

# Étude numérique d'écoulements de fluides par une méthode vortex : la marche descendante et les cavités sur les ailes de papillons

*Thèse de doctorat présentée à l'Université de Sherbrooke par*

**Rodrigue SAVOIE**

*pour l'obtention du grade Ph.D. de l'Université de Sherbrooke  
avec spécialité en Mécanique des fluides*

---

# Avant-propos

---

Qu'il soit lu ou non, cet ouvrage se veut un travail d'envergure : travail que je n'aurais pu compléter adéquatement, dans mon estime, sans le support, le dévouement, les sacrifices, les encouragements, la compréhension et la direction de plusieurs collègues, amis, et membres de ma famille. J'aimerais donc faire usage de ces quelques pages pour formellement les remercier, et par ce fait même, reconnaître leur soutien continu.

Tout d'abord, je voudrais remercier les membres du jury de cette thèse. Il s'agit des professeurs Pierre Proulx, Marcel Lacroix (rapporteur du jury de thèse) et Yves Mercadier (codirecteur des travaux de recherche) de l'Université de Sherbrooke, du professeur Ricardo Camarero de l'École Polytechnique de Montréal et du professeur Yves Gagnon (directeur principal des travaux de recherche) de l'Université de Moncton. Je les remercie, en tant que membres du jury, pour la lecture minutieuse, pour les corrections qu'ils ont apportées et pour leurs critiques et commentaires favorables à l'égard du contenu et de la structure générale de ce mémoire. Je tiens aussi à les remercier, ainsi que le professeur Jean Lapointe (président de la soutenance de thèse) de l'Université de Sherbrooke, pour m'avoir mis à l'aise durant la soutenance de thèse proprement dite.

D'autre part, Yves Mercadier, codirecteur de mes travaux de recherche, a souvent été demandé de débloquer des fonds (monétaires) de recherche afin de me permettre de poursuivre mes travaux. Pour avoir toujours relevé ce défi, et en général pour avoir si bien facilité tous les aspects administratifs de mes études doctorales, je le remercie sincèrement.

En guise de remerciements, je voudrais souligner les appuis financiers du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG), du Fonds pour la formation de chercheurs et l'aide à la recherche (FCAR), de l'Université de Sherbrooke et de l'Université de Moncton, sous forme de bourses et/ou de subventions, qui m'ont permis de mener à bout ce travail.

Je remercie tout particulièrement Yves Gagnon, directeur principal de mes travaux de recherche, pour son dévouement, sa patience, sa compréhension et sa direction sans détours tout au long de mes travaux. Il a toujours fait en sorte que j'aie, à ma disposition, tous les outils nécessaires (monétaires, matériels ou autres) pour mener à bien toutes les tâches (scientifiques ou autres) qui ont conduit à la rédaction de ce mémoire. Je le remercie surtout pour m'avoir souvent répété que : " ... ce n'est pas le nombre d'heures de travail qui compte ; ce sont les résultats. Repose toi bien ; va jouer au golf."

Enfin, je tiens à remercier ma famille qui, eux, ont toléré mes actions bien plus longtemps que mes collègues et amis. Merci à mes soeurs Paulette et Rolande, et à mon frère Cléo pour leurs encouragements tout au long de ce travail, et tout au long de nos vies en général.

Merci à ma mère. Je pourrai essayer d'énumérer les raisons dignes des remerciements qui lui sont accordés, mais l'espace est limité, et, de toutes façons, de simples mots ne suffisent pas pour exprimer ma reconnaissance envers elle.

Pendant mes travaux de recherche, j'ai souvent pensé à mon père. Parmi tant d'autres, un souvenir particulier restera toujours avec moi. Ce souvenir remonte à quelques années et fait suite d'événements qui sont survenus un après-midi plus ou moins typique d'hiver canadien. Mes amis et moi devions assister à un concert de musique de Tom Cochrane dans une ville située à environ 140 km d'où nous habitons. La journée du concert venue, une tempête de neige particulièrement violente (173 cm en deux jours) s'abattait sur notre région. Mes amis et moi osions croire qu'une *petite* tempête de neige n'allait pas modifier nos plans.

Évidemment, mon épouse, ma famille, et plus particulièrement mon père, nous pensaient irresponsables (pour ne pas dire fous) de vouloir s'aventurer dans de telles circonstances. Pour appuyer son point, mon père, avec son éloquence habituelle, a fait la remarque :

... si c'était pour une entrevue d'emploi, je comprendrais ! Mais pour un concert de musique ...

Cette remarque (qui était évoquée sérieusement aux yeux de mon père) a provoqué des éclats de rire parmi toutes les personnes présentes (puisque mon père *semblait* insinuer qu'il était raisonnable qu'une personne mette sa vie en péril pour un emploi plutôt que pour une sortie de plaisir). Cependant, même si ses propos ont créé le rire général, j'ai été frappé par le fait qu'ils révélaient ce trait de caractère qui définissait l'essence même de mon père : il avait le souci de la responsabilité et du dévouement envers tous ses proches. Parmi les milles et une choses que j'ai apprises de lui, et parmi toutes ses autres forces de caractère exceptionnelles, c'est celle que j'admirais le plus. Pour de nombreux exemples similaires, et pour bien d'autres encore, et surtout pour être ce qu'il était, je lui dit merci. Merci papa.

À celle qui a démontré la plus grande tolérance face à mes comportements et mes façons d'agir, mon épouse Pauline, j'offre les plus profonds remerciements. Merci Pauline pour ta compréhension, ta patience, tes encouragements et pour ne pas avoir détruit mes ordinateurs, même si souvent t'en avait envie. Merci pour accepter les manques à ma responsabilité occasionnés par mes travaux. Et surtout, merci pour m'avoir montré le bon chemin (que j'aie voulu le suivre ou non), car sans toi, la route aurait été très différente et certainement bien plus rocailleuse.

*À maman et papa  
et  
à Pauline et Caroline*



Anyone who considers arithmetical methods of producing random digits is, of course, in a state of sin.

*John von Neumann*

---

# Sommaire

---

Dans cette thèse sont considérés des écoulements isothermes de fluides visqueux (newtoniens) et incompressibles sans forces de volume. Une méthode numérique bidimensionnelle basée sur l'équation du transport de la vorticité est utilisée pour simuler les écoulements en considérant trois modèles géométriques. Plus spécifiquement, la méthode des vortex aléatoires est combinée à l'algorithme Vortex-in-cell où des transformations algébriques permettent de raffiner le maillage aux endroits critiques des écoulements. Dans cette méthode mixte eulérienne-lagrangienne, la discrétisation principale se fait au niveau du champ de vorticité, celui-ci étant représenté par un ensemble d'éléments lagrangiens (singuliers) qui transportent chacun une quantité de circulation prédéterminée. Ces éléments de vorticité sont générés sur les parois solides pour vérifier la condition d'adhérence et évoluent dans le temps selon l'équation du transport de la vorticité. Le nombre d'éléments à être générés à chaque pas de temps est déterminé par l'entremise d'un nouvel algorithme de génération qui est construit à partir d'algorithmes existants.

 tant bien étudié et bien connu, l'écoulement débutant (*starting flow*) au-dessus d'une marche descendante s'avère un excellent modèle de validation pour des méthodes numériques bidimensionnelles   nature instationnaire : des simulations numériques ont par conséquent été effectuées dans le cadre de cette thèse en considérant un tel modèle géométrique. Les résultats de simulations sont comparés avec succès à des résultats expérimentaux où une analyse plus générale démontre les aptitudes de la méthode à simuler ce type d'écoulements. En particulier, les résultats montrent que pour des écoulements à faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 97$ ), la zone de recirculation est composée d'une seule région de vorticité pour la durée totale des simulations. Pour des écoulements à valeurs plus élevées du nombre de Reynolds ( $Re = 153$  et  $303$ ), la zone de recirculation est respectivement composée de trois et de quatre régions de vorticité durant les stades intermédiaires de l'écoulement, tandis que pour des temps plus élevés, les structures à l'intérieur de la zone de recirculation ne sont pas très bien définies. Les résultats dévoilent aussi que, pour la gamme complète des valeurs du nombre de Reynolds étudiée, la distance qui sépare la paroi verticale et le point de recollement de la région principale de vorticité augmente quasi linéairement avec le temps durant les stades intermédiaires de l'écoulement.

  partir du même modèle, une preuve de convergence numérique a soigneusement été effectuée en raffinant successivement les paramètres numériques (qui font partie intégrale de la méthode).

Les preuves de convergence de ce genre pour le type de méthodes considérée ici se faisaient historiquement à partir de résultats d'écoulements en régime permanent. En ce qui a trait à la précision des résultats, ces preuves ont globalement démontré que le raffinement des paramètres de génération était beaucoup plus important que le choix du schéma d'intégration utilisé pour effectuer le transport convectif des éléments de vorticité.   partir de l'étude paramétrique effectuée dans le cadre de cette thèse (en considérant des écoulements en régime instationnaire), le contraire a été observé. C'est-à-dire que le raffinement des paramètres de génération (qui est une indication du nombre total d'éléments de vorticité présents dans le domaine de calcul) ne semble affecter que le lissage de la solution, tandis que l'usage de schémas de convection d'ordre supérieur améliore considérablement (en termes de la précision de la solution) la structure même de l'écoulement pour un pas de temps donné. De plus, l'usage de schémas de convection d'ordre supérieur permet d'effectuer des simulations à la fois plus précises et de plus longue durée. Encore pour le même modèle, une étude détaillée de l'influence des caractéristiques du canal d'entrée sur la structure de l'écoulement en aval de la marche est présentée.

Même si la méthode de résolution est essentiellement à caractère instationnaire, elle se prête bien à l'analyse d'écoulements en régime permanent. En effet, en effectuant les simulations instationnaires, il se développe éventuellement un équilibre entre le nombre d'éléments générés sur les parois et le nombre d'éléments qui quittent le domaine de calcul à chaque pas de temps. En considérant que le régime permanent est atteint lorsque l'équilibre du nombre d'éléments est atteint (au temps  $t_E$ ), la solution en régime permanent est obtenue en moyennant les variables de l'écoulement sur un certain nombre de pas de temps (pour des temps où  $t \geq t_E$ ). En utilisant un modèle géométrique qui représente une marche descendante, les résultats de simulations numériques en régime permanent sont comparés à des résultats numériques et expérimentaux disponibles en littérature. Plus spécifiquement, les profils de la composante longitudinale de la vitesse sont comparés à des mesures expérimentales pour quatre différentes valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 73, 125, 191$  et  $229$ ). La longueur de la zone de recirculation est aussi tracée et comparée aux résultats tirés de diverses études numériques et expérimentales pour une gamme du nombre de Reynolds allant jusqu'à  $Re = 250$ . Globalement, pour le modèle de la marche descendante en régime permanent, l'accord est excellent entre les prédictions numériques et les mesures expérimentales pour tous les cas étudiés.

Finalement, des simulations en régimes instationnaire et permanent ont été effectuées sur un modèle qui représente les cavités sur les ailes de papillons. Lesdites cavités résultent de l'arrangement, en forme de bardeaux, des écailles qui couvrent la surface supérieure des ailes. Une conséquence de l'existence de ces écailles est que, en vol plané, la portance de l'aile (et donc du papil-

lon) est accrue en comparaison à la même aile qui est dépourvue d'écaïlles (tandis que la force de traînée est équivalente dans les deux cas). Des simulations ont par conséquent été effectuées avec le but éventuel d'expliquer l'augmentation de portance de l'aile due à la présence des écaïlles. En considérant des écoulements sur une gamme variée du nombre de Reynolds ( $Re = 0.62, 1.00, 3.30, 100$  et  $624$ ), les résultats de simulations numériques sont comparés à des mesures expérimentales qui ont été effectuées sur un modèle expérimental (publié dans la littérature) similaire au modèle numérique utilisé dans cet ouvrage. Dans le modèle numérique, une condition de périodicité est imposée aux sections d'entrée et de sortie du domaine de calcul pour ainsi simuler l'écoulement au-dessus d'une cavité parmi une infinité de cavités successives. Globalement, les comparaisons sont excellentes entre les deux types de résultats. En particulier, pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 0.62, 1.00, 3.30$  et  $100$ ), la zone de recirculation est composée d'une région principale de vorticité. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds ( $Re = 624$ ), l'analyse de l'écoulement révèle une dynamique importante dans la région qui forme la zone de recirculation. Plus particulièrement, les résultats montrent que des structures cohérentes (régions de vorticité) se détachent périodiquement de la marche et s'agglomèrent éventuellement entre elles durant les stades intermédiaires de l'écoulement.

---

# A**bstract**

---

Isothermal flows of viscous (Newtonian) fluids without body forces are considered in this thesis. A two-dimensional numerical method based on the vorticity transport equation is used to simulate flows for three different model geometries. Specifically, the Random Vortex method is combined with the Vortex-In-Cell algorithm where algebraic transformations are used to refine the computational mesh in critical areas of the flow models. In this mixed Eulerian-Lagrangian method, the main discretization is performed on the vorticity field, which is represented by a number of singular Lagrangian vortex elements that each carry a predetermined amount of circulation. These vortex elements are generated on solid walls to verify the no-slip condition and are subsequently transported in time according to the vorticity transport equation (from their given starting position). The total number of vortex elements to be introduced at each time step is determined by applying a new generation algorithm that is constructed from existing algorithms.

The laminar starting flow down a step is a well defined flow and as such constitutes an excellent test case for the development of accurate two-dimensional algorithms. Therefore, considering this particular type of flow model, instantaneous numerical simulations have been carried out in the context of this thesis and the corresponding results are compared to experimental results available in the literature. Good agreement is obtained for these comparisons and more detailed analyses have shown the ability of the method to simulate such flows. In particular, analysis of the numerical results and comparisons to experimental results show that for low Reynolds number flows ( $Re = 97$ ), the recirculation zone is composed of one vorticity region throughout the simulations. For higher Reynolds number flows ( $Re = 153$  and  $303$ ), the recirculation zone is respectively composed of three and four distinct vorticity regions at intermediate stages of its development, while for later times the structures inside the recirculation zone are not clearly defined. It is also shown that, during intermediate stages of the flow development, and for the range of Reynolds numbers investigated, the distance from the step to the reattachment point of the main vorticity region increases quasi-linearly with the dimensionless time. Again, good agreement is obtained between experimental data and computed solutions.

Using the same flow model, we present a careful numerical convergence proof by successively refining the numerical parameters, which are in fact an integral part of the numerical method. Convergence proofs of this type for similar vortex methods were previously carried out by ana-

lyzing steady flows. In terms of the accuracy of the solution, the general consensus was that the refinement of the vorticity generation parameters had a more pronounced influence on the flow characteristics than the choice of the integration scheme used to perform the convective transport of the vortex elements. The opposite has been observed here by performing a parametrical study on unsteady flows. That is, it is shown that the refinement of the vorticity generation parameters (which is an indication of the total number of vortex elements present in the computational domain) seems to primarily affect the smoothness of the solution rather than the overall structure of the flow. On the other hand, it is shown that for a given time step, higher order convection schemes considerably improve (in terms of the accuracy of the solution) the overall flow structure and allow for longer, more accurate simulations. Still for the same model, a detailed study was performed to evaluate the influence of the inlet channel characteristics on the flow structure downstream of the step.

Even if its nature is essentially unsteady, the resolution scheme proves to be well adapted for analyzing steady flows. As such, when performing unsteady simulations, there eventually develops, at each time step, an equilibrium between the number of vortex elements generated on solid walls and the number of vortex elements exiting the computational domain. We consider that the steady state of the flow is attained for a simulation time corresponding to the time that the equilibrium in the number of vortex elements is attained. The steady state solution is then obtained by averaging the flow variables over a number of time steps after the equilibrium is reached. Using a geometry that represents a rearward-facing step, steady state numerical simulations were performed and the corresponding results are compared to numerical and experimental results available in the literature. Specifically, numerical streamwise velocity profiles are compared to their experimental counterparts for four Reynolds number flows ( $Re = 73, 125, 191$  and  $229$ ). The computed length of the recirculation zone is also compared to various numerical and experimental results available in the literature for Reynolds numbers ranging up to  $Re = 250$ . In all the studied steady step flows, excellent agreement was obtained in comparing our computed results to those of experimental investigations.

Finally, both steady and unsteady flow simulations were performed on a model representing the cavities that result from the shingle-like arrangement of the scales on the upper surface of a butterfly wing. One of the consequences resulting from the presence of the scales is that, in gliding flight, the lifting force was experimentally proven to be stronger on a wing with scales as compared to the very same wing where the scales were removed (the drag forces being equal for both wings). Numerical simulations were therefore performed in order to eventually explain the lift-augmenting properties of the scale structures on the upper surface of the butterfly's wing. Flows

over a wide range of Reynolds numbers ( $Re = 0.62, 1.00, 3.30, 100$  and  $624$ ) are studied and the results of numerical simulations are compared to experimental measurements performed on a model similar to the numerical model used in this study. In the numerical model, a periodicity condition is imposed at the inlet and outlet sections of the computational domain to essentially simulate the flow in a cavity among an infinite number of successive cavities. Overall, excellent agreement is obtained in comparing results of our numerical simulations to experimental results available in the literature. In particular, for low and very low Reynolds number flows ( $Re = 0.62, 1.00, 3.30$  and  $100$ ), the recirculation zone is composed of one primary vorticity region. For higher Reynolds number flows ( $Re = 624$ ), the recirculation zone area exhibits strong dynamics where coherent structures are shed at regular intervals from the vertical wall and eventually coalesce during intermediate stages of the developing flow.

---

# Table des matières

---

Sommaire	<i>i</i>
Abstract	<i>iv</i>
Table des matières	<i>vii</i>
Notations et symboles	<i>ix</i>
Liste des figures	<i>xiii</i>
<b>1. Introduction</b>	<b>1</b>
Généralités	1
Méthodes de simulation	2
Méthodes vortex	2
La méthode des vortex aléatoires	4
L'algorithme Vortex-in-cell	6
Aperçu de cette thèse	8
<b>2. Formulation et élaboration de la méthode numérique</b>	<b>9</b>
<b>2.1 Formulation physique</b>	<b>9</b>
Variables de vorticité	9
Modèles simulés	10
Conditions aux limites	10
Condition initiale	10
<b>2.2 Méthode numérique</b>	<b>10</b>
Aperçu de la méthode	11
Transformations de maillage	12
Algorithme Vortex-in-cell	15
Génération de vorticité	18
Transport du champ de vorticité lagrangien	19
<b>3. Influence des paramètres numériques</b>	<b>21</b>
3.1 Paramètres affectés à la génération de vorticité	21
3.2 Pas de temps et schéma de convection	24
3.3 Paramètres relatifs au maillage	27
3.4 Algorithme Vortex-in-cell	28



4. La marche descendante	29
4.1 Introduction	29
4.2 Régime instationnaire	30
4.2.1 Description du modèle	30
Conditions aux limites	32
Transformations de maillage	33
4.2.2 Paramètres numériques	36
4.2.3 Influence du canal d'entrée	36
Longueur du canal d'entrée	36
Profil de vitesse imposé à l'entrée	40
4.2.4 Résultats et discussions	42
4.3 Régime permanent	53
4.3.1 Description du modèle	54
Conditions aux limites	55
Transformations de maillage	55
4.3.2 Paramètres numériques	57
4.3.3 Résultats et discussions	57
5. Les cavités sur les ailes de papillons	61
5.1 Introduction	61
5.2 Description du modèle	64
Conditions aux limites	64
Transformations de maillage	64
Application de la condition de périodicité	68
5.3 Paramètres numériques	69
5.4 Résultats et discussions	70
6. Conclusion	84
Bibliographie	88
Annexe A : Schémas de convection	96
Introduction	96
Transport total des éléments de vortacité	96
Schéma du 1 <sup>er</sup> ordre de type Euler	97
Schéma du 2 <sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth	97
Schéma du 2 <sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta	97
Schéma du 4 <sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth	97
Schéma du 4 <sup>ème</sup> ordre de type Adams-Moulton	98
Schéma du 4 <sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta	98
Comparaison de l'efficacité des schémas	99
Équipement informatique	99

---

# Notations et symboles

---

$a_1, a_2, a_3, a_4,$

$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$  : Variables affectées aux équations générales de transformations de maillage.

$a_x, a_y, b_x, b_y,$

$c_x, c_y$  : Paramètres qui régissent la densité locale du maillage dans les équations de transformation de maillage.

$A_m$  : Fraction de l'aire de la maille affectée au nœud  $m$  dans la méthode d'allocation par coefficients d'aire (normalisée par rapport à  $H^2$ ).

$A_{i,j}$  : Aire affectée au nœud  $i,j$  pour convertir la circulation eulérienne en vorticit e eul erienne (normalis ee par rapport à  $H^2$ ).

$dA$  :  l ement d'aire (normalis ee par rapport à  $H^2$ ).

$d\mathbf{l}$  :  l ement de longueur d'un parcours d'int egration (normalis ee par rapport à  $H$ ).

$ds$  : Longueur d'un segment de paroi (normalis ee par rapport à  $H$ ).

$d\varepsilon$  : Hauteur du parcours d'int egration pour d eterminer la quantit e de vorticit e   être g en er ee (tends vers z ero).

$d_x, d_y$  : D eplacements diffusifs imposées aux  l ements de vorticit e selon les directions  $x$  et  $y$  (normalisées par rapport à  $H$ ).

$F_y$  : Rapport de hauteur locale pour le mod ele desavit es sur les ailes de papillons.

$H$  : Hauteur de r ef erence (m).

$i$  : Selon le contexte, compteur des  l ements de vorticit e.

$i, j$  : Selon le contexte, compteurs des n oeuds de mailles selon les directions  $x$  et  $y$ .

$i_{max}, j_{max}$  : Nombre maximal de mailles selon les directions  $x$  et  $y$ .

$i_{step}, j_{step}$  : Compteurs qui localisent le coin de la marche (en occurrence).

$J$  : Jacobien des transformations de coordonn ees.

$L_{HC}, L_{VC}$  : Longueur et hauteur du centre de rotation de la r egion principale de vorticit e pour le mod ele desavit es sur les ailes de papillons (m).

$L_R$  : Longueur totale de la zone de recirculation pour le mod ele desavit es sur les ailes de papillons (m).

- $n_{min}$  : Nombre minimum d'éléments de vorticit     tre g  n  r  s    chaque pas de temps sur un   l  ment de paroi  $k$ .
- $n_v$  : Nombre pr  d  termin   d'  l  ments de vorticit     tre g  n  r  s    chaque pas de temps sur un   l  ment de paroi  $k$ .
- $N$  : Nombre total d'  l  ments de vorticit      l'int  rieur du domaine de calcul au temps  $t$ .
- $N_{new,k}$  : Nombre d'  l  ments de vorticit     tre g  n  r  s    chaque pas de temps sur un   l  ment de paroi  $k$ .
- $p$  : Pression (normalis  e par rapport     $\rho U^2$ ).
- $R$  : Rayon de d  placement diffusif normalis   d'un   l  ment de vorticit   (normalis   par rapport     $H$ ).
- $Re$  : Nombre de Reynolds ( $Re \equiv \rho UH/\mu$ ).
- $t$  : Temps (normalis   par rapport     $H/U$ ).
- $u, v$  : Composantes longitudinale ( $x$ ) et transversale ( $y$ ) de la vitesse (normalis  es par rapport     $U$ ).
- $u_{slip}$  : Vitesse de glissement sur un segment de paroi au temps  $t$  (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $\mathbf{u}$  : Vecteur vitesse ( $\mathbf{u} = (u,v)$ , normalis   par rapport     $U$ ).
- $\mathbf{u}_i$  : Vitesse de convection de l'  l  ment de vorticit    $i$  (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $\mathbf{u}_{iC}$  : Approximation de la vitesse de convection  $\mathbf{u}_i$  (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $\mathbf{u}_m$  : Vitesse eul  rienne sur le n  ud de maille  $m$  (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $\mathbf{u}_{VIC}$  : Vitesse d'un   l  ment de vorticit   obtenue par interpolation lin  aire double selon l'algorithme Vortex-in-cell (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $U$  : Vitesse de r  f  rence (m/s).
- $U_E$  : Vitesse d'  tablissement de la couche limite (normalis  e par rapport     $U$ ).
- $x, y$  : Coordonn  es longitudinale et transversale (normalis  es par rapport     $H$ ).
- $x_i, y_i$  : Selon le contexte, coordonn  es de l'  l  ment de vorticit    $i$  au temps  $t$  (normalis  es par rapport     $H$ ).
- $x_i, y_j, x_{i,j}, y_{i,j}$  : Selon le contexte, coordonn  es de mailles (normalis  es par rapport     $H$ ).
- $\mathbf{x}$  : Vecteur position ( $\mathbf{x} = (x,y)$ , normalis   par rapport     $H$ ).
- $x_{min}, y_{min}, x_{step}, y_{step}, x_{max}, y_{max}$  : Coordonn  es des limites du domaine de calcul (normalis  es par rapport     $H$ ).

- $x_R$  : Longueur de la zone de recirculation pour le modèle de la marche (m).
- $y_{MIN}$  : Équation de la droite qui représente la paroi inclinée dans le modèle des cavités sur les ailes de papillons (normalisée par rapport à  $H$ ).
- $y_{ns}$  : Équation de la droite qui sépare les régions supérieure et inférieure du domaine de calcul pour les transformations de maillage du modèle des cavités sur les ailes de papillons (normalisée par rapport à  $H$ ).
- 
- $\alpha_x, \alpha_y$  : Variables affectées aux équations de transformations de maillage.
- $\beta_1, \beta_2$  : Nombres aléatoires tirés d'une distribution uniforme normalisée.
- $\chi_i$  : Position de l'élément de vorticité  $i$  au temps  $t$  ( $\chi_i = (x_i, y_i)$ ), normalisée par rapport à  $H$ ).
- $\delta$  : Fonction delta de Dirac.
- $\delta_{0.99U}$  : Épaisseur de la couche limite (normalisée par rapport à  $H$ ).
- $\Delta t$  : Pas de temps (normalisé par rapport à  $H/U$ ).
- $\Delta x_{inlet}$  : Longueur du canal d'entrée (normalisée par rapport à  $H$ ).
- $\varepsilon$  : Tolérance imposée sur la fonction de courant  $\psi$  dans la résolution de l'équation de Poisson.
- $\eta, \xi$  : Coordonnées généralisées.
- $\eta_n, \eta_s$  : Coordonnées généralisées qui régissent les régions supérieure et inférieure du domaine de calcul pour les maillages transformés.
- $\xi_e, \xi_o$  : Coordonnées généralisées qui régissent les régions en aval et en amont du domaine de calcul pour les maillages transformés.
- $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide (kg/m·s).
- $\pi$  : 3. 1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944 5923078164  
0628620899 8628034825 3421170679 8214808651 3282306647 0938446095 5058223172  
5359408128 4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196 4428810975  
6659334461 2847564823 3786783165 2712019091 4564856692 3460348610 4543266482  
1339360726 0249141273 7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436  
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094 3305727036 5759591953  
0921861173 8193261179 3105118548 0744623799 6274956735 1885752724 8912279381  
8301194912 9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798 6094370277  
0539217176 2931767523 8467481846 7669405132 0005681271 4526356082 7785771342  
7577896091 7363717872 1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235  
4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960 5187072113 4999999837  
2978049951 0597317328 1609631859 5024459455 3469083026 4252230825 3344685035  
2619311881 7101000313 7838752886 5875332083 8142061717 7669147303 5982534904  
2875546873 1159562863 8823537875 9375195778 1857780532 1712268066 1300192787  
6611195909 2164201989 ...

- $\theta$  : Direction du déplacement diffusif d'un élément de vorticité (radians).
- $\rho$  : Masse volumique du fluide ( $\text{kg/m}^3$ ).
- $\sigma$  :  cart type adimensionnel de la distribution gaussienne pour la diffusion des éléments de vorticité ( $\sigma^2 = 2\Delta t/Re$ ).
- $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).
- $\omega$  : Vorticité scalaire (normalisée par rapport à  $U/H$ ).
- $\omega_{i,j}$  : Quantité de vorticité associée au nœud  $i,j$  (normalisée par rapport à  $U/H$ ).
- $\psi$  : Fonction de courant (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\psi_{i,j}$  : Valeur de la fonction de courant au nœud  $i,j$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma$  : Circulation (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_i$  : Circulation transportée par l'élément de vorticité  $i$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_{i,j}$  : Quantité de circulation affectée au nœud  $i,j$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_m$  : Fraction de la circulation  $\Gamma_i$  affectée au nœud  $m$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_{opt}$  : Quantité optimale de circulation à être attribué aux éléments de vorticité nouvellement générés (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_{old,k}$  : Quantité de circulation existant sur le segment de paroi  $k$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\Gamma_{wall,k}$  : Quantité totale de circulation à être générée sur le segment de paroi  $k$  au temps  $t$  (normalisée par rapport à  $UH$ ).
- $\zeta$  : Vecteur vorticité (normalisé par rapport à  $U/H$ ).
- $\partial$  : Opérateur de dérivation partielle.
- $\nabla$  : Opérateur différentiel ( $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ , normalisé par rapport à  $H^{-1}$ ).

---

# Liste des figures

---

FIGURE 1 : Illustration du processus d'attribution de la vorticité par la méthode des coefficients d'aire. (a) La circulation $\Gamma_i$ transportée par les éléments lagrangiens est attribuée aux nœuds du maillage afin d'obtenir le champ de circulation eulérien $\Gamma(x, y, t)$ . Les chiffres 1 à 4 représentent les quatre nœuds de la maille qui contient l'élément $i$ . (b) Le champ de circulation $\Gamma(x, y, t)$ est transformé en un champ de vorticité $\omega(x, y, t)$ .	16
FIGURE 2 : Illustration du processus d'interpolation linéaire utilisé pour obtenir la vitesse de convection des éléments de vorticité.	17
FIGURE 3 : Illustration du processus de génération de vorticité (sur une paroi) qui est utilisé afin d'éliminer la vitesse de glissement.	18
FIGURE 4 : Comparaison de tracés de la fonction de courant $\psi$ pour différentes valeurs des paramètres de génération et différents schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps $t = 10.5$ . Le pas de temps utilisé pour obtenir ces résultats est $\Delta t = 0.10$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	23
FIGURE 5 : Comparaison de tracés de la fonction de courant $\psi$ pour différentes valeurs du pas de temps et différents schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps $t = 10.5$ . (Paramètres de génération $n_{min} = 5$ et $\Gamma_{opt} = 0.00025$ ). (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	25
FIGURE 6 : Géométrie du modèle de la marche pour les simulations en régime instationnaire. (a) Modèle numérique. (b) Modèle numérique en comparaison avec le modèle expérimental de Honji (1975). Note 1 : Fenêtre de visualisation pour les figures 4 et 5. Note 2 : Fenêtre de visualisation pour les figures 13, 14, 16 et 18. Note 3 : Fenêtre de visualisation pour les figures 15, 17 et 19.	31
FIGURE 7 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle de la marche en régime instationnaire. L'illustration représente un maillage de 500 (selon $x$ ) par 200 (selon $y$ ) où la moitié des lignes de maillage sont présentées pour les deux directions. (a) Domaine de calcul. (b) Agrandissement de la région à proximité de la marche.	35
FIGURE 8 : �volution de l'épaisseur de la couche limite à différentes stations d'un canal d'entrée de longueur $25H$ . Les résultats numériques sont comparés aux prédiction analytiques pour un écoulement où $Re = 303$ .	37
FIGURE 9 : Comparaisons des profils de vitesse numériques aux prédiction analytiques à différentes stations d'un canal d'entrée de longueur $25H$ pour un écoulement où $Re = 303$ .	38
FIGURE 10 : �volution de l'épaisseur de la couche limite au niveau de la marche en considérant différentes longueurs du canal d'entrée. Les résultats numériques sont comparés aux prédiction analytiques pour un écoulement où $Re = 303$ .	39
FIGURE 11 : Comparaison entre les visualisations numériques et expérimentale (Honji 1975) pour $Re = 303$ au temps $t = 10.5$ . (a) Tracé de la fonction de courant pour la simulation où un profil de vitesse uniforme à vitesse moyenne $U$ est imposé à l'entrée. (b) Visualisation expérimentale. (c) Tracé de la fonction de courant pour la simulation où un profil de vitesse exponentiel à vitesse moyenne $1.05 U$ est imposé à l'entrée. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	41

FIGURE 12 : Longueur de la zone de recirculation en fonction du temps pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. (a) Les résultats numériques correspondent à un profil de vitesse uniforme à l'entrée où une vitesse moyenne $U$ est considérée. (b) Les résultats numériques correspondent à un profil de vitesse exponentiel à l'entrée où une vitesse moyenne $1.05 U$ est considérée.	42
FIGURE 13 : Illustration des stades préliminaires de l'écoulement détaché à nombre de Reynolds $Re = 97$ (simulation avec un pas de temps $\Delta t = 0.025$ ). (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	44
FIGURE 14 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds $Re = 97$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	45
FIGURE 15 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant ( $Re = 97$ ) et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où $Re = 99.6$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	46
FIGURE 16 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds $Re = 153$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	48
FIGURE 17 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où $Re = 153$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	49
FIGURE 18 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds $Re = 303$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	50
FIGURE 19 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant ( $Re = 303$ ) et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où $Re = 304$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	52
FIGURE 20 : Comparaison d'une zone de recirculation en régime permanent. La visualisation numérique a été produite en moyennant les résultats instantanés d'une simulation numérique sur 60 pas de temps en considérant un pas de temps $\Delta t = 0.25$ . La visualisation expérimentale est tirée de Honji (1975) et a été produite en utilisant une durée d'exposition de 30 secondes (Honji 1995). La simulation numérique est pour $Re = 303$ tandis que la visualisation expérimentale est pour $Re = 301$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)	53
FIGURE 21 : Évolution typique du nombre d'éléments de vorticité dans le domaine de calcul en fonction du nombre de pas de temps de la simulation. (a) Modèle de la marche en régime instationnaire. (b) Modèle de la marche en régime permanent. Note 1 : La solution en régime permanent est obtenue en moyennant les valeurs des variables de l'écoulement sur un nombre adéquat de pas de temps. � noter que la grandeur du pas de temps, le nombre de Reynolds et les dimensions physiques sont différents dans les deux cas.	54
FIGURE 22 : Géométrie du modèle de la marche pour les simulations en régime permanent. La hauteur de la marche par rapport à la hauteur totale du canal est choisie pour correspondre au modèle expérimental de Denham et Patrick (1974).	55
FIGURE 23 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle de la marche en régime permanent. L'illustration représente un maillage de 600 (selon $x$ ) par 200 (selon $y$ ). (a) Totalité du domaine de calcul où le cinquième des lignes de maillage sont présentées pour les deux directions. (b) Agrandissement de la région à proximité de la marche où la moitié des lignes de maillage sont présentées pour les deux directions.	56

- FIGURE 24 : Comparaison de deux simulations en considérant (i) un maillage uniforme (dans les deux directions) composé de 600 par 100 cellules, (ii) un pas de temps  $\Delta t = 0.30$  et (iii) le schéma d'Euler pour effectuer la convection des éléments. (a)  $\Gamma_{opt} = 0.00150$ ,  $n_{min} = 0$ . (b)  $\Gamma_{opt} = 0.00015$ ,  $n_{min} = 0$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 58
- FIGURE 25 : Comparaison des profils de la composante longitudinale de la vitesse ( $u$ ) pour l'écoulement sur le modèle de la marche en régime permanent. Les lignes pleines représentent les résultats de nos simulations numériques et les cercles vides représentent les résultats expérimentaux de Denham et Patrick (1974). (a)  $Re = 73$ . (b)  $Re = 125$ . (c)  $Re = 191$ . (d)  $Re = 229$ . 59
- FIGURE 26 : Comparaison de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour le modèle de la marche en régime permanent. Les résultats numériques sont comparés aux résultats provenant de divers travaux expérimentaux et numériques. 60
- FIGURE 27 : Photo du papillon de nuit *Papilio glaucus canadensis*. À droite, un agrandissement typique de la surface de l'aile du papillon démontre la présence des écailles. 62
- FIGURE 28 : Résultats partiels de l'expérience de Nachtigall (1967). (a) Schéma expérimental utilisé pour obtenir les résultats. (b) Tracé des forces de portance ( $A$ ) et de traînée ( $W$ ) en fonction de l'angle d'attaque ( $\alpha$ ) de l'aile du papillon. Les cercles vides représentent les grandeurs des forces pour l'aile intacte et les cercles pleins représentent les grandeurs des forces pour l'aile dépourvue d'écailles. On observe que la force de portance est plus grande sur l'aile intacte que sur l'aile dépourvue d'écailles et que dans les deux cas la force de traînée est pratiquement équivalente. Les figures sont tirées de Nachtigall (1967). 63
- FIGURE 29 : Géométrie du modèle qui représente l'arrangement des écailles sur les ailes de papillon. 64
- FIGURE 30 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle des écailles de papillon. L'illustration représente un maillage de 400 (selon  $x$ ) par 200 (selon  $y$ ) où la moitié des lignes de maillage sont présentées pour les deux directions. 67
- FIGURE 31 : Tracés de la fonction de courant  $\psi$  pour différentes valeurs du pas de temps et deux schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement ayant atteint le régime permanent pour  $Re = 1.00$ . Le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta a servi pour obtenir les tracés des figures (a) à (f) et celui du 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth a servi pour obtenir les tracés des figures (g) et (h). (a)  $\Delta t = 0.2500$ . (b)  $\Delta t = 0.1000$ . (c)  $\Delta t = 0.0500$ . (d)  $\Delta t = 0.0250$ . (e)  $\Delta t = 0.0100$ . (f)  $\Delta t = 0.0050$ . (g)  $\Delta t = 0.0050$ . (h)  $\Delta t = 0.0025$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 71
- FIGURE 32 : Représentation de l'écoulement en régime permanent pour un nombre de Reynolds  $Re = 1.00$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $u$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 73
- FIGURE 33 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 1.00$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 74
- FIGURE 34 : Représentation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 100$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $u$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 75
- FIGURE 35 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 100$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) 76
- FIGURE 36 : Représentation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 624$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas



- de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) \_\_\_\_\_ 78
- FIGURE 37 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 624$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.) \_\_\_\_\_ 79 et 80
- FIGURE 38 : Comparaison de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour le modèle des cavités sur les ailes de papillons. Les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux de Tavoularis *et al.* (1985). \_\_\_\_\_ 82
- FIGURE 39 : Visualisations expérimentales de l'écoulement à très faibles valeurs du nombre de Reynolds. L'écoulement est de gauche à droite dans les deux cas. (a) Écoulement autour d'un bloc fixé à une plaque plane ( $Re = 0.02$ ). La visualisation a été réalisée avec des grains de verre dans de la glycérine. (b) Écoulement autour d'une barrière fixée à une plaque plane ( $Re = 0.014$ ). La visualisation a été réalisée avec de la poudre d'aluminium dans de la glycérine. Ces deux figures ont été tirées de Van Dyke (1982) mais proviennent de Taneda (1979). \_\_\_\_\_ 83

**Généralités.** Dans la vie quotidienne, on observe autour de nous plusieurs phénomènes, naturels ou autres, qui sont gouvernés par les lois de la physique. Ces phénomènes, stationnaires ou instationnaires dans le temps, peuvent appartenir à différents domaines de recherche, dont la mécanique des fluides : science qui sert à comprendre et à décrire l'écoulement de liquides et de gaz et leurs interactions avec des corps solides. Cette science repose avant tout sur l'application de lois fondamentales de la mécanique et de la thermodynamique et, mis à part les nombreux développements analytiques produits au fil des ans, elle doit en grande partie son évolution à la compréhension des propriétés des fluides et à un vaste répertoire d'études expérimentales.

Durant les dernières décennies, les techniques et les méthodes numériques sont celles qui ont suscité le plus d'intérêt pour prédire et/ou comprendre les caractéristiques d'écoulements de fluides. Ceci est en partie dû au fait que les simulations numériques d'écoulements de fluides (SNEF, traduction du terme anglais *CFD - computational fluid dynamics*) nous permettent de comprendre des phénomènes qu'il serait trop coûteux et/ou difficile d'étudier par les méthodes de recherche classiques et/ou conventionnelles (prototypes, études expérimentales, ...). Cependant, les SNEF ne pourront probablement jamais subsister seules car, leur but fondamental étant la représentation de phénomènes observés, elles doivent être validées par les mesures expérimentales qui proviennent de situations réelles. Couplées à l'amélioration de performance continue des outils informatiques, les SNEF se sont tout de même démarquées comme outil indispensable à la conception et/ou l'amélioration de plusieurs procédés, applications ou appareils technologiques et se sont révélées efficaces pour adresser les aspects fondamentaux et/ou théoriques des phénomènes étudiés.

Les méthodes numériques employées par les SNEF sont avant tout basées sur les modèles mathématiques qui régissent les écoulements. Dans les écoulements considérés isothermes de fluides newtoniens, les modèles mathématiques sont traditionnellement constitués de l'équation de la continuité, des équations de Navier-Stokes, et des conditions aux limites physiques du modèle géométrique étudié. De plus, les équations du modèle sont historiquement formulées en variables primitives, c'est-à-dire en termes de la vitesse  $\mathbf{u}$  et de la pression  $p$ . En connaissant le champ de vitesse, il est alors possible de déterminer le champ de vorticité à partir de la définition de la vorticité  $\zeta = \nabla \times \mathbf{u}$ . Dans le cas des méthodes qui font usage d'une formulation en variables de vorticité

( $\zeta$  et  $\mathbf{u}$ , ou  $\zeta$  et  $\psi$ ), l'observation inverse est tout aussi importante, i.e. le champ de vitesse peut être déterminé à partir du champ de vorticité.

**Méthodes de simulations.** Bien que les équations à résoudre soient uniques, les méthodes utilisées pour effectuer les SNEF peuvent assumer plusieurs formes, chacune ayant leurs propres caractéristiques, avantages et inconvénients. Même avec leurs variations multiples, un trait commun à toutes les méthodes est la discrétisation (dans son sens le plus général) du domaine étudié en un nombre de points de contrôle et d'équations discrètes, dont le nombre dépend du niveau de discrétisation. En général, plus élevé est le niveau de discrétisation, meilleurs sont les résultats mais plus coûteuses sont les simulations. De plus, le type de discrétisation va en quelque sorte définir la nature même de la méthode. Le choix d'utiliser une méthode plutôt qu'une autre peut dépendre, entre autres, du type de problème envisagé, des ressources informatiques disponibles et de plusieurs facteurs reliés à la méthode tels que sa stabilité (convergence, robustesse, ...), son efficacité (temps de calcul, mémoire requise, ...), et surtout la précision des résultats obtenus.

En utilisant une formulation en variables primitives ( $\mathbf{u}$  et  $p$ ), les équations régissantes sont résolues en utilisant des approches eulériennes. Dans ce type d'approche (par ex.  l ments finis, différences finies, ...), la discrétisation se fait en considérant les variables de l'écoulement comme des fonctions du temps et des coordonnées de l'espace.

Quoique les approches eulériennes peuvent aussi être utilisées pour une formulation en variables de vorticité ( $\zeta$  et  $\mathbf{u}$ , ou  $\zeta$  et  $\psi$ ) (voir par exemple Hou et Wetton 1990), les méthodes lagrangiennes sont celles qui sont les plus couramment appliquées à la résolution d'une telle formulation. Dans les méthodes lagrangiennes, la discrétisation est faite en considérant des particules (qui transportent une quantité physique quelconque) qui se déplacent dans le temps à partir d'une position initiale donnée. En mécanique des fluides, on représente le champ de vorticité en éléments discrets qui transportent chacun une quantité de circulation prédéterminée.

**Méthodes vortex.** Il est pratique courante d'utiliser le terme « méthodes vortex » pour désigner les méthodes lagrangiennes qui modélisent les équations d'Euler incompressibles ( quations qui régissent l'écoulement isotherme de fluides non-visqueux). Pour modéliser les équations de Navier-Stokes, au lieu de celles d'Euler, les méthodes vortex sont modifiées en utilisant un modèle quelconque pour simuler la diffusion. La méthode résultante est souvent classifiée selon le type de modèle diffusif envisagé : aléatoire ou déterministe. Ainsi, si un modèle à nature aléatoire est combiné à la méthode vortex considérée, on réfère à la méthode résultante comme « la méthode des vortex aléatoires » (*random vortex method* - RVM, Chorin 1973), méthode qui fait en partie l'objet de cette thèse et qui est en quelque sorte l'ancêtre des méthodes vortex modernes. D'autre

part, si un modèle de diffusion non-aléatoire est combiné à la méthode vortex, au lieu d'un modèle de diffusion aléatoire, on réfère aux méthodes résultantes comme des « méthodes vortex déterministes ». Dans la plupart de ces méthodes, la diffusion est simulée en modifiant, de façon appropriée, la circulation transportée par les éléments (*particle strength exchange* ou *vorticity redistribution*). Les méthodes déterministes ne seront pas discutées davantage ici mais pour plus d'information le lecteur est invité à consulter les travaux de Chang et Chern (1991a, 1991b), Choquin et Lucquin-Desreux (1988), Choquin et Huberson (1989), Cottet (1990, 1991), Cottet et Mas-Gallic (1990), Degond et Mas-Gallic (1989), Fishelov (1990), Fogelson et Dillon (1993), Koumoustakos *et al.* (1994), Lucquin-Desreux (1987), Mas-Gallic (1990), Raviart (1985), Shankar *et al.* (1995), entre autres.

Dans les méthodes vortex, le champ de vortacité est discrétisé en éléments de vortacité dont la dynamique est régie par l'équation du transport de la vortacité (équation qui résulte en prenant le rotationnel des équations de Navier-Stokes) tout en satisfaisant les conditions aux limites physiques. Le type d'élément discret peut varier d'une méthode à l'autre (tubes, filaments, anneaux, segments, « blobs », bâtonnets, vortons, points, ...) mais dans tous les cas on considère que ces éléments « flottent » dans un écoulement autrement irrotationnel. Certains des éléments discrets s'appliquent uniquement aux écoulements 2D tandis que d'autres s'appliquent exclusivement aux écoulements 3D, par exemple, les « blobs » et les points sont en fait les éléments 2D qui correspondent aux tubes et filaments en 3D.

L'attrait principal des méthodes vortex est que les éléments sont concentrés là où il y a existence de gradients élevés dans la vitesse de l'écoulement. En effet, seules les parois solides sont sources de vortacité en considérant un fluide homogène dans un écoulement sans surfaces libres. On n'a donc pas à traiter d'éléments loin des parois où l'écoulement est encore irrotationnel, i.e. les efforts de calcul sont concentrés dans les zones à gradients de vitesse élevés.

D'excellentes interprétations de la vortacité et des équations qui régissent son transport sont présentées dans Batchelor (1967), Lighthill (1963) et Morton (1984), entre autres. D'un aspect plus général, Lugt (1983) offre un excellent portrait des phénomènes de vortacité observés dans la nature et en technologie. D'autre part, des revues exhaustives sur les aspects théoriques et numériques des méthodes vortex sont présentées par Aref (1983), Hald (1991), Leonard (1980, 1985), Puckett (1993), Sarpkaya (1989), Saffman (1981), Saffman et Baker (1979) et Sethian (1991), entre autres.

Selon Hald (1991), il n'existe encore aucune preuve complète pour la convergence de la méthode des vortex aléatoires. Cependant, sans les discuter ici, plusieurs ouvrages théoriques traitent de la convergence de certains aspects des méthodes vortex vis-à-vis de leurs applications à la résolu-

tion des équations d'Euler ou de Navier-Stokes, dont ceux de Beale (1988), Beale et Majda (1981, 1982a, 1982b, 1984), Cottet (1987), Cottet *et al.* (1991), Goodman (1987), Hald (1979, 1986, 1987, 1991), Long (1988), Marchioro et Pulvirenti (1982) et Puckett (1989, 1993).

**La méthode des vortex aléatoires.** La méthode des vortex aléatoires (RVM) proprement dite doit ses débuts aux travaux originaux de Chorin (1973). Ce dernier a présenté des résultats de simulations pour l'écoulement autour d'un cylindre en appliquant une technique de fractionnement de l'opérateur (*viscous splitting* ou *operator splitting technique* - OST) à l'équation du transport de la vorticité. L'OST s'applique en supposant que la vorticité et la vitesse sont deux quantités indépendantes, ce qui linéarise l'équation du transport de la vorticité. Il devient alors possible de résoudre l'équation du transport en deux étapes fractionnaires : la diffusion et la convection. Puisque c'est le champ de vorticité est discr t s  en  $N$  éléments lagrangiens, la dynamique de ceux-ci est régie par l'équation du transport de la vorticité qui elle est r solv e en deux étapes distinctes.

Comme dans les ouvrages qui l'ont précédé (quoiqu'appliqués aux équations d'Euler), Chorin (1973), pour effectuer la convection des éléments, évalua le champ de vitesse par l'entremise de la loi de Biot-Savart et par l'introduction d'un champ de vitesse potentiel pour satisfaire les conditions aux limites potentielles. L'introduction du champ de vitesse potentiel est possible grâce à la décomposition de Helmholtz (1858) qui stipule que le champ de vitesse total peut être décomposé en une partie irrotationnelle et une partie rotationnelle. Pour simuler la diffusion, Chorin (1973) imposa une marche aléatoire aux éléments d'après l'analogie entre la fonction de Green, qui est solution de l'équation de diffusion, et la fonction densité de probabilité d'une distribution gaussienne à moyenne nulle où l'écart type dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement et du pas de temps de la discrétisation. Les déplacements diffusif et convectif sont alors combinés pour modifier la trajectoire des éléments lagrangiens à chaque pas de temps. Enfin, pour vérifier la condition d'adhérence sur les parois, Chorin (1973) propose d'introduire une quantité de vorticité pour annuler les vitesses de glissement (ce qui est en fait la source des éléments de vorticité).

Dans les ouvrages qui ont précédé Chorin (1973), les éléments de vorticité étaient considérés comme des lignes de vorticité ayant un diamètre infiniment petit et une quantité de vorticité infiniment grande (tout en transportant une quantité finie de circulation). Puisque chaque élément induit un champ de vitesse proportionnel à  $1/r$  où  $r$  est la distance de l'élément en question (loi de Biot-Savart), il pouvait y avoir éclatement par le rapprochement excessif des éléments. Pour pallier à ceci, Chorin (1973) a remplacé les éléments singuliers par des « blobs » dotés d'une fonction d'interaction pour borner les vitesses induites à proximité immédiate desdits éléments (*cutoff scheme*). Cette astuce lui permettait de contourner les singularités qui pouvaient être induites au champ de vitesse par la discrétisation du champ de vorticité en éléments singuliers.

Une multitude d'ouvrages ont succédé les travaux originaux de Chorin (1973), incluant des généralisations de la méthode pour les écoulements tridimensionnels. Puisque la revue de ces travaux dépasse les limites de cette thèse, le lecteur est invité à consulter les revues exhaustives auxquelles nous avons fait allusion plus haut.

Quoique plusieurs travaux modernes traitent certains aspects particuliers de la méthode, tels que la diffusion, la vérification des conditions aux limites physiques et le type d'éléments discrets, la plupart des ouvrages traitent l'aspect de convection des éléments : étape de la méthode qui a la plus grande influence sur les temps de calcul des simulations. En effet, la vitesse convective des éléments est obtenue par l'application de la loi de Biot-Savart dans la méthode originale. Ceci implique que la vitesse qui est induite sur l'élément  $i_c$  est évaluée en sommant la contribution des champs de vitesse induits par tous les autres éléments  $i = 1$  à  $N$ ,  $i \neq i_c$ . Puisque les opérations doivent être répétées pour tous les éléments  $i_c$ , les temps de calculs sont tels que  $O(N^2)$ .

Dans une simulation complètement lagrangienne, les conditions potentielles aux frontières sont satisfaites en utilisant les images des éléments de vorticité. Bien que ceci soit relativement précis, le nombre d'éléments utiles à la représentation de l'écoulement se voit réduire par un facteur de deux. De plus, il est assez difficile d'étendre la méthode à des modèles géométriques complexes (voir par exemple Ghoniem et Gagnon 1987 et Gagnon *et al.* 1993). L'utilisation d'une approche semi-lagrangienne est une façon de réduire les temps de calcul associés à l'introduction d'un système d'éléments images. Dans cette approche, les conditions aux limites potentielles sont satisfaites en solutionnant une équation de Laplace sur une grille. Cette équation relie les conditions normales aux frontières à la fonction de courant potentielle de l'écoulement (voir par exemple Blot *et al.* 1989 en deux dimensions et Al Isber *et al.* 1991, Giovannini et Gagnon 1996a, 1996b en formulation axisymétrique). Cette approche donne des temps de calculs un peu moins importants que l'approche précédente et est un peu plus facile à étendre à des modèles géométriques complexes.

Plusieurs autres méthodes font appel à des approximations pour les lois d'interactions entre les éléments afin de réduire les temps de calcul de  $O(N^2)$  à  $O(N \log N)$  ou même à  $O(N)$ . Dans plusieurs de ces méthodes, le champ de vitesse induit sur l'élément  $i_c$  par les éléments éloignés est estimé par une méthode quelconque. Parmi les plus populaires, on retrouve les méthodes  $P^3M$  (*particle-particle/particle-mesh*, voir par exemple Hockney et Eastwood 1981), la méthode des corrections locales (voir par exemple Anderson 1986, Baden et Puckett 1990) et les méthodes de types multipôles ou expansions des multipôles (voir par exemple, Greengard 1990, Greengard et Rokhlin 1987, Puckett 1993). Pour la plupart, ces méthodes sont difficiles à implanter et lourdes à utiliser, ce qui diminue leur efficacité globale.

L'algorithme « Vortex-in-cell » (VIC) est un autre type de méthodes vortex rapides utilisé pour considérablement réduire les temps de calcul attribués à la méthode originale de Chorin (1973). Cette méthode, qui est classifiée comme une méthode mixte eulérienne/lagrangienne, peut facilement être adaptée à des modèles géométriques complexes et est celle qui, combinée à la méthode des vortex aléatoires, fait l'objet de cette thèse.

**L'algorithme Vortex-in-cell.** Dans le contexte d'écoulements de fluides, l'algorithme Vortex-in-cell doit ses débuts aux travaux originaux de Christiansen (1973). Basé sur les travaux des groupes de recherche de Livermore, Los Alamos, Stanford et Princeton (voir Harlow 1970, entre autres), il présenta une méthode qui permet d'obtenir le champ de vitesse à partir d'un champ de vorticit e lagrangien sans utiliser la loi de Biot-Savart. Plutôt, une  equation de Poisson, qui relie le champ de vorticit e lagrangien (composée d' el ements de vorticit e singuliers)  a la fonction de courant de l' ecoulement, est solutionn ee sur un maillage eul erien. Puisque le maillage n'est en fait qu'un artifice de calcul pour estimer la vitesse de convection des  el ements, les avantages de la repr esentation lagrangienne sont conservées. Le couplage entre les aspects lagrangiens ( el ements) et eul eriens (maillage) de la m ethode est assurée par l'algorithme Vortex-in-cell. L'ordre de convergence de la m ethode r esultante est  $O(N+P\log P)$  o u  $N$  est le nombre total d' el ements de vorticit e et  $P$  est le nombre total de nœuds sur le maillage. Christiansen (1973) a pr esent e des r esultats de simulations pour des  ecoulements consid er es non-visqueux mais, depuis, plusieurs chercheurs ont adaptée la m ethode avec succ es  a la r esolution d' ecoulements consid er es visqueux, la plupart en adoptant les principes de la m ethode des vortex al eatoires propos ee par Chorin (1973).

Notamment, Smith et Stansby (1988) ont effectuée des simulations pour l' ecoulement autour d'un cylindre rond mis impulsivement en mouvement. Pour la partie eul erienne, ils ont introduit un maillage non-uniforme dans la direction radiale. Ils ont comparée leurs r esultats  a des solutions analytiques pour de faibles temps et  a des simulations num eriques eul eriennes (diff erences finies) et des visualisations exp erimentales pour des temps plus  elev es. Ils ont observée que les comparaisons  etaient bonnes lorsqu'un nombre suffisant de nouveaux  el ements  etaient introduits dans l' ecoulement  a chaque pas de temps.  a cet  egard, ils ont notée que le nombre d' el ements requis augmentait avec le nombre de Reynolds et que l' ecart type de diffusion des  el ements devait  etre du m eme ordre de grandeur que l' epaisseur du maillage pr es des parois pour  eviter des fluctuations excessives. Ces m emes auteurs (Smith et Stansby 1989b) ont pr esent e des r esultats de simulations pour l' ecoulement  a valeurs  elev ees du nombre de Reynolds (valeurs consid er ees dans le r egime turbulent) autour d'un cylindre en utilisant un mod ele de turbulence. Ces travaux ont d emonstr e, entre autres, que la combinaison de l'algorithme VIC et de la RVM  etait tr es bien adapt ee  a la simulation d' ecoulements externes.

D'autre part, Chang et Chern (1991a, 1991b) ont présenté une méthode combinant l'algorithme VIC et un modèle de diffusion à nature déterministe. Pour effectuer les comparaisons, ils ont utilisé les mêmes travaux de référence que ceux utilisés par Smith et Stansby (1988). Pour des simulations effectuées sur une gamme étendue du nombre de Reynolds, ils ont observé que leurs résultats se comparaient bien aux résultats obtenus par des méthodes analytiques, par des simulations numériques eulériennes (différences finies) et par des visualisations expérimentales.

Plus récemment, Stansby et Slaouti (1993) ont traité l'écoulement autour d'un cylindre en considérant l'effet de blocage causé par la présence de parois aux frontières supérieure et inférieure du domaine de calcul. Leurs résultats ont été comparés à des simulations numériques eulériennes (éléments finis et méthodes spectrales) et à des mesures expérimentales. En particulier, leur domaine de calcul était composé d'un système de maillages chevauchés. Pour une gamme restreinte du nombre de Reynolds, ils ont observé que leurs résultats se comparaient très bien aux mesures expérimentales correspondantes.

D'autre part, Gagnon et Huang (1993) ont effectué des simulations dans une géométrie interne (canal simple) avec et sans injection d'un écoulement secondaire à travers l'une des parois en utilisant une méthode similaire à celle présentée dans cette thèse. Des maillages non-uniformes ont été utilisés pour effectuer leurs simulations et ils ont considéré des valeurs faibles et élevées pour le nombre de Reynolds. Scolan et Faltinsen (1994) ont étudié l'écoulement autour de modèles géométriques qui présentent des coins à angles droits. En utilisant des transformations conformes, ils ont contourné les singularités théoriques qui existent pour les vitesses au coin. Westermann (1994), quoiqu'en électromagnétisme, a étendu l'algorithme VIC en utilisant des maillages adaptés aux frontières (*boundary-fitted meshes*) où les frontières se déplaçaient dans le temps.

En considérant des écoulements instationnaires, Savoie *et al.* (1996d) ont présenté une étude de convergence par raffinement successif des paramètres numériques en utilisant le modèle d'une marche descendante. Savoie et Gagnon (1996a), afin de simuler l'écoulement au-dessus de cavités qui représentent l'arrangement des écailles sur les ailes de papillons, ont imposé la périodicité sur les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du domaine de calcul. Pour le même modèle, Savoie et Gagnon (1996b) ont présenté une animation des résultats de simulation pour une valeur du nombre de Reynolds qui se situe dans la plage de la transition entre les régimes laminaire et turbulent. Entre autres, cette étude a permis la visualisation des aspects dynamiques de l'écoulement, dont le détachement et l'agglomération de structures cohérentes (ou régions de vorticité). Pour l'ensemble de ces travaux, des maillages non-uniformes ont été utilisés pour effectuer les simulations, dont les résultats sont en partie présentés dans cette thèse.



**Aperçu de cette thèse.** Dans beaucoup de situations, les écoulements de fluides peuvent être considérés bidimensionnels, entre autres, jusqu'au moment où les instabilités de l'écoulement induisent des effets tridimensionnels. Ainsi, dans des modèles physiques bidimensionnels, les écoulements à faibles valeurs du nombre de Reynolds et les écoulements débutants (*starting flows*) à valeurs plus élevées du nombre de Reynolds peuvent être considérés comme bidimensionnels et s'avèrent donc d'excellents cas de validation pour les méthodes numériques 2D. Même si les modèles de simulation 2D sont plus simples que leurs homologues 3D, les simulations permettent tout de même d'approfondir nos connaissances sur la dynamique fondamentale d'écoulements régis par des équations non-linéaires. D'ailleurs, l'état de l'art pour effectuer des simulations d'écoulements 3D instationnaires nous limite à des cas d'écoulements académiques, souvent pour des écoulements non-visqueux, à moins d'être équipés d'ordinateurs ultra-puissants. Le but est donc de développer une méthode rapide qui nous permet d'effectuer des simulations sûres et efficaces à l'aide de stations de travail et/ou d'ordinateurs personnels, tout en révélant une dynamique représentative d'écoulements instationnaires réels.

À cette fin, l'élaboration de la méthode est d'abord présentée au chapitre 2. L'influence des paramètres numériques et une étude de convergence numérique de la méthode sont présentées au chapitre 3. Aux chapitres 4 et 5, des résultats de simulations sont présentés pour des modèles qui représentent une marche descendante et les cavités qui résultent de l'arrangement des écailles sur les ailes de papillons. Pour ce dernier modèle, une condition de périodicité est imposée à l'entrée et à la sortie du modèle pour simuler une infinité de cavités successives. Des remarques relatives à la méthode globale et des conclusions générales sur les simulations clôturent ce travail au chapitre 6.

## 2.1 Formulation physique

Nous considérons dans cette thèse des écoulements bidimensionnels et isothermes de fluides visqueux (newtoniens), incompressibles et sans forces de volume. Les équations adimensionnelles qui régissent ce type d'écoulements sont l'équation de continuité et les équations de Navier-Stokes, respectivement

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

et

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.2)$$

où  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  est l'opérateur différentiel,  $\mathbf{u} = (u, v)$  est le vecteur vitesse (composantes longitudinale ( $x$ ) et transversale ( $y$ ) respectivement),  $p$  est la pression,  $t$  est le temps et  $Re$  est le nombre de Reynolds défini par

$$Re = \frac{\rho U H}{\mu} \quad (2.3)$$

où  $U$  est une vitesse de référence,  $H$  est une longueur de référence,  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $\mu$  est sa viscosité dynamique. Dans les chapitres qui suivent, à moins d'indication contraire, la vitesse de référence  $U$  est la vitesse uniforme qui est imposée à l'entrée du domaine de calcul et la longueur de référence  $H$  est la hauteur de la marche du modèle considéré.

**Variables de vorticité.** L'usage de méthodes vortex pour simuler les écoulements implique que les équations régissantes sont transformées afin d'obtenir une formulation en variables de vorticité. Ainsi, en introduisant la fonction de courant  $\psi = \psi(x, y, t)$ , où

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2.4)$$

et en utilisant la définition de vorticité  $\zeta = \nabla \times \mathbf{u}$ , où  $\zeta = (0, 0, \omega)$  en deux dimensions et

$$\omega = |\nabla \times \mathbf{u}| = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (2.5)$$

les équations se voient transformées d'une formulation en variables primitives à une formulation en variables de vorticité. En substituant l'équation (2.4) dans l'équation (2.5), une équation de Poisson qui relie la fonction de courant  $\psi$  au champ de vorticité  $\omega = \omega(x, y, t)$  est obtenue :

$$\nabla^2 \psi = -\omega. \quad (2.6)$$

De plus, en prenant le rotationnel de l'équation (2.2), et en utilisant l'équation (2.1), l'équation du transport de la vorticité est obtenue : en deux dimensions,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega. \quad (2.7)$$

En faisant usage de la méthode numérique élaborée au § 2.2, les équations (2.4), (2.6) et (2.7) seront utilisées afin de résoudre l'écoulement pour les modèles étudiés.

**Modèles simulés.** Trois modèles d'écoulement sont considérés dans cette étude : la marche descendante en régime instationnaire, la marche descendante en régime permanent et les cavités sur les ailes de papillons. Les détails concernant chacun de ces modèles sont présentés dans leur chapitre respectif.

**Conditions aux limites.** Les conditions usuelles d'adhérence et d'imperméabilité sur les parois solides impliquent que les particules de fluide situées sur une paroi doivent suivre le mouvement de celle-ci, i.e.  $\mathbf{u} = (u, v) = (0, 0)$  sur les parois stationnaires. Les conditions pour les autres limites du domaine de calcul seront énoncées lorsque l'étude des modèles spécifiques sera abordée.

**Condition initiale.** Puisque les équations régissant sont de nature instationnaire, une condition initiale doit être imposée afin de résoudre le champ d'écoulement. Par conséquent, l'écoulement potentiel est utilisé comme condition initiale pour tous les modèles étudiés, ce qui est équivalent à supposer qu'un mouvement impulsif est imposé au fluide pour entamer les simulations.

## 2.2 Méthode numérique

Le champ de vorticité  $\omega$  est discrétisé au temps  $t$  en un ensemble d'éléments de vorticité singuliers, ce qui constitue le fondement de la méthode numérique. Le champ de vorticité théoriquement continu est donc représenté par un nombre d'éléments discrets ( $N$ ) qui transportent chacun une quantité de circulation  $\Gamma_i$ , i.e.

$$\omega \equiv \frac{d\Gamma}{dA} = \frac{d}{dA} \left( \sum_{i=1}^N \Gamma_i \delta(\mathbf{x} - \chi_i) \right), \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{x} = (x, y)$  est le vecteur position,  $\chi_i = \chi_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$  est la position de l'élément de vortacité  $i$  et  $\delta(x)$  est la fonction delta de Dirac.

**Aperçu de la méthode.** Dans cet ouvrage, l'algorithme Vortex-in-cell (VIC, Christiansen 1973) est combiné à la méthode des vortex aléatoires (*Random Vortex method* - RVM, Chorin 1973) pour résoudre l'écoulement. La méthode numérique résultante fait partie de la famille des méthodes lagrangiennes, ce qui implique que l'écoulement est résolu en suivant la trace de particules discrètes dans le temps. Dans notre contexte, l'évolution temporelle de l'écoulement se fait en affectant des déplacements diffusif et convectif aux éléments de vortacité lagrangiens selon l'équation du transport de la vortacité (équation (2.7)).

Lorsque des méthodes purement lagrangiennes sont utilisées, la convection des éléments de vortacité se fait par l'entremise de la loi de Biot-Savart (Ghoniem *et al.* 1982 et Ghoniem et Gagnon 1987). Ceci implique qu'une sommation double doit être effectuée sur les éléments de vortacité afin d'obtenir leur vitesse de convection. Dans les méthodes mixtes eulériennes/lagrangiennes qui se servent de l'algorithme VIC (le cas échéant), un maillage eulérien est introduit afin de réduire les temps de calcul nécessaires à l'avancement convectif des particules lagrangiennes qui aident à définir le champ d'écoulement.

Avant de détailler les différents aspects de la résolution numérique de l'écoulement, nous présentons une vue d'ensemble de la méthode afin de familiariser le lecteur aux étapes générales qui constituent ladite méthode.

- ① ♦ Premièrement, l'équation de Laplace (équation (2.6) avec  $\omega = 0$ ) est résolue pour la fonction de courant  $\psi$  en appliquant les conditions aux limites potentielles. Pour la géométrie et les conditions aux limites considérées, l'écoulement potentiel en résulte.
- ② ♦ Connaissant maintenant le champ de la fonction de courant  $\psi$ , les vitesses de glissement (composante tangentielle de la vitesse à la paroi) sont évaluées par l'entremise de l'équation (2.4). Des éléments de vortacité sont alors générés à la paroi afin d'annuler ces vitesses de glissement (pour satisfaire la condition d'adhérence).

Ces deux premières étapes étant complétées, toutes les conditions sont satisfaites et l'écoulement est résolu au temps  $t = 0$ . Pour les temps successifs, les étapes ③, ④ et ⑤ sont répétées jusqu'au temps marquant la fin de la simulation.

- ③ ♦ Les éléments de vortacité sont transportés selon l'équation du transport de la vortacité (équation (2.7)). Plus spécifiquement, la diffusion des éléments est régie par l'algorithme de la marche aléatoire (*random walk algorithm*, Chorin 1973) tandis que leur convection est faite à partir du champ de vitesse (équation (2.4)) par l'entremise de l'algorithme VIC.

Les éléments qui sont transportés à l'extérieur du domaine de calcul sont traités de façon adéquate : ceux qui traversent les parois solides sont réfléchis à leur position miroir à l'intérieur du domaine et ceux qui traversent les autres frontières sont éliminés des calculs subséquents (Chorin 1978, Ghoniem et Gagnon 1987).

- ④ ♦ En faisant appel à l'algorithme VIC, la circulation lagrangienne  $\Gamma_i$  transportée par les éléments de vorticité est attribuée aux nœuds du maillage, ce qui résulte en un champ de vorticité eulérien  $\omega(x, y, t)$ . L'équation de Poisson est alors r solv e pour  $\psi$  ( quation (2.6)) en satisfaisant les conditions aux limites potentielles.
- ⑤ ♦ Suivant la procédure décrite à l'étape ②, de nouveaux éléments de vorticité sont générés pour satisfaire la condition d'adhérence sur les parois solides.

Dans les écoulements pratiques, les phénomènes simulés aux étapes ⑤ et ③ (dans l'ordre indiqué) se produisent simultanément, et ce de façon continue. Par contre, dans les simulations numériques, ces étapes sont effectuées successivement à partir du même champ d'écoulement. C'est-à-dire que le champ d'écoulement calculé au temps  $t$  ( tape ④) est utilisé à la fois pour (i) générer de nouveaux éléments au temps  $t$  ( tape ⑤) et (ii) transporter les éléments au temps  $t + \Delta t$  ( tape ③). Ceci s'explique par le fait que le champ d'écoulement n'est pas modifié à l'étape ⑤ (au temps  $t$ ) puisque les éléments nouvellement générés reposent sur la paroi et forment une couche de vorticité infiniment mince qui n'a pas encore été sujette au transport. Cette couche de vorticité assure que la composante tangentielle de la vitesse à la paroi soit effectivement nulle et, pour les besoins de la cause, elle se situe à une distance infiniment petite au-dessus de la paroi. Au pas de temps suivant, les éléments qui forment cette couche de vorticité vont évoluer pour créer une nouvelle vitesse de glissement à la paroi.

Pratiquement, même si la vitesse de glissement est évaluée au niveau de la paroi, on considère qu'elle représente la vitesse à une distance infiniment petite au-dessus de la couche de vorticité ; la vitesse à la paroi étant théoriquement nulle. Ce sujet sera discuté davantage lorsque la génération de vorticité sera abordée plus loin dans ce paragraphe.

**Transformations de maillage.** Les écoulements simulés sont caractérisés par des longueurs d'échelles variées selon la position à l'intérieur du domaine de calcul. En particulier, plusieurs régions sont aptes à contenir des structures de petites échelles, soient l'écoulement près des parois à l'intérieur des couches limites, les zones de recirculation et les couches de cisaillement qui se forment aux points de décollement. De plus, la région près des parois à l'entrée du domaine de calcul et les régions rapprochées des points de décollements sont caractérisées par la présence de gradients élevés dans les variables d'écoulement. Le maillage du domaine de calcul doit donc être

raffiné dans ces régions pour assurer une bonne résolution numérique. Afin d'améliorer l'efficacité de la solution, un maillage plus grossier est utilisé ailleurs dans le domaine de calcul, et ce sans nuire à la précision des calculs (voir Smith et Stansby 1988, Gagnon et Huang 1993 et Savoie *et al.* 1996d).

À cette fin, proposons d'abord les coordonnées généralisées

$$\xi = \xi(x, y) \quad \text{et} \quad \eta = \eta(x, y). \quad (2.9)$$

Il s'agit d'exprimer les équations (2.4) et (2.6) en fonction de ce nouveau système de coordonnées. En appliquant alors la règle de dérivation en chaîne, les opérateurs de dérivation peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

et

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial \eta}.$$

Au lieu de travailler avec les transformations et les métriques (i.e. l'ensemble des équations qui relie un système de coordonnées à un autre) proprement dites, il s'avère plus pratique de travailler avec les transformations et les métriques inverses. C'est-à-dire qu'il est préférable d'exprimer les coordonnées  $x$  et  $y$  en fonction des coordonnées généralisées  $\xi$  et  $\eta$  au lieu d'utiliser la forme  $\xi = \xi(x, y)$  et  $\eta = \eta(x, y)$  :

$$x = x(\xi, \eta) \quad \text{et} \quad y = y(\xi, \eta) \quad (2.11)$$

où les opérateurs de dérivation pour les variables  $\xi$  et  $\eta$  sont

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial y} \quad (2.12)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial y}.$$

Pour être en mesure d'exprimer l'équation de Poisson (2.6) en fonction du système de métriques inverses, il faut résoudre l'équation (2.12) pour  $\partial/\partial x$  et  $\partial/\partial y$ , ce qui donne

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{J} \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

et

(2.13)

$$\frac{\partial}{\partial y} = -\frac{1}{J} \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

où  $J$  est le Jacobien de la transformation et est défini comme

$$J \equiv \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right).$$
(2.14)

Afin de simplifier le calcul des dérivées d'ordre supérieur, posons

$$\alpha_1 = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \eta}, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad \alpha_3 = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad \text{et} \quad \alpha_4 = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi},$$
(2.15)

et les opérateurs de dérivation s'écrivent alors

$$\frac{\partial}{\partial x} = \alpha_1 \frac{\partial}{\partial \xi} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial \eta},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \alpha_3 \frac{\partial}{\partial \xi} + \alpha_4 \frac{\partial}{\partial \eta},$$

(2.16)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \alpha_1^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2\alpha_1\alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \alpha_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \left( \alpha_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \xi} + \alpha_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \left( \alpha_1 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \xi} + \alpha_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}$$

et

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \alpha_3^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2\alpha_3\alpha_4 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \alpha_4^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \left( \alpha_3 \frac{\partial \alpha_3}{\partial \xi} + \alpha_4 \frac{\partial \alpha_3}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} + \left( \alpha_3 \frac{\partial \alpha_4}{\partial \xi} + \alpha_4 \frac{\partial \alpha_4}{\partial \eta} \right) \frac{\partial}{\partial \eta}.$$

En utilisant (2.15) et (2.16), l'équation de Poisson (2.6) peut maintenant s'écrire en fonction du système de coordonnées généralisées, soit

$$c_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + c_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + c_3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + c_4 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + c_5 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -\omega$$
(2.17a)

avec

$$\begin{aligned}
c_1 &= a_1^2 + a_3^2, \\
c_2 &= 2(a_1 a_2 + a_3 a_4), \\
c_3 &= a_2^2 + a_4^2, \\
c_4 &= a_1 \frac{\partial a_1}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial a_1}{\partial \eta} + a_3 \frac{\partial a_3}{\partial \xi} + a_4 \frac{\partial a_3}{\partial \eta},
\end{aligned} \tag{2.17b}$$

et

$$c_5 = a_1 \frac{\partial a_2}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial a_2}{\partial \eta} + a_3 \frac{\partial a_4}{\partial \xi} + a_4 \frac{\partial a_4}{\partial \eta}.$$

Cette forme de l'équation de Poisson sera utilisée, au lieu de l'équation (2.6), avec l'algorithme VIC afin de déterminer la fonction de courant. L'évaluation des vitesses se fera alors par l'entremise des expressions

$$u = a_3 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + a_4 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad \text{et} \quad v = -\left(a_1 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right). \tag{2.18}$$

Nous n'avons présenté ici que les équations générales qui régissent les transformations de maillage. Les transformations spécifiques à chacun des modèles seront abordées dans leur chapitre respectif (chapitres 4 et 5).

**Algorithme Vortex-in-cell.** À chaque pas de temps, l'écoulement évolue en (i) transportant les éléments de vorticités lagrangiens déjà présents dans le domaine de calcul et en (ii) introduisant de nouveaux éléments de vorticités dans l'écoulement pour satisfaire la condition d'adhérence sur les parois. Afin d'accomplir ceci, l'algorithme VIC est utilisé pour faire le lien entre les aspects lagrangiens et eulériens de la méthode numérique.

En fait, la fonction globale de l'algorithme est simplement d'agir comme interface entre les particules lagrangiennes et le maillage eulérien, qui est lui-même introduit par l'algorithme VIC. L'algorithme est invoqué, d'abord pour évaluer le champ de vitesse à partir d'un ensemble de particules qui définissent le champ de vorticités lagrangien, et ensuite pour communiquer ces vitesses aux particules lagrangiennes. La distinction est donc faite entre les deux rôles principaux joués par l'algorithme VIC.

Le premier rôle de l'algorithme VIC est de transformer un champ de vorticités lagrangien en un champ de vorticités eulérien. D'abord, la circulation transportée par les éléments est attribuée aux nœuds du maillage eulérien. La méthode d'allocation basée sur les coefficients d'aire (voir la fi-



gure 1a), initialement proposée par Christiansen (1973) pour un maillage régulier, est utilisée à cet égard. C'est-à-dire

$$\Gamma_m = \Gamma_i \frac{A_m}{\Sigma A_m}, \quad \text{où } m = 1 \rightarrow 4, \quad (2.19)$$

où  $A_m/\Sigma A_m$  est le coefficient d'aire. L'équation (2.19) est invoquée pour tous les éléments de vorticité  $i$  en l'appliquant aux quatre nœuds  $m$  qui entourent l'élément  $i$  considéré. Le champ de circulation eulérien (discret)  $\Gamma_{i,j}$  est obtenu en sommant la contribution de tous les  $\Gamma_i$  sur chacun des nœuds du maillage. Ensuite, en se basant sur la définition de la circulation modifiée par le théorème de Stokes,

$$\Gamma = \int_A \omega \, dA, \quad (2.20)$$

le champ de circulation eulérien  $\Gamma(x, y, t)$  est transformé en un champ de vorticité eulérien  $\omega(x, y, t)$  en appliquant

$$\omega_{i,j} = \frac{\Gamma_{i,j}}{A_{i,j}} \quad (2.21)$$

pour tous les nœuds de maille  $i, j$  du domaine de calcul. L'aire  $A_{i,j}$  est délimitée par le centre des mailles avoisinantes au nœud et représente la quantité d'aire affectée au nœud pour convertir la circulation en vorticité (voir la figure 1b, et aussi Gagnon et Huang 1993).   noter que ce champ de vorticité eulérien n'est en fait qu'un artifice de calcul numérique ; quoiqu'il reflète fidèlement son homologue lagrangien qui, lui, demeure inchangé.

  partir du champ de vorticité eulérien, et des conditions aux limites potentielles imposées, l'équation (2.17) est résolue pour  $\psi$  sur le maillage transformé en appliquant une méthode de résolution appropriée. Dans cet ouvrage, deux méthodes ont été utilisées : une procédure itérative

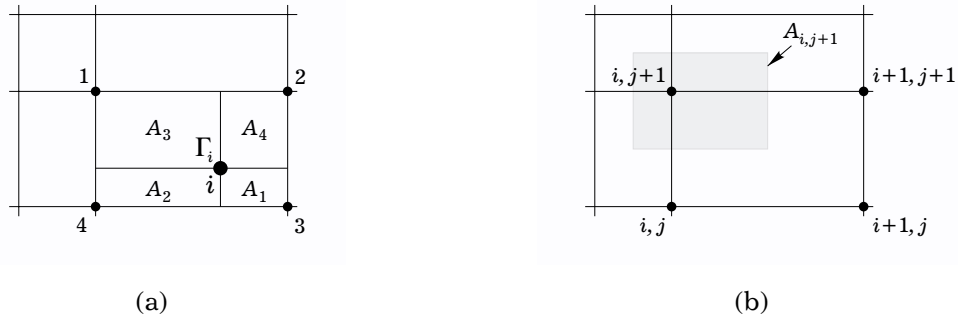


FIGURE 1 : Illustration du processus d'attribution de la vorticité par la méthode des coefficients d'aire. (a) La circulation  $\Gamma_i$  transportée par les éléments lagrangiens est attribuée aux nœuds du maillage afin d'obtenir le champ de circulation eulérien  $\Gamma(x, y, t)$ . Les chiffres 1 à 4 représentent les quatre nœuds de la maille qui contient l'élément  $i$ . (b) Le champ de circulation  $\Gamma(x, y, t)$  est transformé en un champ de vorticité  $\omega(x, y, t)$ .

de Gauss-Seidel avec sur-relaxation successive (*successive over-relaxation* - SOR) et une technique implicite à directions alternées (*alternating direction implicit* - ADI). Nous avons observé que la technique ADI était plus efficace lorsque (i) des maillages uniformes (ou quasi-uniformes) étaient utilisés, (ii) le rapport entre la longueur et la hauteur du domaine de calcul était élevé et (iii) des conditions aux limites de type Dirichlet étaient imposées. Pour les deux méthodes de résolution, la discrétisation de l'équation (2.17) se fait par des approximations discrètes du deuxième ordre et, pour chaque itération successive, la convergence est assumée lorsque toutes les valeurs de la fonction de courant  $\psi$  sont vérifiées à une tolérance prescrite  $\varepsilon$ . La méthode de résolution spécifique utilisée, ainsi que la valeur de la tolérance  $\varepsilon$ , seront spécifiées pour chacun des cas étudiés.

Le deuxième rôle de l'algorithme VIC est de communiquer une vitesse de convection à chacun des éléments de vorticit e lagrangiens à partir du champ de vitesse eulérien. Pour ce faire, les vitesses eulériennes sont d'abord calculées aux nœuds de maille par l'entremise de l'équation (2.18) et du champ de la fonction de courant  $\psi$ . Ensuite, tel que présenté par Christiansen (1973), la vitesse de convection des éléments est évaluée en effectuant une interpolation linéaire double. L'interpolation est effectuée à partir des vitesses calculées aux quatre nœuds de la maille qui contient l'élément donné (voir la figure 2), donc

$$\mathbf{u}_{VIC} = \frac{\sum \mathbf{u}_m A_m}{\sum A_m}, \quad \text{où } m = 1 \rightarrow 4. \quad (2.22)$$

Les vitesses de convection ainsi calculées sont utilisées dans les schémas de convection pour effectuer la partie convective du transport des éléments de vorticit e (tel que présenté plus loin dans ce paragraphe).

Lorsque l'équation (2.17) est résolue pour  $\psi$ , le fait que les conditions aux limites potentielles sont satisfaites n'implique pas que la condition de non-glisement sur les parois est elle aussi satisfaite. Pour vérifier cette dernière condition, et ainsi compléter un pas de temps, de la vorticit e est générée sous forme de circulation le long des parois, et ce pour tous les pas de temps de la simulation.

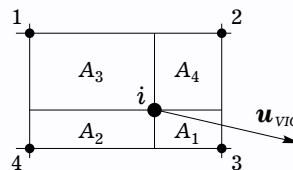


FIGURE 2 : Illustration du processus d'interpolation linéaire utilisé pour obtenir la vitesse de convection des éléments de vorticit e.

**Génération de vorticité.** La circulation est générée à tous les pas de temps pour simuler la création de vorticité due à l'interaction fluide/paroi (Chorin 1973). La quantité de circulation qui est introduite dans l'écoulement afin de vérifier la condition d'adhérence est déterminée en utilisant les vitesses de glissement calculées aux parois (  partir du champ de la fonction de courant  $\psi$ ) et de la définition de la circulation

$$\Gamma = \oint \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} . \quad (2.23)$$

Pour des raisons d'ordre pratique, nous supposons que la vitesse de glissement  $u_{slip}$  calculée à la paroi est en fait située à une hauteur  $d\varepsilon$  de la paroi où  $d\varepsilon$  tends vers 0 (voir la figure 2.3). Ceci implique que la couche de vorticité introduite pour vérifier la condition d'adhérence se situe entre la paroi et le niveau ( $d\varepsilon$ ) de la vitesse de glissement. En définissant un parcours d'intégration de hauteur  $d\varepsilon$  entre deux nœuds consécutifs d'une maille, l'équation (2.23) peut s'écrire

$$\Gamma_{wall,k} = \pm u_{slip} ds - \Gamma_{old,k} \quad (2.24)$$

où le point  $k$  dénote le point milieu d'un segment de paroi délimité par deux nœuds successifs,  $ds$  est la longueur du segment,  $u_{slip}$  est la vitesse de glissement,  $\Gamma_{old,k}$  est la quantité de circulation existant sur le segment et  $\Gamma_{wall,k}$  est la quantité de circulation à être générée. Le signe précédent le terme  $u_{slip} ds$  est déterminé d'après la disposition de la paroi considérée (par exemple, sur les parois horizontales supérieures le signe est positif et sur les parois horizontales inférieures le signe est négatif). D'autre part, les valeurs de  $u_{slip}$  et  $\Gamma_{old,k}$  sont obtenues en moyennant les valeurs  $u_{i,j}$  et  $\Gamma_{i,j}$  sur les nœuds de paroi qui délimitent le segment : spécifiquement,  $\Gamma_{old,k}$  est obtenue par application de l'équation (2.19). La circulation ainsi cr e e sur chaque segment est subdivisée en un nombre d'éléments  $N_{new,k}$  selon un nouvel « algorithme de génération minimum », soit

$$N_{new,k} = \max \left[ \text{int} \left( \frac{\Gamma_{wall,k}}{\Gamma_{opt}} + 0.5 \right), n_{min} \right] . \quad (2.25)$$

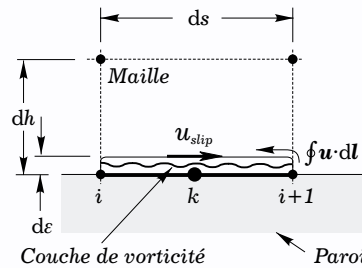


FIGURE 3 : Illustration du processus de génération de vorticité (sur une paroi) qui est utilisée afin d'éliminer la vitesse de glissement.

Dans l'équation (2.25),  $\Gamma_{opt}$  est une valeur optimale de circulation pour les éléments de vorticité (Ghoniem et Gagnon 1987) et  $n_{min}$  est un nombre minimum d'éléments à être générés à chaque pas temps, et ce sur chaque segment. La quantité de circulation à être générée ( $\Gamma_{wall,k}$ ) est répartie également entre les nouveaux éléments ( $N_{new,k}$ ), qui eux sont placés le long du segment à intervalles égaux.

Le champ d'écoulement résultant, qui comprend les anciens et les nouveaux éléments, va alors évoluer selon l'équation du transport de la vorticité (équation (2.7)).

**Transport du champ de vorticité lagrangien.** Suivant le développement initialement proposé par Chorin (1973), l'équation du transport de la vorticité (équation (2.7)) est résolue en deux étapes par l'application de la technique de fractionnement de l'opérateur (*operator splitting technique*). Le résultat est une équation qui régit la convection des éléments,

$$\left[ \frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_C = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega, \quad (2.26)$$

et une équation qui régit la diffusion des éléments,

$$\left[ \frac{\partial \omega}{\partial t} \right]_D = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega. \quad (2.27)$$

*Convection.* Sous forme lagrangienne, le transport convectif des éléments de vorticité est régi par une équation différentielle linéaire où les éléments sont convectés dans le champ de vitesse tout en conservant leur circulation individuelle (Batchelor 1967), soit

$$\frac{d\chi_i}{dt} = \mathbf{u}_i \quad (2.28)$$

où  $\chi_i$  est la position d'un élément de vorticité lagrangien et  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i(\chi_i(t), t)$  est sa vitesse de convection induite par le champ de vorticité et par la vérification des conditions aux limites.

*Diffusion.* Afin d'assurer la compatibilité avec la convection lagrangienne, la diffusion est simulée stochastiquement en imposant des déplacements aléatoires aux éléments de vorticité. Cet algorithme est basé sur l'analogie entre la fonction de Green, qui est solution de l'équation (2.27) dans un milieu infini, et la fonction densité de probabilité d'une distribution gaussienne à moyenne nulle et à variance  $2\Delta t/Re$ . En deux dimensions,

$$d_x = R \cos \theta \sqrt{\frac{2\Delta t}{Re}} \quad \text{et} \quad d_y = R \sin \theta \sqrt{\frac{2\Delta t}{Re}}, \quad (2.29)$$

avec

$$R = \sqrt{-2 \ln \beta_1} \quad (2.30)$$

et

$$\theta = 2\pi \beta_2, \quad (2.31)$$

où  $d_x$  et  $d_y$  représentent les déplacements diffusif selon  $x$  et  $y$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des nombres aléatoires tirés d'une distribution uniforme normalisée,  $R$  représente le rayon de déplacement normalisé d'un élément et  $\theta$  représente la direction de ce déplacement.

*Transport total de la vorticité.* Le transport total de la vorticité est obtenu en sommant les déplacements convectif et diffusif de tous les éléments, soit

$$\chi_i(t + \Delta t) = \chi_i(t) + \mathbf{u}_{iC} \Delta t + (d_x, d_y), \quad (2.32)$$

où  $\mathbf{u}_{iC}$  est une approximation de la vitesse de convection  $\mathbf{u}_i$  et assume une forme qui dépend du schéma d'intégration utilisé pour résoudre l'équation de la convection ( quation 2.28).

  cette fin, plusieurs schémas d'intégration ont été utilisés pour effectuer le calcul des résultats présentés dans cet ouvrage. Cependant, seul le schéma du 4<sup> me</sup> ordre de type Runge-Kutta est présenté (la formulation des autres schémas est présentée en annexe et dans Savoie *et al.* 1996d) où la vitesse  $\mathbf{u}_{iC}$ , qui est une approximation de la vitesse de convection  $\mathbf{u}_i$ , prend la forme

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) + 2\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t/2) + 2\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(2)}, t + \Delta t/2) + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(3)}, t + \Delta t)}{6} \right) \quad (2.33a)$$

avec

$$\begin{aligned} \chi_i^{(0)} &= \chi_i(t), \\ \chi_i^{(1)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) \frac{\Delta t}{2}, \\ \chi_i^{(2)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t/2) \frac{\Delta t}{2}, \\ \chi_i^{(3)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(2)}, t + \Delta t/2) \Delta t. \end{aligned} \quad (2.33b)$$

Lors du processus de transport, la nouvelle position d'un élément de vorticité peut se trouver à l'extérieur du domaine de calcul. Si tel est le cas, les éléments qui traversent les parois sont réfléchis à leur position miroir   l'intérieur du domaine de calcul (Chorin 1978) et les éléments qui traversent les autres frontières (l'entrée et la sortie) sont simplement éliminés des calculs subséquents, leurs influences étant négligeables sur les caractéristiques globales de l'écoulement (Ghoniem et Gagnon 1987).

Une étude de l'influence des différents paramètres numériques qui interviennent lors de la résolution de l'écoulement (i.e.  tude de convergence numérique) est présentée au prochain chapitre.

Lorsque des méthodes numériques sont utilisées pour prédire et/ou analyser les caractéristiques d'écoulements de fluides, il importe d'effectuer une analyse systématique des sources d'erreur afin d'assurer la convergence des résultats et la précision des solutions (Freitas 1993). Dans les simulations numériques, la principale source d'erreurs étant l'utilisation de paramètres numériques grossiers dans la discrétisation des variables de l'espace et du temps, une étude de convergence a été effectuée en raffinant successivement les paramètres pour en arriver à démontrer la convergence numérique des résultats. C'est ainsi que, dans ce chapitre, nous présentons une étude de l'influence des paramètres et des procédures numériques sur la qualité des résultats de simulation, tandis qu'une discussion sur le choix des conditions aux limites propres à chacun des modèles est présentée dans leur chapitre respectif.

Pour faire la discrétisation spatiale des équations à nature eulérienne (équations (2.17) et (2.18)), des schémas du 2<sup>ème</sup> ordre (basé sur des développements en séries de Taylor) ont été utilisés. De plus, toutes les variables affectées au maillage eulérien sont dotées d'une précision double dans le code de simulation. L'usage de variables à double précision est particulièrement critique pour les valeurs de la fonction de courant  $\psi$ , la tolérance de convergence  $\varepsilon$ , les coordonnées  $x$  et  $y$  et les métriques de transformations de maillage (équations (2.13) à (2.16)) afin d'assurer une précision optimale lors de la résolution de l'équation de Poisson (équation (2.17)).

### 3.1 Paramètres affectés à la génération de vorticité

Tel que mentionné, de la vorticité est générée sur les parois sous forme de circulation afin de vérifier la condition d'adhérence sur celles-ci. Une des approches utilisées à cette fin consiste à assigner une quantité optimale de circulation ( $\Gamma_{opt}$ )   tous les éléments nouvellement générés. Puisque la quantité de circulation est fixée à l'avance, un plus grand nombre d'éléments sont générés lorsque les vitesses de glissement sont élevées, assurant ainsi une meilleure représentation des gradients de vitesse. Dans cette approche, la valeur optimale de  $\Gamma_{opt}$  est déterminée en effectuant une preuve de convergence numérique (Ghoniem et Gagnon 1987). Une autre approche est de fixer à l'avance le nombre d'éléments ( $n_v$ )   être générés sur chaque segment de paroi à chaque pas de temps. Cette approche assure que des éléments sont générés de façon plus ou moins con-

tinue le long des parois. Comme pour la première approche, la valeur optimale de  $n_v$  est déterminée afin d'assurer la convergence numérique des simulations (Smith et Stansby 1988).

Cependant, les deux approches ont chacune leurs lacunes. Dans la première, lorsque seulement  $\Gamma_{opt}$  est spécifié, il est concevable qu'aucun nouvel élément soit généré dans les régions à faibles vitesses de glissement, telles que sur la paroi verticale et près des régions de recollement. Dans la deuxième, lorsque qu'un nombre d'éléments fixe  $n_v$  est imposé, il est possible que des éléments qui transportent des quantités très élevées de circulation soient générés dans certaines régions, telle la section d'entrée au domaine de calcul où les vitesses de glissement demeurent élevées pour la durée totale de la simulation.

Afin de tirer avantage des aspects positifs des deux méthodes, et de pallier à leurs lacunes, un nouvel algorithme de génération est proposé à l'équation (2.25). Dans cet algorithme, une valeur optimale pour la circulation individuelle transportée par les éléments est spécifiée, assurant qu'un nombre adéquat d'éléments soient générés dans les régions à vitesses de glissement élevées. De plus, un nombre minimal d'éléments ( $n_{min}$ ) à être générés sur chaque segment de paroi (à chaque pas de temps) est spécifié, assurant ainsi une génération continue d'éléments dans les régions à faibles vitesses de glissement. Le nombre d'éléments qui doit être généré sur chaque segment de paroi est donc le nombre le plus élevé en appliquant les deux approches.

Dans cet ouvrage, une étude de convergence a été effectuée sur le modèle de la marche instationnaire (dont la géométrie est présentée à la figure 6, page 31) en considérant des valeurs de  $\Gamma_{opt}$  variant de  $5 \times 10^{-5}$  à  $5 \times 10^{-3}$  et des valeurs de  $n_{min}$  variant de 0 à 20. Un sommaire (où la gamme des paramètres est restreinte) de l'étude de convergence est présenté à la figure 4 où une comparaison est faite entre les tracés de la fonction de courant pour deux valeurs de  $\Gamma_{opt}$  (0.001 et 0.0001), quatre valeurs de  $n_{min}$  (1, 2, 5 et 10), et trois schémas de convection (1<sup>er</sup> ordre de type Euler, 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth et 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta). Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps  $t = 10.5$  en utilisant un pas de temps  $\Delta t = 0.10$ .

De façon générale, à mesure que les paramètres sont raffinés, la solution s'améliore. Par contre, l'étendue des améliorations semble n'être limitée qu'au lissage des lignes de contour. C'est-à-dire que la résolution des régions de vorticités et des autres caractéristiques globales de l'écoulement semble être affectée davantage par la grandeur du pas de temps et par le choix du schéma de convection que par les paramètres de génération. Par exemple, en comparant les quatre tracés des figures 4e et 4f, il est évident que la solution s'améliore à même le raffinement des paramètres. Mais les résultats semblent aussi dévoiler que la localisation des régions de vorticités et les caractéristiques globales de l'écoulement sont bien résolues même avec des paramètres de génération plus grossiers.

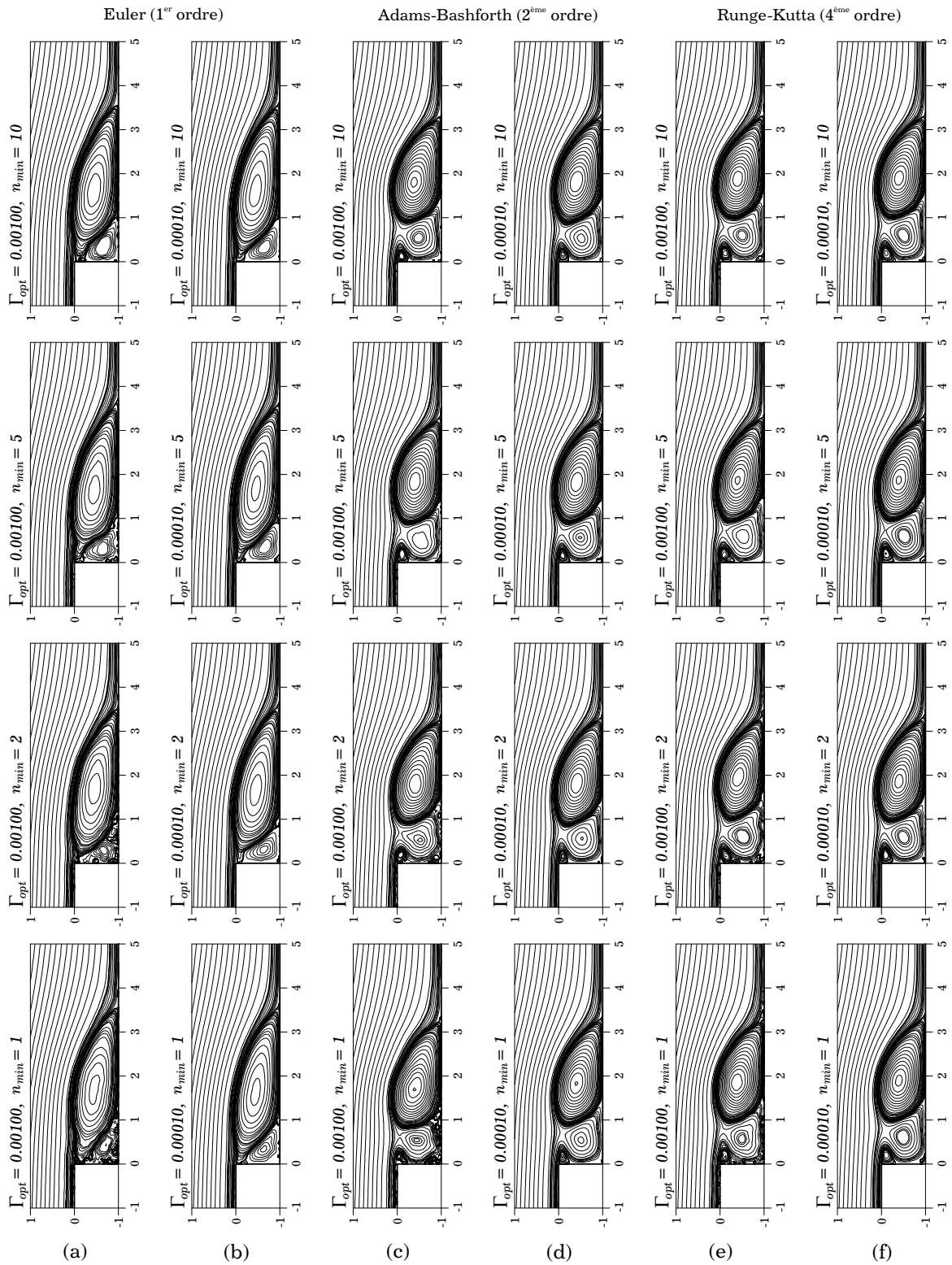


FIGURE 4 : Comparaison de tracés de la fonction de courant  $\psi$  pour différentes valeurs des paramètres de génération et différents schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps  $t = 10.5$ . Le pas de temps utilisé pour obtenir ces résultats est  $\Delta t = 0.10$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)



D'autre part, en comparant les figures 4a et 4b, on observe que  $\Gamma_{opt}$  a une plus grande influence sur la solution que  $n_{min}$  pour la gamme des paramètres étudiée, surtout lorsque de faibles valeurs de  $n_{min}$  sont imposées (par exemple, comparer le tracé supérieur de 4a au tracé inférieur de 4b, particulièrement le long de la ligne de contour qui délimite la couche de cisaillement). Lorsqu'une valeur raffinée de  $\Gamma_{opt}$  est utilisée (figure 4b), il semble que le raffinement de  $n_{min}$  n'affecte que les détails de l'écoulement. Cependant, lorsqu'une valeur relativement grossière est spécifiée pour  $\Gamma_{opt}$ , l'influence du raffinement de  $n_{min}$  est plus prononcée (figure 4a). Les mêmes tendances peuvent être observées en comparant les figures 4c/4d et 4e/4f. Enfin, il semblerait que chaque paramètre de génération affecte différents aspects de la solution et que leur utilisation conjointe est favorable à l'obtention de solutions plus précises.

## 3.2 Pas de temps et schéma de convection

Le pas de temps est utilisé dans le calcul des déplacements diffusif et convectif des éléments de vorticité. Pour la diffusion, le pas de temps est utilisé avec le nombre de Reynolds pour déterminer l'écart type des déplacements aléatoires, tandis que pour la convection, le pas de temps est utilisé implicitement avec un schéma d'intégration pour avancer les éléments dans le temps.

Dans cette thèse, des valeurs de pas de temps ( $\Delta t$ ) entre 0.01 et 0.50 ont été évaluées avec six différents schémas de convection afin d'effectuer le transport convectif des éléments. Des valeurs plus faibles du pas de temps, par exemple  $\Delta t = 0.0025$ , ont été utilisées pour certains écoulements relatifs au modèle desavit s sur les ailes de papillons et la nature de leur usage sera discutée au chapitre 5. Les schémas d'intégration évalués comprennent un schéma du 1<sup>er</sup> ordre (Euler), deux schémas du 2<sup> me</sup> ordre (Adams-Bashforth et Runge-Kutta) et trois schémas du 4<sup> me</sup> ordre (Adams-Bashforth, Adams-Moulton et Runge-Kutta). Un sommaire des influences est proposé à la figure 5 où des tracés de la fonction de courant sont présentés pour les six schémas de convection, chacun combiné à quatre valeurs du pas de temps. Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps  $t = 10.5$  en considérant des valeurs de  $\Gamma_{opt} = 0.00025$  et  $n_{min} = 5$  pour les paramètres de génération.

La convergence numérique de l'algorithme en ce qui a trait au pas de temps et au schéma d'intégration est bien illustrée à la figure 5. Le tracé supérieur de la figure 5f représente des résultats de simulation précis et convergés (voir le chapitre 4) et servira de base de comparaison pour les autres tracés de la figure. Ainsi, en comparant les tracés de la figure 5a au tracé de référence (le tracé supérieur de la figure 5f), on observe que le schéma d'intégration du 1<sup>er</sup> ordre de type Euler

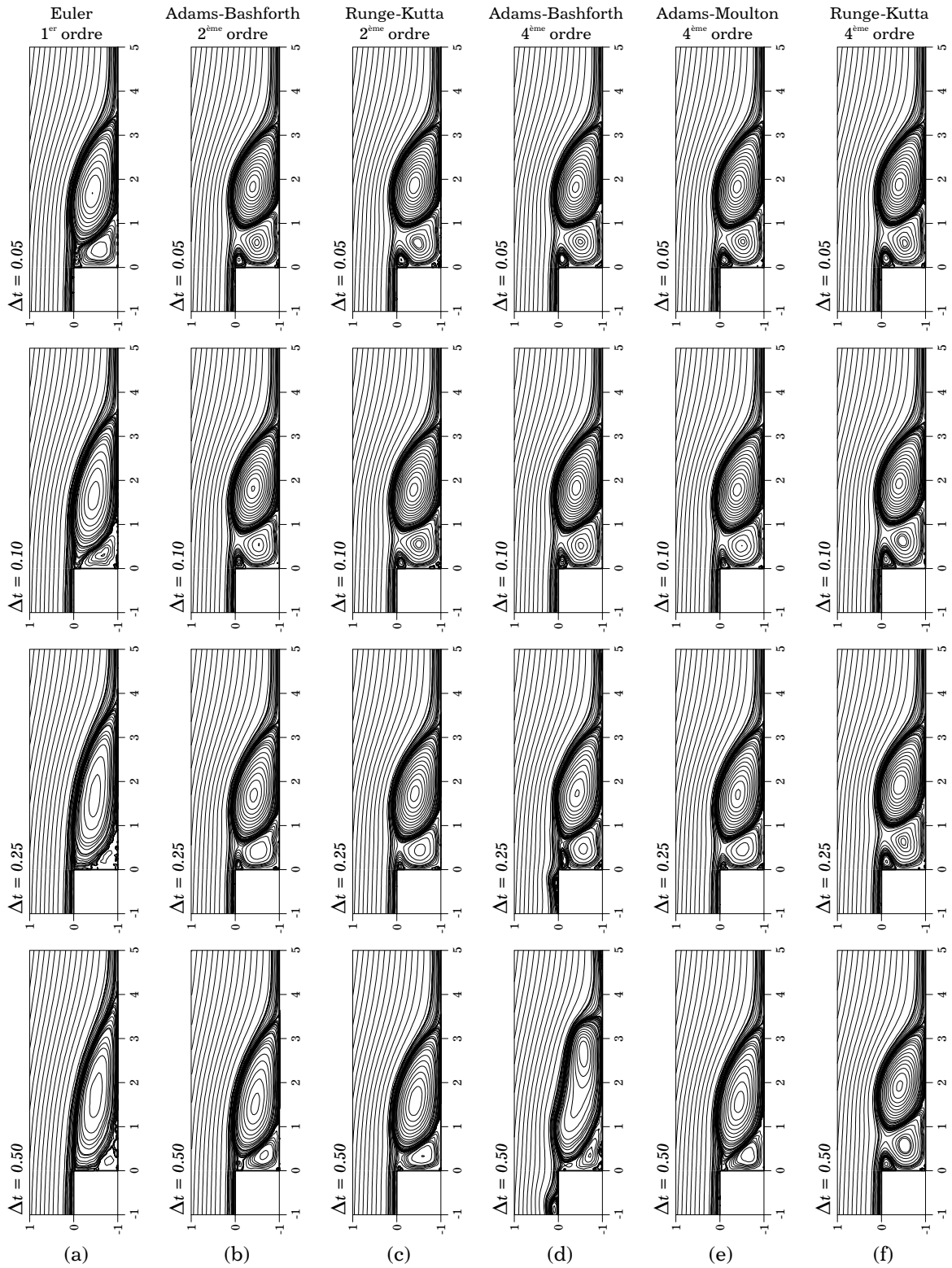


FIGURE 5 : Comparaison de tracés de la fonction de courant  $\psi$  pour différentes valeurs du pas de temps et différents schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement à nombre de Reynolds 303 au temps  $t = 10.5$ . (Paramètres de génération  $n_{min} = 5$  et  $\Gamma_{opt} = 0.00025$ ). (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

n'est pas propice à l'obtention de résultats précis, même lorsque des pas de temps raffinés sont considérés. De plus, en comparant les tracés inférieurs des figures 5a à 5f, il semble évident que les schémas du 4<sup>ème</sup> ordre de types Adams-Bashforth et Adams-Moulton ne donnent pas de meilleurs résultats que les deux schémas du 2<sup>ème</sup> ordre à cause de leur sensibilité à la grandeur du pas de temps. On peut attribuer ceci au fait que, pour ces schémas du 4<sup>ème</sup> ordre, les vitesses antérieures des éléments de vorticité ont un gros poids lors du calcul des vitesses actuelles de convection. C'est ce qui rend généralement ces deux schémas inefficaces à l'obtention de résultats précis en considérant les méthodes du type utilisé dans cette thèse. En résumé, lorsque des valeurs raffinées du pas de temps (0.05) sont utilisées, les schémas du 2<sup>ème</sup> ordre et du 4<sup>ème</sup> ordre donnent des résultats convergés jusqu'aux temps de simulation considérés. Par contre, pour des pas de temps plus grossiers, seul le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta s'avère acceptable.

A priori, l'usage d'un schéma de convection du 1<sup>er</sup> ordre, combiné à des pas de temps raffinés, semble être le choix logique pour obtenir des résultats convergés tout en minimisant les efforts de calcul. Le contraire a cependant été observé. En effet, même si le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta est environ trois fois plus lent que celui du 1<sup>er</sup> ordre de type Euler en considérant des paramètres similaires (voir l'annexe A), il s'avère plus efficace en termes de la quantité de mémoire dynamique requise et en termes de la rapidité de convergence de l'algorithme. Ceci est dû au fait qu'un pas de temps moins raffiné peut être utilisé, donc moins de pas de temps seront nécessaires pour effectuer une simulation complète. Par exemple, en comparant le tracé supérieur de la figure 5a au tracé inférieur de la figure 5f, il est évident que les résultats illustrés par le dernier tracé sont plus précis que ceux illustrés par le premier. Pour le tracé supérieur de la figure 5a, 5.99 heures ont été nécessaires pour atteindre un temps de simulation  $t = 10.5$  et 823 748 éléments de vorticité étaient présents dans l'écoulement. Pour le tracé inférieur de la figure 5f, la durée de simulation pour atteindre un temps  $t = 10.5$  était de 2.46 heures et seulement 295 225 éléments étaient présents dans l'écoulement. Avec ces considérations, le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta est approximativement deux fois plus rapide et ne requiert qu'environ la moitié de la mémoire dynamique comparativement à son homologue du 1<sup>er</sup> ordre de type Euler (et ce sans considérer le fait que les résultats obtenus avec ce dernier schéma ne sont pas convergés et qu'un pas de temps bien plus petit serait nécessaire pour atteindre cette convergence). Une analyse plus détaillée sur la quantité de mémoire dynamique requise et sur la rapidité des calculs est présentée à l'annexe A pour les six schémas considérés dans ce travail.

Notons alors qu'en général, le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta combiné à des pas de temps plus grossiers donne de meilleurs résultats que ceux d'ordre inférieur combinés à des pas de temps plus raffinés lorsque des simulations de plus longues durées sont envisagées pour la

gamme du nombre de Reynolds considérée ici. Cependant, lorsque des valeurs très faibles du nombre de Reynolds sont considérées, ceci n'est pas nécessairement le cas (cf. § 5.3).

En considérant des écoulements en régime permanent, les études de convergence numérique présentées en littérature ont démontré que les paramètres de génération étaient ceux qui avaient la plus grande influence sur la qualité et la précision des solutions. À partir des résultats présentés dans ce paragraphe et au § 3.1, nous observons que les paramètres affectés à la convection des éléments de vorticité (pas de temps et schéma d'intégration) affectent davantage la précision de la solution que les paramètres affectés à la génération de vorticité lorsque des écoulements en régime instationnaire sont considérés.

### 3.3 Paramètres relatifs au maillage

Afin d'assurer une représentation juste de la vorticité   être générée sur les parois, il est essentiel de précisément résoudre les vitesses de glissement sur celles-ci. Ceci implique que les éléments nouvellement générés doivent diffuser bien à l'intérieur du maillage au lieu de seulement diffuser en de   de la ligne de maillage qui est tangente à la paroi (et la plus rapprochée de celle-ci).   cet égard, il est pratique courante d'assurer que l'épaisseur des mailles près des parois soit inférieure à l'écart type des déplacements aléatoires. Tous les maillages utilisés pour effectuer les simulations qui sous-tendent les résultats présentés dans cette thèse respectent cette pratique.

Pour les modèles étudiés, les maillages comptaient entre 200 et 1000 mailles dans la direction longitudinale ( $x$ )   l'écoulement et entre 100 et 400 mailles dans la direction transversale ( $y$ )   l'écoulement. Les maillages choisis, ainsi que les valeurs des facteurs de densité de maillage ( $a_x$  et  $a_y$ ) s'il y a lieu, ont été déterminés à partir d'études de convergence numérique effectuées sur les modèles identiques à ceux considérés dans cette thèse (voir Savoie *et al.* 1994, Savoie et Gagnon 1996a, Savoie *et al.* 1996d).

C'est donc en comparant les résultats de simulations qu'aucune différence majeure n'a été perçue entre les différents maillages évalués pour un modèle particulier. Cependant, deux régions du domaine sont d'intérêt particulier d  à leur dépendance accrue sur le raffinement du maillage : la région près de la section d'entrée et la région près du coin de la marche.

  la section d'entrée (pour les modèles de la marche), la condition imposée implique que les vitesses de glissement près des parois demeurent élevées pour la durée totale des simulations. Si une attention particulière n'est pas portée au voisinage de ces régions, des maillages grossiers pourraient engendrer une mauvaise résolution des vitesses de glissement ce qui pourrait causer la

création d'un nombre élevé d'éléments parasites<sup>1</sup> (Ghoniem et Gagnon 1987). Dans cette thèse, des maillages non-uniformes (en raffinant le maillage par l'entremise de fonctions hyperboliques) sont utilisés pour pratiquement éliminer ces effets. En utilisant ce type de transformations, aucun changement significatif n'a été observé dans les caractéristiques de l'écoulement face au nombre de cellules spécifiées pour le maillage.

D'autre part, des vitesses infinies sont théoriquement prédites là où la pente change de façon non-continue dans une géométrie, tel le coin de la marche. Ces vitesses infinies n'existent cependant qu'au coin de la marche et se produisent sur un parcours d'intégration à longueur théoriquement infiniment petite, ce qui mène à la génération d'une quantité indéterminée de vorticités. Peu importe, dans les écoulements visqueux, de la vorticités est continuellement générée sur les parois, ce qui assure qu'il n'y aura jamais de vitesses infinies à l'intérieur de l'écoulement.

Numériquement, nous imposons une vitesse unitaire à l'entrée pour ensuite résoudre l'écoulement potentiel comme condition initiale. De la vorticités discrète est ensuite créée sur les parois pour vérifier la condition d'adhérence. Au coin de la marche, ceci est accompli en utilisant des formules de différences finies avant (donc vers l'intérieur de l'écoulement) pour évaluer les vitesses de glissement. Évidemment, un genre de lissage des résultats se produit dû à la nature même du coin. Cependant, en imposant des maillages raffinés dans cette région, des études paramétriques sur le maillage ont démontré que les effets du lissage sur l'écoulement demeurent localisés au coin et ne se propagent pas ailleurs dans l'écoulement. C'est ainsi que les maillages choisis sont jugés adéquats pour résoudre l'écoulement.

### 3.4 Algorithme Vortex-in-cell

L'algorithme VIC assure le lien entre les aspects lagrangiens et les aspects eulériens de la méthode de résolution. Pour les durées de simulation envisagées dans cet ouvrage, les schémas initialement proposés par Christiansen (1973) ont été utilisés et ont permis l'obtention de résultats précis. En effet, ce choix ne devrait pas influencer la précision des solutions puisque (i) le maillage est raffiné dans les régions où les gradients de vitesse sont élevés et (ii) les gradients de vitesse sont faibles dans les régions caractérisées par un maillage plus grossier. De meilleurs (dans le sens d'ordre plus élevé) schémas d'interpolation et d'allocation de vorticités seraient peut-être nécessaires afin de minimiser les effets cumulatifs associés à de simulations de longue durée.

---

<sup>1</sup> On peut définir un élément parasite en considérant l'exemple de l'écoulement au dessus d'une plaque plane semi-infinie. Sur une telle plaque, les vitesses d'écoulement sont normalement positives d'où la création de vorticités négative sur la paroi. Cependant, à cause des fluctuations inhérentes à la méthode, des éléments de signe contraire seront générés (éléments dits parasites). Le but de raffiner le maillage près des parois est de limiter le nombre de tels éléments.

## 4.1 Introduction

Tel que mentionné au chapitre 1, les écoulements dans (ou autour) de modèles géométriques à nature bidimensionnelle peuvent eux-mêmes être considérés bidimensionnels dans plusieurs cas. Plus précisément, les écoulements à faibles valeurs du nombre de Reynolds demeurent bidimensionnels même après avoir atteint le régime permanent, tandis que les écoulements à valeurs plus élevées du nombre de Reynolds demeurent bidimensionnels jusqu'aux temps où les instabilités de l'écoulement induisent des effets tridimensionnels.

La marche descendante se démarque comme l'un des cas importants de modèles géométriques considérés bidimensionnels. Quoiqu'étant simple, l'attrait de ce modèle géométrique est que les écoulements sont caractérisés par d'importants phénomènes fondamentaux reliés à la mécanique des fluides : le développement d'une couche limite sur la paroi horizontale en amont, décollement et développement d'une couche de cisaillement au coin de la marche, formation d'une zone de recirculation en aval de la paroi verticale, recollement de la couche de cisaillement sur la paroi horizontale en aval et redéveloppement d'une couche limite en aval du point de recollement.

C'est d'ailleurs dû à la présence de ces phénomènes fondamentaux que la marche descendante a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche au fil des années. Du côté expérimental, la plupart des travaux disponibles en littérature portent sur les caractéristiques moyennes et/ou stationnaires des écoulements (tant en régime laminaire qu'en régime turbulent) dans des modèles géométriques confinés (voir O'Leary et Mueller 1969, de Brederode et Bradshaw 1972, Denham et Patrick 1974, Durst et Tropea 1982, 1983, Etheridge et Kemp 1978, Eaton et Johnston 1980, 1981, Pitz et Daily 1981, Armaly *et al.* 1983, Westphal *et al.* 1984, Adams et Johnston 1988a, 1988b, Iso-moto et Honami 1989 et Hasan 1992, entre autres). De son côté, Honji (1975) a étudié l'écoulement débutant (*starting flow*) dans un modèle géométrique simulant un modèle à écoulement libre loin de la marche. L'expérience a été réalisée en déplaçant, à vitesse constante, un corps-modèle à l'intérieur d'un bassin d'eau où la largeur du bassin était large comparativement à la hauteur de la marche (75 à 1.85). Les caractéristiques des écoulements ont été visualisées par deux méthodes différentes (cf. § 4.2.4) et, d'après l'auteur, les écoulements se sont révélés bidimensionnels pour les temps et les valeurs du nombre de Reynolds considérés.

Entre autres, Honji (1975) a observé que, pendant les stades intermédiaires de l'écoulement, la distance séparant la paroi verticale et le point de recollement de la zone de recirculation variait quasi linéairement avec le temps pour la gamme des valeurs du nombre de Reynolds étudiée. Il a aussi observé que la zone de recirculation était constituée d'une ou plusieurs régions de vorticité distinctes selon le temps et le nombre de Reynolds. Plus spécifiquement, il observa que la zone de recirculation était composée de trois régions de vorticité distinctes aux stades intermédiaires du développement de l'écoulement lorsque le nombre de Reynolds était supérieur à  $\sim 140$ .

Dû au montant considérable d'information provenant de ces travaux expérimentaux, les écoulements dans des modèles incorporant une marche descendante constituent d'excellents cas de validation numérique pour des algorithmes de simulation, tant en régime permanent qu'en régime instationnaire, et tant en régime laminaire qu'en régime turbulent.   cette fin, plusieurs travaux numériques ont porté sur le modèle géométrique de la marche, dont ceux d'O'Leary et Mueller (1969), Atkins (1974), Hackman *et al.* (1984), Ghoniem et Gagnon (1987), O'Malley *et al.* (1991), Neto *et al.* (1993) et Borthwick et Kaar (1993). Sethian et Ghoniem (1988) ont démontré les capacités de la RVM à obtenir les valeurs instationnaires des variables de l'écoulement. Gagnon *et al.* (1993) ont quantifié la précision de la RVM en regardant les valeurs moyennes des fluctuations de la vitesse.   notre connaissance, seuls Savoie *et al.* (1996d) ont présenté en littérature une étude numérique systématique de l'écoulement en régime instationnaire pour la marche descendante.

Dans ce chapitre, nous traitons d'abord le cas d'écoulements instationnaires où des comparaisons sont faites avec les travaux expérimentaux de Honji (1975). Une attention particulière sera portée sur les caractéristiques du canal d'entrée et leurs influences sur la structure de l'écoulement en aval de la marche. Dans la deuxième partie du chapitre, les écoulements en régime permanent sont traités en utilisant un modèle similaire à celui utilisé par Denham et Patrick (1974). Des comparaisons seront alors faites entre nos résultats et ceux de Denham et Patrick (1974), entre autres.

## 4.2 Régime instationnaire

### 4.2.1 Description du modèle

La géométrie du modèle utilisé pour effectuer les simulations est présentée à la figure 6 où les dimensions du modèle ont été choisies pour correspondre le plus fidèlement possible au modèle expérimental utilisé par Honji (1975). Puisque Honji (1975) a observé que les écoulements ont demeuré bidimensionnels pour la gamme des valeurs du nombre de Reynolds étudiée (sauf près des bords du modèle), l'utilisation d'un modèle bidimensionnel est justifiée pour effectuer une étude de l'écoulement instationnaire au-dessus d'une marche descendante.

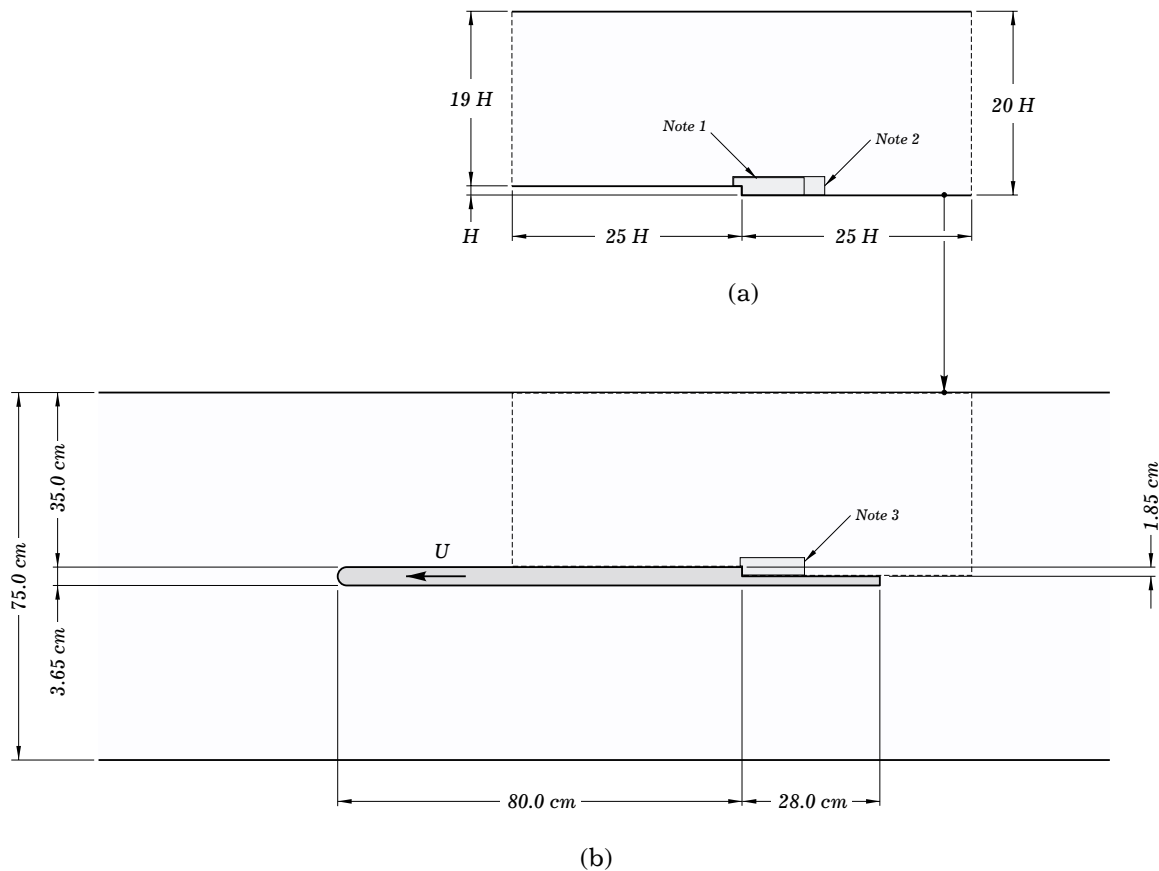


FIGURE 6 : Géométrie du modèle de la marche pour les simulations en régime instationnaire. (a) Modèle numérique. (b) Modèle numérique en comparaison avec le modèle expérimental de Honji (1975). Note 1 : Fenêtre de visualisation pour les figures 4 et 5. Note 2 : Fenêtre de visualisation pour les figures 8, 9, 11 et 13. Note 3 : Fenêtre de visualisation pour les figures 10, 12 et 14.

Dans le modèle de Honji (1975), l'écoulement est initié en établissant le mouvement rectiligne uniforme d'un corps-modèle à l'intérieur d'un bassin d'eau. En se référant à la figure 6b, le corps se déplace vers la gauche à une vitesse  $U$  et le nombre de Reynolds de l'écoulement est basé sur cette vitesse et la hauteur de la marche  $H$ . Si on suppose que, relativement, le corps-modèle a une vitesse nulle, on peut assumer que (i) la vitesse de l'écoulement est  $U$  (de gauche à droite) loin en amont du corps et (ii) les parois du bassin se déplacent de gauche à droite à une vitesse  $U$ .

La région d'écoulement à proximité de la marche étant l'intérêt principal, notre modèle est défini par une paroi supérieure se déplaçant à une vitesse  $U$  et une combinaison constituée d'une paroi horizontale inférieure en aval, une paroi inférieure horizontale en amont et une paroi inférieure verticale qui sont considérées stationnaires dans le temps et l'espace. Une longueur  $25H$  est choisie pour la paroi horizontale en aval pour s'assurer que les effets de la condition imposée à la sortie ne se propagent pas jusqu'à la région d'écoulement d'intérêt. De plus, puisque la durée de



l'écoulement débutant est estimée à 25 unités de temps, les effets induits par le devant du modèle n'atteindront pas la marche si une longueur  $25H$  est choisie pour la paroi horizontale en amont. Cette supposition est abordée davantage dans un paragraphe subséquent (§ 4.2.4). D'autre part, la vitesse et la longueur de référence qui définissent le nombre de Reynolds pour notre modèle sont la vitesse uniforme  $U$  à la section d'entrée ( $u = 1.0$ ) et la hauteur  $H$  de la paroi verticale.

**Conditions aux limites.** En plus des conditions usuelles d'adhérence et d'imperméabilité imposées sur les parois régulières (les trois parois inférieures), les conditions suivantes sont considérées pour les autres limites du domaine (se référer à la figure 6).

*Frontière supérieure.* Puisque la paroi supérieure du modèle expérimental se déplace effectivement à une vitesse  $U$ , la condition  $\mathbf{u} = (1.0, 0)$  implique qu'on ne génère de la vorticité que pour des vitesses de glissement qui diff rent de 1.0. Cependant, cette paroi étant éloignée de la région d'écoulement d'intérêt, deux autres conditions ont été envisagées dans le cadre de cette thèse. Spécifiquement, nous avons étudié les trois cas où la frontière supérieure est considérée comme (i) une paroi régulière ou  $\mathbf{u} = (1.0, 0)$ , (ii) un écoulement libre ou  $\mathbf{u} = (1.0, -)$  et (iii) une paroi lisse ou  $\mathbf{u} = (-, 0)$ . Cette dernière condition suppose que la paroi se déplace à la vitesse de l'écoulement libre, ce qui est en fait près de la réalité dans le cas du modèle de Honji (1975). En effet, puisque le corps-modèle, ainsi que l'écoulement loin en amont de celui-ci, se déplacent à une vitesse  $U$ , les vitesses longitudinales au voisinage de la paroi sont très rapprochées de  $U$ . L'hypothèse est que la couche limite physique a une épaisseur de momentum minime, d'où nous déduisons que son influence est négligeable sur les caractéristiques de l'écoulement loin de la paroi. D'ailleurs, nous avons déterminé numériquement que le choix de la condition pour la frontière supérieure n'influençait pas les caractéristiques de l'écoulement dans la région d'intérêt. Ceci est attribué au fait que la frontière supérieure est située à  $19H$  des autres parois. Donc, pour des raisons d'ordre pratique, le mur lisse a été choisi comme condition sur celle-ci.

*Section d'entrée au domaine de calcul.*   la section d'entrée, un profil de vitesse uniforme  $U$  est imposé en se basant sur la vitesse expérimentale du corps-modèle. Cette supposition se rapproche de la vitesse moyenne anticipée à l'entrée et les influences de ce choix, ainsi que celles du choix de la longueur du canal d'entrée, sont discutées davantage au § 4.2.4.

*Section de sortie du domaine de calcul.*   la section de sortie, deux différentes conditions ont été évaluées, soient,  $v = 0$  et  $\partial v/\partial x = 0$ . Encore ici, puisque la section de sortie est située bien en aval de la région d'intérêt ( $25H$ ), les caractéristiques de l'écoulement se sont montrées insensibles face à l'une ou l'autre des conditions imposées (et aussi face au choix de la longueur du canal de sortie, Ghoniem et Gagnon 1987). La condition  $v = 0$  a été utilisée pour des raisons d'ordre pratique.

**Transformations de maillage.** Dû à la nature du modèle géométrique, et pour respecter les considérations énoncées aux §§ 2.2 et 3.1, nous avons choisi pour ce modèle des transformations où

$$x = x(\xi) \quad \text{et} \quad y = y(\eta). \quad (4.1)$$

Puisque les coordonnées  $x$  et  $y$  ne dépendent ici que d'une seule coordonnée généralisée ( $\xi$  et  $\eta$  respectivement), les équations (2.14) à (2.18) se simplifient et, par conséquent, le jacobien s'écrit

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}. \quad (4.2)$$

Les paramètres  $a_1$  à  $a_4$  s'écrivent alors

$$a_1 = \frac{1}{x_\xi}, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 0 \quad \text{et} \quad a_4 = \frac{1}{y_\eta} \quad (4.3)$$

où les indices  $\xi$  et  $\eta$  impliquent des dérivations partielles. En utilisant l'équation (4.3) avec (2.16), l'équation de Poisson (2.17) simplifiée est

$$\frac{1}{x_\xi^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{y_\eta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} - \frac{x_{\xi\xi}}{x_\xi^3} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{y_{\eta\eta}}{y_\eta^3} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -\omega. \quad (4.4)$$

Cette forme de l'équation de Poisson sera utilisée pour le modèle considéré ici et sera résolue par l'entremise de l'algorithme VIC, du champ de vorticité lagrangien et des conditions aux limites potentielles. Le champ de vitesse, quant à lui, est obtenu à partir de la fonction de courant  $\psi$  en utilisant

$$u = \frac{1}{y_\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad \text{et} \quad v = -\frac{1}{x_\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}. \quad (4.5)$$

Des transformations algébriques basées sur des fonctions hyperboliques ont été utilisées pour générer le maillage. Selon la direction longitudinale ( $x$ ), le domaine de calcul est divisé en deux régions. Pour la région en amont (« ouest ») de la marche, les équations de transformation sont

$$x = x_{min} + \frac{1}{2}(x_{step} - x_{min}) \left( 1 + \frac{\tanh(\xi_o \alpha_x)}{\alpha_x} \right), \quad (4.6)$$

avec

$$\xi_o = \frac{2i - i_{step}}{i_{step}}, \quad \text{où } i = 0 \rightarrow i_{step}, \quad (4.7)$$

et

$$\alpha_x = \tanh^{-1}(\alpha_x), \quad (4.8)$$

où  $\alpha_x$  est le facteur qui régit la densité locale du maillage,  $x_{min}$  et  $x_{step}$  sont tels qu'indiqués sur la figure 7 et  $i_{step} = i_{max}/2$  où  $i_{max}$  est le nombre total de mailles selon la direction transversale.

Pour la région en aval (« est ») de la marche, les transformations sont

$$x = x_{step} + b_x(e^{\xi_e c_x} - 1), \quad (4.9)$$

avec

$$\xi_e = \frac{i - i_{step}}{i_{max} - i_{step}}, \quad \text{et } i = i_{step} \rightarrow i_{max}, \quad (4.10)$$

où  $b_x$  et  $c_x$  sont des facteurs qui régissent la densité locale du maillage. Ces facteurs sont choisis pour assurer (i) la continuité entre les transformations de maillage pour les régions aval et amont du domaine et (ii) que  $x = x_{max}$  lorsque  $i = i_{max}$ . Ceci est accompli en résolvant d'abord l'équation (4.11) pour  $c_x$ , et ensuite l'équation (4.12) pour  $b_x$  :

$$\frac{e^{c_x} - 1}{e^{(c_x/(j_{max} - j_{step}))} - 1} = \frac{x_{max} - x_{step}}{x_{step} - x_{i_{step}-1}} \quad (4.11)$$

et

$$b_x = \frac{x_{max} - x_{step}}{e^{c_x} - 1}. \quad (4.12)$$

Le domaine de calcul est aussi subdivisé en deux régions dans la direction transversale ( $y$ ) à l'écoulement et les équations utilisées pour effectuer les transformations sont similaires à celles utilisées dans la direction longitudinale.

Ainsi, pour la région inférieure (« sud »),

$$y = y_{min} + (y_{step} - y_{min}) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tanh(\eta_s \alpha_y)}{\alpha_y} \right), \quad (4.13)$$

avec

$$\eta_s = \frac{2j - j_{step}}{j_{step}}, \quad \text{où } j = 0 \rightarrow j_{step}, \quad (4.14)$$

et

$$\alpha_y = \tanh^{-1}(a_y), \quad (4.15)$$

et pour la région supérieure (« nord »),

$$y = y_{step} + b_y(e^{\eta_n c_y} - 1), \quad (4.16)$$

avec

$$\eta_n = \frac{j - j_{step}}{j_{max} - j_{step}}, \quad \text{où } j = j_{step} \rightarrow j_{max}, \quad (4.17)$$

et  $b_y$  et  $c_y$  sont obtenus en résolvant

$$\frac{e^{c_y} - 1}{e^{(c_y/(j_{max} - j_{step}))} - 1} = \frac{y_{max} - y_{step}}{y_{step} - y_{j_{step}-1}} \quad (4.18)$$

et

$$b_y = \frac{y_{max} - y_{step}}{e^{c_y} - 1}. \quad (4.19)$$

Les paramètres  $a_y$ ,  $b_y$  et  $c_y$  sont similaires à leurs homologues utilisés dans les transformations de la direction longitudinale. De plus,  $j_{step} = j_{max}/2$  où  $j_{max}$  est le nombre total de mailles selon la direction transversale, et  $y_{min}$ ,  $y_{step}$  et  $y_{max}$  sont tels qu'indiqués sur la figure 7. Un maillage typique qui résulte de ces transformations est illustré à la figure 7 pour des valeurs de  $i_{max} = 500$  et  $j_{max} = 200$  (où la moitié des lignes de maillage sont présentées).

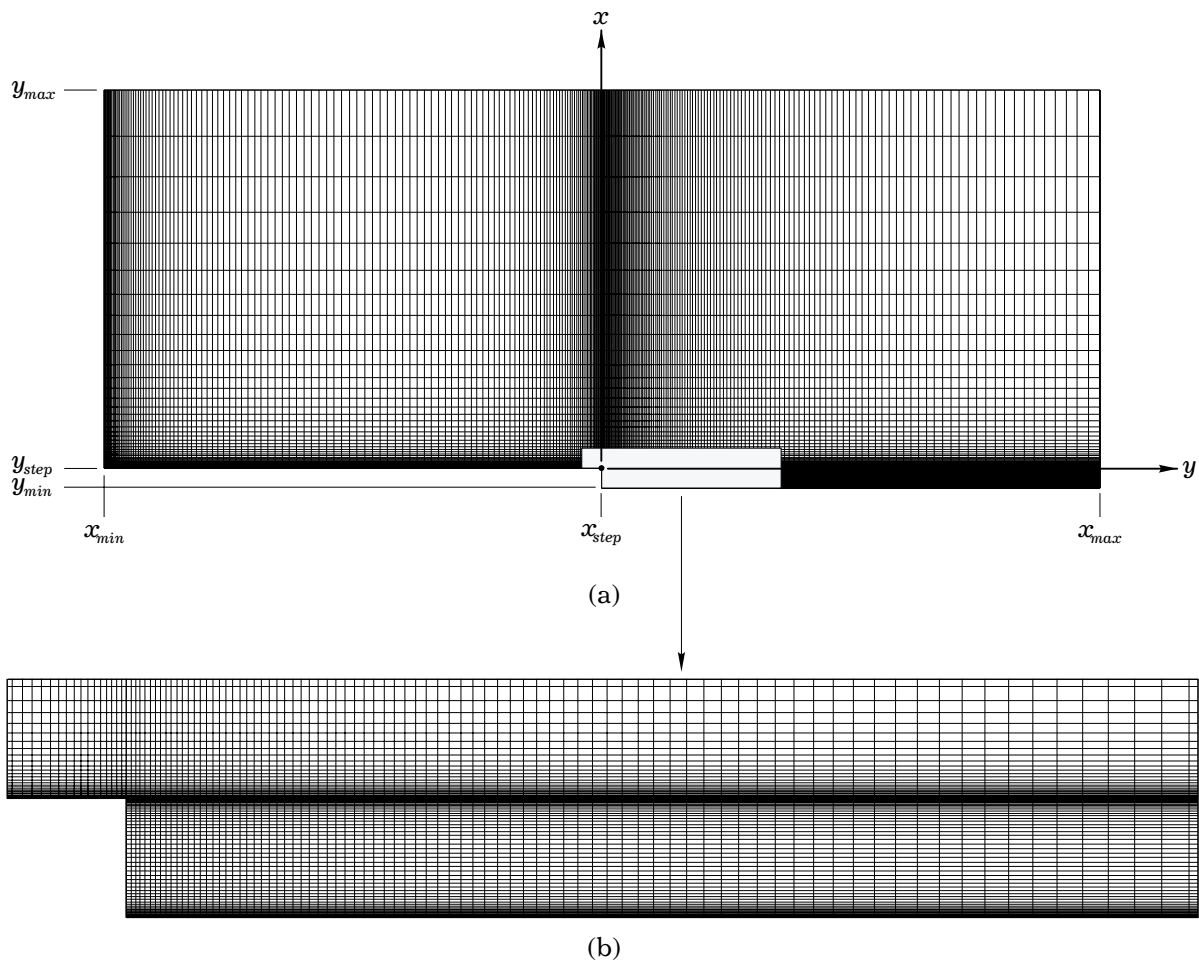


FIGURE 7 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle de la marche en régime instationnaire. L'illustration représente un maillage de 500 (selon  $x$ ) par 200 (selon  $y$ ) où la moitié des lignes de maillages sont présentées pour les deux directions. (a) Domaine de calcul. (b) Agrandissement de la région à proximité de la marche.

## 4.2.2 Paramètres numériques

Les valeurs choisies pour les paramètres numériques des simulations sur le présent modèle sont basées sur l'étude de convergence présentée au chapitre 3. À moins d'avis contraire, ces paramètres sont les suivants pour tous les résultats de simulations présentés pour le modèle de la marche instationnaire : un pas de temps  $\Delta t = 0.10$  a été utilisé et un schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta a servi pour effectuer la convection des éléments ; pour générer ces éléments, les valeurs  $\Gamma_{opt} = 0.00025$  et  $n_{min} = 5$  ont été utilisées dans l'algorithme de génération minimum qui a été présenté au chapitre 2 ; quoique plusieurs maillages ( $200 \leq i_{max} \leq 1000$  et  $100 \leq j_{max} \leq 400$ ) ont été évalués, les résultats présentés ont été obtenus avec un maillage de  $500 \times 200$  avec des paramètres de densité  $\alpha_x = 0.95$  et  $\alpha_y = 0.95$  ; enfin, la méthode Gauss-Seidel avec SOR a été utilisée pour résoudre l'équation de Poisson.

À cause de leur intérêt particulier, et aussi dû à leurs influences probables sur la structure de la zone de recirculation, l'influence de la longueur du canal d'entrée et du profil de vitesse imposé à l'entrée ont été étudiés en détail.

## 4.2.3 Influence du canal d'entrée

**Longueur du canal d'entrée.** Considérons d'abord le cas où le canal d'entrée a une longueur  $25H$  telle que spécifiée au § 4.2.1 et sur la figure 6. Initialement, loin de la section d'entrée, la couche limite sur la paroi horizontale inférieure en aval évolue selon le problème de Rayleigh/Stokes (R/S), i.e. le développement d'une couche limite au-dessus d'une plaque plane infinie sujette à une accélération soudaine à partir de sa position au repos. Pour ce type d'écoulement, l'épaisseur de la couche limite est approximativement régie par

$$\delta_{0.99U}(t) = 3.64 \sqrt{\frac{t}{Re}}, \quad (4.20)$$

où  $\delta_{0.99U}(t)$  est l'épaisseur de la couche limite telle que prédite par le problème de R/S. Au fur et à mesure que le temps évolue, la présence d'une longueur finie pour le canal d'entrée va affecter l'évolution de la couche limite à n'importe quelle station donnée (i.e. section de coupe verticale du canal d'entrée).

Par ailleurs, la couche limite en régime permanent au-dessus d'une plaque plane semi-infinie est caractérisée par une épaisseur qui n'est plus fonction du temps mais qui est plutôt fonction de la position. D'après l'analyse de Blasius,

$$\delta_{0.99U}(x) = 4.91 \sqrt{\frac{x - x_{min}}{Re}}, \quad (4.21)$$

où  $\delta_{0.99U}(x)$  est l'épaisseur de la couche limite à une distance  $x - x_{min}$  du début de la plaque (le début de la plaque est situé à  $x_{min}$ ) telle que prédite par l'analyse de Blasius. Pour ce dernier cas, la présence d'une longueur finie du canal d'entrée est en quelque sorte un facteur limitant pour l'épaisseur de la couche limite à une station donnée.

Théoriquement, en considérant les équations de la couche limite de Prandtl pour le cas d'un écoulement au-dessus d'une plaque sans frontière supérieure, la vitesse de l'écoulement libre est égale à la vitesse maximale (longitudinale) de l'écoulement à n'importe quelle station considérée. Cependant, dû aux simplifications introduites en théorie, il est impossible de prédire les survitesses (i.e. vitesses excédant celle de l'écoulement libre) qui se produisent à la limite supérieure de la couche limite (voir par exemple Wang et Longwell 1964, Van Dyke 1970, Morihara et Cheng 1973, Li 1979, Li et Ludford 1980). En considérant ceci, la survitesse maximale sera prise comme la vitesse de l'écoulement libre afin d'évaluer l'épaisseur de la couche limite analytique et les profils de vitesse analytiques dans ce qui suit.

À la figure 8, l'évolution de la couche limite numérique ( $\delta_{0.99U}$ ) à trois stations du canal d'entrée est tracée en fonction du temps et est comparée aux prédictions théoriques de Rayleigh/Stokes et de Blasius pour un écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 303$ . Sur cette figure, la ligne épaisse représente la solution R/S, les lignes hachurées représentent les épaisseurs prédites par l'analyse de Blasius et les autres lignes représentent les prédictions numériques. Initialement (pour  $t < 6.0$ ), l'épaisseur de la couche limite pour les trois stations évolue selon la prédiction de R/S. À la station  $x = -20.1$  (où la distance à partir du début du canal est  $\Delta x_{inlet} = x - x_{min} = 4.9$ ), l'épaisseur numérique ( $\delta_{0.99U}$ ) de la couche limite cesse de se conformer à la prédiction R/S au temps  $t \sim 7.0$  pour subséquemment tendre vers la valeur prédite par l'analyse de Blasius,  $\delta_{0.99U}(x=-20.1) \approx 0.63$ . Pour les stations  $x = -13.5$  et  $x = -7.6$ , l'épaisseur numérique ( $\delta_{0.99U}$ ) cesse de se conformer à la

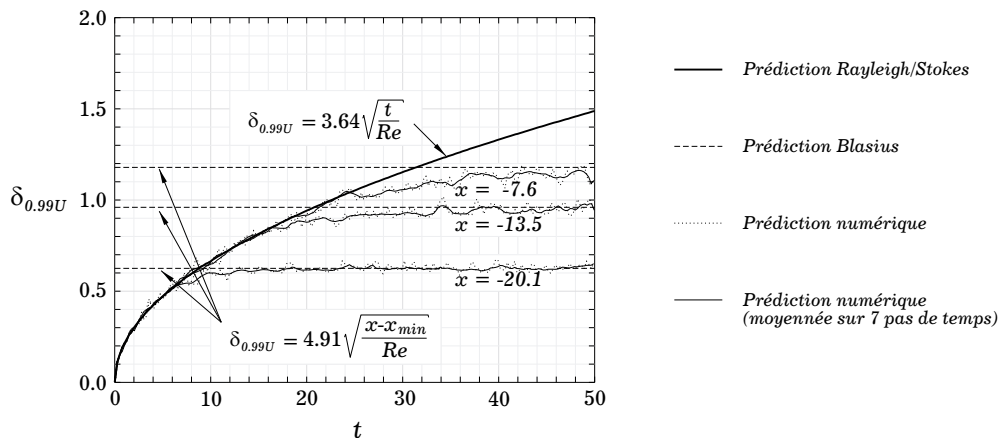


FIGURE 8 : Évolution de l'épaisseur de la couche limite à différentes stations d'un canal d'entrée de longueur  $25H$ . Les résultats numériques sont comparés aux prédictions analytiques pour un écoulement où  $Re = 303$ .

prédiction R/S aux temps  $t \sim 16.5$  et  $t \sim 24.5$ , respectivement, pour ensuite tendre vers les valeurs prédites par l'analyse de Blasius, respectivement  $\delta_{0.99U}(x=-13.5) \approx 0.96$  et  $\delta_{0.99U}(x=-7.6) \approx 1.18$ .

Les mêmes résultats sont présentés sous forme de profils de vitesse à la figure 9. Sur cette figure, les cercles pleins représentent la prédiction de Blasius, les triangles pleins la prédiction de R/S à différents temps et les lignes solides la prédiction numérique aux temps qui correspondent à la prédiction de R/S. Encore ici, on observe que les prédictions numériques s'adhèrent parfaitement aux prédictions de R/S jusqu'aux temps où les effets d'un canal d'entrée à longueur finie se font sentir. Notons aussi que, pour la station  $x = -7.6$ , l'épaisseur de la couche limite telle que présentée à la figure 8, et le profil de vitesse à  $t = 50$  tel que présenté à la figure 9c, n'atteignent pas les

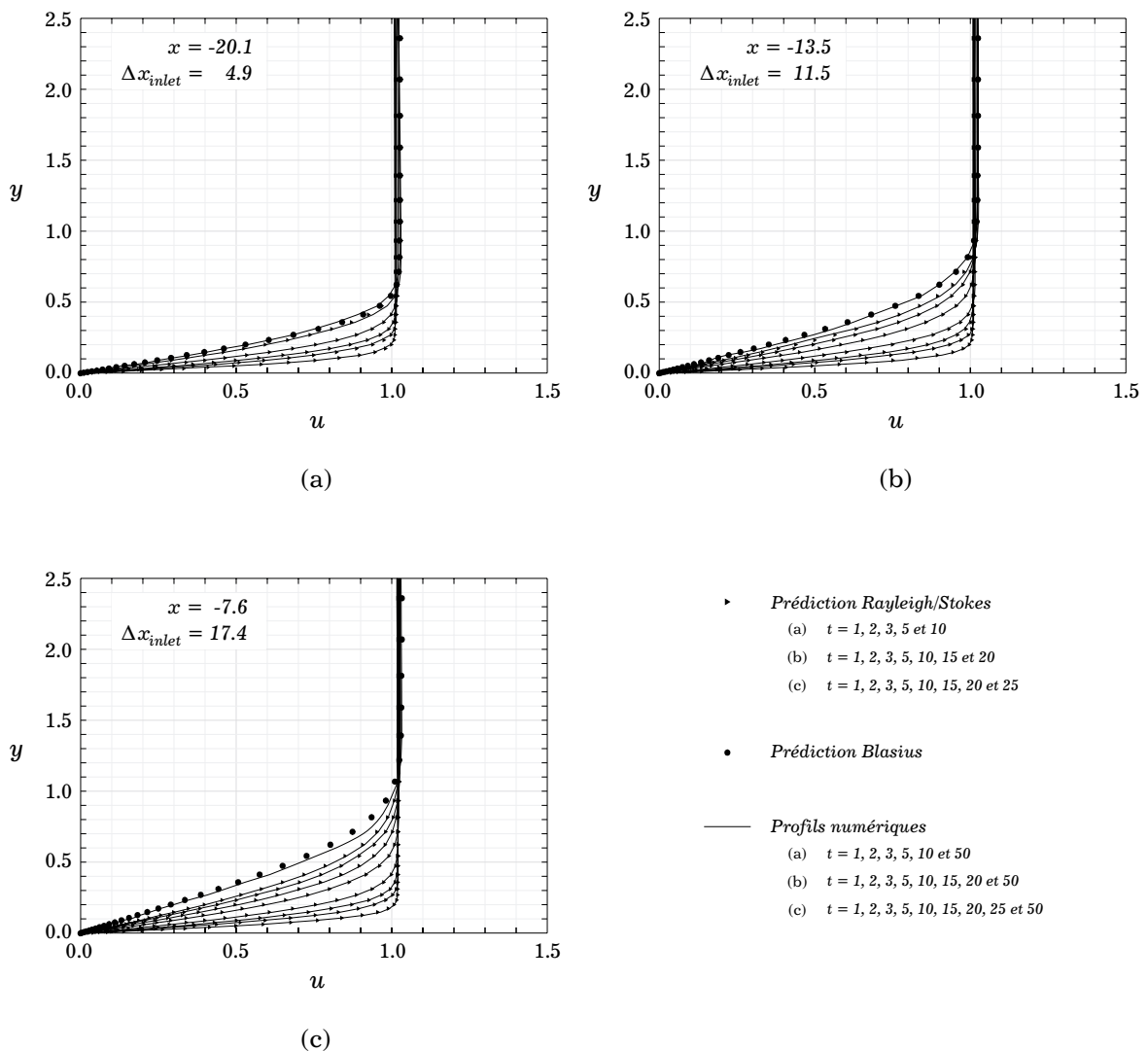


FIGURE 9 : Comparaisons des profils de vitesse numériques aux prédictions analytiques à différentes stations d'un canal d'entrée à longueur  $25H$  pour un écoulement où  $Re = 303$ .

valeurs prédites par l'analyse de Blasius. Ce résultat est attendu puisque cette station est relativement rapprochée de la marche où les lignes de courant sont fortement courbées dû à l'expansion rapide du canal. L'épaisseur de la couche limite est donc quelque peu inférieure à celle prédite par l'analyse de Blasius.

Une caractéristique importante de l'écoulement découle de ces observations. Définissons d'abord une vitesse d'établissement  $U_E$ . Nous avons défini cette vitesse par le rapport entre (i) la distance qui sépare l'entrée et une station donnée, et (ii) le temps requis pour que la prédiction numérique de l'épaisseur de la couche limite cesse de se conformer à la prédiction de R/S à cette station. Pour les trois stations considérées aux figures 8 et 9, une vitesse d'établissement  $U_E \approx 0.7$  est obtenue. Ceci implique que les perturbations qui ont comme origine la section d'entrée se déplacent à une vitesse 0.7 et, en considérant un canal d'entrée de longueur  $25H$ , ces perturbations n'affecteront la couche limite au niveau de la marche que pour des temps supérieurs à environ 36.0.

Une autre façon d'aborder le problème est d'analyser les propriétés de la couche limite au niveau de la marche en considérant différentes longueurs pour le canal d'entrée. À cet égard, nous avons considéré un canal d'entrée ayant des longueurs  $\Delta x_{inlet} = 1.0$ ,  $\Delta x_{inlet} = 5.0$  et  $\Delta x_{inlet} = 25.0$  où, encore ici, le nombre de Reynolds de l'écoulement était  $Re = 303$ . L'évolution de l'épaisseur de la couche limite est présentée à la figure 10 où des comparaisons sont encore faites avec les prédictions de R/S pour l'écoulement au-dessus d'une plaque plane semi-infinie. Quoique les tendances de l'évolution soient similaires au cas précédent (où nous avons considéré trois différentes stations pour une seule longueur du canal d'entrée), l'épaisseur de la couche limite ne s'adhère pas aux prédictions théoriques puisque l'écoulement à proximité de la marche est accéléré par la pré-

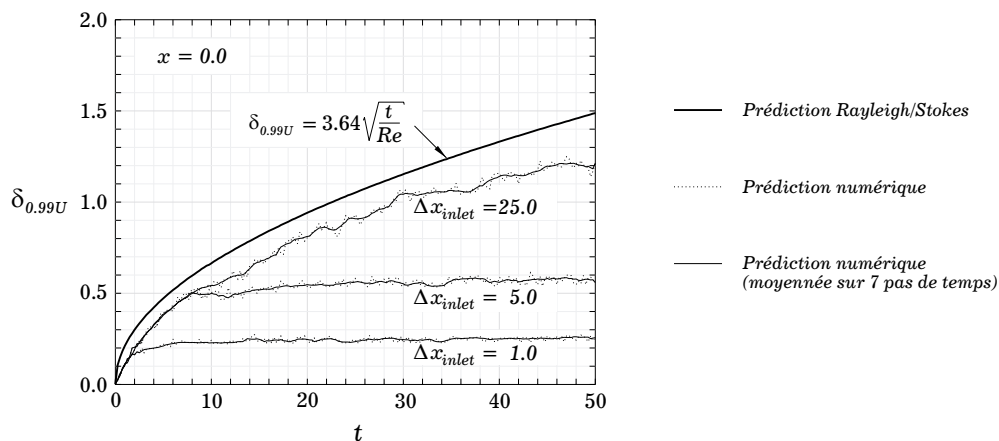


FIGURE 10 : Évolution de l'épaisseur de la couche limite au niveau de la marche en considérant différentes longueurs du canal d'entrée. Les résultats numériques sont comparés aux prédictions analytiques pour un écoulement où  $Re = 303$ .



sence du coin. Peu importe l'épaisseur de cette couche limite, la vitesse d'établissement des perturbations  $U_E$  est encore approximativement égale à 0.7, même pour différentes longueurs du canal d'entrée (notons que les résultats étaient similaires pour  $Re = 97$ ).

En se basant sur ces résultats, et en analysant les tracés de la fonction de courant pour la région en aval de la marche (pas présentés), nous assumons que, si le canal d'entrée est suffisamment long, les perturbations qui naissent à l'entrée n'atteindront pas le niveau de la marche pour la durée totale des simulations d'écoulements débutants. En fait, les résultats impliquent que, en considérant un canal d'entrée de longueur  $25H$ , les propriétés de la couche limite sont insensibles à la longueur du canal pour des temps inférieurs à environ 36.0, alors que les caractéristiques de l'écoulement en aval de la marche ne seront pas grandement affectées pour des temps encore plus longs. Nous concluons donc que la longueur du canal d'entrée n'a aucune influence significative sur l'écoulement à proximité et en aval de la marche pour les résultats présentés.

**Profil de vitesse imposé à l'entrée.** Loin du corps-modèle, le fluide à l'intérieur du bassin est au repos. Donc si le corps-modèle a une vitesse  $U$ , on peut considérer que, relativement, le fluide loin du corps-modèle a une vitesse  $U$  et que le corps-modèle lui-même est fixe dans l'espace et le temps. S'il n'y avait pas de parois pour contenir le fluide, la vitesse de l'écoulement libre et la vitesse du fluide juste en amont du corps-modèle seraient aussi égales à  $\sim U$ .

C'est pourquoi, au § 4.2.4, en considérant que le bassin était très large comparativement à l'épaisseur du corps modèle (75 à 3.65, Honji 1975), nous avons négligé l'effet des parois du bassin pour en arriver à imposer une vitesse d'entrée égale à  $U$  (i.e.  $u = 1.0$ ). Par contre, en considérant la présence des parois avec l'équation de la continuité, la vitesse longitudinale moyenne à l'entrée du modèle devrait en fait être égale à  $\sim 1.05 U$ . De plus, nous pourrions nous attendre que le fluide ait une vitesse longitudinale supérieure à la moyenne à proximité du corps-modèle à la section d'entrée pour ensuite diminuer en se rapprochant de la paroi supérieure.

Avec ces considérations, et afin de vérifier l'influence sur l'écoulement en aval de la marche, des simulations ont été effectuées en considérant un profil d'entrée à vitesse moyenne  $1.05 U$  où un profil exponentiel a été imposé pour résulter en une vitesse exagérément plus élevée que la vitesse moyenne près du corps-modèle. À la figure 11, une comparaison est effectuée entre (i) le tracé numérique de la fonction de courant en considérant une vitesse uniforme  $u = 1.0$  à l'entrée, (ii) la visualisation expérimentale de Honji et (iii) le tracé numérique de la fonction de courant en considérant un profil de vitesse  $u = 1.0 + 0.95 e^{-(y - y_{step})}$  à l'entrée. Les trois visualisations sont pour un écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 303$  au temps  $t = 10.5$ .

Nous constatons que les deux tracés numériques ont la même allure générale et que le profil de vitesse imposé à l'entrée n'a qu'une influence minimale sur les caractéristiques de l'écoulement en aval de la marche.

Pour en quelque sorte confirmer ceci, la longueur de la zone de recirculation en fonction du temps pour trois valeurs du nombre de Reynolds est tracée à la figure 12. Sur cette figure, les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux de Honji (1975). Le profil uniforme a été utilisé pour obtenir les résultats numériques présentés à la figure 12a tandis que le profil exponentiel a servi pour obtenir les résultats présentés à la figure 12b.

Essentiellement, les figures 11 et 12 semblent confirmer que le fait d'imposer une vitesse uniforme  $U$  à l'entrée n'a pas d'influence significative sur les résultats de simulations comparativement aux résultats de simulations obtenus en imposant un profil à vitesse moyenne  $1.05 U$ .

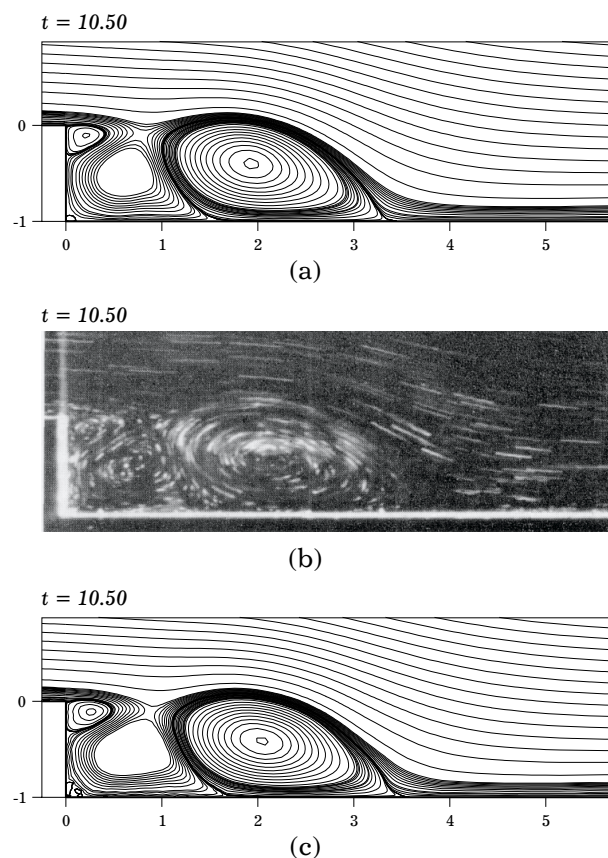


FIGURE 11 : Comparaison entre les visualisations numériques et expérimentale (Honji 1975) pour  $Re = 303$  au temps  $t = 10.5$ . (a) Tracé de la fonction de courant pour la simulation où un profil de vitesse uniforme à vitesse moyenne  $U$  est imposé à l'entrée. (b) Visualisation expérimentale. (c) Tracé de la fonction de courant pour la simulation où un profil de vitesse exponentiel à vitesse moyenne  $1.05 U$  est imposé à l'entrée. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

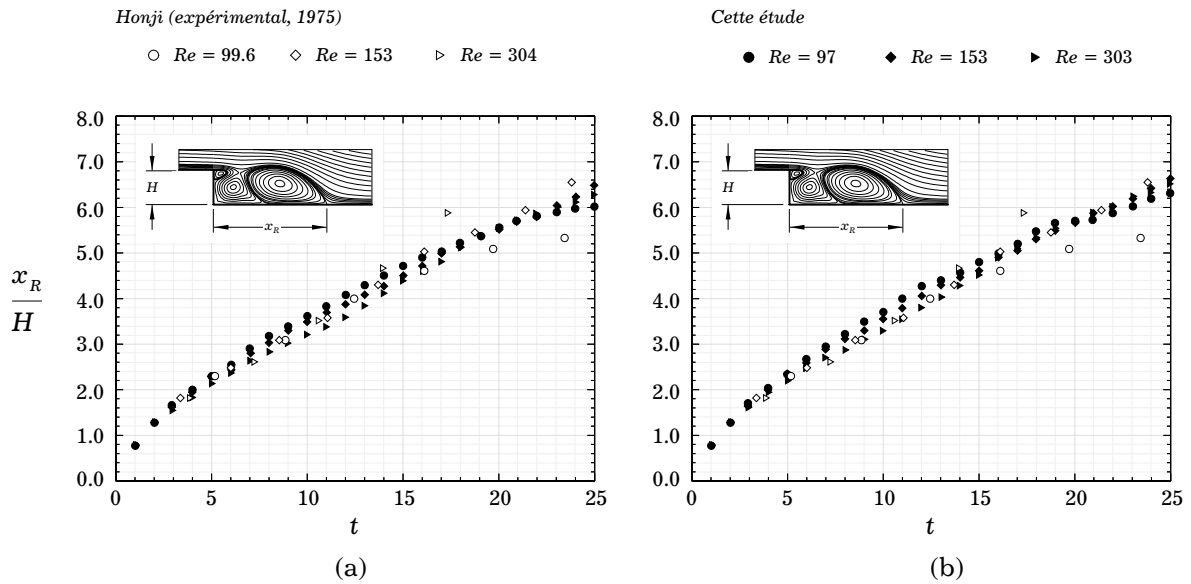


FIGURE 12 : Longueur de la zone de recirculation en fonction du temps pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. (a) Les résultats numériques correspondent à un profil de vitesse uniforme à l'entrée où une vitesse moyenne  $U$  est considérée. (b) Les résultats numériques correspondent à un profil de vitesse exponentiel à l'entrée où une vitesse moyenne  $1.05 U$  est considérée.

#### 4.2.4 Résultats et discussions

Dans ce qui suit, des résultats numériques correspondant aux trois cas expérimentaux de Honji (1975) sont présentés. Le nombre de Reynolds expérimental de Honji (1975) est basé sur la vitesse de remorque du corps-modèle. Cependant, à cause de la présence des parois du bassin, la vitesse de l'écoulement libre (relativement au corps) est « légèrement supérieure » à la vitesse de remorque du corps. D'un autre côté, le nombre de Reynolds numérique est basé sur la vitesse uniforme imposée à la section d'entrée. En considérant alors le développement de la couche limite, la vitesse moyenne de l'écoulement libre au-dessus de la paroi horizontale en amont est elle aussi légèrement supérieure à la vitesse de référence. Nous considérons que ces deux phénomènes sont du même ordre de grandeur et que de mêmes valeurs des nombres de Reynolds numérique et expérimental représentent le même écoulement tel que discuté au § 4.2.3.

Par ailleurs, les images expérimentales ont été produites à des temps d'observation (à partir du début de l'écoulement) qui correspondent au temps médian de la durée de l'exposition du film (qui variait entre 0.4 et 8.0 secondes). Les résultats numériques instantanés qui se réfèrent aux temps de visualisation expérimentaux de Honji (1975) (figures 15, 17 et 19) sont donc moyennés sur quelques pas de temps, imitant ainsi une courte durée d'exposition pour l'écoulement physique. Ceci a l'avantage de lisser les tracés de résultats numériques instantanés sans pour autant modifier leur allure générale.

**Simulation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 97$ .** Les stades préliminaires de l'écoulement sont présentés à la figure 13 sous forme de tracés de la fonction de courant  $\psi$  (un pas de temps  $\Delta t = 0.025$  a été utilisé pour obtenir ces résultats). À ses débuts, pour des temps allant jusqu'à  $\sim 0.60$ , l'écoulement se détache du coin supérieur de la marche et se rattache sur la face verticale de la paroi pour ainsi créer une zone de recirculation à rotation horaire. Au fur et à mesure que le temps avance, la zone de recirculation grossit par entraînement de fluide et son point de recollement descend le long de la face verticale vers la paroi horizontale en aval. Ce comportement fût observé, indépendamment du nombre de Reynolds.

Après que le point de recollement ait atteint la paroi horizontale, il se déplace le long de celle-ci vers l'aval et la distance qui le sépare de la paroi verticale augmente quasi linéairement avec le temps jusqu'à  $t \sim 20.0$ . Pour des temps de simulation plus élevés, la zone de recirculation demeure stationnaire, conformément aux résultats expérimentaux de Honji (1975). Une série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement est présentée à la figure 14. Pour ce cas d'écoulement, tel qu'observé par Honji (1975) pour des écoulements à nombres de Reynolds inférieurs à  $\sim 140$ , la zone de recirculation n'est constituée que d'une seule région de vorticité. De plus, la zone de recirculation demeure attachée à la marche pour toute la durée de la simulation et sa longueur augmente avec le temps durant les phases initiales de l'écoulement.

  la figure 15, une comparaison est faite pour diff erents temps d'évolution entre les visualisations expérimentales de Honji (1975) où  $Re = 99.6$  et les résultats numériques sous forme de tracés de la fonction de courant pour  $Re = 97$ . Globalement, la comparaison des résultats est excellente et le comportement dynamique de l'écoulement est fidèlement reproduit dans les simulations numériques. Initialement ( $t = 5.10$ ), la zone de recirculation est formée d'une grosse région de vorticité. Pour des temps intermédiaires ( $t = 12.40$ ), la région de vorticité tend à se détacher de la paroi verticale sans pour autant le faire. Pour des temps subséquents ( $t = 41.75$ ), la zone de recirculation numérique est composée d'une région de vorticité à deux centres de rotation, tandis que la zone de recirculation expérimentale n'exhibe qu'un seul centre de rotation. Cette différence peut être attribuée au faible « temps d'exposition » des résultats numériques.

  noter que les figures reproduites de Honji (1975) exhibent deux modes simultanés de visualisation : on observe à la fois les lignes de courant (par l'exposition de la poudre d'aluminium à la lumière) et les lignes d'écoulement (*streaklines*, par l'exposition de la fumée qui doit son origine à la méthode électrochimique). Sur ces visualisations, les lignes continues représentent les lignes d'écoulement et les lignes continues par segments représentent les lignes de courant (si le temps d'exposition est assez court, la visualisation par poudre d'aluminium résulte en des lignes de courant qui sont formées à partir d'un grand nombre de lignes d'écoulement très courtes).

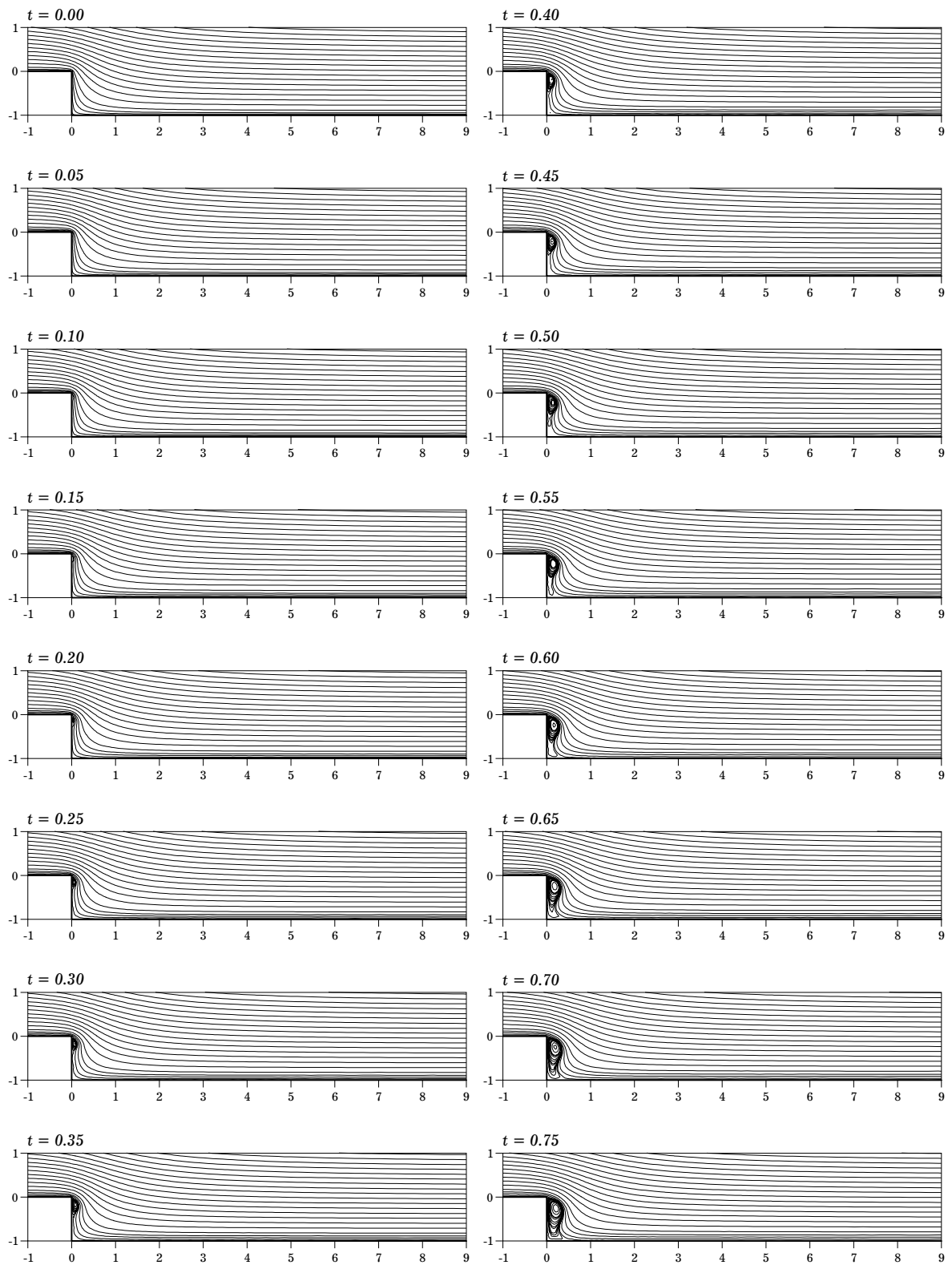


FIGURE 13 : Illustration des stades préliminaires de l'écoulement détaché à nombre de Reynolds  $Re = 97$  (simulation avec un pas de temps  $\Delta t = 0.025$ ). (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

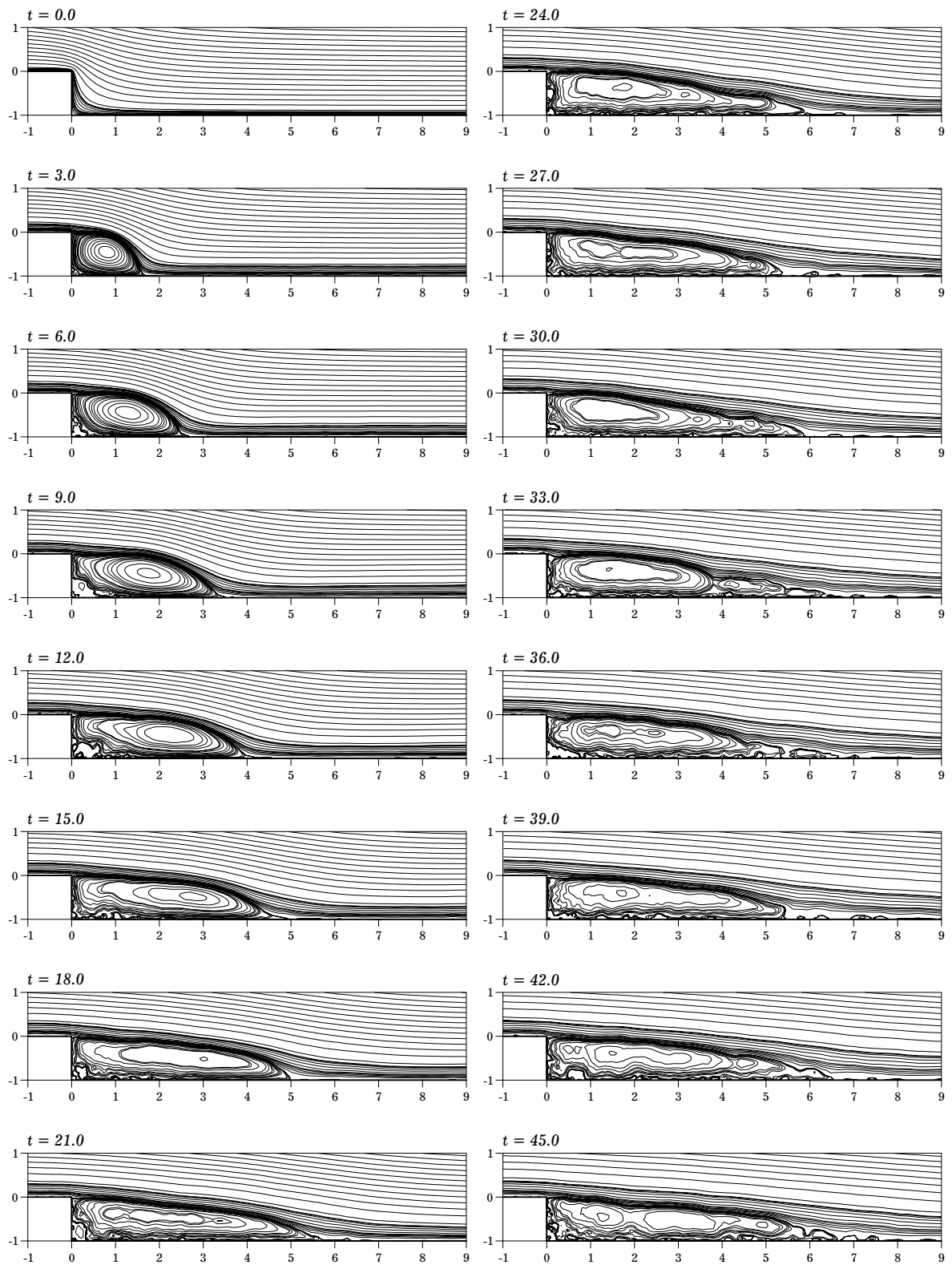


FIGURE 14 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 97$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

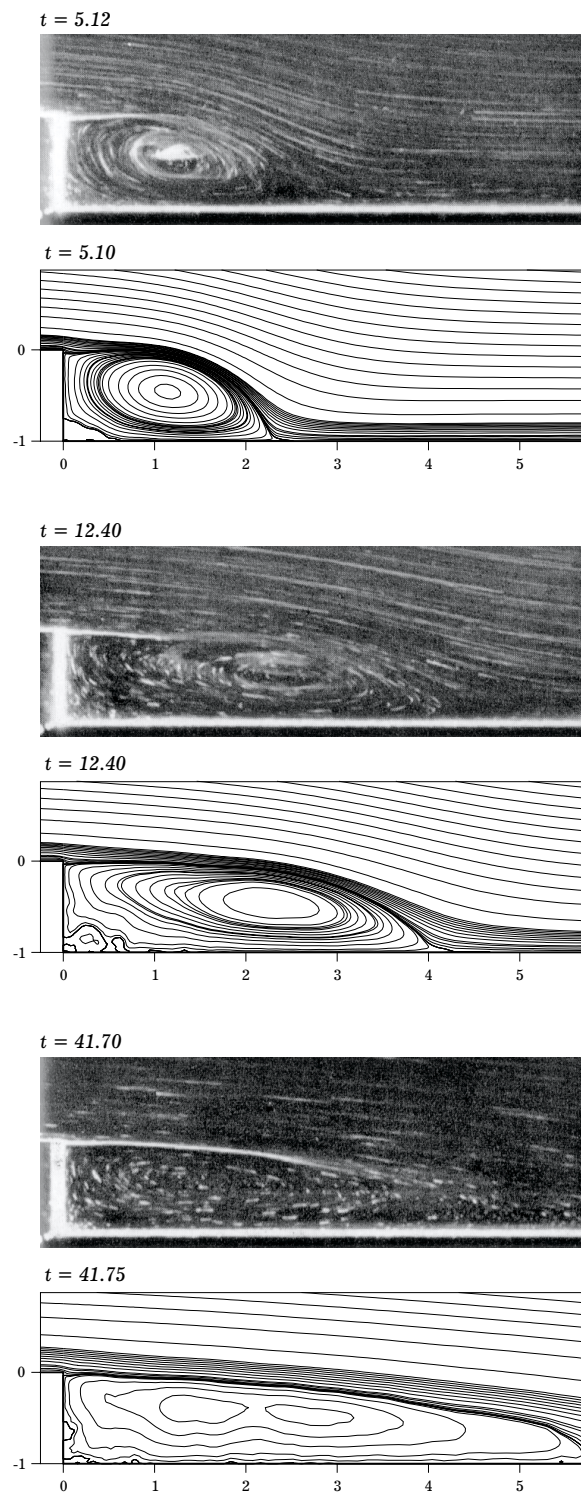


FIGURE 15 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant ( $Re = 97$ ) et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où  $Re = 99.6$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

**Simulation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 153$ .** Une série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement pour ce cas est présentée à la figure 16. Les stades préliminaires de l'écoulement sont similaires au cas  $Re = 97$ . Cependant, à un temps de simulation  $t \sim 4.0$ , la région principale de vorticité se détache de la paroi horizontale à une certaine distance du coin inférieur de la marche et se recolte sur la paroi verticale. Ceci résulte en la formation d'une région de vorticité relativement petite au coin inférieur de la marche. Le fluide contenu à l'intérieur de cette nouvelle région de vorticité tourne dans le sens antihoraire, sa rotation étant initiée par les effets de cisaillement de la plus grosse région. Déjà, la zone de recirculation est composée de deux régions distinctes de vorticité. Au temps  $t \sim 8.0$ , la région principale de vorticité commence à se détacher de la paroi verticale. Ce détachement est partiellement d  à l'élargissement de la petite région de vorticité et aux effets de cisaillement de l'écoulement principal. Lorsque la région principale de vorticité se détache de la paroi verticale ( $t \sim 10.0$ ), une troisième région de vorticité se forme au coin de la marche et la zone de recirculation est éventuellement composée de trois régions distinctes de vorticité ( $t \sim 12.0$ ). Ce comportement, durant les stades intermédiaires de l'évolution de l'écoulement, a aussi été observé par Honji (1975) et sera discuté davantage lorsque le prochain cas ( $Re = 303$ ) sera traité. Pour les temps subséquents ( $t > 16.0$ ), les deux régions à rotation horaire se fusionnent et la région de vorticité à rotation antihoraire (coin inférieur de la marche) disparaît graduellement.

  la figure 17, une comparaison est faite pour différents temps d'évolution entre les visualisations expérimentales de Honji (1975) et les résultats numériques sous forme de tracés de la fonction de courant pour un nombre de Reynolds  $Re = 153$ . Initialement ( $t = 3.30$ ), la zone de recirculation ne contient qu'une région de vorticité. Pour un temps intermédiaire ( $t = 8.50$ ), la région principale de vorticité est en train de se détacher de la paroi verticale et une deuxième région de vorticité est présente au coin inférieur de la marche. Subséquemment ( $t = 41.75$ ), la zone de recirculation est composée d'une grosse structure de vorticité cohérente.

**Simulation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 303$ .** Une série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement pour ce cas est présentée à la figure 18 où les stades préliminaires de l'écoulement sont encore similaires au cas d'écoulement  $Re = 97$ . Cependant, l'évolution des trois régions de vorticité à l'intérieur de la zone de vorticité est plus visible pour le cas échéant.   partir de la figure 18, et de Honji (1973), il est possible d'observer et d'expliquer la dynamique des structures cohérentes qui forment la zone de recirculation.

Après la descente de la région principale de vorticité le long de la paroi verticale, le point de recollement se déplace le long de la paroi horizontale en aval et la zone de recirculation grossit par



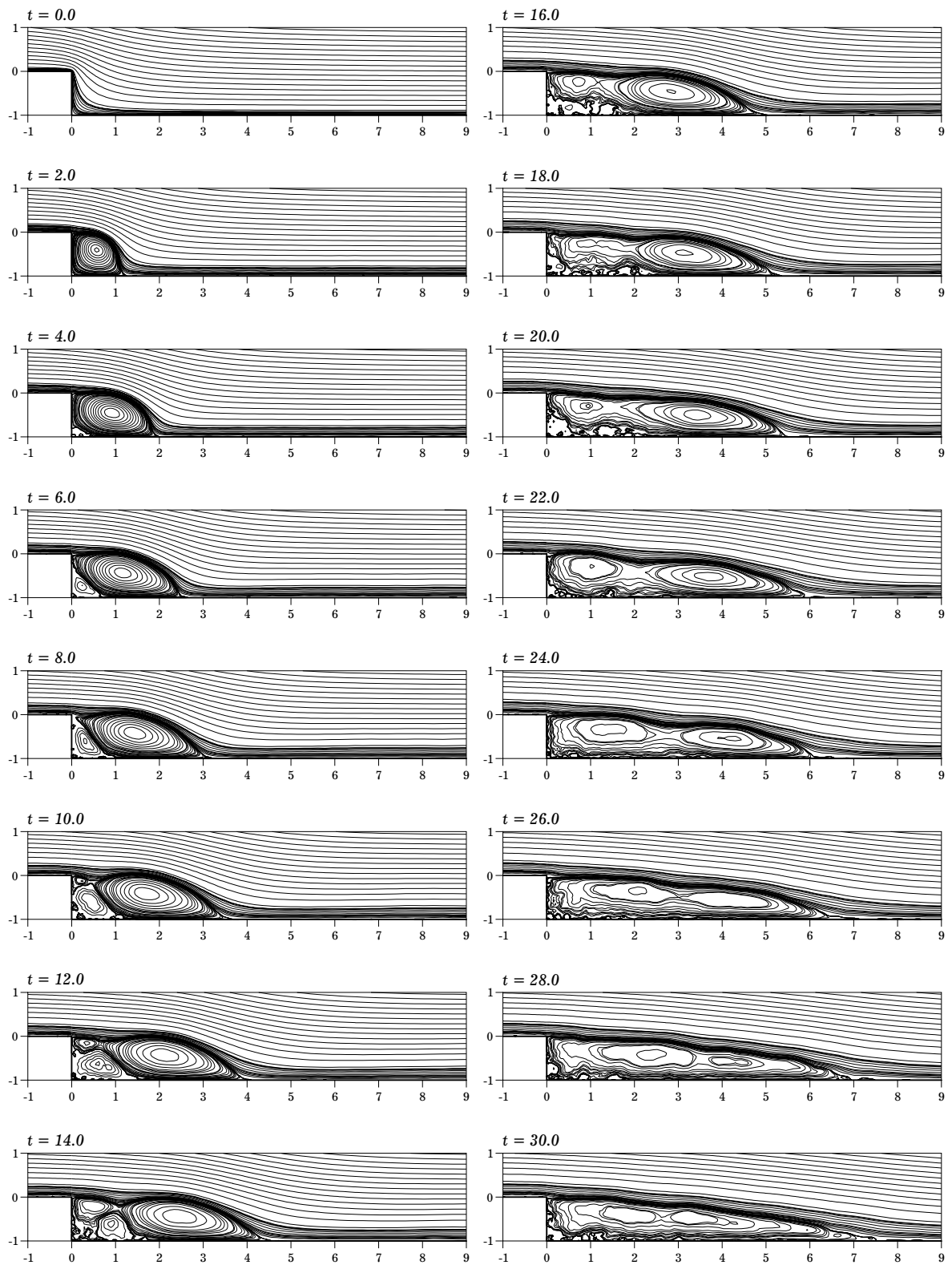


FIGURE 16 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 153$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

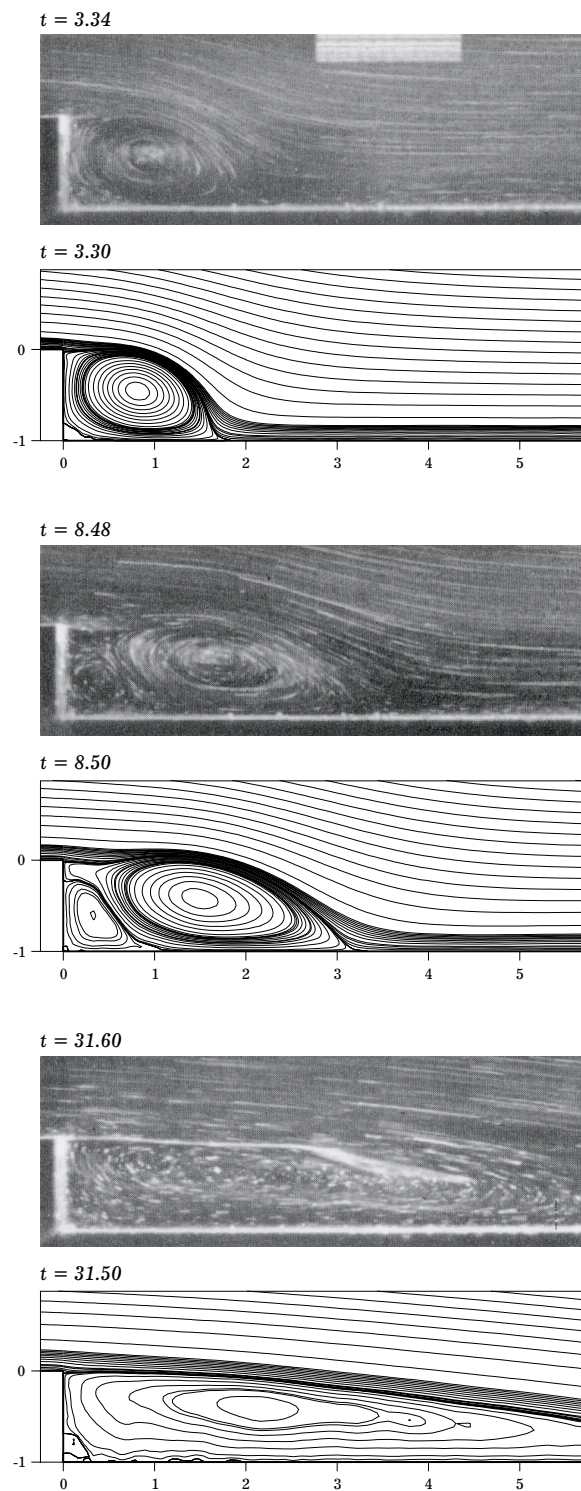


FIGURE 17 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où  $Re = 153$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

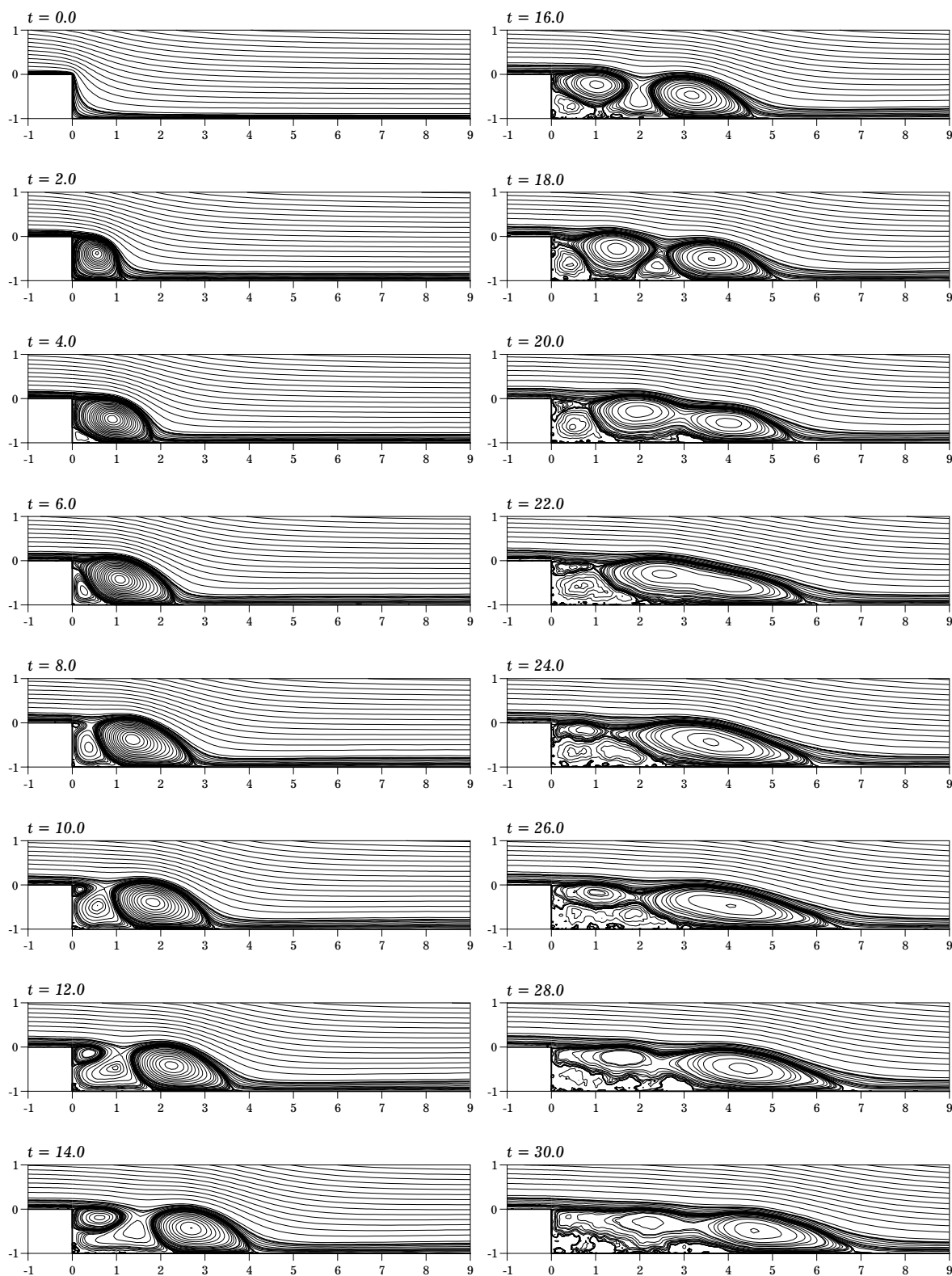


FIGURE 18 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 303$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

entraînement de fluide ( $0.7 < t < 4.0$ ). Près du point de recollement, le fluide est détourné en amont (Bradshaw et Wong 1972) pour ainsi créer une région de vorticité de l'intérieur tourne dans le sens horaire. Pour cette gamme du nombre de Reynolds, un décollement secondaire est induit par le sens inverse de l'écoulement dans le coin inférieur de la marche, créant ainsi une région de vorticité à rotation antihoraire ( $t \sim 4.0$ ). L'évolution de l'écoulement commence à différer du cas précédent dans le sens que la région principale de vorticité commence à se détacher à  $t \sim 6.0$  et la troisième région de vorticité se forme à  $t \sim 8.0$ . Encore, les comportements observés numériquement sont fidèles aux résultats présentés par Honji (1975).

Pour cette valeur du nombre de Reynolds, les structures cohérentes conservent leur intensité pour une plus longue période de temps. En effet, plus élevée est la valeur du nombre de Reynolds, plus la convection commence à dominer sur la diffusion. Par conséquent, la troisième région de vorticité (celle près du coin supérieur de la marche) continue de grossir par entraînement de fluide jusqu'à ce que son intensité devienne dominante sur la région de vorticité située au coin inférieur de la marche ( $8.0 < t < 16.0$ ). Cette troisième région de vorticité va éventuellement se coller à la paroi horizontale ( $t \sim 17.0$ ) pour ensuite se fusionner à la zone principale de vorticité. Avant que ceci se produise cependant, la région de vorticité au coin supérieur de la marche divise celle au coin inférieur en deux régions de vorticité distinctes (  partir de  $t \sim 15.0$ ), ce qui résulte en une zone de recirculation qui est composée de quatre régions de vorticité distinctes ( $t \sim 18.0$ ). Ceci est dû au fait que, près de la marche, la région de vorticité supérieure possède plus d'intensité que l'inférieure. Puisque la supérieure est poussée vers le bas par les effets de cisaillement de l'écoulement principal, elle, à son tour, cisaille l'inférieure jusqu'à la diviser en deux. La présence de quatre régions distinctes de vorticité n'a pas été dévoilée par Honji (1975).

Au fur et à mesure que le temps évolue, une autre structure se développe au coin supérieur de la marche. Elle prend la place de celle qui la précédait à cet endroit, qui elle s'est vue convectée en aval pour éventuellement se joindre à la région principale de vorticité ( $t \sim 20.0$ ). Subséquemment, la zone de recirculation est composée de deux régions de vorticité   intensité importante et quelques régions non définies à intensités plus faibles.

Les visualisations numériques pour un nombre de Reynolds  $Re = 303$  sont comparées, à la figure 19, aux visualisations expérimentales de Honji (1975) pour un nombre de Reynolds  $Re = 304$ . Au temps  $t = 3.90$ , la zone de recirculation est composée de deux régions de vorticité : une région principale qui tourne dans le sens horaire et une secondaire près du coin inférieur qui tourne dans le sens antihoraire.    $t = 10.5$  (i.e. le cas considéré pour l'étude de convergence numérique), la zone de recirculation compte trois régions distinctes de vorticité. Plus tard dans la simulation ( $t = 23.80$ ), la région principale de vorticité est considérablement détachée de la paroi verticale.

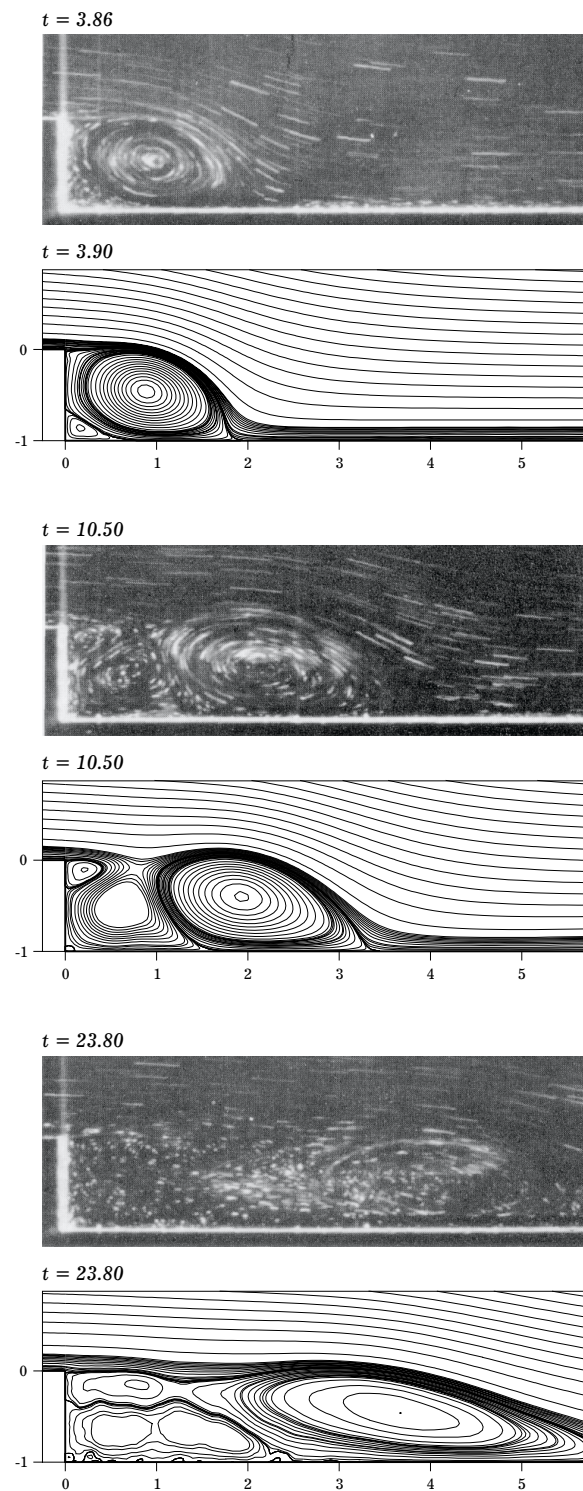


FIGURE 19 : Comparaison entre les résultats de simulations numériques sous forme de tracés de la fonction de courant ( $Re = 303$ ) et les visualisations expérimentales de Honji (1975) où  $Re = 304$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

Honji (1975) a aussi présenté une visualisation expérimentale représentant un écoulement ayant atteint le régime permanent au temps  $t = 84.2$  pour un nombre de Reynolds  $Re = 301$ . Pour cette visualisation, la durée de l'exposition du film était de 30 secondes (Honji 1995) et le temps indiqué se réfère au laps de temps qui séparait le début du mouvement du corps-modèle (donc le début de l'écoulement) et le temps médian de la durée de l'exposition. Un tracé moyen (sur 60 pas de temps) de la fonction de courant a été réalisé à partir des résultats instantanés d'une simulation numérique en utilisant un pas de temps plus grossier ( $\Delta t = 0.25$ ). La comparaison entre les deux visualisations est illustrée à la figure 20 où, pour cet écoulement, la zone de recirculation en régime permanent n'est composée que d'une seule région de vorticité.

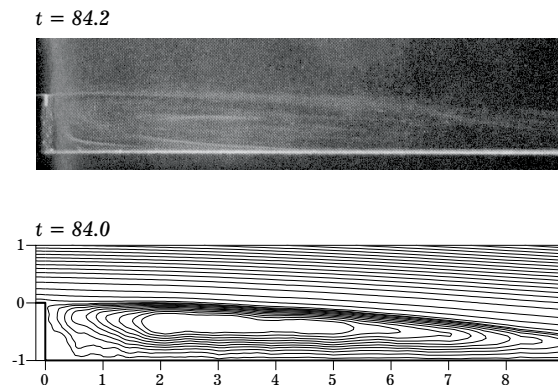


FIGURE 20 : Comparaison d'une zone de recirculation en régime permanent. La visualisation numérique a été produite en moyennant les résultats instantanés d'une simulation numérique sur 60 pas de temps en considérant un pas de temps  $\Delta t = 0.25$ . La visualisation expérimentale est tirée de Honji (1975) et a été produite en utilisant une durée d'exposition de 30 secondes (Honji 1995). La simulation numérique est pour  $Re = 303$  tandis que la visualisation expérimentale est pour  $Re = 301$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

### 4.3 Régime permanent

La méthode numérique présentée dans cette thèse s'applique à la résolution des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles instationnaires. Pour obtenir la solution en régime permanent, les variables d'écoulement sont moyennées sur un certain nombre de pas de temps en considérant l'évolution du nombre d'éléments de vorticité ( $N$ ) présents dans le domaine.

L'évolution typique du nombre d'éléments de vorticité présents dans le domaine est tracé en fonction du nombre de pas de temps pour les modèles de la marche en régime instationnaire (figure 21a) et de la marche en régime permanent (figure 21b). Pour les deux modèles, le nombre d'éléments de vorticité augmente avec le temps dans les phases initiales du développement de l'écoulement. Pour les simulations en régime instationnaire, le choix des paramètres numériques

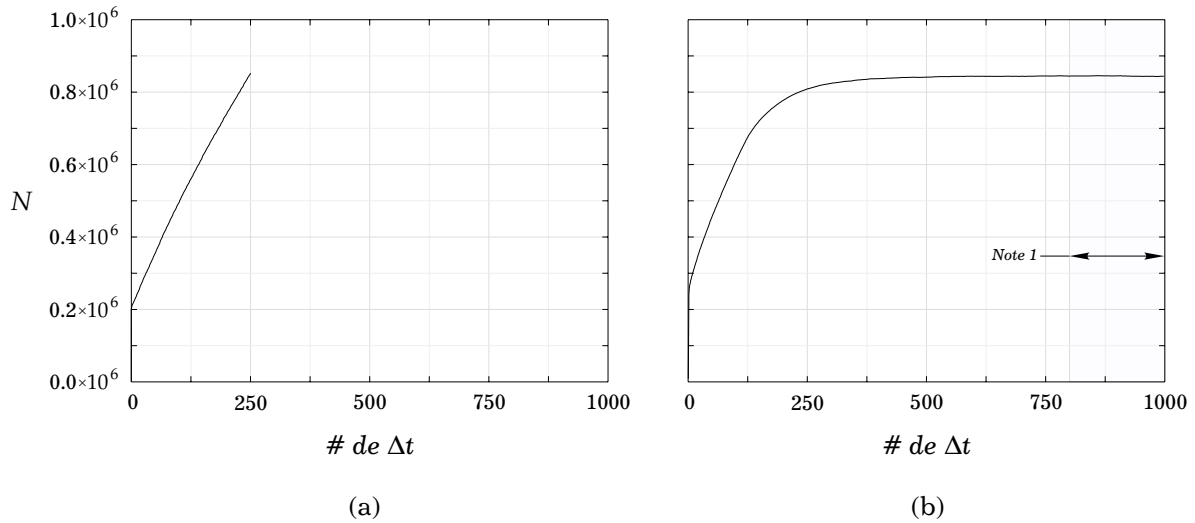


FIGURE 21 : Évolution typique du nombre d'éléments de vorticité dans le domaine de calcul en fonction du nombre de pas de temps de la simulation. (a) Modèle de la marche en régime instationnaire. (b) Modèle de la marche en régime permanent. Note 1 : La solution en régime permanent est obtenue en moyennant les valeurs des variables de l'écoulement sur un nombre adéquat de pas de temps.

  noter que la grandeur du pas de temps, le nombre de Reynolds et les dimensions physiques sont différents dans les deux cas.

fait en sorte que le nombre d'éléments ne plafonne pas, i.e. on n'atteint pas le régime permanent. Cependant, pour les simulations en régime permanent, il se développe éventuellement un équilibre entre le nombre d'éléments générés sur les parois et le nombre d'éléments qui sortent du domaine de calcul (en majeure partie par la section de sortie du domaine). Quoique les régions en amont de la sortie puissent avoir atteint le régime permanent plus tôt, on considère que le régime permanent pour tout le domaine est atteint lorsque le nombre d'éléments plafonne. Les variables de l'écoulement sur le maillage eulérien sont alors moyenn es sur un intervalle de temps approprié afin d'obtenir la solution en régime permanent. Le nombre de pas de temps utilisés pour effectuer la moyenne n'affecte généralement que le lissage de la solution.

#### 4.3.1 Description du modèle

La géométrie du modèle utilisé pour la marche descendante en régime permanent est présentée à la figure 22. Les dimensions du modèle ont été choisies pour correspondre le plus fidèlement possible au modèle expérimental de Denham et Patrick (1974).

Dans leurs travaux, Denham et Patrick (1974) notent que les écoulements se sont révélés essentiellement bidimensionnels pour tous les cas présentés. Ils ont cependant noté que pour le cas  $Re = 229$ , les vitesses exhibaient des fluctuations périodiques maximales de l'ordre de 5% par rap-



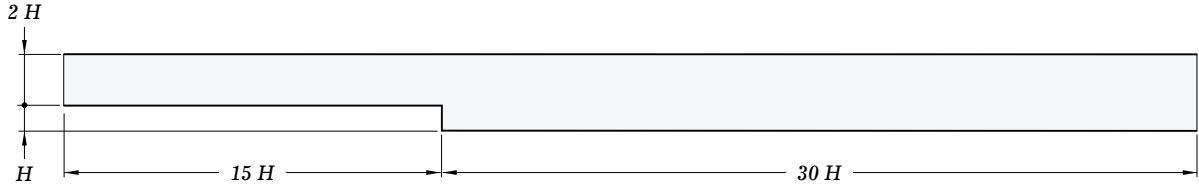


FIGURE 22 : Géométrie du modèle de la marche pour les simulations en régime permanent. La hauteur de la marche par rapport à la hauteur totale du canal est choisie pour correspondre au modèle expérimental de Denham et Patrick (1974).

port à la vitesse moyenne. Ils ont conclu, basé sur les visualisations par traceurs, que des effets tridimensionnels (et le début de la transition en régime turbulent) étaient la cause de ces fluctuations. Notre modèle bidimensionnel s'avère donc adéquat pour simuler leurs expériences.

**Conditions aux limites.** Pour ce modèle, contrairement au précédent, nous considérons la frontière supérieure comme une paroi régulière (donc, génération de vorticité pour vérifier la condition d'adhérence). Les autres conditions aux limites sont similaires à celles du modèle utilisé pour la marche instationnaire.

**Transformations de maillage.** Pour le modèle de la marche en régime permanent, les équations (4.1)   (4.5) sont encore utilisées, sauf qu'un maillage uniforme est utilisé dans la direction longitudinale ( $x$ ) de l'écoulement. Pour cette direction,

$$x = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \xi, \quad (4.22)$$

$$\xi = \frac{i}{i_{max}}, \quad \text{où } i = 0 \rightarrow i_{max}, \quad (4.23)$$

et  $i_{max}$  est le nombre total de mailles selon  $x$  où  $x_{min}$  et  $x_{max}$  sont les limites du domaine de calcul. Les paramètres  $i_{max}$ ,  $i_{step}$ ,  $x_{min}$ ,  $x_{step}$  et  $x_{max}$  sont choisis de sorte que  $x_{i_{step}} = x_{step}$ .

Comme pour le cas précédent, le domaine de calcul dans la direction transversale ( $y$ ) est divisé en deux régions. Cependant, puisque la paroi supérieure est considérée régulière (avec génération de vorticité), les transformations pour les deux régions sont similaires à celle de la région inférieure du modèle précédent.

Pour la partie inférieure, l'équation de transformation s'écrit

$$y = y_{min} + (y_{step} - y_{min}) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tanh(\eta_s \alpha_y)}{\alpha_y} \right), \quad (4.24)$$



avec

$$\eta_s = \frac{2j - j_{step}}{j_{step}}, \quad \text{où } j = 0 \rightarrow j_{step}, \quad (4.25)$$

et pour la partie supérieure,

$$y = y_{step} + (y_{max} - y_{step}) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tanh(\eta_n \alpha_y)}{\alpha_y} \right), \quad (4.26)$$

$$\eta_n = \frac{2j - (j_{max} + j_{jstep})}{j_{max} - j_{step}}, \quad \text{où } j = j_{step} \rightarrow j_{max}. \quad (4.27)$$

Pour les deux régions,

$$\alpha_y = \tanh^{-1}(a_y), \quad (4.28)$$

où  $\alpha_y$  est le facteur régissant la densité locale du maillage. De plus, les dimensions  $y_{min}$ ,  $y_{step}$  et  $y_{max}$  sont telles qu'indiquées sur la figure 23 et  $j_{step} = \text{int}(j_{max}/3)$  où  $j_{max}$  est le nombre total de mailles selon la direction transversale. Aussi, pour correspondre au modèle de Denham et Patrick (1974), il faut imposer  $y_{step} = (y_{max} - y_{min})/3$ . Un maillage typique qui résulte de ces transformations est illustré à la figure 23 pour des valeurs de  $i_{max} = 600$  et  $j_{max} = 200$ .

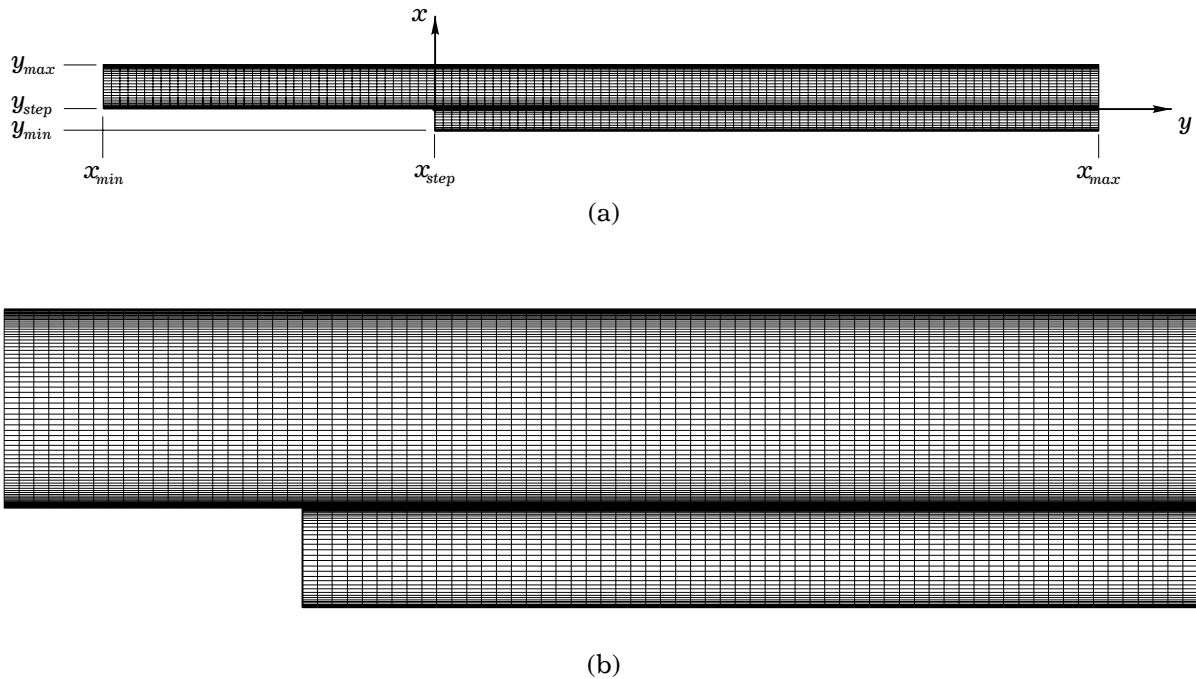


FIGURE 23 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle de la marche en régime permanent. L'illustration représente un maillage de 600 (selon  $x$ ) par 200 (selon  $y$ ). (a) Totalité du domaine de calcul où le cinquième des lignes de maillages sont présentées pour les deux directions. (b) Agrandissement de la région à proximité de la marche où la moitié des lignes de maillages sont présentées pour les deux directions.

### 4.3.2 Paramètres numériques

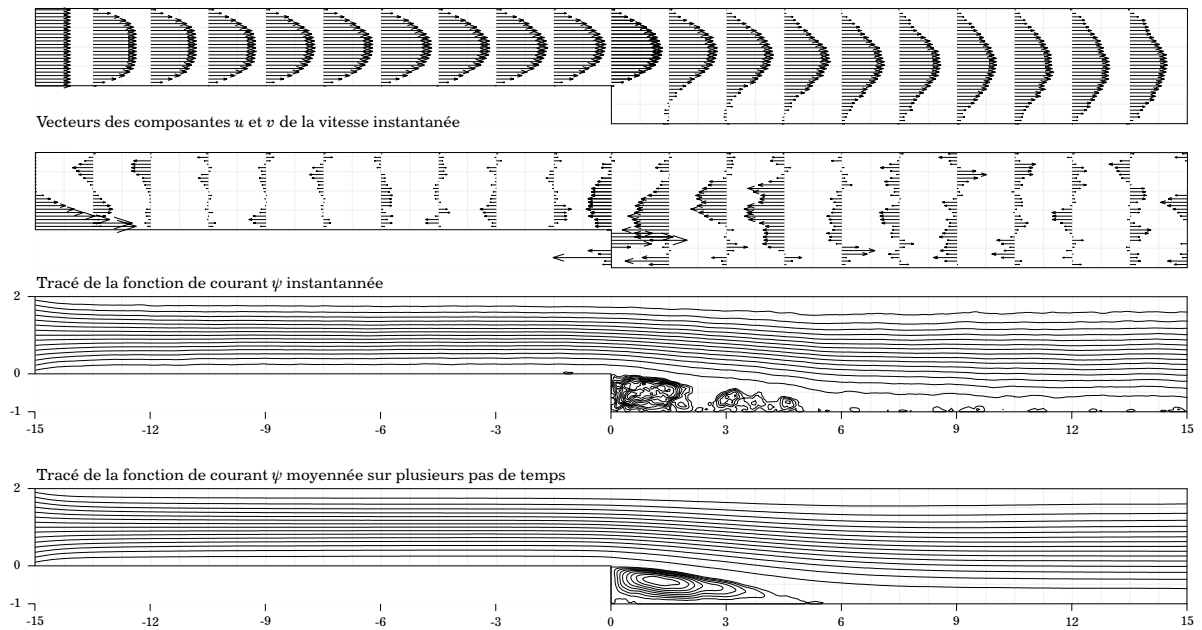
Les paramètres numériques utilisés pour obtenir les résultats présentés au § 4.3.3 sont (i) des valeurs de  $\Gamma_{opt} = 0.0003$  et  $n_{min} = 0$  pour les paramètres de génération, (ii) un pas de temps  $\Delta t = 0.30$  avec un schéma de convection du 1<sup>er</sup> ordre (Euler) et (iii) un maillage uniforme en  $x$  et non-uniforme en  $y$  composé de 300 par 200 cellules. Pour ces simulations, l'équation de Poisson a été résolue par la méthode ADI où la tolérance de convergence pour les valeurs de la fonction de courant  $\psi$  a été fixée à  $\varepsilon = 0.00005$ . Ces valeurs sont basées sur une étude de convergence de la méthode pour des écoulements en régime permanent (Savoie *et al.* 1994).

En comparant ces paramètres à ceux utilisés pour la marche instationnaire, il semble évident que la dynamique de l'écoulement ne sera pas reproduite fidèlement. Cependant, l'écoulement évolue et converge tout de même à la bonne solution en régime permanent. Ceci est un aspect important des méthodes vortex et témoigne de leur convergence et de leur robustesse en tant que méthodes de résolution instationnaires.

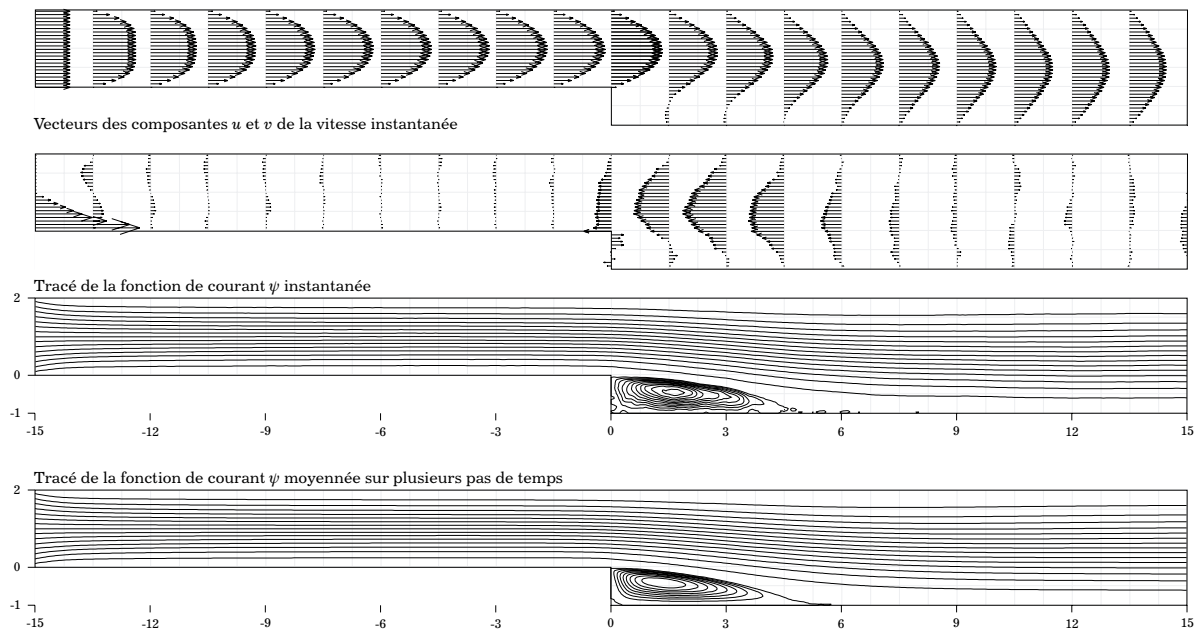
À titre d'exemple, considérons les deux simulations illustrées à la figure 24. Pour ces deux cas, les résultats ont été obtenus avec un maillage uniforme (dans les deux directions) composé de 600 par 100 cellules, un pas de temps  $\Delta t = 0.30$ , et le schéma d'Euler a servi pour effectuer la convection des éléments. Pour le cas illustré à la figure 24a,  $\Gamma_{opt} = 0.00150$  tandis que pour le cas illustré à la figure 24b,  $\Gamma_{opt} = 0.00015$ . Dans les deux cas,  $n_{min} = 0$ . En comparant les tracés des vecteurs vitesse instantanés et ceux de la fonction de courant instantanée, on constate que le cas supérieur exhibe des fluctuations excessives pour les variables du champ d'écoulement. En effet, les paramètres numériques font en sorte que les tracés instantanés sont plus fidèles à la réalité pour le cas inférieur. Par contre, la comparaison des tracés moyens de la fonction de courant révèle que les deux cas prédisent le même comportement si on se base sur l'allure de la zone de recirculation. C'est donc dire qu'en effectuant la moyenne de champs instantanés, les fluctuations causées par des paramètres numériques grossiers se dissimulent pour en arriver à une représentation fidèle à la réalité.

### 4.3.3 Résultats et discussions

Les résultats de simulations numériques en régime permanent sont présentés à la figure 25 où des comparaisons sont faites pour la composante longitudinale de la vitesse entre nos prédictions numériques (lignes pleines) et les résultats expérimentaux de Denham et Patrick (1974, cercles vides). Les simulations ont été effectuées pour quatre valeurs du nombre de Reynolds en régime laminaire ( $Re = 73, 125, 191$  et  $229$ ).



(a)



(b)

FIGURE 24 : Comparaison de deux simulations en considérant (i) un maillage uniforme (dans les deux directions) composé de 600 par 100 cellules, (ii) un pas de temps  $\Delta t = 0.30$  et (iii) le schéma d'Euler pour effectuer la convection des éléments. (a)  $\Gamma_{opt} = 0.00150$ ,  $n_{min} = 0$ . (b)  $\Gamma_{opt} = 0.00015$ ,  $n_{min} = 0$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

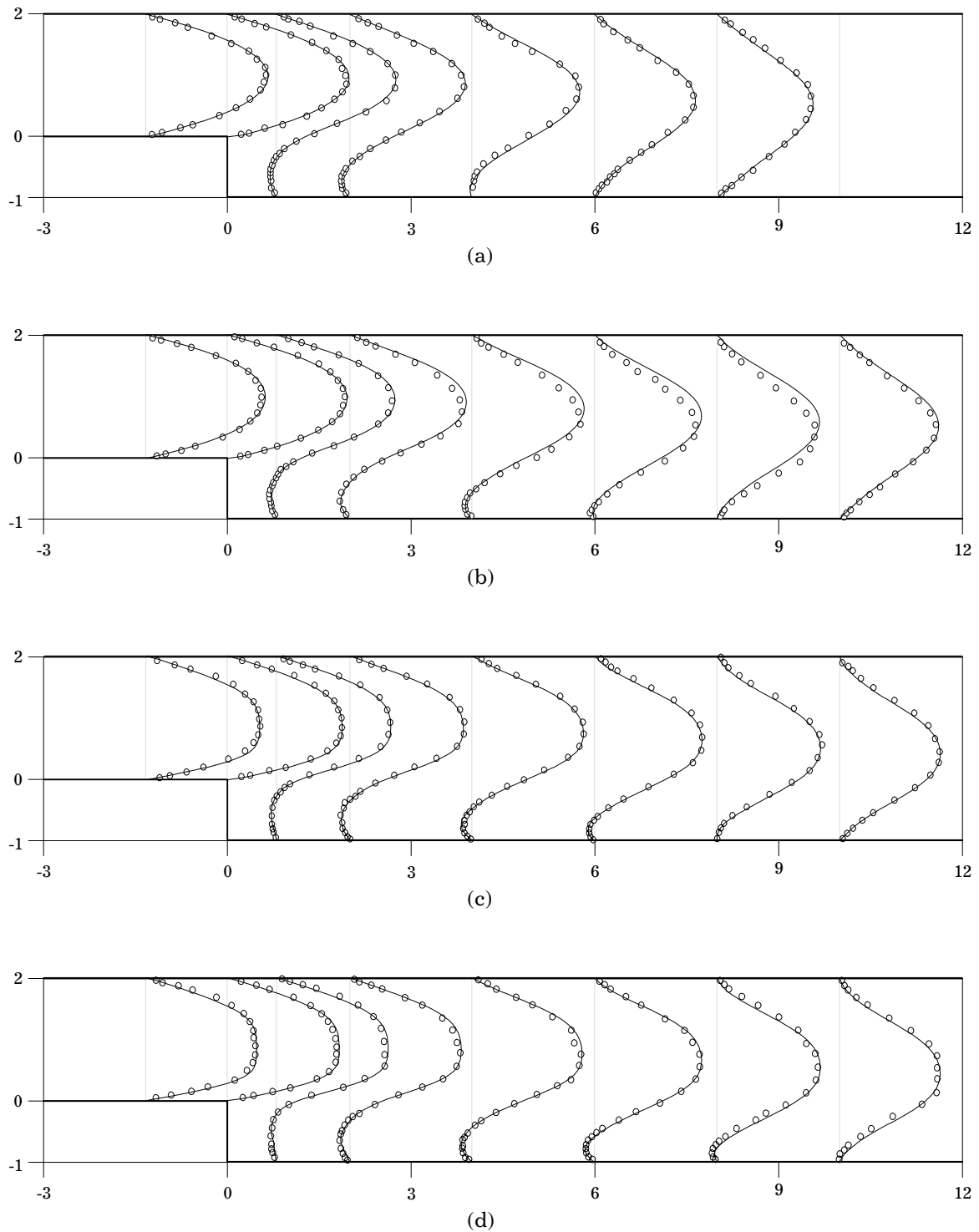


FIGURE 25 : Comparaison des profils de la composante longitudinale de la vitesse ( $u$ ) pour l'écoulement sur le modèle de la marche en régime permanent. Les lignes pleines représentent les résultats de nos simulations numériques et les cercles vides représentent les résultats expérimentaux de Denham et Patrick (1974). (a)  $Re = 73$ . (b)  $Re = 125$ . (c)  $Re = 191$ . (d)  $Re = 229$ .

Globalement, les prédictions numériques se comparent très bien aux mesures expérimentales. Pour le tracé de la figure 25b, les différences entre la prédiction et les valeurs expérimentales pourraient être attribuées à des erreurs expérimentales (Ghoniem et Gagnon 1987). Pour les tracés présentés aux figures 25c et 25d, l'écoulement à l'intérieur du canal d'entrée a été modifié pour mieux approcher les profils de vitesses non-symétriques obtenus par Denham et Patrick (1974). Ces auteurs ont attribué l'asymétrie du profil à la forme globale du canal d'entrée en amont de la marche. Du point de vue numérique, une meilleure approximation au profil de vitesse à l'endroit de la marche permet d'obtenir des résultats numériques plus conformes aux résultats expérimentaux pour la région en aval de la marche (Savoie *et al.* 1994).

En ce qui concerne la longueur de la zone de recirculation, les comparaisons sont tout aussi impressionnantes. À la figure 26, nos résultats numériques sont comparés aux résultats provenant de divers travaux, incluant ceux de Denham et Patrick (1974).

L'ensemble de ces résultats démontrent sans aucun doute que la méthode est très bien adaptée à la résolution d'écoulements en régime permanent, même si elle est essentiellement à nature instationnaire. D'ailleurs, des écoulements en régime permanent seront traités davantage au prochain chapitre, avec des écoulements en régime instationnaire, pour un modèle qui représente les cavités sur les ailes de papillons.

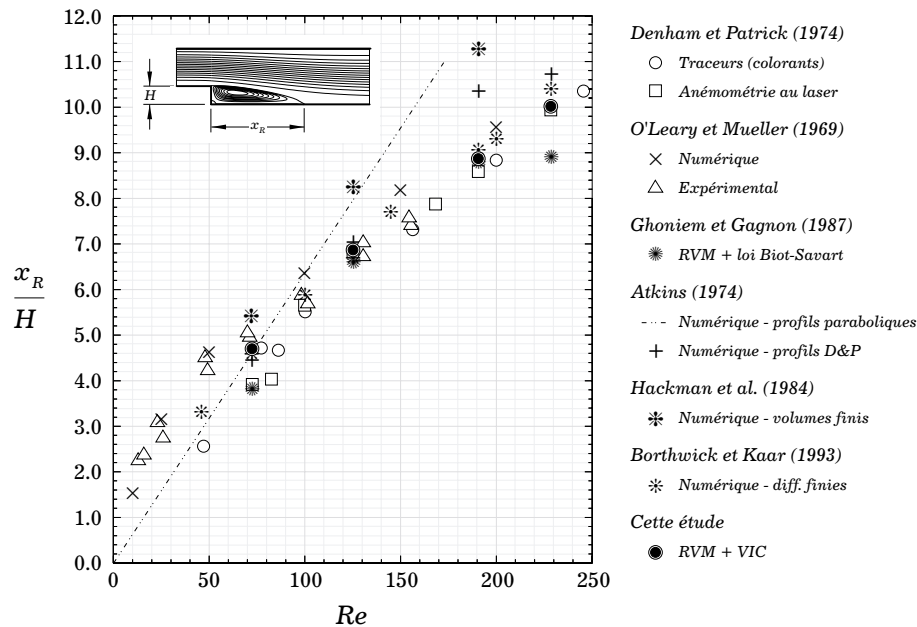


FIGURE 26 : Comparaison de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour le modèle de la marche en régime permanent. Les résultats numériques sont comparés aux résultats provenant de divers travaux expérimentaux et numériques.

## 5.1 Introduction

Il est reconnu que la nature évolue de façon optimale. En ce qui concerne le papillon en vol plané (aucun battement des ailes), Nachtigall (1974) fait l'observation : « *The performance of the butterfly is nearly the best which is theoretically possible for a machine of its size. Nature has constructed an almost perfect glider.* »

Souvent, en mécanique des fluides, la constatation de phénomènes naturels mène à des idées pour améliorer ou concevoir des appareils ou mécanismes technologiques utiles. Dans ce sens, le vol des insectes est un phénomène fascinant qui a attiré l'attention de plusieurs chercheurs dans plusieurs disciplines de la science. Quoique la construction mécanique des ailes et la production de puissance par les muscles de l'aile sont des domaines de recherche qui préoccupent les zoologistes, les travaux originaux de Weis-Fogh (1956), Bennett (1966) et Nachtigall (1967, 1974) fournissent une base pour la compréhension des aspects dynamique et aérodynamique associés au vol des insectes. Dans ces ouvrages, des tunnels à vent furent construits afin de visualiser le mouvement des ailes d'insectes et de mesurer les forces moyennes appliquées par l'insecte sur son milieu environnant (le fluide). Plus récemment, Maxworthy (1981) a présenté une revue et une description des aspects de la mécanique des fluides qui se rattachent au vol des insectes.

Les papillons forment un important groupe d'insectes appelé *Lepidoptera*, des mots grecques pour « écaille » et « aile ». Les couleurs variées des ailes de papillons servent plusieurs fonctions. En plus d'avoir la fonction d'attirer les papillons du sexe opposé, la couleur des écailles sur les ailes de papillons est utilisée soit à des fins de camouflage ou soit pour imiter d'autres espèces qui ne sont pas convoitées par leurs prédateurs. La couleur des ailes du papillon est aussi un facteur important dans son système de thermorégulation (Kingsolver 1985). Du point de vue morphologique, les ailes de papillons sont constituées d'une membrane flexible qui est supportée par des nervures relativement rigides. Sur la membrane sont fixées des milliers d'écailles disposées en forme de bardeaux (voir la figure 27). Notons qu'en examinant le gros plan du papillon sur la figure 27, il n'est pas possible, à première vue, de déterminer la source des différentes couleurs sur l'aile. C'est en observant les écailles qu'il est possible de déterminer que la couleur des ailes est due à la pigmentation des écailles.



FIGURE 27 : Photo du papillon de nuit *Papilio glaucus canadensis*. À droite, un agrandissement typique de la surface de l'aile du papillon démontre la présence des écailles.

Le battement de l'aile d'un insecte est un mouvement complexe qui engendre des forces de portance et de traînée. Cependant, les caractéristiques du vol plané de l'insecte sont mieux connues que les caractéristiques du vol associées au battement des ailes puisque le premier se rapproche au vol d'un profil classique d'avion. Dans ce chapitre, nous nous intéressons au vol plané du papillon en effectuant des simulations de l'écoulement au-dessus d'un modèle représentant les cavités qui résultent de l'arrangement des écailles en forme de bardeaux sur ses ailes.

L'intérêt de cette étude se fonde sur les travaux expérimentaux de Nachtigall (1967) où les forces de portance et de traînée furent mesurées sur un papillon de nuit, l'*Agrotis*. Les mesures furent effectuées sur un papillon de taille moyenne en étalant ses ailes en position de vol plané. Après avoir enlever les écailles sur la partie avant du dessus de l'aile, les mesures furent répétées. Nachtigall (1967) observa (i) que l'aile intacte produisait une plus grande portance que l'aile dépourvue d'écailles et (ii) que les forces de traînée étaient pratiquement les mêmes dans les deux cas. Ces observations impliquent sans équivoque que les écailles ont comme effet d'augmenter la portance de l'aile, et donc du papillon (voir la figure 28).

En relation plus étroite à la mécanique des fluides, Tavoularis *et al.* (1985) ont étudié l'écoulement d'un fluide en utilisant un modèle constitué d'un ensemble de cavités triangulaires asymétriques qui représentaient la structure des écailles sur le dessus des ailes de papillons. Ces auteurs ont effectué des visualisations d'écoulement en régime permanent sur toute une gamme de valeurs du nombre de Reynolds (les observations ont été effectuées dans la troisième cavité en aval de la section d'entrée). Entre autres, à faibles valeurs du nombre de Reynolds, ils ont observé l'existence d'une zone de recirculation stationnaire dans le coin inférieur gauche de la cavité. Ils ont

aussi résolu numériquement l'écoulement de Stokes (écoulement rampant ou *creeping flow*) à l'intérieur de la cavité. En utilisant le même modèle, Chebbi et Tavoularis (1990) ont effectué des mesures de vitesses par anémométrie laser pour deux valeurs du nombre de Reynolds. Un des objectifs visé par ces deux études était d'expliquer les mécanismes responsables de l'augmentation de portance attribuée aux écailles sur la surface supérieure des ailes de papillons. Ces mécanismes n'ont cependant pas pu être précisément identifiés à cause de limitations expérimentales.

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats de simulations numériques effectuées en utilisant un modèle simplifié de celui utilisé par Tavoularis *et al.* (1985) et par Chebbi et Tavoularis (1990). Les résultats des simulations seront analysés et comparés aux résultats présentés par ces auteurs. L'objectif à long terme des travaux partiels présentés ici est d'expliquer l'augmentation de la portance d'une aile de papillon en présence d'écailles.

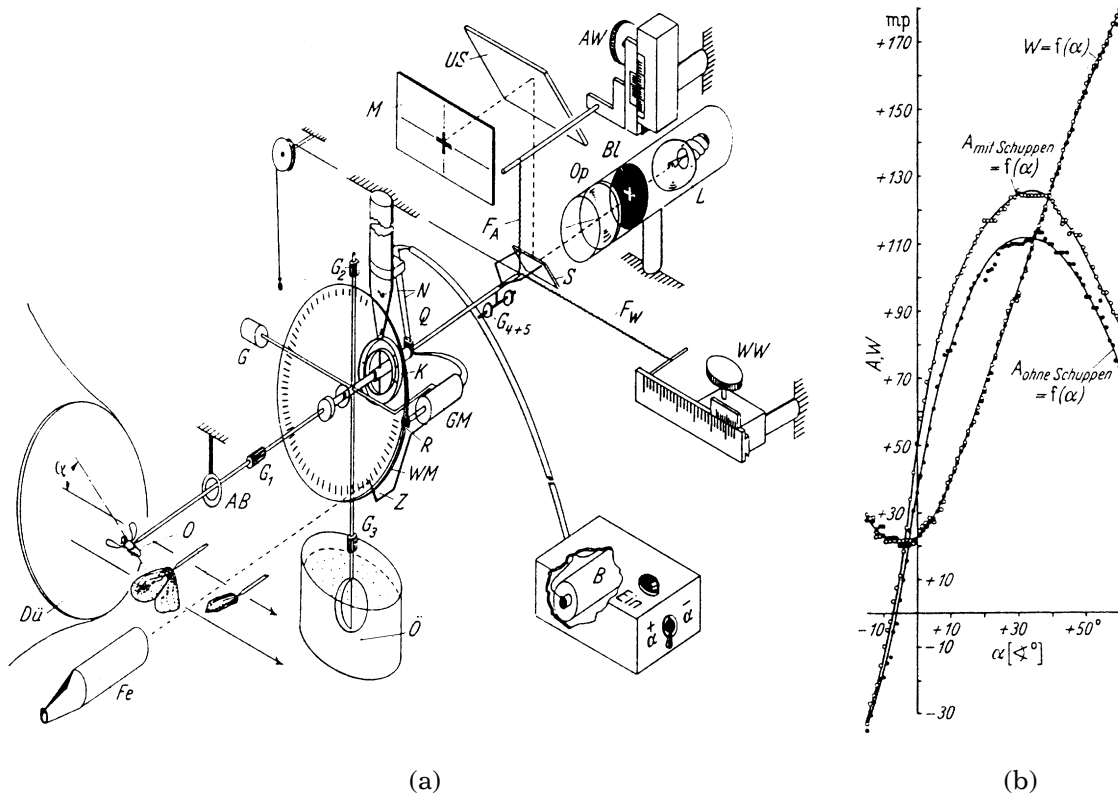


FIGURE 28 : Résultats partiels de l'expérience de Nachtigall (1967). (a) Schéma expérimental utilisé pour obtenir les résultats. (b) Tracé des forces de portance ( $A$ ) et de traînée ( $W$ ) en fonction de l'angle d'attaque ( $\alpha$ ) de l'aile du papillon. Les cercles vides représentent les grandeurs des forces pour l'aile intacte et les cercles pleins représentent les grandeurs des forces pour l'aile dépourvue d'écailles. On observe que la force de portance est plus grande sur l'aile intacte que sur l'aile dépourvue d'écailles et que dans les deux cas la force de traînée est pratiquement équivalente.

Les figures sont tirées de Nachtigall (1967).



## 5.2 Description du modèle

La géométrie du modèle utilisé pour effectuer les simulations est présentée à la figure 29. Le modèle représente une cavité qui résulte de l'arrangement des écailles en forme de bardeaux sur l'aile d'un papillon. La paroi verticale représente le bout d'une écaille tandis que la paroi inclinée inférieure représente le dessus d'une écaille avoisinante. Le rapport de la longueur horizontale à la hauteur verticale du modèle ( $5.72$  à  $1$ ) a été choisie pour correspondre au modèle expérimental de Tavoularis *et al.* (1985), modèle qui est lui-même basé sur des mesures réelles d'écailles d'ailes.

Pour notre modèle, la vitesse et la longueur de référence qui définissent le nombre de Reynolds sont respectivement la vitesse de l'écoulement libre à la frontière supérieure du domaine et la hauteur de la paroi verticale.

**Conditions aux limites.** Sur les parois verticale et inclinée, les conditions usuelles d'adhérence et d'imperméabilité sont imposées. Sur la frontière supérieure, un écoulement à vitesse normalisée  $U$  est imposé ( $u = 1.0$ ). À l'entrée et à la sortie du modèle, on impose une condition de périodicité sur la fonction de courant  $\psi$  et la vorticit    $\omega$ . Cette derni  re condition implique que le mod  le repr  sente une cavit   parmi une infinit   de cavit  s successives, une condition qui est valid  e par le fait que les ailes de papillons sont constitu  es de milliers d'  cailles avoisinantes. L'application de cette condition est discut  e davantage plus loin dans ce paragraphe.

**Transformations de maillage.** D      la nature de la g  om  trie, et pour respecter les consid  rations   nonc  es au    2.2, on choisit pour ce mod  le des transformations o  

$$x = x(\xi) \quad \text{et} \quad y = y(\xi, \eta). \quad (5.1)$$

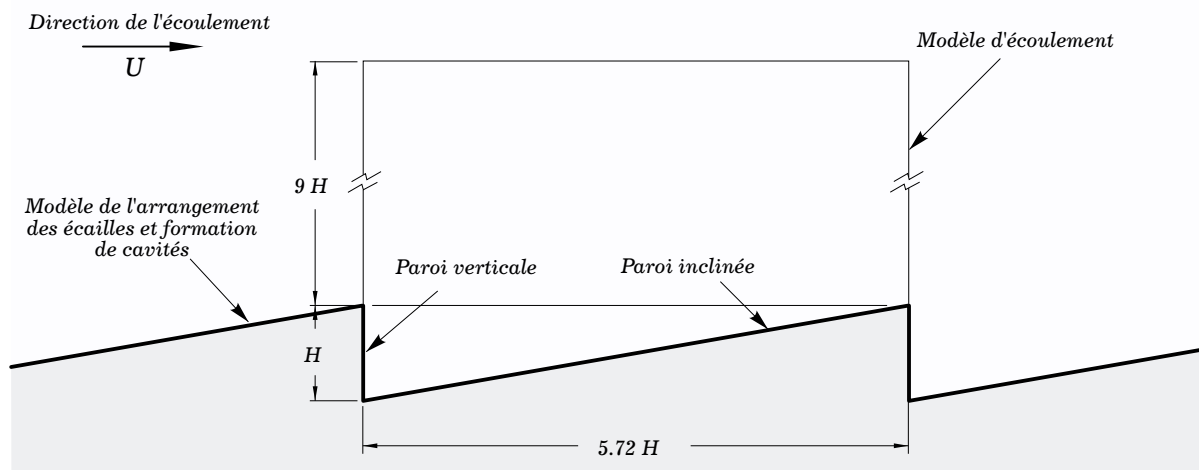


FIGURE 29 : G  om  trie du mod  le qui repr  sente l'arrangement des   cailles sur les ailes de papillon.

Puisque la coordonnée  $x$  ne dépend ici que d'une seule coordonnée généralisée ( $\xi$ ), les équations (2.14) à (2.18) se voient simplifiées. Par conséquent, le jacobien se simplifie à

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}, \quad (5.2)$$

et les paramètres  $a_1$  à  $a_4$  s'écrivent alors

$$a_1 = \frac{1}{x_\xi}, \quad a_2 = -\frac{1}{x_\xi} \frac{y_\xi}{y_\eta}, \quad a_3 = 0 \quad \text{et} \quad a_4 = \frac{1}{y_\eta} \quad (5.3)$$

où les indices  $\xi$  et  $\eta$  impliquent des dérivations partielles. En utilisant l'équation (5.3) avec (2.16), l'équation de Poisson (2.17) simplifiée peut s'écrire

$$a_1^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + 2a_1 a_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + (a_2^2 + a_4^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + (a_1 \frac{\partial a_1}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial a_1}{\partial \eta}) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + (a_1 \frac{\partial a_2}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial a_2}{\partial \eta} + a_4 \frac{\partial a_4}{\partial \eta}) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -\omega. \quad (5.4)$$

Cette forme de l'équation de Poisson, en conjonction avec l'algorithme VIC, sera utilisée pour le modèle des cavités afin de déterminer le champ de la fonction de courant  $\psi$ . Pour ce modèle, l'évaluation des vitesses se fait par les expressions

$$u = a_4 \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad \text{et} \quad v = -(a_1 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + a_2 \frac{\partial \psi}{\partial \eta}) = -a_1 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{y_\xi}{x_\xi} u. \quad (5.5)$$

Comme pour les modèles précédents (voir le chapitre 4), des transformations algébriques ont été utilisées pour générer le maillage utilisé dans la résolution de l'écoulement. Selon la direction longitudinale ( $x$ ), les équations de transformation sont

$$x = x_{min} + \frac{1}{2}(x_{max} - x_{min}) \left(1 + \frac{\tanh(\xi \alpha_x)}{\alpha_x}\right), \quad (5.6)$$

$$\xi = \frac{2i - i_{max}}{i_{max}}, \quad \text{où } i = 0 \rightarrow i_{max}, \quad (5.7)$$

et

$$\alpha_x = \tanh^{-1}(\alpha_x), \quad (5.8)$$

où  $\alpha_x$  est le facteur régissant la densité locale du maillage,  $x_{min}$  et  $x_{max}$  sont tels qu'indiqués sur la figure 30 et  $i_{max}$  est le nombre total de mailles selon la direction transversale.

Comme pour le modèle de la marche, le domaine de calcul dans la direction transversale ( $y$ ) est divisé en deux régions : la région au-dessus de la paroi verticale et la région en dessous du coin supérieur de cette paroi.

Pour la région inférieure, les transformations sont

$$y = y_{MIN} + \frac{1}{2}(y_{step} - y_{min}) \left(1 + \frac{\tanh(\eta_s \alpha_y)}{\alpha_y}\right) F_y, \quad (5.9)$$

$$\eta_s = \frac{2j - j_{step}}{j_{step}}, \quad \text{où } j = 0 \rightarrow j_{step}, \quad (5.10)$$

avec

$$y_{MIN} = y_{min} + (y_{step} - y_{min}) \left(\frac{1 + \xi}{2}\right), \quad (5.11)$$

$$\alpha_y = \tanh^{-1}(a_y), \quad (5.12)$$

et

$$F_y = 1 - \left(\frac{y_{step} - y_{min}}{y_{max} - y_{min}}\right) \left(\frac{1 + \xi}{2}\right), \quad (5.13)$$

où  $a_y$  est le facteur régissant la densité locale du maillage,  $y_{min}$ ,  $y_{step}$  et  $y_{max}$  sont tels qu'indiqués sur la figure 30 et  $j_{step} = j_{max} / 2$  où  $j_{max}$  est le nombre total de mailles selon la direction transversale. Dans ces équations,  $y_{MIN}$  représente l'équation de la droite pour la paroi inclinée et  $F_y$  est un rapport de hauteur locale.

Pour la région supérieure du domaine de calcul, les transformations sont

$$y = y_{ns} + b_y (e^{\eta_n c_y} - 1) F_y, \quad (5.14)$$

avec

$$\eta_n = \frac{j - j_{step}}{j_{max} - j_{step}}, \quad \text{où } j = j_{step} \rightarrow j_{max}, \quad (5.15)$$

et

$$y_{ns} = y_{step} + (y_{step} - y_{min}) \left(\frac{y_{max} - y_{step}}{y_{max} - y_{min}}\right) \left(\frac{1 + \xi}{2}\right), \quad (5.16)$$

où  $y_{ns}$  représente l'équation de la droite qui sépare les régions inférieure et supérieure du domaine de calcul.

Comme pour le modèle de la marche,  $b_y$  et  $c_y$  sont choisis pour assurer (i) la continuité entre les transformations de maillage pour les parties inférieure et supérieure du domaine et (ii) que  $y = y_{max}$  lorsque  $j = j_{max}$ . Pour ce faire, on résout d'abord l'équation (3.17) pour  $c_y$  et ensuite l'équation (3.18) pour  $b_y$  :

$$\frac{e^{c_y} - 1}{e^{(c_y/(j_{max}-j_{step}))} - 1} = \frac{y_{max} - y_{step}}{y_{step} - y_{0,j_{step}-1}} \quad (3.17)$$

et

$$b_y = \frac{y_{max} - y_{step}}{e^{c_y} - 1} \quad (5.18)$$

où, encore ici,  $b_y$  et  $c_y$  sont des facteurs qui régissent la densité locale du maillage.

Le maillage qui résulte de ces transformations est illustré à la figure 30 pour des valeurs de  $i_{max} = 400$ ,  $j_{step} = 100$  et  $j_{max} = 200$  (où la moitié des lignes de maillage sont présentées).

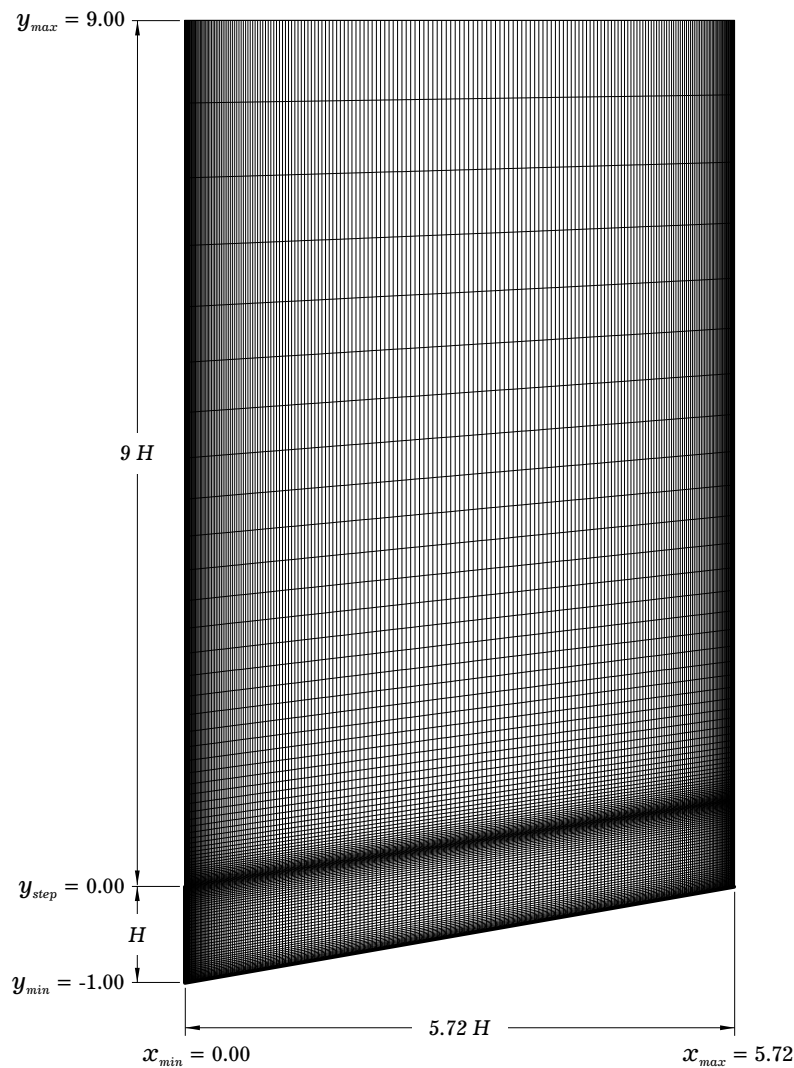


FIGURE 30 : Illustration d'un maillage typique pour le modèle des écailles de papillon. L'illustration représente un maillage de 400 (selon  $x$ ) par 200 (selon  $y$ ) où la moitié des lignes de maillage sont présentées pour les deux directions.

**Application de la condition de périodicité.** Une des différences majeures entre ce modèle et les précédents est la nature des conditions aux limites à l'entrée et à la sortie. L'application de la condition de périodicité implique qu'on modélise l'écoulement à l'intérieur d'une cavité parmi une infinité de cavités identiques. Pour accomplir ceci, les éléments qui sont transportés à travers la section de sortie sont simplement ré-injectés à l'entrée sachant que toutes les cavités sont identiques et que la section de sortie de l'une est la section d'entrée de la subséquente.

Numériquement, la condition s'applique en supposant que les valeurs de la fonction de courant  $\psi(x, y, t)$  et de la vorticité  $\omega(x, y, t)$  sont égales aux sections d'entrée et de sortie. Par cons equent, les équations discr etes d'une seule de ces sections sera utilisée pour r esoudre l' equation de Poisson. Supposons que la section de sortie est utilisée à cette fin et consid erons les implications.

D u à l'existence d'une cavit e identique en aval de celle de notre mod ele, la circulation qui est attribuée à la section d'entrée de notre mod ele par les  l ements concernées en aval doit être égale à la circulation des  l ements qui est attribuée à la section de sortie de notre mod ele par les  l ements concernées de la cavit e subs equente. En supposant la similitude des cavit es, la circulation attribuée aux n euds de maillage à la section d'entrée (par les  l ements en aval de celle-ci) est donc ajoutée à la circulation attribuée aux n euds de maillage à la section de sortie (par les  l ements en amont de celle-ci). Puisque les n euds de mailles à l'entrée et la sortie ne co incident pas (d u aux transformations de maillage), l'ajout se fait par interpolation lin eaire : l'implication est que  $\Gamma_{0,j} \neq \Gamma_{i_{max},j}$  m eme si  $\Gamma(x_{min}, y, t) = \Gamma(x_{max}, y, t)$ .

 tant donnée que  $\psi(x_{min}, y, t) = \psi(x_{max}, y, t)$  et que  $\psi(x_{min} + \Delta x, y, t) = \psi(x_{max} + \Delta x, y, t)$ , nous évaluons les valeurs  $\psi_{0,j}$  et  $\psi_{i_{max}+1,j}$  (pour  $j = 0$  à  $j_{max}$ ) en interpolant, respectivement, les valeurs appropriées de  $\psi_{i_{max},j}$  et  $\psi_{1,j}$ . Connaissant la vorticit e à la sortie  $\omega_{i_{max},j}$  (  partir de la circulation  $\Gamma_{i_{max},j}$ ), il est alors possible de r esoudre l' equation de Poisson ( equation (5.4)), i.e. il est possible d'évaluer les valeurs  $\psi_{i,j}$  (pour  $i = 1$     $i_{max}$  et  $j = 0$  à  $j_{max}$ ). Donc m eme si  $\psi(x_{min}, y, t) = \psi(x_{max}, y, t)$ , il importe de noter que  $\psi_{0,j} \neq \psi_{i_{max},j}$  et que les valeurs  $\psi_{0,j}$  et  $\psi_{i_{max},j}$  (pour  $j = 0$  à  $j_{max}$ ) doivent être mises à jour à chaque it eration de la r esolution de l' equation de Poisson.

Une autre implication d'invoquer la condition de p eriodicit e est que la dur ee des simulations est limit ee par les ressources informatiques. En effet, puisque les  l ements ne quittent jamais le domaine de calcul, le nombre d' l ements ne plafonne jamais. Donc, si des simulations de longue dur ee sont envisag ees, il serait pr ef erable d'invoquer des algorithmes d'agglom eration d' l ements pour ne pas compromettre la pr ecision voulue des param etres de g en eration (voir par exemple Chang et Chern 1991a, b). Pour les r esultats pr esent es ici, aucun contr ole n'a  t e requis pour limiter le nombre d' l ements.

### 5.3 Paramètres numériques

Pour le présent modèle, par comparaison aux modèles précédents (i.e. ceux de la marche en régime instationnaire et de la marche en régime permanent), de plus petites valeurs du nombre de Reynolds sont considérées. C'est-à-dire qu'en plus de considérer des valeurs de l'ordre de  $10^2$  (100 et 624), on considère des valeurs du nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^0$  (0.62, 1.00 et 3.30) pour correspondre aux travaux expérimentaux de Tavoularis *et al.* (1985).

On peut ainsi se poser la question à savoir si l'étude de convergence présentée au chapitre 3 est valable pour des valeurs si faibles du nombre de Reynolds. Pour répondre à cette question, considérons l'équation du transport de la vorticité ( quation (2.7)). Cette équation est r solv e en deux étapes ( quations (2.26) et (2.27), cf. § 2.2) en appliquant l'OST (Chorin 1973). L'application de l'OST implique qu'on adopte l'hypothèse que l'équation (2.7) est linéaire en  $\omega$  (i.e. la vitesse et la vorticité sont deux quantités physiques indépendantes). Ceci n'est en fait pas le cas puisque la vorticité est définie à partir de la vitesse : cependant, d  à la nature de la méthode de résolution, la vitesse et la vorticité peuvent être considérées comme des quantités pseudo-indépendantes.

Il s'agit donc de vérifier que l'OST demeure une représentation juste des équations de Navier-Stokes face à l'hypothèse de linéarité. Ceci a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches durant les dernières années (voir les références citées au chapitre 1) mais d  à la complexité du problème en présence de parois solides, il n'existe encore aucune preuve théorique rigoureuse qui démontre que la RVM converge vers les équations de Navier-Stokes (Scolan et Faltinsen 1994). Il existe cependant de telles preuves de convergence pour des modèles d'écoulement dépourvus de parois solides (i.e. l'écoulement est considéré sans frontières). En absence de parois solides, et sans considérer l'algorithme VIC, Beale et Majda (1981) ont démontré que les équations qui résultent en appliquant l'OST (les équations (2.26) et (2.27)) convergent vers les équations de Navier-Stokes ( quations (2.2))   un taux qui varie avec  $\Delta t/Re$ . Quoique cette preuve ne s'applique pas intégralement à la méthode de résolution complète utilisée ici (puisque l'algorithme VIC est utilisé et des parois solides avec génération de vorticité sont considérées), elle peut tout de même servir comme borne de repère. Ainsi, en se basant sur ce critère de convergence, l'équivalence des résultats en termes de leur précision ne sera obtenue que si on diminue l'ordre de grandeur du pas de temps  $\Delta t$  pour correspondre à la diminution de l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds  $Re$ .

Nous avons noté au chapitre 3 que les résultats étaient convergés pour un pas de temps  $\Delta t = 0.50$  lorsque le schéma du 4<sup> me</sup> ordre de type Runge-Kutta était utilisé (pour un nombre de Reynolds d'ordre  $10^2$ , voir la figure 5). Puisqu'ici certaines des simulations sont effectuées pour des valeurs

du nombre de Reynolds d'ordre  $10^0$ , les considérations relatives à la convergence de la méthode nous amènent à utiliser une grandeur de pas de temps qui se situe aux alentours de  $\Delta t = 0.005$ . De plus,  $\Delta t$  étant si petit, on peut s'attendre que les schémas de convection d'ordre 2 seront adéquats pour obtenir des résultats convergés. Pour clarifier ces observations, des tracés de la fonction de courant sont présentés à la figure 31 où différentes grandeurs du pas de temps et deux schémas de convection sont considérés. Ces tracés représentent des écoulements sur le modèle des cavités où  $Re = 1.0$ . Les moyennes ont été effectuées autour de temps où le régime permanent n'a pas encore été atteint (sauf que l'écoulement présenté diffère très peu de celui en régime permanent). En comparant les tracés des figures 31a à 31h, on observe premièrement que le schéma de convection a très peu d'influence sur la solution (figures 31f et 31g) et deuxièmement que les résultats sont relativement bien convergés pour un pas de temps  $\Delta t = 0.005$  (figures 31f à 31h).

Suite à ces observations, nous avons choisi un pas de temps  $\Delta t = 0.005$  et un schéma du 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth pour effectuer les simulations lorsque de très faibles valeurs du nombre de Reynolds sont considérées (0.62, 1.00 et 3.30). Pour ces écoulements, des valeurs  $\Gamma_{opt} = 0.00002$  et  $n_{min} = 5$  ont servi pour générer les éléments aux parois. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds (100 et 624), le choix des paramètres numériques est basé sur l'étude de convergence présentée au chapitre 3. Pour ces écoulements,  $\Delta t = 0.25$ ,  $n_{min} = 5$ ,  $\Gamma_{opt} = 0.00005$  et le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta ont été utilisés pour obtenir les résultats présentés au § 5.4.

Pour toute la gamme des valeurs du nombre de Reynolds considérée dans cette étude, les résultats ne se sont pas révélés sensibles aux différents maillages ( $200 \leq i_{max} \leq 1000$  et  $100 \leq j_{max} \leq 400$ ) évalués. Ainsi, un maillage de  $400 \times 200$  avec des paramètres de densité  $\alpha_x = 0.90$  et  $\alpha_y = 0.90$  a été utilisé. La méthode Gauss-Seidel avec SOR a servie pour résoudre l'équation de Poisson.

## 5.4 Résultats et discussions

Afin de pouvoir comparer nos résultats numériques aux résultats expérimentaux de Tavoularis *et al.* (1985) et Chebbi et Tavoularis (1990), des simulations numériques ont été effectuées pour les valeurs du nombre de Reynolds  $Re = 0.62, 1.00, 3.30, 100$  et  $624$ . Il importe de noter que les mesures expérimentales présentées par Tavoularis *et al.* (1985) et Chebbi et Tavoularis (1990) furent effectuées dans la troisième cavité d'un montage expérimental composé de trois cavités successives, tandis que nous imposons une condition de périodicité sur les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie dans l'algorithme numérique, simulant ainsi une infinité de cavités successives. Suite à l'application de cette condition, les écoulements n'atteindront jamais le régime

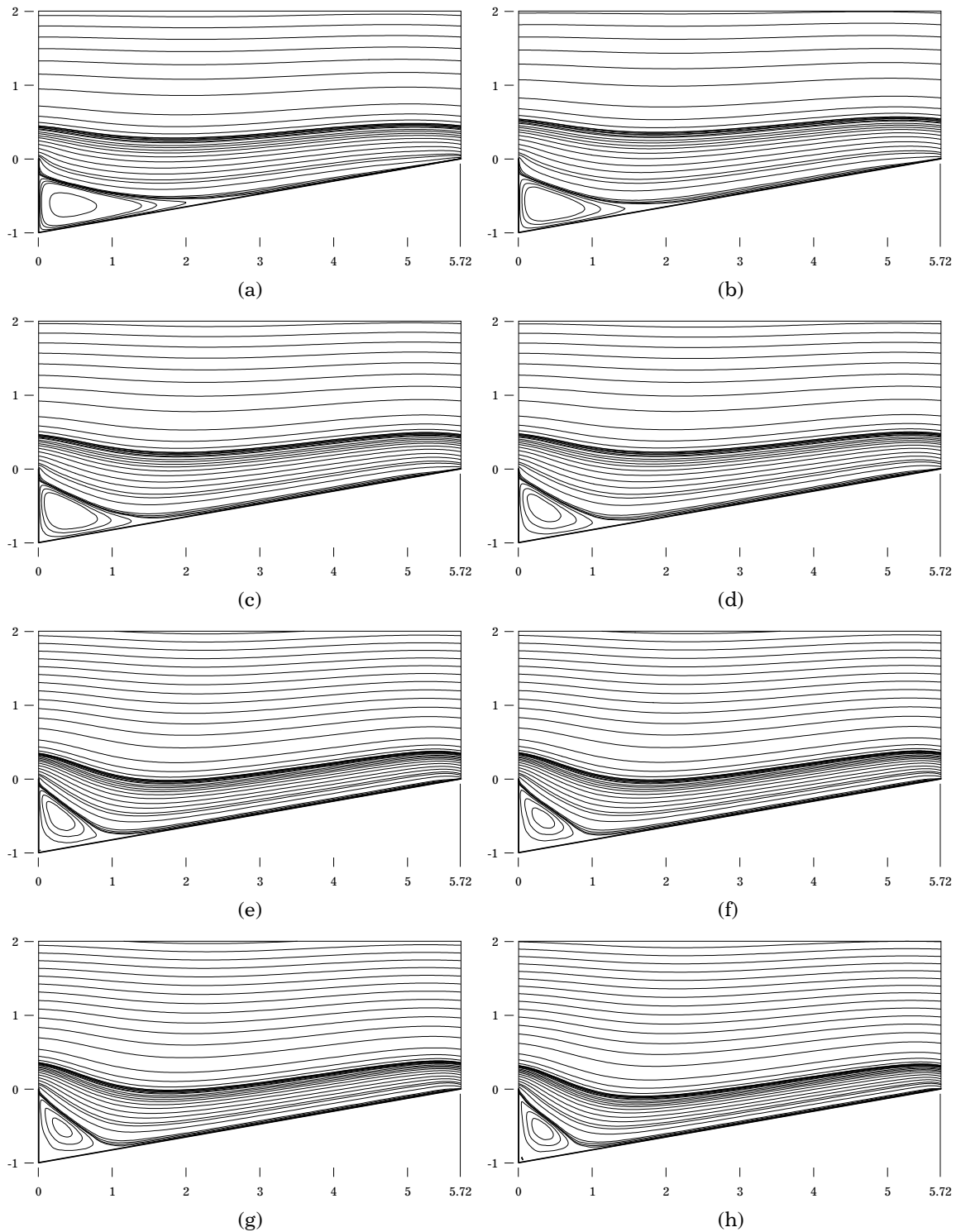


FIGURE 31 : Tracés de la fonction de courant  $\psi$  pour différentes valeurs du pas de temps et deux schémas de convection. Les tracés représentent un écoulement qui tend vers le régime permanent pour  $Re = 1.00$ . Le schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta a servi pour obtenir les tracés des figures (a) à (f) et celui du 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth a servi pour obtenir les tracés des figures (g) et (h). (a)  $\Delta t = 0.2500$ . (b)  $\Delta t = 0.1000$ . (c)  $\Delta t = 0.0500$ . (d)  $\Delta t = 0.0250$ . (e)  $\Delta t = 0.0100$ . (f)  $\Delta t = 0.0050$ . (g)  $\Delta t = 0.0050$ . (h)  $\Delta t = 0.0025$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)



permanent parce que la couche limite à la section d'entrée du modèle est en évolution continue. Cependant, étant donné que près des parois solides la couche limite n'évolue pas de façon significative après un certain laps de temps, les caractéristiques de l'écoulement demeurent pratiquement inchangées et nous considérons que le régime permanent est effectivement atteint.

Avec ces considérations, et surtout en tenant compte de l'évolution de la couche limite à la section d'entrée, les temps de simulation numériques doivent être limités à l'écoulement débutant pour que les résultats soient équivalents entre l'étude expérimentale et la présente étude. Ceci est pour assurer que seuls les éléments de vorticités qui proviennent des deux cavités en amont atteignent la cavité d'intérêt (puisque le modèle expérimental ne possède que deux cavités en amont de celle où les mesures sont prises).

**Très faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 0.62, 1.00, 3.30$ ).** Considérons premièrement l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 1.00$ . À la figure 32 sont présentés (a) un tracé de la fonction de courant instantanée ( $\psi$ ) après que le régime permanent est atteint, (b) un tracé de la fonction de courant moyennée sur plusieurs pas de temps (après que le régime permanent est atteint) et (c) un tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) qui correspond au tracé de la figure 32b.

Pour de telles valeurs du nombre de Reynolds, l'écoulement atteint le régime permanent en un laps de temps relativement court, tel qu'illustré à la figure 33. De plus, la zone de recirculation n'est composée que d'une seule région de vorticités située dans le coin inférieur de la cavité pour la durée totale de la simulation. Après que le régime permanent est atteint, la zone de recirculation est stationnaire et oscille autour de sa position d'équilibre.

Les résultats de simulations sont très similaires pour les écoulements où  $Re = 0.62$  et  $3.30$  et ne sont donc pas présentés ici.

**Faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 100$ ).** Les résultats de simulations numériques sont présentés aux figures 34 et 35 pour un écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 100$ . À la figure 34 sont présentés (a) un tracé de la fonction de courant instantanée ( $\psi$ ), (b) un tracé de la fonction de courant moyennée sur plusieurs pas de temps et (c) un tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) qui correspond au tracé de la figure 34b. À la figure 35, l'évolution de l'écoulement vers le régime permanent est présentée sous forme de tracés de la fonction de courant instantanée.

Dans les phases préliminaires du développement ( $t < 1.0$ ), les caractéristiques de l'écoulement sont similaires à celles décrites pour le modèle de la marche en régime instationnaire i.e. l'écoulement se détache au coin supérieur de la marche et se rattache sur la paroi verticale pour résulter

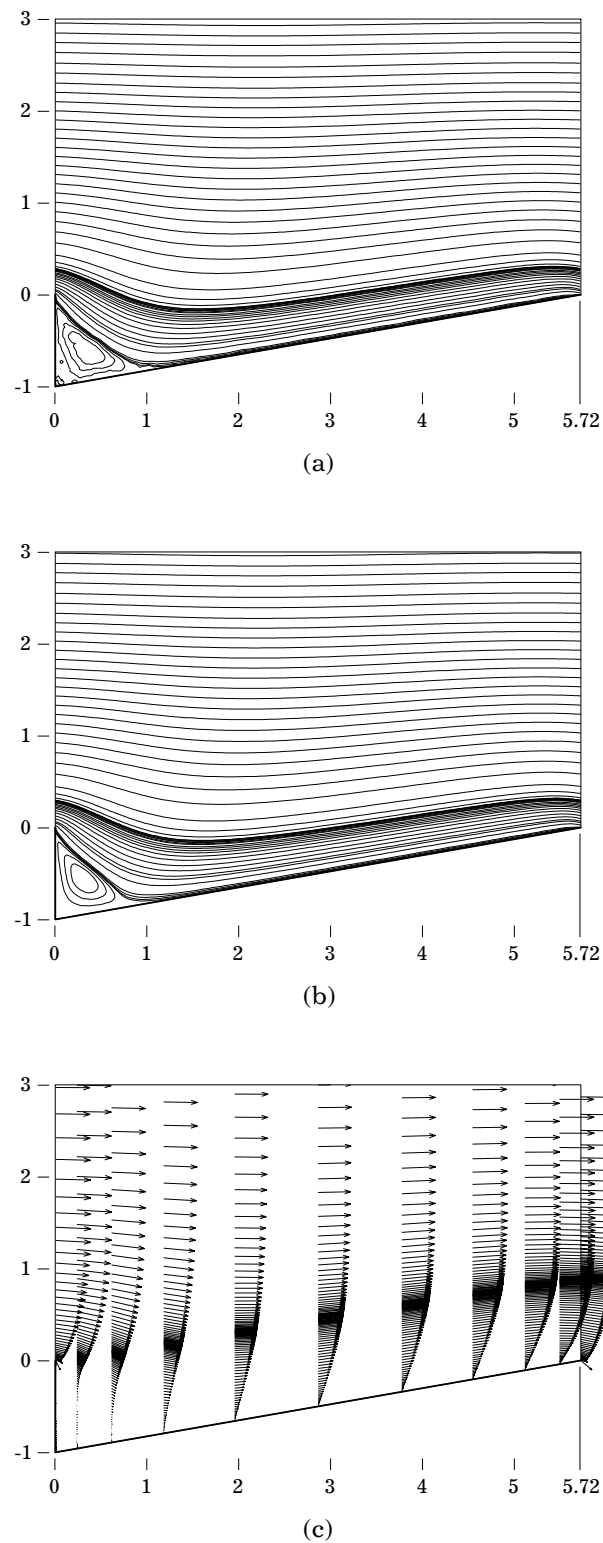


FIGURE 32 : Représentation de l'écoulement en régime permanent pour un nombre de Reynolds  $Re = 1.00$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

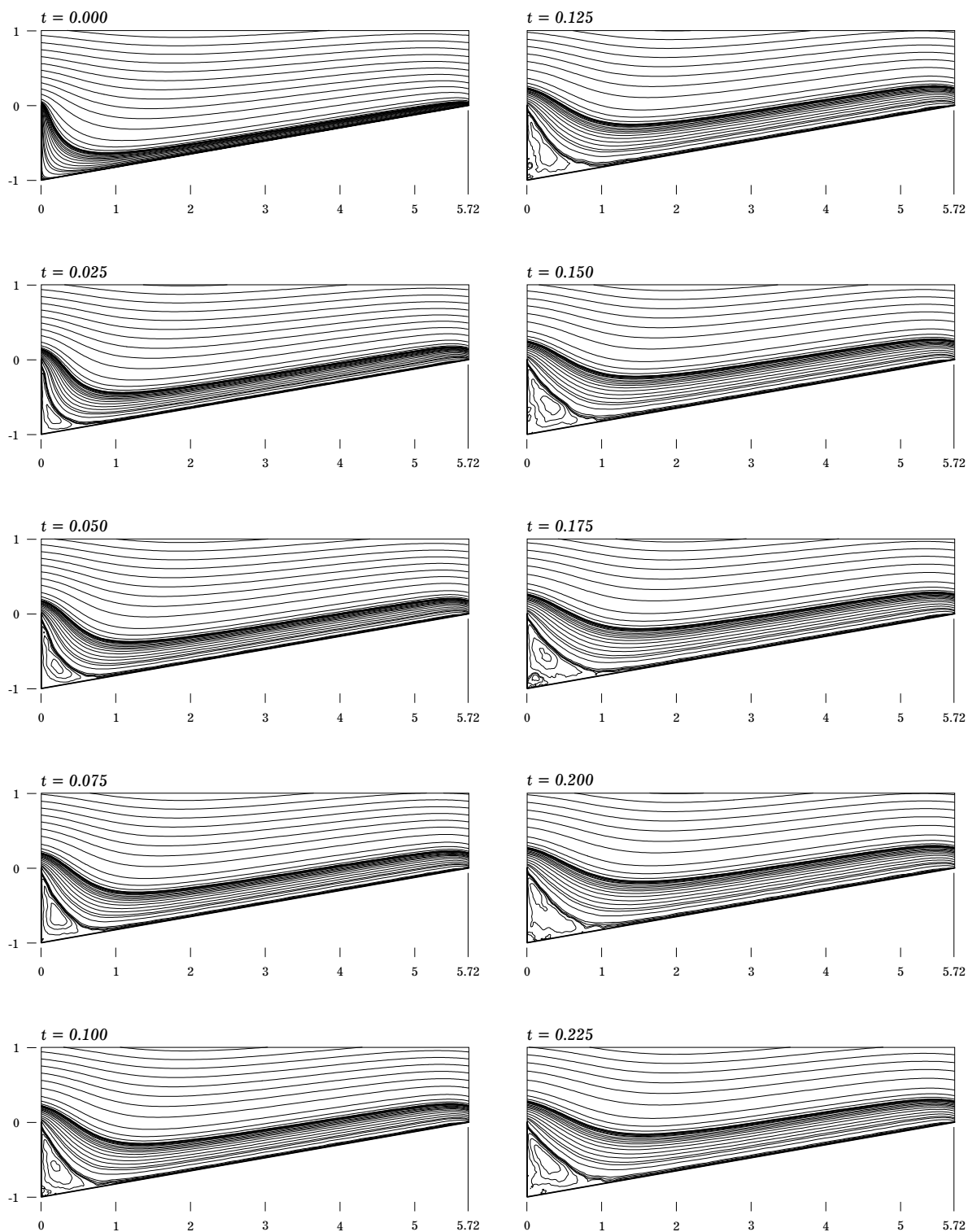
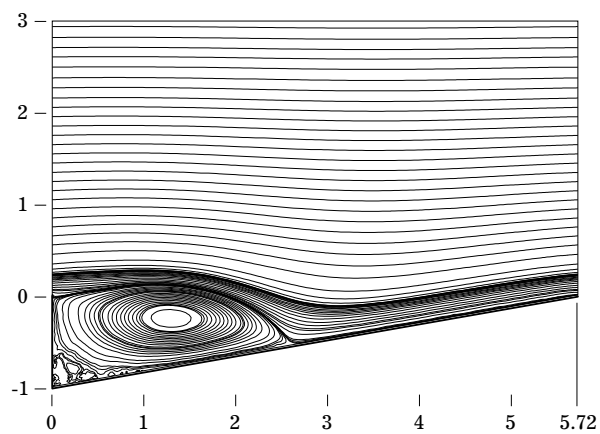
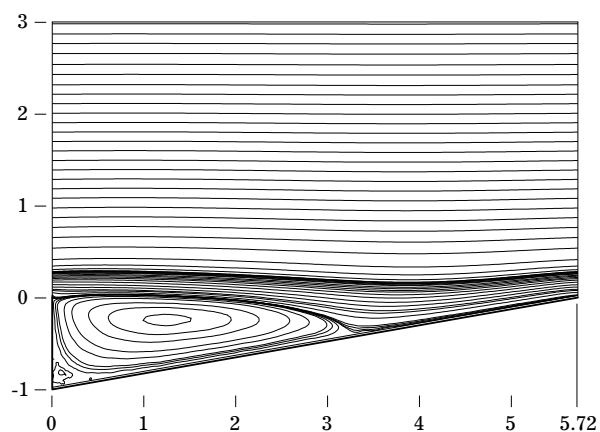


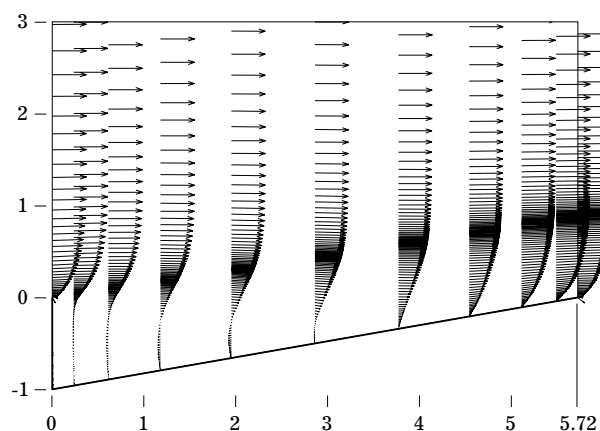
FIGURE 33 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 1.00$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)



(a)



(b)



(c)

FIGURE 34 : Représentation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 100$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

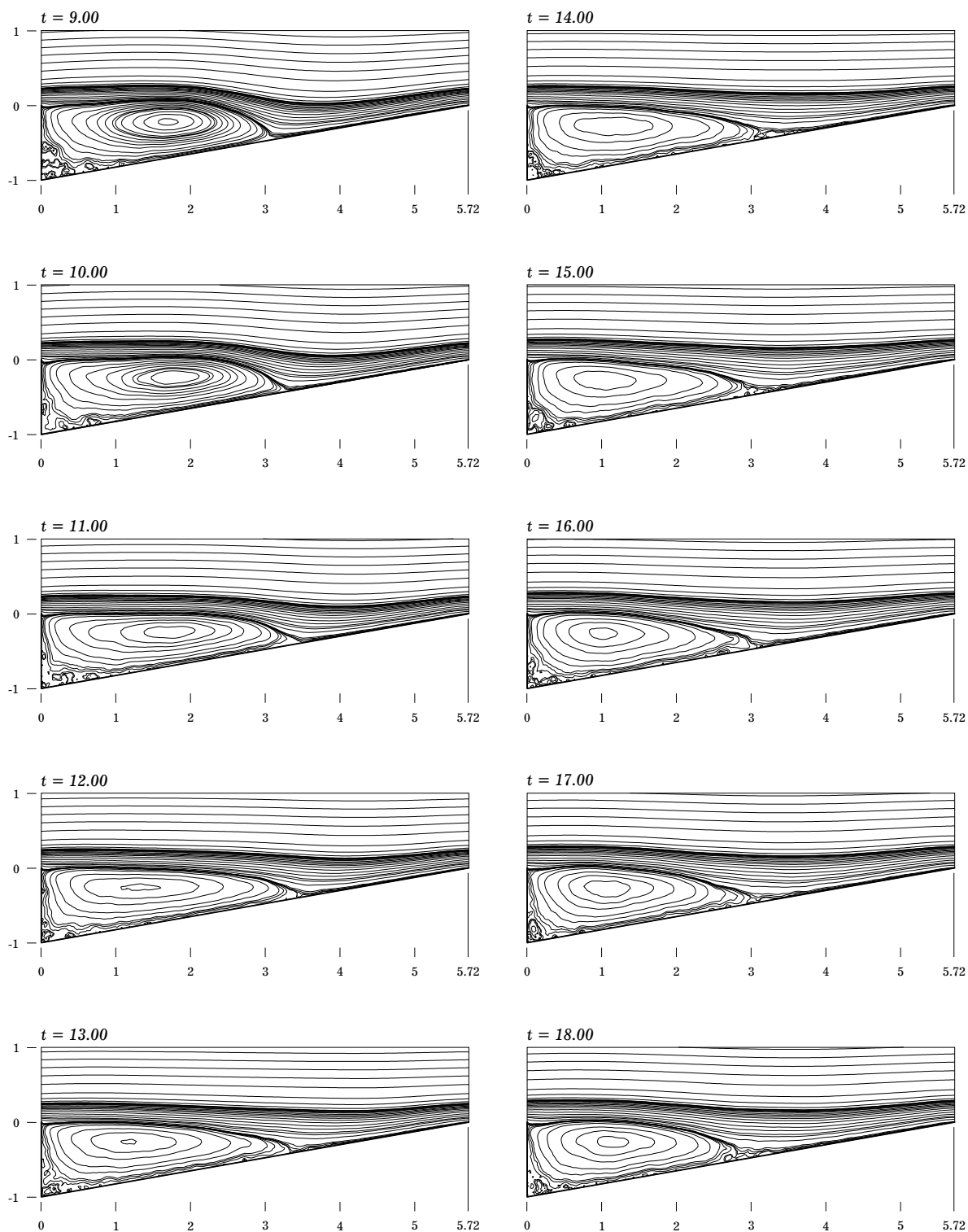


FIGURE 35 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 100$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

en une région de vorticit   à rotation horaire. Apr  s que le point de recollement ait atteint la paroi inclin  e, il se d  place le long de celle-ci et la zone de recirculation continue de grossir par entra  nement de fluide. Avant d'atteindre le r  gime permanent ( $t = 4.0$ , figure 34a), le d  tachement de la couche de cisaillement demeure parall  le à la paroi pour une certaine distance en aval de la marche. Lorsque la zone de recirculation s'allonge davantage d   à au cisaillement induit par l'  coulement principal, les lignes de contour de la fonction de courant se redressent et la couche de cisaillement ne demeure parall  le à la paroi inclin  e que pour une faible distance en aval ( $10.0 < t < 14.0$ , figure 35). L'  coulement atteint éventuellement le r  gime permanent ( $t > 14.0$ , figure 35) et la zone de recirculation est alors compos  e d'une seule r  gion de vorticit   qui oscille autour de sa position d'  quilibre.

**Valeurs moyennes du nombre de Reynolds** ( $Re = 624$ ). Les r  sultats de simulations num  riques sont pr  sent  s aux figures 36 et 37 pour un   coulement à nombre de Reynolds  $Re = 624$ .   la figure 36 sont pr  sent  s (a) un trac   de la fonction de courant instantan  e ( $\psi$ ), (b) un trac   de la fonction de courant moyenn  e sur plusieurs pas de temps et (c) un trac   des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) qui correspond au trac   de la figure 36b.   la figure 37, l'  volution de l'  coulement est pr  sent  e sous forme de trac  s de la fonction de courant instantan  e.

Pour la valeur du nombre de Reynolds consid  r  e ici, la zone de recirculation est caract  ris  e par un comportement dynamique  labor  . C'est-à-dire que les ph  nom  nes de d  tachement et d'agglom  ration de structures coh  rentes sont amplifi  s par la condition de p  riodicit  . Celle-ci fait en sorte que les structures coh  rentes qui sont convect  es vers l'aval de la cavit   vont éventuellement entrer dans la cavit   subs  quente et vont s'agglom  rer à la nouvelle structure coh  rente qui se d  tache de la marche. Ce processus d'agglom  ration est illustr   à la figure 36a. Les deux autres trac  s de la figure 36 repr  sentent l'  coulement moyen pour un certain temps du d  veloppement de l'  coulement.

D'autres ph  nom  nes int  ressants se produisent pour ce cas d'  coulement, dont certains sont illustr  s à la figure 37. Initialement, apr  s que le point de recollement ait atteint la paroi inclin  e, le d  veloppement de l'  coulement est similaire au cas de la marche en r  gime instationnaire ( $Re = 303$ ). C'est-à-dire que la r  gion principale de vorticit   est convect  e vers l'aval et il se forme une r  gion de vorticit   à rotation antihoraire dans le coin inf  rieur de la cavit   ( $t = 5.00$ ). La r  gion principale de vorticit   se d  tache éventuellement de la marche et il se forme une troisi  me r  gion de vorticit   pr  s du coin de la marche ( $t = 10.50$ ). Tandis que cette r  gion de vorticit   continue de grossir par entra  nement de fluide, la r  gion principale de vorticit   se d  tache compl  tement de la zone de recirculation et est convect  e vers l'aval ( $t = 18.00$ ). Ceci diff  re du cas de

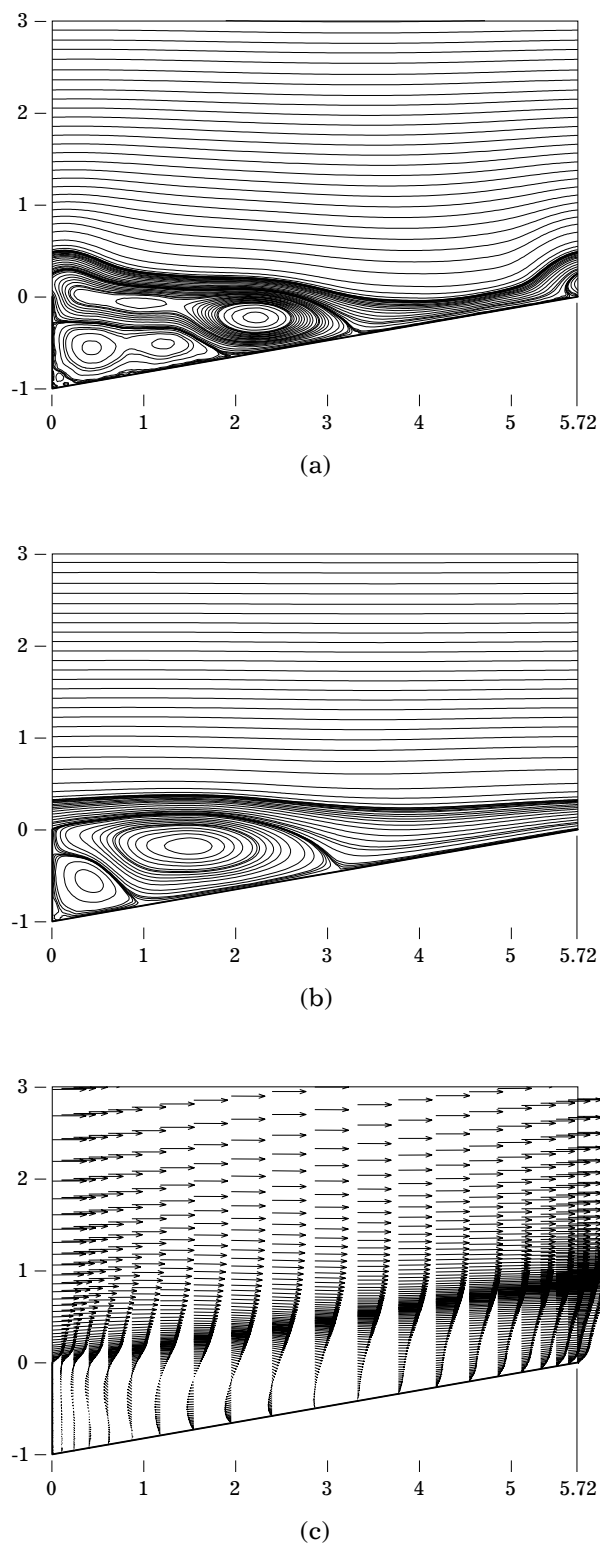


FIGURE 36 : Représentation de l'écoulement pour un nombre de Reynolds  $Re = 624$ . (a) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) instantanée. (b) Tracé de la fonction de courant ( $\psi$ ) moyennée sur plusieurs pas de temps. (c) Tracé des vecteurs vitesse ( $\mathbf{u}$ ) moyens. (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

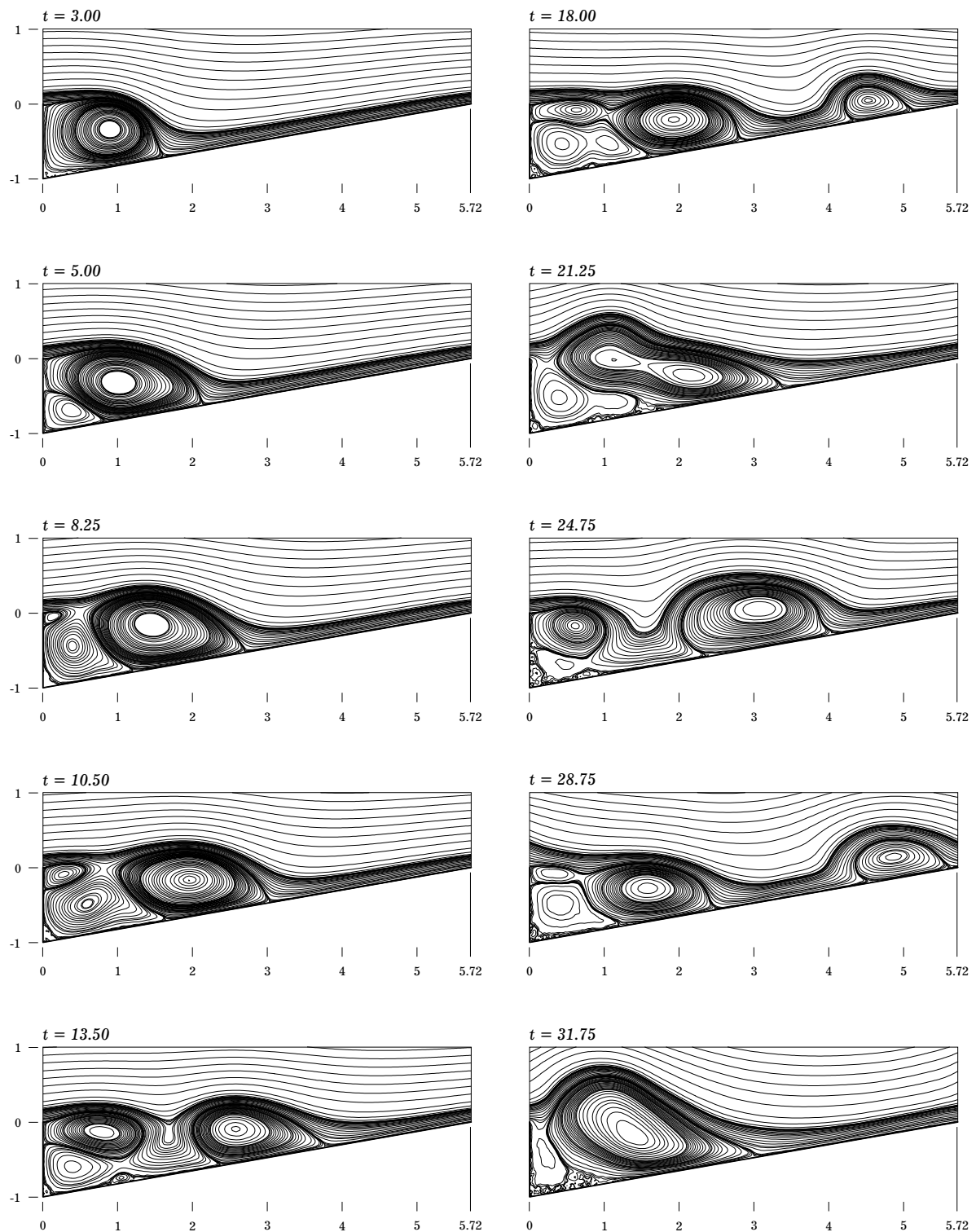
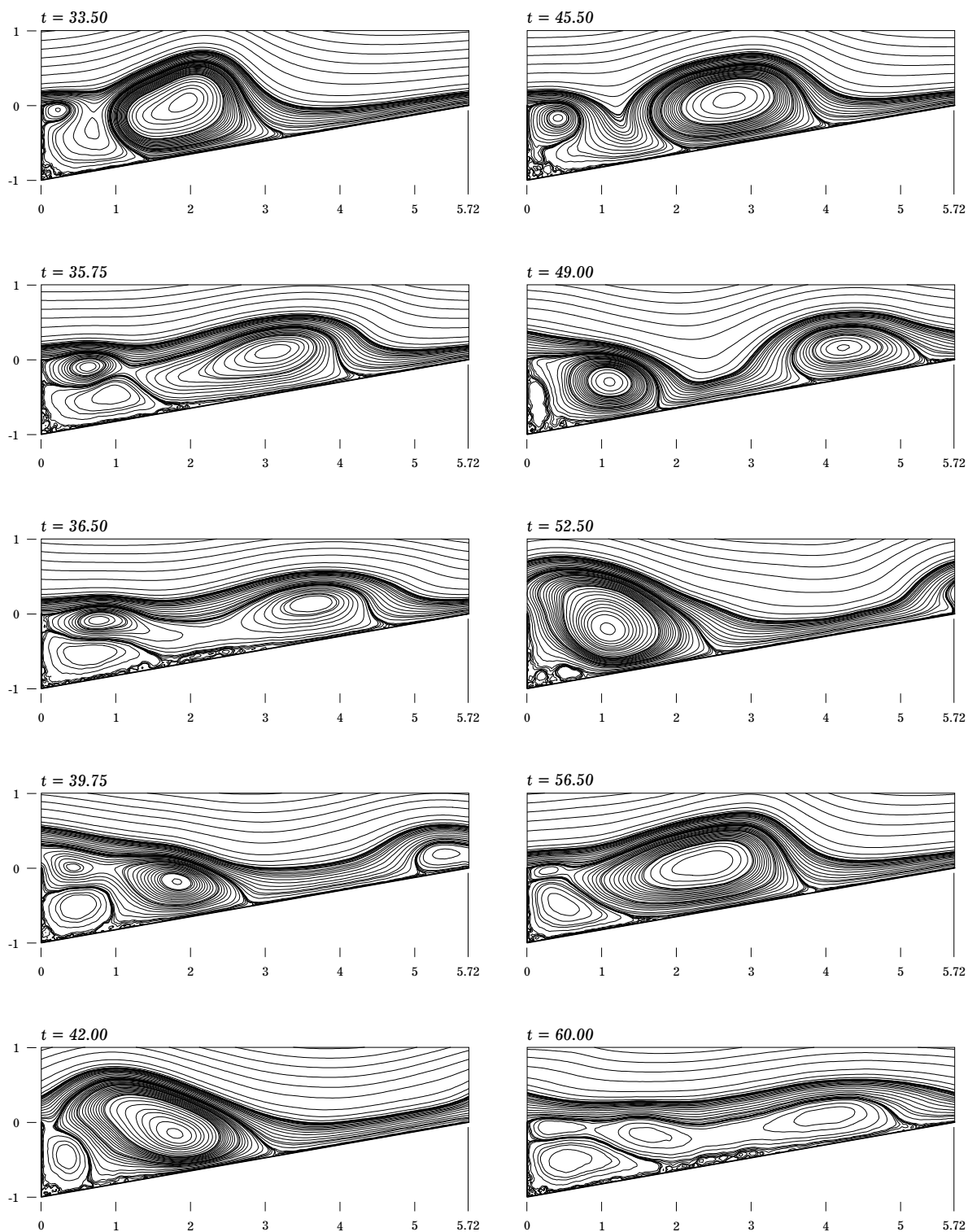


FIGURE 37 : Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 624$  (suite à la page suivante). (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)





SUITE DE LA FIGURE 37 : (Voir la page précédente). Série de tracés de la fonction de courant illustrant l'évolution de l'écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 624$ . (Une échelle non-linéaire a été utilisée pour tracer la fonction de courant afin de mieux visualiser les structures cohérentes.)

la marche en régime instationnaire ( $Re = 303$ ) car, pour ce dernier cas, la diminution de la vitesse de convection de la région principale de vorticité (après son détachement initial du coin de la marche) a précipité son agglomération à celle qui se formait au coin de la marche.

La structure cohérente qui s'est détachée de la zone de recirculation diffuse et perd de son intensité au fur et à mesure qu'elle est convectée vers l'aval. Lorsqu'elle approche l'entrée de laavit  subséquente, l'écoulement près de la marche est affecté et la nouvelle région de vorticité qui se forme près de la marche va s'agglomérer à la nouvelle région principale de vorticité avant que cette dernière puisse se détacher complètement ( $t = 18.00$ ). La nouvelle région principale de vorticité ( $t = 21.25$ ) est donc une combinaison de trois régions de vorticité qui étaient précédemment distinctes. Elle va éventuellement être convectée vers l'aval et une nouvelle région principale de vorticité va se former près de la marche ( $t = 28.75$ ). Elle va entrer dans laavit  subséquente et, tel que décrit précédemment, la nouvelle région principale de vorticité est le résultat d'une agglomération de régions existantes ( $t = 33.50$ ).

  partir d'ici, la dynamique est quelque peu différente. Avant que la nouvelle région principale de vorticité puisse se détacher complètement de la zone de recirculation, la région qui se forme près de la marche grossit à un taux tel que la région principale ne puisse se détacher complètement ( $t = 35.75$ ). En fait, une partie de la région principale va se détacher complètement et une autre partie va s'agglomérer à la région de vorticité près de la marche ( $t = 36.50$ ) (la région principale est donc en quelque sorte déchirée).   la prochaine période de détachement ( $t = 45.50$ ), ce phénomène de déchirement ne se produit pas et la région principale de vorticité se détache complètement sans qu'elle cède une partie de son fluide à la région qui se forme près de la marche. Le phénomène de déchirement de la région principale de vorticité va cependant se reproduire à la prochaine période de détachement ( $t = 60.00$ ).

Nous observons que pour les temps intermédiaires du développement, la période de détachement est environ 10 unités de temps adimensionnelles (voir  $t = 18.00, 28.75, 39.75, 49.00$ , par exemple). Pour des temps plus élevés, le développement de la couche limite fait en sorte que la vitesse de convection des structures détachées diminue et celles-ci perdent de leur intensité avant de procéder à laavit  subséquente ( $t = 60.0$ ). L'écoulement va éventuellement se stabiliser en une zone de recirculation composée (i) d'une région secondaire de vorticité dans le coin inférieur de laavit  et (ii) d'une région principale de vorticité qui oscille autour de sa position d'équilibre.

**Longueur de la zone de recirculation en régime permanent.** Afin de valider les résultats numériques, ceux-ci sont comparés aux résultats expérimentaux de Tavoularis *et al.* (1985). Ces auteurs ont présenté, entre autres, l'influence du nombre de Reynolds sur (i) la longueur de la zone de

recirculation et sur (ii) la position du centre de la région principale de vorticité en régime permanent. Leurs résultats expérimentaux et les valeurs obtenues de nos simulations numériques sont comparés à la figure 38. En analysant la figure 38, nous constatons que la position du centre de la région principale de vorticité ( $L_H$  et  $L_V$ ) est bien prédite pour tous les cas étudiés. Pour ce qui est de la longueur de la zone de recirculation ( $L_R$ ), les comparaisons sont moins bonnes, sauf pour le cas où  $Re = 100$  : les causes possibles de ces différences sont discutées ci-bas.

La longueur de la zone de recirculation est moins longue pour le cas où  $Re = 624$  par comparaison à celui où  $Re = 100$  car la moyenne pour  $Re = 624$  a été effectuée pendant que les processus dynamiques étaient encore actifs, i.e. la moyenne été effectuée avant que le régime permanent soit complètement atteint. En fait, les limitations numériques (mémoire dynamique disponible à l'ordinateur) ne nous ont pas permis d'atteindre le régime permanent pour les paramètres numériques utilisés. Ceci a cependant été réalisé en considérant des paramètres numériques plus grossiers (résultats non présentés). Les résultats de ces dernières simulations ont montré que la zone de recirculation s'établit éventuellement en deux régions de vorticité distinctes et stationnaires (une primaire et une secondaire située dans le coin inférieur de la marche). Peu importe, la cavité expérimentale étant la troisième d'une série de trois cavités successives, les processus dynamiques devraient normalement différer de ceux présentés à la figure 37. En effet, nous supposons que, après les phases initiales du développement de l'écoulement, la cavité d'intérêt ne reçoit plus de structures cohérentes provenant des cavités en amont : la configuration du montage expérimental ne présente que deux cavités en amont de celle d'intérêt et il ne devrait normalement pas avoir de structures qui atteignent la première cavité.

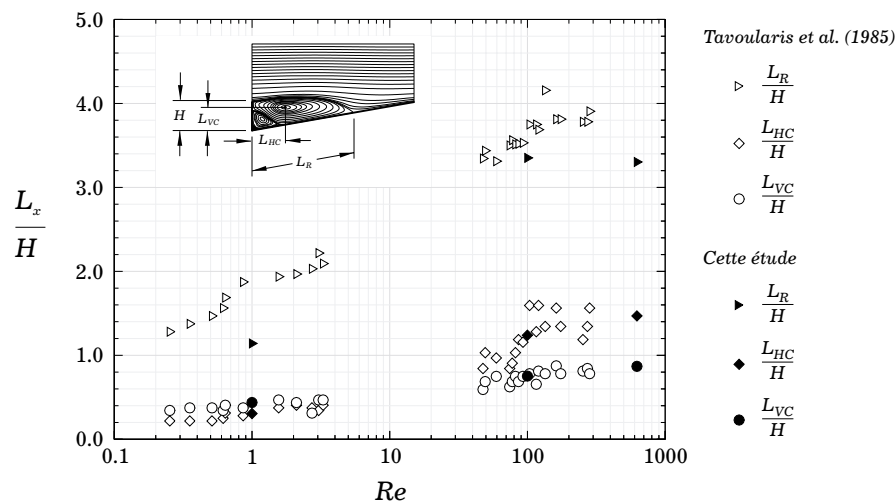


FIGURE 38 : Comparaison de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour le modèle des cavités sur les ailes de papillons. Les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux de Tavoularis *et al.* (1985).

Concernant la prédiction de la longueur de la zone de recirculation aux très faibles valeurs du nombre de Reynolds, les différences observées pourraient être attribuées à des difficultés expérimentales car, pour de telles valeurs de  $Re$ , les vitesses sont extrêmement faibles dans la région de la zone de recirculation (figure 32c). Pour appuyer ceci, nous proposons à la figure 39 des visualisations expérimentales de Taneda (1979), tirées de Van Dyke (1982).

Les figures 32b, 39a et 39b révèlent que la structure de la zone de recirculation est très similaire pour les trois visualisations même si leur géométrie respective sont très différentes. Ce comportement est en fait attendu pour les valeurs du nombre de Reynolds considérées puisque l'écoulement est en quelque sorte régi par la diffusion, i.e. la diffusion est très dominante sur la convection à très faibles valeurs du nombre de Reynolds. Étant donné que la diffusion domine sur la convection, les portions des parois qui touchent la zone de recirculation sont celles qui ont la plus grande influence sur la structure même de la zone de recirculation. C'est donc dire que l'écoulement loin de la zone de recirculation n'influence pas significativement la structure de la zone de recirculation. Ceci peut être déduit à partir des figures 39a et 39b en notant que, pour chacun des cas, les zones de recirculation sont similaires en amont et en aval de l'obstacle. D'ailleurs, pour de si faibles valeurs du nombre de Reynolds, nous pouvons nous attendre que la longueur des zones de recirculation pour les trois cas considérés ( $Re = 0.62, 1.00$  et  $3.30$ ) devrait être sensiblement la même (en se basant sur les visualisations de la figure 39).

À partir des résultats présentés aux figures 38 et 39, nous pouvons déduire (avec confiance) que les autres résultats présentés dans ce chapitre sont représentatifs du comportement physique des écoulements pour le modèle considéré.

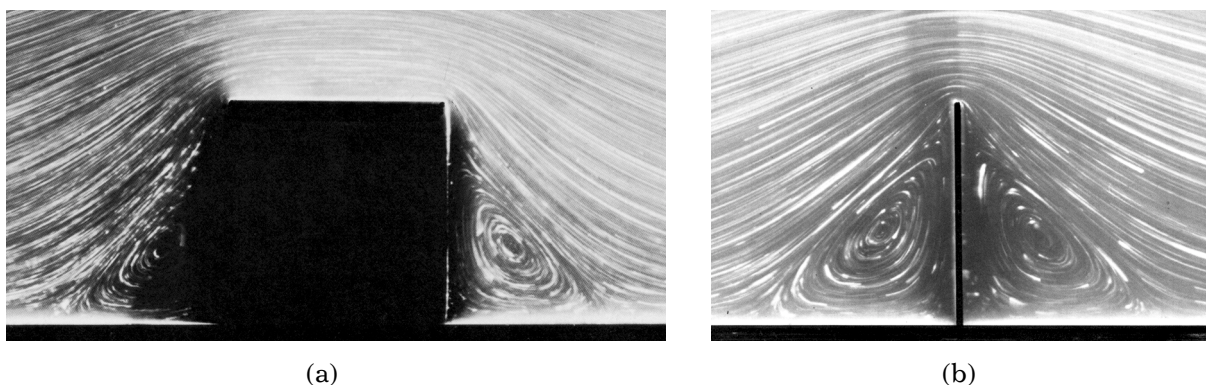


FIGURE 39 : Visualisations expérimentales de l'écoulement à très faibles valeurs du nombre de Reynolds. L'écoulement est de gauche à droite dans les deux cas. (a) Écoulement autour d'un bloc fixé à une plaque plane ( $Re = 0.02$ ). La visualisation a été réalisée avec des grains de verre dans de la glycérine. (b) Écoulement autour d'une barrière fixée à une plaque plane ( $Re = 0.014$ ). La visualisation a été réalisée avec de la poudre d'aluminium dans de la glycérine.

Ces deux figures ont été tirées de Van Dyke (1982) mais proviennent de Taneda (1979).

**La procédure numérique.** En considérant trois modèles d'écoulement distincts, des résultats de simulations numériques ont été présentés dans cette thèse. La méthode des vortex aléatoires, l'algorithme Vortex-in-cell, un algorithme de génération de vorticité et des maillages non-uniformes sont les constituants principaux de la procédure numérique qui a servie pour simuler les écoulements. Cette procédure numérique sert à solutionner les équations de Navier-Stokes instationnaires dans un espace bidimensionnel et les résultats ont montré qu'elle est très bien adaptée, tant à la prédiction d'écoulements en régime permanent, que ceux en régime instationnaire.

**Les résultats.** Pour les trois modèles considérés, les prédictions numériques ont été comparées à, et validées par, des mesures et des visualisations tirées d'études expérimentales disponibles en littérature. En particulier, pour tous les modèles considérés, nous avons observé que les caractéristiques de l'écoulement se sont révélées fortement dépendantes de la valeur du nombre Reynolds, surtout pour ce qui est de la région formant la zone de recirculation.

En régime instationnaire, pour le modèle de la marche descendante, nous avons constaté que durant les stades intermédiaires de l'écoulement, la zone de recirculation est composée d'un certain nombre de régions de vorticité distinctes. Plus précisément, à de faibles valeurs du nombre de Reynolds (jusqu'à environ 140), la zone de recirculation n'est composée que d'une seule région de vorticité pour toute la durée du développement de l'écoulement. Cette région de vorticité est localisée juste en aval de la marche et sa forme exhibe des oscillations périodiques autour de sa position d'équilibre après que le régime permanent est atteint.   des valeurs moyennes du nombre de Reynolds (supérieures à environ 140), la zone de recirculation est composée de trois à quatre régions distinctes de vorticité durant les stades intermédiaires du développement de l'écoulement. Pour les écoulements régis par ces valeurs du nombre de Reynolds, les structures cohérentes secondaires vont éventuellement disparaître pour résulter en une zone de recirculation qui ne compte qu'une région principale de vorticité. Comme pour les écoulements à plus faibles valeurs du nombre de Reynolds, la région de vorticité oscille autour de sa position d'équilibre en régime permanent. Nous avons de plus observé que, pour la gamme complète des valeurs du nombre de Reynolds étudiée, la longueur de la zone de recirculation augmente quasi linéairement avec le temps durant les stades intermédiaires du développement de l'écoulement.   notre connaissance,

aucune autre étude numérique portant sur l'analyse systématique de l'écoulement instationnaire au-dessus d'une marche descendante n'a été présentée en littérature.

Étant donné qu'une telle étude fait en partie l'objet de cette thèse, il a été nécessaire d'assurer la convergence des résultats de simulation (par raffinement successif des paramètres numériques et par comparaisons aux résultats expérimentaux). À cet égard, une attention particulière a été accordée (i) aux paramètres qui servent à générer la vorticité aux parois, (ii) au raffinement du maillage près des parois, (iii) aux schémas d'intégration utilisés pour effectuer le transport convectif des éléments de vorticité et (iv)   l'influence des caractéristiques du canal d'entrée sur la structure de l'écoulement. Cette étude de convergence nous a permis de conclure, entre autres, que pour la gamme des paramètres étudiée, le raffinement du pas de temps et l'usage de schémas de convection d'ordre supérieur sont plus critiques que le raffinement des paramètres de génération face à l'obtention de solutions précises (tout en minimisant les temps de calcul). Spécifiquement, les simulations effectuées à l'aide d'un schéma de convection du 4<sup> me</sup> ordre de type Runge-Kutta sont plus précises et convergent plus rapidement que si des schémas d'ordre inférieur sont utilisés. Ceci diffère du consensus général qui veut que les paramètres de générations soient ceux qui affectent davantage la solution pour le type de méthodes considéré dans cette thèse. Ce consensus est cependant basé sur l'analyse d'études de convergence effectuées en considérant des écoulements en régime permanent : dans ces études, il semble que, en moyennant les variables de l'écoulement afin d'obtenir la solution en régime permanent, les résultats sont en quelque sorte « filtrés » et les influences spécifiques associées aux différents paramètres numériques se voient « masquées » lors de l'analyse. D'autre part, concernant ces mêmes paramètres de génération, un nouvel algorithme pour générer la vorticité aux parois a été proposé dans cette thèse dans le but d'améliorer la résolution de l'écoulement : les résultats ont témoigné de son efficacité versus les algorithmes existants.

En considérant un deuxième modèle de marche descendante, et en moyennant les valeurs instantanées des variables de l'écoulement pour représenter le régime permanent, des simulations ont été effectuées afin de comparer nos résultats à ceux d'études expérimentales disponibles en littérature. Nous avons d'abord constaté, en comparant les profils de la composante longitudinale de la vitesse pour quatre valeurs du nombre de Reynolds, que la méthode numérique est tout aussi bien adaptée à la prédiction d'écoulements en régime permanent, qu'à la prédiction de ceux en régime instationnaire. Nous avons de plus constaté que la longueur de la zone de recirculation est dictée par le nombre de Reynolds, i.e. plus  $Re$  est élevé, plus la zone de recirculation est longue.

Le troisième modèle envisagé dans cette thèse représente les cavités qui résultent de l'arrangement des écailles (en forme de bardeaux) sur les ailes de papillons. L'intérêt d'une telle géométrie

est qu'il a été démontré expérimentalement que la portance de l'aile est plus grande dû à la présence des écailles (comparativement à la même aile qui est dépourvue d'écailles). Étant donné que les ailes sont dotées d'une multitude de cavités, il s'avère pratique d'imposer une condition de périodicité à l'entrée et à la sortie du modèle numérique pour simuler l'écoulement au-dessus d'une cavité parmi une infinité de cavités successives : une telle condition de périodicité, à notre connaissance, n'a jamais été implantée en considérant des méthodes vortex. En imposant cette condition, et à partir de l'étude partielle présentée dans cette thèse, le sujet général a été dégrossi et l'analyse a été initiée dans le but éventuel d'expliquer l'augmentation de portance attribuée à la présence des écailles.

En considérant ce modèle, des simulations ont été effectuées en considérant une gamme étendue du nombre de Reynolds ( $Re = 0.62$  à  $624$ )<sup>1</sup>. En particulier, il semble que pour des valeurs du nombre de Reynolds considérées dans la gamme du régime transitoire (entre les régimes laminaire et turbulent, soit  $Re = 624$  dans cette étude), des structures cohérentes (régions de vorticité) se détachent périodiquement de la paroi verticale du modèle et se voient convectées en aval par l'écoulement principal. Ce détachement périodique semble subsister jusqu'à ce que la couche limite à la section de la marche se développe à un niveau tel que la convection des structures vers l'aval n'est plus soutenue. Avec le même modèle, des simulations ont été effectuées pour une gamme de valeurs du nombre de Reynolds considérées dans le régime des écoulements de Stokes (écoulements rampants). En littérature, on fait souvent allusion au fait que la méthode des vortex aléatoires est très mal adaptée à la résolution de tels écoulements : cette hypothèse étant basée sur la convergence de l'OST. Nous avons cependant montré, en raffinant le pas de temps de manière appropriée, qu'il est bel et bien possible d'effectuer de telles simulations et que les résultats se comparent très bien aux visualisations tirées de travaux expérimentaux.

**Considérations futures.** Afin de développer davantage la procédure numérique élaborée dans cette thèse, d'autres études expérimentales en considérant les mêmes types de modèles étudiés ici s'avéreraient très utiles. En particulier, les études devraient être effectuées en régime laminaire en portant une attention particulière sur les stades initiaux et intermédiaires du développement de l'écoulement. Ces études devraient faire usage d'équipements des plus modernes afin de prendre des mesures précises de la vitesse et des autres quantités physiques de l'écoulement durant toutes les phases de son développement.

---

<sup>1</sup> L'étude a été abordée selon deux points de vue, i.e. les points de vue pratique et académique. En effet, si on considère l'écoulement au-dessus des ailes d'un papillon en vol plané, les valeurs du nombre de Reynolds se situent aux alentours de 1.00. Les cas académiques étudiés où nous avons imposé des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds (100 et 624) étaient pour vérifier l'influence de la condition de périodicité sur la dynamique des structures cohérentes.

Du point de vue numérique, une étude détaillée concernant l'influence des paramètres numériques a été présentée dans cette thèse. Nous avons par contre considéré que les algorithmes d'interpolation linéaire initialement proposés par Christiansen (1973) n'avaient pas d'influence significative sur les résultats lorsque des maillages raffinés étaient utilisés. Une étude quantitative faisant usage de schémas d'ordre supérieur aiderait à clarifier l'envergure desdites influences. De plus, nous proposons (i) d'élaborer la méthode pour traiter les écoulements tridimensionnels et (ii) d'implanter des algorithmes pour permettre l'étude d'écoulements à valeurs élevées du nombre de Reynolds (tout en implantant des algorithmes de génération de maillage).



---

# Bibliographie

---

- ADAMS, E.W. & JOHNSTON, J.P. 1988a Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 1: Pressure and turbulence quantities. *Exp. Fluids* **6**, 400.
- ADAMS, E.W. & JOHNSTON, J.P. 1988b Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. Part 2: Reattachment length and wall shear stress. *Exp. Fluids* **6**, 493.
- AL ISBER, A., GIOVANNINI, A. & GAJAN, P. 1991 Calcul instationnaire de l'écoulement à la traversée d'un diaphragme. Dans *Proc. 13<sup>th</sup> CANCAM*, Winnipeg, Canada.
- AREF, H. 1983 Integrable, chaotic, and turbulent vortex motion in two-dimensional flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **15**, 345.
- ARMALY, B.F., DURST, F., PEREIRA, J.C.F. & SCHÖNUNG, B. 1983 Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.* **127**, 473.
- ARNAL, M.P., GOERING, D.J. & HUMPHREY, J.A.C. 1991 Vortex shedding from a bluff body adjacent to a plane sliding wall. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **113**, 384.
- ASHURT, W.T. & MEIBURG, E. 1988 Three-dimensional shear layers via vortex dynamics. *J. Fluid Mech.* **189**, 87.
- ATKINS, D.J. 1974 Thèse de doctorat. University of Exeter.
- ATKINS, D.J., MASKELL, S.J. & PATRICK, M.A. 1980 Numerical prediction of separated flows. *Int'l J. Num. Meth. Eng'n.* **15**, 129.
- BADEN, S.B. & PUCKETT, E.G. 1990 A fast vortex method for computing 2D viscous flows. *J. Comp. Phys.* **91**, 278.
- BAKER, G.R. & SHELLEY, M.J. 1990 On the connection between thin vortex layers and vortex sheets. *J. Fluid Mech.* **215**, 161.
- BATCHELOR, G.K. 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- BEALE, J.T. 1988 On the accuracy of vortex methods at large times. *Computational Fluid Dynamics and Reacting Gas Flows*. (B. Engquist *et al.*, éditeurs). Springer-Verlag, New-York. 19.
- BEALE, J.T. & MAJDA, A. 1981 Rates of convergence for viscous splitting of the Navier-Stokes equations. *Math. Comp.* **37**, 243.
- BEALE, J.T. & MAJDA, A. 1982a Vortex methods I: Convergence in three dimensions. *Math. Comp.* **39**, 1.
- BEALE, J.T. & MAJDA, A. 1982b Vortex methods II: Higher order accuracy in two and three dimensions. *Math. Comp.* **39**, 29.
- BEALE, J.T. & MAJDA, A. 1984 Vortex methods for fluid flow in two and three dimensions. *Contemp. Math.* **28**, 221.
- BENNETT, L. 1966 Insect aerodynamics: Vertical sustaining force in near-hovering flight. *Science*. **152**, 1263.

- BLOT, F., GIOVANNINI, A., HÉBRARD, P. & STRZELECKI, A. 1989 Flow analysis in a vortex flowmeter: An experimental and numerical approach. Dans *Proc. Turbulent Shear Flow*, Université Stanford, É.-U.
- BORTHWICK, A.G.L. & KAAR, E.T. 1993 Shallow flow modeling using curvilinear depth-averaged stream function and vorticity transport equations. *Int'l J. Num. Meth. Fluids* **17**, 417.
- BRADSHAW, P. & WONG, F.Y.F. 1972 The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer. *J. Fluid Mech.* **52**, 113.
- DE BREDERODE, V. & BRADSHAW, P. 1972 Three-dimensional flow in nominally two-dimensional separation bubbles I: Flow behind a rearward-facing step. *Aero Rep. 72-19, Imp. College of Sc. and Tech., London, England*.
- BUNEMAN, O., COUET, B. & LEONARD, A. 1981 Simulation of three dimensional incompressible flows with a Vortex-in-cell method. *J. Comp. Phys.* **39**, 305.
- CHANG, C.-C. & CHERN, R.-L. 1991a A numerical study of flow around an impulsively started circular cylinder by a deterministic vortex method. *J. Fluid Mech.* **233**, 243.
- CHANG, C.-C. & CHERN, R.-L. 1991b Vortex shedding from an impulsively started rotating and translating circular cylinder. *J. Fluid Mech.* **233**, 265.
- CHEBBI, B. & TAVOULARIS S. 1990 Low Reynolds number flow in and above asymmetric, triangular cavities. *Physics of Fluids A*. **2**, 1044.
- CHEER, A. Y. 1989 Unsteady separated wake behind an impulsively started cylinder in slightly viscous flow. *J. Fluid Mech.* **201**, 485.
- CHOQUIN, J.P. & HUBERSON, S. 1989 Particle simulations for viscous flows. *Comp. Fluids*. **17**, 397
- CHOQUIN, J.P. & LUCQUIN-DESREUX, B. 1988 Accuracy of a deterministic particle method for the Navier-Stokes equations. *Int'l J. Num. Meth. Fluids*. **8**, 1439.
- CHORIN, A.J. 1973 Numerical study of slightly viscous flow. *J. Fluid Mech.* **57**, 785.
- CHORIN, A.J. 1978 Vortex sheet approximation of boundary layers. *J. Comp. Phys.* **27**, 428.
- CHORIN, A.J. & BERNARD, P.S. 1973 Discretization of a vortex sheet with an example of roll-up. *J. Comp. Phys.* **13**, 423.
- CHRISTIANSEN, J.P. 1973 Numerical simulation of hydrodynamics by the method of point vortices. *J. Comp. Phys.* **13**, 363.
- COTTET, G.H. 1987 Convergence of a Vortex in cell method for the two dimensional Euler equations. *Math. Comp.* **49**, 407.
- COTTET, G.H. 1990 A particle-grid superposition method for the Navier-Stokes equations. *J. Comp. Phys.* **89**, 301.
- COTTET, G.H. 1991 Large time behaviour for deterministic particle approximations to the Navier-Stokes equations. *Math. Comp.* **56**, 45.
- COTTET, G.H. & MAS-GALLIC, S. 1990 A particle method to solve transport-diffusion equations. Part II: The Navier-Stokes equations. *Num. Math.* **57**, 805.
- COTTET, G.H., GOODMAN, J. & HOU, T.Y. 1991 Convergence of grid-free point vortex method for the three dimensional Euler equations. *SIAM J. Num. Anal.* **28**, 291.
- DEGOND, P. & MAS-GALLIC, S. 1989 The weighted particle method for convection-diffusion equations. Part I: The case of isotropic viscosity. *Math. Comp.* **53**, 485.

- DENHAM, M. & PATRICK, M. 1974 Laminar flow over a downstream-facing step in a two-dimensional flow channel. *Trans. Inst. of Chemical Eng'n.* **52**, 361.
- DENNIS, S.C.R., WANG, Q., COUTANCEAU, M. & LAUNAY, J.-L. 1993 Viscous flow normal to a flat plate at moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **248**, 605.
- DRIVER, D.M. & SEEGMILLER H.L. 1985 Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow. *AIAA Journal.* **23:2**, 163.
- DURST, F. & TROPEA C. 1982 Turbulent, backward-facing step flows in two-dimensional ducts and channels. Dans *Proc. of the Turbulent Shear Flow Conference III*. Davis, California.
- DURST, F. & TROPEA C. 1983 Flows over two-dimensional backward-facing steps. Dans *Structure of Turbulent Shear Flow, IUTAM Symposium, Marseille, 1982*. (R. Dumas et L. Fulachier, éditeurs). Springer, Berlin Heidelberg, New-York 1983.
- EATON, J.K. & JOHNSTON, J.P. 1980 Turbulent flow reattachment: An experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step. *Report MD-39, Thermosciences Div., Dept. of Mech. Engineering, Stanford University, U.S.A.*
- EATON, J.K. & JOHNSTON, J.P. 1981 A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA Journal.* **19:9**, 1093.
- ETHERIDGE, D.W. & KEMP, P.H. 1978 Measurements of turbulent flow downstream of a rearward-facing step. *J. Fluid Mech.* **86**, 545.
- FISHELOV, D. 1990 A new vortex scheme for viscous flows. *J. Comp. Phys.* **86**, 211.
- FOGELSON, A.L. & DILLON, R.H. 1993 Optimal smoothing in function-transport particle methods for diffusion problems. *J. Comp. Phys.* **109**, 155.
- FREITAS, C.J. 1993 Editorial. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **115**, 339.
- GAGNON, Y. 1989 *Étude numérique d'écoulements recirculés à grand nombre de Reynolds par la méthode des vortex aléatoires : Application au canal à expansion simple et au canal à expansion double symétrique*. Thèse de Doctorat. Université Paul Sabatier, Toulouse, France.
- GAGNON, Y. & HUANG, W. 1993 Fast vortex method for the simulation of flows inside channels with and without injection. *J. Thermal Sc.* **2:1**, 1.
- GAGNON, Y. & LESAIN, A. 1992 Characteristics of recirculating flows using an animation of numerical results. *Int'l Video J. of Eng'n Research.* **2**, 85.
- GAGNON, Y., GIOVANNINI, A. & HÉBRARD, P. 1993 Numerical simulation and physical analysis of high Reynolds number recirculating flows behind sudden expansions. *Phys. Fluids A.* **5**, 2377.
- GAGNON, Y., SAVOIE, R., POITRAS, G., MARTIN, M. & IM, T. 1996 Sur la simulation numérique d'écoulements de fluides par des méthodes vortex. Dans *C. R. du Colloque France-Acadie de génie mécanique, Moncton, Canada.* **1**, 119.
- GHONIEM, A.F. & GAGNON, Y. 1987 Vortex simulation of laminar recirculating flow. *J. Comp. Phys.* **68**, 346.
- GHONIEM, A.F. & NG, K.K. 1987 Numerical study of the dynamics of a forced shear layer. *Phys. Fluids* **30**, 706.
- GHONIEM, A.F. & SETHIAN, J.A. 1985 Dynamics of turbulent structure in a recirculating flow; A computational study. *AIAA-85-0146*.
- GHONIEM, A.F. & SHERMAN, F.S. 1985 Grid-free simulation of diffusion using random walk methods. *J. Comp. Phys.* **61**, 1.

- GHONIEM, A.F., ALY, H.M. & KNIO, O.M. 1987 Three-dimensional vortex simulation with application to axisymmetric shear layer. *AIAA-87-0379*.
- GHONIEM, A.F., CHORIN, A.J. & OPPENHEIM, A.K. 1982 Numerical modeling of turbulent flow in a combustion tunnel. *Phil. Trans. R. Soc. London A* **304**, 303.
- GIOVANNINI, A. & GAGNON, Y. 1996a Vortex simulation of axisymmetrical flows in cylindrical geometries. Part I: Numerical algorithm. *J. Thermal Science*. **4:4**, 213.
- GIOVANNINI, A. & GAGNON, Y. 1996b Vortex simulation of axisymmetrical flows in cylindrical geometries. Part II: Application to pipes incorporating an orifice plate. *J. Thermal Science*. **4:4**, 221.
- GOLDSTEIN, R.J., ERIKSEN, V.L., OLSON, R.M. & ECKERT, E.R.G. 1970 Laminar separation, reattachment and transition of the flow over a downward-facing step. *Transactions of the ASME, J. Basic Eng'n*. **92**, 732.
- GOODMAN, J. 1987 Convergence of the random vortex method. *Comm. Pure Appl. Math.* **40**, 189.
- GREENGARD, L. 1990 The numerical solution of the N-Body problem. *Computers in Physics*. **Mar/Apr**, 142.
- GREENGARD, L. & ROKHLIN, V. 1987 A fast algorithm for particle simulations. *J. Comp. Phys.* **73**, 325.
- HACKMAN, L.P., RAITHEY, G.D. & STRONG, A.B. 1984 Numerical predictions of flows over backward-facing steps. *Int'l J. Num. Meth. Fluids* **4**, 711.
- HALD, O.H. 1979 Convergence of vortex methods for Euler's equations II. *SIAM J. Numer. Anal.* **16**, 726.
- HALD, O.H. 1986 Convergence of a random method with creation of vorticity. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.* **7**, 1373.
- HALD, O.H. 1987 Convergence of vortex methods for Euler's equations III. *SIAM J. Numer. Anal.* **24**, 538.
- HALD, O.H. 1991 Convergence of vortex methods. Dans *Vortex Methods and Vortex Motion*. (K. Gustafson et J. Sethian, éditeurs). *SIAM*, Philadelphie, 33.
- HARLOW, F.H. 1970 Numerical methods for fluid dynamics, an annotated bibliography. *Los Alamos Report LA-4821*.
- HARLOW, F.H. & WELCH, J.E. 1965 Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with a free surface. *Phys. Fluids* **8:12**, 2182.
- HASAN, M.A.Z. 1992 The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: Laminar separation. *J. Fluid Mech.* **238**, 73.
- HELMOLTZ, H. 1858 Uber integrale der hydrodynamischen gleichungen, welche den wirbelbewegungen entsprechen. *Crelle-Borchardt, Journal fur die reine und angewandte Mathematik*. Berlin, Vol. **LV**, p. 25. Voir aussi TAIT, P.T. 1867 On intergrals of the hydrodynamical equations which express vortex-motion. (Traduction) dans *Phil. Mag.* (4). **33**, 485.
- HOCKNEY, R.W. & EASTWOOD, J.W. 1981 *Computer Simulations Using Particles*. McGraw Hill, New York.
- HONJI, H. 1975 The starting flow down a step. *J. Fluid Mech.* **69**, 229.
- HONJI, H. 1995 Communication privée.

- HOU, T.Y. & WETTON, B.T.R. 1992 Convergence of a finite difference scheme for the Navier-Stokes equations using vorticity boundary conditions. *SIAM J. Num. Anal.* **29:3**, 615.
- ISOMOTO, K. & HONAMI, S. 1989 The effect of inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward-facing step. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **111**, 87.
- KIM, J., KLINE, S.J. & JOHNSTON, J.P. 1980 Investigation of a reattaching turbulent shear layer: Flow over a backward-facing step. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **102**, 302.
- KINGSOLVER, J.G. 1985 Butterfly engineering. *Scientific American.* **Aug.**, 106.
- KNIO, O.M. & GHONIEM, A.F. 1990 Numerical study of a three-dimensional vortex method. *J. Comp. Phys.* **86**, 75.
- KNIO, O.M. & GHONIEM, A.F. 1991 Three-dimensional vortex simulation of rollup and entrainment in a shear layer. *J. Comp. Phys.* **97**, 172.
- KOUMOUTSAKOS, P., LEONARD, A. & PÉPIN, F. 1994 Boundary conditions for viscous vortex methods. *J. Comp. Phys.* **113**, 52.
- LEONARD, A. 1980 Vortex method for flow simulation. *J. Comp. Phys.* **3**, 289.
- LEONARD, A. 1985 Computing three-dimensional incompressible flows with vortex elements. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **17**, 523.
- LI, L.C. 1979 *Overshoot in the velocity profile for flow past a semi-infinite flat plate.* Thèse de maîtrise, Cornell University.
- LI, L.C. & LUDFORD, G.S.S. 1980 The overshoot in entry flow. *Arch. Mech.* **32:5**, 741.
- LIGHTHILL, M.J. 1963 Introduction: Boundary layer theory. Dans *Laminar Boundary Layers*. (L. Rosenhead, éditeur). Oxford Univ. Press. 72.
- LONG, D.-G. 1988 Convergence of the random method in two dimensions. *J. Amer. Math. Soc.* **1**, 779.
- LUCQUIN-DESREUX, B. 1987 Particle approximation of the two-dimensional Navier-Stokes equations. *Rech. Aerosp.* **4**, 1.
- LUGT, H.J. 1983 *Vortex Flow in Nature and Technology.* Wiley, New York.
- LYN, D.A. & RODI, W. 1994 The flapping shear layer formed by flow separation from the forward corner of a square cylinder. *J. Comp. Phys.* **267**, 353.
- MARCHIORO, C. & PULVIRENTI, M. 1982 Hydrodynamics in two dimensions and vortex theory. *Comm. Math. Phys.* **84**, 483.
- MARTIN, M., GAGNON, Y. & SAVOIE, R. 1996 Animation of the flow inside a pipe with an orifice plate. Dans *Third Int'l Symp. on Exp. and Comp. Aerothermodynamics of Internal Flows, Beijing, Chine, World Publ. Corp.* 469.
- MAS-GALLIC, S. 1990 Deterministic particle method: Diffusion and boundary conditions. *Université Pierre et Marie Curie, Centre National de Recherche Scientifique.* **R90029**, 1.
- MAXWORTHY, T. 1981 The fluid dynamics of insect flight. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **13**, 329.
- MEHTA, U.B. 1991 Some aspects of uncertainty in computational fluid dynamics results. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **113**, 538.
- MORIHARA, H. & CHENG, R.T.-S. 1973 Numerical solution of the viscous flow in the entrance region of parallel plates. *J. Comp. Phys.* **11**, 550.

- MORTON, B.R. 1984 The generation and decay of vorticity. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. **28**, 277.
- NACHTIGALL, W. 1967 Aerodynamische messungen am tragflugelsystem segelnder schmetterlinge. *Zei. Vergleichende Physiologie*. **54**, 210.
- NACHTIGALL, W. 1974 *Insects in Flight*. McGraw-Hill, New York, USA.
- NETO, A.S., GRAND, D., MÉTAIS, O. & LESIEUR, M. 1993 A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step. *J. Fluid Mech.* **256**, 1.
- O'LEARY, R.A. & MUELLER, T.J. 1969 Correlation of physical and numerical experiments for incompressible laminar separated flows. *Project THEMIS Technical Report, UND-69-4. Univ. of Notre Dame, Ind. Coll. Of Engineering*.
- O'MALLEY, K., FITT, A.D., JONES, T.V., OCKENDON, J.R. & WILMOTT, P. 1991 Models for high-Reynolds-number flow down a step. *J. Fluid Mech.* **222**, 139.
- PAULEY, L.L., MOIN, P. & REYNOLDS, W.C. 1990 The structure of two-dimensional separation. *J. Fluid Mech.* **220**, 397.
- PITZ, R.W. & DAILY, J.W. 1981 An experimental study of combustion: The turbulent structure of a reacting shear layer formed at a rearward-facing step. *NASA Cont. Rep. 165427*.
- PUCKETT, E.G. 1989 A study of the vortex sheet algorithm method and its rate of convergence. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.* **10:2**, 298.
- PUCKETT, E.G. 1993 Vortex methods: An introduction and survey of selected research topics. Dans *Incompressible Computational Fluid Dynamics - Trends and Advances*. (M.D. Gunzburger et R.A. Nicolaides, éditeurs). Cambridge University Press, 335.
- RAMAMURTHY, A.S., BALACHANDAR, R. & GOVINDA RAM, H.S. 1991 Some characteristics of flow past backward facing steps including cavitation effects. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **113**, 279.
- RAVIART, P.A. 1985 An analysis of particle methods. Dans *Numerical methods in Fluid Dynamics* (F. Brezzi, éditeur), Lecture Notes in Math. Vol. 1127. Springer-Verlag, New-York. 243.
- ROBERTS, S. 1985 Accuracy of the random Vortex Method for a problem with non-smooth initial conditions. *J. Comp. Phys.* **58**, 29.
- ROSENHEAD, L. 1931 The formation of vortices from a surface of discontinuity. *Proc. R. Soc. London A.* **134**, 170.
- SAFFMAN, P.G. 1981 Dynamics of vorticity. *J. Fluid Mech.* **106**, 49.
- SAFFMAN, P.G. & BAKER, G.R. 1979 Vortex interactions. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **11**, 95.
- SARPKAYA, T. 1989 Computational methods with vortices - The 1988 Freeman scholar lecture. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **111**, 5.
- SAVOIE, R. & GAGNON, Y. 1996a Numerical simulation of the flow over a model of the cavities on a butterfly wing. *J. Thermal Sc.* **4:3**, 185.
- SAVOIE, R. & GAGNON, Y. (1996b) Numerical animation of the flow over the upper surface of a butterfly's wing. *Visualization of Eng'n Research Journal*. (Sous presse.)
- SAVOIE, R., GAGNON, Y. & MERCADIER, Y. 1994 Numerical convergence proof of the Vortex-in-cell algorithm applied to internal flows. Dans *Proc. of Flucome'94, Toulouse, France.* **1**, 425.

- SAVOIE, R., GAGNON, Y. & MERCADIER, Y. 1995a Simulation of the laminar starting flow down a step. Dans *Proc. of the Second Int'l Workshop on Vortex Flows and Related Num. Methods, Montréal, Canada.* **1**, 25
- SAVOIE, R., GAGNON, Y. & MERCADIER, Y. 1996c Numerical simulation of the laminar starting flow down a step by a vortex method. Dans *Vortex flows and related numerical methods II, Europ. Series in Applied and Ind. Math. (ESAIM).* Édité par Y. Gagnon, G.-H. Cottet, D. Dritschel, A. Ghoniem et E. Meiburg. **1**, 377.
- SAVOIE, R., GAGNON, Y. & MERCADIER, Y. (1996d) The starting flow down a step by a vortex method. (Soumis pour publication.)
- SAVOIE, R., GAGNON, Y. & MERCADIER, Y. 1996e Animation of the starting flow down a step. Dans *Proc. of CFD'96, CFD Society of Canada, Ottawa, Canada.* **1**, 279.
- SAVOIE, R., GAGNON, Y., GAGNÉ, J.-M. & CYR, G. 1996f Visualization of the flow over the scales on a butterfly's wing. *Album of Visualization.* **13**, 22.
- SAVOIE, R., GAGNON, Y., GAGNÉ, J.-M., MERCADIER, Y., CYR, G., MARTIN, M. & CHEBBI, B. 1995b Numerical simulation of the flow over a model of the scales on the upper surface of a butterfly wing. Dans *Proc. of CFD'95, CFD Society of Canada, Banff, Canada.* **1**, 155.
- SCHLICHTING, H. 1979 *Boundary Layer Theory.* McGraw Hill, New York.
- SCOLAN, Y.-M. & FALTINSEN, O.M. 1994 Numerical studies of separated flow from bodies with sharp corners by the vortex in cell method. *J. Fluids and Struc.* **8**, 201.
- SETHIAN, J.A. 1991 A brief overview of vortex methods. Dans *Vortex Methods and Vortex Motion.* (K. Gustafson et J. Sethian, éditeurs). SIAM, Philadelphie, 1.
- SETHIAN, J.A. & GHONIEM A.F. 1988 Validation study of vortex methods. *J. Comp. Phys.* **74**, 283.
- SHANKAR, S., WANG, S.-C. & VAN DOMMELEN, L.L. 1995 Simulating diffusion in vortex methods using a vorticity redistribution technique. Dans *Forum on Vortex Methods for Engineering Applications, Sandia National Laboratory, Albuquerque, New Mexico.* 105.
- SMITH, P.A. & STANSBY, P.K. 1988 Impulsively started flow around a circular cylinder by the vortex method. *J. Fluid Mech.* **194**, 45.
- SMITH, P.A. & STANSBY, P.K. 1989a An efficient surface algorithm for random-particle simulation of vorticity and heat transport. *J. Comp. Phys.* **81:2**, 349.
- SMITH, P.A. & STANSBY, P.K. 1989b Postcritical flow around a circular cylinder by the vortex method. *J. Fluids and Struc.* **3**, 275.
- STANSBY, P.K. & SLAOUTI, A. 1993 Simulation of vortex shedding including blockage by the Random-Vortex and other methods. *Int'l J. Num. Meth. Fluids* **17**, 1003.
- TANEDA, S. 1979 Visualization of separating Stokes flows. *J. Phys. Soc. Jpn.* **46**, 1935.
- TAVOULARIS, S., GOLDMAN, A. & FLORYAN, J.M. 1985 Separation and reattachment in flows over asymmetric cavities at small Reynolds numbers. Dans *Proc. of the 10th Cong. Appl. Mech., London (Ont.), Canada.* B61.
- VAN DYKE, M. 1970 Entry flow in a channel. *J. Fluid Mech.* **44**, 813.
- VAN DYKE, M. 1982 *An Album of Fluid Motion.* The Parabolic Press, Stanford, California.
- WANG, Y.L. & LONGWELL, P.A. 1964 Laminar flow in the inlet section of parallel plates. *A.I.Ch.E. Journal.* **10:3**, 323.

- WEI, T. & WILLMARTH, W.W. 1989 Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **204**, 57.
- WEIS-FOGH, T. 1956 Biology and physics of locust flight. II. Flight performance of desert locust (*Schistocera Gregaria*). *Phil. Trans. R. Soc. London B.* **239**, 459.
- WESTERMANN, T. 1994 Particle-in-cell simulations with moving boundaries - Adaptive mesh generation. *J. Comp. Phys.* **114**, 161.
- WESTPHAL, R.V., JOHNSTON, J.P. & EATON, J.K. 1984 Experimental study of flow reattachment in a single-sided sudden expansion. *NASA Cont. Rep.* 3765.
- WINCKELMANS, G.S. & LEONARD, A. 1993 Contributions to vortex particle methods for the computation of three-dimensional incompressible unsteady flows. *J. Comp. Phys.* **109**, 247.
- YANG, J.-T., TSAI, B.-B. & TSAI, G.-L. 1994 Separated-reattaching flow over a backstep with uniform normal mass bleed. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **116**, 29.
- YOO, J.Y. & BAIK, S.J. 1992 Redevelopping turbulent boundary layer in the backward-facing step flow. *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng'n.* **114**, 522.



## A

*Schémas de convection*

**Introduction.** On présente ici la formulation des six schémas de convection utilisés dans cet ouvrage pour déterminer la vitesse de convection  $\mathbf{u}_{iC}$  des éléments de vorticité. Les schémas ont été évalués par rapport (i)   leur précision, (ii) au temps de calcul nécessaire à l'obtention de résultats convergés et (iii)   la quantité de mémoire dynamique requise pour effectuer les simulations.

Le premier des critères a été exposé au chapitre 3 (  la figure 5). Dans cet exposé, la précision des calculs (en ce qui à trait au pas de temps et au schéma de convection) a été évaluée en utilisant les six schémas de convection avec quatre différents pas de temps pour le modèle de la marche en régime instationnaire. Les résultats ont été comparés au temps  $t = 10.5$  pour un écoulement à nombre de Reynolds  $Re = 303$ .

Pour ce qui est du temps de calcul, la vitesse globale de la méthode est fortement dépendante sur le temps requis pour résoudre l'équation de Poisson ( quation 2.6) d  à la tolérance serrée ( $\epsilon$ ) imposée sur la fonction de courant  $\psi$ . Le nombre de fois que l'équation doit être résolue en un pas de temps est donc un facteur déterminant quant à la durée totale de la simulation.

Le troisième critère est la quantité de mémoire dynamique requise par le schéma pour emmagasiner les propriétés des éléments de vorticité (position, vitesse, circulation transportée et histoire de son transport). Chaque schéma exige un certain nombre de tableaux unidimensionnels ( $x_N$ ,  $y_N$ ,  $\Gamma_N$ , ...)    $N$  données où  $N$  est le nombre total d'éléments dans le domaine de calcul au temps  $t$ . On réfère plus bas à ces tableaux comme des tableaux d'éléments.

**Transport total des éléments de vorticité.** Tel que présenté au chapitre 2, le transport total des éléments de vorticité est obtenu en sommant les déplacements convectif et diffusif affectés à chacun des éléments, soit

$$\chi_i(t + \Delta t) = \chi_i(t) + \mathbf{u}_{iC} \Delta t + (d_x, d_y), \quad (\text{A.1})$$

où  $\mathbf{u}_{iC} = \mathbf{u}_{iC}(\chi_i(t), t)$  est une approximation de la vitesse de convection  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i(\chi_i(t), t)$ . C'est donc cette vitesse  $\mathbf{u}_{iC}$  qui est évaluée à partir des schémas d'intégration présentés ci-bas.

**Schéma du 1<sup>er</sup> ordre de type Euler.** Trois tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On ne résout l'équation de Poisson qu'une fois par pas de temps. La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) \quad (\text{A.2a})$$

où

$$\chi_i^{(0)} = \chi_i(t). \quad (\text{A.2b})$$

**Schéma du 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth.** Cinq tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, u_N^{t-\Delta t}, v_N^{t-\Delta t}, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On ne résout l'équation de Poisson qu'une fois par pas de temps. La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{3\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) - \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-1)}, t - \Delta t)}{2} \right) \quad (\text{A.3a})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_i^{(-1)} &= \chi_i(t - \Delta t), \\ \chi_i^{(0)} &= \chi_i(t). \end{aligned} \quad (\text{A.3b})$$

**Schéma du 2<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta.** Cinq tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, u_N^{t+\Delta t}, v_N^{t+\Delta t}, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On doit résoudre l'équation de Poisson deux fois par pas de temps. Le fait que l'équation de Poisson doit être résolue deux fois par pas de temps n'implique pas nécessairement que ce schéma requiert deux fois le temps de calcul. D'ailleurs, le temps requis est en fait moins que deux fois celui requis en appliquant le schéma du 1<sup>er</sup> ordre. Ceci est dû au fait que l'approximation initiale est meilleure lorsque la procédure itérative de Gauss-Seidel est invoquée la première fois qu'on résout l'équation de Poisson pour la fonction de courant  $\psi$  (au même pas de temps). La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t)}{2} \right) \quad (\text{A.4a})$$

où

$$\begin{aligned} \chi_i^{(0)} &= \chi_i(t), \\ \chi_i^{(1)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) \Delta t. \end{aligned} \quad (\text{A.4b})$$

**Schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth.** Neuf tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, u_N^{t-\Delta t}, v_N^{t-\Delta t}, u_N^{t-2\Delta t}, v_N^{t-2\Delta t}, u_N^{t-3\Delta t}, v_N^{t-3\Delta t}, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On ne résout l'équation de Poisson qu'une fois par pas de temps. La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{55\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) - 59\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-1)}, t - \Delta t) + 37\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-2)}, t - 2\Delta t) - 9\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-3)}, t - 3\Delta t)}{24} \right) \quad (\text{A.5a})$$

où

$$\begin{aligned}
\chi_i^{(-3)} &= \chi_i(t - 3\Delta t), \\
\chi_i^{(-2)} &= \chi_i(t - 2\Delta t), \\
\chi_i^{(-1)} &= \chi_i(t - \Delta t), \\
\chi_i^{(0)} &= \chi_i(t).
\end{aligned} \tag{A.5b}$$

De plus,  $\mathbf{u}_{iC}(\chi_i(\Delta t), \Delta t)$  et  $\mathbf{u}_{iC}(\chi_i(2\Delta t), 2\Delta t)$  sont évaluées à l'aide du schéma du 2<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Bashforth puisque l'élément  $i$  n'existait pas aux temps  $-\Delta t$  et  $-2\Delta t$ .

**Schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Adams-Moulton.** Neuf tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, u_N^{t+\Delta t}, v_N^{t+\Delta t}, u_N^{t-\Delta t}, v_N^{t-\Delta t}, u_N^{t-2\Delta t}, v_N^{t-2\Delta t}, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On doit résoudre l'équation de Poisson deux fois par pas de temps. La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{9\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t) + 19\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) - 5\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-1)}, t - \Delta t) + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(-2)}, t - 2\Delta t)}{24} \right) \tag{A.6a}$$

où

$$\begin{aligned}
\chi_i^{(-2)} &= \chi_i(t - 2\Delta t), \\
\chi_i^{(-1)} &= \chi_i(t - \Delta t), \\
\chi_i^{(0)} &= \chi_i(t), \\
\chi_i^{(1)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t)\Delta t.
\end{aligned} \tag{A.6b}$$

De plus,  $\mathbf{u}_{iC}(\chi_i(\Delta t), \Delta t)$  est évaluée à l'aide du schéma du 2<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta puisque l'élément  $i$  n'existait pas au temps  $-\Delta t$ .

**Schéma du 4<sup>ème</sup> ordre de type Runge-Kutta.** Sept tableaux d'éléments  $(x_N, y_N, x_N^{t+\Delta t}, y_N^{t+\Delta t}, u_N^{t+\Delta t}, v_N^{t+\Delta t}, \Gamma_N)$  sont nécessaires à l'application de ce schéma. On doit résoudre l'équation de Poisson quatre fois par pas de temps. La vitesse de convection est donnée par

$$\mathbf{u}_{iC} = \left( \frac{\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t) + 2\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t/2) + 2\mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(2)}, t + \Delta t/2) + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(3)}, t + \Delta t)}{6} \right) \tag{A.7a}$$

où

$$\begin{aligned}
\chi_i^{(0)} &= \chi_i(t), \\
\chi_i^{(1)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(0)}, t)\frac{\Delta t}{2}, \\
\chi_i^{(2)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(1)}, t + \Delta t/2)\frac{\Delta t}{2}, \\
\chi_i^{(3)} &= \chi_i^{(0)} + \mathbf{u}_{VIC}(\chi_i^{(2)}, t + \Delta t/2)\Delta t.
\end{aligned} \tag{A.7b}$$

**Comparaison de l'efficacité des schémas.** Un sommaire de l'influence du pas de temps et du schéma de convection sur les besoins informatiques est présenté au tableau A1. Ce tableau est en fait une étude comparative qui montre l'effet de ces paramètres sur le temps de calcul requis et sur le nombre d'éléments à l'intérieur du domaine de calcul pour atteindre un temps de simulation  $t = 10.5$  où  $Re = 303$  sur le modèle de la marche en régime instationnaire. Les résultats présentés correspondent aux tracés de la fonction de courant de la figure 5.

		Grosseur du pas de temps							
		$\Delta t=0.50$		$\Delta t=0.25$		$\Delta t=0.10$		$\Delta t=0.05$	
		Temps de calcul (hr)	Nombre d'éléments vortex	Temps de calcul (hr)	Nombre d'éléments vortex	Temps de calcul (hr)	Nombre d'éléments vortex	Temps de calcul (hr)	Nombre d'éléments vortex
Schéma de convection	Euler, 1 <sup>er</sup> ordre	0.825	268 507	1.472	330 557	3.233	513 708	5.985	823 748
	A.-B., 2 <sup>ème</sup> ordre	0.824	273 952	1.472	334 782	3.281	516 370	6.021	824 387
	R.-K., 2 <sup>ème</sup> ordre	1.406	280 596	2.541	338 285	5.615	517 163	10.400	824 783
	A.-B., 4 <sup>ème</sup> ordre	0.834	392 171	1.495	473 798	3.284	519 384	6.107	824 787
	A.-M., 4 <sup>ème</sup> ordre	1.406	276 823	2.552	337 141	5.636	517 075	10.436	824 402
	R.-K., 4 <sup>ème</sup> ordre	2.456	295 225	4.545	349 140	9.900	522 344	18.431	826 757

TABLEAU A1 : L'influence du pas de temps et du schéma de convection sur les temps de calcul requis et sur le nombre d'éléments à l'intérieur du domaine de calcul pour atteindre un temps de simulation  $t = 10.5$  où  $Re = 303$  sur le modèle de la marche en régime instationnaire.

**Équipement informatique.** À titre de référence, tous les résultats présentés dans cette thèse proviennent de simulations qui ont été effectuées sur une station de travail *Indy* de la compagnie *Silicon Graphics*. Entre autres, l'ordinateur est équipé d'une unité de traitement centrale (CPU) MIPS R4600 opérant à 133MHz, une unité de traitement numérique (FPU) MIPS R4610 et 64MB de mémoire dynamique. Parmi les périphériques utilisées, on retrouve deux disques rigides ayant 2GB de mémoire totale, un lecteur cédérom, deux cartes vidéo (qui supportent toutes deux les formats NTSC et S-VHS) et une unité de sauvegarde auxiliaire DAT ayant une capacité de 5GB. Le tout fonctionne à l'aide du système d'exploitation IRIX 5.3 et plusieurs logiciels de traitement et de visualisation de données.

---

# Pensées diverses

---

The secret to creativity is knowing how to hide your sources.

*Albert Einstein*

Disclaimer:

If anyone disagrees with anything I say, I am quite prepared to not only retract it, but also to deny under oath I ever said it.

*Tom Lehrer*

On two occasions I have been asked [by Members of Parliament], "Pray, Mr. Babbage, if you put into the machine wrong figures, will the right answers come out?" I am not able rightly to apprehend the kind of confusion of ideas that could provoke such a question.

*Charles Babbage*

640K ought to be enough for anybody.

(1981) *Bill Gates*

A little inaccuracy saves a world of explanation.

*C. E. Ares*

I have yet to see any problem, however complicated, which, when you looked at it in the right way, did not become still more complicated.

*Paul Anderson*

In the beginning, the universe was created. This made a lot of people very angry, and has been widely regarded as a bad idea.

*Douglas Adams*

The creator of the universe works in mysterious ways.  
But he uses a base ten counting system and likes round numbers.

*Scott Adams*

I think the world is run by C students.

*Al McGuire*

Don't worry about people stealing your ideas.  
If your ideas are any good, you'll have to ram them down people's throats.

*Howard Aiken*

I used to think I was poor. Then they told me I wasn't poor, I was needy.  
 Then they told me it was self-defeating to think of myself as needy. I was deprived.  
 (Oh not deprived but rather underprivileged.)  
 Then they told me that underprivileged was overused. I was disadvantaged.  
 I still don't have a dime. But I have a great vocabulary.

*Jules Feiffer*

When shit becomes valuable, the poor will be born without assholes.

*Henry Miller*

A lady came up to me on the street and pointed to my suede jacket. "You know a cow was murdered for that jacket?" she sneered. I replied in a psychotic tone, "I didn't know there were any witnesses. Now I'll have to kill you too."

*Jake Johanson*

Eloquence is the essential thing in a speech, not information.  
 Everything has its limit--iron ore cannot be educated into gold.  
 Get your facts first, and then you can distort them as much as you please.  
 I am not one of those who in expressing opinions confine themselves to facts.  
 The trouble isn't that there are too many fools, but that the lightning isn't distributed right.  
 Whenever you find you are on the side of the majority, it is time to pause and reflect.

*Mark Twain*

Golf is a good walk spoiled.

*Mark Twain*



Illustration tirée du livre par GEOFF HOWSON, 1988. **GOLF: How to Look Good When You're Not**, Contemporary Books, Chicago.

*Geoff Howson*

This book fills a much-needed gap.

*Moses Hadas*