

# FLUCTUATIONS SUPRACONDUCTRICES DANS LES CONDUCTEURS ORGANIQUES QUASI-1D

par

Ghislain DJOKO KAMWA

Mémoire présenté au département de physique  
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES  
UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, Avril 2007

III-1835



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
*ISBN: 978-0-494-49491-2*  
*Our file* *Notre référence*  
*ISBN: 978-0-494-49491-2*

**NOTICE:**

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

**AVIS:**

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

**Ghislain Djoko Kamwa**

## **Fluctuations supraconductrices dans les conducteurs organiques quasi-1D.**

### **Résumé:**

L'origine des déviations observées aux basses températures sur la conductivité des matériaux organiques quasi-1D reste à ce jour controversée. Il est établi pour ces matériaux que les fluctuations magnétiques  $\gamma$  sont présentes. L'objectif visé par notre travail est d'évaluer l'influence des fluctuations supraconductrices induites par l'antiferromagnétisme dans les conducteurs quasi-1D. Il ressort de nos calculs que la paraconductivité à un canal (Cooper), calculée à partir du courant de paires coïncide à celle d'Aslamazov-Larkin. Pour une dimension spatiale donnée, plus l'anisotropie est prononcée plus les fluctuations deviennent importantes.

Dans le cas quasi-1D avec mélange des canaux de Cooper et de Peierls, on retrouve le résultat d'Aslamazov-Larkin à une constante près. Nos résultats s'accordent qualitativement aux données expérimentales avec un paramètre d'anisotropie fortement influencé par la pression. De même, on remarque que la pression lorsqu'elle augmente diminue les fluctuations supraconductrices. En outre l'interférence des canaux augmente la conductivité des conducteurs organiques quasi-1D de manière significative.

**Mots clés :** paraconductivité, supraconductivité, sels de Bechgaard, matériaux organiques quasi-1D, résistivité, fluctuations supraconductrices, onde de densité de charge (ODC), onde de densité de spin (ODS), groupe de renormalisation.

# Table des matières

Table des matières	ii
Table des figures	iv
Introduction	1
<b>1 LES CONDUCTEURS ORGANIQUES : les sels de Bechgaard</b>	<b>5</b>
1.1 Structures moléculaire et électronique des sels de Bechgaard . . . . .	5
1.2 Structure de bande . . . . .	12
1.3 Résistivité dans les sels de Bechgaard . . . . .	13
<b>2 LE GROUPE DE RENORMALISATION ET SON.....</b>	<b>20</b>
2.1 La renormalisation selon Kadanoff-Wilson . . . . .	21
2.1.1 Contribution du courant de paires à l'action . . . . .	26
2.1.2 Relation de récurrence pour la fonction de réponse courant-courant de paraconductivité . . . . .	28
2.2 Paraconductivité . . . . .	33
2.2.1 Limite Aslamazov-Larkin . . . . .	34
2.2.2 Conclusion partielle . . . . .	41
2.2.3 Paraconductivité avec mélange de canaux . . . . .	42
<b>3 RÉSULTATS ET DISCUSSION</b>	<b>53</b>
<b>Conclusion</b>	<b>72</b>
<b>Annexe A CALCUL DE LA BOUCLE DE COOPER DANS LA COQUE   EXTERNE</b>	<b>74</b>
<b>Annexe B FONCTION DE CORRÉLATION COURANT-COURANT   ET TENSEUR DE PARACONDUCTIVITÉ</b>	<b>77</b>
<b>Annexe C CALCUL DE LA PARACONDUCTIVITÉ.</b>	<b>81</b>
C.1 Cas unidimensionnel . . . . .	81
C.2 Cas bidimensionnel . . . . .	83

<i>Table des matières</i>	iii
C.3 Cas quasi-unidimensionnel fortement anisotrope. . . . .	84
C.4 Cas quasi-bidimensionnel fortement anisotrope (Q-2D) . . . . .	86
<b>Annexe D SUSCEPTIBILITÉ AVEC MÉLANGE DE CANAUX.</b>	<b>88</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>91</b>

# Table des figures

1	Diagramme de phase schématique des sels de Bechgaard en fonction de la pression appliquée ou chimique . . . . .	2
1.1	Molécule de TMTSF [45]. . . . .	6
1.2	La molécule planaire de TMTSF [53]. . . . .	6
1.3	empilement en zigzag des molécules TMTSF . . . . .	7
1.4	sels de Bechgaard vue de dessus . . . . .	8
1.5	La surface de Fermi d'un conducteur quasi-1D est constituée de deux nappes autour des vecteurs d'onde de Fermi de la limite purement 1D $+k_F$ et $-k_F$ (vues ici en coupe). Le vecteur d'onde $\mathbf{Q}$ permet d'emboîter une nappe sur la deuxième, par translation [46]. . . . .	10
1.6	Diagramme de phase de phase générique du composé $(TMTTF)_2PF_6$ . .	11
1.7	(En haut) Résistivité à basse température d'un métal ordinaire et (en bas) d'un supraconducteur (en champ nul) contenant des impuretés non magnétiques. À $T_C$ , $\rho$ chute de manière abrupte. . . . .	15
1.8	Première observation de la supraconductivité organique dans le . . . . .	16
1.9	Courant selon l'axe $c = z$ en fonction de la température pour . . . . .	17
1.10	Courant selon l'axe $c = z$ en fonction de la température pour le $(TMTSF)_2PF_6$ pour une pression de 10 kbar. Le trait plein est un lissage de l'expression $\rho = \rho_0 + AT^2$ de type liquide de Fermi [52]. . . . .	17
1.11	Diagramme de phase calculé par le GR pour un modèle de gaz d'électrons Q-1D. . . . .	18
1.12	Dépendance en température typique des susceptibilités antiferromagnétique (trait plein), supraconductrices "d" (trait plein et hachures avec points) et "f" (trait hachuré). . . . .	19
2.1	Couplages de diffusion vers l'arrière ( $g_1$ ) et vers l'avant ( $g_2$ ) du modèle de gaz de fermions et leurs diagrammes correspondants. Le cercle ouvert correspond à la partie générique $g_{\{\alpha\}}$ du vertex à quatre points pour les couplages vers l'arrière et l'avant. . . . .	23
2.2	Représentation schématique des processus de diffusion $g_1$ (en haut) et $g_2$ (en bas) à faible énergie. . . . .	24
2.3	Représentation schématique de la largeur de bande d'énergie initiale. . .	24

2.4	Paraconductivité 1D normalisée par $\sigma'_{01} = \frac{\pi e^2 \xi_0}{16\hbar}$ . . . . .	38
2.5	Paraconductivité 2D normalisée par $\sigma'_{02} = \frac{e^2}{16\hbar}$ . . . . .	39
2.6	Paraconductivité 1D : Le trait plein est la limite 1D, alors que celui avec points est dans le cas Q-1D. . . . .	41
2.7	Paraconductivité 2D : Limite Q-2D (points), limite 2D isotrope (trait plein), limite Q-1D (trait avec points), limite 2D anisotrope (trait interrompu). . . . .	42
3.1	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "d" à $P = 10$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.7). . . . .	56
3.2	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "d" à $P = 12.5$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.8). . . . .	57
3.3	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "d" à $P = 14$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.9). . . . .	58
3.4	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "f" à $P = 10$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21$ : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.7). . . . .	59
3.5	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "f" à $P = 12.5$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21$ : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.8). . . . .	60
3.6	Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "f" à $P = 14$ kbar. $g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21$ : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi $a + bx^2$ (figure 3.9). . . . .	61
3.7	Dépendance en température de la résistivité expérimentale à $P = 10$ kbar pour le $(TMTSF)_2PF_6$ [52]. . . . .	62
3.8	Dépendance en température de la résistivité expérimentale à $P = 12.5$ kbar pour le $(TMTSF)_2PF_6$ [52]. . . . .	62
3.9	Dépendance en température de la résistivité expérimentale à $P = 14$ kbar pour le $(TMTSF)_2PF_6$ [52]. . . . .	63

<p>3.10 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "d" en fonction de la température à <math>P = 10</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24</math>) : a) cas supra-d pure avec <math>C = 20</math>, b) cas supra-d + supra-f avec <math>C = 7</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>64</p>
<p>3.11 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "d" en fonction de la température à <math>P = 12.5</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24</math>) :a) cas supra-d pure avec <math>C = 24</math>, b) cas supra-d + supra-f avec <math>C = 8, 4</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>65</p>
<p>3.12 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "d" en fonction de la température à <math>P = 14</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24</math>) : a) cas supra-d pure avec <math>C = 25, 7</math>, b) cas supra-d + supra-f avec <math>C = 9</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>66</p>
<p>3.13 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "f" en fonction de la température à <math>P = 10</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21</math>) : a) cas supra-f pure avec <math>C = 11</math>, b) cas supra-f + supra-d avec <math>C = 8</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>67</p>
<p>3.14 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "f" en fonction de la température à <math>P = 12.5</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21</math>) : a) cas supra-f pure avec <math>C = 13, 2</math>, b) cas supra-f + supra-d avec <math>C = 9, 6</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>68</p>
<p>3.15 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "f" en fonction de la température à <math>P = 14</math> kbar, (<math>g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21</math>) : a) cas supra-f pure avec <math>C = 14, 2</math>, b) cas supra-f + supra-d avec <math>C = 10, 3</math>. Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi. . . . .</p>	<p>69</p>



3.16	Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de $T_C = 0.92$ K. Le trait plein montre la symétrie "d" et celui hachuré la symétrie "F" . . . . .	70
3.17	Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de $T_C = 0.72$ K. Le trait plein montre la symétrie "d" et celui hachuré la symétrie "F" . . . . .	71
3.18	Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de $T_C = 0.48$ K. Le trait plein montre la symétrie "d" et celui hachuré la symétrie "F" . . . . .	71

\* \_\_\_\_\_

\* \_\_\_\_\_

Le 29 août 2007

*le jury a accepté le mémoire de M. Ghislain Djoko Kamwa dans sa version finale.*

*Membres du jury*

M. Claude Bourbonnais  
Directeur  
Département de physique

M. Laurent G. Caron  
Membre

M. David Sénéchal  
Président-rapporteur  
Département de physique

*À mes parents et amis*

# Remerciements

Je tiens à remercier monsieur Claude Bourbonnais pour m'avoir intégré dans son groupe de recherche, puis accepté de diriger mon mémoire et enfin pour l'ensemble des connaissances qu'il m'a transmises pendant toute ma formation. Sa compétence scientifique et sa disponibilité ont contribué grandement à ce travail. Mes remerciements vont aussi à l'endroit de Laurent Caron qui m'a assisté pendant ma recherche et donc j'ai apprécié les nombreuses suggestions et les discussions que nous avons eues ensemble. Cela a incontestablement été bénéfique pour bien mener ma recherche. Je soulignerai aussi les apports que m'ont transmis André-Marie Trambly, René Côté et Steve Allen pendant leurs enseignements. Un coucou à Alexandre Langlois qui m'a aidé dans la saisie de ce mémoire. J'adresse aussi un grand merci à tout le département pour la bonne collaboration et l'ambiance qui y règne.

Je ne pourrai oublier mes amis qui m'ont soutenu pendant toute ma formation et je pense à : Yacoubou Salissou, Khalid Abdoulaye Djado , Bertie Gaelle Magne, Jean Nya, Jean Watchueng, Nicolas Jover, Saleh Nwenebembé, Serges Apédovi Kobla Kodjo et j'en oublie certainement.

Je remercie infiniment ma famille qui m'a soutenu et supporté mon absence pendant tout ce temps. Qu'elle trouve ici le fruit de sa patience.

À ma femme Brigitte Séveline, qu'elle trouve ici les récoltes et la raison de mon absence depuis plus de 2 ans.

# Introduction

Suivant la découverte de la supraconductivité en 1911 par Kamerlingh Onnes [1], à partir de la résistance du mercure qui s'annule brusquement en dessous de la température critique de 4,1 K, plusieurs théories avaient alors été proposées pour expliquer ce nouveau phénomène. Il a fallu attendre l'année 1957 pour que trois américains [2] J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer proposent la première description théorique satisfaisante de la supraconductivité : c'est la théorie BCS. Cette théorie et sa variante à couplage fort (théorie d'Eliashberg) rendent bien compte du comportement général des supraconducteurs usuels rencontrés dans les métaux simples et certains alliages.

Au moment où l'intérêt pour la supraconductivité conventionnelle perdait du terrain, c'est en 1979, au laboratoire de physique des solides d'Orsay, que la supraconductivité fut découverte dans un métal synthétisé à base de molécules organiques (un sel de Bechgaard [14]). En effet, l'équipe de D. Jérôme découvre la supraconductivité à 1 K dans le composé organique  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  sous une pression de 9 kbar [3]. Cette découverte a été suivie un an plus tard par celle de la supraconductivité à pression ambiante dans le  $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$  par Bechgaard *et al.*[4]. Ces observations allaient dans le sens d'une prédiction faite par Little dès 1964, qui montrait l'existence possible de la supraconductivité dans les composés moléculaires, bien que la température prédite était beaucoup plus élevée que celle observée [5]. La découverte de ces premiers supraconducteurs quasi-unidimensionnels (Q-1D), a été accompagnée par un développement rapide des méthodes de calcul théorique et des techniques expérimentales pour mieux comprendre ce type de système. Cet intérêt a été d'autant plus stimulé par l'abondante quantité de matériaux aux propriétés structurales et électroniques aussi riches que variées [6], comme l'atteste le diagramme de phase unifié température-pression des sels de Bechgaard et de Fabre (voir figure 1).

Les effets conjugués des corrélations fortes et de la basse dimensionalité sont responsables d'un très grand nombre d'instabilités qui rendent le diagramme de phase très

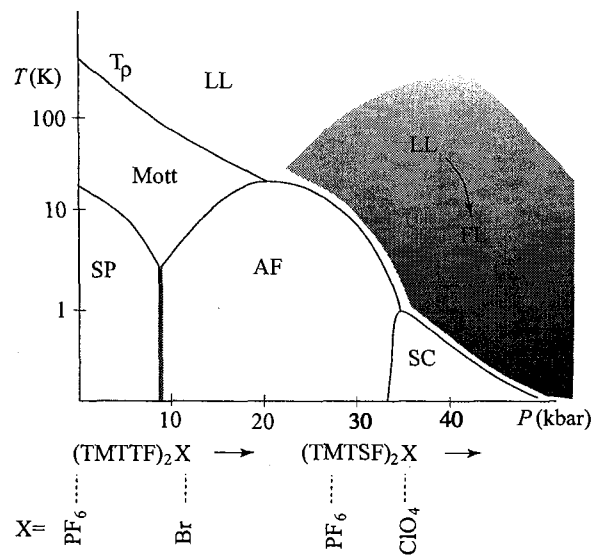


FIGURE 1 – Diagramme de phase schématique des sels de Bechgaard en fonction de la pression appliquée ou chimique (substitution de l'anion  $X$ , de sélénium par le soufre). À gauche : les composés soufrés  $(TMTTF)_2X$  se comportent comme un liquide de Luttinger ( $LL$ ) à haute température et présentent une localisation de charge à  $T_p$ , suivie d'une transition soit vers une phase Spin-Peierls ( $SP$ ), soit vers une phase antiferromagnétique ( $AF$ ) à basse température. À droite : les composés soufrés sous pression ou bien ceux aux sélénium  $(TMTSF)_2X$  qui présentent une phase de liquide de Fermi ( $FL$ ) avant d'avoir une transition  $AF$  ou bien supraconductrice ( $SC$ ) à basse température [44].

riche. Ces matériaux sont très anisotropes et ont une structure en chaînes où les molécules s'empilent préférentiellement dans une direction de l'espace. Les électrons de conduction peuvent se déplacer facilement le long des chaînes, mais beaucoup moins facilement d'une chaîne à l'autre. L'anisotropie prononcée de ces composés rend les effets des fluctuations plus faciles à observer que dans les supraconducteurs conventionnels où elles dominent que très près de la température critique [7].

Un fait marquant dans les résultats expérimentaux obtenus est la dépendance anormale en température observée au dessus de  $T_C$  de la résistivité. La variation de la résistivité en température dévie fortement de celle prévue dans un liquide de Fermi ( $\rho = \rho_0 + AT^2$ ) et montre plutôt une loi de puissance de la forme  $T^\mu$  et non une saturation attendue pour un métal normal à  $T \rightarrow 0$ . Ce comportement pourrait suggérer l'existence des fluctuations supraconductrices, lesquelles favorisent un excès de conductivité au dessus de  $T_C$  : c'est la paraconductivité. D'autre part, cette variation de conductivité est observable sur un intervalle de plusieurs fois  $T_C$ . D'un point de vue théorique, l'approche du groupe de renormalisation est en mesure d'aborder ce problème de fluctuations quantiques [7,8]. Cette théorie a déjà permis d'éclaircir les possibilités de mécanismes d'appariement qui mènent à la supraconductivité de symétries "d", "f" ou même "g" ainsi qu'aux instabilités des ondes de densité de spin (ODS) et de charge (ODC) [9, 10, 11,12]. Pour un système quasi-unidimensionnel, J. C. Nickel *et al* [12], A. Sedeki *et al* [51] et R. Duprat *et al* [9] ont solutionné les équations du groupe de renormalisation et ont montré que dans la région de l'espace qui simule le mieux la région de pression au-dessus de la pression critique ( $P \gtrsim P_c$ ), les fluctuations supraconductrices influencent la dépendance en température des fonctions de réponse  $\chi_{a,f}$  qui montrent un comportement singulet ou triplet en loi de puissance,  $\chi_{SC}(T) \simeq T^{-\mu}$  avec  $\mu \simeq 0.5$  même très loin de  $T_C$ , suivi d'un comportement de type Curie  $\chi_{SC}(T) \simeq (T - T_C)^{-1}$  très près de  $T_C$ . L'objectif dans ce mémoire est de chercher à évaluer l'influence de ces fluctuations supraconductrices sur la conductivité en phase normale et d'effectuer une comparaison théorie-expérience.

Nous allons dans le cadre de ce travail utiliser l'approche du groupe de renormalisation (GR) pour calculer les fonctions de réponse issues des fluctuations supraconductrices, notamment celles associées au courant de paires de Cooper qui, à travers la fonction courant-courant, permet de calculer la paraconductivité.

Dans le chapitre I, nous allons présenter quelques propriétés physiques des sels de Bechgaard, ainsi que ses propriétés liées à la résistivité.

Dans le chapitre II, nous allons faire une description de la méthode du groupe de

renormalisation, puis nous calculerons les fonctions de réponse ainsi que leurs équations « d'écoulement ». Nous effectuerons enfin un calcul de la paraconductivité en analysant la fonction de réponse courant-courant de paires supraconductrices. Un calcul explicite de la paraconductivité dans la limite à un canal (le canal de Cooper ou diffusion électron-électron) permettra de retrouver les résultats de type Aslamazov-Larkin [13]. Nous allons enfin étendre l'approche au cas plus général où il y a interférence quantique entre les canaux de diffusion de Cooper et électron-trou ou de Peierls.

Dans le chapitre III, nous allons présenter les résultats obtenus par simulation numérique. Il s'en suivra une comparaison avec des expériences récentes sur les sels de Bechgaard et une discussion de ces résultats.

Dans le chapitre IV, nous présenterons une conclusion.



# Chapitre 1

## LES CONDUCTEURS ORGANIQUES : les sels de Bechgaard

Les premiers conducteurs organiques stables ont été synthétisés au début des années 70 avec le célèbre composé TTF-TCNQ ( tétrathiafulvalène-tétracyanoquinodimethane). Ils sont en général constitués d'empilements de grosses molécules organiques planaires. Plus tard, les composés basés sur la molécule de TMTSF comme les sels de Bechgaard  $[(\text{TMTSF})_2\text{X}]$  et les sels de Fabre  $[(\text{TMTTF})_2\text{X}]$  ont montré la possibilité de supraconductivité. C'est particulièrement les sels de Bechgaard qui mobiliseront notre attention dans la suite de ce travail.

### 1.1 Structures moléculaire et électronique des sels de Bechgaard

Les conducteurs organiques  $(\text{TMTSF})_2\text{X}$  ont été synthétisés au Danemark dans l'équipe de K. Bechgaard [14]. On les appelle depuis les "sels de Bechgaard". L'anion inorganique X chargé négativement peut être de nature diverse, mais parmi ces sels à ions radicaux, les plus étudiés sont ceux à base de l'hexafluorophosphate ( $\text{PF}_6$ ), du perchlorate ( $\text{ClO}_4$ ) et de l'hexafluoroarsenate ( $\text{AsF}_6$ ). La molécule organique de base est le tétraméthyl-tétraséléna-fulvalène (TMTSF) (voir figures 1.1 et 1.2), qui contient 4 atomes de sélénium, 10 atomes de carbone et 12 d'hydrogène. Le matériau germe par une méthode de synthèse

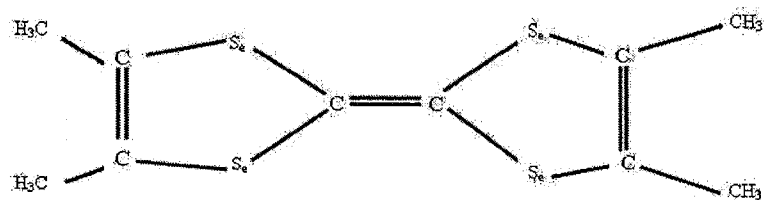


FIGURE 1.1 – Molécule de TMTSF [45].

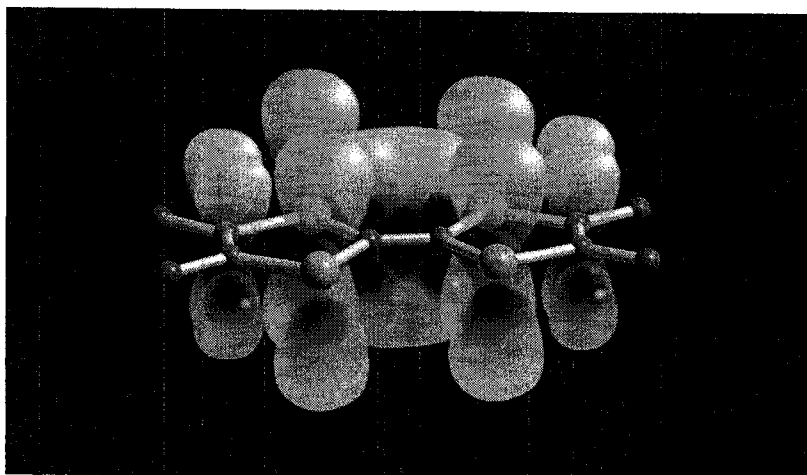


FIGURE 1.2 – La molécule plane de TMTSF [53].

électrochimique menant à des cristaux en forme d'aiguilles. Notons que si on remplace les atomes de sélénium dans le (TMTSF) par le soufre, on obtient les sels de Fabre  $(\text{TMTTF})_2\text{X}$ , où TMTTF signifie tétraméthyl-tétrathia-fulvalène.

Les figures 1.3 et 1.4 montrent comment les molécules organiques s'empilent en phase solide dans la direction  $a$  (période :  $a=0,73$  nm). Par un transfert de charge, elles forment des chaînes conductrices par recouvrement des orbitales  $\pi$  des doubles liaisons entre atomes de carbone ( $\text{C}=\text{C}$ ). Les chaînes sont juxtaposées dans la direction transverse  $b$  (période :  $b=0,78$  nm). Entre les plans des chaînes, dans la direction  $c$ , sont intercalés des plans d'anions (période :  $c=1,33$  nm). La stoechiométrie de la structure est 2 :1 ; cela signifie qu'il y a deux fois plus de molécules TMTSF que d'anions X dans cette structure. L'anion joue le rôle d'accepteur et la molécule TMTSF est une molécule donneuse lors

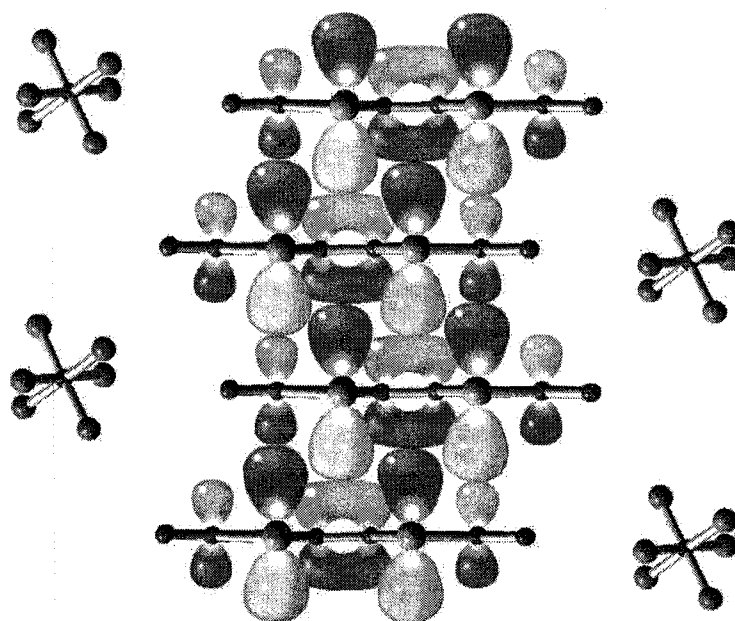


FIGURE 1.3 – Vue transversale de l'empilement en zigzag des molécules planaires TMTSF dans la direction  $a$ . L'empilement crée une structure moléculaire quasi-unidimensionnelle. Des anions s'intercalent dans les cavités et sont responsables d'un transfert de charge avec les molécules de TMTSF en phase solide [6].

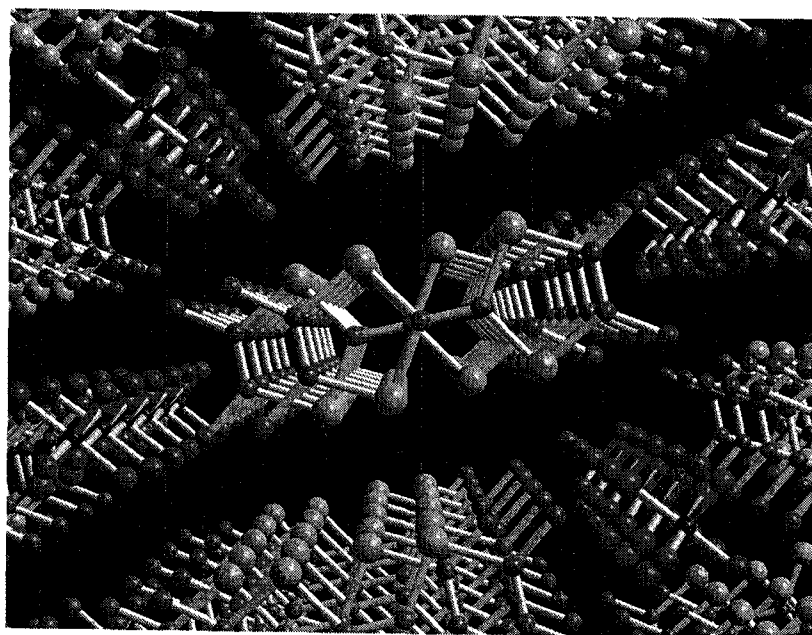


FIGURE 1.4 – Vue selon l'axe  $a$  de la structure des sels de Bechgaard montrant l'empilement périodique des unités élémentaires. Par la méthode électrochimique, les "sels de Bechgaard" cristallisent avec un pourcentage de défauts remarquablement bas [6].

d'un transfert de charge. Il y a en moyenne un demi trou pour chaque molécule organique. Cependant les liens qui connectent une molécule de TMTSF avec ses deux voisines dans la chaîne ne sont pas équivalents, ce qui introduit une légère dimérisation dans la direction des chaînes. La bande d'états électroniques est ainsi demi-remplie au lieu de 3/4 remplie si on néglige la dimérisation. Le remplissage partiel confère en principe un caractère métallique à ces matériaux. Ce sont des conducteurs organiques, en quelque sorte des "métaux synthétiques" [6], mais le demi-remplissage et même le quart-remplissage peut donner lieu à des instabilités vers des états isolants (isolant de Mott).

Du fait de cette topographie particulière, les électrons peuvent se déplacer librement le long des chaînes, dans la direction  $a$ , avec une certaine probabilité de saut. Celle-ci est quantifiée par une "intégrale de transfert" longitudinale  $t_a$  (dans le cadre d'un modèle en "liaisons fortes"). Cette probabilité est de l'ordre de 10 fois supérieure à celle qu'a l'électron de sauter d'une chaîne conductrice à une autre, dans la direction  $b$  (intégrale  $t_b$ ), et de l'ordre de 300 fois plus grande que la probabilité de sauter d'une molécule à une autre dans la direction  $c$  à travers les plans d'anions (intégrale  $t_c$ ) [6] (voir aussi section suivante).

Cette structure électronique particulière a pour première conséquence que ces matériaux sont certes des métaux, mais que la conduction ne s'effectue pas avec la même amplitude dans toutes les directions de l'espace : la conduction est dite "anisotrope". En fait, on observe expérimentalement que la conductivité électrique est 100 fois supérieure dans la direction  $a$  que dans la direction transverse  $b$ , et 10000 fois plus grande que dans la direction  $c$  à température ambiante. C'est pour cela que l'on qualifie ces métaux organiques de "quasi-unidimensionnels" [6].

Une deuxième conséquence est liée à une instabilité naturelle du gaz d'électrons à dimension réduite. On peut le visualiser graphiquement en examinant la "surface de Fermi" du système électronique. Cette surface (dans l'espace des vecteurs d'onde  $k$ ), est constituée de deux nappes ondulées aux deux valeurs opposées du "vecteur de Fermi" : c'est-à-dire à  $+k_F$  et  $-k_F$  (voir figure 1.5). Les deux nappes sont presque totalement emboîtées par une translation de vecteur  $\mathbf{Q}$ , appelé vecteur d'emboîtement.

Lorsque la température est suffisamment basse, les excitations de type électron-trou reliées par  $\mathbf{Q}$  se condensent en paires, de façon similaire à la condensation de fermions en paires de Cooper dans l'apparition de l'état supraconducteur. En fait, pour un système quasi-unidimensionnel, l'instabilité de formation de paires de Cooper est également présente mais elle est basée sur un appariement d'électrons (ou trous) avec

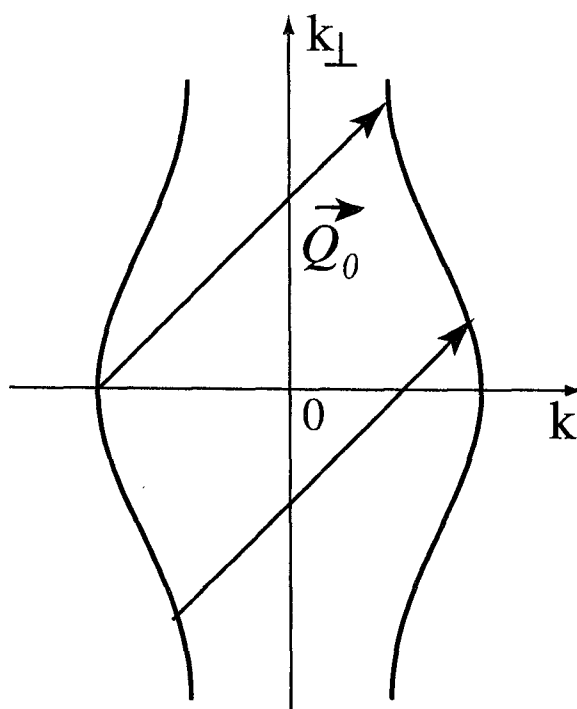


FIGURE 1.5 – La surface de Fermi d'un conducteur quasi-1D est constituée de deux nappes autour des vecteurs d'onde de Fermi de la limite purement 1D  $+k_F$  et  $-k_F$  (vues ici en coupe). Le vecteur d'onde  $\mathbf{Q}$  permet d'emboîter une nappe sur la deuxième, par translation [46].

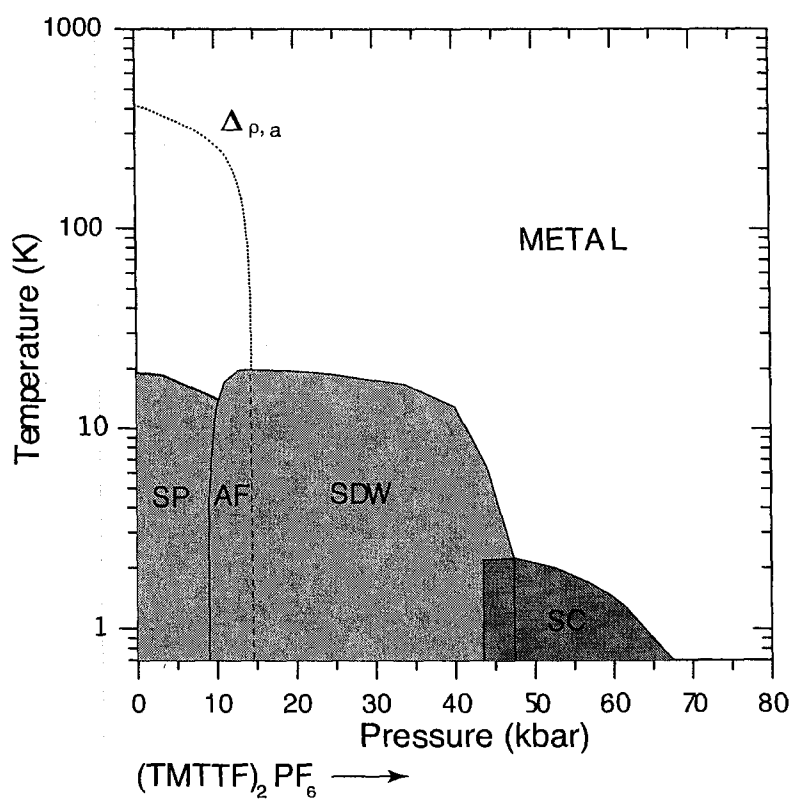


FIGURE 1.6 – Diagramme de phase générique du composé  $(\text{TMTTF})_2\text{PF}_6$  déduit par transport qui montre toutes les instabilités en fonction de la température et de la pression : SP=Spin-Peierls, AF=Antiferromagnétisme, SDW=Onde de densité de spin, SC=Supraconductivité [47, 48].

des vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$  opposés, reliés par inversion. La topographie ouverte de la surface de Fermi résulte de la structure quasi-unidimensionnelle de ces cristaux (figures 1.3 et 1.4). Cela est dû au fait que le couplage inter-chaîne devient un paramètre entrant en ligne de compte pour limiter les propriétés strictement unidimensionnelles. Toutefois, à haute température, le couplage transverse est rendu non effectif par les fluctuations thermiques et les sels de Bechgaard peuvent alors être considérés comme des conducteurs essentiellement unidimensionnels.

Un tel système a donc une tendance naturelle à présenter deux types d'instabilités très différentes qui font référence aux excitations, d'où la possibilité d'interférence entre les deux. L'état supraconducteur est bien connu (entre autres) pour sa capacité de conduire le courant électrique sans aucune perte. En revanche, les condensations en paires électron-trou conduisent à une famille d'états fondamentaux, en général isolants, comme des ondes de densité de charge (ODC), ou des ondes de densité de spin (ODS). Dans le cas d'une ODS, il s'agit d'un état antiferromagnétique.

L'interférence entre ces deux types d'instabilités favorisent l'observation de deux types d'ordre à longue distance dans le même système. Expérimentalement, c'est en variant un paramètre physique externe comme la température, la pression (ou même le champ magnétique) que nous observons une compétition entre ces deux états fondamentaux comme le montre le diagramme de phase (figure 1.6).

## 1.2 Structure de bande

Afin de décrire la structure de bande de ces composés, il est commode d'utiliser l'approximation des liaisons fortes. Pour un réseau cubique anisotrope à trois dimensions, la relation de dispersion est alors donnée par :

$$\epsilon(\mathbf{k}) = -2t_a \cos(k_a a) - 2t_b \cos(k_b b) - 2t_c \cos(k_c c) \quad (1.1)$$

où les  $t_i$  sont les intégrales de transfert suivant les trois directions avec  $a, b, c$  les distances entre premiers voisins dans chacune de ces directions.

Ce qui caractérise les conducteurs Q-1D, c'est précisément l'anisotropie des intégrales de transfert puisque le recouvrement entre orbitales est très différent dans les trois directions. Pour comprendre comment on peut calculer les valeurs effectives de  $t_a$  et  $t_b$  (voir



les références [15, 16, 17]). Dans les sels de Bechgaard, elles sont estimées à :

$$\begin{aligned} t_a &\approx 3000\text{K} \\ t_b &\approx 200\text{K} \\ t_c &\approx 10\text{K} \end{aligned} \tag{1.2}$$

où  $1\text{K} \sim 10^{-4}\text{eV}/k_B$ .

Plus précisément, avec la méthode de calcul de bande Hückel-étendue, Grant [18] obtient  $t_a/t_b \sim 17$  pour le  $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$  et  $t_a/t_b \sim 14$  pour le  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$ , alors que Canadell *et al.*, [19] donnent des valeurs de  $t_a/t_c$  entre 250 et 400 pour le  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  à température et pression ambiantes selon l'approche Hückel-étendue. Le couplage dans la direction  $c$  est tellement faible qu'on le négligera dans la modélisation des instabilités et on considérera par simplicité la relation de dispersion à deux dimensions (directions parallèle et perpendiculaire). Il est à noter cependant que le couplage dans la troisième direction est nécessaire à l'existence d'ordre à longue distance à température finie. Il ne nous reste plus qu'à linéariser la relation de dispersion longitudinale autour de la surface de Fermi 1D à  $\pm k_F$ . La surface de Fermi résultante est compatible avec la forme donnée par la figure 1.5 [10]. L'équation du spectre (1.1) se réécrit alors :

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \hbar v_F(p k_a - k_F) - 2t_{\perp} \cos(k_{\perp} b) - 2t'_{\perp} \cos(2k_{\perp} b) \tag{1.3}$$

où  $v_F = \frac{2}{\hbar} a t_a \sin(k_F a)$ ,  $t_a$  est le saut dans la direction parallèle alors que  $t_{\perp}$  et  $t'_{\perp}$  sont respectivement les sauts entre premiers et seconds voisins dans la direction  $b$  perpendiculaire. Ici  $p$  est l'indice de branche pour les électrons des feuillets droit ( $p = +1$ ) et gauche ( $p = -1$ ) de la surface de Fermi (Fig. 1.5).

### 1.3 Résistivité dans les sels de Bechgaard

La dépendance en température de la résistivité électrique dans la plupart des métaux ordinaires est principalement due aux collisions des électrons de conduction avec les phonons et avec les défauts. Mais dans les conducteurs organiques comme les sels de Bechgaard et de Fabre, cette contribution due aux phonons est plutôt faible et la résistivité est dominée en température par les collisions électron-électron. Suivant la loi de Matthies-

sen [49], les contributions élastiques ( $\rho_0$  due aux défauts et impuretés) et électron-électron permettent d'écrire :

$$\rho = \rho_0 + AT^2 \quad (1.4)$$

où  $A$  est la constante liée à l'interaction électron-électron (processus Umklapp). Lorsque l'état supraconducteur survient à une certaine température, la résistivité devrait chuter brutalement vers zéro. La figure 1.7 montre l'évolution attendue en température de la résistivité de l'état normal vers l'état supraconducteur.

Cependant dans les sels de Bechgaard, les mesures initiales de résistivité en fonction de la température de D. Jérôme *et al.* [3] montraient déjà qu'elles déviaient de celles attendues pour un supraconducteur normal comme le montre la figure 1.8. Les données montrent que la résistivité est toujours dépendante de la température et chute avec une courbure opposée à celle associée au comportement en  $T^2$ . Plusieurs autres travaux [4, 20, 21] ont plus tard confirmé ce comportement. La figure 1.9. montre la courbe de résistivité transverse en fonction de la température pour le  $(\text{TMTSF})_2(\text{ClO}_4)_{1-x}(\text{ReO}_4)_x$ . Pour  $T > 13\text{K}$ , la courbe reproduit approximativement la loi de puissance ( $\sim T^2$ ) à haute température. C'est aussi le cas pour le  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  déterminé à  $P=10$  kbar représenté par la figure 1.10. Ceci est similaire pour d'autres sels de Bechgaard [13]. À basse température  $T \lesssim 5T_C$ , le comportement en température diffère avec une courbure inversée jusqu'à la transition où il apparaît une dépendance en température de la résistivité des supraconducteurs organiques différente de celles des supraconducteurs conventionnels.

D'autre part, au niveau théorique, les prédictions des calculs du GR qui montrent une transition de l'anti-féromagnétisme vers la supraconductivité (voir figure 1.11), indiquent que la fonction de réponse supraconductrice augmente dans une gamme de température de plusieurs fois  $T_C$  (voir figure 1.12). Une telle augmentation des fluctuations supraconductrices résultent du mécanisme d'appariement des paires de Cooper qui est le résultat des fluctuations d'onde de densité de spin et/ou de charge. Ces dernières fluctuations sont présentes à relativement haute température et introduisent ainsi les fluctuations supraconductrices. Nous évaluerons l'influence d'un tel comportement sur la conductivité en phase normale.

Dans le cadre de notre travail, c'est le domaine au-dessus de la transition qui nous intéressera, très loin de  $T_C$ , le consensus semble se dégager sur un comportement liquide de Fermi comme le montre la figure 1.10, et aussi les travaux très récents de N. Joo *et al.*,

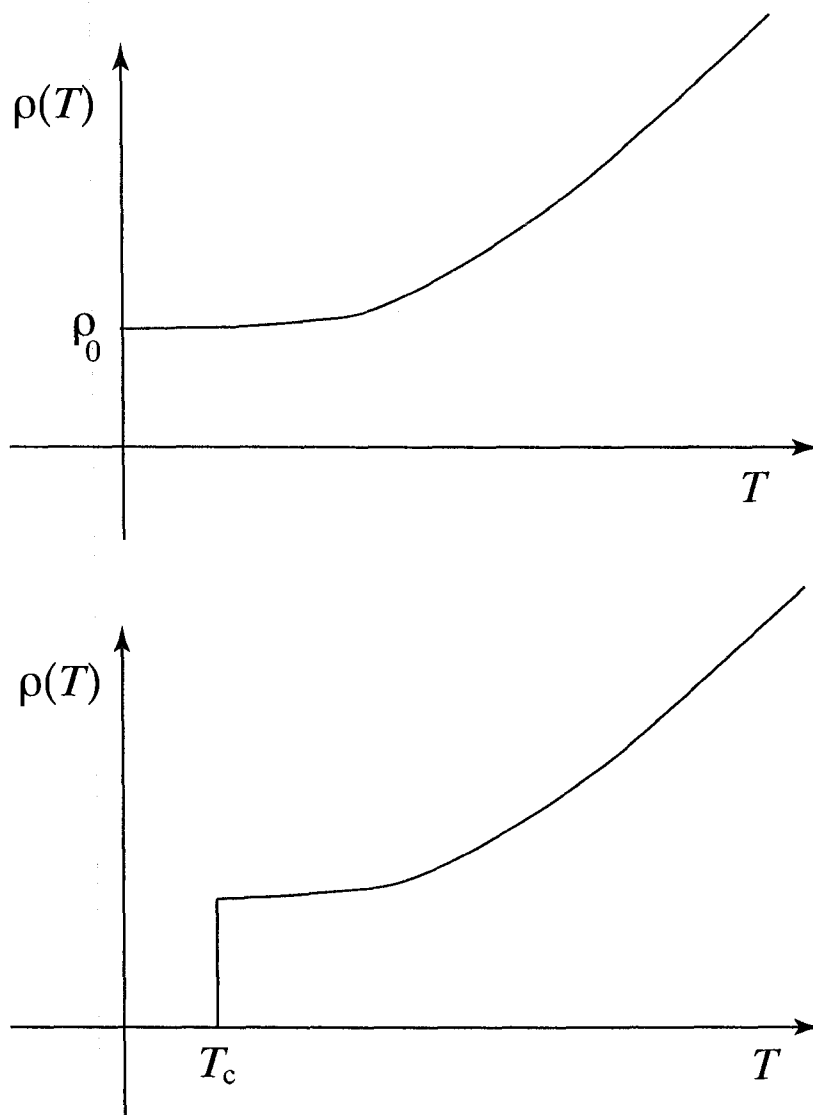


FIGURE 1.7 – (En haut) Résistivité à basse température d'un métal ordinaire et (en bas) d'un supraconducteur (en champ nul) contenant des impuretés non magnétiques. À  $T_C$ ,  $\rho$  chute de manière abrupte.

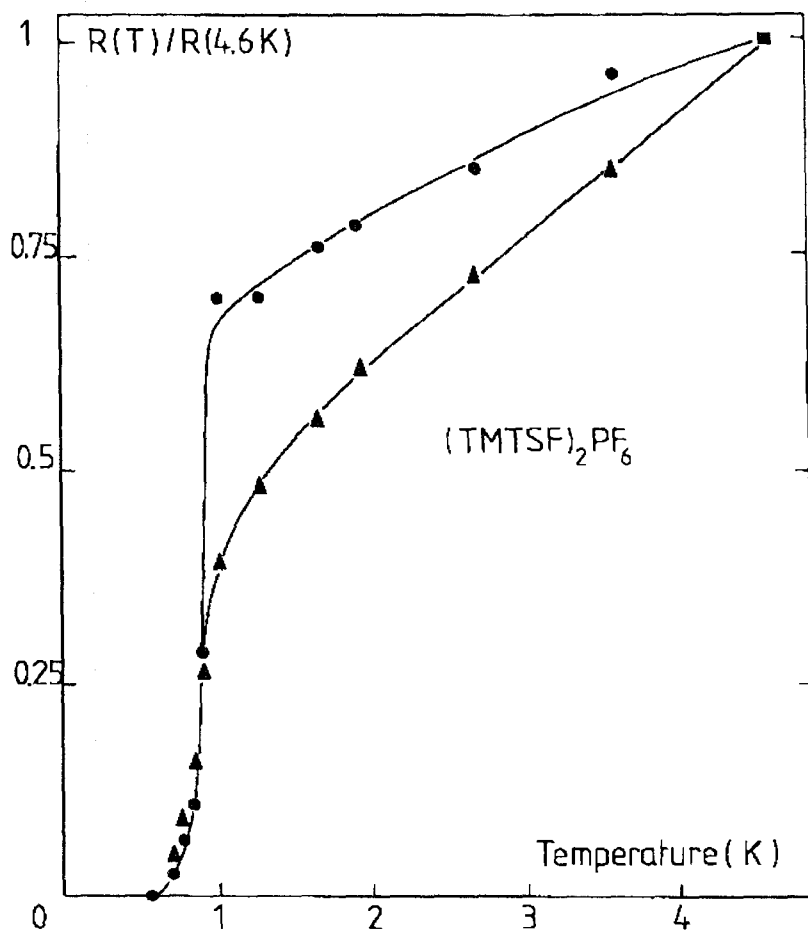


FIGURE 1.8 - Première observation de la supraconductivité organique dans le  $(TMTSF)_2PF_6$  sous pression. Les courbes représentent deux échantillons différents [3].

sur le  $(TMTSF)_2(ClO_4)$  [22]. Ainsi, nous nous attaquerons d'un point de vue théorique au calcul de la paraconductivité.

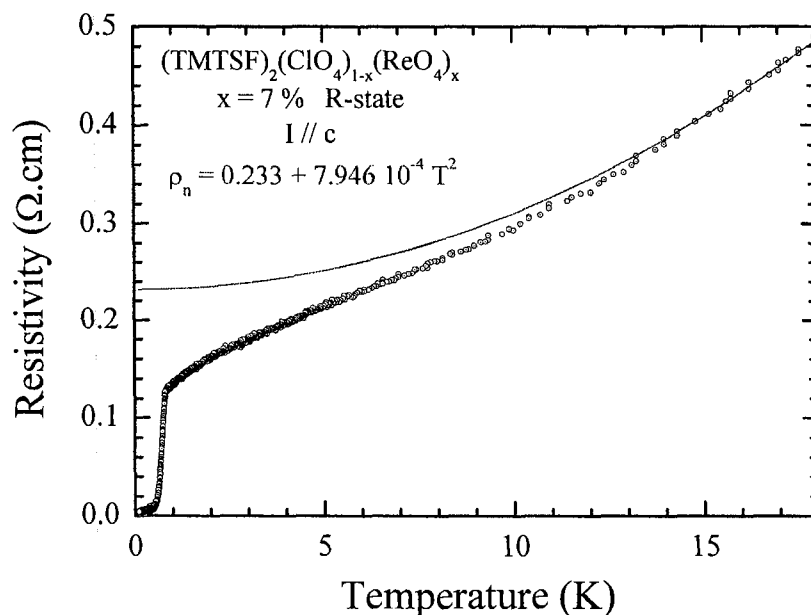


FIGURE 1.9 - Résistivité transverse en fonction de la température pour le  $(\text{TMTSF})_2(\text{ClO}_4)_{1-x}(\text{ReO}_4)_x$ . Le trait plein est un lissage de l'expression  $\rho = \rho_0 + AT^2$  de type liquide de Fermi [22].

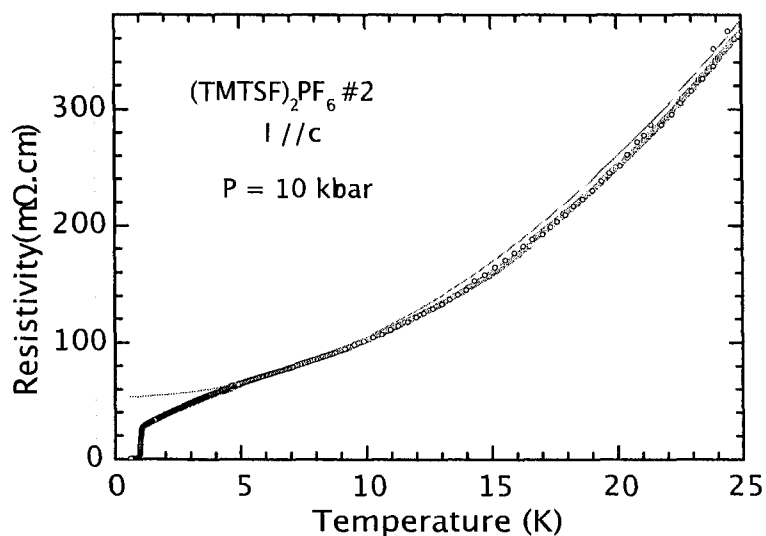


FIGURE 1.10 - Courant selon l'axe  $c = z$  en fonction de la température pour le  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  pour une pression de 10 kbar. Le trait plein est un lissage de l'expression  $\rho = \rho_0 + AT^2$  de type liquide de Fermi [52].

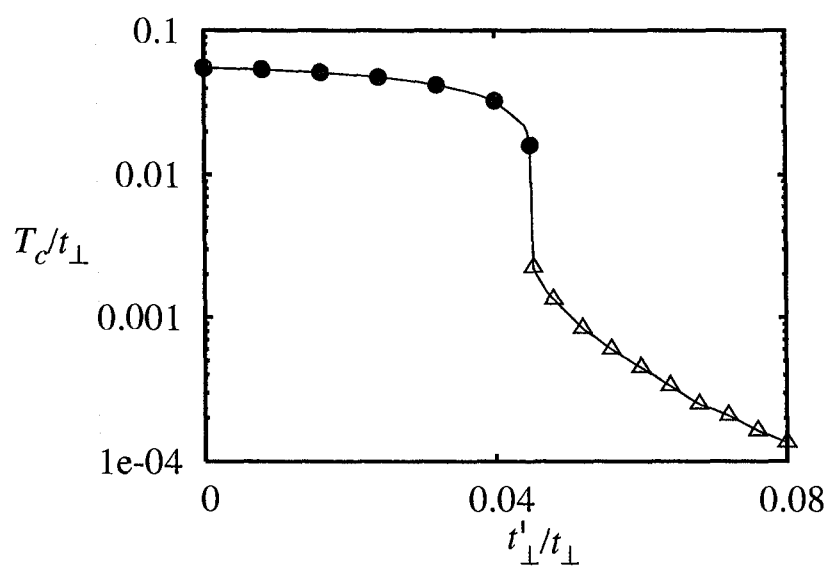


FIGURE 1.11 – Diagramme de phase calculé par le GR pour un modèle de gaz d'électrons Q-1D  $T_C$  vs le paramètre de déviation à l'emboîtement  $t'_{\perp}$  qui simule la pression. Les cercles indiquent les températures de transition pour la phase ODS et les triangles celles de la supra de symétrie "d" [12].

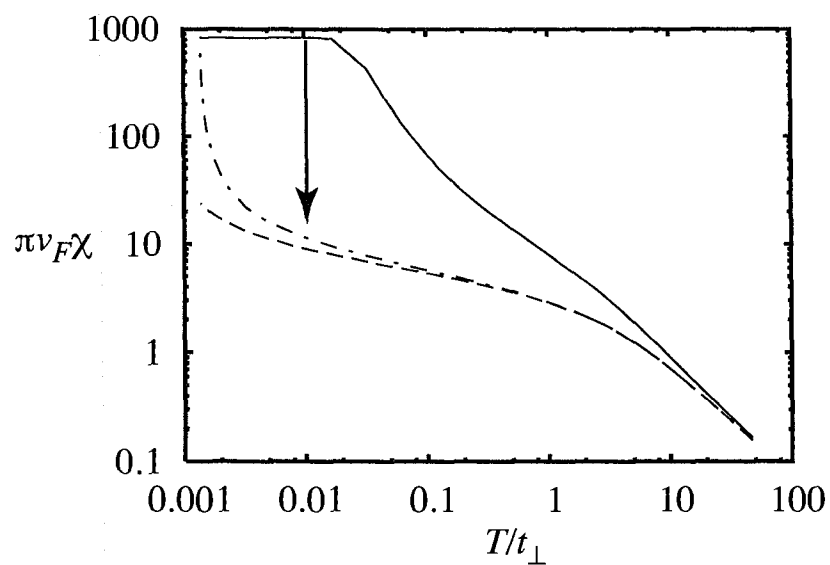


FIGURE 1.12 – Dépendance en température typique des susceptibilités antiferromagnétique (trait plein), supraconductrices “d” (trait plein et hachuré avec points) et “f” (trait hachuré) à  $t'_{\perp} = 0.048t_{\perp}$  calculées par le GR [12]. La flèche indique l’amorce des fluctuations supraconductrices à une température plusieurs fois  $T_C \sim 1K$ .

## Chapitre 2

# LE GROUPE DE RENORMALISATION ET SON APPLICATION AU CALCUL DE LA PARACONDUCTIVITÉ

Nous avons vu que les sels de Bechgaard sont des matériaux très anisotropes et présentent des propriétés connues de la physique 1D. Une des caractéristiques est l'importance des corrélations, et ceci dans plus d'un canal de diffusion électronique. Ainsi dans un système de fermions avec symétrie de renversement du temps où le spectre satisfait  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{-\mathbf{k}}$ , les corrélations particule-particule (canal de Cooper) donnent naissance à une instabilité du gaz d'électrons à basse température. Ceci est un ingrédient de base de la transition supraconductrice conventionnelle lorsque cette instabilité se couple à une attraction effective même infinitésimale. Dans les systèmes qui présentent aussi une symétrie d'emboîtement de la surface de Fermi  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = -\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}}$ , il y a de plus une autre instabilité naturelle du gaz d'électrons menant à d'importantes corrélations particule-trou (canal de Peierls), qui peuvent mener à des transitions vers des phases de type onde de densité de vecteur d'onde  $\mathbf{Q}$ . Finalement, plus un système est unidimensionnel, plus ces deux types de fluctuations sont couplées. Le groupe de renormalisation permet de tenir compte du couplage de ces différents canaux qui peut comme nous l'avons mentionné en introduction, induire des transitions de phase non conventionnelles comme la possibilité de supraconductivité singulet ou triplet induite par des fluctuations antiferromagnétiques ou d'onde de densité de charge [10,11,12].



Dans ce chapitre, nous allons présenter le groupe de renormalisation et dériver les équations qui seront utilisées dans ce mémoire. Nous allons ensuite calculer la contribution à la paraconductivité des fluctuations supraconductrices en introduisant le couplage de la densité de courant de paires supraconductrices au champ extérieur. Une comparaison des résultats de cette approche avec la limite connue d'Aslamazov-Larkin sera faite lorsque seul le canal de Cooper est considéré. La généralisation à deux canaux en interférence est ensuite analysée.

## 2.1 La renormalisation selon Kadanoff-Wilson

### Fonction de partition

Considérons un gaz d'électrons avec interactions sur un réseau linéaire de  $N_{\perp}$  chaînes de longueurs  $L$  et de distance inter chaîne  $d_{\perp}$ . Dans le formalisme dit de "g-ologie", l'hamiltonien du système que nous allons considérer est celui du modèle du gaz d'électrons qui est donné par

$$H = H_0 + H_I = \sum_{p,\mathbf{k},\sigma} E_p(\mathbf{k}) a_{p,\mathbf{k},\sigma}^{\dagger} a_{p,\mathbf{k},\sigma} + \frac{\hbar\pi v_F}{LN_{\perp}} \sum_{\{\mathbf{k},\alpha\}} g_{\{\alpha\}} \times a_{+,p,\mathbf{k}_3,\alpha_1}^{\dagger} a_{-,p,\mathbf{k}_4,\alpha_2}^{\dagger} a_{-,p,\mathbf{k}_2,\alpha_3} a_{+,p,\mathbf{k}_1,\alpha_4} \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$  et

$$E_p(\mathbf{k}) = \varepsilon_p(k) + \varepsilon_{\perp}(k_{\perp})$$

est le spectre électronique, alors que  $\varepsilon_p(k) \simeq \hbar v_F(pk - k_F)$  est la partie unidimensionnelle -linéaire- du spectre. Pour la partie transverse,

$$\varepsilon_{\perp}(k_{\perp}) = -2t_{\perp} \cos k_{\perp} d_{\perp} - 2t'_{\perp} \cos 2k_{\perp} d_{\perp}$$

où  $t_{\perp}$  et  $t'_{\perp}$  sont respectivement les intégrales du saut entre chaînes premier et second voisins.  $t'_{\perp}$  représente les déviations à l'emboîtement. Enfin, les  $g_i$  sont les constantes de couplage électron-électron :

$$g_{\{\alpha\}} = g_2 \delta\alpha_1 \alpha_4 \delta\alpha_2 \alpha_3 - g_1 \delta\alpha_1 \alpha_3 \delta\alpha_2 \alpha_4$$

où  $\alpha_i$  sont les indices de spin. Dans le modèle du gaz d'électrons que nous utiliserons, les constantes d'interaction  $g_i$  décrivent respectivement, une diffusion vers l'arrière ( $g_1$ ) et une diffusion vers l'avant ( $g_2$ ) entre électrons de branches opposées. La signification de chaque constante d'interaction est schématisée sur la figure 2.1. La figure 2.2 décrit les différents processus qui y sont attachés :

-  $g_1$  décrit un processus dans lequel deux électrons de part et d'autre de la surface de Fermi sont rétro-diffusés. Chaque électron subit un transfert d'impulsion de l'ordre de  $2k_F$ .

-  $g_2$  décrit un processus dans lequel chaque électron reste du même coté de la surface de Fermi. Le transfert d'impulsion dans ce cas est faible.

Lorsque plusieurs mécanismes sont en compétition, le groupe de renormalisation se formule aisément à l'aide d'une fonction de partition exprimée sous forme d'une intégrale fonctionnelle. Pour ce faire, il faut écrire la fonction de partition comme une trace sur les états cohérents de fermions, qui est une procédure standard [41]. Le résultat final est une fonction de partition décrite en terme d'intégrale fonctionnelle sur des variables de Grassmann.

La fonction de partition en présence de champs sources prend alors la forme :

$$\begin{aligned}
Z[h, A] &= \text{Tre}^{-\beta H} \\
&\rightarrow \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}_0[\psi^*, \psi] + \mathcal{S}_I[\psi^*, \psi] + \mathcal{S}_h + \mathcal{S}_A} \\
&= \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \exp \left\{ \sum_{p, \tilde{k}, \alpha} \left[ G_p^0(\tilde{k}) \right]^{-1} \psi_{p, \alpha}^*(\tilde{k}), \psi_{p, \alpha}(\tilde{k}) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\hbar \pi v_F k_B T}{LN_{\perp}} \sum_{\tilde{k}, \alpha} g_{\{\alpha\}} \psi_{+, \alpha_1}^*(\tilde{k}_3), \psi_{-, \alpha_2}^*(\tilde{k}_4) \psi_{-, \alpha_3}(\tilde{k}_2), \psi_{+, \alpha_4}(\tilde{k}_1) + \mathcal{S}_h + \mathcal{S}_A \right\}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où  $\tilde{k} = (k, k_{\perp}, \omega_m)$ .

La partie libre  $\mathcal{S}_0$  est paramétrisée par :

$$G_p^0(\tilde{k}) = [i\omega_n - E_p(\mathbf{k})]^{-1}$$

qui est le propagateur de fermion libre, alors que

$$\mathcal{S}_h = \sum_{\alpha, \mathbf{q}, m} [h_{\mu}(\mathbf{q}) O_{\mu}^*(\mathbf{q}, \omega_m) + c.c.]$$

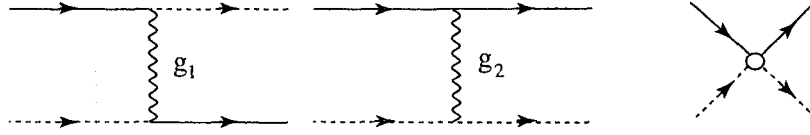


FIGURE 2.1 – Couplages de diffusion vers l'arrière ( $g_1$ ) et vers l'avant ( $g_2$ ) du modèle de gaz de fermions et leurs diagrammes correspondants. Le cercle ouvert correspond à la partie générique  $g_{\{\alpha\}}$  du vertex à quatre points pour les couplages vers l'arrière et l'avant.

est l'action associée au champ source  $h^{(*)}$  qui se couple au champ  $O^{(*)}$  à deux particules du canal de Cooper et  $S_A$  est la partie de l'action associée au courant de paires supraconductrices que l'on introduira dans la section suivante.

Le canal de Cooper (diffusion particule - particule) est à la base des fluctuations supraconductrices, le champ composite  $O_\mu$ , ainsi que sa transformée de Fourier en contributions singulet ( $SS$ ) et triplet ( $ST$ ) sont définis par :

$$\begin{aligned} O_{\mu_c=0}(\mathbf{r} = x, x_\perp, \tau) &= O_{ss}(\mathbf{r}, \tau) \\ &= \sum_{\alpha} \alpha \psi_{-, -\alpha}(x, x_\perp, \tau) \psi_{+, \alpha}(x, x_\perp, \tau) \\ &= \sqrt{\frac{k_B T}{LN_\perp}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} O_{\mu_c=0}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} - \omega_m \tau} \end{aligned}$$

avec

$$O_{\mu_c=0}(\mathbf{q}, \omega_m) = \sqrt{\frac{k_B T}{LN_\perp}} \sum_{\mathbf{k}, \alpha, \omega_n} \alpha \psi_{-, -\alpha}(-\mathbf{k} + \mathbf{q}, -\omega_n + \omega_m) \psi_{+, \alpha}(\mathbf{k}, \omega_n) \quad (2.3)$$

pour le champ supraconducteur singulet et

$$\begin{aligned} O_{\mu_c \neq 0}(\mathbf{r} = x, x_\perp, \tau) &= O_{st}(\mathbf{r}, \tau) \\ &= \sum_{\alpha, \beta} \psi_{-, -\alpha}(x, x_\perp, \tau) \sigma_{x,y,z}^{\alpha\beta} \psi_{+, \beta}(x, x_\perp, \tau) \end{aligned}$$

avec

$$O_{\mu_c \neq 0}(\mathbf{q}, \omega_m) = \sqrt{\frac{k_B T}{LN_\perp}} \sum_{\mathbf{k}, \omega_n, \alpha, \beta} \psi_{-, -\alpha}(-\mathbf{k} + \mathbf{q}, -\omega_n + \omega_m) \sigma_{x,y,z}^{\alpha\beta} \psi_{+, \beta}(\mathbf{k}, \omega_n) \quad (2.4)$$

pour le champ triplet. Ici  $\sigma_{x,y,z}^{\alpha\beta}$  sont les matrices de Pauli.

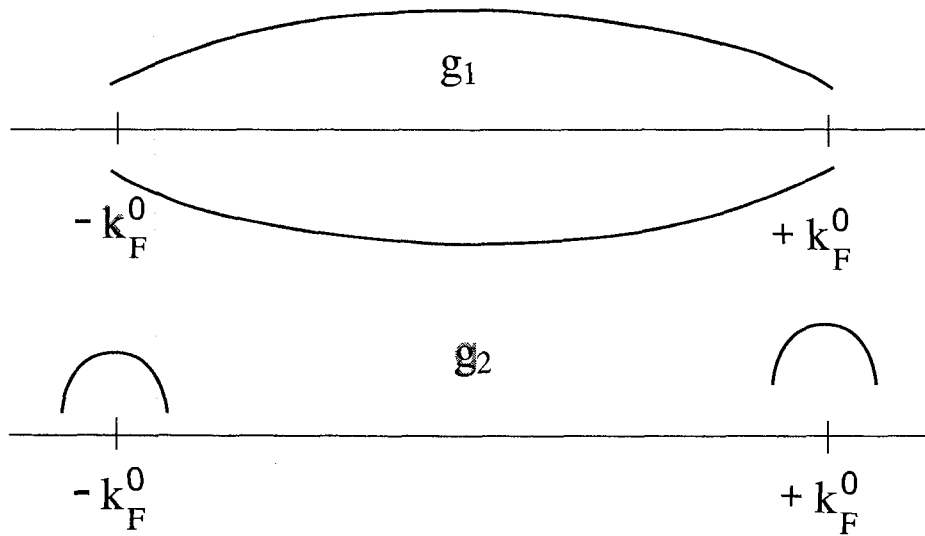


FIGURE 2.2 – Représentation schématique des processus de diffusion  $g_1$  (en haut) et  $g_2$  (en bas) à faible énergie.

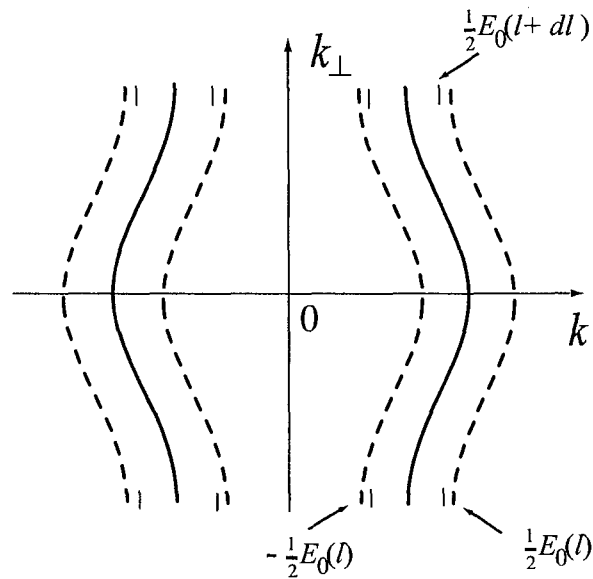


FIGURE 2.3 – Représentation schématique de la largeur de bande d'énergie initiale.

Définissons la largeur de l'énergie de bande initiale  $E_0$  de notre système (voir la figure 2.3). Divisons chaque coté du niveau de Fermi en intervalles de largeur  $\frac{1}{2}E_0$ . L'idée du groupe de renormalisation de Kadanoff-Wilson est la transformation où la renormalisation de l'action suivant l'intégration partielle des  $\bar{\psi}^{(*)}$  avec  $\mathbf{k}$  dans la coque externe de largeur  $\frac{dE_0(l)}{2}$  sur les deux cotés du niveau de Fermi, où  $E_0(l) = E_0 \exp(-l)$  est la largeur de bande effective au pas d'intégration  $l$ . La transformation de l'action de  $l$  à  $l+dl$  ( $dl \ll 1$ ), qui garde la fonction de partition invariante, prend la forme :

$$\begin{aligned} Z &= e^{A(l)} \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_{<}} \iint \mathcal{D}\bar{\psi}^* \mathcal{D}\bar{\psi} e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}]_{dl}} \\ &= e^{A(l+dl)} \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_{l+dl}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $A(l)$  est la densité d'énergie libre au pas  $l$ . La mesure d'intégration sur la coque est donnée par

$$\mathcal{D}\bar{\psi}^* \mathcal{D}\bar{\psi} = \prod_{p, \alpha, \{\tilde{\mathbf{k}}\}'} d\bar{\psi}_{p, \alpha}^*(\tilde{\mathbf{k}}) d\bar{\psi}_{p, \alpha}(\tilde{\mathbf{k}})$$

et

$$\tilde{\mathbf{k}}' = \{\mathbf{k}\}' \{\omega_n\}$$

où  $\{\mathbf{k}\}'$  correspond à tous les moments dans la coque externe des directions parallèle et transverse.  $\{\omega_n\}$  couvre toutes les fréquences de Matsubara.  $\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_{<}$  est l'action de tous les degrés de liberté à l'extérieur de la coque, et l'action

$$\mathcal{S}[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] = \mathcal{S}_0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}] + \bar{\mathcal{S}}_I[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] + \bar{\mathcal{S}}_h[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}, h^*, h] + \bar{\mathcal{S}}_A[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] \quad (2.6)$$

est constituée des parties libre, avec interaction, et les termes sources contenant les champs à intégrer. Les degrés de liberté des fermions extérieurs à la coque ( $<$ ) sont gardés fixes.

En pratique, l'intégrale partielle de l'équation (2.5) se fait plus facilement à l'aide des diagrammes, par le biais du théorème des diagrammes connexes [42], soit de manière perturbative. Dans une approximation à une boucle pour les corrections à l'interaction, seulement les termes d'ordre  $g^2$  seront considérés. En tenant compte des champs sources,

la fonction de partition prend la forme :

$$Z = e^{A(l+dl)} \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \exp \left\{ \mathcal{S}[\psi^*, \psi]_{<} + \sum_{n=1}^2 \frac{1}{n!} \langle \langle \bar{\mathcal{S}}_I[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] + \bar{\mathcal{S}}_h + \bar{\mathcal{S}}_A \rangle \rangle_{\bar{0},c} \right\} \quad (2.7)$$

où

$$\langle \dots \rangle_{\bar{0},c} = Z_{\bar{0}}^{-1} \iint \mathcal{D}\bar{\psi}^* \mathcal{D}\bar{\psi} (\dots) e^{S_0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]}$$

est la moyenne de fermions libres correspondant à un diagramme connexe sur la coque externe et

$$Z_{\bar{0}} = \iint \mathcal{D}\bar{\psi}^* \mathcal{D}\bar{\psi} e^{S_0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]}$$

La partie d'interaction dans l'équation (2.6) devient

$$\mathcal{S}_I[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] = \sum_i^4 \mathcal{S}_{I,i}[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}]$$

qui est la somme des contributions ayant  $i = 1, \dots, 4$  champs  $\bar{\psi}^{(*)}$  dans la coque externe à intégrer.

### 2.1.1 Contribution du courant de paires à l'action

Dans ce paragraphe, nous allons expliciter la forme du champ de courant de paires supraconductrices  $\mathbf{J}$ . Pour ce faire, on note que dans le formalisme Ginzburg - Landau, la densité du courant fonction du paramètre d'ordre  $\Psi$  en absence du champ magnétique est donnée par [13] :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -i \frac{e\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) \quad (2.8)$$

Ici  $e$  est la charge de l'électron et  $m$  sa masse.

En utilisant la relation de proportionnalité entre le paramètre d'ordre  $\Psi$  et le gap supraconducteur  $\Delta$  à savoir  $\Psi = \frac{7\zeta(3)n}{8(\pi k_B T_C)^2} \Delta$  [43], la densité de courant de paires peut aussi s'écrire :

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -i \frac{7\zeta(3)n\hbar e}{16m(\pi k_B T_C)^2} (\Delta(\mathbf{r}) \nabla \Delta^*(\mathbf{r}) - \Delta^*(\mathbf{r}) \nabla \Delta(\mathbf{r})) \quad (2.9)$$

$n$  est la densité d'électrons par unité de volume,  $\zeta(x)$  la fonction zêta,  $T_C$  est la température

critique. D'autre part, dans le formalisme microscopique de la théorie Landau-Ginzburg, le gap est relié aux champs de fermions par la relation  $\Delta = -g \langle \psi_{\pm}^{(*)} \psi_{\mp}^{(*)} \rangle$  où  $g$  est le couplage de la théorie BCS. On pourra ainsi définir un champ de courant de paires de composante  $\mu_{C=SS, ST}$  qui sera de la forme :

$$\mathbf{J}_{\mu_C}(\mathbf{r}) = -i \frac{7\zeta(3)n\hbar e g_{\mu_C}^2}{16m(\pi k_B T_C)^2} (O_{\mu_C}(\mathbf{r})\nabla O_{\mu_C}^*(\mathbf{r}) - O_{\mu_C}^*(\mathbf{r})\nabla O_{\mu_C}(\mathbf{r})) \quad (2.10)$$

où les champs  $O_{\mu_C}$  sont définis en (2.3) et (2.4). Cette forme du courant de paires supraconductrices puisque la constante est issue de la théorie de champ moyen BCS, nous retrouverons effectivement dans le calcul des cas limites pour la paraconductivité les expressions connues à une constante numérique près.

Pour l'action, la contribution de l'interaction du courant de paires au potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  dans l'espace de Fourier-Matsubara est alors

$$\begin{aligned} S_A &= \sum_{\mu_C} \iint \mathbf{J}_{\mu_C}(\mathbf{r}', \tau') \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}', \tau') d\mathbf{r}' d\tau' \\ &= \frac{7\zeta(3)n\hbar e g_{\mu_C}^2}{16m(\pi k_B T_C)^2} z_A \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2}} \sum_{\mathbf{q}, m} \mathbf{q} \cdot \mathbf{A}(\omega_{\nu}) (O_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) O_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) + \text{c.c}) \end{aligned} \quad (2.11)$$

où  $\omega_{\nu}$  est la fréquence externe et  $z_A$  est le coefficient du groupe de renormalisation pour la correction de vertex du courant. À  $l = 0$ ,  $z_A = 1$

La dernière expression de (2.11) se limite au cas où la longueur d'onde du champ appliqué est infinie.

### 2.1.2 Relation de récurrence pour la fonction de réponse courant-courant de paraconductivité

La transformation de Kadanoff-Wilson en présence d'un couplage du potentiel vecteur au courant de paires supraconductrices ( $\mathcal{S}_A$ ) et d'un champ source  $\mathcal{S}_h$  est donnée par :

$$\begin{aligned}
Z &\sim \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_l} \iint \mathcal{D}\bar{\psi}^* \mathcal{D}\bar{\psi} e^{\mathcal{S}_0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]} e^{\bar{\mathcal{S}}_I[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}] + \bar{\mathcal{S}}_h[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}, h^*, h] + \bar{\mathcal{S}}_A[\psi^*, \psi, \bar{\psi}^*, \bar{\psi}]} \\
&\sim \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_l + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle (\bar{\mathcal{S}}_I + \bar{\mathcal{S}}_h + \bar{\mathcal{S}}_A)^n \rangle_{\bar{0}, c}} \\
&\sim \iint_{<} \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}[\psi^*, \psi]_l + \frac{1}{2} \langle \bar{\mathcal{S}}_I^2 \rangle_{\bar{0}, c} + \langle \bar{\mathcal{S}}_A \bar{\mathcal{S}}_I \rangle_{\bar{0}, c} + \langle \bar{\mathcal{S}}_A \bar{\mathcal{S}}_h \rangle_{\bar{0}, c} + \langle \bar{\mathcal{S}}_I \bar{\mathcal{S}}_h \rangle_{\bar{0}, c} + \frac{1}{2} \langle \bar{\mathcal{S}}_A^2 \rangle_{\bar{0}, c} + \frac{1}{2} \langle \bar{\mathcal{S}}_h^2 \rangle_{\bar{0}, c}} \quad (2.12)
\end{aligned}$$

L'évaluation des contractions  $\langle (\dots)^n \rangle_{\bar{0}, c}$  à l'ordre  $n$  permet d'obtenir la relation de récurrence de l'ensemble des termes de l'action  $\mathcal{S}$ . Dans (2.12), on s'intéressera à l'ordre une boucle qui s'obtient à partir des termes générés à  $n = 2$ . Si on regarde la forme explicite de  $\bar{\mathcal{S}}_I$ , on constate que pour un remplissage de bande non commensurable (sans diffusion Umklapp), la renormalisation des amplitudes de diffusion à une boucle est obtenue à partir de  $\bar{\mathcal{S}}_{I,2}$  où deux champs de fermions sont dans la coque.  $\bar{\mathcal{S}}_{I,2}$  est de la forme

$$\bar{\mathcal{S}}_{I,2} = \mathcal{S}_{I,2}^C + \mathcal{S}_{I,2}^P \simeq (\bar{\psi}_+^* \bar{\psi}_-^* \psi_- \psi_+ + \text{c.c.}) + (\bar{\psi}_+^* \psi_-^* \bar{\psi}_- \psi_+ + \text{c.c.}) \quad (2.13)$$

et est principalement composé de deux termes correspondant respectivement à mettre deux électrons (ou 2 trous) sur la coque externe (canal de Cooper), une particule et un trou sur deux branches opposées (canal de Peierls). Nous avons omis celui où une particule et un trou sont sur la même branche (canal de Landau). Ce dernier ne donne pas des contributions logarithmiques à une boucle et sera négligé.

Bien que absentes dans l'action initiale, les interactions à trois particules sont générées au cours de la renormalisation, mais ne seront pas considérées car ces contributions sont impliquées dans les corrections d'ordre deux boucles. Seront aussi négligées, les constantes de renormalisation non logarithmiques comme le terme Hartree-Fock à une particule à  $n = 1$  qui entrent plutôt dans la correction du potentiel chimique.

À l'aide des champs composites, récrivons par commodité l'interaction sous la forme



$$\begin{aligned} \bar{S}_{I,2} = \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} \left\{ -g_{ss} \bar{O}_{ss}^*(\mathbf{q}, \omega_m) O_{ss}(\mathbf{q}, \omega_m) - g_{st} \bar{O}_{st}^*(\mathbf{q}, \omega_m) O_{st}(\mathbf{q}, \omega_m) \right. \\ \left. - g_{odc} \bar{O}_{odc}^*(\mathbf{q}, \omega_m) O_{odc}(\mathbf{q}, \omega_m) - g_{ods} \bar{O}_{ods}^*(\mathbf{q}, \omega_m) O_{ods}(\mathbf{q}, \omega_m) + \text{c.c} \right\} \end{aligned}$$

où les combinaisons d'interactions sont données par

$$\begin{aligned} g_{ss} &= \frac{1}{2}(g_2 + g_1), \quad g_{st} = \frac{1}{2}(g_2 - g_1) \\ g_{odc} &= \frac{1}{2}(2g_1 - g_2), \quad g_{ods} = -\frac{1}{2}g_2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Les champs composites dans le canal de Cooper sont ici donnés en (2.3) et (2.4), alors que dans le canal de Peierls

$$\begin{aligned} O_{odc}(\mathbf{q}, \omega_m) &= \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{k}, \alpha, n} \psi_{-, -\alpha}^*(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \omega_n - \omega_m) \psi_{+, \alpha}(\mathbf{k}, \omega_n) \\ O_{ods, y, z}(\mathbf{q}, \omega_m) &= \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{k}, \alpha, \beta, n} \psi_{-, -\alpha}^*(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \omega_n - \omega_m) \sigma_{x, y, z}^{\alpha, \beta} \psi_{+, \beta}(\mathbf{k}, \omega_n) \end{aligned} \quad (2.15)$$

avec  $\mathbf{k} = (k, k_{\perp})$ ,  $\mathbf{q} = (q + 2k_F, q_{\perp})$ .

Les équations (2.15) représentent les champs composites d'onde de densité de charge (ODC) et de spin (ODS) comme superposition de paires diffusion électron-trou. La décomposition dans la coque externe du couplage  $\bar{S}_A$ , impliquant le courant  $\bar{S}_A = \bar{S}_{A,2} + \bar{S}_{A,4} + \dots$ , est constituée principalement de deux termes avec 2 et 4 champs dans la coque.

$$\begin{aligned} \bar{S}_A &= \bar{S}_{A,2} + \bar{S}_{A,4} + \dots \\ &= \mathcal{B} z_A \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2}} \sum_{\mathbf{q}, m} \mathbf{q} \cdot \mathbf{A}(\omega_{\nu}) (\bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) O_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) + \text{c.c}) \\ &+ \mathcal{B} z_A \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2}} \sum_{\mathbf{q}, m} \mathbf{q} \cdot \mathbf{A}(\omega_{\nu}) (\bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) \bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) + \text{c.c}) + \dots \end{aligned} \quad (2.16)$$

où nous avons défini

$$\mathcal{B} = \frac{7\zeta(3)n\hbar e g^2}{16m(\pi k_B T_C)^2}$$

$\omega_\nu = 2\nu\pi k_B T$  est la fréquence externe de Matsubara. Finalement, le terme source  $\bar{\mathcal{S}}_h$  n'est constitué que d'un seul terme pertinent, à savoir

$$\bar{\mathcal{S}}_h = \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} z_h [h_\mu(\mathbf{q}, \omega_m) \bar{O}_\mu^*(\mathbf{q}, \omega_m) + \text{c.c}] \quad (2.17)$$

Analysons les deux termes impliquant les contractions du courant de paires supraconductrices. Le premier

$$\begin{aligned} \langle \bar{\mathcal{S}}_A \bar{\mathcal{S}}_I \rangle_{\bar{0}, c} &\longrightarrow \langle \mathcal{S}_{A,2} \mathcal{S}_{I,2}^C \rangle_{\bar{0}, c} \\ &= -\mathcal{B} \sqrt{\frac{k_B T}{LN_\perp d_\perp^2}} \sum_{\mu_C} g_{\mu_C} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} \sum_{\omega_\nu} 2z_{A, \mu_C} \langle \bar{O}_{\mu_C}^* \bar{O}_{\mu_C} \rangle_{\bar{0}, c} \mathbf{q} \cdot \mathbf{A}(\omega_\nu) \\ &\quad \times [O_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) O_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_\nu) + \text{c.c}] \end{aligned} \quad (2.18)$$

qui est une correction ayant la même forme que  $\mathcal{S}_A$  et renormalisera donc  $z_A$ . L'évaluation de la contraction  $\langle \bar{O}_{\mu_C}^* \bar{O}_{\mu_C} \rangle_{\bar{0}, c}$  est donnée à l'annexe A. À vecteur d'onde et fréquence externes nuls, elle est donnée par :

$$\langle \bar{O}_{\mu_C}^* \bar{O}_{\mu_C} \rangle_{\bar{0}, c} = \frac{1}{\hbar\pi v_F} dl \quad (2.19)$$

On en déduit la relation de récurrence pour  $z_A$  :

$$z_{A\mu_C}(l + dl) = z_{A\mu_C}(l) - 2z_{A\mu_C}(l) \tilde{g}_{\mu_C} dl \quad (2.20)$$

ou

$$\frac{d \ln z_{A\mu_C}}{dl} = -2\tilde{g}_{\mu_C}(l) \quad (2.21)$$

dont la dépendance sur  $l$  de  $\tilde{g}_{\mu_C}$  est liée à l'évaluation des corrections de  $\mathcal{S}_I$  que nous expliquerons pour différentes situations à la section suivante. Ici  $\tilde{g}_{\mu_C} = g_{\mu_C}/\hbar\pi v_F$  et  $\mu_C = \text{SS}, \text{ST}$ . La solution peut s'écrire sous la forme

$$z_{A\mu_C}(l(\mathbf{q}, \omega_m)) = \exp \left[ -2 \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} \tilde{g}_{\mu_C}(l) dl \right] \quad (2.22)$$

où nous avons restauré la dépendance sur  $\mathbf{q}$  et  $\omega_m$  dans les conditions limites. Cette dépendance sera explicitée à la prochaine section.

Si nous passons au terme  $\frac{1}{2} \langle \bar{\mathcal{S}}_A^2 \rangle_{\bar{0}, c}$ , seule la contribution  $\frac{1}{2} \langle \bar{\mathcal{S}}_{A,4}^2 \rangle_{\bar{0}, c}$  est pertinente et

s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \langle \bar{S}_{A,4}^2 \rangle_{\bar{0},c} &= \frac{1}{2} \mathcal{B}^2 \frac{k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_{\tilde{q}, \tilde{q}'} \sum_{\mu_C, \mu'_C} \sum_{\omega_{\nu}, \omega_{\nu'}} \sum_{\alpha, \beta} q_{\alpha} A_{\alpha}(\omega_{\nu}) q'_{\beta} A_{\beta}(\omega_{\nu'}) z_{A, \mu_C} z_{A, \mu'_C} \\ &\times \langle (\bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) + c.c.) (\bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}', \omega_{m'}) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}', \omega_{m'} + \omega_{\nu'}) + c.c.) \rangle_{\bar{0},c} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ici  $\alpha, \beta = x, y, z$  et  $\tilde{q} = (\mathbf{q}, \omega_m)$ . L'expression (2.23) fait intervenir une contraction à quatre champs composites dans la coque. La contribution connexe la plus singulière est de la forme d'un produit

$$\begin{aligned} \langle \dots \rangle_{\bar{0},c} &= \langle \bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}', \omega_{m'}) \bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}', \omega_{m'} + \omega_{\nu'}) \rangle_{\bar{0},c} \\ &\approx \langle \bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}', \omega_{m'}) \rangle_{\bar{0},c} \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \delta_{\omega_m, \omega_{m'}} \delta_{\mu_C, \mu'_C} \\ &\times \langle \bar{O}_{\mu_C}^*(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) \bar{O}_{\mu_C}(\mathbf{q}', \omega_{m'} + \omega_{\nu'}) \rangle_{\bar{0},c} \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \delta_{\omega_m + \omega_{\nu}, \omega_{m'} + \omega_{\nu'}} \delta_{\mu_C, \mu'_C} + \dots \\ &= \left( \frac{dl}{\hbar \pi v_F} \right) \left( \frac{dl'}{\hbar \pi v_F} \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.24)$$

lorsque évaluée à vecteur d'onde et fréquence nuls. Les intégrations successives donneront à l'étape  $l$  :

$$\begin{aligned} \int_l \int_{l'} \left\{ \frac{1}{2} \langle \bar{S}_{A,4}^2 \rangle_{\bar{0},c} \right\} &\longrightarrow \mathcal{B}^2 \frac{2k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_{\tilde{q}} \sum_{\mu_C} \sum_{\omega_{\nu}} \sum_{\alpha, \beta} q_{\alpha} A_{\alpha}(\omega_{\nu}) \mathbf{q}_{\beta} A_{\beta}(\omega_{\nu}) \\ &\times \left( \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} \frac{z_{A, \mu_C} dl}{\hbar \pi v_F} \right) \left( \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu})} \frac{z_{A, \mu_C} dl'}{\hbar \pi v_F} \right) \\ &\equiv \sum_{\mu_C} \sum_{\omega_{\nu}} A_{\alpha}(\omega_{\nu}) \mathcal{Q}_{\alpha, \beta}^{\mu_C}(\omega_{\nu}) A_{\beta}(\omega_{\nu}) \end{aligned} \quad (2.25)$$

où

$$\mathcal{Q}_{\alpha, \beta}^{\mu_C}(\omega_{\nu}) = \mathcal{B}^2 \frac{2k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_{\tilde{q}} \sum_{\alpha, \beta} \mathbf{q}_{\alpha} \mathbf{q}_{\beta} \left( \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} \frac{z_{A, \mu_C} dl}{\hbar \pi v_F} \right) \left( \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu})} \frac{z_{A, \mu_C} dl'}{\hbar \pi v_F} \right) \quad (2.26)$$

est la réponse électromagnétique. Cette expression permet de définir la réponse courant-courant pour la paraconductivité qui coïncide avec la transformée de Fourier-Matsubara de la fonction de corrélation courant-courant de paires supraconductrices (Voir Annexe

B). L'expression entre paranthèses

$$\frac{1}{\hbar\pi v_F} \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} z_{A, \mu_C} dl = \chi_{\mu_c}(\mathbf{q}, \omega_m) \quad (2.27)$$

correspond à la fonction de réponse supraconductrice  $\chi_{\mu_c}$ . Pour s'en convaincre, regardons les termes liés à  $\mathcal{S}_h$  qui font intervenir cette susceptibilité. Par commodité réécrivons l'action (2.12) en ne retenant que les termes qui entrent dans ce calcul à savoir :

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \mathcal{S}_< + \langle \mathcal{S}_{I,2}^C \cdot \bar{\mathcal{S}}_h \rangle_{\bar{0}, C} + \frac{1}{2} \langle (\bar{\mathcal{S}}_h)^2 \rangle_{\bar{0}, C} \\ &= \mathcal{S}_< - dl \sum_{\mu_C} \tilde{g}_{\mu_C} z_{\mu_c} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} (h_{\mu}(\mathbf{q}, \omega_m) O_{\mu}^*(\mathbf{q}, \omega_m) + \text{c.c}) \\ &+ \frac{dl}{\hbar\pi v_F} \sum_{\mu_C} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} z_{\mu_c}^2 h_{\mu_c}(\mathbf{q}, \omega_m) h_{\mu_c}^*(\mathbf{q}, \omega_m) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Au cours de la renormalisation, des corrections  $\langle \mathcal{S}_{I,2}^C \cdot \bar{\mathcal{S}}_h \rangle_{\bar{0}, C}$ , linéaires en  $h_{\mu_c}^{(*)}$ , seront générées ainsi que des termes d'ordre plus élevé. Mais en théorie de réponse linéaire, seulement les termes linéaires et quadratiques seront retenus. Le terme quadratique  $\frac{1}{2} \langle (\bar{\mathcal{S}}_h)^2 \rangle_{\bar{0}, C} \propto h_{\mu_c} h_{\mu_c}^*$  en champ source correspond aux corrections de coque externe à la fonction de réponse supraconductrice du canal  $\mu_C$ .

Nous avons pour les termes linéaire et quadratique les relations de récurrence

$$\begin{aligned} z_{\mu_c}(l + dl) &= z_{\mu_c}(l) \left( 1 - \tilde{g}_{\mu_c} z(l) dl \right) \\ d\chi_{\mu_c} &= (z_{\mu_c})^2(l) \frac{dl}{\hbar\pi v_F} \end{aligned} \quad (2.29)$$

à l'ordre 1 (une boucle). Pour la susceptibilité, il vient

$$\chi_{\mu_c} = (\hbar\pi v_F)^{-1} \int_0^l \bar{\chi}_{\mu_c} dl' \quad (2.30)$$

avec

$$\bar{\chi}_{\mu_c} = z_{\mu_c}^2(l) \quad (2.31)$$

connue comme la susceptibilité auxiliaire du canal de Cooper [51]. Elle est fonction de  $z_{\mu_c}$  qui obéit à l'équation d'écoulement

$$\frac{d \ln z_{\mu c}}{dl} = -\tilde{g}_{\mu c} \quad (2.32)$$

Il s'ensuit

$$\frac{d \ln \bar{\chi}_{\mu c}}{dl} = -2\tilde{g}_{\mu c} \quad (2.33)$$

En comparant avec (2.21), il en découle que

$$z_{A, \mu c} = z_{\mu c}^2 \quad (2.34)$$

c'est-à-dire que la correction de vertex au courant de paires supraconductrices coïncide avec la susceptibilité auxiliaire supraconductrice. D'après (2.26) et (2.27), la correction à la fonction de réponse courant-courant est donc proportionnelle au carré de la susceptibilité supraconductrice.

$$\mathcal{Q}_{\alpha, \beta}^{\mu c}(\omega_\nu) = \mathcal{B}^2 \frac{2k_B T}{LN_\perp d_\perp^2} \sum_{\tilde{q}} \sum_{\alpha, \beta} \mathbf{q}_\alpha \mathbf{q}_\beta \chi_{\mu c}(\mathbf{q}, \omega_m) \chi_{\mu c}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_\nu) \quad (2.35)$$

## 2.2 Paraconductivité

La relation générale entre la densité de courant de paires et le vecteur potentiel  $A(\mathbf{r}', \tau')$  fait intervenir l'opérateur de réponse électromagnétique  $\mathcal{Q}_{\alpha\beta}^{\mu c}$

$$J_\mu(\mathbf{r}, \tau) = \int \mathcal{Q}_{\alpha\beta}^{\mu c}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau - \tau') A_\beta(\mathbf{r}', \tau') d\mathbf{r}' d\tau' \quad (2.36)$$

En prenant la transformée de Fourier-Matsubara de cette expression et en la comparant à l'expression de paraconductivité  $J_\alpha = \sigma'_{\alpha\beta} E_\beta$ , ceci nous conduit à la relation pour la paraconductivité [13] (voir annexe B)

$$\sigma'_{\mu c, \alpha\beta} = \frac{1}{i\omega} [Q_{\alpha\beta}]^R(\omega) \quad (2.37)$$

où  $[Q_{\alpha\beta}^{\mu c}]^R(\omega) = \mathcal{Q}_{\alpha\beta}^{\mu c}(i\omega_\nu \rightarrow \omega)$  à partir de (2.35).

À l'aide de cette expression, nous allons procéder à un calcul analytique de la paraconductivité pour les cas unidimensionnel, bidimensionnel, quasi-unidimensionnel et quasi-bidimensionnel fortement anisotropes. Nous ferons ensuite la comparaison avec les résultats connus de Aslamazov- Larkin [13]. Enfin, nous calculerons la paraconductivité

avec mélange de canaux pour les cas unidimensionnel et quasi-unidimensionnel.

### 2.2.1 Limite Aslamazov-Larkin

Dans la limite Aslamazov-Larkin, les corrélations supraconductrices comme en théorie BCS, sont influencées par le seul canal de diffusion électron-électron (canal de Cooper) et sont complètement découplées du canal électron-trou, comme c'est le cas pour un supraconducteur conventionnel. Dans ce cas, il s'agit de calculer les équations d'écoulement des processus de diffusion  $g_i$  qui entreront dans le calcul de la fonction de réponse  $\chi_{\mu=ss,st}$  en négligeant l'influence du canal de Peierls. Réécrivons le deuxième terme entrant dans l'exponentiel de la dernière expression de l'équation (2.12) de manière explicite dans un traitement à deux fermions dans la coque externe. Ainsi dans cette limite,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\langle\bar{\mathcal{S}}_I^2\rangle_{\bar{0},c} &= \frac{1}{2}\langle(\bar{\mathcal{S}}_{I,2}^C)^2\rangle_{\bar{0},c} + \frac{1}{2}\langle(\bar{\mathcal{S}}_{I,P}^P)^2\rangle_{\bar{0},c} \\
&\longrightarrow \frac{1}{2}\langle(\bar{\mathcal{S}}_{I,2}^C)^2\rangle_{\bar{0},c} \\
&= -\frac{1}{2}\left\langle\sum\left(g_{ss}(\bar{O}_{ss}^*O_{ss} + g_{st}\bar{O}_{st}^*O_{st} + \text{c.c.})\right)^2\right\rangle_{\bar{0},c} \\
&= 2g_{ss}^2\langle\bar{O}_{ss}^*\bar{O}_{ss}\rangle_{\bar{0},c}O_{ss}^*O_{ss} + 2g_{st}^2\langle\bar{O}_{st}^*\bar{O}_{st}\rangle_{\bar{0},c}O_{st}^*O_{st}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

En évaluant explicitement les contractions de la forme  $\langle\bar{O}^*\bar{O}\rangle_{\bar{0},c}$  [annexe A], on obtient ainsi les équations d'écoulement pour les constantes de couplage supraconductrices :

$$dg_{\mu_C} = 2g_{\mu_C}^2 I_C \tag{2.39}$$

où

$$I_C(dl) = -\frac{k_B T}{L} \sum_{\{\tilde{k}'\}} G_-^0(-k, -\omega_n) G_+^0(k, \omega_n) \tag{2.40}$$

est la contraction de type Cooper dont le calcul explicite est donné en annexe A.

$$I_C(dl) = -\frac{1}{2\hbar\pi v_F} dl \tag{2.41}$$

L'équation (2.39) devient

$$d\tilde{g}_{\mu_C} = -\tilde{g}_{\mu_C}^2 dl \tag{2.42}$$

où  $\tilde{g}_{\mu_C} = g_{\mu_C}/\hbar\pi v_F$ ,  $\mu_C = SS, ST$ .

En tenant compte de (2.14), l'équation (2.42) devient :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dl}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) &= -\frac{1}{2}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2)^2, & \mu_C = SS \\ \frac{d}{dl}(\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1) &= -\frac{1}{2}(\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1)^2, & \mu_C = ST\end{aligned}\quad (2.43)$$

Ces équations peuvent être intégrées pour donner à l'étape  $l$

$$\tilde{g}_{\mu_C}(l) = \frac{\tilde{g}_{\mu_C}}{1 + \tilde{g}_{\mu_C}l} \quad (2.44)$$

La possibilité d'un passage par zéro du dénominateur signale l'existence d'une instabilité de l'état normal vers un état supraconducteur. En remplaçant  $l$  par  $\ln \frac{E_F}{k_B T}$ , nous obtenons une température critique de type BCS, si  $\tilde{g}_{\mu_C} < 0$  :

$$T_{\mu_C} = \frac{E_F}{k_B} e^{-1/|\tilde{g}_{\mu_C}|} \quad (2.45)$$

L'expression (2.44), permet de calculer à partir (2.22) et (2.27) les fonctions de réponse entrant dans l'opérateur courant-courant :

$$\begin{aligned}\chi_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) &= \frac{1}{\hbar\pi v_F} \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} z_{A, \mu_C} dl \\ &= N(0) \frac{l}{1 + \tilde{g}_{\mu_C}l(\mathbf{q}, \omega_m)}\end{aligned}\quad (2.46)$$

où  $N(0) = \frac{1}{\hbar\pi v_F}$  est la densité d'états au niveau de Fermi et la dépendance en  $\mathbf{q}$  et  $\omega_m$  dans les conditions aux limites est celle de la réponse ou susceptibilité libre. À faible  $\mathbf{q}$ , elle est donnée par[56] :

$$l \rightarrow l(\mathbf{q}, \omega_m) = \ln \frac{E_x}{k_B T} + \psi(1/2) - \frac{1}{2N_{\perp}} \sum_{k_{\perp}} \left[ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{i\hbar\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} + \hbar|\omega_m|}{4\pi k_B T} \right) + \text{c.c.} \right] \quad (2.47)$$

où  $\mathbf{q} = (q, q_{\perp})$ ,  $\mathbf{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla \mathbf{E} = (v_F, \frac{2t_{\perp} d_{\perp}}{\hbar} \sin k_{\perp} d_{\perp})$ ,  $\hbar\omega_m = 2\pi m \hbar k_B T$  est la fréquence de Matsubara des bosons et  $\psi(x)$  la fonction digamma.

Dans la limite des faibles vecteurs d'onde et fréquences, un développement limité permet d'écrire près de  $T_{\mu_C}$

$$\begin{aligned}
\chi_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) &= \frac{N(0)l}{\left| \tilde{g}_{\mu_C} \right| \left[ \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-1} - l(\mathbf{q}, \omega_m) \right]} \\
&= N(0) \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-2} \left[ \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-1} - l(\mathbf{q}, \omega_m) \right]^{-1} \\
&\simeq N(0) \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-2} \left[ \varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \xi_{0\perp}^2 q_\perp^2 + \Gamma |\omega_m| \right]^{-1} \\
&\simeq N(0) \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-2} \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

où  $\mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m)$  est appelé, le propagateur de fluctuations supraconductrices du canal  $\mu_C$ .

$$\xi_0^2 = \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2} \frac{(\hbar v_F)^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}, \quad \xi_{0\perp}^2 = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2} \frac{(t_\perp d_\perp)^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}$$

sont les carrés des longueurs de cohérence longitudinale et transversale évaluées à la température critique et

$$\varepsilon_{\mu_C} = \frac{T - T_{\mu_C}}{T_{\mu_C}}$$

est le paramètre critique. Le temps de relaxation des fluctuations est donné par

$$\Gamma = \frac{\hbar\pi}{8k_B T_{\mu_C}}$$

À partir de l'expression de base pour l'opérateur électromagnétique de paires (2.26), ce résultat nous permet de réécrire

$$Q_{\alpha,\beta}^{\mu_C}(\omega_\nu) = \mathcal{B}^2 \frac{2k_B T}{LN_\perp d_\perp^2} \sum_{\tilde{\mathbf{q}}} \sum_{\alpha,\beta} q_\alpha q_\beta N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4} \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_\nu) \tag{2.49}$$

L'expression pour la paraconductivité (voir l'annexe C) devient alors



$$\begin{aligned} \sigma'_{\mu_C, \alpha\beta} = \frac{1}{i\omega} [Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}]^R(\omega) &= \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4}}{\pi L N_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_q q_{\alpha} q_{\beta} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{1}{2k_B T \sinh^2 \frac{z}{2k_B T}} [\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz)]^2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

Nous pouvons à présent calculer la paraconductivité dans la limite Aslamzov-Larkin pour différentes dimensions spatiales à l'aide de (2.50).

### Cas unidimensionnel (1D)

Dans le cas 1D,  $\xi_{0\perp} = 0$  et le propagateur de fluctuations  $\mathcal{L}_{\mu_C}(q, \omega_m)$  suivant (2.48) est donné par

$$\mathcal{L}_{\mu_C}(q, \omega_m) = [\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \Gamma |\omega_m|]^{-1} \quad (2.51)$$

et sa partie imaginaire par le prolongement  $\omega_m \rightarrow -iz$  est donnée par

$$\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma z}{(\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2)^2 + \Gamma^2 z^2} \quad (2.52)$$

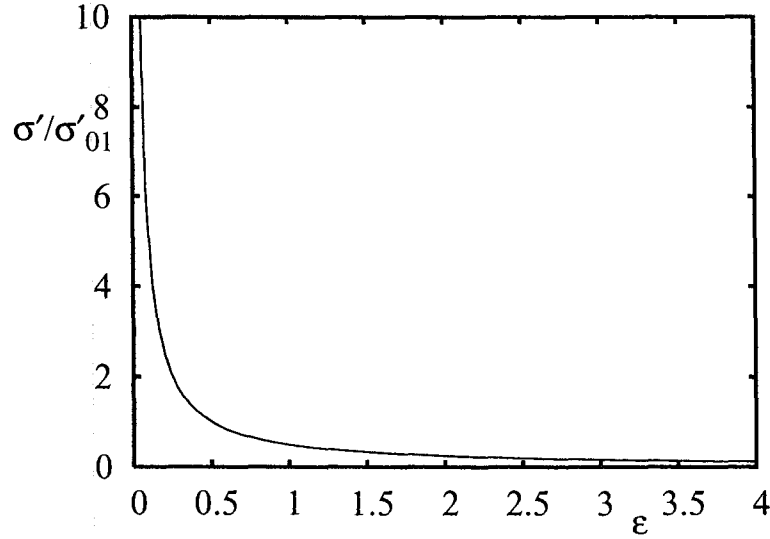
Après les intégrales successives de (2.50) sur  $z$  et  $q$ , puis quelques manipulations des différentes constantes entrant dans son expression, on obtient finalement comme expression de la paraconductivité à un canal en 1D

$$\sigma'_{\mu_C, xx} = \frac{1}{2} \frac{\pi e^2 \xi_0}{16\hbar} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}^{3/2}} = \frac{1}{2} \sigma_{AL}^{\mu_C} \quad (2.53)$$

où

$$\sigma_{AL}^{\mu_C} = \frac{\pi e^2 \xi_0}{16\hbar} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}^{3/2}}$$

est la paraconductivité selon Aslamazov-Larkin [13] à 1D. L'équation (2.53) est en fait la moitié du résultat bien connu. Cette différence vient de la définition du courant de paires (cf. Eq. 2.9). Nous vérifions donc la limite Aslamazov et Larkin soit le comportement critique  $\sim \varepsilon_{\mu_C}^{-3/2}$  de la paraconductivité (voir figure 2.4).


 FIGURE 2.4 – Paraconductivité 1D normalisée par  $\sigma'_{01} = \frac{\pi e^2 \xi_0}{16\hbar}$ .

### Cas bidimensionnel (2D)

Dans ce cas de figure, le propagateur de fluctuations entrant dans (2.50) est de la forme

$$\mathcal{L}_{\mu C}(\mathbf{q}, \omega_m) = [\varepsilon_{\mu C} + \xi_o^2 q^2 + \xi_{o\perp}^2 q_\perp^2 + \Gamma |\omega_m|]^{-1} \quad (2.54)$$

Par prolongement analytique, sa partie imaginaire retardée est donnée par :

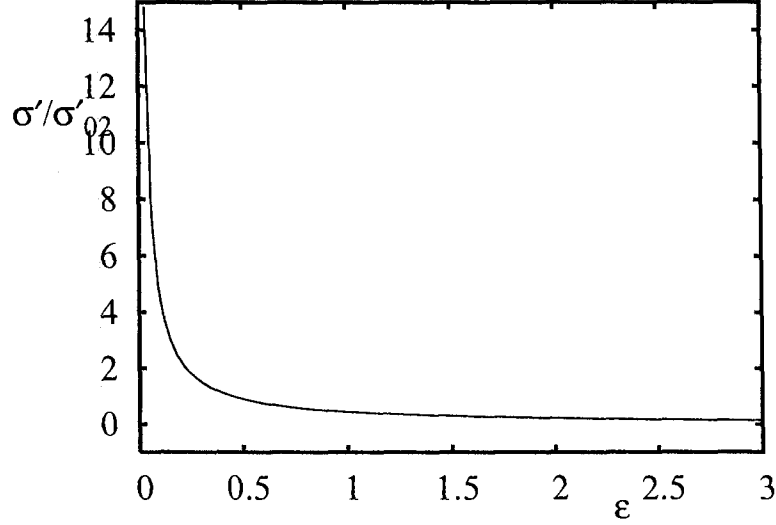
$$\text{Im } \mathcal{L}_{\mu C}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma z}{(\varepsilon_{\mu C} + \xi_o^2 q^2 + \xi_{o\perp}^2 q_\perp^2)^2 + \Gamma^2 z^2} \quad (2.55)$$

L'intégration sur  $z$  et  $\mathbf{q} = (q, q_\perp)$  nous conduit au résultat de la paraconductivité longitudinale dans le cas 2D anisotrope (voir annexe C)

$$\sigma'_{\mu C, xx} = \frac{\sqrt{2} E_F a e^2}{\pi 2t_\perp d_\perp 16\hbar \varepsilon_{\mu C}} \frac{1}{\varepsilon_{\mu C}} = \left[ \frac{\sqrt{2} E_F a}{\pi 2t_\perp d_\perp} \right] \sigma_{AL}^{\mu C} \quad (2.56)$$

où

$$\sigma_{AL}^{\mu C} = \frac{e^2}{16\hbar \varepsilon_{\mu C}} \quad (2.57)$$

FIGURE 2.5 – Paraconductivité 2D normalisée par  $\sigma'_{02} = \frac{e^2}{16\hbar}$ .

est la conductivité selon Aslamazov- Larkin à 2D [13] isotrope, qui présente une divergence en  $\frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}}$ . Dans la limite isotrope 2D où  $\frac{E_F}{2t_{\perp}} = 1$  et  $a = d_{\perp}$ , ce resultat ne diffère de celui d'Aslamazov et Larkin que du facteur  $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ , en raison de notre définition du courant de paires. On remarque une augmentation de la paraconductivité due au facteur d'anisotropie électronique  $\frac{E_F}{t_{\perp}}$ , lequel peut être significatif dans le cas quasi-1D.

### Cas quasi-unidimensionnel fortement anisotrope (Q-1D)

Dans ce cas, l'approximation du continuum dans la direction transverse n'est pas présente. On doit remplacer  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{q}$  par l'expression

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} = v_F q + \frac{2t_z d_z}{\hbar} (\sin k_z t_z) \sin \frac{q_{\perp z} d_z}{2} \quad (2.58)$$

et le propagateur (2.48) nous est donné par

$$\mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) = \left[ \varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + r_{z, \mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2} + \Gamma |\omega_m| \right]^{-1} \quad (2.59)$$

où

$$r_{z, \mu_C} = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2} \frac{(t_z d_z)^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}$$

est le paramètre d'anisotropie Lawrence-Doniach [13]. Ce facteur d'anisotropie reflète un couplage de type Josephson dans la direction perpendiculaire. La partie imaginaire retardée de (2.59) est donnée par :

$$\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma z}{(\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2})^2 + \Gamma^2 z^2} \quad (2.60)$$

En effectuant les intégrales sur les vecteurs d'ondes et la fréquence (voir annexe C), on parvient au résultat

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \begin{cases} \frac{1}{2d_z} \frac{\pi e^2 \xi_0}{16\hbar} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}^{3/2}}, & \text{pour } \varepsilon_{\mu_C} \gg r_{z,\mu_C} & (1D) \\ \frac{\xi_0}{r_{z,\mu_C}^{1/2} d_z} \frac{e^2}{16\hbar} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}}, & \text{pour } \varepsilon_{\mu_C} \ll r_{z,\mu_C} & (2D) \end{cases} \quad (2.61)$$

qui reproduit les résultats d'Aslamazov-Larkin 1D à très haute température ( $\varepsilon_{\mu_C} \gg r_{z,\mu_C}$ ) et 2D à basse température ( $\varepsilon_{\mu_C} \ll r_{z,\mu_C}$ ).

### Cas quasi-bidimensionnel fortement anisotrope (Q-2D)

Ce cas est l'application aux supraconducteurs lamellaires avec un couplage Josephson dans la troisième direction de l'espace.

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} = v_F q + \frac{2t_{\perp} d_{\perp}}{\hbar} q_{\perp} \sin k_{\perp} t_{\perp} + \frac{2t_z d_z}{\hbar} (\sin k_z t_z) \sin \frac{q_{\perp z} d_z}{2} \quad (2.62)$$

Le propagateur dans ce cas nous est donné par

$$\mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) = \left[ \varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2} + \Gamma |\omega_m| \right]^{-1} \quad (2.63)$$

La partie imaginaire retardée de (2.63) est donnée par :

$$\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma z}{(\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2})^2 + \Gamma^2 z^2} \quad (2.64)$$

Après un calcul explicite des intégrales sur  $\mathbf{q}$  et  $z$  (voir annexe C), on parvient à

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \begin{cases} \frac{\pi^2}{8d_z} \frac{e^2}{16\hbar} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}}, & \text{pour } \varepsilon_{\mu_C} \gg r_{z,\mu_C} & (2D) \\ \frac{\pi^2}{4r_{z,\mu_C}^{1/2}} \frac{e^2}{32\hbar d_z} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}^{1/2}}, & \text{pour } \varepsilon_{\mu_C} \ll r_{z,\mu_C} & (3D) \end{cases} \quad (2.65)$$

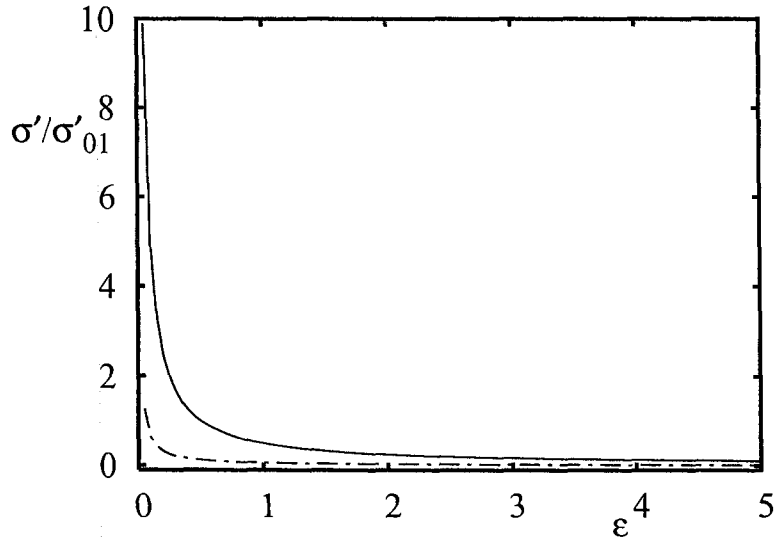


FIGURE 2.6 – Paraconductivité 1D : Le trait plein est la limite 1D, alors que celui avec points est dans le cas Q-1D.

qui reproduit essentiellement les résultats de Lawrence-Doniach 2D ( $\epsilon_{\mu C} \gg r_{z,\mu C}$ ) et le passage à plus basse température au résultat de Aslamazov-Larkin ( $\epsilon_{\mu C} \ll r_{z,\mu C}$ ) 3D [13].

### 2.2.2 Conclusion partielle

La sous-section précédente nous a permis d'évaluer la paraconductivité à un seul canal et de voir qu'elle a la même forme que celles des théories d'Aslamazov-Larkin et Lawrence-Doniach obtenues à l'aide d'un formalisme classique. Nos calculs coïncident avec ces deux limites à une constante près.

À la lumière de la figure 2.7, on constate que l'anisotropie augmente l'effet des fluctuations supraconductrices, d'où l'augmentation de la paraconductivité. Plus l'anisotropie est prononcée, plus les fluctuations deviennent importantes. On peut noter néanmoins que la paraconductivité dans la limite Q-2D ( $\sim 3D$ ) est inférieure au cas 2D isotrope, ce qui est tout à fait normal car les fluctuations sont plus importantes aux basses dimensions. Cette dernière est certes bidimensionnelle, mais provient d'une limite qui est presque tridimensionnelle. C'est la même situation que nous présente la figure 2.6 où la paraconductivité dans la limite Q-1D est inférieure à celle 1D.

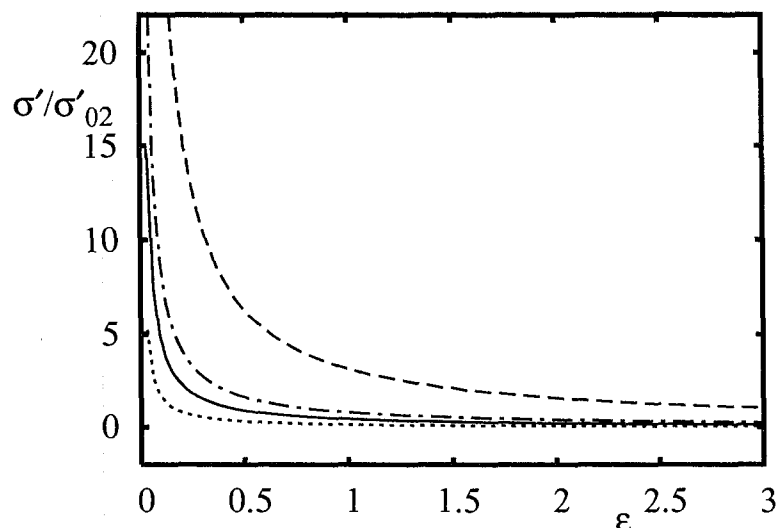


FIGURE 2.7 – Paraconductivité 2D : Limite Q-2D (points), limite 2D isotrope (trait plein), limite Q-1D (trait avec points), limite 2D anisotrope (trait interrompu).

### 2.2.3 Paraconductivité avec mélange de canaux

Après avoir fait un calcul analytique à un canal de la paraconductivité, nous allons maintenant disséquer les cas unidimensionnel et quasi-unidimensionnel où il y a une interférence entre deux canaux de diffusion.

Nous allons dans cette sous-section d'abord évaluer les constantes de couplage et de façon analytique, les fonctions de réponse dans les cas uni et quasi-unidimensionnel, lesquelles entreront dans le calcul de la paraconductivité.

#### Cas unidimensionnel : constantes de couplage

Dans ce cas de figure, nous allons tenir compte de l'influence des fluctuations particule-trou (Canal de Peierls) dans l'action, c'est-à-dire du deuxième terme de la première ligne de (2.38) :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \langle (\bar{\mathcal{S}}_{I,P}^P)^2 \rangle_{\bar{0},c} &= -\frac{1}{2} \left\langle \sum \left( g_{ods} (\bar{O}_{ods}^* O_{ods} + g_{odc} \bar{O}_{odc}^* O_{odc} + \text{c.c.}) \right)^2 \right\rangle_{\bar{0},c} \\
 &= 2g_{ods}^2 \langle \bar{O}_{ods}^* \bar{O}_{ods} \rangle_{\bar{0},c} O_{ods}^* O_{ods} + 2g_{odc}^2 \langle \bar{O}_{odc}^* \bar{O}_{odc} \rangle_{\bar{0},c} O_{odc}^* O_{odc} \quad (2.66)
 \end{aligned}$$

En évaluant explicitement les contractions de la forme  $\langle \bar{O}^* \bar{O} \rangle_{\bar{0},c}$ , on obtient ainsi les équations d'écoulement pour les constantes de couplage d'onde de densité :

$$dg_{\mu_P} = -2g_{\mu_P}^2 I_P \quad (2.67)$$

où  $\mu_P = ODS, ODC$  et

$$I_P(dl) = -\frac{k_B T}{L} \sum_k \sum_{\omega_m} G_-^0(-k - 2k_F, -\omega_n) G_+^0(k, \omega_n) \quad (2.68)$$

est la contraction de type Peierls dont le calcul explicite est donné en annexe A :

$$I_P(dl) = \frac{1}{2\hbar\pi v_F} dl \quad (2.69)$$

L'équation (2.67) devient

$$\frac{d\tilde{g}_{\mu_P}}{dl} = -\tilde{g}_{\mu_P}^2 \quad (2.70)$$

On obtient alors pour les couplages de Peierls (cf. Éq 2.14)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl}(2\tilde{g}_1 - \tilde{g}_2) &= -\frac{1}{2}(2\tilde{g}_1 - \tilde{g}_2)^2, & \mu_P = ODC \\ \frac{d\tilde{g}_2}{dl} &= \frac{\tilde{g}_2^2}{2}, & \mu_P = ODS \end{aligned} \quad (2.71)$$

La contribution de type Peierls à  $\tilde{g}_1$  et  $\tilde{g}_2$  est alors

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\tilde{g}_1}{dl} \right|_P &= -\tilde{g}_1^2 + \tilde{g}_1 \tilde{g}_2 \\ \left. \frac{d\tilde{g}_2}{dl} \right|_P &= \frac{\tilde{g}_2^2}{2} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Prenant en compte les équations de couplage pour le canal de Cooper en (2.43) :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) &= -\frac{1}{2}(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2)^2, & \mu_C = SS \\ \frac{d}{dl}(\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1) &= -\frac{1}{2}(\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1)^2, & \mu_C = ST \end{aligned} \quad (2.73)$$

En séparant pour  $\tilde{g}_1$  et  $\tilde{g}_2$ , cela nous permet d'écrire pour la contribution de Cooper à  $\tilde{g}_1$  et  $\tilde{g}_2$

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{g}_1}{dl}\Big|_C &= -\tilde{g}_1\tilde{g}_2 \\ \frac{d\tilde{g}_2}{dl}\Big|_C &= -\frac{\tilde{g}_2^2}{2} - \frac{\tilde{g}_1^2}{2}\end{aligned}\quad (2.74)$$

L'addition des contributions de Cooper (2.74) et de Peierls (2.72) introduit une interférence de diffusion et donne les équations d'écoulement pour chaque constante de couplage

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{g}_1}{dl} &= \frac{d\tilde{g}_1}{dl}\Big|_C + \frac{d\tilde{g}_1}{dl}\Big|_P = -\tilde{g}_1^2 \\ \frac{d\tilde{g}_2}{dl} &= \frac{d\tilde{g}_2}{dl}\Big|_C + \frac{d\tilde{g}_2}{dl}\Big|_P = -\frac{\tilde{g}_1^2}{2}\end{aligned}\quad (2.75)$$

Un réarrangement nous permet d'écrire les équations d'écoulement à l'ordre une boucle :

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{g}_1}{dl} &= -\tilde{g}_1^2 \\ \frac{d}{dl}(2\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1) &= 0\end{aligned}\quad (2.76)$$

où la combinaison  $(2\tilde{g}_2 - \tilde{g}_1)$ , découplée de  $\tilde{g}_1$ , reste marginale, alors que  $\tilde{g}_1$  est soit marginalement pertinente ou non pertinente.

En effet, la solution pour  $\tilde{g}_1(l)$  est donnée par :

$$\tilde{g}_1(l) = \frac{\tilde{g}_1}{1 + \tilde{g}_1 l} \quad (2.77)$$

montrant qu'à une dimension, la diffusion vers l'arrière est pertinente (non pertinente) si le couplage  $\tilde{g}_1$  est attractif (répulsif).



### Fonction de réponse

Dans le cas 1D, nous pouvons évaluer la fonction de réponse pour un mélange de canaux. Grâce aux équations (2.76), nous pouvons obtenir dans un premier temps pour la solution des constantes de couplage  $\tilde{g}_1$  et  $\tilde{g}_2$

$$\tilde{g}_1(l) = \frac{\tilde{g}_1}{1 + \tilde{g}_1 l}, \quad \tilde{g}_2(l) = \tilde{g}_2 - \frac{1}{2}\tilde{g}_1 + \frac{1}{2} \frac{\tilde{g}_1}{1 + \tilde{g}_1 l} \quad (2.78)$$

et à partir de (2.32), on obtient pour le paramètre de renormalisation de paires dans le canal  $\mu_C$

$$\ln z_{\mu_C}(l) = - \int_0^l \tilde{g}_{\mu_C}(l') dl' \quad (2.79)$$

Pour la suite, nous allons nous placer dans le cas d'une supraconductivité ordinaire ( $g_1 < 0$ ), c'est-à-dire la supraconductivité singulet où  $\mu_C = SS$ . Dans ce cas, l'équation (2.79) prend la forme

$$\ln z_{ss}(l) = -\frac{1}{2} \int_0^l (\tilde{g}_1(l') + \tilde{g}_2(l')) dl' \quad (2.80)$$

laquelle à partir de (2.78), nous mène à

$$(z_{ss}(l))^2 = \bar{\chi}_{ss}(l) = |\tilde{g}_1|^{-3/2} (l_{ss} - l)^{-3/2} e^{\gamma_{ss} l} \quad (2.81)$$

avec  $\gamma_{ss} = \frac{1}{2}\tilde{g}_1 - \tilde{g}_2$  où  $l_{ss} = \frac{1}{|\tilde{g}_1|}$ .

À l'aide de (2.30), la susceptibilité est donnée par

$$\chi_{ss}(q, \omega_m, T) = N(0) \int_0^{l(q, \omega_m, T)} z_{ss}^2 dl \quad (2.82)$$

où l'on rappelle que la dépendance en  $q$  et  $\omega_m$  est obtenue avec la borne  $l(q, \omega_m, T)$  dont l'expression est donnée par (2.47) et coïncide avec celle de la susceptibilité dynamique de Cooper libre. À l'aide de (2.81), et si nous retenons seulement le terme le plus singulier, nous obtenons à faible  $q$  et  $|\omega_m|$  :

$$\chi_{ss}(q, \omega_m, T) \approx \frac{2N(0) |\tilde{g}_1|^{-3/2} e^{\gamma_{ss} l}}{[\varepsilon_{ss} + \xi_0^2 q^2 + \Gamma |\omega_m|]^{1/2}} + \dots \quad (2.83)$$

On peut réécrire la fonction de réponse sous la forme

$$\chi_{ss}(q, \omega_m, T) = \chi_{ss}(T) \mathcal{L}_{ss}(q, \omega_m, T) \quad (2.84)$$

où pour le cas 1D, le propagateur de fluctuations s'écrit

$$\mathcal{L}_{ss}(q, \omega_m, T) = \frac{1}{1 + \alpha^2 q^2 + \Upsilon |\omega_m|}$$

et

$$\begin{aligned} \chi_{ss}(T) &= \chi_{ss}(T, q \rightarrow 0, \omega_m \rightarrow 0) = \frac{2 |\tilde{g}_1|^{-3/2} e^{\gamma_{ss} l} N(0)}{\epsilon_{ss}^{1/2}}, \quad \alpha^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \xi_0^2 \\ \Upsilon &= \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \Gamma, \quad \bar{\chi}_{ss}(T) = |\tilde{g}_1|^{-3/2} e^{\gamma_{ss} l} \epsilon_{ss}^{-3/2} \end{aligned} \quad (2.85)$$

Par continuation analytique, sa partie imaginaire retardée est donnée par :

$$\text{Im } \mathcal{L}_{ss, st}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma z}{(1 + \alpha^2 q^2)^2 + \Gamma^2 z^2} \quad (2.86)$$

La réponse électromagnétique (2.26) s'écrira alors

$$\mathcal{Q}_{xx}^{ss}(\omega_\nu) = \frac{2\mathcal{B}^2 k_B T}{L} \sum_{q, m} q^2 \chi_{ss}^2(T) \mathcal{L}_{ss}(q, \omega_m, T) \mathcal{L}_{ss}(q, \omega_m + \omega_\nu, T) \quad (2.87)$$

l'expression pour la paraconductivité sera donnée par

$$\begin{aligned} \sigma'_{ss, \alpha\beta} &= \frac{1}{i\omega} [Q_{\alpha\beta}^{ss}]^R(\omega) = \frac{\mathcal{B}^2 \chi_{ss}^2(T)}{\pi L} \sum_q q^2 \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{1}{2k_B T \sinh^2 \frac{z}{2k_B T}} [\text{Im } \mathcal{L}_{ss}^R(q, -iz)]^2 \end{aligned} \quad (2.88)$$

L'utilisation de la même procédure de calcul que dans la sous-section 2.2.1 conduit

au résultat suivant :

$$\sigma'_{ss,xx} = \frac{\sqrt{2} \left( \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 \right)^4 e^{2\gamma_{ss}l_T} \pi e^2 \xi_0}{8 \left| \tilde{g}_1 \right|^3} \frac{1}{16\hbar \varepsilon_{ss}^{1/2}} \quad (2.89)$$

Nous constatons que ce résultat diffère de celui de Almazov-Larkin 1D en présentant une divergence en  $\varepsilon_{ss}^{-1/2}$ , qui nous rappelle plutôt le résultat de Aslamazov- Larkin en dimension 3. Cela est la conséquence du mélange de canaux. De plus, on constate que son amplitude devient plus grande en raison du facteur en loi de puissance  $e^{\gamma_{ss}l_T} = \left( \frac{E_F}{k_B T} \right)^{\frac{1}{2} \tilde{g}_1 - \tilde{g}_2}$  et témoigne du fait que les fluctuations supraconductrices pour les couplages attractifs  $\tilde{g}_1 < 0, \frac{1}{2} \tilde{g}_1 - \tilde{g}_2 \geq 0$  augmentent considérablement la paraconductivité en 1D.

### Cas quasi-unidimensionnel

Dans le cas quasi-unidimensionnel qui fera l'objet d'application, la surface de Fermi ne se réduit pas à deux points, mais présente une certaine courbure (figure 1.5). L'interférence entre les canaux de diffusion se trouve affaiblie et varie le long de la surface de Fermi. Cette variation introduit une dépendance non triviale en vecteurs d'onde pour les constantes de couplages  $g_i$  le long de l'écoulement du groupe de renormalisation [9,11,12].

On utilisera, sans le démontrer, les résultats de [50] du groupe de renormalisation pour lesquels les constantes de couplage  $g_1$  et  $g_2$  dans le cas quasi-unidimensionnel évoluent suivant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl} g_1(k_{1\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) &= \frac{1}{N_{\perp}} \sum_{k'_{\perp}} \{ -g_2(k_{1\perp}, k_{2\perp}, k'_{\perp}, l) g_1(k'_{\perp}, q_{C,\perp} - k'_{\perp}, k_{3\perp}, l) I_C(k'_{\perp}, q_{C,\perp}, l) \\ &- g_1(k_{1\perp}, k_{2\perp}, k'_{\perp}, l) g_2(k'_{\perp}, q_{C,\perp} - k'_{\perp}, k_{3\perp}, l) I_C(k'_{\perp}, q_{C,\perp}, l) \\ &+ g_2(k_{1\perp}, k'_{\perp} - q_{P,\perp}, k'_{\perp}, l) g_1(k'_{\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) I_P(k'_{\perp}, q_{P,\perp}, l) \\ &+ g_1(k_{1\perp}, k'_{\perp} - q_{P,\perp}, k'_{\perp}, l) g_2(k'_{\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) I_P(k'_{\perp}, q_{P,\perp}, l) \\ &- 2g_1(k_{1\perp}, k'_{\perp} - q_{P,\perp}, k'_{\perp}, l) g_1(k'_{\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) I_P(k'_{\perp}, q_{P,\perp}, l) \} \quad (2.90) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dl}g_2(k_{1\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) &= \frac{1}{N_{\perp}} \sum_{k'_{\perp}} \{ -g_2(k_{1\perp}, k_{2\perp}, k'_{\perp}, l) g_2(k'_{\perp}, q_{C,\perp} - k'_{\perp}, k_{3\perp}, l) I_C(k'_{\perp}, q_{C,\perp}, l) \\
&\quad - g_1(k_{1\perp}, k_{2\perp}, q_{C,\perp} - k'_{\perp}, l) g_1(q_{C,\perp} - k'_{\perp}, k'_{\perp}, k_{3\perp}, l) I_C(k'_{\perp}, q_{C,\perp}, l) \\
&\quad + g_2(k_{1\perp}, k'_{\perp} - q_{P,\perp}, k'_{\perp}, l) g_2(k'_{\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}, l) I_P(k'_{\perp}, q_{P,\perp}, l) \} \quad (2.91)
\end{aligned}$$

où  $k_{1\perp}, k_{2\perp}, k_{3\perp}$  sont des quantités de mouvement transverse des électrons en interaction.  $q_{P,\perp} = k_{3\perp} - k_{2\perp}$  et  $q_{C,\perp} = k_{1\perp} - k_{2\perp}$  sont respectivement les variables de Peierls et de Cooper transverses.

Ici, les bulles de Cooper et de Peierls sont

$$I_P(k'_{\perp}, q_{P,\perp}, l) = (\hbar\pi v_F) \frac{T}{L} \sum_{k'_{\perp}} \sum_{\omega} \Theta_l(E_+(\mathbf{k})) \Theta_l(E_-(\mathbf{k} - \mathbf{q}_p)) G_+^0(\tilde{k}) G_-^0(\tilde{k} - \tilde{q}_p) \quad (2.92)$$

$$I_C(k_{\perp}, q_{C,\perp}, l) = (\hbar\pi v_F) \frac{T}{L} \sum_{k'_{\perp}} \sum_{\omega} \Theta_l(E_-(\mathbf{q}_C - \mathbf{k})) \Theta_l(E_+(\mathbf{k}_p)) G_+^0(\tilde{k}) G_-^0(\tilde{q}_C - \tilde{k})$$

où  $\Theta$  sont les fonctions de Heaviside. Les équations (2.90) et (2.91) n'admettent pas de solutions analytiques contrairement au cas 1D, mais peuvent être solutionnées numériquement [9,11,12,50].

En vue des applications aux conducteurs organiques, nous travaillerons en régime répulsif où  $\tilde{g}_{1,2}(l=0) > 0$ .

Dans le secteur répulsif, il n'y a pas de corrélations supraconductrices singulet du type  $s$  décrit jusqu'à maintenant. Néanmoins, des fluctuations supraconductrices existent bel et bien, mais elles sont non conventionnelles, c'est-à-dire de type "d" ou même "f" (triplet). Dans ces deux derniers cas, l'appariement n'a pas lieu sur la même chaîne mais plutôt sur des chaînes voisines permettant ainsi de minimiser la répulsion intr chaîne. C'est l'influence de ce type de fluctuations sur la résistivité que nous cherchons à évaluer. La paraconductivité qui lui est associée se calcule de manière similaire. Dans ce cas, la fonction de réponse de supraconductivité "d" ou "f" est donnée par :

$$\chi_{ss,st}(\mathbf{q}, \omega_m, T) = N(0) \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m, T)} \bar{\chi}_{ss,st} dl \quad (2.93)$$

où nous utiliserons comme conditions limites, la bulle de susceptibilité libre anisotrope

$$l(\mathbf{q}, \omega_m, T) = \ln \frac{E_x}{k_B T} + \psi(1/2) - \frac{1}{2} \left[ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{i\hbar \mathbf{v} \cdot \mathbf{q} + \hbar |\omega_m|}{4\pi k_B T} \right) + \text{c.c} \right] \quad (2.94)$$

où  $\mathbf{q} = (q, q_\perp, q_z)$ ,  $\mathbf{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla \mathbf{E} = (v_F, \frac{2t_\perp d_\perp}{\hbar} \sin k_\perp d_\perp, \frac{2t_z d_z}{\hbar} \sin k_z d_z)$ ,  $\hbar \omega_m = 2\pi m \hbar k_B T$  est la fréquence de Matsubara des bosons et  $\psi(x)$  la fonction digamma. Ici nous avons inclus dans ces conditions la dépendance sur  $q_z$  dans la troisième direction de l'espace le paramètre de saut selon  $z$ .  $t_z$  a cependant une influence négligeable sur les équations d'écoulement (2.90) et (2.91) obtenues à 2D.

Un développement de  $\chi_{ss,st}(\mathbf{q}, \omega_m, T)$  à faible  $\mathbf{q}$  et  $\omega_m$  conduit à la susceptibilité dynamique supraconductrice (voir annexe D)

$$\chi_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m, T) = \frac{\chi_{\mu_C}(T)}{1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_\perp^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2 + \Upsilon_{\mu_C} |\omega_m|} \quad (2.95)$$

où en plus des paramètres déjà définis antérieurement, nous avons

$$\delta_{\mu_C}^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} r^2 \quad \beta_{\mu_C}^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \xi_{0\perp}^2 \quad (2.96)$$

La réponse électromagnétique prend la forme

$$\mathcal{Q}_{\alpha\beta}^{\mu_C}(\omega_\nu) = \frac{2\mathcal{B}^2 k_B T}{LN_\perp d_\perp^2} \sum_{\mathbf{q}, m, \nu} q_\alpha q_\beta \chi_{\mu_C}^2(T) \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m, T) \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_\nu, T) \quad (2.97)$$

où

$$\mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m, T) = \frac{1}{1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_\perp^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2 + \Upsilon_{\mu_C} |\omega_m|} \quad (2.98)$$

L'équation (2.98) est le propagateur de fluctuations supraconductrices dont nous aurons besoin pour le calcul de la paraconductivité. Par continuation analytique, sa partie imaginaire retardée est donnée par :

$$\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) = \frac{\Gamma_{\mu_C} z}{(1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_\perp^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2)^2 + \Upsilon_{\mu_C}^2 z^2} \quad (2.99)$$

Nous allons pour la suite donner quelques étapes de calculs afin de déterminer le résultat final de la paraconductivité. La démarche étant celle décrite dans la sous-section l'annexe C. Après la sommation sur  $\omega_m$  (voir Éq. C.2) et l'intégration dans le plan

complexe, l'équation (2.97) prend la forme

$$\begin{aligned} Q_{\alpha\beta}^{\mu_C} = & \frac{\mathcal{B}^2 \chi_{\mu_C}^2(T)}{2\pi i LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_{q,\nu} q_{\alpha} q_{\beta} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz + \omega_{\nu}) \right. \\ & \times \left\{ \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) - \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz) \right\} + \int_{-\infty - i\omega_m}^{+\infty - i\omega_m} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz) \\ & \left. \times \left\{ \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz + \omega_{\nu}) - \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz + \omega_{\nu}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.100)$$

En faisant un changement de variable approprié dans la dernière intégrale, l'expression analytique ( en  $i\omega_{\nu} \rightarrow \omega$ ) de  $Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}$  est obtenue en utilisant l'identité

$$2i \operatorname{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) = \operatorname{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) - \operatorname{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz) \quad (2.101)$$

Un développement autour de  $\omega = 0$  suivi d'une intégration par partie permet d'obtenir

$$[Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}]^R(\omega) = \frac{i\omega \mathcal{B}^2 \chi_{\mu_C}^2(T)}{\pi LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_q q_{\alpha} q_{\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{1}{2k_B T \sinh^2 \frac{z}{2k_B T}} [\operatorname{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz)]^2 \quad (2.102)$$

Pour  $z \ll k_B T$ , l'utilisation de l'équation (2.99) et l'intégration sur  $z$  permettent d'obtenir pour l'expression (2.102) dans la direction parallèle ( $\alpha = \beta = x$ ) et ( $q_x = q$ )

$$[Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}]^R(\omega) = \frac{i\omega \mathcal{B}^2 \chi_{\mu_C}^2(T) k_B T \Upsilon_{\mu_C}}{LN_{\perp} d_{\perp}^2} \sum_q \frac{q^2}{(1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_{\perp}^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2)^3} \quad (2.103)$$

En passant d'une somme discrète à continue et à partir de (2.37), on trouve que la paraconductivité est donnée par

$$\sigma'_{\mu_C, xx} = \frac{\mathcal{B}^2 \chi_{\mu_C}^2(T) k_B T \Upsilon_{\mu_C}}{(2\pi)^3} \int_{-\xi_0^{-1}}^{\xi_0^{-1}} q^2 dq \int_{-\xi_{0\perp}^{-1}}^{\xi_{0\perp}^{-1}} dq_{\perp} \int_{-r^{-1}}^{r^{-1}} \frac{dq_z}{(1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_{\perp}^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2)^3} \quad (2.104)$$

où pour les bornes d'intégrations tiennent compte des conditions du développement du propagateur ( $\xi_0^2 q^2 \ll 1, \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2 \ll 1, r^2 q_z^2 \ll 1$ ). En faisant les changements de variables ( $\alpha_{\mu_C} q \rightarrow q, \beta_{\mu_C} q_{\perp} \rightarrow q_{\perp}, \delta_{\mu_C} q_z \rightarrow q_z$ ) dans (2.104) et en tenant compte que les intégrales sont symétriques, on a

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 \chi_{\mu_C}^2(T) k_B T}{\pi^3} \frac{\Upsilon_{\mu_C}}{\alpha_{\mu_C}^3 \beta_{\mu_C} \delta_{\mu_C}} \int_0^{\xi_0^{-1} \alpha_{\mu_C}} q^2 dq \int_0^{\xi_{0\perp}^{-1} \beta_{\mu_C}} dq_{\perp} \int_0^{r^{-1} \delta_{\mu_C}} \frac{dq_z}{(1 + q^2 + q_{\perp}^2 + q_z^2)^3} \quad (2.105)$$

En utilisant les équations (2.85) et (2.96), on trouve que

$$\begin{aligned} \sigma'_{\mu_C,xx} &= \frac{\mathcal{B}^2 k_B T N^2(0) (N^{-1}(0) \chi_{\mu_C}(T))^{7/2}}{\pi^3} \frac{\Gamma}{(\bar{\chi}_{\mu_C}(T))^{3/2} \xi_0^3 \xi_{0\perp} r} \\ &\times \int_0^{\xi_0^{-1} \alpha_{\mu_C}} q^2 dq \int_0^{\xi_{0\perp}^{-1} \beta_{\mu_C}} dq_{\perp} \int_0^{r^{-1} \delta_{\mu_C}} \frac{dq_z}{(1 + q^2 + q_{\perp}^2 + q_z^2)^3} \quad (2.106) \end{aligned}$$

L'usage des autres constantes conduit finalement pour la paraconductivité au résultat ci-dessous :

$$\frac{\sigma'_{\mu_C,xx}}{\sigma'_0} = 8 \frac{(\tilde{g}_2 \pm \tilde{g}_1)^4}{\pi^4} \frac{a^2}{d_z d_{\perp} 4t_z t_{\perp}} \frac{E_F^2}{(N^{-1}(0) \chi_{\mu_C}(T))^{3/2}} \frac{(N^{-1}(0) \chi_{\mu_C}(T))^{7/2}}{I_{\mu_C}(T)} \quad (2.107)$$

où

$$\sigma'_0 = \frac{e^2}{32 \hbar \xi_0} \quad (2.108)$$

est l'amplitude de paraconductivité dans la limite isotrope Aslamazov-Larkin 3D.

Le signe - (+) correspond au cas singulet (triplet). Finalement,

$$I_{\mu_C}(T) = \int_0^{x_{\mu_C}(T)} dq_{\perp} \int_0^{x_{\mu_C}(T)} dq_z \int_0^{x_{\mu_C}(T)} \frac{q^2 dq}{[1 + q^2 + q_{\perp}^2 + q_z^2]^3} \quad (2.109)$$

avec  $x_{\mu_C}(T) = \left( \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N^{-1}(0) \chi_{\mu_C}(T)} \right)^{1/2}$  est une intégrale sans dimension qui varie avec la température. L'intégration de (2.109) sera faite numériquement. Ici comme dans tous nos calculs, nous avons supposé une bande d'énergie demi-remplie ( $k_F = \frac{\pi}{2a}$ ). L'équation (2.107) est l'excès de conductivité ressenti par un conducteur quasi-unidimensionnel au-dessus de la température critique. C'est elle qui fera l'objet des applications. Notons que dans la limite près de  $T_C$  lorsque  $T \rightarrow T_C$ ,  $x(T) \rightarrow \infty$ , l'intégrale (2.109) devient  $I(T) = \frac{\pi^2}{32}$ . Il vient aussi que

$$N^{-1}(0)\chi_{\mu_C}(T) \sim \varepsilon_{\mu_C}^{-1} \text{ et } \bar{\chi}_{\mu_C}(T) \sim \varepsilon_{\mu_C}^{-2} \quad (2.110)$$

et l'expression (2.107) prend la forme

$$\frac{\sigma'_{\mu_C,xx}}{\sigma'_0} = \frac{4(\tilde{g}_{\mu_C})^4}{\pi^2} \frac{1}{\varepsilon_{\mu_C}^{1/2}} \quad (2.111)$$

On reconnaît ici une divergence de type Aslamazov-Larkin 3D, avec cependant l'influence de l'interférence entre les canaux incluse dans la dépendance en température de  $\chi_{\mu_C}(T)$  et  $\bar{\chi}_{\mu_C}(T)$ . À plus haute température, l'augmentation de  $\chi_{\mu_C}(T)$  et de  $I_{\mu_C}(T)$  introduira des corrections de paraconductivité.

Dans le cas quasi-1D que nous utiliserons(2.107), on constate que l'anisotropie des intégrales de transfert  $\frac{E_F^2}{4t_z t_{\perp}}$ , qui peut être très élevée pour un quasi-1D augmente de manière significative l'amplitude de la paraconductivité.



## Chapitre 3

# RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans ce chapitre, nous allons dans un premier temps discuter des résultats obtenus de la paraconductivité et de son influence attendue sur la résistivité en température pour les systèmes tels que les sels de Bechgaard ; par la suite, nous ferons une application directe de la théorie aux résultats de résistivité obtenus pour le  $(TMTSF)_2PF_6$  en fonction de la température et de la pression hydrostatique.

Notons que les données expérimentales de la résistivité qui seront confrontées à la théorie sont obtenues à partir d'un courant selon l'axe  $c(\equiv z)$ , qui est celle de moins grande conduction, alors que notre calcul donné à l'équation (2.107) a été effectué pour la paraconductivité longitudinale. La paraconductivité selon  $z$  est simplement reliée à la paraconductivité longitudinale  $\sigma'_{\mu_C,xx}$  par la relation

$$\sigma'_{\mu_C,zz} = \left(\frac{t_z}{t_x}\right)^2 \sigma'_{\mu_C,xx} \quad (3.1)$$

où le coefficient est le paramètre d'anisotropie entre les intégrales de saut selon  $\hat{z}$  et dans la direction longitudinale. L'expression de la paraconductivité selon l'axe  $\hat{z}$  prend alors la forme :

$$\sigma'_{\mu_C,zz} = \kappa_{\mu_C} \sigma'_{xx,0} \frac{32 t_z a^2 E_F^2 (N^{-1}(0) \chi_{\mu_C}(T))^{7/2}}{\pi^2 t_{\perp} d_{\perp} d_z 4 t_x^2 (\bar{\chi}_{\mu_C}(T))^{3/2}} I_{\mu_C}(T) \quad (3.2)$$

Ici

$$\kappa_{\mu_C} = 4 \frac{(\tilde{g}_{\mu_C})^4}{\pi^2} \quad (3.3)$$

est une constante microscopique reliée à notre choix d'opérateur de courant de paires de départ (cf. Éq. 2.10). Dans la limite Aslamazov-Larkin,  $\kappa_{\mu_C} = 1$ . Nous fixerons cette

constante à cette valeur pour la suite de la discussion. La contribution (3.2) corrige la partie de la conductivité liée aux diffusions élastiques notée  $\sigma_{0,z}$  ce qui donne au total  $\sigma_{0,z} + \sigma'_{\mu_C,zz}$  laquelle devient pour la résistivité

$$\rho_{0,z} = \frac{1}{\sigma_{0,z} + \sum_{\mu_C} \sigma'_{\mu_C,zz}} \quad (3.4)$$

dans laquelle la somme tient compte des différentes contributions à la supraconductivité.

Maintenant, la contribution dominante à la résistivité provenant des processus Umklapp de l'interaction électron-électron est de type liquide de Fermi à basse température qui est  $\sim T^2$ . Une telle dépendance en température est effectivement observée dans les sels de Bechgaard sur une bonne gamme en température loin de  $T_C$ . Ainsi, la résistivité transverse peut être écrite sous la forme

$$\rho_z(T) = \rho_{0,z} + AT^2 \quad (3.5)$$

où  $A$  est une constante qui peut être obtenue par l'expérience.

Afin d'illustrer l'influence de la paraconductivité sur la dépendance en température de la résistivité, nous avons tracé pour la symétrie "d" ("f") aux figures 3.1, 3.2, 3.3 (3.4, 3.5, 3.6) la variation de  $\rho_z$  en fonction de la température pour les constantes de couplage et des paramètres de bande du modèle de manière à ce que les valeurs de  $T_C$  coïncident respectivement avec les valeurs mesurées expérimentalement à 10 kbar ( $T_C \approx 0.92K$ ), 12.5 kbar ( $T_C \approx 0.72K$ ) et 14 kbar ( $T_C \approx 0.48K$ ). Nous avons aussi comme valeurs [55]

$$\begin{aligned} a &= 0,73 \text{ nm}, & b &= 0,78 \text{ nm}, & c &= 1,33 \text{ nm}, \\ \frac{E_F}{2t_z} &\simeq 300, & \frac{\hbar}{e^2} &= 4000 \Omega, & \frac{t_x}{t_z} &\simeq 300, & \frac{E_F}{2t_\perp} &\simeq \begin{cases} 8,75 & \text{pour la supra "f"} \\ 7,14 & \text{pour la supra "d"} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pour les autres paramètres  $\sigma_{0,z}$  et  $A$ , nous avons utilisé les paramètres issus du lissage haute température des données expérimentales aux différentes pressions ( cf. figures 3.7, 3.8, et 3.9). Dans l'équation (3.2),

$$\sigma'_{xx,0} = \frac{e^2}{32\hbar\xi_0} \quad (3.7)$$

où  $\xi_0 \approx 700 \text{ \AA}$  est la longueur de coherence des paires de Cooper le long des chaînes

issus des mesures de champs critiques [55]. Les résultats expérimentaux de résistivité ont été obtenus par P. Auban-Senzier au laboratoire de Orsay en France pour le composé  $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$  [52]. Nous obtenons finalement pour la résistivité

$$\rho_z = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{0,z} + 5,421 \cdot 10^{-2} \sum_{\mu_C} I_{\mu_C}(T)} + AT^2 & (\Omega \cdot \text{cm}) \quad \text{supra "f"} \\ \frac{1}{\sigma_{0,z} + 4,425 \cdot 10^{-2} \sum_{\mu_C} I_{\mu_C}(T)} + AT^2 & (\Omega \cdot \text{cm}) \quad \text{supra "d"} \end{cases} \quad (3.8)$$

Les figures 3.1, 3.2, 3.3 montrent la résistivité pour un supraconducteur "d" pure (a) et en tenant compte de l'influence de la supraconductivité de type "f" (b) alors que les figures 3.4, 3.5, 3.6 montrent la résistivité pour un supraconducteur "f" pure (a) et en tenant compte de l'influence de la supraconductivité de type "d" (b) pour différentes valeurs de pression.

D'après les résultats théoriques en supra "d" et "f" (cf. figures 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6), nous voyons qu'à partir respectivement de  $T/T_C \sim 2,3$  ( $P = 10 \text{ kbar}$ ),  $T/T_C \sim 3$  ( $P = 12.5 \text{ kbar}$ ) et  $T/T_C \sim 4$  ( $P = 14 \text{ kbar}$ ), il y a d'importantes déviations à la loi (3.5) avec  $\sigma'_{\mu_C,zz} = 0$ . Les fluctuations supraconductrices apportent donc un changement de courbure à la dépendance en température de la résistivité, ce qui est compatible avec les résultats expérimentaux.

Des mesures antérieures ont montré que l'anisotropie variait significativement sous pression et en température. Ainsi, le rapport d'anisotropie  $\frac{t_z}{t_\perp}$  qui apparaît dans l'expression (3.2) n'est pas une quantité connue avec précision et pourrait servir de paramètre ajustable afin de donner le meilleur lissage théorie-expérience. Ainsi, on pourra considérer

$$\frac{t_z}{t_\perp} \rightarrow C \frac{t_z}{t_\perp} \quad (3.9)$$

où  $C$  sera notre paramètre effectif ajustable. Il vient que la résistivité se réécrit comme

$$\rho_z = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{0,z} + 5,421 \cdot 10^{-2} C \cdot \sum_{\mu_C} I_{\mu_C}(T)} + AT^2 & (\Omega \cdot \text{cm}) \quad \text{supra "f"} \\ \frac{1}{\sigma_{0,z} + 4,425 \cdot 10^{-2} C \cdot \sum_{\mu_C} I_{\mu_C}(T)} + AT^2 & (\Omega \cdot \text{cm}) \quad \text{supra "d"} \end{cases} \quad (3.10)$$

Les figures 3.10, 3.11 et 3.12, (3.13, 3.14 et 3.15) montrent la comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques pour la résistivité transversale pour les fluctuations

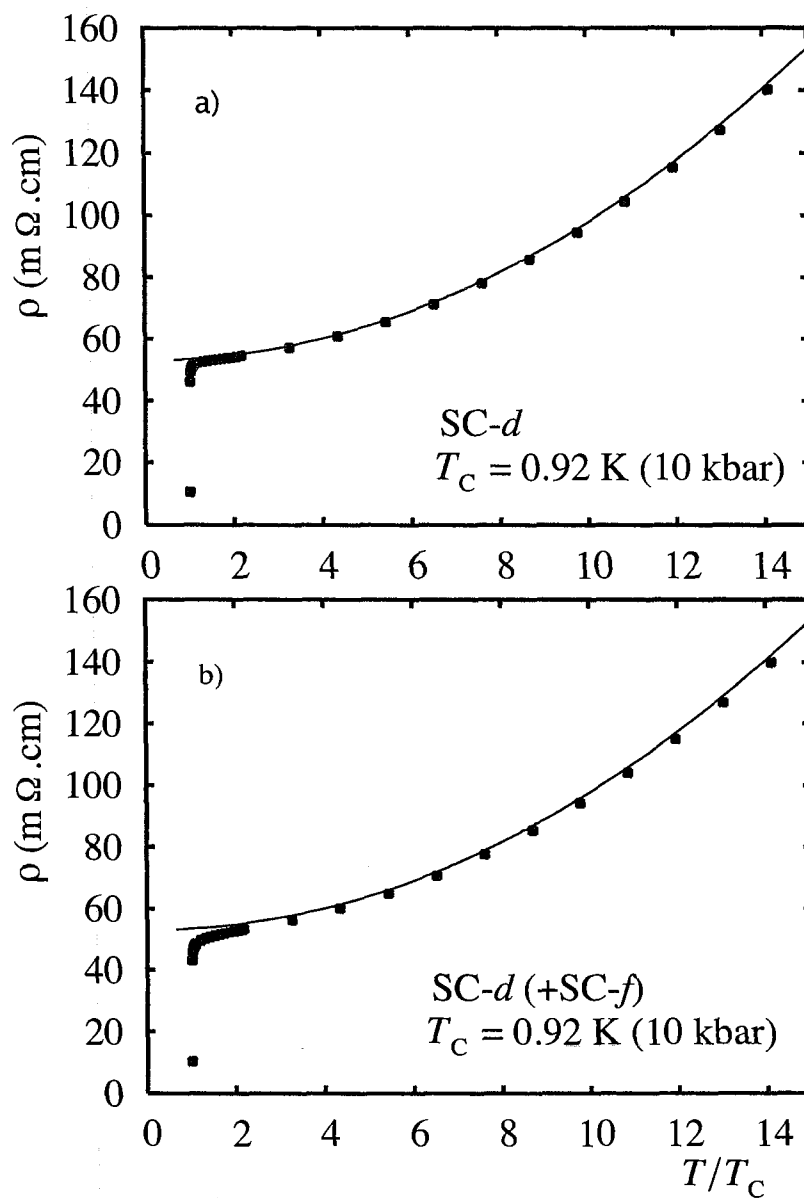


FIGURE 3.1 – Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra “d” à  $P = 10$  kbar.  $g_{L,1} = 0.04, g_{L,2} = 0, t'_{\perp} = 24$  : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.7).

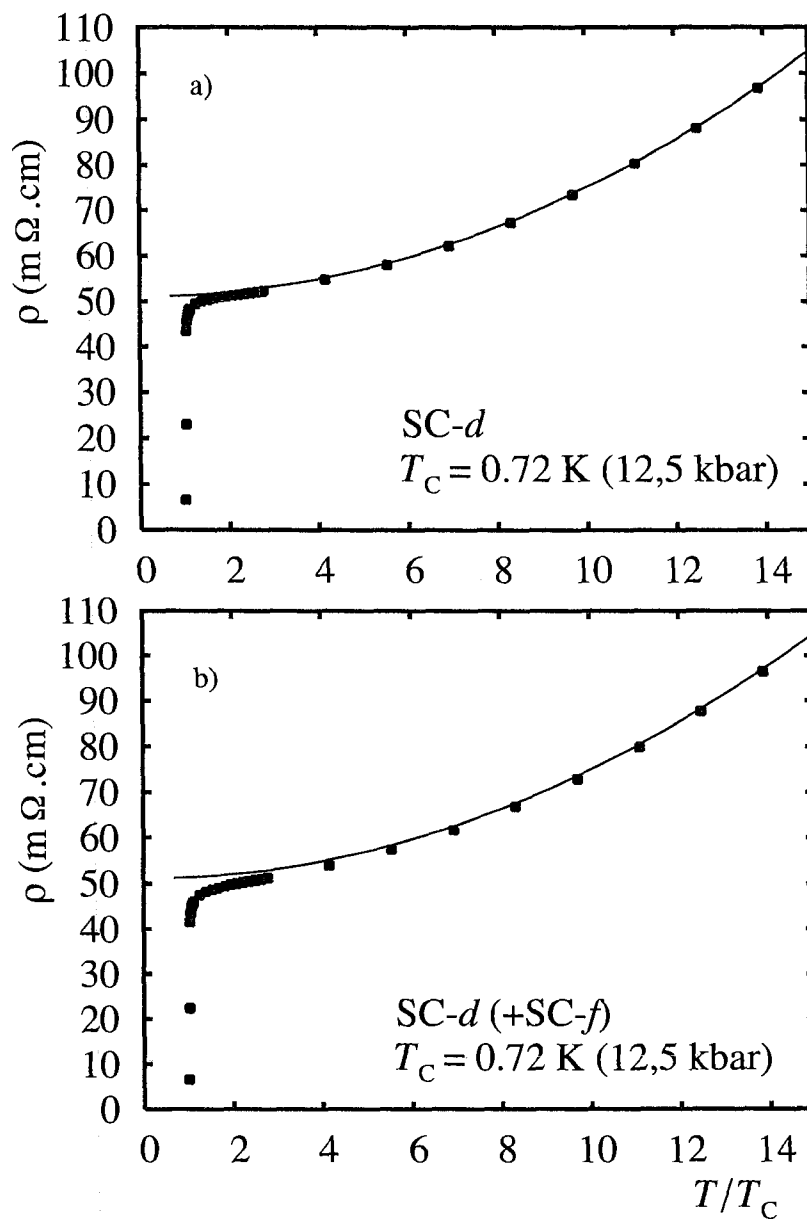


FIGURE 3.2 – Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra “d” à  $P = 12.5 \text{ kbar}$ .  $g_{\perp,1} = 0.04$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 24$  : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.8).

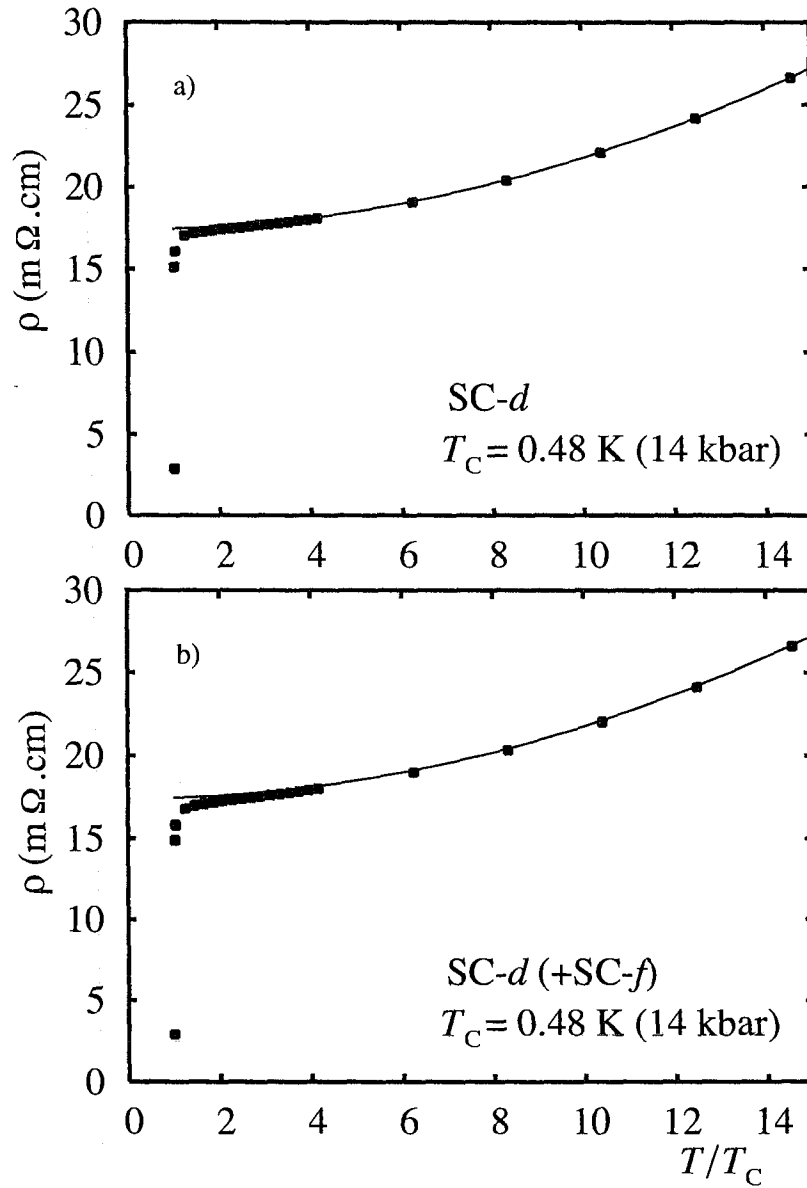


FIGURE 3.3 - Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "d" à  $P = 14$  kbar.  $g_{\perp,1} = 0.04$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 24$  : a) cas supra-d pure, b) cas supra-d + supra-f. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.9).

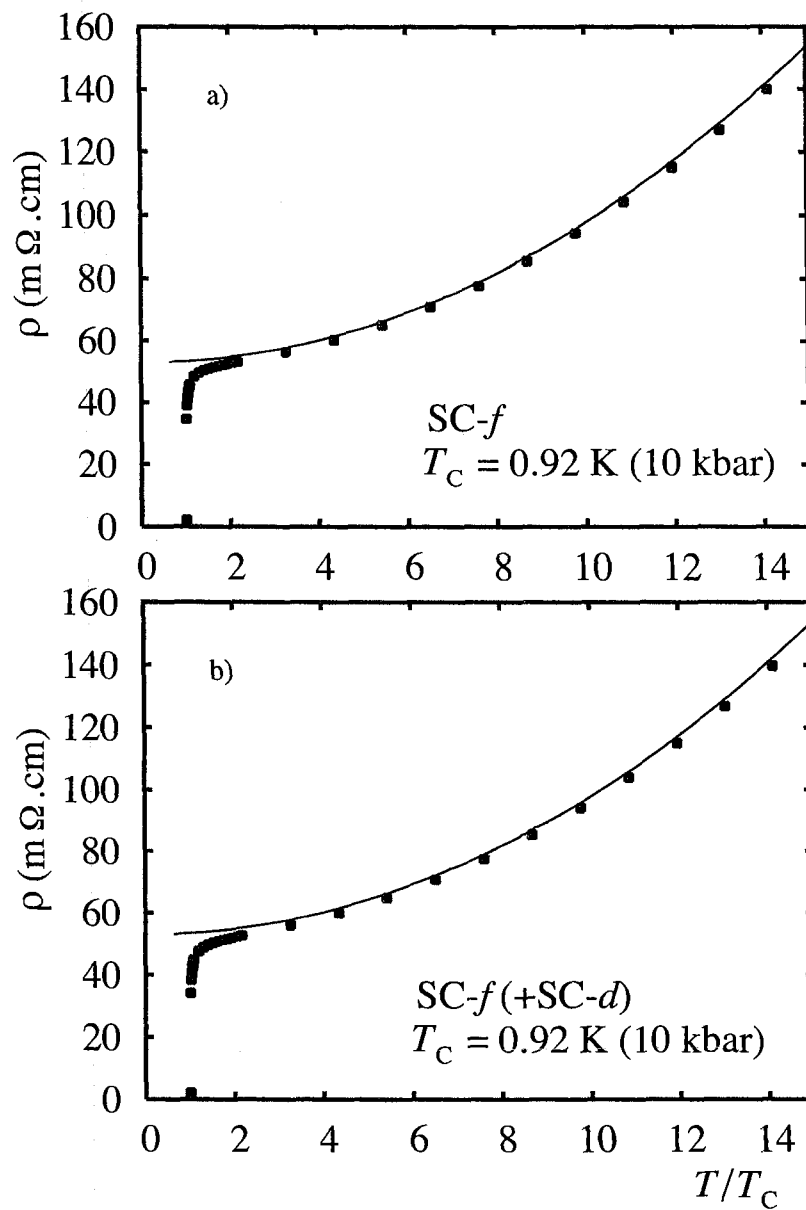


FIGURE 3.4 – Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "F" à  $P = 10$  kbar.  $g_{\perp,1} = 0.042$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 21$  : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.7).

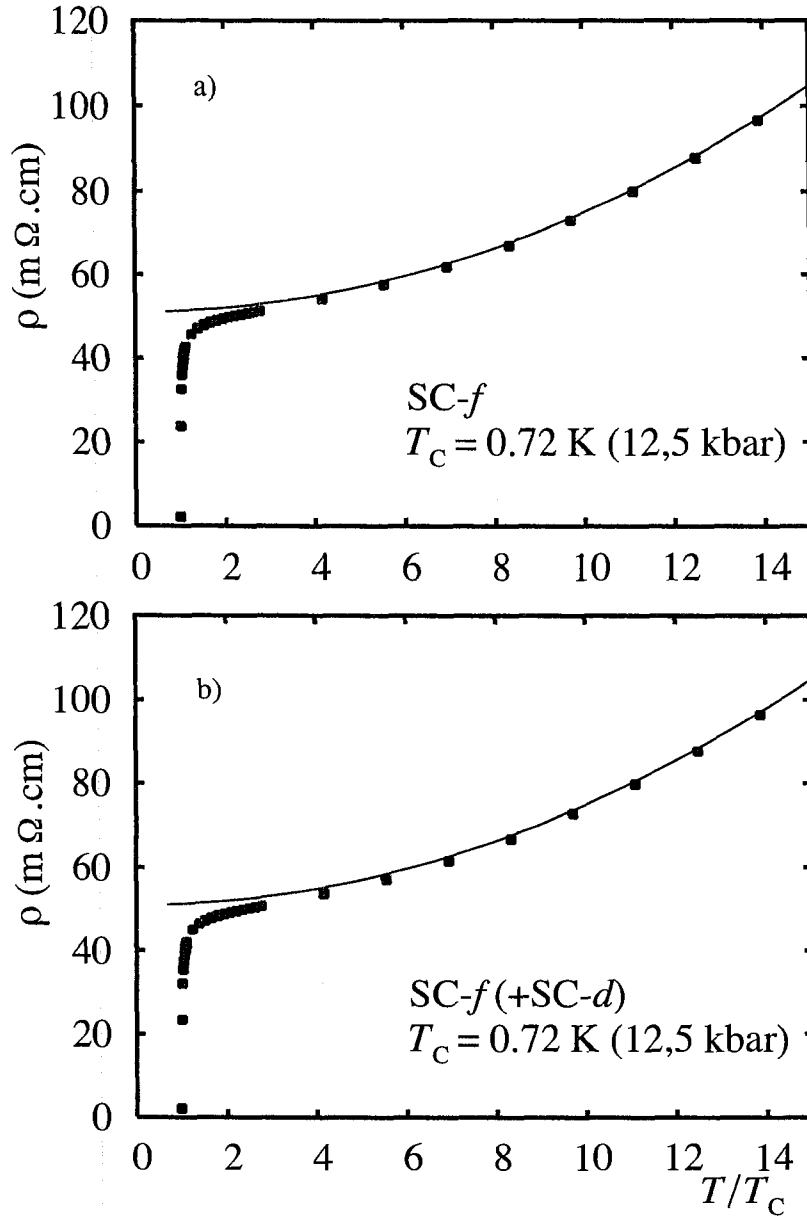


FIGURE 3.5 – Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "F" à  $P = 12.5$  kbar.  $g_{\perp,1} = 0.042$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 21$  : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.8).



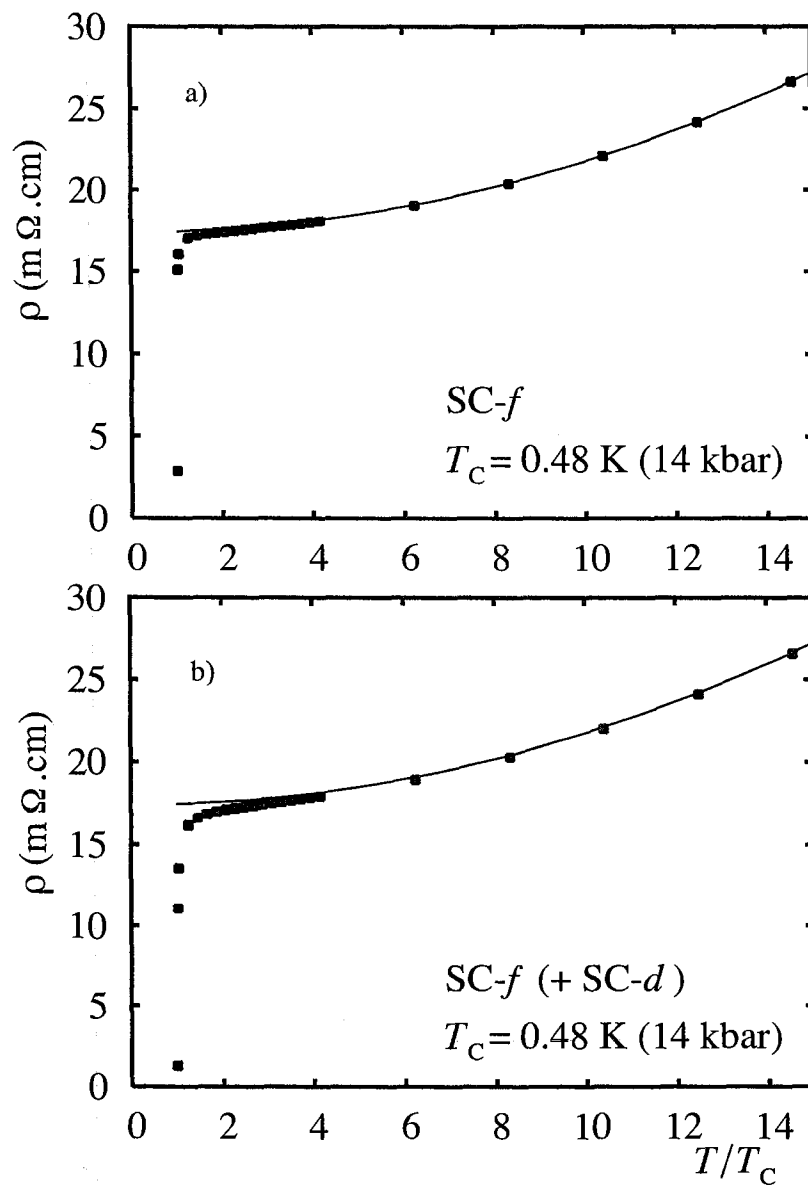


FIGURE 3.6 – Dépendance en température théorique de la résistivité dans le cas supra "f" à  $P = 14$  kbar.  $g_{\perp,1} = 0.042$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 21$  : a) cas supra-f pure, b) cas supra-f + supra-d. Le trait plein représente une courbe de type liquide de Fermi  $a + bx^2$  (figure 3.9).

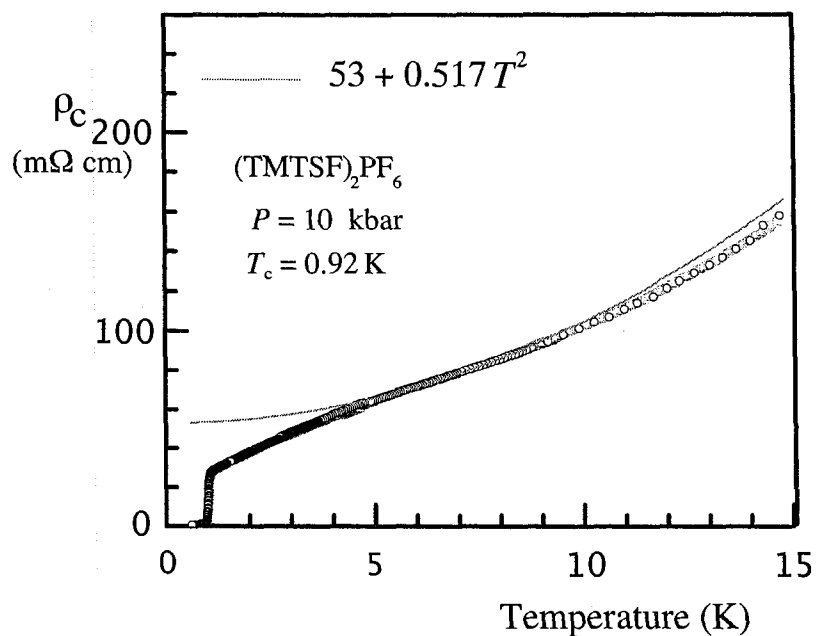


FIGURE 3.7 – Dépendance en température de la résistivité expérimentale à  $P = 10$  kbar pour le  $(TMTSF)_2PF_6$  [52].

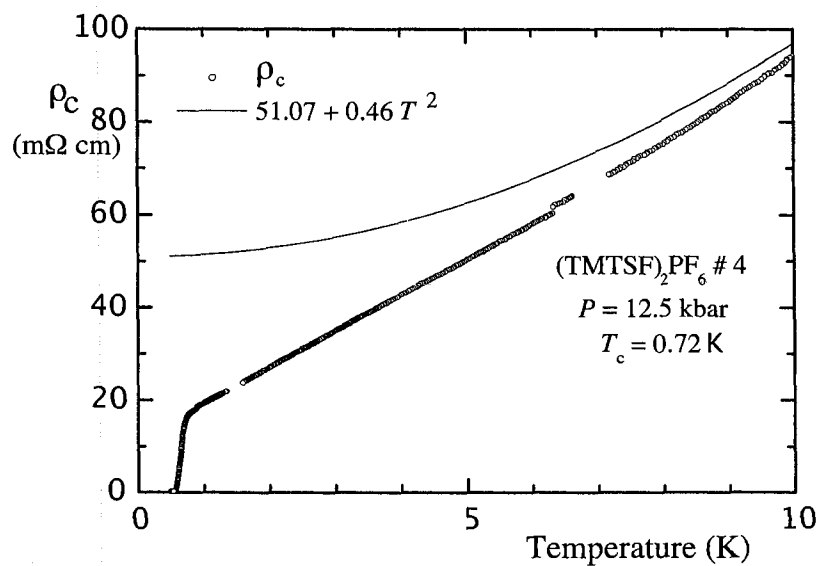


FIGURE 3.8 – Dépendance en température de la résistivité expérimentale à  $P = 12.5$  kbar pour le  $(TMTSF)_2PF_6$  [52].

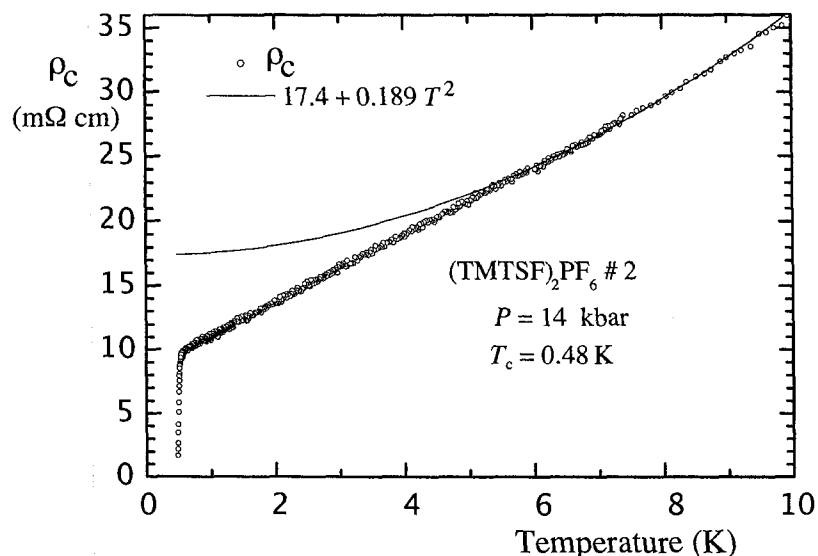


FIGURE 3.9 – Dépendance en température de la résistivité expérimentale à  $P = 14$  kbar pour le  $(TMTSF)_2PF_6$  [52].

à symétrie “d” (“f”) en fonction de la température.

Nous remarquons un assez bon accord de nos résultats avec les expériences. Cet accord est encore plus prononcé pour la supraconductivité “f” que la supraconductivité “d”. Cela est certainement dû au fait que les fluctuations sont plus importantes pour la supraconductivité “f” que pour “d”. En fait, le mécanisme d’appariement dans le cas triplet “f” est fortement influencé par le couplage coulombien interchaîne  $g_{\perp}^{\perp}$ , lequel intervient déjà à haute énergie ( $\sim E_F$ ). Dans le cas “d”, ce sont les fluctuations antiferromagnétiques qui interviennent exclusivement et ces dernières sont corrélées d’une chaîne à l’autre en dessous d’une énergie de l’ordre de  $t_{\perp} \ll E_F$ . On peut observer sur les figures (3.16), (3.17) et (3.18) que la susceptibilité “f” est toujours supérieure à celle “d”.

La prise en compte de l’influence de la supraconductivité de type “f” (supraconductivité de type “d”) dans le calcul de la résistivité pour une transition supra “d” (supra “f”) montre une amélioration de nos résultats théoriques, ce qui se matérialise par une diminution du paramètre ajustable  $C$ . Cette diminution est très importante dans le cas de la supra “d”.

Une autre observation est le fait que l’écart théorie-expérience croît avec la pression (lorsqu’on diminue en température), quel que soit le type de supraconductivité. Ceci tient au fait que l’amplitude calculée des fluctuations supraconductrices diminue lorsque

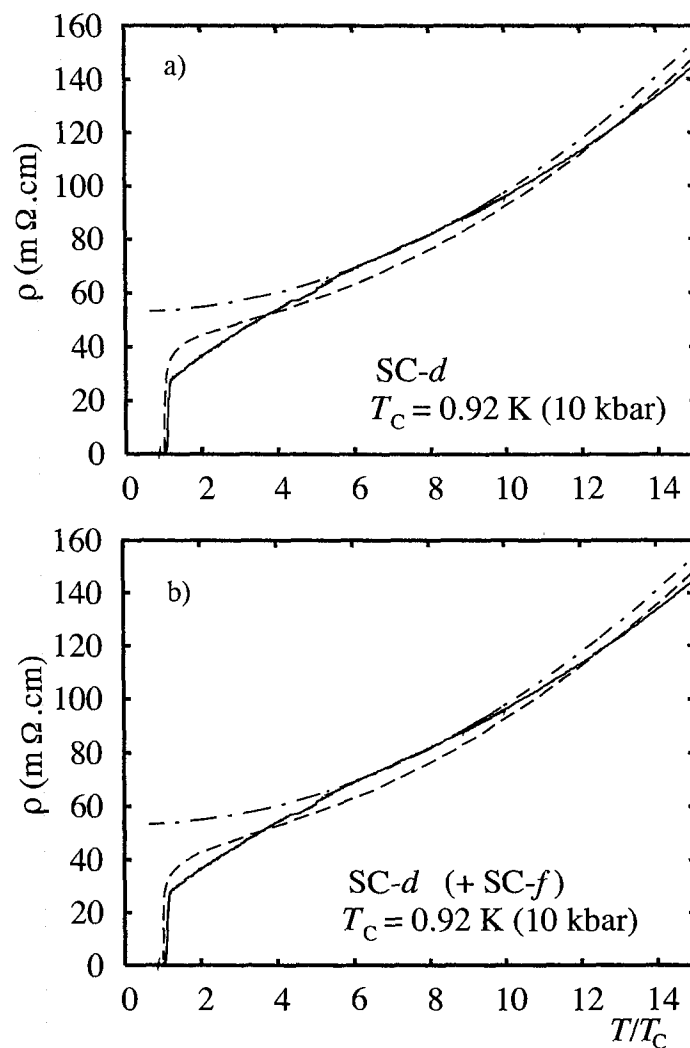


FIGURE 3.10 – Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra “d” en fonction de la température à  $P = 10$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ ) : a) cas supra-d pure avec  $C = 20$ , b) cas supra-d + supra-f avec  $C = 7$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.

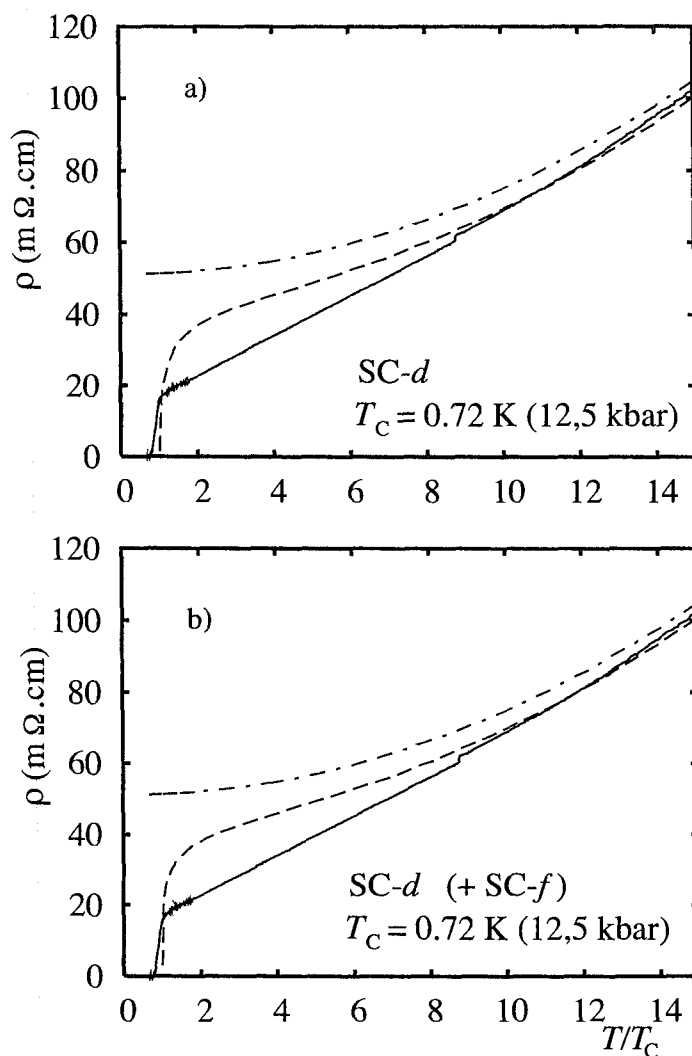


FIGURE 3.11 - Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "d" en fonction de la température à  $P = 12.5$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ ) : a) cas supra-d pure avec  $C = 24$ , b) cas supra-d + supra-f avec  $C = 8, 4$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.

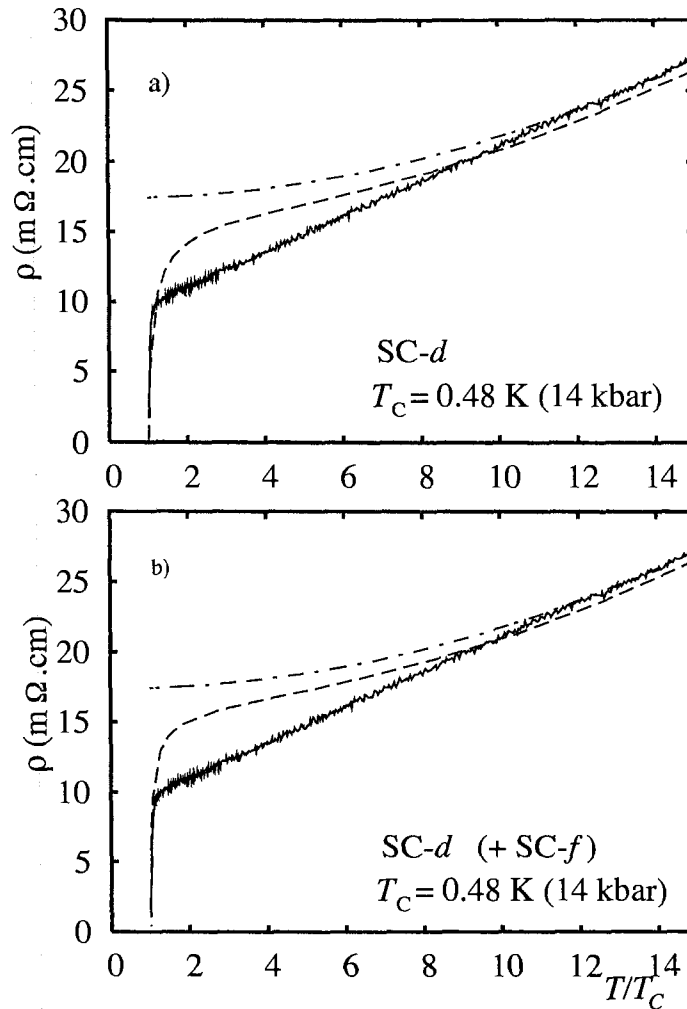


FIGURE 3.12 - Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra "d" en fonction de la température à  $P = 14$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.04, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 24$ ) : a) cas supra-d pure avec  $C = 25, 7$ , b) cas supra-d + supra-f avec  $C = 9$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait hachuré montre la courbe théorique, alors que le trait interrompu avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.

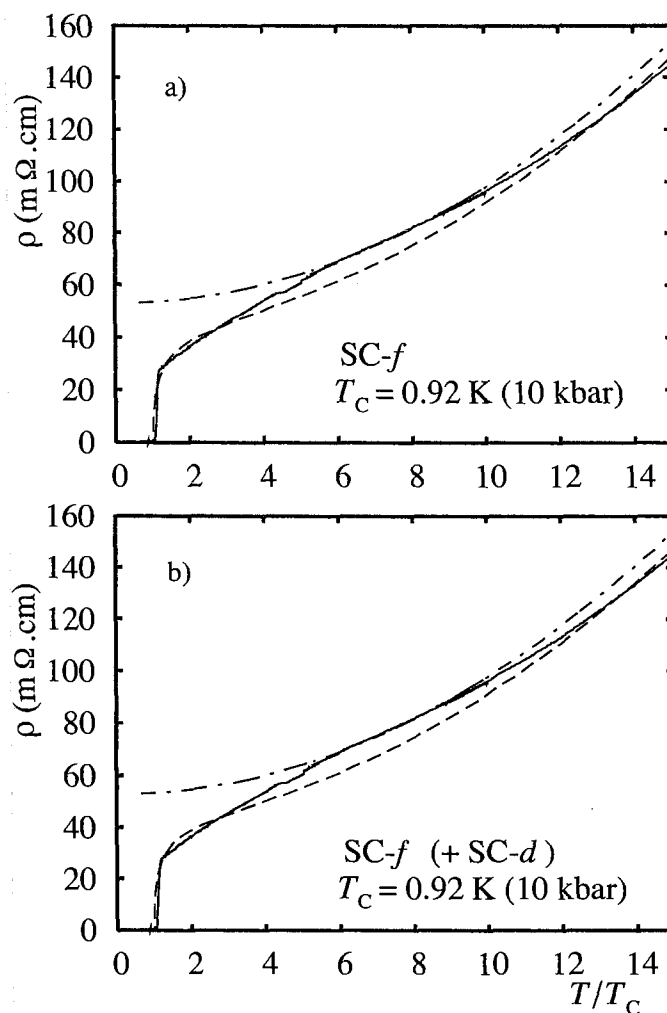


FIGURE 3.13 – Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra “f” en fonction de la température à  $P = 10$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.042, g_{\perp,2} = 0, t'_{\perp} = 21$ ) : a) cas supra-f pure avec  $C = 11$ , b) cas supra-f + supra-d avec  $C = 8$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.

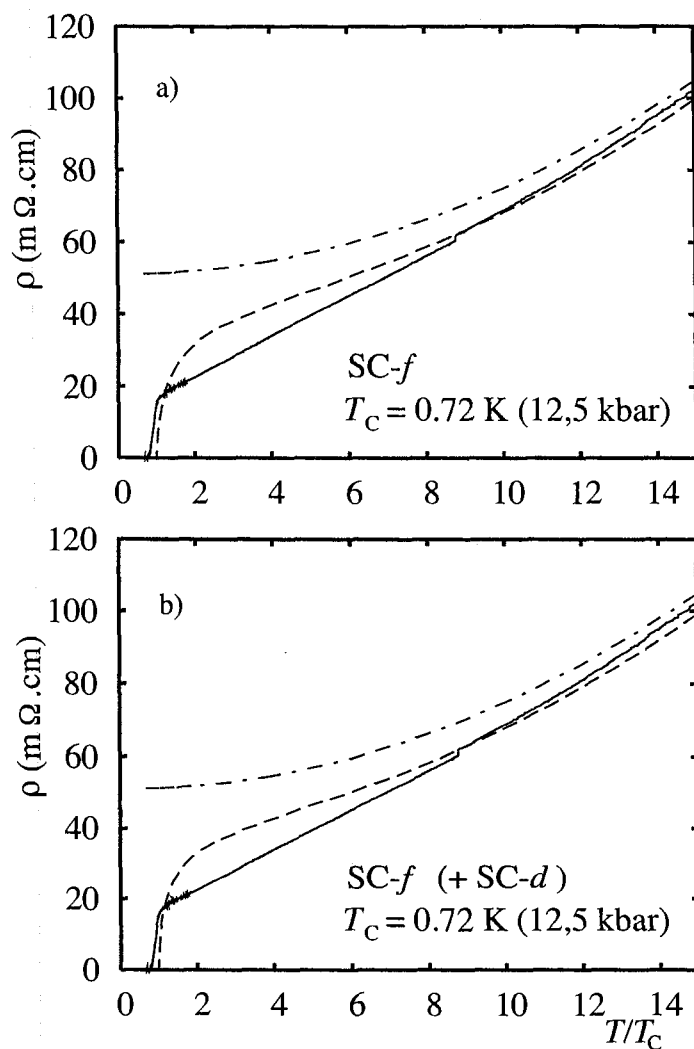


FIGURE 3.14 – Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra “P” en fonction de la température à  $P = 12.5$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.042$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 21$ ) : a) cas supra-f pure avec  $C = 13,2$ , b) cas supra-f + supra-d avec  $C = 9,6$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.



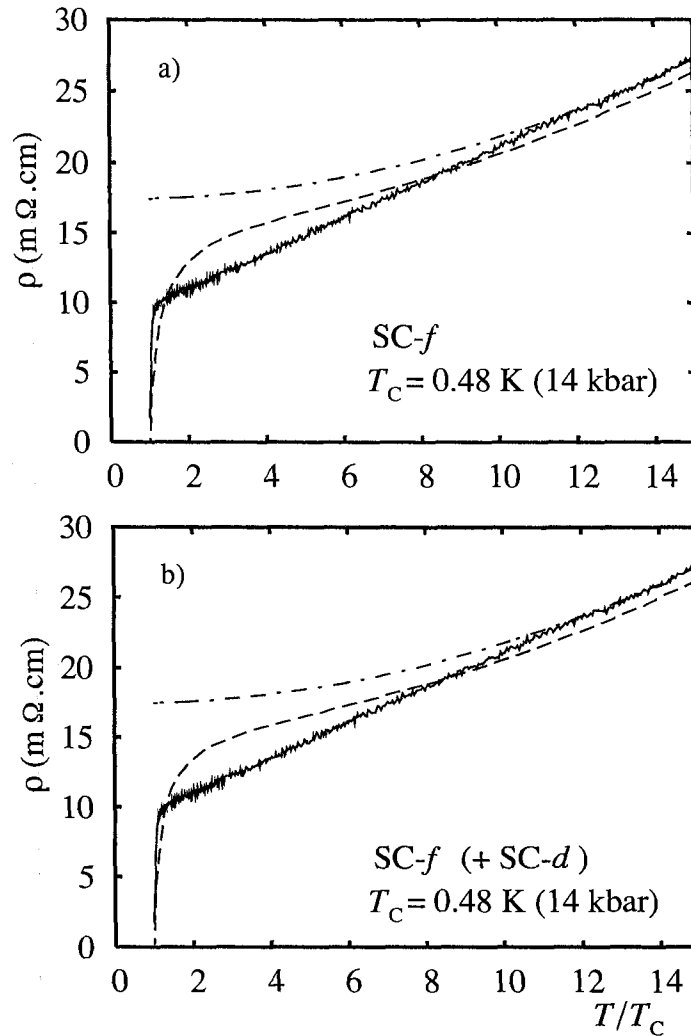


FIGURE 3.15 – Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux de la résistivité pour une transition de type supra “f” en fonction de la température à  $P = 14$  kbar, ( $g_{\perp,1} = 0.042$ ,  $g_{\perp,2} = 0$ ,  $t'_{\perp} = 21$ ) : a) cas supra-f pure avec  $C = 14, 2$ , b) cas supra-f + supra-d avec  $C = 10, 3$ . Le trait plein montre la courbe expérimentale, le trait interrompu montre la courbe théorique, alors que le trait hachuré avec des points montre une courbe de type liquide de Fermi.

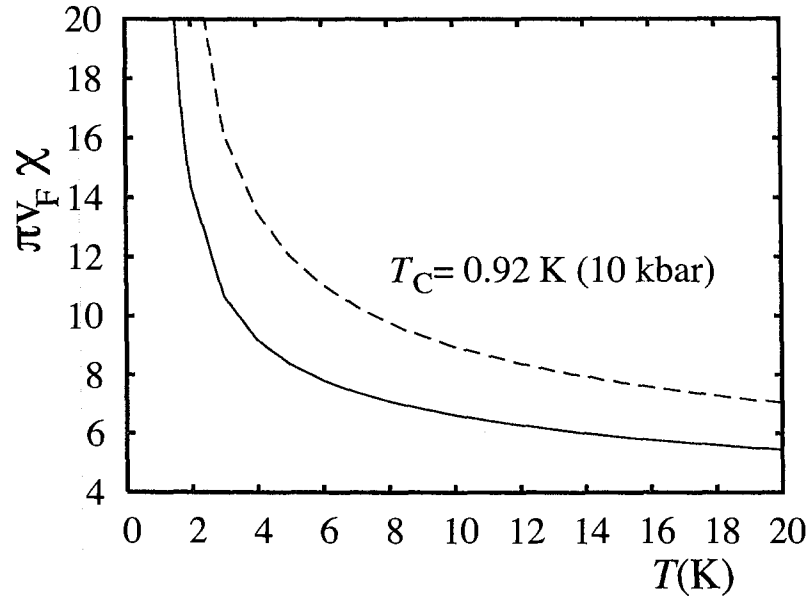


FIGURE 3.16 – Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de  $T_C = 0.92$  K. Le trait plein montre la symétrie “d” et celui hachuré la symétrie “f”.

$T_C$  décroît. La relation utilisée prévoit un comportement critique en  $\varepsilon_{\mu C}^{-1/2}$  qui surestime l'influence des fluctuations très près de  $T_C$ . Pour les deux cas traités, le paramètre ajustable  $C$  est de l'ordre de 10; ce qui est un ordre de grandeur acceptable pour la grande incertitude comme pour le rapport  $t_z/t_{\perp}$ . Par exemple, selon les calculs de bande à partir des données cristallographiques de Balicas *et al.*[19] et de Ducasse *et al.*[54],  $t_z/t_{\perp} \simeq 130$  et  $t_z/t_{\perp} \simeq 30$  donne une assez bonne disparité. Ce rapport est susceptible de croître en baissant la température comme l'indique une décroissance de  $\sigma_{xx}/\sigma_{zz}$  d'un facteur 5 entre la température ambiante et 5 K [26].

Comme attendu, le paramètre ajustable d'anisotropie  $t_z/t_{\perp}$  dépend de la pression. Il augmente avec la pression d'une valeur d'environ 6%/kbar pour le cas de la supra “d” et de 7%/kbar pour la supra “f”. Cette augmentation semble être de même ordre de grandeur que celle connue ( $\sim 7\%/kbar$ ) pour la conductivité transverse à température ambiante pour le composé  $(TMTSF)_2PF_6$ , augmentation liée à l'anisotropie.

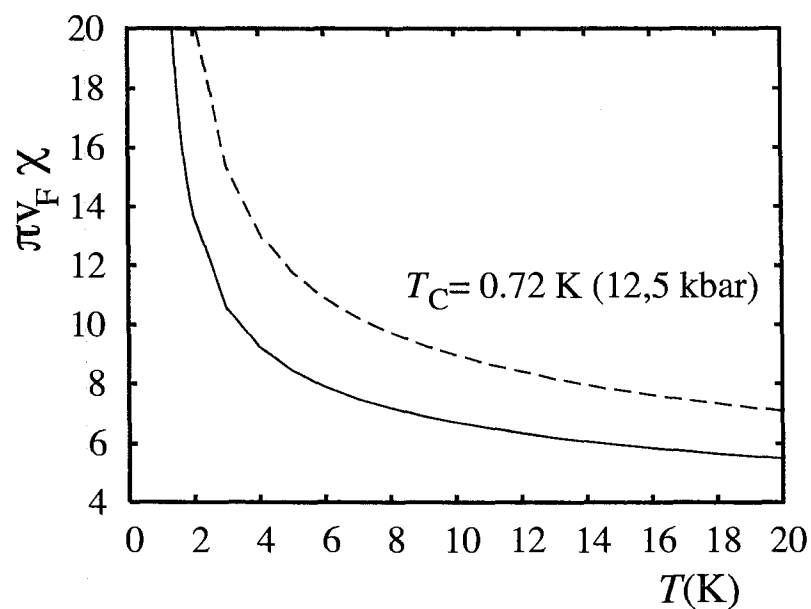


FIGURE 3.17 – Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de  $T_C = 0.72$  K. Le trait plein montre la symétrie “d” et celui hachuré la symétrie “f”.

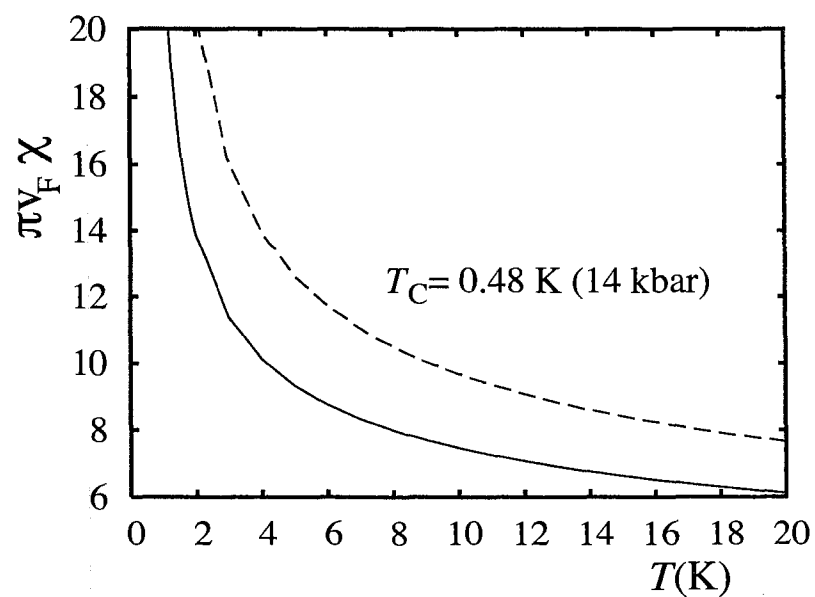


FIGURE 3.18 – Comparaison de la susceptibilité supraconductrice calculée pour une valeur de  $T_C = 0.48$  K. Le trait plein montre la symétrie “d” et celui hachuré la symétrie “f”.

# Conclusion

L'origine des déviations importantes observées aux basses températures sur la conductivité des matériaux organiques quasi-1D reste à ce jour très controversée. Il est établi pour ces matériaux que les fluctuations magnétiques y sont très présentes. Des travaux antérieurs [10, 11, 12, 50] ont montré que des déviations à l'emboîtement à la surface de Fermi conduisaient à la frustration de l'état magnétique et pouvant donner lieu à un état supraconducteur non conventionnel "d" ou "f". L'objectif visé par notre travail était d'évaluer l'influence des fluctuations supraconductrices induites par l'antiferromagnétisme dans les conducteurs organiques quasi-1D. À l'aide de la méthode du groupe de renormalisation pour un gaz d'électrons quasi-1D, nous avons d'abord calculé la paraconductivité dans la limite dite à un seul canal de diffusion soit le canal de Cooper. Nous avons pu voir les différents régimes de dimensionnalité. Ensuite, nous avons tenu compte de l'interférence entre les corrélations particule-particule et particule-trou et ainsi déterminé l'influence des fluctuations supraconductrices sur la conductivité des conducteurs organiques, dans un cas où le mélange de canaux avec onde de densité et Cooper donne lieu au mécanisme supraconducteur pour une structure quasi-1D.

Il ressort de nos calculs que la paraconductivité dans le cas limite à un canal (Cooper), calculée à partir du courant de paires coïncide essentiellement avec celle trouvée dans la limite Aslamazov-Larkin. De plus, tel qu'attendu, on constate que les fluctuations sont plus importantes au fur et à mesure que l'on décroît la dimension spatiale. Pour une dimension donnée, plus l'anisotropie est prononcée plus les fluctuations deviennent importantes.

Dans le cas quasi-1D, avec mélange des canaux, on retrouve aussi le résultat de Aslamazov-Larkin à une constante près. Il s'avère aussi que nos résultats s'accordent qualitativement aux données expérimentales avec un paramètre d'anisotropie qui est fortement influencé par la pression. De même, on remarque que la pression lorsqu'elle augmente diminue les fluctuations supraconductrices. En outre, l'interférence des canaux

augmente la conductivité des conducteurs organiques quasi-unidimensionnels de manière significative.

Globalement, on conclut que la paraconductivité due aux fluctuations supraconductrices "d" ou "f", telles qu'induites par l'antiferromagnétisme peut donner une explication qualitative de l'origine des déviations à la prediction de la théorie des liquides de Fermi pour la résistivité aux basses températures des sels de Bechgaard.

## Annexe A

# CALCUL DE LA BOUCLE DE COOPER DANS LA COQUE EXTERNE

Rappelons d'abord le théorème de Wick qui nous sera utile dans ce calcul.

$$\langle \psi_{\alpha_1} \dots \psi_{\alpha_n} \psi_{\beta_1}^* \dots \psi_{\beta_n}^* \rangle_0 = (-1)^n \sum_p (-1)^p G_{\alpha_p n, \beta_n}^0 \dots G_{\alpha_1, \beta_1}^0$$

où  $(-1)^p$  est le signe de la permutation  $p$  des indices  $\alpha$ . Ce théorème nous permet d'exprimer une valeur moyenne de plusieurs champs de fermions comme un ensemble de produit de propagateurs à une particule  $G^0$

Dans le calcul de la contraction de Cooper dans la coque externe à fréquence et à vecteur d'onde nuls  $\langle O_{\mu C}^* O_{\mu C} \rangle_0$  après usage de ce théorème, il vient alors

$$\begin{aligned} \langle O_{\mu C}^* O_{\mu C} \rangle_0 &= \frac{k_B T}{L} \sum_k \sum_{n, \sigma} G_-^0(-k, -\omega_n) G_+^0(k, \omega_n) \\ &= \frac{k_B T}{L} \sum_k \sum_{n, \sigma} \frac{1}{-i\omega_n - \varepsilon_-(-k)} \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_+(k)} \\ &= 2 \frac{k_B T}{L} \sum_k \sum_n \frac{1}{-i\omega_n - \varepsilon_-(-k)} \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_+(k)} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Or l'énergie de bande est donnée par  $\varepsilon_p(k) = \hbar v_F (pk - k_F)$  et on trouve que  $\varepsilon_-(-k) =$

$\varepsilon_+(k) = \varepsilon_k \equiv \hbar v_F(k - k_F)$ . L'équation (A.1) devient alors

$$\langle O_{\mu_C}^* O_{\mu_C} \rangle_0 = -2 \frac{k_B T}{L} \sum_k \sum_n \frac{1}{i\omega_n + \varepsilon_k} \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_k} \quad (\text{A.2})$$

La sommation sur  $n$  se fait dans le plan complexe que nous pouvons résumer comme suit : Pour une fonction  $f(n)$  qui converge, c'est-à-dire  $\lim_{n \rightarrow \infty} n f(n) = 0$ , dans un parcours fermé sa somme  $S$  est égale à

$$S = - \sum_{\text{residus } f(n)} f(n) \pi \cot \pi z$$

Si dans (A.2), nous posons

$$f(n) = \frac{1}{i\omega_n + \varepsilon_k} \frac{1}{-i\omega_n - \varepsilon_k} = \frac{1}{i\pi(2n+1)k_B T + \varepsilon_k} \frac{1}{-i\pi(2n+1)k_B T - \varepsilon_k} \quad (\text{A.3})$$

qui a ses pôles en  $n_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_k}{2i\pi k_B T}$  et  $n_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon_k}{2i\pi k_B T}$ . On peut aisément vérifier que  $\lim_{n \rightarrow \infty} n f(n) = 0$  quand  $n \rightarrow \infty$ , et il vient alors que

$$\begin{aligned} S &= - \frac{(n - n_1) \pi \cot \pi n}{2i\pi k_B T (n - n_1) \cdot 2i\pi k_B T (n - n_2)} \Big|_{n=n_1} - \frac{(n - n_2) \pi \cot \pi n}{2i\pi k_B T (n - n_1) \cdot 2i\pi k_B T (n - n_2)} \Big|_{n=n_2} \\ &= - \frac{1}{2T k_B \varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2k_B T} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Ce calcul intermédiaire nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} \langle O_{\mu_C}^* O_{\mu_C} \rangle_{0,C} &= \frac{1}{L} \sum_k \frac{\tanh \frac{\varepsilon_k}{2k_B T}}{\varepsilon_k} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int dk \frac{\tanh \frac{\varepsilon_k}{2k_B T}}{\varepsilon_k} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Décomposons par la suite l'intervalle d'intégration en y insérant des étapes intermédiaires de la manière suivante :

$$\langle O_{\mu_C}^* O_{\mu_C} \rangle_{0,C} = \frac{1}{2\pi \hbar v_F} \left[ \int_{-\frac{1}{2} E_0(l)}^{-\frac{1}{2} E_0(l+dl)} + \int_{\frac{1}{2} E_0(l)}^{\frac{1}{2} E_0(l+dl)} \right] dE_0(l) \frac{\tanh \frac{\beta E_0(l)}{4}}{E_0(l)} \quad (\text{A.6})$$

où nous avons utilisé la relation  $\varepsilon = \frac{1}{2} E_0(l)$ .

Annexe A : CALCUL DE LA BOUCLE DE COOPER DANS LA COQUE EXTERNE76

En utilisant le fait que  $\int_{-x}^{-y} da = -\int_x^y da$  et en inversant les bornes de la première intégrale de (A.6), il vient que

$$\begin{aligned} \langle O_{\mu_C}^* O_{\mu_C} \rangle_{0,C} &= \frac{1}{\pi \hbar \omega_F} \int_{\frac{1}{2} E_0(l+d)}^{\frac{1}{2} E_0(l)} dE_0(l) \frac{\tanh \frac{\beta E_0(l)}{4}}{E_0(l)} \\ &\simeq \frac{1}{\pi \hbar \omega_F} \int_{\frac{1}{2} E_0(l+d)}^{\frac{1}{2} E_0(l)} dE_0(l) \frac{1}{E_0(l)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

où  $\tanh x \rightarrow 1$  si  $\beta E_0(l) \gg 1$ . L'intégration de (A.7) nous conduit à

$$\begin{aligned} \langle O_{\mu_C}^* O_{\mu_C} \rangle_{0,C} &= \frac{1}{\pi \hbar \omega_F} \ln \frac{E_0(l)}{E_0(l+d)} \\ &= \frac{1}{\pi \hbar \omega_F} dl \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

qui est le résultat attendu. Nous avons utilisé dans la dernière équation le fait que  $E_0(l) = E_0 e^l$ ,  $\implies l = \ln \frac{E_0}{E_0(l)}$ , d'où  $dl = \ln \frac{E_0(l)}{E_0(l+d)}$ .



## Annexe B

# FONCTION DE CORRÉLATION COURANT-COURANT ET TENSEUR DE PARACONDUCTIVITÉ

En présence d'un vecteur potentiel  $\mathbf{A}$  se couplant au courant de paires  $\mathbf{J}$  supraconductrices, la valeur moyenne statistique de la composante  $J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau)$  est donnée par :

$$\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle = \frac{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{\mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_I + \mathcal{S}_A}}{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{\mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_I + \mathcal{S}_A}} \quad (\text{B.1})$$

où la mise en ordre temporelle sur  $\tau$  est implicite dans la formulation intégrale fonctionnelle et

$$\mathcal{S}_A = \iint d\mathbf{r}' d\tau' \sum_{\beta} \dot{j}_{S,\beta}(\mathbf{r}', \tau') A_{\beta}(\mathbf{r}', \tau')$$

En théorie de reponse linéaire où  $\mathcal{S}_A \rightarrow 0$ , nous pouvons procéder à un développement limité de l'exponentielle. Il vient alors que

$$\begin{aligned}
\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle &= \frac{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{S_0+S_I} (1 + \mathcal{S}_A + \dots)}{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I} (1 + \mathcal{S}_A + \dots)} \\
&= \frac{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{S_0+S_I} + \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \mathcal{S}_A J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{S_0+S_I}}{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I} + \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \mathcal{S}_A e^{S_0+S_I}} \\
&= \frac{\iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{S_0+S_I} + \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \mathcal{S}_A J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) e^{S_0+S_I}}{Z_0 \left( 1 + \frac{1}{Z_0} \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \mathcal{S}_A e^{S_0+S_I} \right)} \quad (\text{B.2})
\end{aligned}$$

où

$$Z_0 = \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I}$$

En absence du champ  $A$ , la valeur moyenne du courant est nulle c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle_0 &= \frac{1}{Z_0} \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I} J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \\
&= 0
\end{aligned}$$

et

$$\frac{1}{Z_0} \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi \mathcal{S}_A e^{S_0+S_I} = 0$$

Il vient alors que

$$\begin{aligned}
\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle &= \frac{1}{Z_0} \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I} J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \mathcal{S}_A \\
&= \iint d\mathbf{r}' d\tau' \sum_{\beta} \left( \frac{1}{Z_0} \iint \mathcal{D}\psi^* \mathcal{D}\psi e^{S_0+S_I} J_{\mu,\beta}(\mathbf{r}', \tau') J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \right) A_{\beta}(\mathbf{r}', \tau') \\
&= \sum_{\beta} \iint d\mathbf{r}' d\tau' \langle J_{\mu,\beta}(\mathbf{r}', \tau') J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle_0 A_{\beta}(\mathbf{r}', \tau') \quad (\text{B.3})
\end{aligned}$$

Il découle alors que

$$\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle \equiv \iint d\mathbf{r}' d\tau' \mathcal{Q}_{\alpha,\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau - \tau') A_{\beta}(\mathbf{r}', \tau') \quad (\text{B.4})$$

où  $\mathcal{Q}_{\alpha,\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau - \tau')$  est la fonction de corrélation courant-courant.

Si nous avons les transformées de Fourier

$$J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) = \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega_m) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega_m \tau}$$

$$Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau - \tau') = \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) e^{i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} e^{-i\omega_m(\tau-\tau')}$$

et

$$A_{\beta}(\mathbf{r}, \tau) = \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} A_{\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega_m \tau}$$

nous avons

$$\begin{aligned} \langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \tau) \rangle &= \iint d\mathbf{r}' d\tau' Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau - \tau') A_{\beta}(\mathbf{r}', \tau') \\ \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega_m) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} - i\omega_m \tau} &= \frac{k_B T}{LN_{\perp}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} \sum_{\mathbf{q}', \omega'_m} \iint d\mathbf{r}' d\tau' Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) A_{\beta}(\mathbf{q}', \omega'_m) \\ &\times e^{-i(\mathbf{q}-\mathbf{q}')\cdot\mathbf{r}'} e^{i(\omega_m - \omega'_m)\tau'} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega_m \tau} \\ &= \sqrt{\frac{k_B T}{LN_{\perp}}} \sum_{\mathbf{q}, \omega_m} Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) A_{\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} e^{-i\omega_m \tau} \quad (\text{B.5}) \end{aligned}$$

où la dernière ligne résulte de l'intégration sur  $\tau'$  et  $\mathbf{r}'$ . Il vient alors

$$\langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega_m) \rangle = Q_{\alpha,\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) A_{\beta}(\mathbf{q}, \omega_m) \quad (\text{B.6})$$

Nous pouvons maintenant définir la densité de courant en fréquence réelle qui est donnée par la continuation analytique :

$$J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega) = \langle J_{\mu,\alpha}(\mathbf{r}, \omega_m) \rangle \Big|_{i\omega_m \rightarrow \omega + i0^+} = Q_{\alpha,\beta}^R(\mathbf{q}, \omega) A_{\beta}(\mathbf{q}, \omega) \quad (\text{B.7})$$

où  $Q_{\alpha,\beta}^R(\mathbf{q}, \omega)$  est la fonction de corrélation retardée.

Le champ  $A_{\beta}$  est défini en temps et fréquence réels suivant l'équation d'une onde plane par  $A_{\beta}(\mathbf{r}, t) = A_{0,\beta} e^{-i\omega t + i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ . D'après les équations de Maxwell, le champ électrique est relié au potentiel vecteur par  $E_{\beta} = -\frac{\partial A_{\beta}}{\partial t}$ . Un calcul évident nous mène à la relation

$$A_{\beta}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{i\omega} E_{\beta}(\mathbf{r}, t)$$

Les composantes de Fourier seront donc reliées par

$$A_\beta(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{i\omega} E_\beta(\mathbf{q}, \omega) \quad (\text{B.8})$$

Il vient alors que l'expression (B.7) prend la forme

$$J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{Q_{\alpha,\beta}^R(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega} E_\beta(\mathbf{q}, \omega) \quad (\text{B.9})$$

La relation entre la densité de courant et la paraconductivité par analogie à la loi d'Ohm,

$$J_{\mu,\alpha}(\mathbf{q}, \omega) = \sigma'_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) E_\beta(\mathbf{q}, \omega) \quad (\text{B.10})$$

permet d'introduire le tenseur de paraconductivité  $\sigma'_{\alpha\beta}$

$$\sigma'_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{i\omega} Q_{\alpha,\beta}^R(\mathbf{q}, \omega) \quad (\text{B.11})$$

## Annexe C

# CALCUL DE LA PARACONDUCTIVITÉ.

### C.1 Cas unidimensionnel

Dans le cas 1D, la réponse électromagnétique est donnée par

$$Q_{xx}^{\mu C}(\omega_\nu) = \mathcal{B}^2 \frac{2k_B T}{L} \sum_{\tilde{q}} \sum_{\alpha, \beta} q^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu C} \right|^{-4} \mathcal{L}_{\mu C}(\mathbf{q}, \omega_m) \mathcal{L}_{\mu C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_\nu) \quad (\text{C.1})$$

où  $\alpha = \beta = x$ . Pour le calcul de (C.1), la sommation sur  $\omega_m$  peut être transformée en un contour intégrable utilisant la transformation

$$k_B T \sum_{\omega_m} f(\omega_m) = \frac{1}{4\pi i} \oint_{C_0} dz \coth \frac{z}{2k_B T} f(-iz) \quad (\text{C.2})$$

où  $z = i\omega_m$  est une variable dans le plan complexe des fréquences et  $C_0$  le contour renfermant toutes les fréquences de Matsubara bosoniques sur l'axe imaginaire.

L'équation (C.1) prend alors la forme

$$Q_{xx}^{\mu C} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu C} \right|^{-4}}{2\pi i L} \sum_{q, \nu} q^2 \oint_{C_0} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \mathcal{L}_{\mu C}(q, -iz) \mathcal{L}_{\mu C}(q, -iz + \omega_\nu) \quad (\text{C.3})$$

L'intégration dans le plan complexe [13] de cette dernière donne

$$\begin{aligned}
Q_{xx}^{\mu_C} = & \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{2\pi i L} \sum_{q,\nu} q^2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz + \omega_\nu) \right. \\
& \times \left\{ \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) - \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz) \right\} + \int_{-\infty - i\omega_m}^{+\infty - i\omega_m} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz) \\
& \left. \times \left\{ \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz + \omega_\nu) - \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz + \omega_\nu) \right\} \right] \quad (C.4)
\end{aligned}$$

Ici  $\mathcal{L}_{\mu_C}^R$  et  $\mathcal{L}_{\mu_C}^A$  sont respectivement les propagateurs retardé et avancé. En déplaçant la variable dans la dernière intégrale de  $z = z' - i\omega_\nu$ , et en prenant en compte que  $i\omega_\nu$  est la période de  $\coth \frac{z}{2k_B T}$  pour obtenir une expression analytique en  $i\omega_\nu \rightarrow \omega$ , il vient alors que

$$\begin{aligned}
Q_{xx}^{\mu_C} = & \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{\pi L} \sum_q q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz \coth \frac{z}{2k_B T} \\
& \times \left[ \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz - i\omega) - \mathcal{L}_{\mu_C}^A(q, -iz + i\omega) \right] \text{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) \quad (C.5)
\end{aligned}$$

L'expression entre crochets peut être développée autour de  $\omega$ . Il est possible de montrer que tous les termes d'ordre zéro s'annulent par les contributions du même type de tous les diagrammes. Après une intégration par partie, on trouve que la paraconductivité est donnée par :

$$\begin{aligned}
\sigma'_{\mu_C, xx} = \frac{1}{i\omega} [Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}]^R(\omega) = & \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{\pi L} \sum_q q^2 \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{1}{2k_B T \sinh^2 \frac{z}{2k_B T}} \left[ \text{Im} \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz) \right]^2 \quad (C.6)
\end{aligned}$$

En tenant compte de (2.52) et pour  $z \ll k_B T$ , nous obtenons

$$\sigma'_{\mu_C, xx} = \frac{2\mathcal{B}^2 N(0)^2 k_B T \Gamma^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{\pi L} \sum_q q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[(\varepsilon_{\mu_C} + \xi^2 q^2)^2 + \Gamma^2 z^2]^2}$$

L'intégration sur  $z$  nous donne

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 k_B T \Gamma \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q^2 dq}{(\varepsilon_{\mu_C} + \xi^2 q^2)^3}$$

où nous avons utilisé l'identité

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(a^2 + b^2 x^2)^2} = \frac{\pi}{2ba^3} \quad (\text{C.7})$$

en faisant le changement de variable  $\xi^2 q^2 \rightarrow q$  et en utilisant l'identité

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(a + b^2 x^2)^3} = \frac{\pi}{32ba^{3/2}} \quad (\text{C.8})$$

il vient que

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4} k_B T \Gamma}{16 \xi_0^3 \varepsilon_{\mu_C}^{3/2}} \quad (\text{C.9})$$

Le remplacement des différentes constantes permet d'obtenir la relation (2.53) avec la densité d'électrons  $n = \frac{2k_F}{\pi}$  et la densité d'états  $N(0) = \frac{1}{\hbar\pi v_F}$ .

## C.2 Cas bidimensionnel

Ici l'opérateur  $Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}$  est donné par :

$$Q_{\alpha\beta}^{\mu_C} = \frac{2\mathcal{B}^2 k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp}} \sum_{q,m,\nu} q_{\alpha} q_{\beta} N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4} \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) \quad (\text{C.10})$$

En utilisant la même démarche que dans la sous-section C.1, la relation (2.50) pour la paraconductivité à 2D devient alors

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 \left| \tilde{g}_{\mu_C} \right|^{-4}}{\pi LN_{\perp} d_{\perp}} \sum_{\mathbf{q}} q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{1}{2k_B T \sinh^2 \frac{z}{2k_B T}} [\text{Im } \mathcal{L}_{\mu_C}^R(q, -iz)]^2 \quad (\text{C.11})$$

qui après utilisation de (2.52) et pour  $z \ll k_B T$  devient

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{2\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma^2 k_B T}{\pi L N_{\perp} d_{\perp}} \sum_{\mathbf{q}} q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[(\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2)^2 + \Gamma^2 z^2]^2} \quad (\text{C.12})$$

L'intégration sur  $z$  à l'aide de la relation (C.7) conduit à

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 dq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_{\perp}}{[\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2]^3} \quad (\text{C.13})$$

L'usage de

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(a + b^2 x^2)^3} = \frac{3\pi}{16a^{5/2}b} \quad (\text{C.14})$$

permet d'intégrer sur  $q_{\perp}$ . Il vient alors que

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{3\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\pi \xi_{0\perp}} \int_0^{+\infty} \frac{q^2 dq}{[\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2]^{5/2}} \quad (\text{C.15})$$

Finalement, l'identité

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(a + b^2 x^2)^{5/2}} = \frac{1}{3ab^3} \quad (\text{C.16})$$

permet d'intégrer sur  $q$  et d'obtenir

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\pi \xi_0^3 \xi_{0\perp} \varepsilon_{\mu_C}} \quad (\text{C.17})$$

qui après le remplacement des différentes constantes conduit au résultat (2.56).

### C.3 Cas quasi-unidimensionnel fortement anisotrope.

Ici l'opérateur  $Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}$  est le même que (C.10) et la paraconductivité donnée par (C.11). L'utilisation de la relation (2.60) conduit à la paraconductivité



$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{2\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma^2 k_B T}{\pi L N_{\perp} d_{\perp}} \sum_{\mathbf{q}} q^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[(\varepsilon_{\mu} + \xi_0^2 q^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2})^2 + \Gamma^2 z^2]^2} \quad (\text{C.18})$$

avec  $z \ll k_B T$ . l'intégration sur  $z$  conduit à

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{(2\pi)^2} \int_{-\pi/d_z}^{+\pi/d_z} dq_{\perp z} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q^2 dq}{[\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2}]^3} \quad (\text{C.19})$$

Contrairement aux intégrales sur  $q_{x,y}$  faites dans le continuum, l'intégrale sur  $q_{\perp z}$  est restreinte à la zone de Brillouin  $(-\pi/d_z, \pi/d_z)$ . L'identité

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{2m} dx}{(a + bx^2)^n} = \frac{(2m-1)!! (2n-2m-3)!! \pi}{2 (2n-2)!! a^m b^{n-m-1} \sqrt{ac}}$$

permet l'intégration sur  $q$  et l'expression (C.19) devient

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\pi \xi_0^3} \int_0^{\pi/d_z} \frac{dq_{\perp z}}{[\varepsilon_{\mu_C} + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2}]^{3/2}} \quad (\text{C.20})$$

Faisons le changement de variable  $q_{\perp z} \rightarrow \frac{\theta}{d_z}$  et (C.20) prend la forme

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\pi \xi_0^3 d_z} \int_0^{\pi} \frac{d\theta}{[\varepsilon_{\mu} + \frac{r_{z,\mu_C}}{2} (1 - \cos \theta)]^{3/2}} \quad (\text{C.21})$$

Un autre changement de variable ( $\tilde{r}_{z,\mu_C} = \frac{r_{z,\mu_C}}{\varepsilon_{\mu_C}}$ ) permet d'obtenir

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\pi \xi_0^3 \varepsilon_{\mu_C}^{3/2} d_z} \int_0^{\pi} \frac{d\theta}{[1 + \tilde{r}_{z,\mu_C} (1 - \cos \theta)]^{3/2}} \quad (\text{C.22})$$

L'identité

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{[a + b(1 - \cos \theta)]^{3/2}} = \frac{2E \left[ \frac{2b}{1+2b} \right]}{\sqrt{1+2b}} \quad (\text{C.23})$$

permet de parvenir au résultat

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T E \left[ \frac{2\tilde{r}_{z,\mu_C}}{1+2\tilde{r}_{z,\mu_C}} \right]}{4\pi \xi_0^3 \varepsilon_{\mu_C}^{3/2} d_z \sqrt{1+2\tilde{r}_{z,\mu_C}}} \quad (\text{C.24})$$

où  $E[x]$  est la fonction elliptique.

Après la substitution de toutes les constantes, on parvient au résultat (2.61).

## C.4 Cas quasi-bidimensionnel fortement anisotrope (Q-2D)

Ici l'opérateur  $Q_{\alpha\beta}^{\mu_C}$  est défini par

$$Q_{\alpha\beta}^{\mu_C} = \frac{2\mathcal{B}^2 k_B T}{LN_{\perp} d_{\perp} d_z} \sum_{q,m,\nu} q_{\alpha} q_{\beta} N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m) \mathcal{L}_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m + \omega_{\nu}) \quad (\text{C.25})$$

et la paraconductivité, après intégration sur  $z$  laquelle suit la même procédure que précédemment donne

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 d^2 \mathbf{q} \int_{-\pi/d_z}^{+\pi/d_z} \frac{dq_{\perp z}}{[\varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q_x^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2 + r_{z,\mu_C} \sin^2 \frac{q_{\perp z} d_z}{2}]^3} \quad (\text{C.26})$$

Le changement de variable  $q_{\perp z} \rightarrow \frac{\theta}{d_z}$  conduit à

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{(2\pi)^2 d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 d^2 \mathbf{q} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{[a + \frac{r_{z,\mu_C}}{2} (1 - \cos \theta)]^3} \quad (\text{C.27})$$

où nous avons posé  $a = \varepsilon_{\mu_C} + \xi_0^2 q_x^2 + \xi_{0\perp}^2 q_{\perp}^2$ . L'identité

$$\frac{1}{[a + \frac{b}{2}(1 - \cos \theta)]^3} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \left( \frac{1}{a + \frac{b}{2}(1 - \cos \theta)} \right)$$

permet d'obtenir

$$\begin{aligned}
\sigma'_{\mu_C,xx} &= \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{(2\pi)^2 d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 d^2 \mathbf{q} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \left( \frac{1}{a + \frac{r_{z,\mu_C}}{2} (1 - \cos \theta)} \right) \\
&= \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{8\pi^2 d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 d^2 \mathbf{q} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{a + \frac{r_{z,\mu_C}}{2} (1 - \cos \theta)} \\
&= \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{8\pi^2 d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 d^2 \mathbf{q} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{a(a + r_{z,\mu_C})}} \right) \quad (C.28)
\end{aligned}$$

où pour la dernière ligne nous avons eu recours à l'identité

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{a + \frac{b}{2}(1 - \cos \theta)} = \frac{1}{\sqrt{a(a + b)}}$$

Mettons nous dans le cas où  $q = q_{\perp}$ , il vient que  $a = \varepsilon_{\mu_C} + 2\xi_0^2 q_x^2$ . (C.28) devient

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{8\pi d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} q^2 dq^2 \frac{\partial^2}{\partial a^2} \left( \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_{\mu_C} + 2\xi_0^2 q_x^2)(\varepsilon_{\mu_C} + 2\xi_0^2 q_x^2 + r_{z,\mu_C})}} \right) \quad (C.29)$$

Faisons le changement de variable  $x = 2\xi_0^2 q_x^2$ . Il découle que  $d^2 \mathbf{q} = q d\varphi dq = 2\pi q dq = \pi dq^2$  et un réarrangement de (C.29) permet d'obtenir l'expression

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{32\xi_0^4 \pi d_z} \int_{-\infty}^{+\infty} x dx \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_{\mu_C} + x)(\varepsilon_{\mu_C} + x + r_{z,\mu_C})}} \right) \quad (C.30)$$

qui peut être intégrée par partie. Il vient alors que

$$\sigma'_{\mu_C,xx} = \frac{\mathcal{B}^2 N(0)^2 |\tilde{g}_{\mu_C}|^{-4} \Gamma k_B T}{16\xi_0^4 \pi d_z} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{\mu_C}(\varepsilon_{\mu_C} + r_{z,\mu_C})}} \quad (C.31)$$

Le remplacement des différentes constantes permet de parvenir au résultat (2.65). Le calcul de la densité d'états et de la densité des électrons à 2D donnera respectivement  $N(0) = \frac{1}{\pi \hbar v_F d_{\perp}}$ ,  $n = \frac{k_F}{d_{\perp}}$ .

## Annexe D

# SUSCEPTIBILITÉ AVEC MÉLANGE DE CANAUX.

D'après la relation (2.30), la fonction de réponse supraconductrice nous est donnée par

$$\chi_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m, T) = N(0) \int_0^{l(\mathbf{q}, \omega_m)} \bar{\chi}_{\mu_C}(l') dl'$$

où

$$l(\mathbf{q}, \omega_m) = \ln \frac{E_x}{k_B T} + \psi(1/2) - \frac{1}{2N_{\perp}} \sum_{k_{\perp}, k_z} \left[ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{i\hbar \mathbf{v} \cdot \mathbf{q} + \hbar |\omega_m|}{4\pi k_B T} \right) + \text{c.c} \right] \quad (\text{D.1})$$

avec

$$\mathbf{v} = v_F + \frac{2t_{\perp} d_{\perp}}{\hbar} \sin k_{\perp} t_{\perp} + \frac{2t_z d_z}{\hbar} (\sin k_z t_z) \quad (\text{D.2})$$

et  $\mathbf{q} = (q, q_{\perp}, q_z)$ . Un développement en série de Taylor de cette expression à faible fréquence  $\omega_m$  et vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  nous donne

$$\begin{aligned} \chi_{\mu_C}(\mathbf{q}, \omega_m, T) = & \chi^{(T)}_{\mu_C} + \nabla_{\mathbf{q}} \chi_{\mu_C} \cdot \mathbf{q} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} + \frac{1}{2!} \nabla_{\mathbf{q}} \cdot \nabla_{\mathbf{q}} \chi_{\mu_C} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} \mathbf{q}^2 \\ & + \frac{\partial \chi_{\mu_C}}{\partial \omega_m} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} \omega_m \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Il vient alors que

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{q}} \chi \cdot \mathbf{q} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} &= N(0) \bar{\chi}_{\mu_C}(l_T) \nabla_{\mathbf{q}} l(\mathbf{q}, \omega_m) = 0 \\
\nabla_{\mathbf{q}} \cdot \nabla_{\mathbf{q}} \chi \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} &= N(0) \bar{\chi}_{\mu_C}(l_T) \nabla_{\mathbf{q}} \cdot \nabla_{\mathbf{q}} l(\mathbf{q}, \omega_m) \\
\frac{\partial \chi}{\partial |\omega_m|} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} &= N(0) \bar{\chi}(l_T) \frac{\partial l(\mathbf{q}, \omega_m)}{\partial |\omega_m|}
\end{aligned} \tag{D.4}$$

La relation (D.3) devient

$$\begin{aligned}
N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(q, \omega_m, T) &= N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T) + \frac{1}{2} \bar{\chi}(T) \frac{\partial^2 l}{\partial q^2} q^2 \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} + \frac{1}{2} \bar{\chi}_{\mu_C}(T) \frac{\partial^2 l}{\partial q_{\perp}^2} q_{\perp}^2 \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} \\
&\quad + \frac{1}{2} \bar{\chi}_{\mu_C}(T) \frac{\partial^2 l}{\partial q_z^2} q_z^2 \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} + \frac{1}{2} \bar{\chi}_{\mu_C}(T) \frac{\partial l}{\partial |\omega_m|} \Big|_{\substack{\mathbf{q}=0 \\ \omega_m=0}} \\
&= N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T) - \xi_0^2 \bar{\chi}(T) q^2 - \xi_{0\perp}^2 \bar{\chi}_{\mu_C}(T) q_{\perp}^2 - \xi_{0z}^2 \bar{\chi}_{\mu_C}(T) q_z^2 \\
&\quad - \Gamma \bar{\chi}_{\mu_C}(T) |\omega_m|
\end{aligned} \tag{D.5}$$

avec

$$\begin{aligned}
\xi_0^2 &= \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2} \frac{(\hbar v_F)^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}, & \xi_{0\perp}^2 &= \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2} \frac{(t_{\perp} d_{\perp})^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}, \\
\xi_{0z}^2 &= \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2} \frac{(t_z d_z)^2}{(k_B T_{\mu_C})^2}, & \Gamma &= \frac{\hbar\pi}{8k_B T_{\mu_C}}
\end{aligned}$$

Pour de faibles vecteurs d'onde et fréquence, une réécriture de (D.5) peut se mettre sous une forme Lorentzienne.

$$\chi_{\mu_C}(q, \omega_m, T) = \frac{\chi_{\mu_C}(T)}{1 + \frac{\xi_0^2 \bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} q^2 + \frac{\xi_{0\perp}^2 \bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} q_{\perp}^2 + \frac{\xi_{0z}^2 \bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} q_z^2 + \frac{\Gamma \bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} |\omega_m|} \tag{D.6}$$

où nous avons utilisé l'approximation  $(1+x)^{-1} \simeq 1-x$  pour  $x \ll 1$ .

Il vient finalement que

$$\chi_{\mu_C}(q, \omega_m, T) = \frac{\chi_{\mu_C}(T)}{1 + \alpha_{\mu_C}^2 q^2 + \beta_{\mu_C}^2 q_{\perp}^2 + \delta_{\mu_C}^2 q_z^2 + \Upsilon_{\mu_C} |\omega_m|} \quad (\text{D.7})$$

avec

$$\alpha_{\mu_C}^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \xi_0^2, \quad \beta_{\mu_C}^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \xi_{0\perp}^2$$

$$\delta_{\mu_C}^2 = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \xi_{0z}^2, \quad \Upsilon_{\mu_C} = \frac{\bar{\chi}_{\mu_C}(T)}{N(0)^{-1} \chi_{\mu_C}(T)} \Gamma$$

# Bibliographie

- [1] H. Kamerlingh Onnes, Akad. Van Wetenschappen (Amsterdam), 14. 113. 818 (1911)
- [2] J. Bardeen, L.N. Cooper et J.R. Schrieffer, Phys. Rev, 106, 162,(1957)
- [3] D. Jérôme, A. Mazaud, M. Ribault et K. Bechgaard, superconductivity in a synthetic organic conductor : (TMTSF)<sub>2</sub>PF<sub>6</sub>, J. Phys. Lett. (Paris) 41, L95 (1980)
- [4] K. Bechgaard, K. Carneiro, M. Olsen, F. Rasmussen et C.S. Jacobsen, Zero-pressure organic superconductor : di-(tetramethyltertaselefenalvalenium)-perchlorate [(TMTSF)<sub>2</sub>ClO<sub>4</sub>], Phys. Rev. Lett. 46, 852, (1981).
- [5] W.A. Little, Possibility of synthesizing an organic superconductor, Phys. Rev. 134, A1416 (1964).
- [6] D. Jérôme, H.J. Schulz, Organic conductor and superconductor Adv. Phys. 31, 299 (1982).
- [7] L. Caron, C. Bourbonnais, Phys. Rev. B29, 4230 (1984).
- [8] J. Voit et H.J. Schulz, Phys. Rev. B36, 968 (1988).
- [9] R. Duprat and C. Bourbonnais, Eur. Phys. J. B 21, 219-228 (2001)
- [10] J.C. Nickel, thèse de doctorat « Antiferromagnétisme et supraconductivité dans les conducteurs quasi-unidimensionnels, étude par la renormalisation », Université de Paris Sud, U.F.R scientifique d'Orsay (2004).
- [11] J.C. Nickel, R. Duprat, C. Bourbonnais and N. Depuis, arXiv : cond-mat/o502614 v1, 25 feb. 2005
- [12] J.C. Nickel, R. Duprat, C. Bourbonnais and N. Depuis, Phys. Rev B 73, 16516 (2006).
- [13] A. Larkin, A. Varlamov. Theory of fluctuations in superconductors, Clarendon Press. Oxford 2005.
- [14] K. Bechgaard, C.S. Jacobsen, K. Mortensen, H.J. Pedersen et N. Thorup, The properties of five highly conducting organic conductors : (TMTSF)<sub>2</sub>X, X=PF<sub>6</sub>, AsF<sub>6</sub>,

SbF<sub>6</sub>, BF<sub>4</sub><sup>-</sup> And NO<sub>3</sub><sup>-</sup>, derived from tetramethyltetraselenafulvalene (TMTSF), Solid St. Commun. 33, 1119 (1980).

[15] L. Ducasse, M. Abderrabba, J. Hoarau, M. Pesquer, B. Gallois, et J. Gaultier. J. Phys. C, 19 :3805, 1986

[16] G. Montambaux. Contribution à l'étude des conducteurs quasi-unidimensionnels sous champ magnétique. Thèse, Université Paris Sud, Orsay, 1985.

[17] K. Yamaji, J. Phys. Soc Jpn., 51(9) : 2787, 1982.

[18] P.M. Grant, J. Phys. Coll., 44 :C3-847, 1988.

[19] L. Belicas, K. Behnia, W. Kang, E. Canadell, P. Auban-Senzier, D. Jérôme, M. Ribault, et J. Fabre. J. Phys. I(France), 4 :1539, 1994

[20] K. Andeas, F. Wudl, D.B. McWhan, G.A. Thomas, D. Nalewajek, and A.L. Stevens, Phys. Rev.Lett.45, 1449 (1980)

[21] R.L. Greene and E.M. Engler, Phys. Rev.Lett. 45, 1587 (1980)

[22] N. Joo, P. Auban-Senzier, C.R. Pasquier, D. Jérôme, Impurity-controlled superconductivity/spin density wave interplay in the organic superconductor : (TMTSF)<sub>2</sub>ClO<sub>4</sub>, Eur. Lett, 72(4), pp. 645-651 (2005)

[23] P.W Anderson et G. Yuval. Phys. Rev. Lett., 23 :89, 1970.

[24] P. Nozières. J. Low Temp. Phys, 17 :31, 1974.

[25] J. Rau. Phys. Rev. Lett., E, 55 :5147,1997.

[26] H.J. Schulz. J. Phys. C, 16 :6769, 1987.

[27] K.G. Wilson. Rev. Mod. Phys., 47 (4) :773, 1975.

[28] K.G. Wilson. Scientific American, 241 (2) :140, 1979.

[29] K.G. Wilson Et J. Kogut. Phys. Rep., 12 (2) :75, 1974.

[30] L.P. Kadanoff. Physics, 2 :263, 1966.

[31] A. Kenoufi. Thèse de doctorat. "Groupe de renormalisation et théorie de la fonctionnelle de densité." Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2004.

[32] J. Feldman, J. Magnen, V. Rivasseau, et E. Trubowitz. Helv. Phys. Acta, 65 :679, 1992

[33] J. Feldman, J. Magnen, V. Rivasseau, et E. Trubowitz. Helv. Phys. Acta, 65 :679, 1993

[34] G. Benfatto et G. Gallavotti. Phys. Rev. B, 42 :9967, 1990.

[35] C. Bourbonnais. A renormalization group approach to electronic and lattice correlations in organic conductors. In "Strongly interacting fermions and high-Tc superconduc-



tivity", Les Houches, session LVI (1991), édité par B. Doucot et J. Zinn-Justin. Elsevier Science, 1995.

[36] C. Bourbonnais et L. Caron. Phys. Rev. B, 29 :5007, 1984.

[37] C. Bourbonnais et L. Caron. Int. J. mod. Phys. B (2) :1033, 1991.

[38] R. Duprat et C. Bourbonnais. Eur. Phys. J. B, 21 :219, 2001.

[39] Michel Lebellac, Des phénomènes critiques aux champs de jauge, édition du CNRS, Paris 1988.

[40] Daniel J. Amit, Field Theory, the renormalization group, and critical phenomena, World Scientific, Singapour, 1984.

[41] J.W. Negele et H. Orland, quantum Many-particle Systems, publié par A. Wyle, Addison-Wesley, (1988)

[42] G.D. Mahan, Many-particle Physics, New York : Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2000.

[43] A.L. Fetter, J.D. Walecka, Quantum theory of many-particle systems. P.443, 471 McGraw-Hill, Inc. 1971

[44] C. Bourbonnais et D. Jérôme. "The normal phase of quasi-one-dimensional organic superconductors." Proceedings Synthetic metals (1999). Prepublication cond-mat/9903101 (1999).

[45] S. Capponi. Thèse de doctorat. « Étude théorique du rôle des processus inter chaînes dans des liquides de Luttinger couplés ». Université Paul Sabatier, Toulouse III. (1999).

[46] M. Héritier, G. Montambaux et P. Lederer, Stability of the spin density wave phases in (TMTSF)<sub>2</sub>ClO<sub>4</sub> : quantized nesting effect, J. Phys. (Paris) Lett. 45, L943 (1984).

[47] D. Jaccard et al., J. Phys. : Cond. Mat.13,89 (2001)

[48] P. Auban. D. Jérôme, C. Carcel, and J. Fabre, J. phys. IV (France) 114,41 (2004)

[49] N.W. Ashcroft et N.D. Mermin, Physique des solides, p 384, Paris 2002.

[50] A. Sedeki et C. Bourbonnais, Renormalisation Group approach to low-dimensional conductors : theory and application. Université de Sherbrooke. Canada (non publiée).

[51] J.Solyom, Adv. Phys. 28.201 (1979).

[52] P. Auban-Senzier et al, résultats non publiés, Orsay,France (2006).

[53] Courtesy of J. Ch. Riquier.

[54] L. Ducasse et al., J. Phys. C 39, 3805(1986).

[55] K. Murata, M. Tokumoto, H. Anzai, K. Kajimura, and T. Ishiguro, *Jpn. J. Appl. Phys.* 26, Suppl. 26-3, 1367 (1987).

[56] C. Bourbonnais, B. Guay, R. Wortis, Renormalization Group Technique for Quasi-one-dimensional Interacting Fermion Systems at Finite Temperature cond-mat/0204163 (April 2002).