été validée avec des résultats satisfaisants. Les résultats en simulation montrent une très bonne performance dans le cas des capteurs et des actionneurs idéaux. Néanmoins, la performance montrée par les simulations se dégrade quand les effets de résolution réalistes de ces dispositifs sont inclus dans la simulation. Plus précisément, l'effet de la résolution des capteurs et des actionneurs provoque une oscillation autour de la position finale appelée cycle limite, qui présente des valeurs pic d'environ  $2^\circ$  dans les cas les plus défavorables analysés en simulation. Ces erreurs incluent le bruit de mesure après la correction de l'EKF, mais ils n'incluent pas les erreurs résiduelles de l'étape de calibration, car ils étaient mesurés comme différence entre la consigne utilisée et l'état estimé. Finalement, le système de commande a été vérifié sur le satellite. Les résultats ont montré des cycles limites, comme prédit par les simulations. Cependant, un certain biais dans l'orientation dans quelques axes a été observé pour certains cas. L'analyse des résultats des tests a permis d'identifier que ce biais était causé par le couple gravitationnel qui apparaît quand le satellite n'est pas parfaitement équilibré, et qui n'était pas tenu en compte dans le système de commande. Cette conclusion a été aussi validée par simulation. De plus, ce problème implique que les roues à réaction saturent rapidement, ce qui devrait être évité. Alors, la mise en marche du système d'équilibrage automatique se présente comme la solution la plus appropriée. Cette solution n'était pas dans la portée de ce projet de maîtrise, mais pourrait être accomplie dans un prochain projet.

## 7.2 Travaux futurs

Les solutions développées dans ce projet ont permis de fermer une première boucle de commande pour le simulateur matériel de satellite LABSAT, permettant son utilisation comme outil pédagogique. Cependant, plusieurs tâches peuvent encore être accomplies pour améliorer

la performance et les caractéristiques du simulateur et pour permettre son utilisation dans des projets plus complexes.

Tout d'abord, l'équilibrage devra être accompli d'une façon plus précise pour éviter des couples externes qui, actuellement, ne sont pas pris en compte par les systèmes de navigation et de commande. Ce couple externe provoque des erreurs dans l'orientation finale et aussi une saturation rapide des roues à réaction si le système de commande essaie de le compenser. Par conséquent, la solution la plus appropriée est de bien balancer le satellite. Actuellement, cette tâche est accomplie manuellement ce qui rend la procédure lente, coûteuse et imprécise. De plus, il a été observé que plusieurs éléments du satellite comme les câbles n'étaient pas fermement fixés à la structure du satellite, ce qui causait leur déplacement au cours des tests et, par conséquent, le déplacement du centre de masse du satellite. Une révision et une amélioration de ces aspects devront être réalisées. Également, la mise en marche du système d'équilibrage automatisé est fortement recommandée. Cela entraînera aussi des modifications dans le filtre EKF pour estimer le couple gravitationnel.

Par la suite, d'autres systèmes de commande pourront être étudiés dans le but d'obtenir une meilleure performance. L'utilisation d'un système de commande robuste s'avère spécialement appropriée pour tenir compte des incertitudes des paramètres d'inertie et des possibles erreurs résiduelles dans l'élimination du couple gravitationnel.

Ensuite, le deuxième capteur du satellite (le capteur stellaire) et les panneaux solaires restent à être installés et validés. Dans le cas du capteur stellaire, son utilisation conjointe avec une coupole permettra d'obtenir une mesure de l'orientation plus précise que celle obtenue à partir de l'unité inertielle et du magnétomètre. De plus, après son installation il pourra être utilisé pour calibrer avec précision le magnétomètre sans l'éloigner du satellite. Les mesures des deux capteurs pourront être fusionnées avec le filtre EKF pour profiter des avantages de chaque système : la vitesse de l'IMU et le magnétomètre, et la précision du capteur stellaire.

Finalement, plusieurs améliorations pourront être aussi apportées dans le logiciel du processeur embarqué et de l'interface graphique dans le but d'offrir un environnement plus flexible et orienté aux spécifications finales de l'utilisateur.

# ANNEXE A – REPRÉSENTATION D'ÉTAT

L'état d'un système dynamique est le nombre minimal de variables (ou variables d'état) qui permet de déterminer le comportement d'un système dynamique à un moment futur pour une certaine entrée [Ogata et Yang, 1997.]. Ainsi, dans la représentation d'état, un groupe d'équations permet de relier les valeurs des entrées  $u$ , des états  $x$  et de sorties  $y$ . D'une part, les équations d'état (A-1) permettent de déterminer la variation de l'état par rapport à l'état actuel et aux entrées du système. D'autre part, les équations de sortie (A-2) permettent de déterminer la sortie du système à partir des variables d'état et des entrées. Mathématiquement, ces relations peuvent être exprimées comme :

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (\text{A-1})$$

$$y = g(x, u, t). \quad (\text{A-2})$$

Dans le cas simplifié de systèmes linéaires et invariants, ces relations peuvent être exprimées comme:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad (\text{A-3})$$

$$y = Cx(t) + Du(t). \quad (\text{A-4})$$

## Résumé de la représentation d'état du simulateur de satellite LABSAT

Définitions:

- $C_{RW/B}$  : matrice de rotation du référentiel structurel au référentiel des roues,
- $C_{B/RW}$  : matrice de rotation du référentiel des roues au référentiel structurel,
- $\varepsilon$  : composantes vectorielles du quaternion qui représente la rotation entre le référentiel inertiel et le référentiel structurel,
- $J_{SC}$  : matrice d'inertie du satellite,
- $J_s$  : inertie des roues à réaction selon l'axe de rotation (inertie de spin),
- $h_{tot}^B$  : moment angulaire total dans le référentiel structurel,
- $h_{RW}^{RW}$  : moment angulaire des roues à réaction dans le référentiel des roues,
- $T^B$  : couple externe dans le référentiel structurel,
- $T_{RW}^{RW}$  : couple des roues à réaction dans le référentiel des roues,
- $w_{RWrel}$  : vitesse relative des roues à réaction,
- $w_B$  : vitesse angulaire du satellite par rapport au référentiel inertiel exprimé dans le référentiel structurel.

Le vecteur de variables d'état  $x$ , le vecteur d'entrées  $u$  et le vecteur de mesures du satellite sont :

$$x = [h_{tot}^B, h_{RW}^{RW}, \varepsilon]^T, \quad (\text{A-5.a})$$

$$u = [T^B, T_{RW}^{RWi}], \quad (\text{A-5.b})$$

$$y = [w_{RWrel}, \varepsilon, w_B]. \quad (\text{A-5.c})$$

Dans ce contexte, les équations d'état du satellite sont:

$$\dot{h}^B = T^B - w_B^x h_{tot}^B, \quad (\text{A-6.a})$$

$$\dot{h}_{RW}^{RW} = T_{RW}^{RW}, \quad (\text{A-6.b})$$

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{1}{2} w_B^x \varepsilon + \frac{1}{2} w_B \sqrt{1 - |\varepsilon|^2}. \quad (\text{A-6.c})$$

Les équations de sortie, dans le cas où le quaternion est utilisé comme mesure, sont :

$$w_{RWrel} = -C_{RW/B} J_{SC}^{-1} (h_{tot}^B - C_{B/RW} h_{RW}^{RW}) + J_s^{-1} h_{RW}^{RW}, \quad (\text{A-7.a})$$

$$\varepsilon = \varepsilon, \quad (\text{A-7.b})$$

$$w_B = J_{SC}^{-1} (h_{tot}^B - C_{\frac{B}{RW}} h_{RW}^{RW}). \quad (\text{A-7.c})$$

## ANNEXE B –SIMULATEUR NUMÉRIQUE

Le simulateur numérique de LABSAT a été implémenté avec le logiciel MATLAB/SIMULINK et il inclut les suivants sous-systèmes :

- Capteurs :
  - Tachymètres (1 tachymètre/roue = 4 tachymètres)
  - Accéléromètre + Magnétomètre
  - Gyroscope
- Satellite
- Actionneurs :
  - 4 roues à réaction
- Traitement numérique (GNC)
  - Navigation
  - Commande

Pour les tests du filtre MEKF, le simulateur numérique du système inclus :

- Le modèle dynamique du satellite et des roues à réaction
- Les capteurs incluant les effets du bruit gaussien et de quantification extraits des fiches techniques
- Le filtre EKF (traitement numérique : Navigation)

Pour les tests du système de commande SMC, le simulateur utilisé dans les tests du filtre EKF a été augmenté dans le but d'inclure le bloc de commande, et quelques blocs de traitement permettant d'inclure ou exclure les effets réalistes (bruit et troncature) des capteurs et des actionneurs.

Le modèle possède les caractéristiques suivantes :

- SATELLITE.

$$J_{Sc} = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.17 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.00 \end{bmatrix} \text{ kg m}^2 \quad (\text{B-1})$$

(avec la possibilité d'inclure une certaine erreur entre la valeur utilisée pour le modèle du satellite et la valeur utilisée dans les modules EKF et SMC)

$$w_{sc}(t_0) = [0, 0, 0]^T \text{ rad/s} \quad (\text{B-2})$$

$$q(t_0) = [0, 0, 0, 1]^T \quad (\text{B-3})$$

- **ACTIONNEURS** : 4 roues à réaction en formation pyramidale sont utilisées. Les caractéristiques générales sont :

$$J_{si} = 0.00348 \text{ kg m}^2 \quad (\text{B-4})$$

$$h_{RW}^{RW}(t_0) = 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s} \quad (\text{B-5})$$

$$w_{rel} \text{ max} = 837.7580 \text{ rad/s} \quad (\text{B-6})$$

$$w_{rel}(t_0) = [0, 0, 0, 0] \text{ rad/s} \quad (\text{B-7})$$

La matrice de transformation entre le référentiel des roues et le référentiel structurel est

$$C_{B/RW} = \begin{bmatrix} -0.4714 & 0.9428 & -0.4714 & 0 \\ 0.8165 & 0 & -0.8165 & 0 \\ -0.3333 & -0.3333 & -0.3333 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{B-8})$$

→REMARQUE : Les paramètres de la dynamique du satellite et des roues à réaction sont basés sur les valeurs du simulateur de l'ingénieur de NGC Aerospace Ltée. Jimmy Côté. Cependant, certains paramètres, comme la matrice d'inertie et la position relative des roues à réaction par rapport à la structure du satellite, ont été modifiés pour s'adapter au vrai satellite.

- **ENTRÉES DU SYSTÈME** :
  - Couple externe sur le satellite :  $T_{ex}^B$
  - Couple des roues :  $T_{RW}^{RW}$
- **DISCRÉTISATION**:
  - La dynamique du satellite est continue (SIMULINK : pas fixe  $\Delta t_{cont}=0.01 \text{ s}$ )
  - Le filtre EKF utilise une période d'échantillonnage  $T_s = 40 \cdot \Delta t_{cont} = 0.4 \text{ s}$
- **MODE DE COMMANDE**: deux options (boucle ouverte/boucle fermée)
- **BRUIT DES CAPTEURS** :  
Pour l'analyse du filtre EKF et du système de commande SMC, les capteurs sont modélisés sans biais. Par contre, les effets du bruit gaussien et de la quantification sont inclus pour les différents capteurs.

Tableau B-1 Bruit gaussien et intervalles de quantification par capteur

	<b>Gyro (rad/s)</b>	<b>Accéléromètre (g)</b>	<b>Magnétomètre (nT)</b>	<b>Tachymètres (rad/s)</b>
$\sigma$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6.84 \cdot 10^{-3}$	Variable selon le test	$1.04 \cdot 10^{-5}$
<b>Intervalle de quantification</b>	$3.75 \cdot 10^{-3}$	$4.03 \cdot 10^{-3}$	976.56nT	--

- Filtre EKF
  - variable d'état du filtre:  $[h_{tot}^B, h_{RW}^{RW}, \Delta\delta_B]$
  - mesures:
    - Option EKF1 :  $[w_{RWrel}, q, w_B]$
    - Option EKF2 :  $[w_{RWrel}, B^B/|B|, g^B/|g|, w_B]$
- Paramètres du filtre EKF1 utilisés dans les tests finaux (correction avec quaternion) :

$$Q = \begin{bmatrix} 10^{-6}I_{3x3} & 0_{3x4} & 0_{3x3} \\ 0_{4x3} & 10^{-7}I_{4x4} & 0_{4x3} \\ 0_{3x3} & 0_{3x4} & 10^{-7}I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (B-9)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10^{-7}I_{4x4} & 0_{4x3} & 0_{4x3} \\ 0_{3x4} & 10^{-5}I_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x4} & 0_{3x3} & 10^{-6}I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (B-10)$$

- Paramètres du filtre EKF2 utilisés dans les tests finaux (correction avec vecteurs unitaires) :

$$Q = \begin{bmatrix} 10^{-6}I_{3x3} & 0_{3x4} & 0_{3x3} \\ 0_{4x3} & 10^{-7}I_{4x4} & 0_{4x3} \\ 0_{3x3} & 0_{3x4} & 10^{-7}I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (B-11)$$

$$R = \begin{bmatrix} 10^{-7}I_{4x4} & 0_{4x3} & 0_{4x3} & 0_{4x3} \\ 0_{3x4} & 5 \cdot 10^{-5}I_{3x3} & 0_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x4} & 0_{3x3} & 5 \cdot 10^{-4}I_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x4} & 0_{3x3} & 0_{3x3} & 10^{-6}I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (B-12)$$

- Paramètres de la commande SMC utilisés dans les tests finaux :

$$\lambda = 0.6 \quad (B-13.a)$$

$$K_u = 0.2 \quad (B-13.b)$$

$$z_m = 0.7 \quad (B-13.c)$$



# LISTE DES RÉFÉRENCES

- Alonso, R. et Shuster, M. D. (2002a). Attitude-independent magnetometer bias determination: A survey. *Journal of the Astronautical Sciences*, volume 50, numéro 4, p. 453-475.
- Alonso, R. et Shuster, M. D. (2002b). Complete linear attitude-independent magnetometer calibration. *Journal of the Astronautical Sciences*, volume 50, numéro 4, p. 477-490.
- Alonso, R. et Shuster, M. D. (2002c). TWOSTEP: A fast robust algorithm for attitude-independent magnetometer-bias determination. *Journal of the Astronautical Sciences*, volume 50, numéro 4, p. 433-451.
- Bell, B. M. et Cathey, F. W. (1993). Iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 38, numéro 2, p. 294-297.
- Bonnabel, S., Martin, P. et Salaun, E. (2009). Invariant extended Kalman filter: theory and application to a velocity-aided attitude estimation problem. Dans *2009 Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) and 28th Chinese Control Conference (CCC 2009)*. IEEE, Piscataway, NJ, USA, p. 1297-304.
- Bonnet, S., Bassompierre, C., Godin, C., Leseq, S. et Barraud, A. (2009). Calibration methods for inertial and magnetic sensors. *Sensors and Actuators*, volume 156, numéro 2, p. 302-311.
- Bowditch, N. (1995). *The American Practical Navigator*. Defense Mapping Agency, Hydrographic/Topographic Center, Maryland, USA.
- Chernesky, V. S. (2001). *Development and control of a three-axis satellite simulator for the bifocal relay mirror initiative*. Mémoire de maîtrise, Naval Postgraduate School, 88 p.
- Chesi, S., Pellegrini, V., Gong, Q., Cristi, R. et Romano, M. (2013). Automatic mass balancing for small three-axis spacecraft simulator using sliding masses only. Dans *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference Proceeding*, Girdwood, Alaska, USA.

- Cho, D., Jung, D., et Tsiotras, P. (2009). A 5-dof experimental platform for autonomous spacecraft rendezvous and docking. Dans *AIAA Infotech at Aerospace Conference and Exhibit and AIAA Unmanned*. Seattle, WA, USA, p. 1-20.
- Chodas, P. W. (1982). Combined satellite attitude and orbit determination with dynamic coupling. Dans *AIAA/ASS Astrodynamics Conference*, San Diego, CA, USA.
- Côté, J. (2007). *Application des estimateurs de type unscented pour l'estimation des états, des perturbations et des paramètres d'un satellite*. Mémoire de maîtrise, Sherbrooke, Canada, 143 p.
- Crassidis, J. L. et Junkins, J. L. (2011). *Optimal estimation of dynamic systems*. Chapman & Hall, USA.
- Crassidis, J. L., Lai, K., et Harman, R. R. (2005). Real-time attitude-independent three-axis magnetometer calibration. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 28, numéro 1, p. 115-120.
- Crassidis, J. L., Landis Markley, F. et Cheng, Y. (2007). Survey of nonlinear attitude estimation methods. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 30, numéro 1, p. 12-28.
- Crassidis, J. L. et Markley, F. L. (2003). Unscented filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 26, numéro 4, p. 536-542.
- Crassidis, J. L., Vadali, S. R. et Markley, F. L. (2000). Optimal Variable-Structure Control Tracking of Spacecraft Maneuvers. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 23, numéro 3, p. 564-566.
- Crassidis, J. L. et Markley, F. L. (1996). Sliding mode control using modified Rodrigues parameters. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 19, numéro 6, p. 1381-1383.

- 
- de Lafontaine, J. (2011a). *Notes du cours GEI720 Modélisation et Commande Multivariable*. Département de génie électrique et génie informatique, Faculté de Génie, Université de Sherbrooke, Québec, Canada.
- de Lafontaine, J. (2011b). *Notes du cours GEI779 Commande Numérique*. Département de génie électrique et génie informatique, Faculté de Génie, Université de Sherbrooke, Québec, Canada.
- de Lafontaine, J., Brunet, C. A., Lachiver, G., Neveu, D., Lemay, C. E. et Biron, B. (2003). Tele-Education in Aerospace and Mechatronics: the TEAM International Virtual Laboratory. Dans *Proc. AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference*, volume 116. Univelt, Inc., AAS 03-504, p. 3-7.
- de Lafontaine, J., Buijs, J., Vuilleumier, P., Van, d. B. et Mellab, K. (2000). Development of the PROBA attitude control and navigation software. Dans *Proceedings 4th ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems*. ESA, Noordwijk, Netherlands, p. 427-41.
- de Lafontaine, J., Kron, A. et Côté, J. (2008). PROBA-2 Attitude and Orbit Control System: Lesson Learned from Integration and System-Level Tests. *CASI ASTRO 2008 Conference*, Paper 76.
- de Lafontaine, J., Vuilleumier, P. et Van den Braembussche, P. (2002). Autonomous navigation and guidance on-board earth-observation mini-satellites. Dans *Advances in the Astronautical Sciences*, volume 109, p. 1733-1748.
- Diebel, J. (2006). Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. Rapport Technique, Stanford University, California, USA.
- Foster, C. C. et Elkaim, G. H. (2008). Extension of a two-step calibration methodology to include nonorthogonal sensor axes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, volume 44, numéro 3, p. 1070-1078.

- Gambhir, B. (March 1975). Determination of Magnetometer Biases Using Module RESIDG. *Computer Sciences Corporation*, Report No. 3000-32700-01 TN.
- Gebre-Egziabher, D., Elkaim, G. H., Powell, J. D. et Parkinson, B. W. (2006). Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain. *Journal of Aerospace Engineering*, volume 19, numéro 2, p. 87-102.
- Gebre-Egziabher, D., Elkaim, G., Powell, J. D. et Parkinson, B. (2001). A non-linear, two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers. Dans *Proceedings of the International Conference on Integrated Navigation Systems*, p 28-30.
- Huang, L. et Jing, W. (2008). Attitude-independent geomagnetic navigation using onboard complete three-axis magnetometer calibration. Dans *2008 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, USA, p 1-7.
- Julier, S. J., Uhlmann, J. K. et Durrant-Whyte, H. F. (1995). New approach for filtering nonlinear systems. Dans *Proceedings of the 1995 American Control Conference. Part 1 (of 6)*, volume 3, p. 1628-1632.
- Jung, D. et Tsiotras, P. (2003). A 3-DoF Experimental Test-Bed for Integrated Attitude Dynamics and Control Research. Dans *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Paper 03-5331, p. 2-6.
- Jurman, D., Jankovec, M., Kamnik, R. et Topič, M. (2007a). Calibration and data fusion solution for the miniature attitude and heading reference system. *Sensors and Actuators*, volume 138, numéro 2, p. 411-420.
- Khalil, H. K. et Grizzle, J. (2002). *Nonlinear systems*. Prentice hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- Kim, J., Cristi, R. et Agrawal, B. N. (2004). Attitude determination for NPS three-axis spacecraft simulator. Dans *Collection of Technical Papers - AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, volume 3, p. 1454-1464.

- 
- Kök, I. (2012). *Comparison and Analysis of Attitude Control Systems of a Satellite Using Reaction Wheel Actuators*. Mémoire de maîtrise, Lulea University of Technology, 98 p.
- Kowalchuk, S. A. et Hall, C. D. (2007). Attitude control investigation using spacecraft hardware-in-the-loop simulator. Dans *Virginia Space Grant Consortium-Student Research Conference*, Williamsburg, Virginia, USA.
- Lefferts, E. J., Markley, F. L. et Shuster, M. D. (1982). Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 5, numéro 5, p. 417-429.
- Li, X. et Li, Z. (2012). A new calibration method for tri-axial field sensors in strap-down navigation systems. *Measurement Science and Technology*, volume 23, numéro 10.
- Liu, T., Inoue, Y. et Shibata, K. (2012). A simplified magnetometer calibration method to improve the accuracy of three-dimensional orientation measurement. *ICIC Express Letters*, volume 6, numéro 2, p. 523-528.
- Logan, J. J. (2008). *Control and Sensor Development on a Fourwheel Pyramidal Reaction Wheel Platform*. Mémoire de maîtrise, California Polytechnic State University, San Luis Obispo, 122 p.
- Malo, A., Kenge, E., Gingras, G., Angarita, K., Presseau, M., Bruneau, S., Jobin, S. et Tremblay, S. (2009). *Rapport final de projet spécialisé: LABSAT I*, Université de Sherbrooke, 1-37 p.
- Markley, F. L. (2004). Multiplicative vs. additive filtering for spacecraft attitude determination. *Dynamics and Control of Systems and Structures in Space*, NASA's Goddard Space Flight Center, USA.
- Markley, F. L. et Mortari, D. (2000). How to estimate attitude from vector observations. *Advances in the Astronautical Sciences*, volume 103, numéro 3, p. 1979-1996.

- Martin, Y. (2012). *Conception du système de commande autonome pour le minisatellite du simulateur LABSAT*. Rapport d'avancement de recherche, Université de Sherbrooke, Canada, 51 p.
- Meissner, D. M. (2009). *A three degrees of freedom test bed for nanosatellite and CubeSat attitude dynamics, determination and control*. Mémoire de maîtrise, Naval Postgraduate School, USA, 83 p.
- Merayo, J. M., Brauer, P., Primdahl, F., Petersen, J. R. et Nielsen, O. V. (2000). Scalar calibration of vector magnetometers. *Measurement science and technology*, volume 11, numéro 2, p. 120.
- National Geophysical Data Center (2010). *Magnetic Field Calculators*. <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#igrfwmm> (page consultée le 16 janvier 2013)
- Nøkland, H. (2011). *Nonlinear Observer Design for GNSS and IMU Integration*. Mémoire de maîtrise, Norwegian University of Science and Technology, 97 p.
- Ogata, K. et Yang, Y. (1997.). *Modern control engineering*. Prentice Hall, NJ,USA.
- Phillips, W. F., Hailey, C. E. et Gebert, G. A. (2001). Review of attitude representations used for aircraft kinematics. *Journal of Aircraft*, volume 38, numéro 4, p. 718-737.
- Robertson, R. et Shinpaugh, K. (2010). Detailed characterisation of magnetic fields surrounding the Whorl-II spacecraft simulator and application to attitude determination. Dans *Student Research Conference*. Virginia Space Grant Consortium, Newport News, Virginia,USA.
- Sabatini, A. M. (2006). Quaternion-based extended Kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, volume 53, numéro 7, p. 1346-1356.

- 
- Sadeghi, B. et Moshiri, B. (2007). Second-order EKF and unscented Kalman filter fusion for tracking maneuvering targets. Dans *IEEE International Conference on Information Reuse and Integration, IEEE IRI-2007*, p. 514-519.
- Schwartz, J. L., Peck, M. A. et Hall, C. D. (2003). Historical review of air-bearing spacecraft simulators. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 26, numéro 4, p. 513-522.
- Shuster, M. D. (1993). The quaternion in kalman filtering. Dans *Advances in the Astronautical Sciences*, volume 85, p. 25-37.
- Sidi, M. J. (1997). *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*. Cambridge University Press, New York, USA.
- Slotine, J. E. et Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice hall, NJ, USA.
- Sorenson, H. W. (1966). Kalman Filtering Techniques. *Advances in Control Systems, Theory and Applications*, volume 3.
- Thibault, E., Gagnon, E., Lapalme, J., Farkouh, M., Ayotte-Larose, V. et Guay, K. (2010). *Rapport final de projet spécialisé: LABSAT II*. Université de Sherbrooke, Québec, Canada, 16 p.
- Todd, M. J. et Yildirim, E. A. (2007). On Khachiyan's algorithm for the computation of minimum-volume enclosing ellipsoids. *Discrete Applied Mathematics*, volume 155, numéro 13, p. 1731-1744.
- Tully, S., Moon, H., Kantor, G. et Choset, H. (2008). Iterated filters for bearing-only SLAM. Dans *The Half-Day Workshop on: Towards Autonomous Agriculture of Tomorrow*. 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Piscataway, NJ, USA, p. 1442-8.

- VanDyke, M. C., Schwartz, J. L. et Hall, C. D. (2005). Unscented Kalman Filtering for spacecraft attitude state and parameter estimation. *Advances in the Astronautical Sciences*, volume 119, numéro suppl., p. 217-228.
- Vasconcelos, J. F., Elkaim, G., Silvestre, C., Oliveira, P. et Cardeira, B. (2011). Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, volume 47, numéro 2, p. 1293-306.
- Welch, G. et Bishop, G. (July 24 2006). An Introduction to the Kalman Filter. Dans University of North Carolina at Chapel Hill, *The Kalman Filter*. [http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman\\_intro.pdf](http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf) (page consultée le 10 mars 2012).
- Wertz, J. R. (1978). *Spacecraft attitude determination and control*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.
- Wie, B. (1998). *Space vehicle dynamics and control*. AIAA Educational Series, Virginia, USA.
- Wu, A. et Hein, D. H. (1996). Stellar inertial attitude determination for LEO spacecraft. Dans *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, p. 2355-3592.
- Zhan, R. et Wan, J. (2007). Iterated unscented Kalman filter for passive target tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, volume 43, numéro 3, p. 1155-1163.