



UNIVERSITÉ DE  
**SHERBROOKE**

Faculté de génie

Département de génie mécanique

# **MODÉLISATION DE L'INJECTION PARIÉTALE DE PARTICULES DANS UN ÉCOULEMENT TURBULENT**

Mémoire de maîtrise ès science appliquées

Spécialité : génie mécanique

Stéphanie Sanchez

Sherbrooke (Québec), Canada

4 novembre 2004



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
*ISBN: 0-494-05954-0*  
*Our file* *Notre référence*  
*ISBN: 0-494-05954-0*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

# Sommaire

Le mémoire intitulé *Modélisation de l'injection pariétale de particules dans un écoulement turbulent* fait état de l'étude du mouvement de particules liquides dans un écoulement d'air en turbulence par le biais de modèles mathématiques résolus numériquement. Les résultats ainsi obtenus sont ensuite comparés avec succès avec des données expérimentales. Le domaine géométrique de l'étude de cet écoulement biphasique est une soufflerie horizontale de section octogonale. L'originalité de ce projet réside dans la résolution mathématique du problème, qui évite toute résolution des équations de Navier-Stokes. De plus, cette étude met l'emphase sur l'impact de la turbulence sur la trajectoire des particules liquides ainsi que sur l'étendue de leur dispersion.

Ce mémoire est composé de 4 chapitres. Le premier prend soin d'indiquer au lecteur les méthodes de résolutions alternatives au problème posé. Puis, les modèles mathématiques et codes commerciaux employés par l'auteur lors de la résolution sont énoncés dans le second chapitre. Le chapitre 3 fait état des étapes de validation de l'étude et présente les résultats obtenus tout en les comparant avec ceux d'une étude expérimentale. Finalement, le dernier chapitre se veut la conclusion de l'étude et présente les travaux futurs.

L'étude démontre que la dispersion de particules liquides dans un écoulement turbulent est fortement influencée par leur passage dans la couche limite. Ainsi, la dispersion calculée par le modèle ici développé est légèrement inférieure à celle calculée par le logiciel commercial FLUENT, car ce dernier génère des valeurs de turbulence très élevée dans la couche limite. Finalement, la comparaison avec des résultats expérimentaux a démontré que l'allure de la courbe de la dispersion des particules en fonction du temps est semblable à celle calculée numériquement.

Ce mémoire a fait l'objet d'une publication dans le recueil des présentations de la 12<sup>ème</sup> conférence de la société canadienne de CFD. Cette dernière s'est déroulée du 9 au 11 mai 2004 à Ottawa. L'article *Comparative study of three dimensional numerical simulations of particle dispersion in a turbulent air flow* rédigé pour l'occasion se trouve en appendice dans sa version intégrale.

# Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier l'équipe professorale du département de génie mécanique de l'Université de Sherbrooke et tout particulièrement M. Yves Mercadier qui, en sa qualité de directeur de maîtrise, a su faciliter plusieurs aspects de mes études supérieures. Vous avez tous aidé de quelque façon à l'évolution ainsi qu'à la finalité de ce projet de maîtrise.

J'aimerais également remercier famille et ami(e)s qui ont su m'écouter, d'une oreille quelques fois perplexe je dois dire, discourir sur mon sujet de maîtrise. Votre appui a été d'une grande aide dans les moments difficiles.

Je voudrais finalement souligner l'appui financier que m'a apporté le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) ainsi que l'Université de Sherbrooke. La confiance que vous m'avez portée en m'accordant des bourses de recherche a beaucoup été appréciée. Vous m'avez évité bien des soucis durant ces deux années d'étude.

# Table des matières

<b>Sommaire</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>x</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation de l'étude . . . . .	1
1.2 Problématique . . . . .	2
1.3 Objectifs . . . . .	3
1.4 Revue de la bibliographie . . . . .	3
1.4.1 Turbulence . . . . .	4

1.4.2	Méthode Eulérienne de prédiction d'un écoulement diphasique . . . . .	7
1.4.3	Approche Lagrangienne . . . . .	11
1.4.4	Approche Eulérienne/Lagrangienne . . . . .	11
1.5	Présentation du problème à l'étude . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Modèles</b>	<b>17</b>
2.1	Les particules et leur mouvement . . . . .	17
2.1.1	Modèle mathématique - équations de transport des particules . . . . .	17
2.1.2	Force aérodynamique et coefficient de traînée . . . . .	21
2.1.3	Résolution numérique du modèle mathématique . . . . .	23
2.2	L'écoulement d'air . . . . .	24
2.2.1	Fonctionnement de <i>PowerFLOW</i> et caractéristiques . . . . .	25
2.2.2	Modèle de la soufflerie . . . . .	29
2.3	Couplage des particules et de l'écoulement d'air . . . . .	29
2.3.1	Hypothèses de base . . . . .	29
2.3.2	Informations sur l'écoulement d'air . . . . .	31
2.3.3	Repérage des particules dans le maillage de l'écoulement . . . . .	32
2.3.4	Schéma d'interpolation des données . . . . .	34

2.3.5	Régime de l'écoulement . . . . .	36
2.3.6	Régénération de la turbulence . . . . .	38
2.3.7	Repérage d'obstacles et point d'impact des particules . . . . .	45
2.4	Algorithme général de calcul . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Validation des résultats</b>	<b>48</b>
3.1	Écoulement d'air dans la soufflerie . . . . .	49
3.1.1	Raffinement du maillage . . . . .	49
3.1.2	Profils de vitesse . . . . .	51
3.1.3	Évaluation des débits . . . . .	56
3.1.4	Étude de la couche limite . . . . .	56
3.2	Étude des paramètres optimaux . . . . .	60
3.2.1	Nombre de particules . . . . .	60
3.2.2	Pas de temps . . . . .	64
3.3	Dispersion des particules . . . . .	68
3.3.1	Particules dans un écoulement laminaire . . . . .	68
3.3.2	Profils d'énergie cinétique turbulente . . . . .	71
3.3.3	Particules dans un écoulement turbulent . . . . .	72

3.4	Comparaison avec des résultats expérimentaux . . . . .	79
3.4.1	Présentation du problème expérimental . . . . .	80
3.4.2	Comparaison des résultats . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>83</b>
4.1	Conclusion et travaux à venir . . . . .	83
	<b>Bibliographie</b>	<b>86</b>
	<b>Appendice</b>	<b>89</b>

# Table des figures

1.1	Schéma du problème à l'étude . . . . .	16
2.1	Schéma des forces agissant sur une particule . . . . .	19
2.2	Coefficient de traînée d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds . . . . .	23
2.3	Section d'essai de la soufflerie ayant servi comme modèle pour les simulations d'écoulement d'air . . . . .	30
2.4	Repérage des sommets - 2D . . . . .	33
2.5	Interpolation linéaire - 2D . . . . .	35
2.6	Organigramme de détermination du régime de l'écoulement . . . . .	39
2.7	Vitesse fluctuante d'un écoulement turbulent . . . . .	41
2.8	Algorithme général de calcul . . . . .	46
3.1	Distribution de vitesses aux sections pour le maillage #2 . . . . .	51

3.2	Profils de vitesse pour un écoulement laminaire - simulation directe . . . . .	52
3.3	Profils de vitesse pour un écoulement laminaire - modèle à la paroi . . . . .	54
3.4	Profils de vitesse pour un écoulement turbulent . . . . .	54
3.5	Comparaison de la couche limite pour un écoulement laminaire - simulation directe . . . . .	58
3.6	Comparaison de la couche limite pour un écoulement laminaire - modèle à la paroi . . . . .	58
3.7	Comparaison de la couche limite pour un écoulement turbulent . . . . .	60
3.8	Graphique de probabilité normale pour la position lors de l'impact . . . . .	62
3.9	Graphique de probabilité normale pour la position lors de l'impact . . . . .	68
3.10	Graphique de la trajectoire des particules dans la soufflerie . . . . .	70
3.11	Profils de l'énergie cinétique turbulente - <i>PowerFLOW</i> . . . . .	72
3.12	Profils de l'énergie cinétique turbulente - <i>FLUENT</i> . . . . .	72
3.13	Graphique de la dispersion des particules - $d_p=1E-3$ [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) <i>PowerFLOW</i> et code de l'auteur b) <i>FLUENT</i> . . . . .	74
3.14	Graphique de la dispersion des particules - $d_p=2.5E-4$ [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) <i>PowerFLOW</i> et code de l'auteur b) <i>FLUENT</i> . . . . .	75

3.15	Graphique de la dispersion des particules - $d_p=5E-5$ [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) <i>PowerFLOW</i> et code de l'auteur b) <i>FLUENT</i> . . . . .	76
3.16	Graphique de la dispersion des particules - $d_p=2.5E-4$ [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) <i>PowerFLOW</i> et code de l'auteur b) <i>FLUENT</i> . . . . .	77
3.17	Graphique de la dispersion des particules - $d_p=5E-5$ [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) <i>PowerFLOW</i> et code de l'auteur b) <i>FLUENT</i> . . . . .	78
3.18	Graphiques de la largeur de la dispersion en x ou en y en fonction du taux de turbulence ( $\sigma$ ) - C.L. = couche limite . . . . .	79
3.19	Schéma du problème expérimental - Vames et Hanratty . . . . .	80
3.20	Graphique de la dispersion des particules dans un écoulement turbulent en fonction du temps . . . . .	82

# Liste des tableaux

1.1	Classement des régimes d'écoulement à l'aide du nombre de Reynolds . . . . .	4
3.1	Caractéristiques des différents maillages comparés . . . . .	50
3.2	Comparaison des débits à différentes sections de la soufflerie . . . . .	56
3.3	Résultats obtenus lors de tests d'hypothèses effectués pour la détermination du nombre de particules lancées . . . . .	63
3.4	Résultats obtenus lors de tests d'hypothèses effectués pour la détermination du pas de temps $\tau$ . . . . .	69
3.5	Résultats obtenus lors du calcul des trajectoires de particules injectées dans un écoulement laminaire . . . . .	69
3.6	Caractéristiques des essais expérimentaux . . . . .	81

# Nomenclature

$a$	Accélération [ $\text{m s}^{-2}$ ]
$C_d$	Coefficient de traînée [sans dimension]
$d$	Diamètre [m]
$D$	Dispersion [ $\text{m}^2$ ]
$F$	Force [N]
$g$	Accélération gravitationnelle [ $\text{m s}^{-2}$ ]
$k$	Énergie cinétique turbulente [ $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ]
$l$	Longueur [m]
$m$	Masse [kg]
$N$	Nombre d'éléments [sans dimension]
$p$	Pression [Pa]
$Re$	Nombre de Reynolds [sans dimension]
$S$	Surface [ $\text{m}^2$ ]
$t$	Temps [s]
$T$	Température [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$V$	Vecteur vitesse (u, v, w) [m s]
$\mathcal{V}$	Volume [ $\text{m}^3$ ]
$v$	Échelle de Kolmogorov pour la vitesse [sans dimension]
$X$	Vecteur position (x, y, z) [m]

**Lettres grecques**

$\beta$	Taux de présence [sans dimension]
$\delta$	Épaisseur de la couche limite [m]
$\Delta$	Largeur d'une maille [m]
$\epsilon$	Dissipation turbulente [ $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ ]
$\zeta$	Nombre aléatoire [sans dimension]
$\eta$	Échelle de Kolmogorov pour la longueur [sans dimension]
$\lambda$	Valeur propre [sans dimension]
$\mu$	Viscosité [ $\text{N s m}^{-2}$ ]
$\nu_t$	Viscosité turbulente [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]
$\rho$	Densité [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\sigma$	Intensité turbulente [sans dimension]
$\tau$	Temps [s] ou échelle de Kolmogorov pour le temps [sans dimension]
$\chi$	Série de nombre aléatoires normalement distribués [sans dimension]
$\nabla$	Opérateur de gradient [sans dimension]

**Indices**

<i>air</i>	Air
<i>crit</i>	Critique
<i>d</i>	Traînée
<i>dev</i>	Développement
<i>e</i>	Tourbillon ou "eddy"
<i>eff</i>	Effectif
<i>h</i>	Hydraulique

<i>o</i>	Initial
<i>p</i>	Particule
<i>rms</i>	"Root mean square"
<i>sommet</i>	Au noeud
<i>tr</i>	Transit
$\infty$	Infini
'	Instationnaire
–	Moyen

# Chapitre 1

## Introduction

L'étude de l'injection pariétale de particules dans un écoulement en turbulence est ici présentée par le biais d'une revue des disciplines connexes au projet.

Pour ce faire, ce chapitre est divisé en cinq parties. Les trois premières - motivation de l'étude, problématique et objectifs - expriment les raisons ainsi que les buts recherchés lors de l'étude. Ces sections sont suivies du corps même du chapitre soit la revue de la littérature. Cette dernière fait l'état des connaissances sur des sujets tels que la turbulence et les méthodes de résolution d'écoulement d'Euler et Lagrange. Finalement, le chapitre se clôture sur la présentation détaillée du problème à l'étude.

### 1.1 Motivation de l'étude

Le transport de particules tel que celui des gouttelettes de liquide par un écoulement d'air est un phénomène couramment étudié. En effet, des études ont eu lieu afin de mieux comprendre,

par exemple, l'effet de la combinaison vents/pluie sur les structures et l'usure prématurée des bâtiments civils [4], la dispersion des polluants atmosphériques pour des problèmes d'épandages chimiques ou encore des émissions provenant des cheminées ainsi que plusieurs phénomènes associés à l'injection dans les moteurs.

L'étude du transport des particules est hautement importante dans les domaines concernant la conception de véhicules routiers sécuritaires. En effet, prédire la dispersion des gouttelettes d'eau permet de cerner les zones probables d'accumulation et de projection sur une automobile et donne ainsi des informations supplémentaires aux concepteurs afin de développer des éléments externes plus appropriés à la conduite d'un véhicule sous la pluie (rétroviseur, lunette arrière, cavité des roues, essuie-glaces, etc.).

Plusieurs études [1] ont été entreprises jusqu'à présent sur la modélisation et le repérage de gouttelettes d'eau dans un écoulement d'air. Par contre, aucune de ces études ne s'est penchée particulièrement sur l'impact de la turbulence sur les trajectoires des particules, ainsi que l'étendue de leur dispersion. C'est ce dont il sera question dans l'étude proposée.

## 1.2 Problématique

La problématique de la présente étude réside en la détermination numérique du comportement et de la trajectoires de particules liquides dans un écoulement turbulent. La turbulence engendrant des mouvements aléatoires ou pseudo aléatoires, il y est pressenti que ces mouvements sont transmis aux trajectoires des particules. C'est ce phénomène qui sera quantifié précisément et statistiquement.

Outres l'étude du mouvement des particules dans un écoulement d'air, d'autres applications telles que la dispersion de polluants atmosphériques ou encore le transport d'agents abrasifs sur

la route peuvent être pressenties. En effet, le Québec étant une province nordique, des milliers de tonnes d'abrasifs sont répandus sur les routes en hiver, ce qui a un impact environnemental considérable. L'outil développé permettrait alors de simuler la dispersion des gouttelettes d'abrasif qui sont soulevées au passage des véhicules, et ainsi de mieux évaluer l'impact des épandages d'abrasifs sur l'environnement et les infrastructures.

### **1.3 Objectifs**

Le but premier de cette étude est d'analyser et de vérifier le comportement des trajectoires de particules dans un écoulement turbulent. Il est également visé de conduire cette analyse sans employer les modèles d'écoulement turbulent conventionnel, ni passer par la résolution d'un système d'équations de Navier-Stokes. Ces contraintes, en plus de constituer des objectifs principaux de la recherche en font également son originalité.

Le second but de cette étude est de construire un logiciel d'analyse de trajectoire ou encore de coupler le modèle de l'étude à un logiciel déjà existant.

Le but troisième de la présente recherche est d'appliquer le modèle numérique à quelques exemples connus. Ainsi, l'étude réalisée passera du contexte général de particules liquides dans un écoulement turbulent aux problèmes plus spécifiques tels que les phénomènes d'injection de particules liquides d'huile dans les moteurs.

### **1.4 Revue de la bibliographie**

Cette section est consacrée à établir l'état des connaissances quant aux différentes méthodes connues qui traitent et résolvent des problèmes connexes à la présente étude.

### 1.4.1 Turbulence

La turbulence est un phénomène couramment étudié en mécanique des fluides ainsi qu'en aérodynamique. La raison étant que cet état est le plus souvent observé dans la majorité des écoulements réels. En fait, les scientifiques qui étudient les écoulements ont beaucoup plus de chance d'être en présence d'un fluide en turbulence que laminaire [13]. Il ne suffit qu'à penser aux rafales de vents, ou encore aux tourbillons formés aux abords d'un barrage ou d'une chute, etc.

Ainsi, un écoulement peut être défini comme étant turbulent lorsque qu'il y a présence de fluctuations aléatoires de ses propriétés. Par exemple, si l'observation de la vitesse en un point fixe d'un écoulement révèle des variations aléatoires non négligeables en fonction du temps, cet écoulement peut être défini comme étant turbulent en ce point. D'un point de vue pratique, la nature d'un écoulement est définie avec le calcul du nombre de Reynolds (équation 1.1). Il est important de noter, que les valeurs inscrites au tableau suivant, n'offrent au lecteur qu'un ordre de grandeur du nombre de Reynolds associé aux différents types d'écoulements.

Reynolds	Type d'écoulement (interne)
$0 < Re < 1$	Écoulement rampant - mouvement hautement laminaire et visqueux
$1 < Re < 100$	Écoulement laminaire - grande dépendance avec Re
$100 < Re < 10^3$	Écoulement laminaire avec couche limite non négligeable
$10^3 < Re < 10^4$	Phase de transition laminaire turbulent
$10^4 < Re < 10^6$	Écoulement turbulent - dépendance modérée avec Re
$10^6 < Re < \infty$	Écoulement turbulent - grande dépendance avec Re

TAB. 1.1 – Classement des régimes d'écoulement à l'aide du nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (1.1)$$

L'observation des écoulements turbulents révèle la présence de tourbillons locaux dont la di-

mension caractéristique est leur diamètre ( $l_e$ ). Il également est observé qu'un grand tourbillon peut contenir et transporter un ou plusieurs tourbillons de plus petite dimension. Ultiment, les plus petits tourbillons se dissipent en chaleur par l'action de la viscosité moléculaire. Ainsi, les écoulements turbulents sont toujours dissipatifs.

Les écoulements turbulents sont grandement dépendants des grands tourbillons. Ce sont eux les responsables de la diffusivité accrue observée dans les écoulements turbulents. Puisque les grands tourbillons sont présents sur de grandes distances, la diffusivité et les contraintes dans l'écoulement sont dépendants de l'historique de l'écoulement et non pas uniquement des valeurs présentes. De plus, puisque les petits tourbillons se dissipent éventuellement à cause des frottements internes, le flux de dissipation est fonction du flux énergétique reçu des grands tourbillons.

Ainsi, la quantité d'énergie transférée des grands aux petits tourbillons se nomme énergie cinétique turbulente. La théorie de Kolmogorov sur l'équilibre universel stipule que les plus petits tourbillons dissipent l'énergie reçue au même débit qu'ils la reçoivent des grands tourbillons. Ainsi, les déplacements internes doivent dépendre uniquement du débit d'énergie transféré entre tourbillons et de la viscosité cinématique. C'est en se basant sur cette prémisse que les échelles de Kolmogorov pour la longueur, le temps et la vitesse sont définies :

$$\text{Longueur} \quad \eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.2)$$

$$\text{Temps} \quad \tau = \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

$$\text{Vitesse} \quad v = (\nu\epsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (1.4)$$

Où  $\nu$  est la viscosité turbulente et  $\epsilon$  représente la dissipation turbulente.

Le fait que l'échelle de la turbulence (Kolmogorov) soit plusieurs fois plus grande que l'échelle moléculaire permet de considérer un écoulement turbulent comme un continuum.

De plus, la présence de tourbillons, la variation temporelle des propriétés de l'écoulement ainsi que leur dépendance avec l'historique implique que la turbulence est un phénomène tridimensionnel dépendant du temps. Ainsi, l'étude numérique des écoulements turbulents implique le stockage d'une grande quantité de données. Cette constatation doit être considérée lors de l'élaboration d'un modèle de turbulence - section 2.3.6.

Maintenant que les aspects généraux de la turbulence sont connus, il faut savoir classer les écoulements turbulents selon leurs caractéristiques particulières. Voici la liste des principales catégories :

- Turbulence homogène : écoulement turbulent à l'intérieur duquel il n'y a aucun gradient de ses valeurs moyennes ;
- Turbulence stationnaire : écoulement turbulent dont les valeurs moyennes sont invariantes en fonction du temps ;
- Turbulence isotrope : écoulement turbulent dont les caractéristiques sont invariantes peu importe la direction.

Dans le cadre de cette étude, la modélisation de l'injection pariétale de particules sera effectuée dans un écoulement turbulent inhomogène (au niveau cinématique) cisailé simple, mais isotrope (au niveau de l'intensité turbulente) et stationnaire. Ceci signifie que la vitesse de l'écoulement varie en fonction de la distance par rapport aux parois du volume de simulation. Néanmoins, plus la distance à la paroi est grande, plus l'écoulement tend vers la turbulence homogène. De plus, l'intensité turbulente est invariante peu importe la direction observée (isotrope).

Finalement, les valeurs moyennes de l'écoulement modélisé sont indépendantes du temps (stationnaire). Ces notions de turbulence, ainsi que la définition du modèle utilisé pour l'étude sont approfondies à la section 2.3.6.

### 1.4.2 Méthode Eulérienne de prédiction d'un écoulement diphasique

La méthode Eulérienne est une approche traitant les particules ainsi que le fluide comme étant des continus. Lorsque cette approche est employée, le mouvement des particules est observé en un point de l'espace. Habituellement une approche Eulérienne est utilisée pour les cas où il y a beaucoup de particules - taux de présence de particules <sup>1</sup> dans le fluide légèrement inférieur à 1 - [20] et [15]. Ainsi, une approche Eulérienne est employée pour des cas comme celui d'un lit fluidisé ou encore pour le calcul des particules en suspension dans les aérosols.

La méthode Eulérienne peut être développée de deux façons différentes, soit avec une formulation à un fluide pour les écoulements diphasiques homogènes (résolution de 4 équations <sup>2</sup>) ou une formulation à deux fluides distincts (résolution de 6 équations <sup>3</sup>) [15]. Ici, l'approche à deux fluides sera développée, car cette méthode est plus couramment utilisée et plus générale que l'approche à un fluide.

Dans l'approche Eulérienne à deux fluides, chaque position dans l'écoulement diphasique est occupé simultanément par les deux phases. Ainsi, l'évolution de chaque phase est gouvernée par ses propres équations de conservation de masse et de momentum. Les deux phases sont alors couplées à l'intérieur des 6 équations de conservation. C'est dans ce couplage et dans

---

<sup>1</sup>Le taux de présence des particules se calcule en faisant le rapport entre le volume occupé par les particules dans le domaine et le volume du domaine.

<sup>2</sup>2D - Équation de continuité (1), de mouvement (2) et d'énergie (1).

<sup>3</sup>2D - Équation de continuité (2, soit une pour chaque phase), de mouvement (4) avec comme hypothèse de départ que le phénomène est isotherme et isobare.

l'interprétation des interactions entre les phases que résident les plus grandes difficultés du problème [3].

Les hypothèses suivantes sont généralement posées afin de simplifier la résolution mathématique de l'écoulement diphasique :

- Il n'y a pas d'interaction entre particules, il n'y a donc pas de collisions ni de coagulation ;
- Les particules ne subissent aucun changement de phase ;
- Les particules ont une forme sphérique parfaite ;
- Les propriétés physiques des particules et de l'écoulement sont constantes ;
- L'écoulement est en régime permanent ;
- Le fluide (air) est considéré comme étant incompressible ;
- Le taux de turbulence du fluide continu est connu.

De plus, comme le présent projet de recherche se penche sur un phénomène isotherme, cette hypothèse est ajoutée à la liste précédente.

Il est à noter que le système d'axe utilisé ici correspond à un axe des x horizontal, positif vers la droite et un axe des y vertical, positif vers le haut, donc dans le sens inverse de la gravité.

En considérant le couplage des particules en tant que continuum - approche Eulérienne - avec le fluide en turbulence, il faut définir les équations de continuité et de momentum pour l'écoulement d'air et les particules indépendamment. Par exemple, pour un modèle 2D, l'équation de continuité pour l'écoulement d'air fait intervenir une densité de fluide tandis que l'équation de continuité fait intervenir une densité de particules :

Continuité pour fluide <sup>4</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x}(\beta_{air}u_{air}) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_{air}v_{air}) = 0 \quad (1.5)$$

Continuité pour les particules

$$\frac{\partial}{\partial x}(\beta_p u_p) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_p v_p) = 0 \quad (1.6)$$

Taux de présence

$$\beta_p = \frac{V_p}{V_{air}} \text{ et } \beta_{air} = 1 - \beta_p \quad (1.7)$$

Ensuite il faut déterminer les équations de momentum pour chaque dimension, et ce, pour les deux phases indépendamment.

L'équation de conservation de quantité de mouvement pour l'écoulement d'air fait intervenir uniquement la vitesse de l'air ainsi que des forces de gravité, d'Archimède et de traînée.

Momentum pour le fluide - selon x <sup>5</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\beta_{air}\rho_{air}u_{air}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_{air}\rho_{air}u_{air}v_{air}) = \\ -\beta_{air}\frac{\partial p}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\beta_{air}\mu_{eff}\frac{\partial u_{air}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\beta_{air}\mu_{eff}\left(\frac{\partial v_{air}}{\partial x} + \frac{\partial u_{air}}{\partial y}\right)\right] - F_{dx} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Momentum pour le fluide - selon y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\beta_{air}\rho_{air}u_{air}v_{air}) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_{air}\rho_{air}v_{air}^2) = -\beta_{air}\frac{\partial p}{\partial y} \\ + 2\frac{\partial}{\partial y}\left(\beta_{air}\mu_{eff}\frac{\partial v_{air}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\beta_{air}\mu_{eff}\left(\frac{\partial v_{air}}{\partial x} + \frac{\partial u_{air}}{\partial y}\right)\right] - F_{dy} + \beta_{air}\rho_{air}g \end{aligned} \quad (1.9)$$

<sup>4</sup>La nomenclature utilisée dans ce rapport est présentée dans les pages préliminaires.

<sup>5</sup>Les équations de momentum sont tirés de l'article [7].

avec la relation constitutive suivante :

$$\mu_{eff} = \mu_{air} + \mu_t \quad (1.10)$$

L'équation de mouvement des particules pour sa part fait intervenir à la fois le champ de vitesse du fluide et des particules. De plus, afin de prendre en compte l'effet de la turbulence, un coefficient  $\sigma$  représentant le taux de turbulence doit être introduit. Finalement, les forces (gravité, Archimède, traînée) en jeux doivent être également intégrées à l'équation.

Momentum pour les particules - selon x

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\beta_p \rho_p u_p^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_p \rho_p u_p v_p) = \\ -\beta_p \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta_p \frac{\mu_{eff}}{\sigma} \frac{\partial u_p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \beta_p \frac{\mu_{eff}}{\sigma} \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} + \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) \right] + F_{dx} \end{aligned} \quad (1.11)$$

Momentum pour les particules - selon y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\beta_p \rho_p u_p v_p) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta_p \rho_p v_p^2) = \\ -\beta_p \frac{\partial p}{\partial y} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \beta_p \frac{\mu_{eff}}{\sigma} \frac{\partial v_p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \beta_p \frac{\mu_{eff}}{\sigma} \left( \frac{\partial v_p}{\partial x} + \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) \right] + F_{dy} + \beta_p \rho_p g \end{aligned} \quad (1.12)$$

où  $F_d$  le terme général de la force de traînée [7] et  $Re_p$  le nombre de Reynolds sont définis ainsi :

$$F_d = 0.75 \beta_p \beta_{air} C_d \frac{\mu_{eff}}{d_p^2} Re_p (V_{air} - V_p) \quad (1.13)$$

$$Re_p = \rho_{air} d_p \frac{|V_{air} - V_p|}{\mu_{air}} \quad (1.14)$$

Ainsi, une fois que les équations de continuité et de momentum sont définies, il faut ensuite ajouter que le phénomène à l'étude est isotherme ( $T = \text{constante}$ ) et isobare ( $P_p = P_{air}$ ). Il

ne reste alors que 6 équations et 6 inconnues. Il faut ensuite résoudre le système d'équations numériquement. Cette dernière étape est celle qui généralement engendre le plus de problèmes avec ce type d'équations puisque la convergence vers une solution n'est pas assurée et varie énormément selon les conditions initiales et aux frontières utilisées.

### **1.4.3 Approche Lagrangienne**

L'approche Lagrangienne est une méthode où le phénomène à l'étude est considéré comme étant un ensemble de valeurs discrètes. Effectivement, dans le cas présent, l'utilisation de cette méthode impliquerait de considérer les particules ainsi que l'écoulement comme étant des éléments discrets. De plus, contrairement à l'approche Eulérienne, la méthode Lagrangienne n'observe pas les particules en un point de l'espace, mais les suit tout au long de leur trajectoire.

Il est à noter que cette méthode n'est pratiquement jamais utilisée pour décrire le mouvement d'un fluide ainsi que le mouvement des particules. La méthode employée lors de l'étude d'un écoulement biphasé est plutôt de considérer la phase dispersée, soit les particules, comme étant discrète (Lagrange) et la phase continue, soit l'écoulement comme étant un continuum (Euler). C'est donc ce dont il sera question à la section suivante.

### **1.4.4 Approche Eulérienne/Lagrangienne**

La stratégie de résolution qui considère l'écoulement comme étant un continuum (Eulérien) et un repérage de particules qui sont considérées comme étant discrètes (Lagrangien) a été proposée pour la première fois par [17]. Plusieurs auteurs ont ensuite utilisé cette méthode afin de prédire l'érosion des bâtiments due aux phénomènes climatiques tels que la pluie et le vent par exemple [4].

Dans un premier temps, il faut définir les équations régissant l'écoulement du fluide en le considérant comme continuum. Lorsque l'écoulement est laminaire, il suffit uniquement de résoudre les équations de continuité et de momentum appropriée suivantes :

Continuité - forme générale propre aux hypothèses posées à la section 1.4.2

$$\nabla \cdot (\vec{V}) = 0 \quad (1.15)$$

Momentum - forme générale propre aux hypothèses posées à la section 1.4.2

$$\sum \vec{F} = \rho \mathcal{V} (\vec{V} \nabla) \vec{V} \quad (1.16)$$

Où les forces en jeux, sont des forces de volume (ici uniquement la gravité), ainsi que des forces de surfaces, soit les forces de pression et les forces visqueuse :

$$\sum \vec{F} = (\rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V}) \mathcal{V} \quad (1.17)$$

Lorsque l'écoulement est turbulent, la méthode la plus fréquemment utilisée pour la résolution consiste à utiliser un des nombreux modèles de turbulence dont le plus connu est le modèle  $k - \epsilon$  [28]. La résolution de ce modèle donnant les valeurs des vecteurs de vitesses partout dans l'écoulement d'air. Ces valeurs sont nécessaires pour le calcul des trajectoires des particules.

### Modèle $k - \epsilon$

Le modèle  $k - \epsilon$  standard est un modèle couramment utilisé en industrie et dans les logiciels de simulations commerciaux, tel que *FLUENT*®.

La viscosité turbulente  $\nu_t$  est définie par :

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\epsilon} \quad (1.18)$$

Où  $k$  représente l'énergie cinétique turbulente et  $\epsilon$  est son taux de dissipation.

Transport de l'énergie cinétique turbulente

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{V} \nabla k = (\mu \nabla^2 \vec{V}) \nabla \vec{V} - \epsilon + \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] \quad (1.19)$$

Transport du débit de dissipation

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \vec{V} \nabla \epsilon = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} (\mu \nabla^2 \vec{V}) \nabla \vec{V} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] \quad (1.20)$$

Avec comme corrélations les plus communes  $C_{\epsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1.92$ ,  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1.314$  ainsi les relations auxiliaires suivantes :

La vorticité

$$\omega = \frac{\epsilon}{C_\mu k} \quad (1.21)$$

Largeur caractéristique des tourbillons (eddies)

$$l_e = \frac{C_\mu k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (1.22)$$

Il est à noter que les relations 1.18, 1.21 et 1.22 sont grandement utilisées lors de la comparaison des résultats obtenus avec des résultats expérimentaux à la sous-section 3.4.

Dans un deuxième temps, les particules sont considérées comme étant discrètes. Le mouvement des particules est régi par la loi de Newton, ce qui est approprié lorsque l'approche Lagrangienne est employée [20] - voir section 2.1. Il faut donc résoudre la première loi de Newton pour chaque particule. Cette résolution peut se faire de plusieurs manières, la plus couramment utilisée étant une résolution avec la méthode de Runge-Kutta qui donne la position et la vitesse de chaque particule en fonction du temps - voir section 2.1.3.

## Modèle RNG

Le modèle RNG n'est pas utilisé aussi fréquemment que le modèle  $k - \epsilon$ , par contre il est défini ici car il est employé par le logiciel *PowerFLOW*® - voir section 2.2.1. Il est important de noter que, tout comme le modèle  $k - \epsilon$ , la résolution du modèle RNG donne les valeurs des vecteurs de vitesses partout dans l'écoulement d'air.

Le modèle RNG (*ReNormalisation Group*) ressemble beaucoup au modèle  $k - \epsilon$ . De ce fait, les équations de viscosité turbulente 1.18, de transport de l'énergie cinétique turbulente 1.19 sont les mêmes à l'exception d'un ajustement des constantes de corrélations.

Les constantes de corrélation utilisées avec le modèle RNG découlent de résolutions mathématiques et sont  $C_{\epsilon 1} = 1.42$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1.68$ ,  $C_{\mu} = 0.0845$ ,  $\sigma_k = 0.7194$ ,  $\sigma_{\epsilon} = 0.7194$ .

Quant à l'équation de transport du débit de dissipation, elle est légèrement différente de l'équation 1.20. En effet, un terme source supplémentaire est présent dans l'équation :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \vec{V} \nabla \epsilon = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} (\mu \nabla^2 \vec{V}) \nabla \vec{V} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \nabla \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon}} \right) \nabla \epsilon \right] - R \quad (1.23)$$

avec comme terme source

$$R = \frac{C_{\mu} \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0}) \epsilon^2}{(1 + \beta_0 \eta^3) k} \quad (1.24)$$

Où

$$\eta = \frac{k}{\epsilon} [(\mu \nabla^2 \vec{V}) \nabla \vec{V}]^{0.5} \quad (1.25)$$

avec comme constantes de corrélation additionnelles  $\eta_0 = 4.38$  et  $\beta_0 = 0.012$ .

## 1.5 Présentation du problème à l'étude

Le problème ici étudié porte sur le calcul numérique de l'évolution de la dispersion de gouttelettes d'eau injectées dans un écoulement d'air turbulent. Ainsi, les particules sont injectées une à une dans un écoulement d'air turbulent généré en soufflerie dont la vitesse moyenne est constante -  $V = (0,0,5)$  [m/s]. Il est à noter que la vitesse initiale des particules est nulle et qu'elles sont injectées dans l'écoulement à l'entrée de la soufflerie soit à  $X = (0.3066, 0.6132, 0)$  [m]. La soufflerie ici employée représente une soufflerie construite et hébergée par l'Université de Sherbrooke - voir figure 2.3 - et est de section octogonale tel que présenté à la figure 1.1. Cette soufflerie sera utilisée pour vérifier expérimentalement les résultats obtenus lors de la présente étude.

De plus, deux zones d'enregistrement sont créées afin de mesurer la dispersion des particules à ces endroits. La première représente la paroi horizontale inférieure de la soufflerie, tandis que la deuxième section d'enregistrement est une section plane verticale normale à l'écoulement dont la position selon  $z$  peut être ajustée. Cette deuxième section est indispensable à l'étude, car il est fort possible que les particules liquides se voient emportées par l'écoulement d'air et par conséquent n'atteignent jamais le sol de la soufflerie avant d'en sortir ou d'impacter une parois.

Ainsi, il est proposé de résoudre numériquement l'injection pariétale de particules sphériques dans un écoulement turbulent en soufflerie avec une pseudo<sup>6</sup> méthode Eulérienne/Lagrangienne. Les modèles et la théorie employés afin de mener à bien cette étude sont définis et explicités au chapitre suivant.

---

<sup>6</sup>L'utilisation du terme pseudo utilisé ici est intrinsèque au logiciel utilisé pour la résolution de l'écoulement d'air - voir section 2.2.

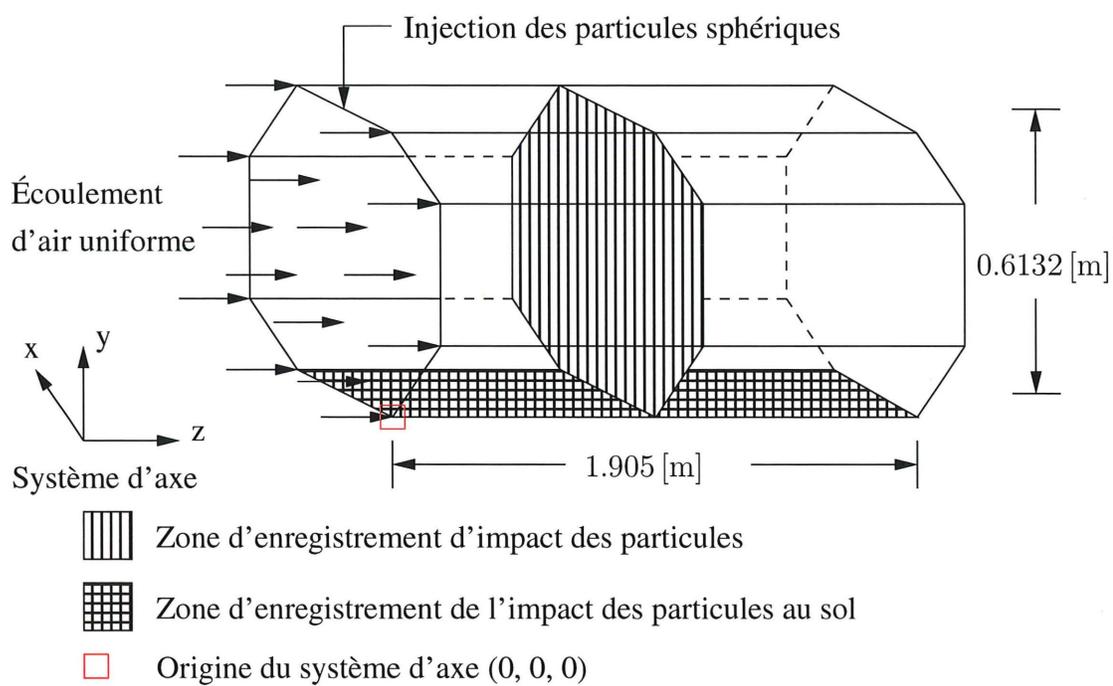


FIG. 1.1 – Schéma du problème à l'étude

# Chapitre 2

## Modèles

Le second chapitre de ce mémoire présente les différents modèles mathématiques utilisés et développés afin de calculer la dispersion des particules d'eau injectées dans un écoulement d'air turbulent.

Ainsi, ce chapitre présente à tour de rôle la modélisation du mouvement des particules, la modélisation de l'écoulement d'air et finalement les méthodes employées afin de coupler les particules à l'écoulement d'air.

### 2.1 Les particules et leur mouvement

#### 2.1.1 Modèle mathématique - équations de transport des particules

Plusieurs méthodes sont connues afin de résoudre des problèmes tels que le mouvement de particules dans un écoulement quelconque - voir sous-sections 1.4.2, 1.4.3 et 1.4.4. Ainsi, la

modélisation mathématique d'un écoulement d'air turbulent où se trouvent des particules d'eau peut se faire de plusieurs manières différentes [15], deux grandes catégories émanent de celles-ci [1]. Certains optent pour une méthode Eulérienne (théorie des écoulements diphasiques) tandis que d'autres privilégient une approche Lagrangienne. Le facteur de décision résidant dans la nature du problème, soit par la taille et la concentration de particules. Ici, en se basant sur ce qui a été mentionné aux sections 1.4.2 et 1.4.3, la méthode Eulérienne/Lagrangienne est privilégiée.

Cette méthode est couramment utilisée dans des problèmes tels que ceux de la modélisation de polluants atmosphériques où la densité de particules est faible. L'hypothèse que les particules n'influencent pas l'écoulement extérieur peut alors être faite. La solution fait ainsi intervenir le repérage de particules dans un champ de vitesse connu ([11] et [20]).

Dans le cas présent, une approche pseudo-Eulérienne est employée dans la détermination du champ de vitesse de l'écoulement d'air. En effet, bien que le fluide en mouvement soit considéré comme un continuum, le logiciel utilisé pour sa simulation - *PowerFLOW* - traite le fluide comme un ensemble de particules, donc de façon discrète lors de sa résolution - voir section 2.2.1.

La méthode Lagrangienne est utilisée pour déterminer la trajectoire des particules de liquide qui sont toutes considérées comme étant des sphères parfaites de diamètre  $d_p$ . Cette représentation des particules, bien que simplificatrice, est couramment utilisée comme prémisse de départ, car elle permet de définir le terme de force de traînée avec plus de facilité [3].

La démarche proposée est donc la suivante :

1. Écrire le diagramme de corps libre (DCL) afin de déterminer les forces agissant sur la particule - voir figure 2.1 ;
2. Développer la deuxième loi de Newton pour une particule ;

3. Solutionner cette équation afin d'obtenir le champ de vitesse d'une particule ainsi que sa position ;
4. Refaire plusieurs fois l'étape 3 afin d'obtenir la position pour toutes les particules lancées ayant des conditions initiales identiques ou différentes.

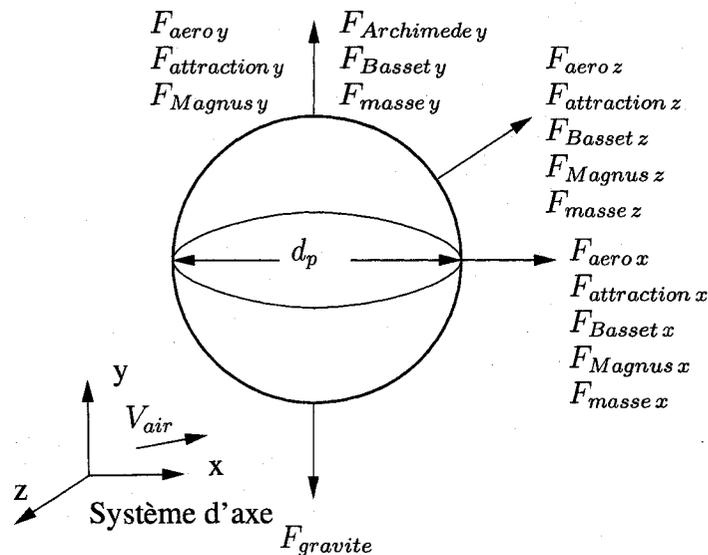


FIG. 2.1 – Schéma des forces agissant sur une particule

Les forces agissant sur une particule libre sont énumérées et définies ci-dessous :

- $F_{aero}$  est la force aérodynamique. Tout corps dans un fluide est influencé par des forces dues au fluide. La force de traînée et la force de portance en font partie. Elles sont représentées par une composante dans chaque direction (3 axes) et un coefficient aérodynamique ( $C_d$ ). Dans le cas à l'étude, la résultante des forces de pression est nulle car les particules sont représentées par des sphères, et ont donc une géométrie symétrique.
- $F_{Archimede}$  est la force d'Archimède. Tout corps immergé dans un fluide est influencé par une poussée verticale nommée poussée d'Archimède. Cette force de volume est équivalente à la masse de fluide déplacée par le corps en question.
- $F_{attraction}$  est la force d'attraction qu'exerce la masse d'une particule par rapport à une autre.

La force d'attraction augmente lorsque la distance entre les particules diminue. Inversement, la force d'attraction diminue au point d'être négligeable lorsque la distance inter-particulaire augmente.

- $F_{Basset}$  est la force de Basset. Cette dernière est la force qui tient compte de l'historique du mouvement d'un corps.
- $F_{gravite}$  est la force due à la gravité. C'est une force d'attraction que la masse de la Terre exerce sur tout corps de masse non-nulle. Lorsque le cas à l'étude se situe à la surface de la terre, l'accélération gravitationnelle est environ  $9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$ .
- $F_{Magnus}$  est la force de Magnus. Lorsqu'un corps est en rotation dans un fluide, cela engendre un différentiel de pression et cause un déséquilibre des forces agissant sur le corps. C'est ce qu'on appelle la force de Magnus.
- $F_{masse}$  est la force de masse ajoutée. Lorsqu'un corps se déplace dans un fluide, ce dernier doit déplacer une certaine masse de fluide pour avancer. Lorsque ce corps est accéléré, le fluide aux alentours doit l'être également. Le corps se comporte alors comme s'il était plus lourd d'une quantité nommée masse ajoutée et subit donc une force nommée force de masse ajoutée.

Il est à noter que la force de gravité ainsi que la force d'Archimède sont uniquement dans une direction, car ici, le système d'axe correspond exactement au sens de la poussée d'Archimède et donc au sens inverse gravitationnel. Il n'est donc pas nécessaire de décomposer ces forces et de les écrire en fonction d'un angle  $\theta$  par exemple.

Ainsi, il faut déterminer  $F_{aero}$ ,  $F_{Archimede}$ ,  $F_{attraction}$ ,  $F_{Basset}$ ,  $F_{masse}$ ,  $F_{Magnus}$  et  $F_{gravite}$ . Une analyse préliminaire sur ces différentes forces permet d'éliminer la force de Magnus. En effet, selon [11], la force de Magnus sur une gouttelette est due à sa rotation sur elle-même et aux forces de cisaillement agissant sur elle. Ainsi, puisque que dans l'étude ici menée, les particules sont considérées comme n'étant pas en rotation sur elles-mêmes, la force de Magnus est nulle.

La force de Basset et de masse ajoutée, peuvent toutes deux être négligées (dans les trois axes),

car la densité des particules d'eau ( $\rho_p$ ) est largement supérieure à la densité de l'air ( $\rho_{air}$ ) [5]. De plus, la force d'attraction peut également être négligée comparativement à la force de traînée, et ce, selon les directions x, y et z. Ainsi, les équations régissant le mouvement de la particule sont :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (2.1)$$

$$F_{aero x} = m_p \frac{du_p}{dt} \quad (2.2)$$

$$F_{aero y} + F_{Archimede} - F_{gravite} = m_p \frac{dv_p}{dt} \quad (2.3)$$

$$F_{aero z} = m_p \frac{dw_p}{dt} \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Force aérodynamique et coefficient de traînée

Les forces en jeu dans les équations 2.1 à 2.4 sont relativement simples à évaluer, seule la force aérodynamique nécessite un développement supplémentaire. La force aérodynamique représente les forces de pression ainsi que les contraintes de cisaillement agissant sur la surface de la particule faisant front à l'écoulement. Cette force aérodynamique est définie ainsi [25] :

$$|F_{aero}| = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_d \quad (2.5)$$

Où  $V$  représente la vitesse relative des particules par rapport à l'écoulement et  $S$  la surface de la section droite de la particule sphérique faisant front à l'écoulement. Ainsi, une fois l'équation 2.5 développée, la force de traînée d'une sphère devient :

$$F_{aero} = \frac{\pi d_p^2}{8} \rho_{air} (V_{air} - V_p) |V_{air} - V_p| C_d \quad (2.6)$$

Une corrélation mathématique du coefficient de traînée pour une sphère est utilisée [24].

La littérature scientifique contient un grand nombre de corrélations. Les plus connues sont les modèles de Stoke <sup>1</sup>, Oseen <sup>2</sup>, Stoke & Cunningham, Schiller & Naumann, etc. Toutes ces corrélations, bien que fortement utilisées, ne conviennent pas au problème à l'étude, car leur champ d'application se limite bien souvent aux écoulements laminaires (bas  $Re$ ) ou turbulents (haut  $Re$ ) - voir figure 2.2. Il est à noter que dans l'étude présente, le nombre de Reynolds ne dépassera pas 2E5.

Ainsi, la corrélation choisie ci-dessous est valable pour un domaine d'étude dont le nombre de Reynolds est inclus dans l'intervalle  $[0, 2E5]$ . Cette corrélation a été développée par Boothroyd [2] et utilisée par plusieurs auteurs [3].

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad 0 < Re_p \leq 200 \quad (2.7)$$

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (0.914 Re_p^{0.282} + 0.135) \quad 200 < Re_p \leq 2500 \quad (2.8)$$

<sup>1</sup>Modèle établi en 1856 -  $C_d = \frac{24}{Re}$ .

<sup>2</sup>Modèle établi en 1911 -  $C_d = \frac{24}{Re} [1 + \frac{3Re}{16}]$ .

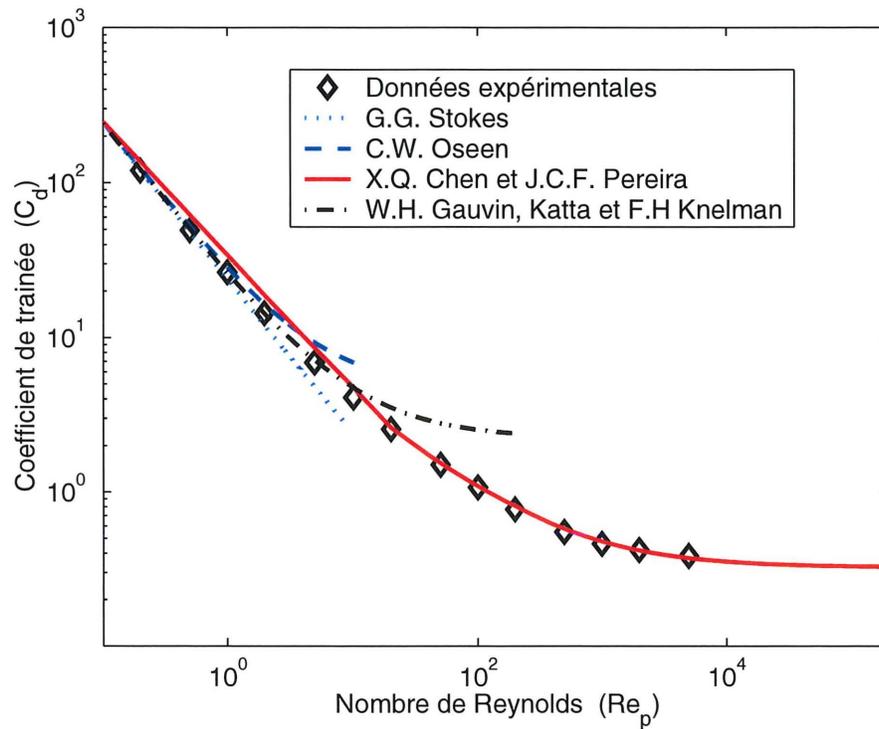


FIG. 2.2 – Coefficient de traînée d’une sphère en fonction du nombre de Reynolds

$$C_d = \frac{24}{Re_p} (0.0167 Re_p) = \text{constante} \quad 2500 < Re_p \leq 2E5 \quad (2.9)$$

avec

$$Re_p = \frac{\rho_{air} |V_{air} - V_p| d_p}{\mu_{air}} \quad (2.10)$$

### 2.1.3 Résolution numérique du modèle mathématique

Afin de trouver la vitesse et la position en fonction du temps d’une particule à partir des équations 2.2, 2.3 et 2.4, il faut résoudre un système d’équations différentielles. Plusieurs méthodes numériques peuvent être utilisées pour accomplir une telle tâche. Ici, la méthode de Runge-Rutta

(4,4) est privilégiée.

La méthode de Runge-Kutta est une méthode de résolution d'équations différentielles ordinaires à pas séparés, c'est-à-dire que seule la valeur présente est prise en compte pour le calcul de la valeur suivante. Cette méthode, comme beaucoup d'autres d'ailleurs, est basée sur un développement de Taylor [22].

La vitesse et la position de la particule sont calculées simultanément avec cet algorithme. Ceci est réalisable en résolvant avec la méthode de Runge-Kutta, le système suivant :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ u_p \\ v_p \\ w_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \frac{F_{aero x}}{m_p} \\ \frac{F_{aero y} + F_{Archimede} - F_{gravite}}{m_p} \\ \frac{F_{aero z}}{m_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \frac{\frac{3}{4} \frac{\rho_{air}}{\rho_p} (u_{air} - u_p) |u_{air} - u_p| C_{dx}}{\rho_p d_p} \\ \frac{\left(\frac{\rho_{air}}{\rho_p} - 1\right) g + \frac{3}{4} \frac{\rho_{air}}{\rho_p} (v_{air} - v_p) |v_{air} - v_p| C_{dy}}{d_p} \\ \frac{\frac{3}{4} \frac{\rho_{air}}{\rho_p} (w_{air} - w_p) |w_{air} - w_p| C_{dz}}{\rho_p d_p} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

## 2.2 L'écoulement d'air

L'écoulement d'air, qu'il soit en régime laminaire ou turbulent, est considéré comme un continuum. Dans la présente étude, un logiciel de simulation numérique est utilisé afin de modéliser l'écoulement. Ainsi, les données relatives à l'écoulement d'air sont considérées comme étant connues.

Actuellement, il existe un grand nombre de logiciels commerciaux de simulation d'écoulement capable de solutionner le type d'écoulement en cause. Les plus connus sont *FLUENT*®, *CFX*®, *STAR-CD*®, *Phoenics*® ou encore *PowerFLOW*®.

Dans le cadre de cette étude, les logiciels *FLUENT* et *PowerFLOW* sont utilisés. En effet, *Po-*

*PowerFLOW* est employé pour simuler et solutionner l'écoulement d'air dans la soufflerie. C'est dans cet écoulement que sont lancées les particules d'eau. *FLUENT*, quant à lui, est employé afin de valider les résultats obtenus avec *PowerFLOW* et le code de l'auteur.

*FLUENT* est un des logiciels les plus utilisés en «Computational Fluid Dynamics - C.F.D.». En effet, plusieurs livres ont été rédigés sur son fonctionnement ainsi que sur l'interprétation des résultats. Le logiciel *FLUENT* est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes par une méthode de volumes finis. De plus, si un écoulement turbulent est simulé, ce logiciel offre un vaste choix de modèles de turbulence ; du modèle de base au plus complexe.

À l'instar de tous les autres logiciels de simulation d'écoulement, *PowerFLOW* est dans une classe à part. En effet, ce dernier n'est pas basé sur la résolution des systèmes d'équations hautement non-linéaire de Navier-Stokes. *PowerFLOW* a plutôt développé son propre système de résolution nommé *DIGITAL PHYSICS*®. L'utilisation d'une technique de résolution différente de celle des autres logiciels en fait son originalité et la raison pourquoi il est employé dans le cadre de cette étude.

### 2.2.1 Fonctionnement de *PowerFLOW* et caractéristiques

*PowerFLOW* est un logiciel qui a été développé par la compagnie Exa Corporation et peut être utilisé pour de nombreuses applications :

- Problèmes dont la valeur du nombre de Reynolds est élevée et ayant des couches limites turbulentes ;
- Simulations directes d'écoulements laminaires et problèmes dont le nombre de Reynolds est faible ;
- Simulations d'écoulements externes - mesures aérodynamiques ;
- Identification des sources de bruits sonore ;

- Simulations d'écoulements internes ;
- Simulation en milieu poreux ;
- Turbomachines.

De plus, afin d'assurer que l'écoulement à l'étude soit bien modélisé par le logiciel, il faut s'assurer qu'il réponde aux restrictions suivantes <sup>3</sup> :

- L'écoulement doit être subsonique (nombre de Mach < 0.3) ;
- Le fluide à l'étude doit être newtonien ;
- L'écoulement doit être monophasé ;
- L'écoulement ne doit pas être majoritairement influencé par des effets gravitationnels ;
- L'écoulement ne doit pas inclure des réactions chimiques.

L'étude proposée est celle d'un écoulement interne incompressible allant du régime laminaire (faible nombre de Reynolds) au régime turbulent (haut nombre de Reynolds). De plus, il est important de rappeler que la connaissance des phénomènes présents à l'intérieur de la couche limite est nécessaire au projet, car le repérage des particules doit également être possible dans cette région de l'écoulement. Finalement, il y a absence de réaction chimique, une seule phase compose l'écoulement principal et puisque le fluide ambiant est de l'air, l'hypothèse du fluide newtonien est valide. Ainsi, il est convenu que l'écoulement étudié peut être résolu par *PowerFLOW*, car il répond aux critères énumérés précédemment.

*PowerFLOW* est un code parallèle et doit être installé sur une plate-forme *Unix* pour la phase de calcul de l'écoulement. Néanmoins, une fois ce calcul effectué, la visualisation des résultats peut être réalisée avec *PowerVIZ* - un utilitaire du logiciel - sur une plate-forme *Windows*. Dans le cadre de cette étude, les calculs d'écoulements sont effectués sur une station *Unix* de 8 processeurs. Chaque processeur est de type R10000 dont la fréquence d'horloge est de 250 [MHz], la mémoire cache de 4 [MB] et la capacité graphique de 8 [GB]. Les résultats obtenus sont

---

<sup>3</sup>Les informations recueillies sur *PowerFLOW* et décrites à la section 2.2.1 sont tirées de [9].

ensuite transférés sur une plate-forme *Windows* pour des fins de visualisation et de validation de l'écoulement simulé.

### **Fonctionnement de *DIGITAL PHYSICS***

*DIGITAL PHYSICS* emploie les réseaux de gaz de Boltzmann comme modèle de base. De plus, le principe général derrière la méthode de *DIGITAL PHYSICS* est de suivre les particules, d'enregistrer leur mouvement dans le temps et l'espace afin de simuler un écoulement de gaz ou de liquide. La conservation de masse, de momentum et d'énergie de l'ensemble des particules et du système est intrinsèque à la méthode de résolution développée. Le résultat des simulations effectuées avec la méthode de *DIGITAL PHYSICS* est une prédiction précise de valeurs macroscopiques tels que la portance, la traînée et des phénomènes dépendant du temps.

La différence fondamentale séparant les techniques de calculs de *DIGITAL PHYSICS* aux autres logiciels de calcul est que *DIGITAL PHYSICS* considère le fluide à l'étude comme étant discret. Ainsi, au lieu de résoudre des équations faisant appel à un continuum, un ensemble de particules dans un espace discret est créé et représente le point de départ de la modélisation. Cette approche de résolution facilite la construction des modèles d'écoulement par l'utilisateur, augmente la performance des calculs tout en assurant l'obtention de résultats stables et précis.

L'approche de *DIGITAL PHYSICS* est basée sur une formulation discrète de la théorie cinétique. Puisque les équations de Navier-Stokes peuvent être dérivées des équations de Boltzmann en utilisant l'expansion statistique de Chapman-Enskog, la méthode peut être ainsi validée.

Dans le réseau développé par *DIGITAL PHYSICS* et basé sur ceux de Boltzmann, les particules ont toutes une position discrète dans le domaine du modèle, se déplacent en suivant des directions discrètes, avec une vitesse discrète et à des intervalles de temps discrets. Les particules se déplacent, grâce à leurs interactions entre-elles et leur environnement, dans un maillage cu-

bique dont chaque cube est appelé *voxel*. Les particules se déplacent donc d'un *voxel* à un autre, à chaque pas de temps. Les informations sont alors stockées au centre des *voxels*. Le maillage généré par *PowerFLOW* est également composé d'éléments de surface nommés *surfels*. Il est important de noter que peu importe la nature de la géométrie représentée, le maillage garde toujours sa structure régulière et cubique. Ainsi, c'est lors de la phase de discrétisation que *DIGITAL PHYSICS* génère tous les *voxels* et les *surfels* nécessaires. En employant le modèle de réseau de gaz de Boltzmann, *DIGITAL PHYSICS* use de trois phénomènes microscopiques afin de simuler le comportement des fluides réels ; soit les interactions entre particules, les interactions surface/particules, et l'advection soit le transfert des propriétés. Contrairement aux réseaux de gaz simples, l'approche développée par *DIGITAL PHYSICS* élimine les différentes perturbations en simulant plusieurs particules microscopiques bougeant simultanément dans différentes directions et s'entrechoquant entre-elles.

Pendant la simulation, les particules interagissent entre-elles tout en se déplaçant de *voxel* en *voxel*, et ce, pour chaque pas de temps. Chaque pas de temps se divise donc en deux étapes : le déplacement et les collisions. Il faut noter également que le mouvement des particules est contrôlé par la direction et la vitesse de chaque particule. Typiquement, chaque pas de temps fait intervenir des millions de particules. En effet, au départ de la simulation, chaque voxel est investi de  $10^5$  à  $10^6$  particules. Ainsi, l'ordre de grandeur des particules de simulation d'écoulement est de  $10^{10}$  molécules par particule.

Le but de toute simulation de *DIGITAL PHYSICS* est de permettre au système simulé de tendre vers un état d'équilibre thermodynamique. Ceci est possible grâce aux multiples collisions permettant ainsi de conserver la masse, le momentum et l'énergie. De plus, c'est lors des collisions entre une ou des particules et la surface (*surfel*) que les conditions de frontières sont transmises aux particules. Ces dernières repartent donc en mouvement, mais possèdent maintenant l'information des frontières du domaine.

La méthode développée par *DIGITAL PHYSICS* permet de faire des simulations autant pour des régimes d'écoulement à bas nombre de Reynolds que pour les régimes à haut nombre de Reynolds. Lorsque le nombre de Reynolds est bas, une méthode de simulation directe est employée. Cette méthode nécessite un grand nombre de *voxels* dans la couche limite permettant un niveau de résolution élevé pour un écoulement en cisaillement et une valeur nulle de vitesse à la paroi. Néanmoins, pour le cas des écoulements à haut nombre de Reynolds, l'approche directe ne peut être employée, car elle nécessite un grande quantité de mailles à la surface qui monopoliserait les ressources informatiques et augmenterait démesurément le temps de calcul. Donc, dans le cas d'un écoulement turbulent -  $Re$  élevé - un modèle de turbulence basé sur le modèle RNG - section 1.4.4 - est utilisé à la fois pour le fluide et son comportement aux parois.

### **2.2.2 Modèle de la soufflerie**

La soufflerie modélisée pour les simulations d'écoulement d'air possède les mêmes caractéristiques géométriques que celle présente à l'Université de Sherbrooke. En effet, le modèle conçu pour les simulations effectuées avec *PowerFLOW* représente une soufflerie de section octogonale dont chaque côté est d'une longueur de 0.254 [m]. La section d'essai de la soufflerie, quant à elle, est d'une longueur totale de 1.905 [m].

## **2.3 Couplage des particules et de l'écoulement d'air**

### **2.3.1 Hypothèses de base**

Maintenant que les modèles d'écoulement d'air et de repérage de particules ont été présentés individuellement, voici les hypothèses qui sont posées pour le problème couplé écoule-

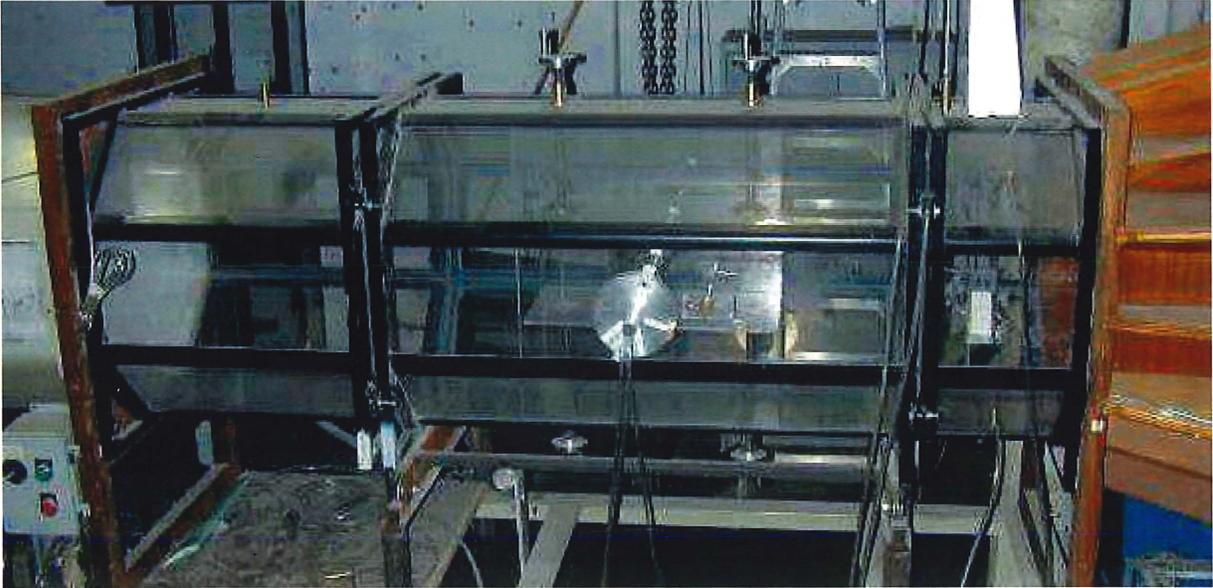


FIG. 2.3 – Section d’essai de la soufflerie ayant servi comme modèle pour les simulations d’écoulement d’air

ment/particules :

- Il n’y a aucune interaction entre particules (collision, coagulation, etc.) ;
- Les particules ne perturbent pas l’écoulement d’air ;
- Les particules sont représentées par des sphères solides et parfaites d’un diamètre constant ( $d_p$ ) ;
- Les particules ne peuvent pas se déformer ;
- Les particules ne sont pas en rotation sur elles-mêmes ;
- Les propriétés physiques des particules d’eau ainsi que de l’écoulement d’air sont constantes ;
- L’air est un fluide newtonien ;
- L’écoulement d’air est isotherme ;
- La turbulence est isotrope, i.e. le taux de turbulence est le même peu importe la direction.

### 2.3.2 Informations sur l'écoulement d'air

L'écoulement d'air - laminaire ou turbulent - étant résolu avec le logiciel *PowerFLOW*, les informations suivantes sont disponibles au point central de chaque *voxel* du maillage :

- La position précise ( $x, y, z$ ) par rapport à l'origine - voir figure 1.1 ;
- Les vitesses moyennes ( $\bar{u}_{air}, \bar{v}_{air}, \bar{w}_{air}$ ) de l'écoulement ;
- La pression ( $p$ ) ;
- La température ( $T$ ) ;
- La densité ( $\rho_{air}$ ) ;
- L'énergie cinétique turbulente ( $k$ )<sup>4</sup> ;
- La dissipation turbulente ( $\epsilon$ ) ;
- La viscosité turbulente ( $\nu_t$ ) ;
- La largeur d'un élément de maillage (invariable) ( $\Delta$ ).

Dans le cadre de cette étude, les valeurs provenant de la résolution de *PowerFLOW* sont les valeurs moyennes du système après l'atteinte du régime permanent.

Avec ces informations, il est possible de générer un autre maillage où chaque point central des *voxels* devient le sommet d'une maille cubique. Ainsi, des particules sont lancées dans le nouveau maillage. C'est donc via les données de vitesse de l'air et indirectement de l'énergie cinétique turbulente - pour le cas d'un régime turbulent - que l'information sur l'écoulement d'air est transmise aux particules. Effectivement, ces valeurs, une fois connues à l'emplacement exacte de la particule, influence son mouvement en agissant sur le terme de force de traînée - équation 2.6.

---

<sup>4</sup>Cette information et les suivantes sont disponibles uniquement pour un écoulement turbulent.

### 2.3.3 Repérage des particules dans le maillage de l'écoulement

Le repérage des particules dans le maillage de l'écoulement est une étape déterminante du projet. En effet, la connaissance de la position précise de chaque particule dans le maillage à chaque pas de temps est nécessaire lors de la phase d'interpolation des données.

La position de chaque particule étant connue en tout temps, il faut néanmoins repérer les huit sommets de la maille dans laquelle la particule se trouve afin de transmettre l'information de l'écoulement d'air à la particule. Pour se faire, une fonction de recherche du logiciel de programmation *Matlab*® est employée. Cette fonction nommée *dsearchn* permet de trouver, dans un environnement tridimensionnel (3D), la position du point de maillage le plus proche de la particule. Une fois ce point trouvé, rechercher les sept autres sommets n'est qu'une question d'orientation et de géométrie. En effet, puisque chaque *voxel* créé par *PowerFLOW* est un cube non déformé, de dimensions fixes et invariables à travers le maillage, et ce, peu importe la géométrie à l'étude ; il va de soi que le maillage généré à partir de celui-ci est également fait de cubes non déformés et de dimensions égales.

La figure 2.4 montre une présentation du problème pour trouver les sommets manquants dans un cas 2D.

Pour le cas présenté à la figure 2.4, la réponse à la question #1<sup>5</sup> est cadran I ou IV et la réponse à la question # 2 est cadran I ou II. Ainsi, le sommet trouvé est celui du cadran # 1, cadran dans lequel la particule se trouve également. De plus, la réponse à ces deux questions permet de trouver la position exacte des trois autres sommets dans le cas 2D et des sept autres sommets dans le cas 3D. Pour ce faire, il suffit de refaire la commande *dsearchn*, mais cette fois-ci en donnant les coordonnées d'une particule qui est déplacée d'un cadran à un autre. Plus spécifiquement, pour un cas général en 2D comme celui de la figure 2.4 :

<sup>5</sup>Les questions posées sont inscrites à la figure 2.4.

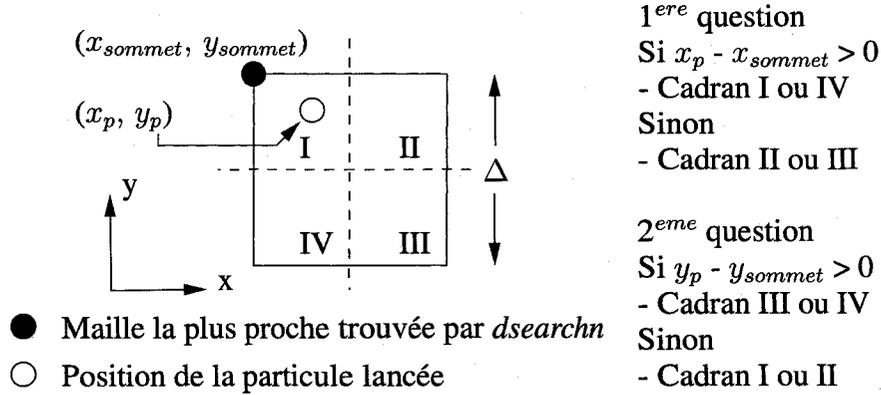


FIG. 2.4 – Repérage des sommets - 2D

1. Si la particule se trouve dans le cadran I ou IV, déplacer la particule au point  $(x_p + \Delta, y_p)$  ;  
Si la particule se trouve dans le cadran II ou III, déplacer la particule au point  $(x_p - \Delta, y_p)$  ;
2. Faire *dsearchn* avec la nouvelle position de la particule ;
3. Le 2<sup>eme</sup> sommet vient d'être trouvé ;
4. Prendre la position en x trouvée en 1 et la garder pour les 2 étapes suivantes ;
5. Si la particule se trouve dans le cadran III ou IV, déplacer la particule au point  $(x_p \pm \Delta, y_p + \Delta)$  ;  
Si la particule se trouve dans le cadran II ou III, déplacer la particule au point  $(x_p \pm \Delta, y_p - \Delta)$  ;
6. Faire *dsearchn* avec la nouvelle position de la particule ;
7. Le 3<sup>eme</sup> sommet vient d'être trouvé ;
8. Prendre la position initiale de la particule ;
9. Si la particule se trouve dans le cadran III ou IV, déplacer la particule au point  $(x_p, y_p + \Delta)$  ;  
Si la particule se trouve dans le cadran II ou III, déplacer la particule au point  $(x_p, y_p - \Delta)$  ;
10. Faire *dsearchn* avec la nouvelle position de la particule ;

11. Le 4<sup>ème</sup> sommet vient d'être trouvé.

En étendant cette technique à un problème 3D comme celui de la présente étude, il est aisé de trouver avec certitude la position des huit sommets de la maille où se trouve la particule. L'obtention de ces coordonnées donnant directement accès aux diverses caractéristiques de l'écoulement d'air listées au début de la section 2.3, il ne reste qu'à interpoler ces résultats pour en obtenir la valeur à l'emplacement de la particule  $(x_p, y_p, z_p)$ .

Il est important de noter que plusieurs autres techniques auraient pu être utilisées afin de trouver les coordonnées des huit sommets. La sélection de la méthode employée est uniquement basée sur le paramètre de temps de calcul. En effet, puisque *dsearchn* est une fonction de *Matlab* et par surcroît une fonction de trie, l'algorithme de programmation est d'un niveau élevé et est optimisé pour réduire le temps de calcul. Ainsi, la simple lecture de la matrice - sans même la trier - contenant toutes les positions des sommets des noeuds par l'utilisateur prend plus de temps machine que l'utilisation de cette fonction de repérage.

### 2.3.4 Schéma d'interpolation des données

Encore une fois, une fonction du logiciel *Matlab* est employée. La fonction qui se nomme *interp3* est une fonction d'interpolation en 3D. Cette dernière permet d'effectuer une interpolation linéaire, cubique, d'employer la méthode des résidus pondérés ou encore des splines. Pour la présente étude, puisque les mailles sont toutes cubiques et droites, une interpolation linéaire est effectuée afin de trouver la valeur des différentes caractéristiques aux coordonnées de la particule. À titre d'exemple, voici comment est trouvée la vitesse  $v_p$  à une position  $(x_p, y_p)$  connue et connaissant la position des sommets ainsi que la vitesse à ces points [14]. Un schéma explicatif de cet exemple 2D est présenté à la figure 2.5.

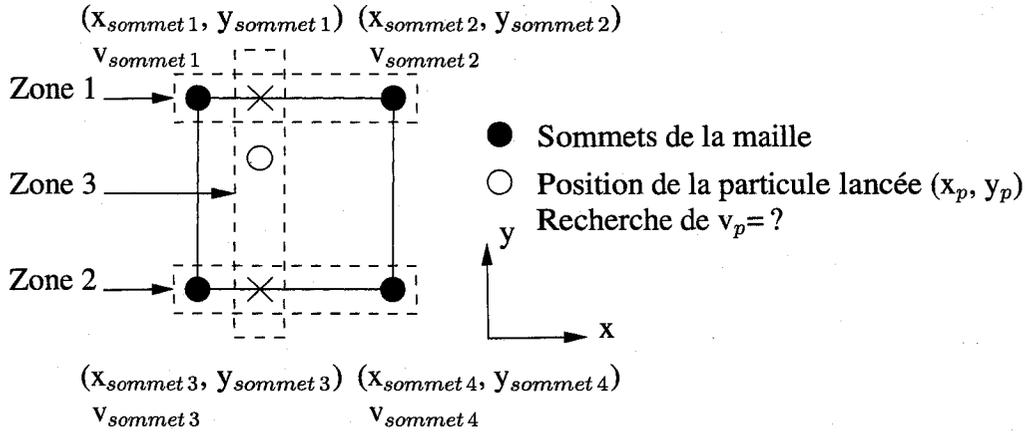


FIG. 2.5 – Interpolation linéaire - 2D

Zone #1 :

$$L_1 = \frac{x_p - x_{\text{sommet } 2}}{x_{\text{sommet } 1} - x_{\text{sommet } 2}} \quad (2.12)$$

$$L_2 = \frac{x_p - x_{\text{sommet } 1}}{x_{\text{sommet } 2} - x_{\text{sommet } 1}} \quad (2.13)$$

$$v_{\text{zone } 1} = L_1 v_{\text{sommet } 1} + L_2 v_{\text{sommet } 2} \quad (2.14)$$

Zone #2 :

$$L_3 = \frac{x_p - x_{\text{sommet } 4}}{x_{\text{sommet } 3} - x_{\text{sommet } 4}} \quad (2.15)$$

$$L_4 = \frac{x_p - x_{\text{sommet } 3}}{x_{\text{sommet } 4} - x_{\text{sommet } 3}} \quad (2.16)$$

$$v_{\text{zone } 2} = L_3 v_{\text{sommet } 3} + L_4 v_{\text{sommet } 4} \quad (2.17)$$

Zone #3 :

$$L_5 = \frac{y_p - y_{\text{sommet } 1 \text{ ou } 2}}{y_{\text{sommet } 3 \text{ ou } 4} - y_{\text{sommet } 1 \text{ ou } 2}} \quad (2.18)$$

$$L_6 = \frac{y_p - y_{\text{sommet } 3 \text{ ou } 4}}{x_{\text{sommet } 1 \text{ ou } 2} - x_{\text{sommet } 3 \text{ ou } 4}} \quad (2.19)$$

$$v_p = v_{\text{zone } 3} = L_5 v_{\text{zone } 1} + L_6 v_{\text{zone } 2} \quad (2.20)$$

En étendant cette technique à un problème 3D, un algorithme semblable à celui de la fonction linéaire de *interp3* est obtenu. Ainsi, il est dorénavant possible de calculer la valeur de  $\bar{u}_{\text{air}}$ ,  $\bar{v}_{\text{air}}$ ,  $\bar{w}_{\text{air}}$  et de  $k$  - pour le cas d'un écoulement turbulent - à la position instantanée de la particule.

### 2.3.5 Régime de l'écoulement

#### Détermination du régime de l'écoulement

Lorsque la simulation de l'écoulement d'air dans *PowerFLOW* est dite turbulente, cela n'implique pas qu'une particule se trouve dans un écoulement pleinement turbulent peu importe sa position. En effet, il est possible qu'à l'intérieur de la couche limite le régime de l'écoulement soit laminaire. De plus, il est toujours préférable de vérifier l'état de l'écoulement en tout point afin d'en assurer son régime.

Le régime de l'écoulement est vérifié en plusieurs étapes. En premier lieu, le nombre de Reynolds pour un écoulement dans un tube est calculé en prenant comme longueur caractéristique le diamètre hydraulique de la soufflerie. La vitesse utilisée, quant à elle, est la vitesse moyenne de l'écoulement d'air dans la direction principale - normalement  $z$  - de l'écoulement, et ce, au centre de la section - en  $x$  et  $y$  - et à la position locale de la particule en  $z$ . Cette vitesse moyenne de l'écoulement est représentée par  $V_\infty$ . La valeur critique du nombre de Reynolds dans un tuyau est  $Re_{crit} = 2.3E3$  [24]. Ceci implique que si  $Re < Re_{crit}$  l'écoulement est laminaire et inversement, si  $Re \geq Re_{crit}$  l'écoulement est alors turbulent.

$$Re = \frac{\rho_{air} V_\infty d_h}{\mu_{air}} \quad (2.21)$$

où

$$d_h = \frac{4 \text{ Aire section d'essais}}{\text{Perimetre section d'essais}} = \frac{4 \cdot 0.3115 \text{ [m}^2\text{]}}{2.032 \text{ [m]}} = 0.61321 \text{ [m]} \quad (2.22)$$

**Écoulement laminaire** Lorsque  $Re < 2.3E3$ , il faut alors déterminer si la particule se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur de la couche limite. Si la particule est à l'extérieur de la couche limite, il peut être conclu que l'écoulement d'air est en régime laminaire. Ainsi, le calcul de la prochaine position de la particule est fait à partir des vitesses moyennes de l'écoulement d'air

et aucun modèle de régénération de turbulence n'est nécessaire. Par contre, si la particule est à l'intérieur de la couche limite, il faut alors déterminer si cette couche limite est laminaire ou turbulente. Si elle est laminaire, encore une fois le modèle de régénération de turbulence n'est pas nécessaire aux prochains calculs. Finalement, lorsque la particule est dans la couche limite et que celle-ci est turbulente, il faut alors utiliser le modèle de régénération de turbulence expliqué à la sous-section 2.3.6 pour ensuite calculer sa prochaine position.

**Écoulement turbulent** Lorsque  $Re \geq 2.3E3$ , il faut alors effectuer d'autres calculs pour déterminer si localement - à la position présente de la particule - l'écoulement est turbulent ou non. Pour ce faire, les mêmes étapes que ci-dessus doivent être franchies. Ainsi, il faut d'abord établir si la particule est dans la couche limite ou non. Si elle est à l'extérieur, l'écoulement est automatiquement turbulent et il faut trouver la vitesse locale et instantanée de l'air pour calculer la prochaine position de la particule. Par contre, si la particule est à l'intérieur de la couche limite, il faut déterminer si la couche limite est, à ce point, turbulente ou laminaire.

### Repérage de la couche limite et détermination du régime

Une manière facile et peu coûteuse en temps de calcul pour savoir si une particule est à l'intérieur de la couche limite ou non est de comparer la vitesse moyenne dans la direction principale de l'écoulement et à la position présente de la particule, nommée  $\bar{V}_{air}$  à  $V_\infty$  - voir sous-section 2.3.5. Ainsi, la particule est à l'intérieur de la couche limite lorsque :

$$\bar{V}_{air} < 0.99 V_\infty \quad (2.23)$$

La transition du régime laminaire à turbulent à l'intérieur de la couche limite dépend de plusieurs facteurs. Mis à part la forte relation entre  $Re$  et le type de régime, la distribution de pression de l'écoulement externe à la couche limite, la rugosité de la paroi et le taux de turbulence

de l'écoulement externe à la couche limite sont des facteurs importants à la détermination du régime à l'intérieur de la couche limite. Dans la présente étude, la détermination du régime d'écoulement à l'intérieur de la couche limite est réalisée via le nombre de Reynolds selon  $z$ . Les parois internes de la soufflerie ici étudiée, sont considérées comme étant des surfaces planes et lisses. Ainsi, pour ce genre de tube, la transition laminaire-turbulent dans un écoulement d'air à lieu à une distance  $z$  du début de la paroi et est calculée comme suit [24] :

$$Re_{z\text{ crit}} = \frac{\rho_{air} V_{\infty} z}{\mu_{air}} = 3.5E5 \quad (2.24)$$

Subséquentement, lorsque  $Re_z$  calculé est inférieur à  $Re_{z\text{ crit}}$ , l'écoulement dans la couche limite est laminaire, sinon il est turbulent.

L'organigramme - figure 2.6 - représente les facteurs de décisions permettant de déterminer le régime de l'écoulement aux alentours d'une particule.

### 2.3.6 Régénération de la turbulence

La turbulence de l'écoulement d'air est transmise aux particules via le terme de vitesse de l'air nécessaire au calcul de la force aérodynamique - équation 2.6.

De la nature d'un écoulement laminaire, il peut être écrit que  $V_{air} = \bar{V}_{air}$ , la composante instantanée de la vitesse étant nulle - voir équation 2.27. Ainsi lorsque l'écoulement est laminaire, la vitesse de l'air utilisée afin de calculer  $F_{aero}$  est  $V_{air}$ , soit la vitesse de l'air à la position présente de la particule.

Par contre, lorsque l'écoulement est turbulent, le terme de vitesse doit représenter la vitesse instantanée de l'air à la position présente de la particules soit  $V_{air}$ . C'est ce terme qui est déterminé par le modèle de régénération de turbulence.

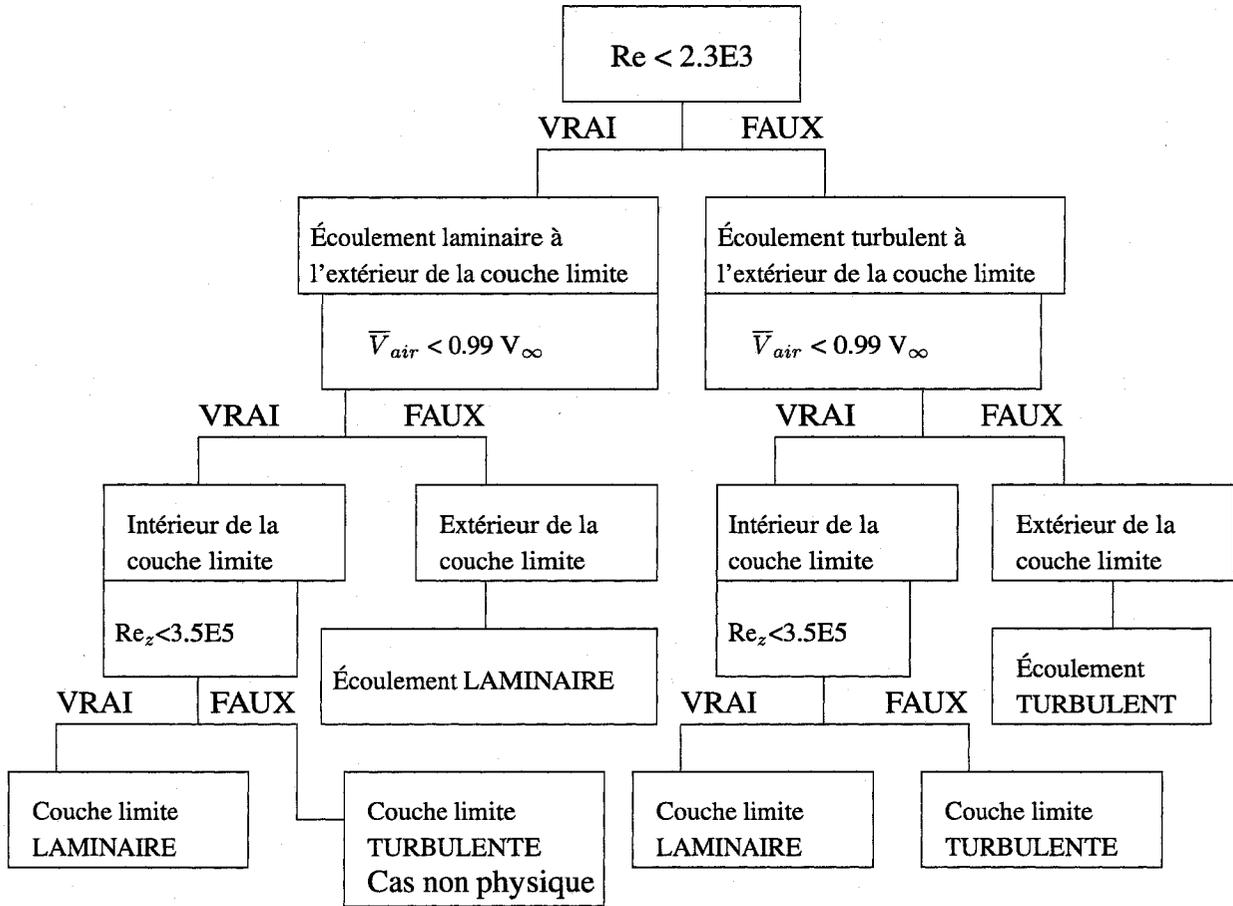


FIG. 2.6 – Organigramme de détermination du régime de l'écoulement

Dans l'étude de la turbulence, la notion de «fluctuation aléatoire» de la vitesse en fonction du temps et de la position est fondamentale. La conséquence logique d'un tel constat est que les phénomènes de turbulence sont mieux reproduits et compris avec l'emploi de théories statistiques. C'est donc sur les constatations qui découlent de l'étude statistique de la turbulence que se base le modèle de régénération.

Pour ce faire, les vitesses fluctuantes et la nature de l'écoulement turbulent sont représentées par une vitesse stationnaire - soit la vitesse moyenne de l'écoulement - ( $\bar{V}_{air}$ ), une vitesse instantanée ( $V'_{air}$ ), ainsi qu'un taux de turbulence ( $\sigma$ ). Cependant, des informations disponibles

sur l'écoulement d'air turbulent simulé avec *PowerFLOW* - voir section 2.3 - seule la vitesse stationnaire ( $\bar{V}_{air}$ ) est directement retrouvée. En effet, ni la vitesse instationnaire, ni le taux de turbulence ne font partie des résultats des simulations. Malgré cela, il est possible d'obtenir les trois données nécessaires, à chaque sommet de maille, à partir de la vitesse moyenne ( $\bar{V}_{air}$ ) et de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{k}{\bar{V}_e^2}} \quad [28] \quad (2.25)$$

Où

$$V_e = \sqrt{\bar{u}_{air}^2 + \bar{v}_{air}^2 + \bar{w}_{air}^2} \quad (2.26)$$

Une fois le taux de turbulence connu, il faut trouver  $V'_{air}$ . Pour ce faire, il faut regarder un peu plus précisément l'allure d'un signal expérimental de vitesse en fonction du temps pour un écoulement turbulent. Par exemple, l'observation du signal de vitesse à la figure 2.7(a) montre clairement que ce signal, lorsque tracé sous forme de fonction de densité de probabilité - figure 2.7(b), prend la forme d'une distribution gaussienne. Les équations qui se déduisent de cette constatation sont utilisées pour l'élaboration du modèle :

$$V_{air} = V'_{air} + \bar{V}_{air} \quad (2.27)$$

$$\sigma = \frac{V_{rms}}{\bar{V}_{air}} \quad (2.28)$$

$$V'_{air} = \chi V_{rms} \quad (2.29)$$

Où  $\chi$  est une série de valeurs aléatoires centrés à 0 dont la caractéristique de la densité de probabilité est d'être gaussienne. De plus, le réarrangement des équations 2.27, 2.28 et 2.29 rend possible l'élaboration d'une relation permettant de trouver la dernière inconnue nécessaire à la fabrication du modèle, soit  $V_{air}$ .

$$V_{air} = \bar{V}_{air} \left( 1 + \frac{\sigma}{\chi} \right) \quad (2.30)$$

Ainsi, le modèle de régénération de la turbulence est régi par les étapes suivantes :

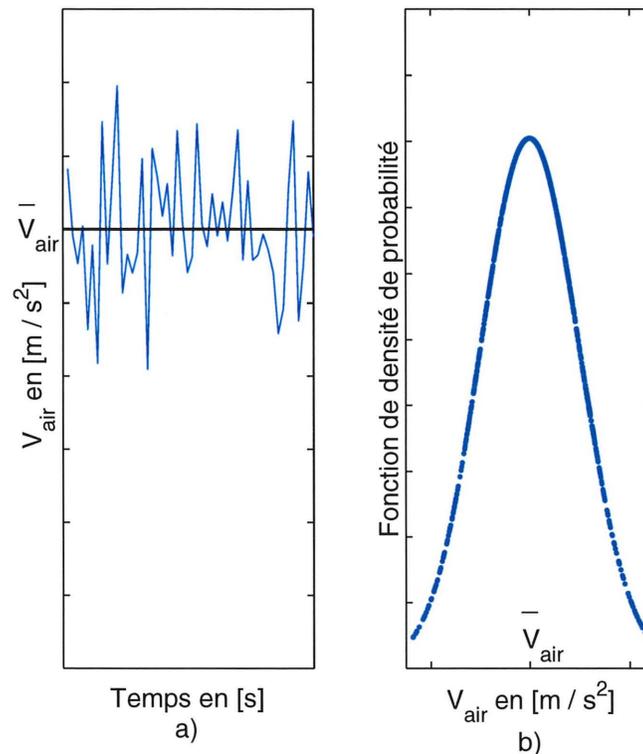


FIG. 2.7 – Vitesse fluctuante d'un écoulement turbulent

1. La position de la particule au temps présent est connu, donc la valeur de  $k$  et de  $\bar{V}_{air}$ , après interpolation, sont connues ;
2. Retrouver le taux de turbulence  $\sigma$  avec l'équation 2.25 ;
3. Générer un vecteur  $\chi$  pour une plage de  $N$  valeurs<sup>6</sup> ;
4. Résoudre l'équation 2.28 pour trouver  $V_{rms}$  ;
5. Résoudre l'équation 2.29 pour trouver  $V'_{air}$  ;
6. Utiliser l'équation 2.27 pour trouver  $V_{air}$ .

Une fois ces étapes effectuées,  $V_{air}$  est maintenant un vecteur de  $N$  éléments. Ainsi, afin de valider que les valeurs du vecteur  $V_{air}$  correspondent bien à la nature de l'écoulement, le taux

<sup>6</sup>Il est conseillé d'utiliser une plage d'au moins 100 valeurs pour obtenir une distribution gaussienne plus exacte.

de turbulence ( $\sigma$ ) et la vitesse moyenne de l'air ( $\bar{V}_{air}$ ) sont recalculés à l'aide des définitions suivantes [12] :

$$\bar{V}_{air} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} V_{air} dt \quad (2.31)$$

Il est à noter que la moyenne par rapport au temps est appropriée pour la turbulence stationnaire [28].

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_1^N (V'_{air})^2} \quad (2.32)$$

Une fois  $V_{rms}$  trouvé, il suffit de résoudre l'équation 2.28 pour retrouver la valeur du taux de turbulence. Si cette dernière ou si la vitesse moyenne calculée diffère de celle trouvée aux étapes 1 et 2 du modèle, cela signifie que le signal régénéré ne peut pas être accepté. Il alors recommencer les étapes 3 à 6 avec un vecteur  $\chi$  différent, jusqu'à ce que les deux conditions suivantes soient vraies :

$$(\bar{V}_{air} \text{ (eq 2.31)} - \bar{V}_{air} \text{ (etape \#1)}) \leq 1E - 3 \text{ [m/s]} \quad (2.33)$$

pour  $\bar{V}_{air}$  de l'ordre de 5 [m/s].

$$(\sigma \text{ (calculee)} - \sigma \text{ (etape \#2)}) \leq 1E - 3 \quad (2.34)$$

La valeur de  $V_{air}$  est prise directement dans le vecteur généré en prenant la valeur de  $V_{air}$  au temps présent de la simulation.

Ainsi, un vecteur de vitesse locale et instantanée peut dorénavant être fabriqué à chaque fois que c'est nécessaire. À ce sujet, il est déduit du modèle de turbulence bien connu  $k - \epsilon$  que la valeur de  $V_{air}$  doit être constante pour une période de temps  $t$ . Cette période de temps  $t$  correspond à la plus petite valeur entre la durée de vie d'un tourbillon ( $t_e$ ) et le temps requis pour que la particule traverse le tourbillon ( $t_{tr}$ ) [8]. Ainsi, ces deux valeurs peuvent être calculées ainsi :

$$t_e = \frac{l_e}{\sqrt{\frac{2}{3}k}} \quad (2.35)$$

où  $l_e$  est la longueur caractéristique d'un tourbillon. Cette dernière est connue, car elle a été utilisée par *PowerFLOW* lors de l'étape de résolution de l'écoulement d'air turbulent. Ainsi, il est inconcevable de prendre une valeur différente que celle déterminée par *PowerFLOW*, car il s'agit ici d'une valeur caractéristique associée au même tourbillon moyen de l'écoulement.

$$t_{tr} = -\tau_p \ln \left( 1 - \frac{l_e}{\tau_p |V_{air} - V_p|} \right) \quad (2.36)$$

où  $\tau_p$  est le temps de relaxation de la particule ([8], [10]) :

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_{air}} \quad (2.37)$$

Ainsi le modèle de régénération de turbulence doit être appelé une première fois lorsque la particule est dans un écoulement localement turbulent. Il faut ensuite attendre que la particule ait traversé le tourbillon ou que celui-ci soit dissipé pour rappeler le modèle de régénération. À ce point, il est important de remarquer qu'une seule régénération de la turbulence est nécessaire pour trouver les valeurs de  $\bar{u}_{air}$ ,  $\bar{v}_{air}$  et  $\bar{w}_{air}$ .

Ceci s'explique par la nature même de l'écoulement simulé. Puisque l'écoulement en question est turbulent et isotrope, le taux de turbulence ( $\sigma$ ) en un point est le même quelque soit la direction, les équations suivantes peuvent être écrites :

$$\sigma = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{V_e} = \frac{u_{rms}}{V_e} = \frac{v_{rms}}{V_e} = \frac{w_{rms}}{V_e} \quad [10] \quad (2.38)$$

Puisque  $V_e$  représente la norme des vitesses (équation 2.26), il peut être déduit que  $u_{rms} = v_{rms} = w_{rms}$ . Ainsi,

$$u'_{air} = \chi u_{rms} = \chi v_{rms} = \chi w_{rms} \quad (2.39)$$

De cette série de déduction, il est conclu que :

$$u'_{air} = v'_{air} = w'_{air} \quad (2.40)$$

C'est donc ainsi qu'il est possible de faire appel qu'une seule fois au modèle de régénération de turbulence afin d'obtenir  $V_{air}$ .

Finalement, une dernière étape est nécessaire pour que le modèle de régénération de turbulence soit complet et fonctionnel. En effet, à ce moment, les valeurs de  $u'_{air}$ ,  $v'_{air}$  et  $w'_{air}$  sont connues. Cependant, il faut maintenant déterminer s'il faut ajouter ces valeurs à  $\bar{V}_{air}$  ou encore les soustraire. De la nature fluctuante et aléatoire de la vitesse turbulente (figure 2.7), il est déduit que les deux possibilités sont valides, et ce, avec la même probabilité pour chaque option. Ainsi, lorsque ce principe est reporté au problème 3D à l'étude, l'algorithme suivant est nécessaire afin de ne favoriser aucune direction en particulier :

Soit  $\zeta$  un nombre aléatoire appartenant à l'intervalle  $[0,1]$ <sup>7</sup> ;

$$\begin{aligned} \text{pour } 0 \leq \zeta < \frac{1}{8} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} + |u'_{air}|, \bar{v}_{air} + |v'_{air}|, \bar{w}_{air} + |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{1}{8} \leq \zeta < \frac{1}{4} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} + |u'_{air}|, \bar{v}_{air} + |v'_{air}|, \bar{w}_{air} - |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{1}{4} \leq \zeta < \frac{3}{8} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} + |u'_{air}|, \bar{v}_{air} - |v'_{air}|, \bar{w}_{air} + |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{3}{8} \leq \zeta < \frac{1}{2} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} + |u'_{air}|, \bar{v}_{air} - |v'_{air}|, \bar{w}_{air} - |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{1}{2} \leq \zeta < \frac{5}{8} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} - |u'_{air}|, \bar{v}_{air} + |v'_{air}|, \bar{w}_{air} + |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{5}{8} \leq \zeta < \frac{3}{4} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} - |u'_{air}|, \bar{v}_{air} + |v'_{air}|, \bar{w}_{air} - |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{3}{4} \leq \zeta < \frac{7}{8} &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} - |u'_{air}|, \bar{v}_{air} - |v'_{air}|, \bar{w}_{air} + |w'_{air}|) \\ \text{pour } \frac{7}{8} \leq \zeta \leq 1 &\Rightarrow V_{air} = (\bar{u}_{air} - |u'_{air}|, \bar{v}_{air} - |v'_{air}|, \bar{w}_{air} - |w'_{air}|) \end{aligned}$$

<sup>7</sup>Le choix de cet intervalle est inhérent au logiciel *Matlab*.

### 2.3.7 Repérage d'obstacles et point d'impact des particules

Les modules de repérage d'obstacles, de parois et de points d'impact des particules sont complètement indépendants du reste des calculs. En effet, ces modules n'agissent pas directement sur les particules, il sont simplement présents pour vérifier qu'une particule n'a pas effectué d'action contraire à la physique, telle que passer à travers un objet ou une paroi.

Dans le cas du repérage d'obstacle et/ou de parois dans la soufflerie, il est très important que l'obstacle et/ou la paroi soit présent lors de la simulation de l'écoulement d'air, car il en fait varier ses caractéristiques (vitesse, pression, énergie cinétique turbulente, etc.). Une fois cela accompli, il suffit d'intégrer une surface virtuelle, identique à l'obstacle et/ou la paroi créé pour la modélisation de l'écoulement d'air, dans le maillage où les particules se déplacent. Ainsi, à chaque calcul d'une nouvelle position pour la particule, une vérification est faite à savoir si cette nouvelle position est en contact ou a traversé l'obstacle et/ou la paroi. Si la nouvelle position de la particule n'est en aucun cas gênée par l'obstacle et/ou la paroi, le calcul continue. Inversement, si la particule est en contact avec l'obstacle et/ou la paroi, son parcours est interrompu. De plus, si il s'avère que la particule a traversé l'obstacle et/ou la paroi, une interpolation linéaire est effectuée afin d'avoir la position précise de l'impact entre la particule et la première surface rencontrée. Les particules ayant frappé une paroi de la soufflerie sont alors automatiquement effacées et aucun calcul futur les concernant ne peut avoir lieu.

L'étude de la dispersion des particules est effectuée via l'enregistrement des points d'impacts des particules aux sections choisies - voir figure 1.1. Ce module fonctionne essentiellement comme celui de repérage d'obstacle et/ou de paroi à la différence que les sections d'impact des particules<sup>8</sup> ne sont pas présents lors de la simulation de l'écoulement d'air.

<sup>8</sup>Uniquement lorsque ces sections ne font pas partie des parois de la soufflerie.

## 2.4 Algorithme général de calcul

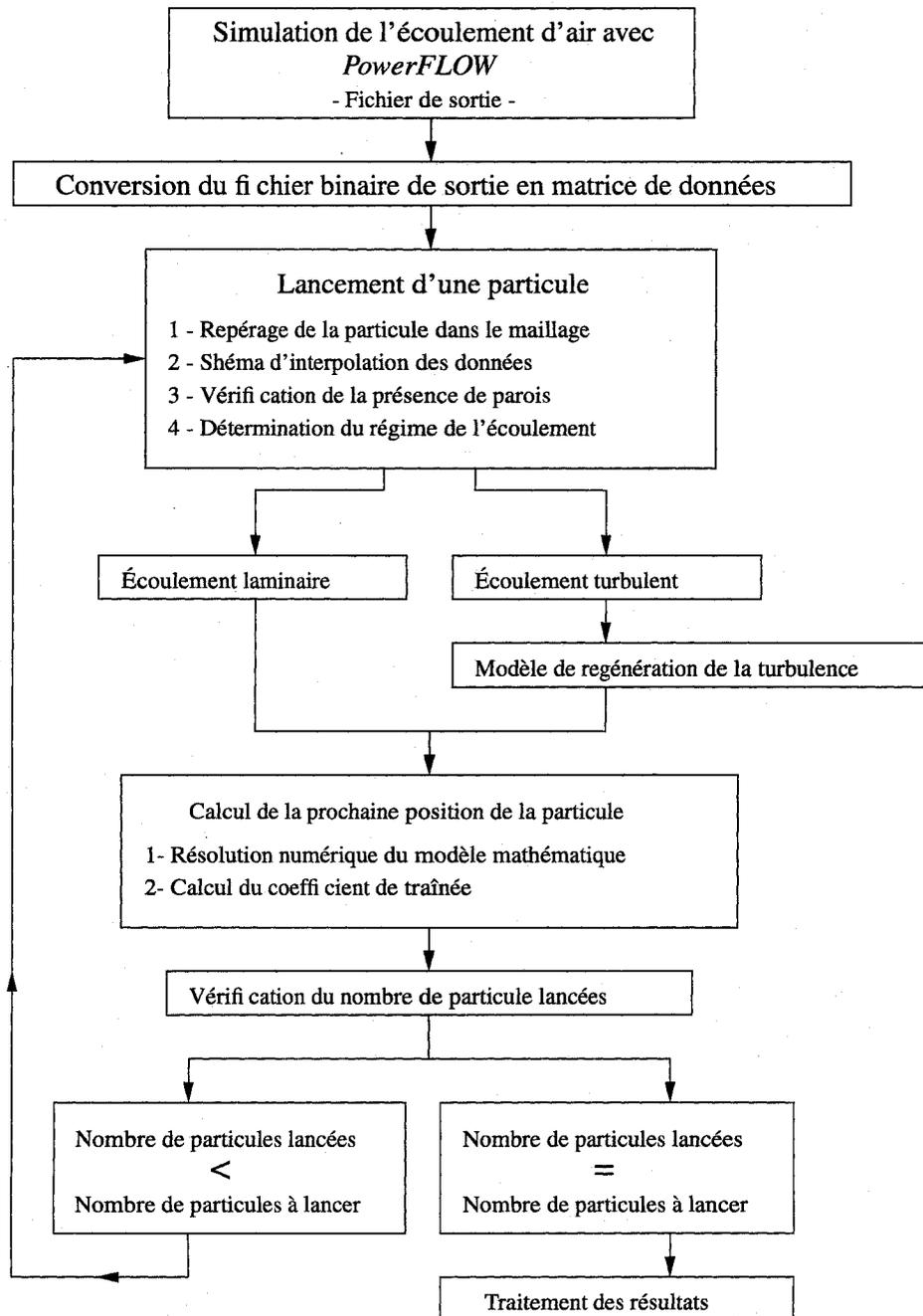


FIG. 2.8 – Algorithme général de calcul

Les modèles utilisés ayant été définis au cours du présent chapitre, il s'agit maintenant d'analyser s'ils représentent bel et bien les phénomènes physiques connus. C'est ce dont il sera question au chapitre suivant.

# Chapitre 3

## Validation des résultats

Le troisième chapitre de ce mémoire concerne la validation des résultats. Ainsi, au cours des pages à venir une attention toute particulière est portée quant à l'application des règles de validation de base du calcul numérique. Le tout dans le but d'amener cette étude à une conclusion critique des résultats en plus de cerner les points faibles et les points forts des différents modèles développés.

Ainsi, ce chapitre est divisé en quatre grandes parties, soit l'étude de validation de l'écoulement d'air seul dans la soufflerie, l'étude des paramètres influents sur la dispersion des particules, de la comparaison des résultats de dispersion des particules calculée via *PowerFLOW* et le code de l'auteur versus ceux de *FLUENT* et finalement de la reproduction de cas expérimentaux. Les deux premières sections font donc état des étapes de validation des modèles utilisés, tandis que les deux suivantes mettent l'emphase sur la comparaison des résultats.

## 3.1 Écoulement d'air dans la soufflerie

L'écoulement d'air dans la soufflerie est généré par *PowerFLOW*. Ainsi, pour assurer la validité de l'écoulement simulé, plusieurs vérifications sont effectuées. En effet, dans les sous-sections suivantes, il sera question de raffinement du maillage, d'observation des profils de vitesses (entrée, milieu et sortie de la soufflerie), de mesures de débits et de comparaison de la couche limite simulée avec la théorie.

### 3.1.1 Raffinement du maillage

La méthode la plus couramment utilisée afin de vérifier la convergence de calculs numériques est le raffinement du maillage. Néanmoins, puisque *PowerFLOW* n'effectue pas de méthode numérique de calcul à proprement dit - voir sous-section 2.2.1, il ne peut être question de convergence. Pourtant, puisque *PowerFLOW* fait une étude statistique des éléments discrets de l'écoulement afin d'en tirer les caractéristiques de l'écoulement traité en continuum, le raffinement de maillage est une méthode efficace de vérification. Si, par exemple, en statistique une distribution est tracée avec dix éléments, la réponse obtenue est valide, mais la distribution serait bien plus précise si cent éléments étaient utilisés pour son calcul. Par contre, si mille éléments étaient utilisés pour tracer la même distribution, il est fort possible que le résultat soit identique à la distribution tracée à partir de cent éléments. Ainsi, en suivant cette même logique, il est possible de s'assurer de l'invariance des résultats obtenus avec *PowerFLOW* en raffinant le maillage. Ici, trois maillages de différentes tailles sont comparés.

La table 3.1, en plus de présenter les différents maillages, montre que la loi de la conservation de la masse est respectée pour les trois maillages indépendamment. En effet, peu importe la position de la mesure - entrée ( $z=0$  [m]), milieu ( $z=0.9545$  [m]) ou sortie de la soufflerie ( $z=1.905$  [m]) - de débit, la valeur en reste inchangée. De plus, il peut être observé que le débit trouvé

Maillage	# 1	# 2	# 3
Résolution Nombre de <i>voxels</i> par longueur caractéristique	25	50	80
Nombre de noeuds	5800	44945	175625
Débit à l'entrée [m <sup>3</sup> /s]	1.74	1.62	1.61
Débit au centre [m <sup>3</sup> /s]	1.73	1.63	1.60
Débit à la sortie [m <sup>3</sup> /s]	1.73	1.63	1.60

TAB. 3.1 – Caractéristiques des différents maillages comparés

pour le maillage #1 est plus élevé que celui des simulations #2 et #3. Ceci est une indication que le maillage #1 n'a pas une résolution assez élevée. Puisque la valeur de débit des maillages #2 et #3 est sensiblement la même, il peut être préconisé que les résultats du maillage #3 ne diffèrent pas de ceux du maillage #2, et ce, même si la résolution de ce dernier est plus faible. La visualisation des profils de vitesse par section pour le maillage #2 et #3 révèle que l'écoulement simulé respecte les phénomènes physiques, i.e. réduction de vitesse aux parois, et ce, pour les deux maillages. De plus, les valeurs de vitesse à ces sections sont pratiquement identiques. À titre d'exemple, la distribution des vitesses aux sections d'entrée, de milieu et de sortie de la soufflerie, pour le maillage #2 est présentée à la figure 3.1.

Ainsi, le maillage #2 est choisi pour effectuer les simulations futures. En effet, la grosseur de ce maillage assure l'invariance des données en plus d'éviter à l'utilisateur un calcul trop lourd et coûteux en temps machine.

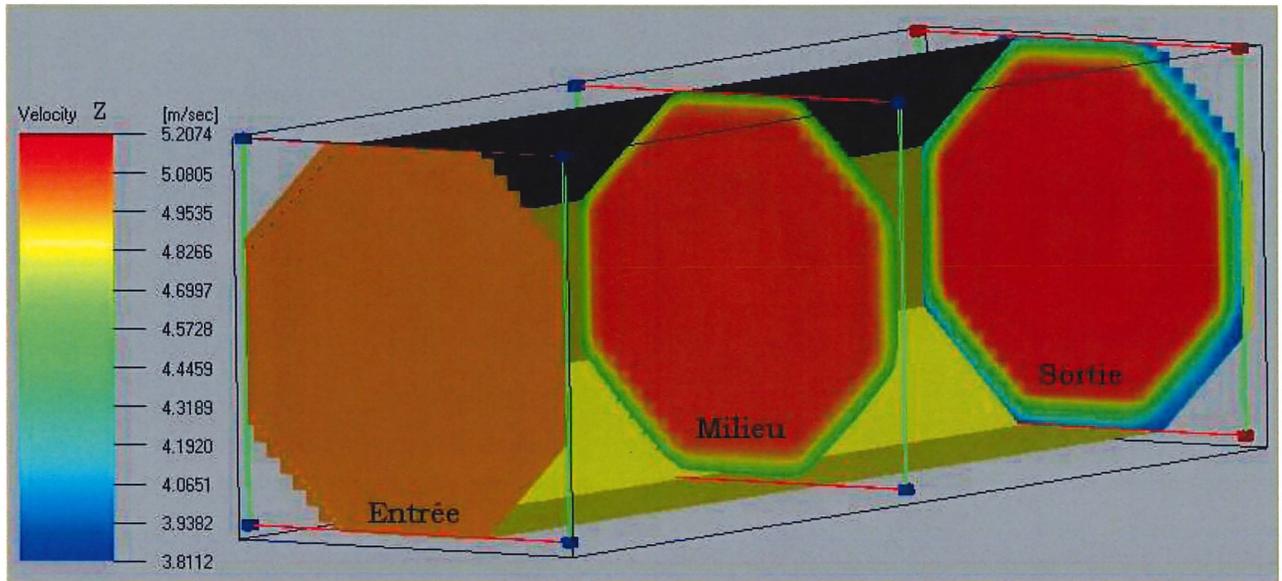


FIG. 3.1 – Distribution de vitesses aux sections pour le maillage #2

### 3.1.2 Profils de vitesse

Le profil de vitesse d'un écoulement est un sujet souvent traité et étudié ([13], [27]). Ainsi, l'étude de l'allure des profils de vitesse de l'écoulement d'air étudié permet de savoir si l'écoulement simulé présente les mêmes caractéristiques qu'un écoulement réel.

Dans la présente étude, la vitesse de l'écoulement d'air étant imposée à l'entrée de la soufflerie, il est attendu que le profil de vitesse à l'entrée de la soufflerie soit plat. De plus, lorsque l'écoulement se développe (progression en  $z$ ), la vitesse de l'air aux parois devrait tendre vers zéro, sans toutefois que la valeur du débit soit changée. Ainsi, la vitesse au centre de la soufflerie devrait augmenter et devenir légèrement supérieure à sa valeur de départ.

Les profils de vitesse de trois différentes simulations sont tracés à partir des données recueillies de *PowerFLOW* dont la résolution est constante à 50 cellules par longueur caractéristique. Ces derniers sont présentés aux figures 3.2, 3.3 et 3.4.

La figure 3.2 représente un écoulement laminaire dont la vitesse initiale imposée est de  $(0, 0, 0.05)$  [m/s]. Cette faible vitesse -  $Re = 2044$  - permet d'effectuer une simulation directe dans *PowerFLOW*. L'utilisation d'un modèle direct implique l'utilisation d'un grand nombre de *voxels* dans la couche limite permettant ainsi d'imposer une vitesse nulle à la paroi. Tout l'écoulement, incluant la couche limite, est calculé et simulé en utilisant *DIGITAL PHYSICS*.

La figure 3.3 quant à elle représente un écoulement pseudo-laminaire<sup>1</sup>. En effet, la vitesse initiale imposée à l'entrée étant de  $(0, 0, 5)$  [m/s], le nombre de Reynolds est supérieur à 2300, ce qui veut dire que cet écoulement est normalement en régime turbulent. Néanmoins, en imposant à cet écoulement une intensité turbulente nulle ( $\sigma = 0$ ), il n'y a alors aucune fluctuation aléatoire de vitesse et il devient donc possible de considérer cet écoulement comme étant laminaire. Cet écoulement laminaire est donc simulé avec *PowerFLOW*,

mais pas avec le modèle direct qui n'est accessible que lorsque  $Re \leq 2300$ . La méthode directe, soit celle de *DIGITAL PHYSICS*, ne peut être utilisée lors du calcul de la couche limite, car cela

<sup>1</sup>La simulation de cet écoulement pseudo-laminaire est effectuée pour examiner si "l'overshoot" observé à la figure 3.2 est présent lors de l'emploi d'un modèle à la paroi, et ce, sans inclure les effets de la turbulence.

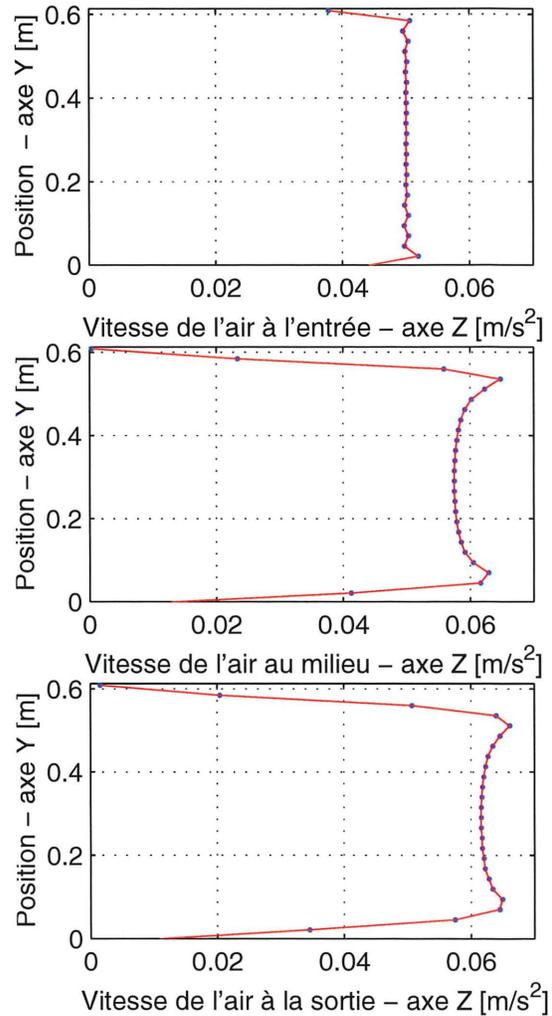


FIG. 3.2 – Profils de vitesse pour un écoulement laminaire - simulation directe

demande beaucoup trop de *voxels* en cet endroit. Ainsi un modèle turbulent à la paroi -*Turbulent Wall Model* - est employé. Les *voxels* adjacents à la paroi forment alors une surface de glissement qui permet au fluide de glisser en cet endroit. La présence de la paroi est modélisée par une contrainte en cisaillement à la surface de glissement [9].

La troisième figure soit la figure 3.4, représente un écoulement turbulent dont la vitesse initiale est de  $(0, 0, 5)$  [m/s] et l'intensité turbulente est  $\sigma=0.5\%$ . Dans ce cas, il est clair que le modèle direct ne peut être employé. Ainsi, la couche limite est modélisée via le modèle de turbulence à la paroi expliqué au paragraphe précédent. Il est donc pressenti que l'allure des profils de vitesse de la figure 3.3 et 3.4 soit similaire.

Il est à noter que les positions d'entrée, de milieu et de sortie de la soufflerie sont respectivement à  $z=0$  [m],  $z=0.955$  [m] et  $z=1.905$  [m].

De l'observation des profils à l'entrée des figures 3.2, 3.3 et 3.4 il est déduit que le logiciel *PowerFLOW* génère de légères variations de vitesses. En effet les vitesses imposées à l'entrée étant respectivement de  $(0, 0, 0.05)$  [m/s],  $(0, 0, 5)$  [m/s] et  $(0, 0, 5)$  [m/s] les profils observés devraient être parfaitement plats. Cette déduction laisse pressentir une légère erreur engendrée par le modèle de résolution de *DIGITAL PHYSICS*. Néanmoins, il est clair que les profils à l'entrée possèdent tous, en moyenne, l'aspect désiré. L'écoulement d'air à l'entrée de la soufflerie est donc bien représenté par le logiciel.

Les profils au milieu et à la sortie de la soufflerie des figures 3.2, 3.3 et 3.4 révèlent pour leur part que l'écoulement n'a pas eu la latitude nécessaire pour se développer pleinement avant sa sortie de la soufflerie. En effet, dans le cas d'un écoulement laminaire - figure 3.2 - le profil théorique de l'écoulement pleinement développé est sous forme d'une courbe parabolique, ce qui est difficilement observable à la figure 3.2. Le calcul de la longueur de développement nécessaire à un écoulement laminaire peut alors être effectué :

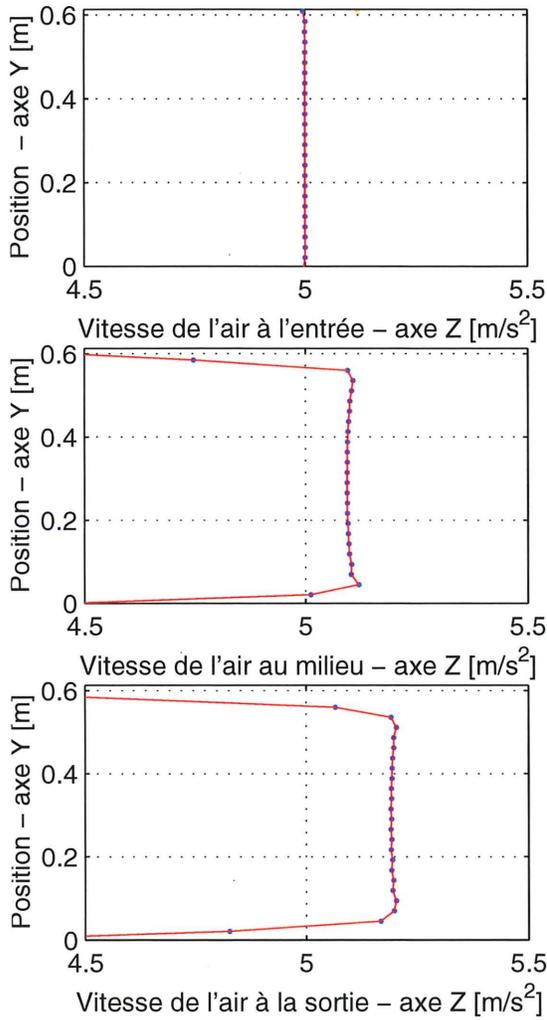


FIG. 3.3 – Profils de vitesse pour un écoulement laminaire - modèle à la paroi

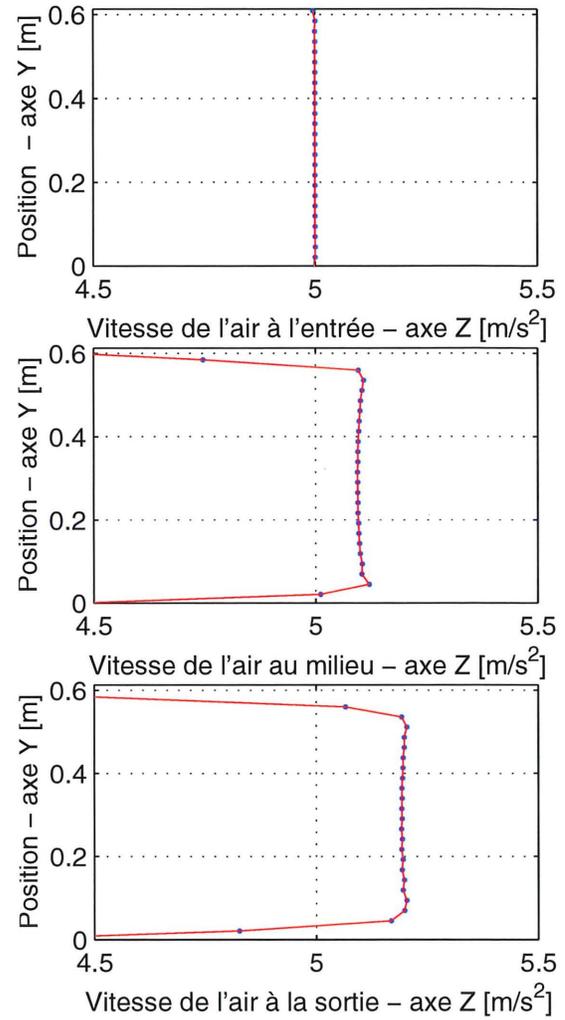


FIG. 3.4 – Profils de vitesse pour un écoulement turbulent

$$l_{dev} = 0.05 \text{Re}_{d_h} d_h \quad [13] \quad (3.1)$$

Dans le cas présent, soit celui présenté à la figure 3.2, une longueur de soufflerie de 62.67 [m] serait nécessaire pour que l'écoulement soit pleinement développé et adopte cette allure parabolique tant recherchée. De plus, l'adoucissement de la concavité du profil présenté à la

figure 3.2 entre le milieu et la sortie de la soufflerie, confirme que l'écoulement est en phase de développement.

En ce qui concerne les profils au milieu et à la sortie de la soufflerie de l'écoulement laminaire forcé et de l'écoulement turbulent - figures 3.3 et 3.4 - leur profils correspondent à celui d'un écoulement turbulent pratiquement pleinement développé. En effet, les profils observés sont très semblables à ceux présentés dans la littérature [13] et [27], soit un profil courbe tendant vers zéro aux parois et un profil plat au centre. Afin de confirmer que les écoulements observés sont bel et bien plus avancés dans leur développement, il devient utile de calculer la longueur de développement pour un écoulement turbulent :

$$l_{dev} = 10 d_h \quad [13] \quad (3.2)$$

La longueur de développement ainsi trouvée est de 6.13 [m] ce qui est nettement inférieur à la valeur trouvée pour l'écoulement laminaire de la figure 3.2 et qui confirme que les profils présentés aux figures 3.3 et 3.4 sont ceux d'écoulements beaucoup plus avancés dans leur développement. Ainsi, il est considéré que l'écoulement laminaire forcé et l'écoulement turbulent sont bien représentés par le logiciel *PowerFLOW*, et ce, autant à l'entrée, au milieu qu'à la sortie de la soufflerie.

Il est important de noter que bien que l'allure des profils de l'écoulement laminaire direct de la figure 3.2 peuvent être compris et expliqués, les résultats de cette simulation ne seront pas utilisés pour le reste de l'étude. Dorénavant, lorsqu'il sera question d'écoulement laminaire, les résultats obtenus pour l'écoulement laminaire forcé seront employés. Cette décision s'appuie sur deux raisons :

- L'écoulement étant plus avancé dans son développement, une meilleure corrélation avec la littérature est obtenue ;

- Facilité accrue pour comparer à l'écoulement turbulent, car les vitesses initiales sont les mêmes et le développement de l'écoulement est au même stade.

### 3.1.3 Évaluation des débits

L'évaluation des débits aux sections d'entrée, du milieu et de sortie de la soufflerie sont effectuées via *PowerVIZ*, soit l'outil de visualisation des résultats développé par *PowerFLOW*. Afin que l'équation de conservation de la masse soit respectée, il est essentiel que la mesure de débit soit invariante dans l'écoulement. Les résultats obtenus pour les simulations d'écoulement d'air dont les caractéristiques sont décrites à la sous-section 3.1.2 sont présentés au tableau 3.2.

Type d'écoulement	Laminaire	Turbulent
Débit à l'entrée [m <sup>3</sup> /s]	1.62	1.64
Débit au centre [m <sup>3</sup> /s]	1.63	1.63
Débit à la sortie [m <sup>3</sup> /s]	1.63	1.63

TAB. 3.2 – Comparaison des débits à différentes sections de la soufflerie

Il est donc conclu que la masse est conservée dans le système, et ce, autant pour l'écoulement laminaire que pour l'écoulement turbulent.

### 3.1.4 Étude de la couche limite

Le repérage de la couche limite est très important dans cette étude. En effet, la couche limite est utilisée lors de la détermination du régime d'écoulement - voir sous-section 2.3.5. Ainsi, il devient crucial que la couche limite simulée par *PowerFLOW* et repérée par l'auteur représente adéquatement une couche limite réelle ou du moins la théorie.

Le repérage de la couche limite dans l'écoulement d'air simulé est ici effectué sur un plan 2D. Ce dernier est un plan en yz à  $x=0.307$  [m]. Pour trouver quels noeuds de maillage font partie de la couche limite et lesquels n'en font pas partie, la vitesse locale de chaque noeud est comparée à la  $V_\infty$ .  $V_\infty$  étant la vitesse de l'écoulement au centre du plan, soit à  $y=0.307$  [m]. Ainsi, le noeud appartient à la couche limite lorsque l'équation 2.23 est vraie. Les noeuds ainsi trouvés et donc appartenant à la couche limite pour les simulations d'écoulements laminaires (résolution directe et indirecte), et turbulents sont présentés aux figures 3.5, 3.6 et 3.7.

### Écoulement laminaire

L'équation théorique du calcul de l'épaisseur de la couche limite laminaire ( $\delta$ ) a été développée par Blasius. Ainsi, l'épaisseur de la couche limite varie en fonction de la position ( $z$ ) et du nombre de Reynolds.

$$\delta(z) = \frac{5.0 z}{\sqrt{Re_z}} [27] \quad (3.3)$$

L'épaisseur de la couche limite ainsi trouvée pour  $z \in [0, 1.905]$  [m] est présentée à la figure 3.5 pour le cas de résolution directe.

Dans le cas d'un écoulement laminaire résolu par *PowerFLOW* avec le modèle de paroi, les résultats obtenus pour l'épaisseur de la couche limite sont présentés à la figure 3.6.

L'observation de la figure 3.5 montre que le modèle de résolution directe pour un écoulement laminaire de *PowerFLOW* sous-estime l'épaisseur de la couche limite comparativement à la théorie. Néanmoins cette sous-estimation reste à l'intérieur de deux *voxels* au maximum. Sachant que la formule théorique de l'épaisseur de la couche limite n'est pas une formule exacte et que le maillage utilisé pour la résolution de l'écoulement peu amplement être diminué - au sacrifice du temps de calcul - la différence observée entre la couche limite simulée et théorique ne représente pas un obstacle à la poursuite de l'étude.

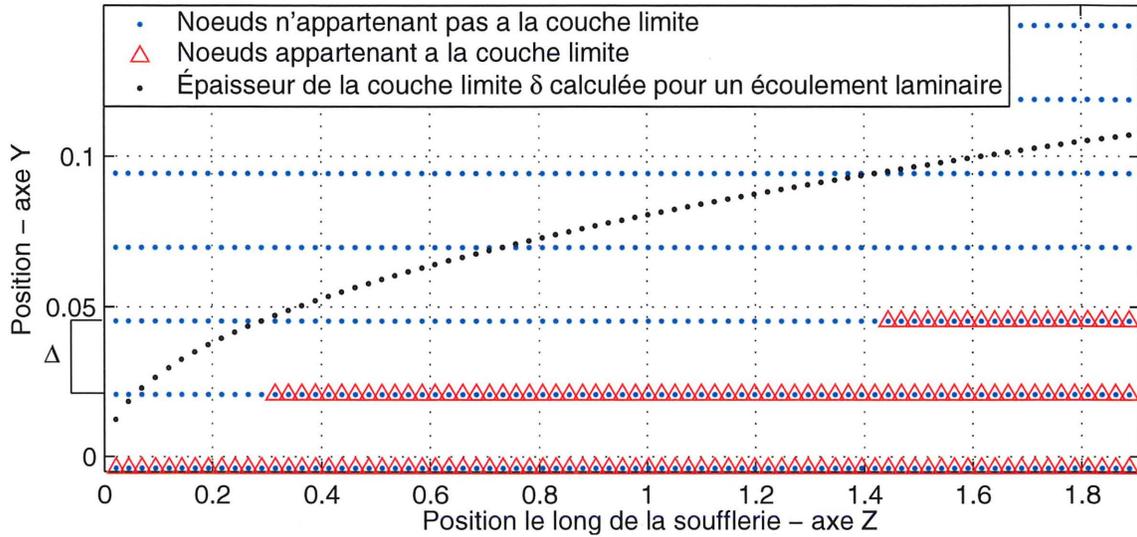


FIG. 3.5 – Comparaison de la couche limite pour un écoulement laminaire - simulation directe

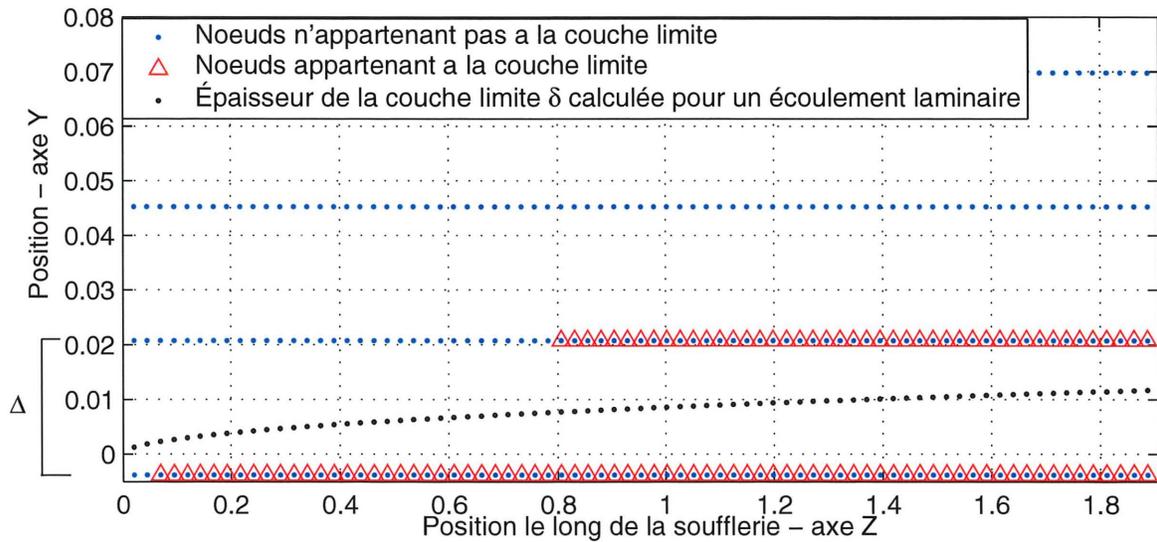


FIG. 3.6 – Comparaison de la couche limite pour un écoulement laminaire - modèle à la paroi

La figure 3.6 pour sa part, montre que la couche limite d'un écoulement laminaire résolu par le modèle de paroi de *PowerFLOW* est sur-estimé par rapport à la théorie. Ceci peut s'expliquer

de deux façons. Premièrement, bien que l'écoulement soit considéré comme étant laminaire, il a été simulé avec le modèle à la paroi de *PowerFLOW*, ce qui lui confère le profil de vitesse - voir figure 3.3 - ainsi que l'épaisseur de la couche limite d'un écoulement turbulent. Ce qui explique cette sur-estimation. Deuxièmement, il est observé que la différence entre la couche limite simulée et théorique réside à l'intérieur même d'un *voxel*. Ce qui veut dire qu'un raffinement de maillage pourrait bien diminuer la différence observée. Ainsi, il est ici estimé que la couche limite simulée par *PowerFLOW* représente adéquatement celle d'un écoulement réel.

### Écoulement turbulent

L'équation théorique du calcul de l'épaisseur de la couche limite turbulente ( $\delta$ ) a également été développée par Blasius. Ainsi, l'épaisseur de la couche limite varie en fonction de la position ( $z$ ) et du nombre de Reynolds [27].

$$\delta(z) = \frac{0.16 z}{\sqrt[3]{Re_z}} \quad (3.4)$$

L'épaisseur de la couche limite ainsi trouvée pour  $z \in [0, 1.905]$  [m] est présentée à la figure 3.7.

La figure 3.7 indique que la couche limite turbulente de l'écoulement simulé par le logiciel concorde avec celle de la couche limite turbulente théorique. Le modèle de couche limite turbulente de *PowerFLOW* est donc considéré comme étant valide et très proche de la réalité.

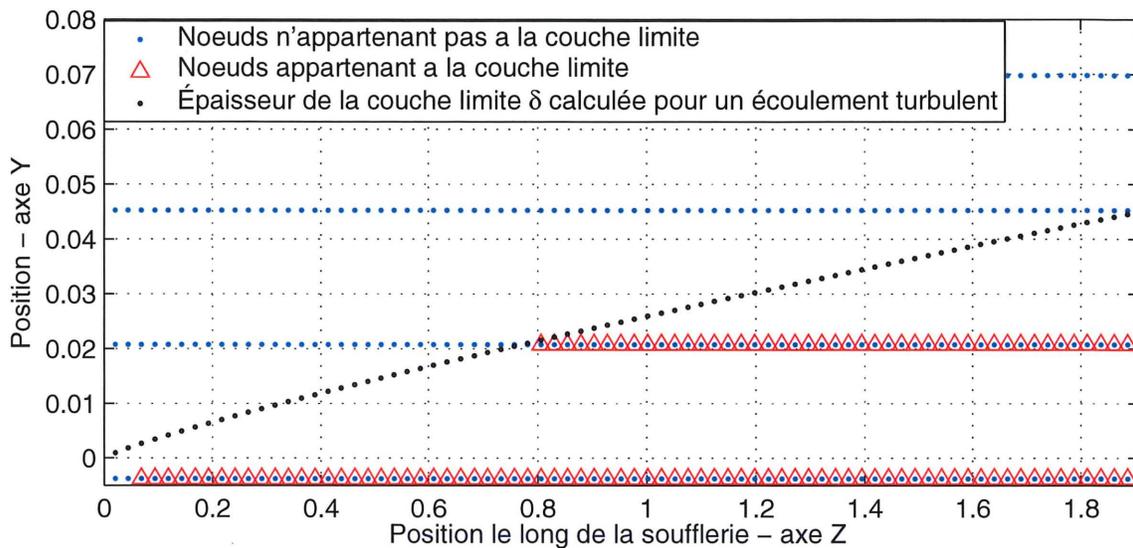


FIG. 3.7 – Comparaison de la couche limite pour un écoulement turbulent

## 3.2 Étude des paramètres optimaux

### 3.2.1 Nombre de particules

Afin de vérifier le nombre de particules minimal qu'il faut lancer sans que le résultat de dispersion des particules au sol en soit significativement changé, deux simulations sont lancées. Le seul paramètre qui diffère entre ces deux simulations est le nombre de particules lancés, soit 30 dans le premier essai et 100 dans le deuxième. Voici les autres paramètres de simulation :

- Pas de temps de 0.005 [s] ;
- Écoulement d'air ayant un taux de turbulence de 0.5 % ;
- Vitesse initiale de l'écoulement d'air de  $(0, 0, 5) [\frac{m}{s}]$  ;
- Les propriétés de l'écoulement d'air sont celles de l'air à une température de 20 °C ;
- Toutes les particules lancées sont sphériques et ont un diamètre de  $1E-3$  [m] ;

- Les propriétés des particules sont celles de l'eau à une température de 20 °C ;
- Les particules partent toutes de la même position initiale soit (0.3066, 0.6132, 0) [m].

Une fois les solutions de ces deux simulations obtenues, il faut alors en vérifier la normalité. Puisque ces solutions sont en fait une dispersion des particules au sol, l'étendue de cette dispersion varie selon la direction x et z. Ainsi, les valeurs de positions des particules lors de l'impact au sol sont analysées indépendamment en x et en z.

La méthode utilisée [19] afin de vérifier la normalité des résultats obtenus se résume aux étapes suivantes :

1. Classer les n résultats en ordre croissant ;
2. Associer au plus petit résultat la valeur  $j = 1$  en incrémentant de 1 jusqu'au plus grand résultat qui doit être associé à  $j = n$  ;
3. Calculer la fréquence cumulative des résultats soit  $(j - 0.5) / n$  - voir [19] pour la terminologie ;
4. Tracer le graphique de la fréquence cumulative en fonction de la valeur des résultats en utilisant une échelle probalistique pour l'ordonnée ou en tronquant les résultats de fréquence cumulative ;
5. Observer le graphique tracé à l'étape précédente. Si les points forment une droite, cela signifie que la distribution normale est un modèle valide pour l'analyse statistique des résultats, sinon il faut alors changer de modèle d'analyse.

Ces étapes effectuées, l'observation des graphiques présentés à la figure 3.8 permet de conclure que les résultats de dispersion de particules en x et en z, et ce, autant pour la simulation de 30 particules lancées que pour celle de 100 particules lancées, peuvent être analysés en utilisant un modèle de distribution normale.

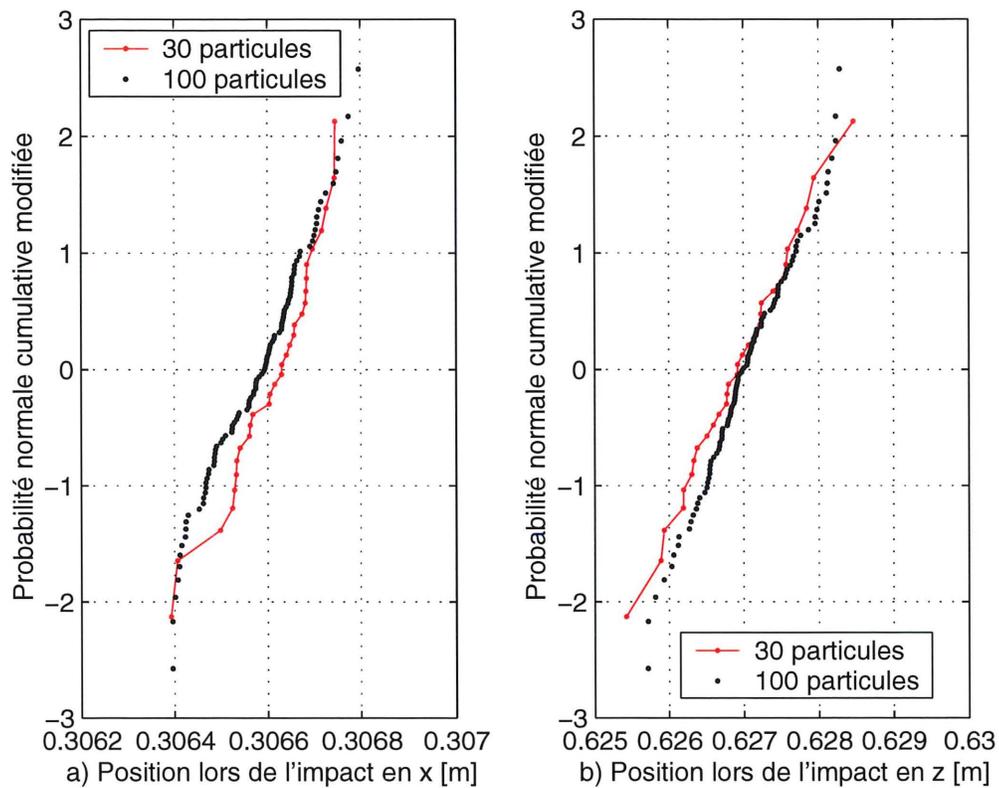


FIG. 3.8 – Graphique de probabilité normale pour la position lors de l'impact

L'analyse statistique suivante étant effectuée dans le but d'évaluer si le nombre de particules lancées influence la dispersion des particules au sol, un test d'hypothèse est choisi.

Hypothèse nulle  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

Hypothèse alternative  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

En se basant sur ces hypothèses et sachant que les tests d'hypothèses sont conduits sur des échantillons, il est désormais aisé de localiser le bon test statistique :

$$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (3.5)$$

Particules lancées	Dispersion en x		Dispersion en z	
	30 particules	100 particules	30 particules	100 particules
Moyenne $\bar{y}$ [m]	$\bar{x}_{30} = 0.30661$	$\bar{x}_{100} = 0.30658$	$\bar{z}_{30} = 0.62692$	$\bar{z}_{100} = 0.62705$
Écart-type S	$S_{x30} = 9.11 \text{ E-5}$	$S_{x100} = 9.94 \text{ E-5}$	$S_{z30} = 6.81 \text{ E-4}$	$S_{z100} = 6.00 \text{ E-4}$
$t_0$	1.6206		-1.0077	
Verdict	Hypothèse $H_0$ acceptée		Hypothèse $H_0$ acceptée	

TAB. 3.3 – Résultats obtenus lors de tests d'hypothèses effectués pour la détermination du nombre de particules lancées

où

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (3.6)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (3.7)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}} \quad (3.8)$$

Une fois ces variables calculées, l'hypothèse nulle peut être refusée selon le critère suivant :

$$|t_0| > t_{\alpha/2, v} = t_{0.025, 128} = 1.960 \quad (3.9)$$

Où  $\alpha$  est le niveau de confiance du test et  $v$  est le nombre de degrés de liberté.

Ainsi, il peut être dit, en vertu des tests d'hypothèses effectués, que la moyenne des résultats de dispersion en  $x$  calculée pour 30 particules est équivalente à la moyenne des résultats de dispersion en  $x$  calculée pour 100 particules avec un niveau de confiance de 95 %, et ce, 19 fois sur 20. La même conclusion peut être faite quant aux résultats de dispersion en  $z$ .

Cela signifie que les simulations futures pourront être conduites en lançant uniquement 30 particules, sans crainte d'obtenir une réponse significativement différente que celui d'une simulation lancée avec un plus grand apport de particules. Finalement, fixer le nombre de particules à lancer permet de mettre plus d'emphasis sur d'autres paramètres de simulation tels que le taux de turbulence ( $\sigma$ ), ou encore le diamètre des particules ( $d_p$ ).

### 3.2.2 Pas de temps

Le pas de temps est généralement un facteur crucial en calcul numérique. Ainsi, il semble important de trouver un pas de temps ( $\tau$ ), qui tout en assurant la convergence et la stabilité des résultats, permet d'obtenir un parcours de la particule assez détaillé et ne rallonge pas excessivement le temps de calcul. Pour se faire, une analyse statistique semblable à celle présentée à la sous-section 3.2.1 ainsi qu'une réflexion sont effectuées.

Pour choisir le critère de pas de temps critique, permettant d'assurer la stabilité des calculs, il faut tout d'abord trouver le Jacobien ( $J$ ) du système 2.11 [22]. Ensuite, il faut en extraire son équation caractéristique pour enfin la solutionner et ainsi trouver les valeurs propres du système. Le Jacobien se calcule en faisant la dérivée partielle de chaque élément du système d'équation par rapport à chaque inconnue. Le résultat obtenu pour le système étudié ici est présenté ci-dessous :

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Il faut ensuite soustraire  $\lambda$  à chaque membre de la diagonale principale de la matrice 3.10 puis calculer le déterminant du système. Puisque le Jacobien trouvé est en fait une matrice triangulaire supérieure, le déterminant se calcule simplement en multipliant les valeurs de la diagonale principale de la matrice entre-eux. Voici l'équation caractéristique ainsi trouvée :

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right)^3 u_p v_p w_p + \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right)^2 u_p v_p \lambda + \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right)^2 u_p w_p \lambda + \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right)^2 v_p w_p \lambda \\ & - \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) u_p \lambda^2 - \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) v_p \lambda^2 - \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) w_p \lambda^2 + \lambda^3 = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Les valeurs propres sont respectivement :

$$\lambda_1 = \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) u_p \quad (3.12)$$

$$\lambda_2 = \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) v_p \quad (3.13)$$

$$\lambda_3 = \left( \frac{3 \rho_{air}}{4 \rho_p} \right) w_p \quad (3.14)$$

Afin d'assurer la stabilité des calculs effectués par la méthode de Runge-Kutta (4,4), il faut trouver la valeur du pas de temps critique  $\tau_{cr}$ . La valeur de ce dernier est intrinsèque à l'ordre de

la méthode ainsi qu'au système d'équation à solutionner. Dans le cas d'une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, lorsque les valeurs propres du Jacobien sont imaginaires pures, la valeur du pas de temps critique est [22] :

$$\tau_{cr} = \frac{2\sqrt{2}}{|\lambda_{max}|} \quad (3.15)$$

Où  $\lambda_{max}$  est la valeur propre maximum du système d'équation à solutionner, soit le système 2.11.

Lorsque les valeurs propres sont réelles, la valeur du pas de temps critique est plutôt [22] :

$$\tau_{cr} = \frac{2.785}{|\lambda_{max}|} \quad (3.16)$$

Puisque les valeurs propres du Jacobien trouvées sont toutes réelles, le pas de temps critique est calculé à l'aide de l'équation 3.16. L'introduction des valeurs numériques dans les équations 3.12, 3.13 et 3.14 permet de trouver un pas de temps critique  $\tau_{cr} = 0.5$  [s]. Ainsi, pour assurer la stabilité du calcul numérique, il faut utiliser un pas de temps  $\tau \leq 0.5$  [s].

En plus de respecter  $\tau_{cr}$ , le pas de temps choisi doit permettre un parcours de particules suffisamment détaillé. En conséquence, des simulations préliminaires sont effectuées. Il est à noter que le diamètre des particules choisi pour ces tests est le plus grand possible, soit  $d_p = 1E - 3$  [m]. Cette décision se justifie aisément puisque ce sont les particules les plus grosses, donc les plus lourdes, qui tomberont le plus rapidement au sol. Ainsi, si le pas de temps choisi pour ces grosses particules permet d'avoir suffisamment de points pour détailler le parcours, il en sera de même pour les particules plus petites.

De plus, des tests préalables dévoilent qu'il faut un peu moins de 0.4 secondes aux particules dont le diamètre est de  $1E-3$  [m] avant qu'elles atteignent le sol. Puisqu'il faut parcourir verticalement  $0.6132$  [m] avant d'atterrir, le parcours serait adéquatement défini en prenant une mesure

de position à tous les  $1\text{E-}3$  [m], ce qui donne un minimum de 62 prises de mesure. Sachant cela, le pas de temps  $\tau$  minimum à tester est de  $6\text{E-}3$  [s].

Ainsi, il est proposé de comparer les résultats de deux simulations dont les pas de temps sont respectivement  $5\text{E-}3$  [s] et  $3\text{E-}3$  [s]. Les autres paramètres de l'étude étant :

- 30 particules injectées dans l'écoulement ;
- Écoulement d'air ayant un taux de turbulence de 0.5 % ;
- Vitesse initiale de l'écoulement d'air de  $(0, 0, 5)$  [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ] ;
- Les propriétés de l'écoulement d'air sont celles de l'air à une température de  $20\text{ }^\circ\text{C}$  ;
- Toutes les particules lancées sont sphériques et ont un diamètre de  $1\text{E-}3$  [m] ;
- Les propriétés des particules sont celle de l'eau à une température de  $20\text{ }^\circ\text{C}$  ;
- Les particules partent de la même position initiale soit  $(0.3066, 0.6132, 0)$  [m].

Les tests d'hypothèses effectués sur les simulations sont les mêmes que ceux présentés à la sous-section 3.2.1, et ce, sur les dispersions trouvées en x et en z indépendamment. De plus, il est primordial de noter que la normalité des dispersions en x et en z a été préalablement vérifiée et validée - voir figure 3.9. Cette vérification est effectuée en suivant la méthodologie expliquée à la sous-section 3.2.1. Les résultats de l'analyse sont présentés au tableau 3.4.

Ainsi, il peut être dit, en vertu des tests d'hypothèses effectués, que la moyenne des résultats de dispersion en x calculée pour un pas de temps  $\tau = 5\text{E-}3$  [s] est équivalente à la moyenne des résultats de dispersion en x calculée pour un pas de temps  $\tau = 3\text{E-}3$  [s] avec un niveau de confiance de 95 %, et ce, 19 fois sur 20. La même conclusion peut être faite quant aux résultats de dispersion en z.

Cela signifie que les simulations futures pourront être conduites en fixant le pas de temps à  $\tau = 5\text{E-}3$  [s], sans crainte d'obtenir une réponse significativement différente que si la simulation avait été lancée avec un plus petit pas de temps.

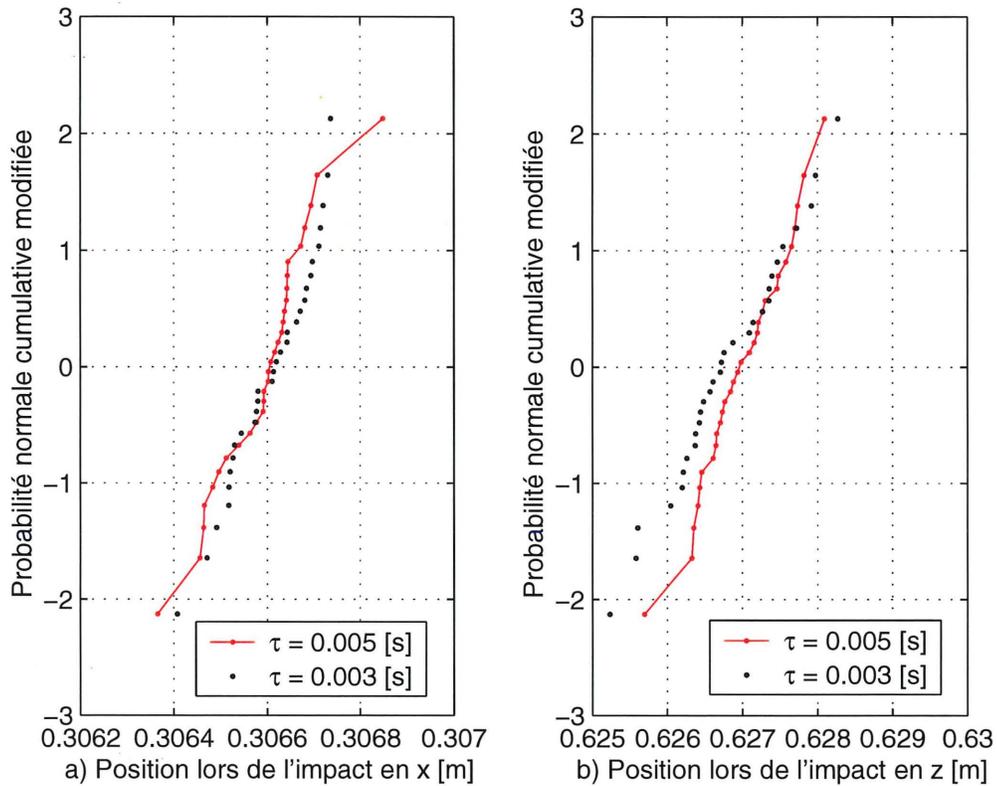


FIG. 3.9 – Graphique de probabilité normale pour la position lors de l'impact

### 3.3 Dispersion des particules

#### 3.3.1 Particules dans un écoulement laminaire

L'injection de particules dans un écoulement laminaire est effectuée avec le code de l'auteur jumelé à *PowerFLOW* ainsi qu'avec le logiciel *FLUENT*. La comparaison des résultats obtenus permet d'analyser la performance et la validité du modèle de repérage de particules codé par l'auteur - voir section 2.1.

L'écoulement d'air laminaire dans lequel les particules sont injectées possède des caractéris-

Pas de temps [s]	Dispersion en x		Dispersion en z	
	$\tau = 3E-3$	$\tau = 5E-3$	$\tau = 3E-3$	$\tau = 5E-3$
Moyenne $\bar{y}$ [m]	$\bar{x}_{3E-3} = 0.30661$	$\bar{x}_{5E-3} = 0.30659$	$\bar{z}_{3E-3} = 0.62680$	$\bar{z}_{5E-3} = 0.62701$
Écart-type S	$S_{x3E-3} = 8.72E-5$	$S_{x5E-3} = 9.38E-5$	$S_{z3E-3} = 7.37E-4$	$S_{z5E-3} = 5.43E-4$
$t_0$	-0.6802		1.2507	
Verdict	Hypothèse $H_0$ acceptée		Hypothèse $H_0$ acceptée	

TAB. 3.4 – Résultats obtenus lors de tests d'hypothèses effectués pour la détermination du pas de temps  $\tau$

tiques constantes qui sont celles de l'air à 20 °C. De plus la vitesse initiale de l'écoulement d'air est de (0, 0, 5) [m/s]. Les particules sphériques de diamètre  $d_p = 1E-3$  [m] ont pour leur part des caractéristiques constantes qui sont celles de l'eau à 20° C. Elles sont injectées dans l'écoulement laminaire de la position initiale (0.3066, 0.6132, 0) [m] avec une vitesse initiale de (0, 0, 0) [m/s].

Les trajectoires des particules calculées par *PowerFLOW* et le code de l'auteur ainsi que par *FLUENT* sont représentées à la figure 3.10. Les résultats obtenus pour ces deux simulations sont présentés avec plus de détails au tableau 3.5.

	PowerFLOW et code de l'auteur	FLUENT
Temps de chute [s]	0.388	0.411
Position finale [m]	0.6939	0.6920

TAB. 3.5 – Résultats obtenus lors du calcul des trajectoires de particules injectées dans un écoulement laminaire

Avec les résultats du tableau 3.5, il est calculé que le temps de chute varie seulement de 2.9% entre les résultats de *PowerFLOW* et ceux de *FLUENT*. Les résultats de position finale quant à eux varient d'environ 0.1% dépendant de la méthode de résolution utilisée. Ces différences sont très minimes, il est donc entendu que le modèle de repérage de particules codé par l'auteur vient de prouver son bon fonctionnement.

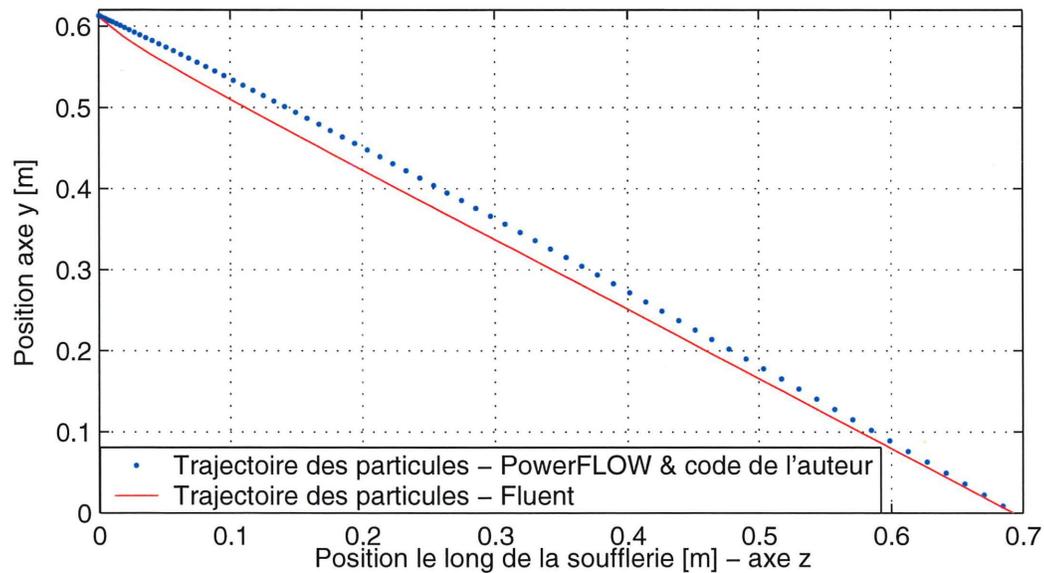


FIG. 3.10 – Graphique de la trajectoire des particules dans la soufflerie

De plus, il est important de noter que la simulation avec *FLUENT* a été conduite avec plusieurs modèles de corrélation du coefficient de traînée -  $C_d$ . Il est remarqué que le modèle employé fait varier de façon non négligeable la trajectoire de la particule. En ce qui concerne les résultats présentés à la figure 3.10, le modèle utilisé pour le calcul de  $C_d$  avec *FLUENT* est celui de Morsi & Alexander [10], modèle très semblable à celui utilisé dans le code de l'auteur et explicité à la section 2.1.2.

### 3.3.2 Profils d'énergie cinétique turbulente

Avant de comparer la dispersion des particules dans un écoulement turbulent obtenue par *PowerFLOW* couplé au code de l'auteur à celle de *FLUENT*, il est nécessaire de vérifier si la turbulence simulée par les deux codes commerciaux s'apparente. Une façon simple et efficace de le faire est de comparer les profils d'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) à l'entrée, au centre et à la sortie de la soufflerie, et ce, pour les deux modèles. En ce qui concerne les profils présentés aux figures 3.11 et 3.12, ils représentent tous deux un écoulement d'air dont le taux de turbulence ( $\sigma$ ) est de 0.5 %. Ce qui veut dire que la valeur de l'énergie cinétique turbulente, au centre de l'écoulement, devrait être de  $9.35E-4$  [ $m^2/s^2$ ]. De plus, il est important de noter que les positions d'entrée, de milieu et de sortie de la soufflerie sont respectivement à  $z=0$  [m],  $z=0.955$  [m] et  $z=1.905$  [m].

L'observation des figures 3.11 et 3.12 permet de dire que l'énergie cinétique turbulente calculée par *PowerFLOW* ou *FLUENT* est équivalente partout dans l'écoulement sauf à l'intérieur de la couche limite, soit près des parois supérieure et inférieure. En effet, l'énergie cinétique turbulente à l'intérieur de la couche limite doit certes être plus élevée que celle au centre de l'écoulement, mais une différence de 4 ordres de grandeur ( $1E4$ ) est observée entre les résultats de la simulation de *PowerFLOW* et ceux de *FLUENT*. *FLUENT* étant la simulation où l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) est la plus élevée. Ainsi, il est pressenti que cette différence de 4 ordres de grandeur de l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite aura une influence non-négligeable sur la dispersion des particules. C'est ce dont il sera question à la section suivante.

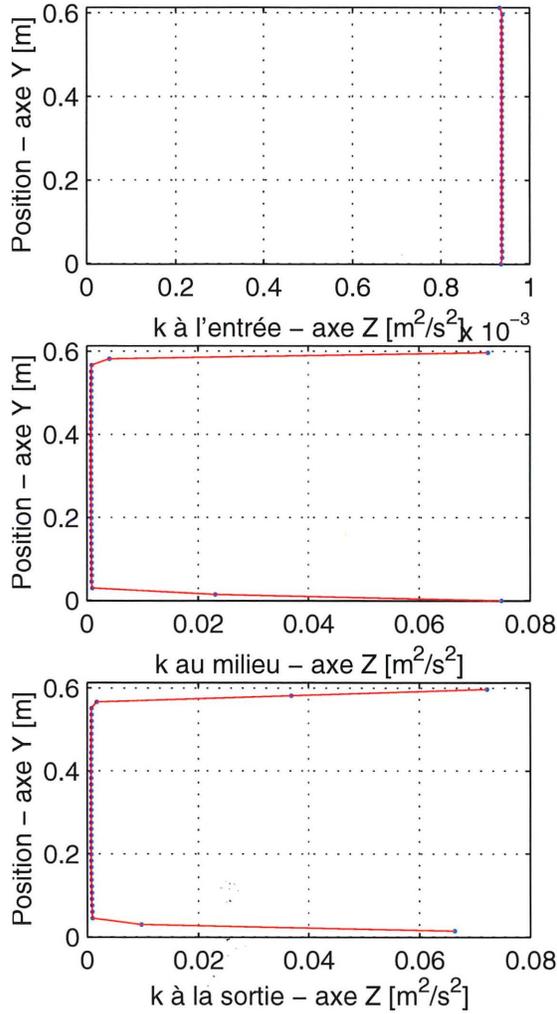


FIG. 3.11 – Profils de l'énergie cinétique turbulente - *PowerFLOW*

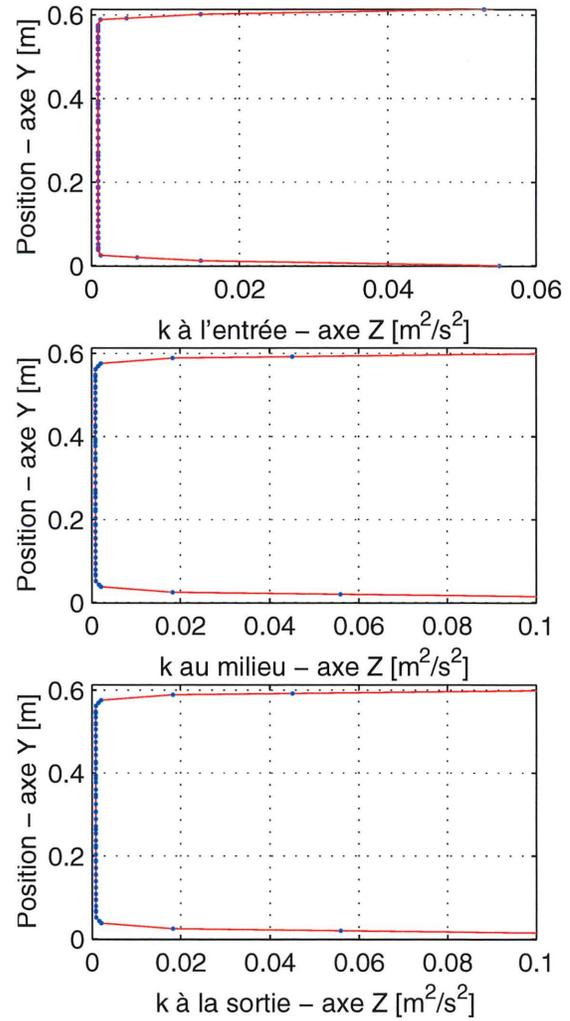


FIG. 3.12 – Profils de l'énergie cinétique turbulente - *FLUENT*

### 3.3.3 Particules dans un écoulement turbulent

L'injection de particules dans un écoulement turbulent est effectué avec le code de l'auteur jumelé aux résultats de *PowerFLOW* ainsi qu'avec le logiciel *FLUENT*. Des essais préliminaires ont démontré que le repérage de la partie laminaire de la couche limite - voir sous-section 2.3.5 - n'est pas effectuée par *FLUENT*. Ainsi, la décision de considérer la couche limite comme étant

toujours turbulente dans le code de l'auteur est prise.

Cette hypothèse, bien que non prévue dans le modèle initial, peut se justifier facilement. En effet, le cas étudié étant une soufflerie, la couche limite est formée avant de rentrer dans la section d'essai - voir figure 2.3 - ici modélisée. Ainsi, il est fort probable que la transition d'écoulement laminaire à turbulent ait déjà eu lieu, ce qui valide la nouvelle hypothèse posée.

Les caractéristiques des différents essais effectués sont les suivantes :

- 30 particules injectées - voir section 3.2.1 ;
- Pas de temps de résolution ( $\tau$ ) de 0.005 sec - voir section 3.2.2 ;
- Diamètre des particules ( $d_p$ ) de 1E-3, 2.5E-4 ou 5E-5 [m] selon l'essai ;
- Position d'injection des particules (0.3066, 0.6132, 0) [m] pour les figures 3.13, 3.14 et 3.15 ou (0.3066, 0.3066, 0) [m] pour les figures 3.16 et 3.17 ;
- Zone d'enregistrement de la dispersion dans le plan xy à z=0.5 [m] du point d'injection ;
- Caractéristiques de l'écoulement turbulent mentionnées à la section 3.1 ;
- Taux de turbulence ( $\sigma$ ) de 0.1, 0.3 ou 0.5 % selon l'essai.

L'observation des figures 3.13, 3.14 et 3.15 permet les constatations suivantes :

1. La dispersion des particules est inversement proportionnelle au diamètre des particules ( $d_p$ ) - phénomène observé chez les deux modèles ;
2. Plus le diamètre ( $d_p$ ) des particules est petit, plus la position des particules en y est élevée - phénomène observé chez les deux modèles ;
3. La dispersion des particules est proportionnelle à l'intensité turbulente ( $\sigma$ ) - phénomène observé uniquement pour le modèle de *PowerFLOW* couplé au code de l'auteur ;
4. La dispersion des particules calculée avec *PowerFLOW* jumelé au code de l'auteur est plus petite que celle calculée par *FLUENT*, et ce, quelque soit le diamètre ( $d_p$ ) des par-

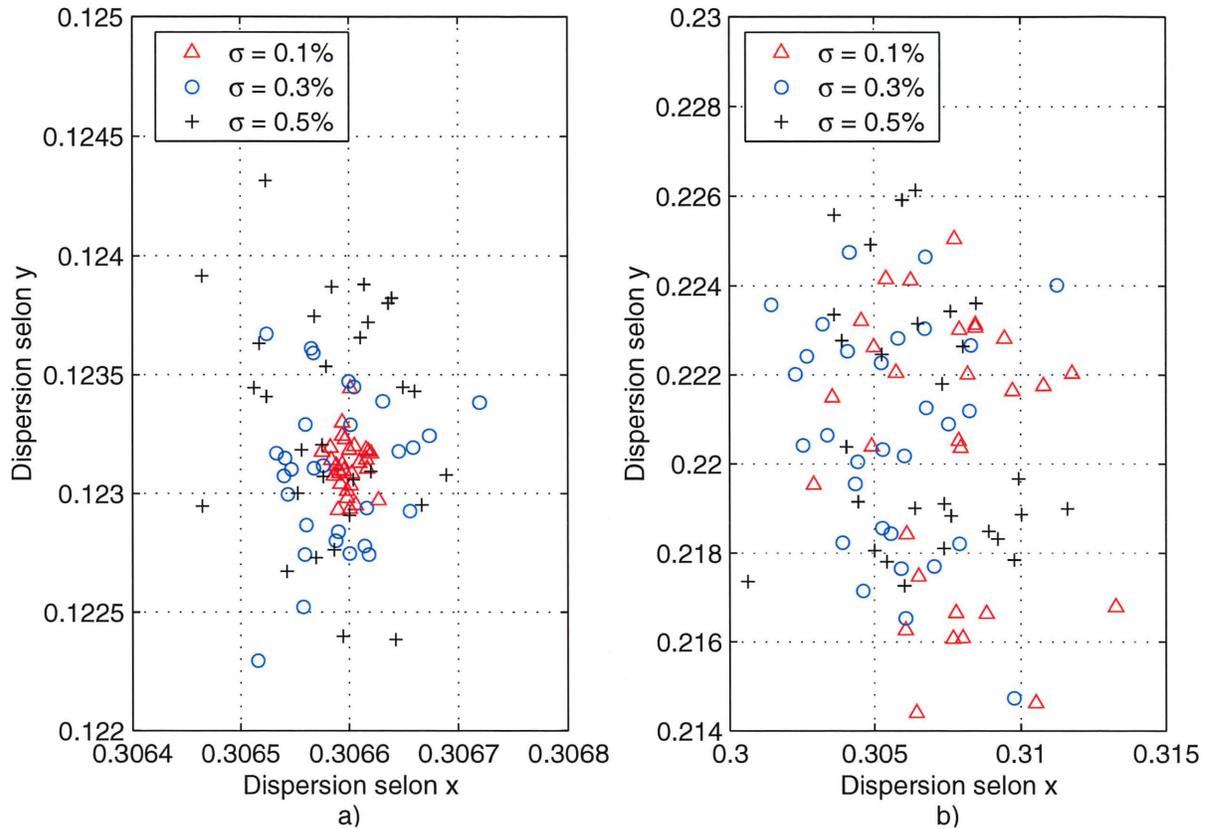


FIG. 3.13 – Graphique de la dispersion des particules -  $d_p=1E-3$  [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) *PowerFLOW* et code de l'auteur b) *FLUENT*

ticules. Néanmoins, la différence observée entre la taille des dispersions diminue avec la diminution du diamètre ( $d_p$ ) des particules ;

5. La position des particules - axe y - change légèrement selon le modèle utilisé. Cependant, la différence de position s'estompe proportionnellement à la diminution du diamètre des particules ( $d_p$ ).

À partir des remarques précédentes, il est supposé que les différences observées entre les deux modèles - points 3, 4 et 5 - sont des conséquences directes de la différence notée au niveau de l'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) dans la couche limite, voir sous-section 3.3.2. Conséquem-

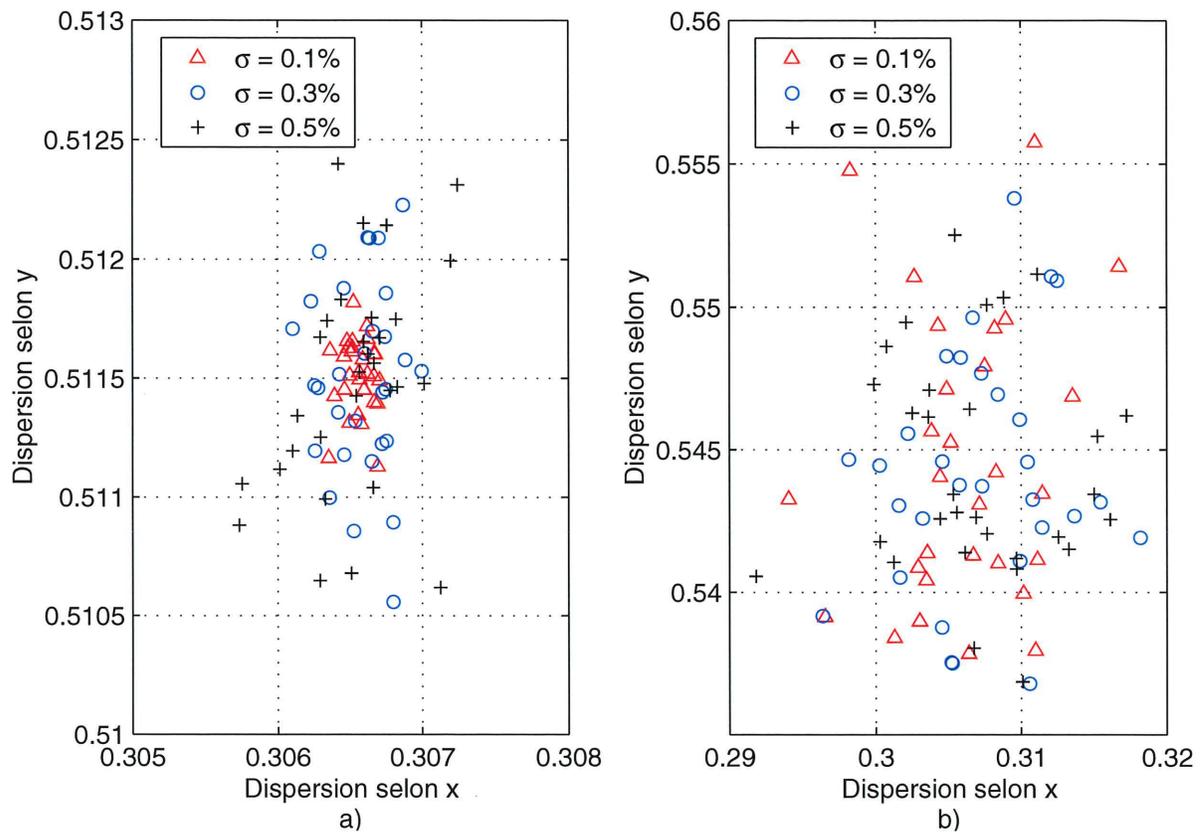


FIG. 3.14 – Graphique de la dispersion des particules -  $d_p=2.5E-4$  [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) *PowerFLOW* et code de l'auteur b) *FLUENT*

ment, il est proposé de changer le point d'injection des particules de (0.3066, 0.6132, 0) [m] à (0.3066, 0.3066, 0). Ce changement permet d'observer la dispersion des particules tout en évitant leur passage dans la couche limite - voir figures 3.16 et 3.17.

Le passage dans la couche limite ne faisant pas partie des essais présentés aux figures 3.16 et 3.17, plusieurs différences ne sont plus observées. En effet, en évitant le passage dans la couche limite, la dépendance entre l'intensité turbulente ( $\sigma$ ) et la dispersion des particules peut maintenant être observée pour les résultats provenant de *PowerFLOW* couplé au code de l'auteur ainsi que ceux de *FLUENT*. De plus, l'écart noté pour la position - axe y - ainsi que pour la

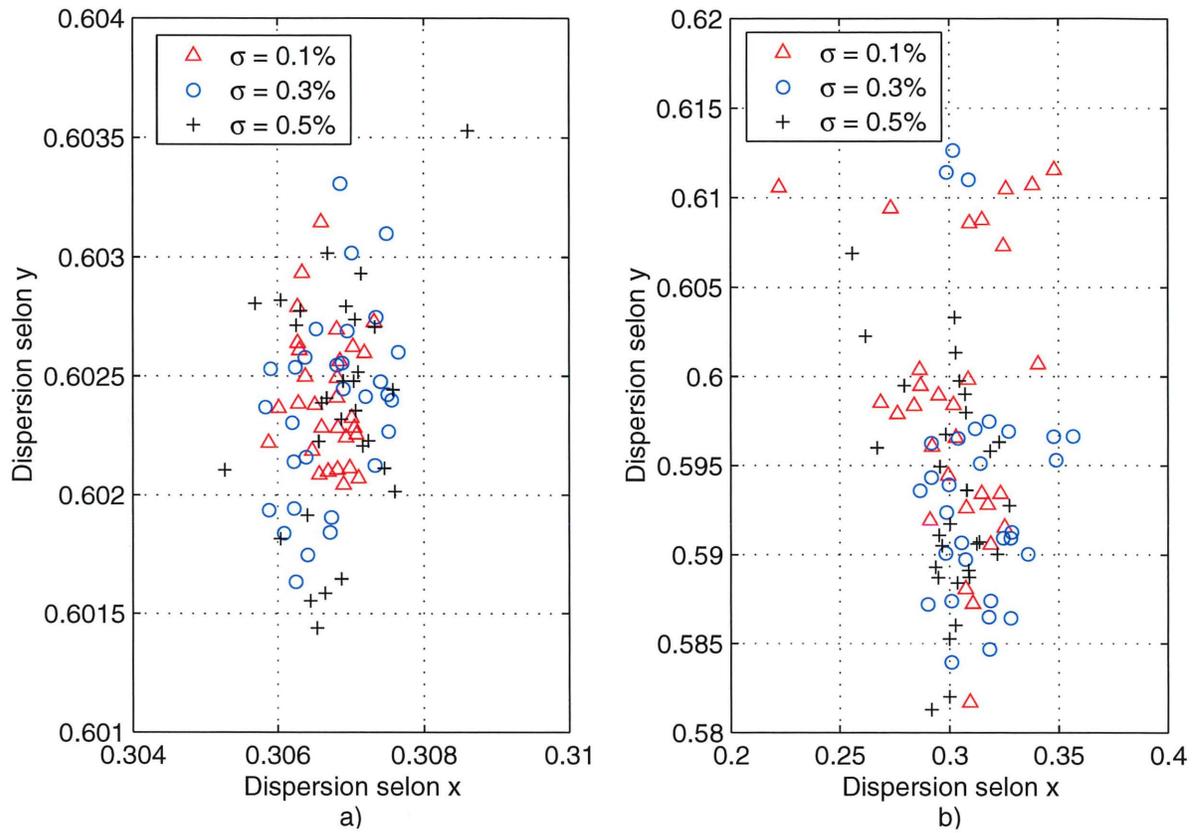


FIG. 3.15 – Graphique de la dispersion des particules -  $d_p=5E-5$  [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) *PowerFLOW* et code de l'auteur b) *FLUENT*

taille de la dispersion des particules sont maintenant diminués grandement. Finalement, comme en témoigne la figure 3.18, la largeur de la dispersion en x et en y est semblable pour les deux modèles, et ce, quelque soit le taux de turbulence.

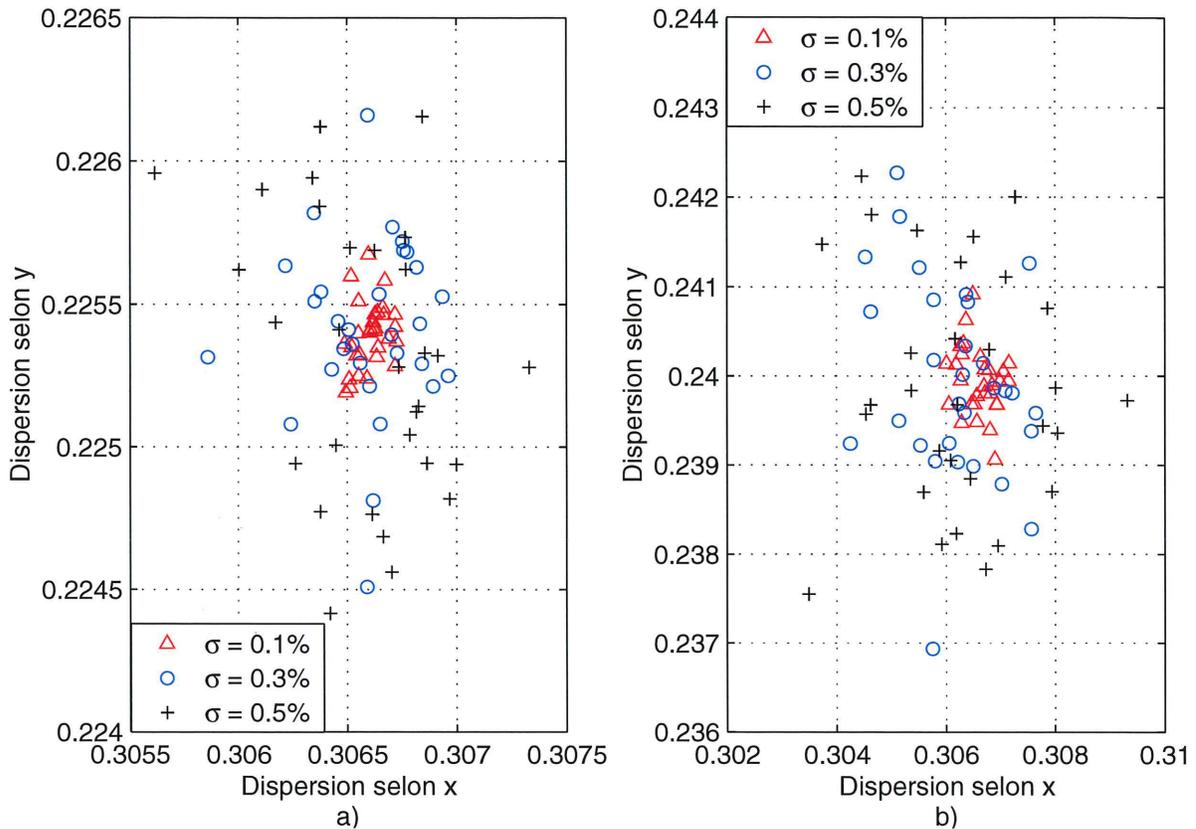


FIG. 3.16 – Graphique de la dispersion des particules -  $d_p=2.5E-4$  [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) *PowerFLOW* et code de l'auteur b) *FLUENT*

Ainsi, il devient clair que la raison principale des différences notées aux figures 3.13, 3.14 et 3.15 est l'écart trouvé entre des valeurs d'énergie cinétique turbulente dans la couche limite pour les deux modèles étudiés. De plus, il est noté qu'une grande partie du déploiement des particules et donc de leur dispersion est effectué lors de leur passage dans la couche limite. Les particules n'y passant qu'une toute petite partie du parcours en terme de temps [m] et de distance [m], le facteur d'influence de l'énergie cinétique turbulente sur la dispersion des particules est d'autant plus élevé. De plus, il est noté que la concordance des résultats provenant des deux modèles s'améliore avec la diminution du diamètre ( $d_p$ ) des particules.

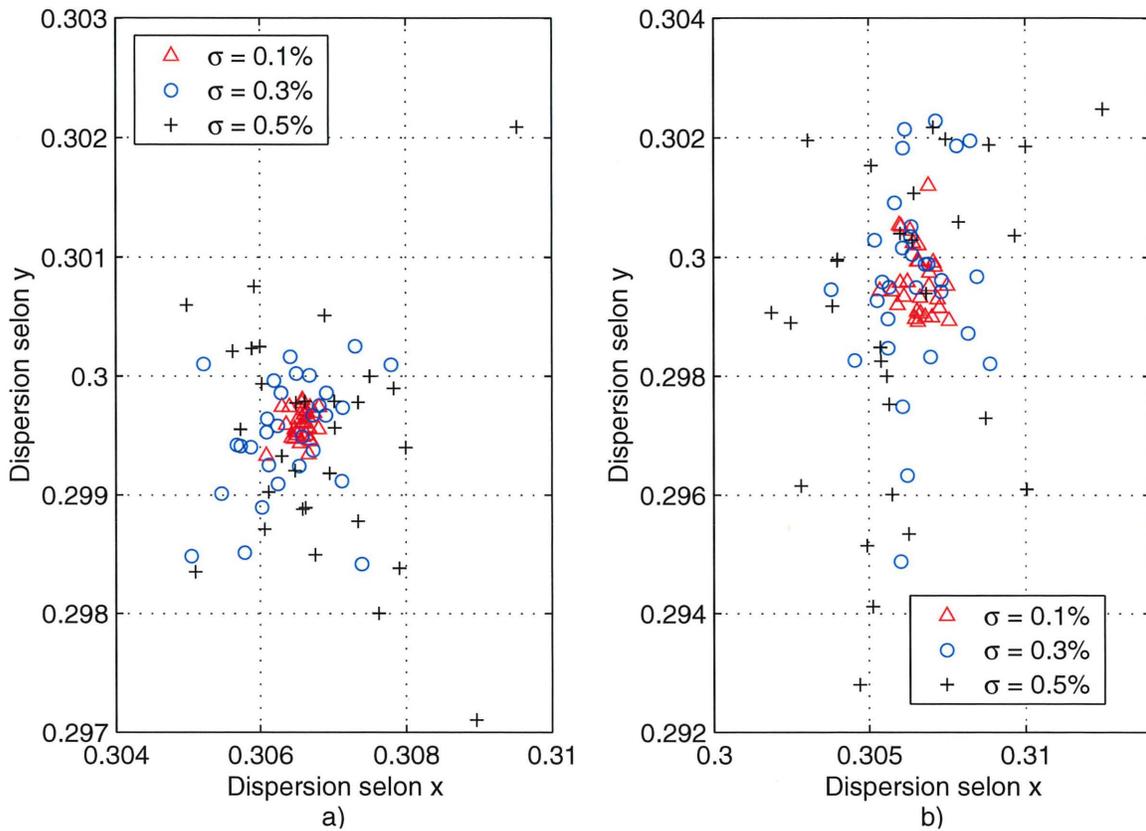


FIG. 3.17 – Graphique de la dispersion des particules -  $d_p=5E-5$  [m] - dans un écoulement turbulent à 0.5 [m] du point d'injection a) *PowerFLOW* et code de l'auteur b) *FLUENT*

Ces remarques effectuées, le modèle de *PowerFLOW* couplé au code de l'auteur est considéré valide. De plus, afin de recueillir plus d'information quant à la validité du modèle développé, il est employé à la section suivante dans le calcul de la dispersion de particules pour un cas dont les valeurs expérimentales sont connues.

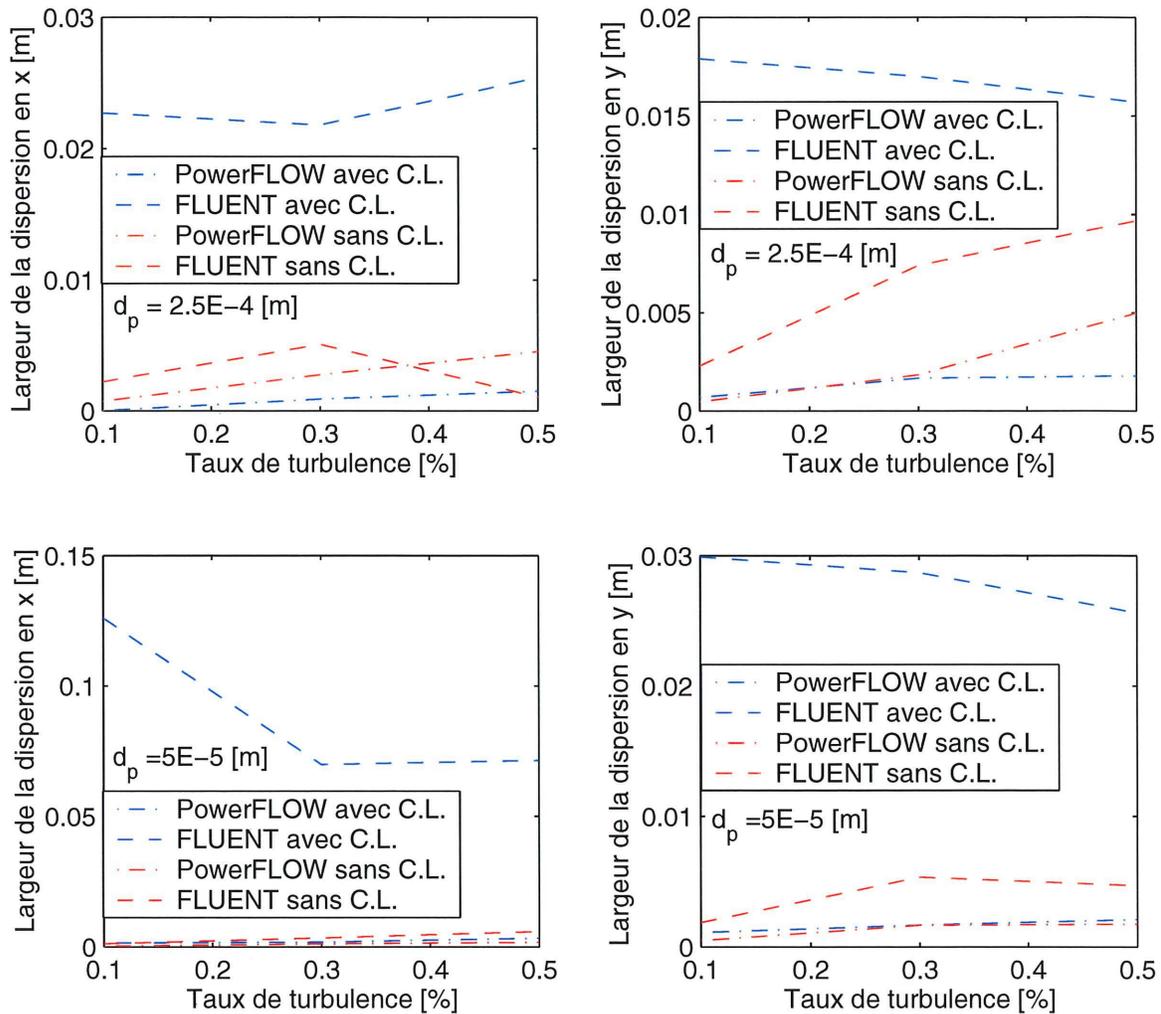


FIG. 3.18 – Graphiques de la largeur de la dispersion en x ou en y en fonction du taux de turbulence ( $\sigma$ ) - C.L. = couche limite

### 3.4 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Une étude expérimentale sur un problème connexe à celui présentement à l'étude a été effectuée par J.S. Vames et T.J. Hanratty [26]. Ainsi, il est proposé de construire un modèle numérique du montage expérimental décrit dans l'article [26] et d'en comparer les résultats.

### 3.4.1 Présentation du problème expérimental

Le problème expérimental étudié est celui de l'injection de particules sphériques dont la vitesse initiale est non nulle dans un écoulement d'air turbulent généré dans une soufflerie de section cylindrique. Ainsi, trois essais dont certaines caractéristiques différentes sont testés - voir tableau 3.6.

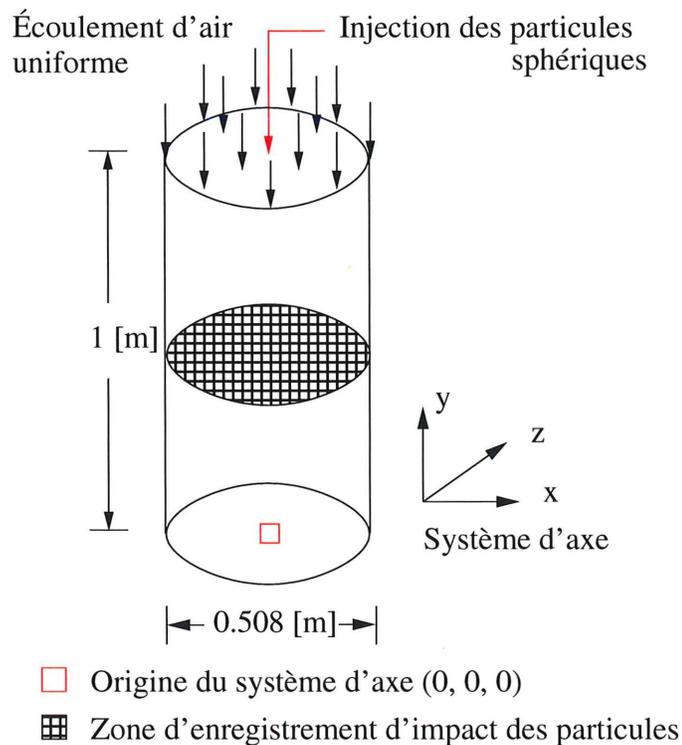


FIG. 3.19 – Schéma du problème expérimental - Vames et Hanratty

### 3.4.2 Comparaison des résultats

La figure 3.20 présente la dispersion des particules ( $D_p$ ) en fonction du temps. Le calcul de la dispersion des particules ( $D_p$ ) est effectué ainsi :

Essai	A50	L50	S50
$d_p$	5.05 E-5 [m]	4.98 E-5 [m]	5.06 E-5 [m]
$V_{p_o}$	(0, -3.45, 0) [m/s]	(0, -8.30, 0) [m/s]	(0, -5.12, 0) [m/s]
$V_{air_o}$	(0, -4.02, 0) [m/s]	(0, -11.20, 0) [m/s]	(0, -6.29, 0) [m/s]
$\sigma$	3.80 [%]	3.42 [%]	3.65 [%]

TAB. 3.6 – Caractéristiques des essais expérimentaux

$$D_p = \frac{1}{N_p} \sum_1^{N_p} (x_p^2 + y_p^2) \quad (3.17)$$

La figure 3.20 démontre que le modèle numérique de *PowerFLOW* jumelé au code de l'auteur sous-estime la dispersion des particules dans un écoulement turbulent. Cette sous-estimation évaluée en prenant la valeur expérimentale comme valeur de référence s'élève en moyenne à 36% de la valeur de référence pour l'essai A50 et à 32% pour l'essai L50. Il est important de noter que cet écart est une donnée moyenne. Ainsi, les écarts les plus importants se dénotent dans les premiers temps de la simulation. Par contre, lorsque le temps dépasse les 0.08 secondes, les valeurs d'écart chutent pour atteindre des valeurs aussi basses que 20%.

Bien que les valeurs de dispersion des particules sont sous-estimées avec le modèle ici développé, lorsque les marges d'erreur intrinsèques aux méthodes de calculs utilisés ainsi qu'au maillage sont cumulées, il devient possible de superposer les valeurs expérimentales aux valeurs numériques. De plus, il est important de noter que les marges d'erreur sur les valeurs expérimentales n'étant point citées dans l'article de Vames & Hanratty, il est fort possible que les valeurs numériques ici trouvées soient déjà incluses dans l'intervalle de valeurs expérimentales possibles.

Ainsi, avant de modifier le modèle numérique dans le but de rapprocher les valeurs de dispersion, il faut tout d'abord se procurer les bornes d'erreur des valeurs expérimentales.

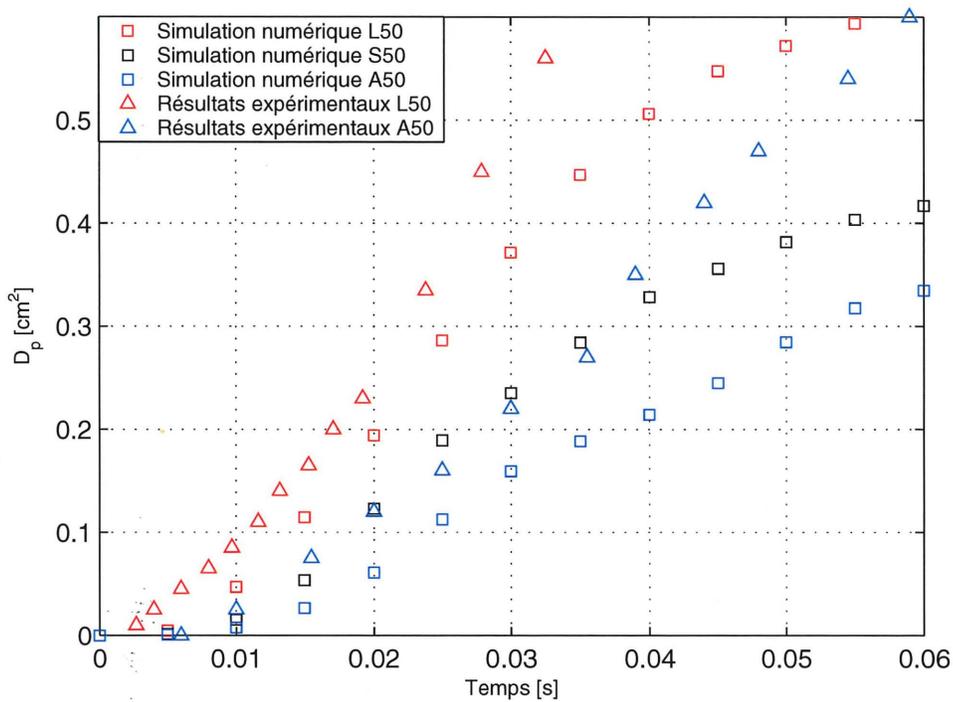


FIG. 3.20 – Graphique de la dispersion des particules dans un écoulement turbulent en fonction du temps

# Chapitre 4

## Conclusion

### 4.1 Conclusion et travaux à venir

L'étude numérique de la dispersion des particules dans un écoulement turbulent 3D étant terminée, plusieurs constatations peuvent être portées sur le sujet.

Ainsi, au cours de cette étude, le parcours des particules dans un écoulement laminaire calculé par *FLUENT* a été reproduit avec beaucoup de justesse avec le code de l'auteur couplé aux résultats de *PowerFLOW*. Il a été alors démontré que la dispersion de particules injectées dans un écoulement laminaire est très dépendante du modèle de calcul du coefficient de traînée employé. Le choix d'un modèle de calcul du coefficient de traînée doit donc être fait judicieusement.

Les résultats de l'injection de particules dans un écoulement turbulent montrent que le modèle développé sous-estime la dispersion des particules comparativement aux résultats obtenus de *FLUENT* ou encore aux résultats expérimentaux de Vames & Hanratty [26].

Ainsi, la comparaison avec les résultats de *FLUENT* a démontré que la valeur de l'énergie ci-

nétique turbulente ( $k$ ) est un facteur de grande influence sur la dispersion des particules. De plus, les simulations de *FLUENT* ont clairement démontrées que ce logiciel génère des valeurs d'énergie cinétique turbulente ( $k$ ) beaucoup trop élevées dans la couche limite. Le logiciel *PowerFLOW* est beaucoup plus conservateur dans son évaluation. L'influence de quelques paramètres tels que l'intensité turbulente ( $\sigma$ ) et le diamètre des particules ( $d_p$ ) a également été observée. De façon générale la dispersion des particules est proportionnelle à l'intensité turbulente de l'écoulement et inversement proportionnelle au diamètre des particules. De plus, il a été observé que la différence entre les dispersions calculées par *FLUENT* et par le code ici développé est toujours inférieure à la plus petite maille ou *voxel* du maillage de *PowerFLOW*. Il est donc fort possible que la réduction du maillage engendrerait un rapprochement des résultats et une diminution de l'erreur propre au modèle. Ce raffinement de maillage n'a pas été effectué au cours de cette étude à cause des limitations des outils informatiques disponibles - voir sous-section 2.2.1.

La comparaison avec les résultats expérimentaux a démontré que l'allure de la courbe de la dispersion des particules en fonction du temps est semblable à celle calculée numériquement avec le modèle développé. Néanmoins, encore une fois, une sous-estimation de la dispersion des particules calculée numériquement est observée. Cette remarque n'a toutefois pas beaucoup de poids puisque l'erreur sur les résultats expérimentaux n'étant pas mentionnée dans l'article de référence [26], demeure inconnue. Ainsi, il est fort probable que les résultats numériques soient inclus dans les marges d'erreurs expérimentales.

Afin d'améliorer le modèle développé au cours de cette étude, une liste des travaux à venir est établie. En effet, il serait très intéressant de raffiner le maillage utilisé par *PowerFLOW*. Pour ce faire, sans élever le temps de calcul de façon démesurée, il est proposé de lancer le calcul sur le nouveau cluster présentement en développement au sein du groupe *THERMAUS* de l'Université de Sherbrooke. De plus, une recherche accrue pourrait permettre l'obtention des marges d'erreur expérimentales. Ce qui aiderait grandement l'analyse des résultats du modèle.

Finalelement, il serait intéressant d'exploiter le fait que le modèle ici développé est basé sur un cas test de l'injection de particules dans une soufflerie horizontale de section octogonale fabriquée et entreposée à l'Université de Sherbrooke. Pour ce faire, il faudrait développer un appareil d'injection de particules garantissant une vitesse initiale des particules nulle tout en évitant que cet appareil soit intrusif et ait une influence non-négligeable sur l'écoulement en soufflerie. De plus, une étude poussée des techniques d'enregistrement de la dispersion des particules dans l'écoulement doit être effectuée afin de choisir la plus adéquate et celle qui engendre le minimum d'erreur.

# Bibliographie

- [1] ADENIJI-FASHOLA, A. et CHEN, C.P. Modeling of confined turbulent fluid-particle flows using eulerian and lagrangian schemes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(4) :697 – 701, 1990.
- [2] BOOTHROYD, R.G. *Flowing gas-solids suspensions*. Chapman and Hall Ltd, London, 1971.
- [3] CHEN, X.Q. et PEREIRA, J.C.F. Eulerian - eulerian predictions of dilute turbulent gas - particle flows. *Gas Particle Flows*, pages 265 – 272, 1995.
- [4] CHOI, E.C.C. Simulation of wind-driven-rain around building. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46-47 :721 – 729, 1993.
- [5] DOMGIN, J.F., HUILIER, D.G.F et al. Application of an eulerian-lagrangian model to the turbulent dispersion of particles in turbulent pipe flows. *Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, 17(22-26), juin 1997.
- [6] DUBRAVKA, P. et RANKO, L. An efficient algorithm for high accuracy particle tracking in finite elements. *Advances in Water Resources*, 25 :353 – 369, 2001.
- [7] DURST, F., MILOJEVIC, D. et SCHÖNUNG, B. Eulerian and lagrangian predictions of particulate two-phase flows : a numerical study. *Applied Mathematical Modelling*, 8 :101 – 115, 1984.

- [8] ENVINO, D. et LIGHTSTONE, M.F. Modeling of particle dispersion in turbulent shear flows. *CFD 2002 Proceedings*, pages 264 – 269, 2002.
- [9] EXA Corporation. *PowerFLOW user's guide - release 3.4*. EXA Corporation, Lexington, 2002.
- [10] FLUENT Incorporated. *FLUENT 6.1 Documentation*. FLUENT Incorporated, United States, 2003.
- [11] GAUVIN, W.H., KATTA, S. et KNELMAN, F.H. Drop trajectory predictions and their importance in the design of spray dryers. *International Journal of Multiphase Flow*, 1 :793 – 816, 1975.
- [12] HINZE, J. *Turbulence*. McGraw Hill series in Mechanical Engineering, New York, 2eme edition, 1975. 790 p.
- [13] INCROPERA, F.P. et DEWITT, D.P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley, New York, 4eme edition, 1996. 866 p.
- [14] KREYSZIG, E. *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, New York, 8eme edition, 1997. 1156 p.
- [15] LAKEHAL, D. On the modelling of multiphase turbulent flows for environmental and hydrodynamics applications. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(10) :823 – 863, 2002.
- [16] MERCADIER, Y. *Turbulence en mécanique des fluides - Modélisation pour l'ingénieur*. Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 2000. 303 p.
- [17] MIDGAL, D. et AGOSTA, D.V. A source flow model for continuum gas-particle flow. *Journal of Applied Mechanics*, 34E :860, 1967. Transactions of the ASME.
- [18] MILLER, R.H. et al. High performance computing : analytical aerodynamics for automotive vehicles. *Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division*, 250 :289 – 294, 1999.

- [19] MONTGOMERY, D.C. *Design and Analysis of Experiments*. Wiley, New York, 5eme edition, 1997. 684 p.
- [20] PATANKAR, N.A. et JOSEPH, D.D. Lagrangian numerical simulation of particulate flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 27 :1685 – 1706, 2001.
- [21] PAYRE, G. *Communication privée*. Université de Sherbrooke, Sherbrooke.
- [22] PAYRE, G. *Notes de cours GMC - 710 Méthodes numériques de calcul en génie*. Université de Sherbrooke, Sherbrooke, hiver 2003. 538 p.
- [23] RATOZ, H.T. et SRIDEVI, K. General complete lagrange interpolations with applications to three-dimensional finite element analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 :3325 – 3368, 2001.
- [24] SCHLICHTING, H. et GERSTERN, K. *Boundary Layer Theory*. Springer, Berlin, 8eme edition, 2000. 799 p.
- [25] SHEVELL, R.S. *Fundamentals of flight*. Prentice Hall, New Jersey, 2eme edition, 1989. 438 p.
- [26] VAMES, J.S. et HANRATTY, T.J. Turbulent dispersion of droplets for air flow in a pipe. *Experiments in Fluids*, 6 :94 – 104, 1988.
- [27] WHITE, F.M. *Fluid Mechanics*. McGraw Hill Inc., New York, 3eme edition, 1994. 736 p.
- [28] WILCOX, D.C. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries Inc., Californie, 2eme edition, 2000. 540 p.

# **Appendice**

Pour consulter cet article, voir la copie papier à la Bibliothèque du Frère-Théode  
Section Monographie TJ 7.5 US S26 2004

**Comparative study of three dimensional numerical simulations of particle  
dispersion in a turbulent air flow**

**S. Sanchez, R.L. Bouchard, Y. Mercadier and S. Cyr**