



UNIVERSITÉ DE  
**SHERBROOKE**

Faculté de génie  
Département de Génie mécanique

**APPORT DES TECHNIQUES DE PROTOTYPAGE RAPIDE POUR LA  
VALIDATION FONCTIONNELLE DES ASSEMBLAGES DE PRÉCISION**

**Mémoire de maîtrise es sciences appliquées  
Spécialité : génie mécanique**

 Taib EL BACHA

Sherbrooke (Québec), CANADA

Février 2004



National Library  
of Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

Acquisitons et  
services bibliographiques

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
*ISBN: 0-612-94832-3*  
*Our file* *Notre référence*  
*ISBN: 0-612-94832-3*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

**Canada**

## RÉSUMÉ

Les techniques de prototypage rapide (PR) représentent une classe de processus de fabrication qui permet, automatiquement, l'obtention des pièces par dépôt d'un substrat par couches successives. La génération des couches se fait directement à partir des modèles virtuels issus des systèmes de Conception Assistée par Ordinateur (CAO). Actuellement, les pièces obtenues des machines de PR sont, généralement, employées pour l'inspection visuelle rapide, l'analyse de la forme et l'évaluation ergonomique au cours des diverses étapes du développement du produit.

Cependant, la validation visuelle du modèle ne constitue pas le seul besoin en ingénierie car pour réaliser un assemblage fonctionnel, on doit aussi tenir compte de la précision dimensionnelle des pièces constituant cet assemblage. Or, les pièces issues des machines de PR ne permettent généralement pas un assemblage de précision fonctionnel. En effet, la précision des pièces produites par le PR est fortement liée au plan programmé de fabrication et à la précision du procédé lui-même. Malheureusement, ceux-ci sont rarement compatibles avec les exigences du modèle CAO en termes de dimension et de tolérance.

Le sujet de ce mémoire porte sur l'apport des techniques de prototypage rapide pour la validation fonctionnelle des assemblages de précision. À cet effet, deux étapes ont été préconisées.

La première étape concerne l'identification de la machine de PR. Pour ce faire, un assemblage-type constitué de deux pièces était fabriqué, suivant un plan factoriel, par une machine de PR de type Prodigy system (Stratasys). Ensuite, la précision dimensionnelle selon chaque axe du procédé de fabrication a été identifiée grâce aux analyses des données expérimentales par Design-Expert. Les résultats ont permis, dans un premier temps, de sélectionner deux modèles prévisionnels et leurs configurations optimales pour chaque direction de production x, y et z. En outre, en pointant sur les premiers résultats, un autre plan d'expérimentation à quatre répliques a été introduit. Les résultats ont montré une différence importante entre les modèles, les configurations, ainsi que les intervalles de tolérance qui ont été retenus définitivement pour l'estimation de la précision dimensionnelle du produit.

La deuxième étape consiste à ajuster les performances en termes de précision du processus de fabrication par rapport aux spécifications fonctionnelles de la conception afin de rendre la

production possible. Cette optimisation se fait, soit par ajustement des paramètres machine en choisissant le modèle le plus approprié, soit, par modification temporaire des cotes nominales de conception lors de la production. Cette approche permet au concepteur, pendant le développement de son produit, de prévoir la précision fonctionnelle et les modifications temporaires à assigner à son mécanisme. Cela traduit la possibilité de produire des assemblages complexes et fonctionnels que les machines conventionnelles ont des difficultés à réaliser.

## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance envers le Professeur Alain Desrochers, mon directeur de recherche au Département de génie mécanique de l'Université de Sherbrooke et envers le professeur Luc Laperrrière, mon codirecteur de recherche au Département de génie mécanique de l'Université du Québec à Trois-Rivières, pour l'appui et la confiance qu'ils m'ont accordés pour mener à bien ce travail.

Je voudrais remercier aussi Dr Hoda ElMaraghy professeure à l'*University of Windsor* qui m'a aidé à réaliser les essais expérimentaux ainsi que le réseau de centre d'excellence Auto21 pour le financement accordé à ce projet et aussi l'Université de Sherbrooke et l'Université du Québec à Trois-Rivières pour leurs supports financiers, matériels et techniques. .

Merci également à l'étudiant Tom Wu, pour son aide à réaliser les essais, au technicien Éric Précourt de l'Université du Québec à Trois-Rivières, ainsi qu'aux techniciens de métrologie du département de génie mécanique de l'université de Sherbrooke pour leur soutien précieux pour collecter les mesures.

Un grand merci à ma famille qui m'a soutenu et encouragé tout au long de cette maîtrise.

## TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION .....	1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs du projet .....	2
CHAPITRE 2 : ETAT DES CONNAISSANCES.....	4
2.1 Le prototypage rapide.....	4
2.1.1 Introduction .....	4
2.1.2 Procédés de prototypage rapide.....	6
2.1.3 Matériaux pour le prototypage rapide .....	14
2.1.4 Applications.....	17
2.2 Tolérancement et assemblage.....	19
2.2.1 Tolérancement .....	19
2.2.2 Assemblage.....	22
2.2.3 Nouvelles approches d'assemblage en prototypage rapide .....	25
2.3 Design expérimental.....	26
2.3.1 Construction – essayer - modifier.....	27
2.3.2 Expérimentation « un seul facteur à la fois » .....	27
2.3.3 Expérimentation factorielle complète.....	28
2.3.4 Expérimentation factorielle fractionnaire.....	29
2.3.5 Interactions entre facteurs.....	30
2.3.6 Sélection des facteurs de contrôle .....	31
2.4 Concepts d'analyse des données expérimentales .....	32
2.4.1 Termes de statistique de base .....	32
2.4.2 Analyse de la variance.....	33
2.4.3 Régression linéaire multiple .....	36
2.4.4 Méthodes de vérification de l'adéquation du modèle analytique.....	39
CHAPITRE 3 : MÉTHODOLOGIE D'OPTIMISATION CONCEPTION/PROCÉDÉ .....	42
3.1 Introduction .....	42
3.2 Algorithme d'optimisation général.....	43
3.3 Exemple d'application.....	45
3.4 Identification de la machine de prototypage rapide.....	48
3.4.1 Assemblage-type de CAO .....	48
3.4.2 Machine de prototypage rapide .....	49
3.4.3 Sélection de facteurs de contrôle.....	50
3.4.4 Processus expérimental d'identification.....	52
CHAPITRE 4 : VALIDATION EXPÉRIMENTALE.....	56
4.1 Méthodologie d'analyse .....	56
4.2 Présélection de configurations optimales .....	59
4.3 Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe x-x.....	60
4.1.1 Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance.....	61

4.1.2	Modèle de prédiction général .....	62
4.1.3	Vérification de l'adéquation du modèle analytique.....	63
4.4	Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe y-y.....	65
4.1.4	Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance.....	65
4.1.5	Modèle de prédiction général .....	66
4.1.6	Vérification de l'adéquation du modèle analytique.....	67
4.5	Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe z-z .....	68
4.1.7	Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance.....	69
4.1.8	Modèle de prédiction général .....	70
4.1.9	Vérification de l'adéquation du modèle analytique.....	70
CONCLUSION .....		73
ANNEXE A :.....		76
ANNEXE B :.....		85
ANNEXE C :.....		97
BIBLIOGRAPHIE .....		105

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Principaux domaines d'utilisation industrielle du prototypage rapide.....	5
Figure 2.2 Processus global.....	8
Figure 2.3 Schéma de principe de la Stéréolithographie .....	9
Figure 2.4 Schéma de principe du procédé de frittage sélectif par laser .....	10
Figure 2.5 Dernières machines de FDM (Maxum, Prodigy Plus, Titan).....	11
Figure 2.6 Schéma de principe du procédé FDM de Stratasys .....	12
Figure 2.7 Principe du procédé LOM d'Helisys .....	13
Figure 2.8 Synthèse des principaux procédés de fabrication rapide de pièces métalliques ...	16
Figure 2.9 Étape du processus de coulée en moule plâtre .....	16
Figure 2.10 Planétaire pour test fonctionnel .....	18
Figure 2.11 Modèles pour moule à sable.....	18
Figure 2.12 Modèles chirurgicaux et prothèses orales et maxillo-faciales en résine .....	18
Figure 2.13 Modèle de planification chirurgicale d'une mâchoire .....	18
Figure 2.14 Concentration de contraintes dans dans une aile de turbine fabriquée par .....	18
Figure 2.15 Modèle d'une structure complexe .....	19
Figure 2.16 Statue de dauphin (LOM) .....	19
Figure 2.17 Exemples de tolérance linéaire et angulaire.....	20
Figure 2.18 Exemples de tolérance géométrique de forme (rectitude et circularité) .....	21
Figure 2.19 Principe d'analyse des tolérances et de synthèse des tolérances.....	23
Figure 2.20 Exemple d'assemblage et chaînes de cotes.....	24
Figure 2.21 Mécanisme avant et après l'enlèvement de supports .....	25
Figure 2.22 Mécanisme obtenu par insertion de pièces préfabriquées.....	26
Figure 2.23 Expérimentations sans interactions.....	30
Figure 2.24 Expérimentations avec interactions.....	31
Figure 2.25 Distribution normale des résidus.....	40
Figure 2.26 Distribution anormale des résidus .....	40
Figure 2.27 Distribution sans val. extrêmes.....	41
Figure 2.28 Distribution avec val. Extrêmes .....	41
Figure 2.29 Variance demeure constante .....	41
Figure 2.30 Variance n'est pas constante .....	41
Figure 3.1 Plan d'optimisation des performances du système et les spécifications de conception .....	44
Figure 3.2 Assemblage de pièces coniques .....	45
Figure 3.3 Distribution normale des dimensions de la partie femelle et de la partie mâle .....	47
Figure 3.4 Intervalles de tolérances et cote minimale pour la partie femelle .....	48
Figure 3.5 Intervalles de tolérances et cote maximale pour la partie mâle .....	48
Figure 3.6 Assemblage-type et spécifications dimensionnelles et fonctionnelles.....	49
Figure 3.7 Machine Prodigy System .....	50
Figure 3.8 Orientations de la pièce sur la plate-forme de la machine .....	53
Figure 3.9 Stratégies de remplissage .....	53
Figure 3.10 Localisations de la pièce sur la plate forme .....	53
Figure 3.11 Pièces issues des expériences .....	53
Figure 3.12 Prise de mesures par MMC .....	55



Figure 4.1	Les dimensions mesurées et analysées.....	56
Figure 4.2	Démarche générale.....	57
Figure 4.3	Méthodologie détaillée d'analyse.....	57
Figure 4.4	Probabilité normale des résidus.....	64
Figure 4.5	Résidus versus valeurs ajustées.....	64
Figure 4.6	Valeurs extrêmes (Outliers).....	64
Figure 4.7	Probabilité normale des résidus.....	67
Figure 4.8	Résidus versus valeurs ajustées.....	68
Figure 4.9	Valeurs extrêmes (Outliers).....	68
Figure 4.10	Probabilité normale des résidus.....	71
Figure 4.11	Résidus versus valeurs ajustées.....	71
Figure 4.12	Valeurs extrêmes (Outliers).....	72
Figure B1	Modèle prévisionnel de la dimension $d=20\text{mm}$ sur l'arbre.....	86
Figure B2	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{mm}$ sur l'arbre.....	86
Figure B3	Modèle prévisionnel de la dimension $D=20\text{mm}$ sur l'alésage.....	87
Figure B4	Modèle prévisionnel de la dimension $D=26\text{ mm}$ sur l'alésage.....	87
Figure B5	Modèle prévisionnel de la dimension $H=15\text{ mm}$ sur l'alésage.....	88
Figure B6	Modèle prévisionnel de la dimension $H=20\text{ mm}$ sur l'alésage.....	88
Figure B7	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{ mm}$ sur l'alésage.....	90
Figure B8	Modèle prévisionnel de la dimension $d=20\text{ mm}$ sur l'arbre.....	89
Figure B9	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{ mm}$ sur l'arbre.....	90
Figure B10	Modèle prévisionnel de la dimension $D=20\text{ mm}$ sur l'alésage.....	90
Figure B11	Modèle prévisionnel de la dimension $D=26\text{ mm}$ sur l'alésage.....	91
Figure B12	Modèle prévisionnel de la dimension $H=15\text{ mm}$ sur l'alésage.....	91
Figure B13	Modèle prévisionnel de la dimension $H=20\text{ mm}$ sur l'alésage.....	92
Figure B14	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{ mm}$ sur l'alésage.....	92
Figure B15	Modèle prévisionnel de la dimension $d=20\text{ mm}$ sur l'arbre.....	93
Figure B16	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{ mm}$ sur l'arbre.....	93
Figure B17	Modèle prévisionnel de la dimension $D=20\text{ mm}$ sur l'alésage.....	94
Figure B18	Modèle prévisionnel de la dimension $D=26\text{ mm}$ sur l'alésage.....	94
Figure B19	Modèle prévisionnel de la dimension $H=15\text{ mm}$ sur l'alésage.....	95
Figure B20	Modèle prévisionnel de la dimension $H=20\text{ mm}$ sur l'alésage.....	95
Figure B21	Modèle prévisionnel de la dimension $L=40\text{ mm}$ sur l'alésage.....	96

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1	Comparaison sur un exemple des coûts et délais .....	6
TABLEAU 2.2	Matrice de design non orthogonale.....	28
TABLEAU 2.3	Expérimentation factorielle complète ( $2^3$ ).....	29
TABLEAU 2.4	Table d'Analyse de la variance pour deux facteurs.....	34
TABLEAU 2.5	Exemple d'illustration .....	36
TABLEAU 3.1	Partie femelle .....	46
TABLEAU 3.2	Partie mâle .....	46
TABLEAU 3.3	Quelques spécifications de Prodigy System .....	50
TABLEAU 3.4	Arrangement des variables du procédé.....	52
TABLEAU 3.5	Plan factoriel fractionnaire ( $3^{4-1}$ ); blocs 1 et 2.....	54
TABLEAU 3.6	Plan factoriel fractionnaire ( $3^{4-1}$ ); bloc 3 .....	54
TABLEAU 3.7	Plan d'expérience complémentaire à quatre répliques.....	54
TABLEAU 4.1	Fréquence des niveaux des facteurs critiques .....	59
TABLEAU 4.2	Sélection de la configuration optimale finale (x-x) .....	62
TABLEAU 4.3	Tableau de l'analyse de la variance .....	63
TABLEAU 4.4	Sélection de la configuration optimale finale (y-y) .....	65
TABLEAU 4.5	Tableau de l'analyse de la variance .....	67
TABLEAU 4.6	Sélection de la configuration optimale finale (z-z).....	69
TABLEAU 4.7	Tableau de l'analyse de la variance .....	71
TABLEAU A1	Mesures prises sur le diamètre $d=20\text{mm}$ de l'arbre .....	77
TABLEAU A2	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'arbre.....	77
TABLEAU A3	Mesures prises sur le diamètre $D=20\text{ mm}$ de l'alésage.....	78
TABLEAU A4	Mesures prises sur le diamètre $D=26\text{ mm}$ de l'alésage.....	78
TABLEAU A5	Mesures prises sur la hauteur $H=15\text{ mm}$ de l'alésage.....	78
TABLEAU A6	Mesures prises sur la hauteur $H=20\text{ mm}$ de l'alésage.....	79
TABLEAU A7	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'alésage.....	79
TABLEAU A8	Mesures prises sur le diamètre $d=20\text{ mm}$ de l'arbre .....	79
TABLEAU A9	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'arbre.....	80
TABLEAU A10	Mesures prises sur le diamètre $D=20\text{ mm}$ de l'alésage.....	80
TABLEAU A11	Mesures prises sur le diamètre $D=26\text{ mm}$ de l'alésage.....	80
TABLEAU A12	Mesures prises sur la hauteur $H=15\text{ mm}$ de l'alésage.....	81
TABLEAU A13	Mesures prises sur la hauteur $H=20\text{ mm}$ de l'alésage.....	81
TABLEAU A14	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'alésage.....	81
TABLEAU A15	Mesures prises sur le diamètre $d=20\text{ mm}$ de l'arbre.....	82
TABLEAU A16	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'arbre.....	82
TABLEAU A17	Mesures prises sur le diamètre $d=20\text{ mm}$ de l'arbre.....	82
TABLEAU A18	Mesures prises sur le diamètre $D=26\text{ mm}$ de l'alesage.....	83
TABLEAU A19	Mesures prises sur la hauteur $H=15\text{ mm}$ de l'alesage.....	83
TABLEAU A20	Mesures prises sur la hauteur $H=20\text{ mm}$ de l'alesage.....	83
TABLEAU A21	Mesures prises sur la longueur $L=40\text{ mm}$ de l'alesage.....	84
TABLEAU B1	Configuration optimale (-1, -1, -1, 0).....	86
TABLEAU B2	Configuration optimale (-1, -1, 1, -1).....	87
TABLEAU B3	Configuration optimale (-1, -1, -1, 1).....	87

TABLEAU B4	Configuration optimale (-1, -1, 0, 0)	88
TABLEAU B5	Configuration optimale (-1, 1, -1, 1)	88
TABLEAU B6	Configuration optimale (-1, -1, -1, 1)	89
TABLEAU B7	Configuration optimale (-1, 1, 0, 1)	89
TABLEAU B8	Configuration optimale (1, -1, -1, 1)	90
TABLEAU B9	Configuration optimale (1, -1, 0, 1)	90
TABLEAU B10	Configuration optimale (1, -1, 1, 0)	91
TABLEAU B11	Configuration optimale (1, -1, 1, 1)	91
TABLEAU B12	Configuration optimale (1, 0, -1, 1)	92
TABLEAU B13	Configuration optimale (1, 0, -1, 0)	92
TABLEAU B14	Configuration optimale (1, 0, 0, 1)	93
TABLEAU B15	Configuration optimale (0, -1, -1, 0)	93
TABLEAU B16	Configuration optimale (0, -1, 1, -1)	94
TABLEAU B17	Configuration optimale (0, 1, 1, -1)	94
TABLEAU B18	Configuration optimale (0, -1, -1, -1)	95
TABLEAU B19	Configuration optimale (0, -1, -1, 1)	95
TABLEAU B20	Configuration optimale (0, -1, -1, -1)	96
TABLEAU B21	Configuration optimale (0, -1, 0, -1)	96
TABLEAU C1	Configuration (-1, -1, -1, 1)	97
TABLEAU C2	Mesures prises sur l'arbre	97
TABLEAU C3	Mesures prises sur l'alésage	98
TABLEAU C4	Configuration (-1,-1,-1,0)	98
TABLEAU C5	Mesures prises sur l'arbre	99
TABLEAU C6	Mesures prises sur l'alésage	99
TABLEAU C7	Configuration (1, -1, 0, 1)	100
TABLEAU C8	Mesures prises sur l'arbre	100
TABLEAU C9	Mesures prises sur l'alésage	100
TABLEAU C10	Configuration (1, 0, -1, 0)	101
TABLEAU C11	Mesures prises sur l'arbre	101
TABLEAU C12	Mesures prises sur l'alésage	101
TABLEAU C13	Configuration (0, -1, -1, -1)	102
TABLEAU C14	Mesures prises sur l'arbre	102
TABLEAU C15	Mesures prises sur l'alésage	102
TABLEAU C16	Configuration ( 0, -1, -1, 0)	103
TABLEAU C17	Mesures prises sur l'arbre	103
TABLEAU C18	Mesures prises sur l'alésag	103

## CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

### 1.1 Problématique

Vu les exigences de la société actuelle en qualité de produits, l'industrie manufacturière doit faire face à trois phénomènes, à priori, contradictoires, la baisse du temps de mise sur le marché d'un nouveau produit, la baisse des coûts et la maîtrise de la qualité. Ceci entraîne le plus souvent une mutation interne des entreprises en termes d'outils, d'organisation et du processus de conception et d'industrialisation.

En fait, les décisions prises au stade de la conception ont particulièrement de profondes répercussions sur le temps, le coût total de fabrication et donc sur la rentabilité globale du produit. On admet actuellement que 75% des coûts de développement et d'industrialisation sont déterminés dès la phase de la conception.

Afin d'assister les responsables au niveau de la conception à prendre les meilleures décisions et pour réduire les coûts, les chercheurs ont actuellement mis de nouvelles techniques de production ( techniques de prototypage rapide) à leur disposition.

Grâce à ces techniques de prototypage rapide apparues au milieu des années quatre vingt, l'industriel peut aujourd'hui disposer d'un modèle de visualisation en peu de temps (très souvent en moins de vingt quatre heures pour des pièces de dimensions et de difficultés moyennes). Ce modèle de visualisation réalisé dans un matériau peu coûteux, permet dans un premier temps d'identifier les défauts de la conception, l'esthétique et l'ergonomie, ensuite d'évaluer la faisabilité de la conception en termes de fabrication.

Cependant, la validation du modèle de visualisation ne constitue pas le seul besoin en prototypage rapide car pour réaliser un assemblage fonctionnel, on doit aussi tenir compte de la précision dimensionnelle des pièces constituant cet assemblage.

Or, la précision des dimensions d'une pièce est fortement liée à celle du procédé employé pour sa fabrication. À cet effet, plusieurs analyses sont réalisées sur différents types de machine de prototypage rapide afin d'optimiser les facteurs du procédé qui affectent

directement ou indirectement la précision dimensionnelle, l'état de surface et les formes géométriques du modèle obtenu.

Pourtant, aucune observation n'est dégagée au niveau du tolérancement et de la fonctionnalité en termes d'assemblages de précision. En fait, les analyses réalisées pour évaluer les facteurs du système qui affectent la précision dimensionnelle du modèle ne tiennent pas compte de la compatibilité de la précision requise par le modèle en CAO avec celle du procédé de fabrication, ce qui ne permet pas ensuite d'assurer un bon fonctionnement de l'assemblage.

Dans ce contexte, ce mémoire de maîtrise analysera l'apport de la technique de prototypage rapide du procédé de dépôt de fil fondu (FDM), pour la validation fonctionnelle des assemblages de précision. De cette manière, des assemblages complexes et difficiles à réaliser par les machines conventionnelles peuvent être produits et industrialisés par les techniques de prototypage rapide.

## **1.2 Objectifs du projet**

Généralement, les pièces obtenues des machines de prototypage rapide sont employées pour l'inspection visuelle rapide, l'analyse de la forme et l'évaluation ergonomique au cours des diverses étapes de développement du produit. Ceci permet à l'industriel de réduire les coûts, le temps et d'éliminer les erreurs au cours du développement du produit. Un autre potentiel important des techniques de PR est l'obtention des assemblages fonctionnels. Dans ce contexte, plusieurs essais ont été menés dans le but d'avoir des assemblages fonctionnels de manière directe sans avoir besoin de passer par l'étape d'assemblage. Ces derniers ont malheureusement des limites et exigent plus d'outillages. Par conséquent, la méthode consistant à construire des assemblages pièce par pièce demeure alors incontournable.

Or, pour la réalisation des assemblages obtenus des machines de prototypage rapide de manière rigoureuse et appropriée, les points suivants représentant les objectifs de la présente recherche doivent être ciblés :

### **Objectif principal :**

Extension du domaine d'utilisation des technologies de prototypage rapide en incluant la validation fonctionnelle des assemblages de précision.

### **Objectifs spécifiques :**

- Identification d'une machine de prototypage rapide en termes de sa précision directionnelle inhérente.
- Établissement de modèles analytiques pour estimer l'état fonctionnel approprié d'un assemblage proposé par la conception. Trois modèles analytiques prévisionnels sont ciblés. Chacun d'eux identifie la précision dimensionnelle permise suivant une des trois directions de production x-x, y-y et z-z.
- Détermination des rectifications à apporter aux procédures de production et/ou aux tolérances dimensionnelles des pièces obtenues du procédé de PR dans le cas où la condition fonctionnelle de l'assemblage ne pourrait pas être atteinte. Plus précisément, l'objectif poursuivi est le développement d'une méthodologie permettant la modification optimale et temporaire des dimensions sur les modèles CAO lors de la production, de manière à assurer l'assemblage des pièces correspondantes obtenues par prototypage rapide.

## CHAPITRE 2 : ETAT DES CONNAISSANCES

Ce chapitre présente tout d'abord la nouvelle technologie de production qui est le prototypage rapide (PR), ses avantages ainsi que les principaux secteurs concernés, et passe en revue les divers procédés de PR, les différents matériaux employés et quelques applications dans ce nouveau domaine de fabrication. La référence BERNARD et coll. [1998] a servi en tant que document de base pour ces sections. Le chapitre poursuit ensuite avec la présentation du tolérancement et de l'assemblage ainsi que les nouvelles approches d'assemblage en PR. Enfin les dernières sections décrivent différents plans d'expérimentations et les concepts d'analyse des données expérimentales.

### 2.1 Le prototypage rapide

#### 2.1.1 Introduction

Le terme de «prototypage rapide» signifie littéralement «fabrication rapide de modèle et prototypes» et désigne différents procédés permettant de produire des objets 3D, décrits par leurs données CAO, sans outillage et dans un temps beaucoup plus court que par les techniques classiques.

La fabrication se fait par apport itératif de matière (soit point par point, soit couche par couche), par opposition aux techniques d'usinage qui procèdent par enlèvement de matière. On parle dans le premier cas, de procédés de fabrication «additifs» et dans le deuxième cas, de procédés «soustractifs». Elle est en son principe même d'ajout de matière, généralement unitaire ou en très petites séries. Elle s'applique donc de manière naturelle aux prototypes et aux outillages.

La notion de «prototypage rapide» peut, en fait, s'étendre à toute la chaîne d'obtention du prototype, depuis l'idée jusqu'à la pièce, pourvu que cette chaîne soit nettement plus courte que les approches traditionnelles, avec une implication forte de la chaîne numérique.

##### a) Avantages du prototypage rapide

À l'aide des techniques de prototypage rapide, l'industriel peut aujourd'hui disposer d'un modèle de visualisation en peu de temps ce qui lui permettra :

- d'identifier les défauts de conception à un stade précoce permettant ainsi la validation rapide de la conception;
- de fabriquer des objets présentant des formes géométriques complexes ou faits de matériels multiples, par exemple les composites;
- de tester et valider au plus tôt la faisabilité industrielle de la pièce, et optimiser les formes et le coût des outillages futurs nécessaires à sa fabrication en série, afin de diminuer les risques de modifications lors de l'industrialisation;
- d'impliquer simultanément toute l'équipe du projet. Les équipes intervenant dans le processus de développement (études, développement, méthodes, choix des matériaux, emballage, marketing, etc.) peuvent ainsi discuter autour d'un modèle concret. Les gains en temps et en coûts sont alors appréciables.

En plus, les techniques de prototypage rapide, combinées à la numérisation de formes à l'aide de mesures optiques ou par palpage, permettent de reproduire un objet tridimensionnel.

b) Principaux secteurs concernés

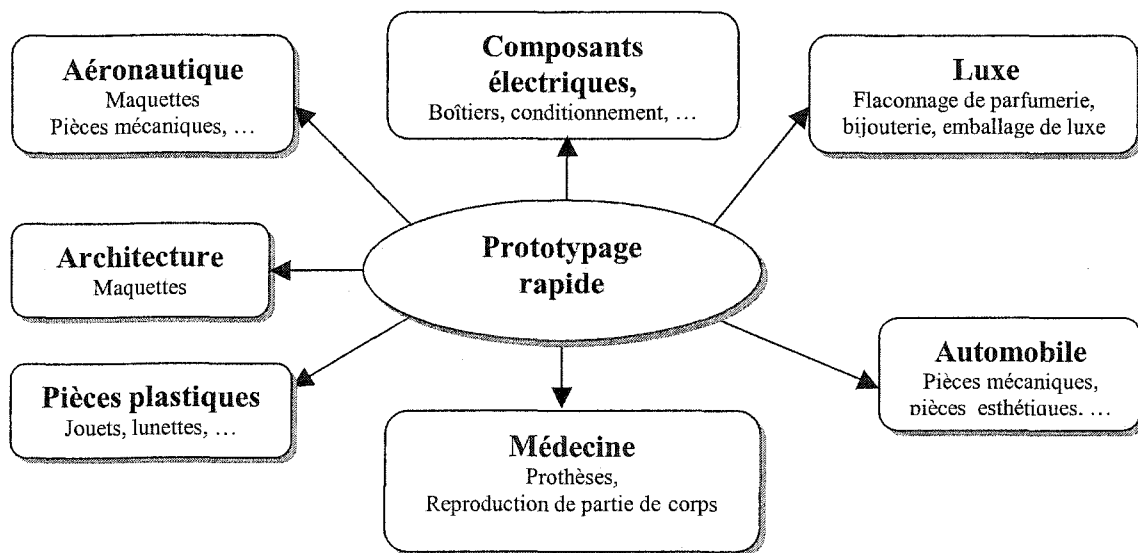


Figure 2.1 Principaux domaines d'utilisation industrielle du prototypage rapide

Vu son apport économique appréciable en temps et en coût global tout au long du processus



de développement, l'application du prototypage rapide s'étend à toute industrie manufacturière où les pièces à produire sont complexes. Le graphique ci-dessus (fig. 2.1) illustre les principaux domaines d'utilisation de ces nouvelles techniques.

En plus, le prototypage rapide apporte un grand renouveau aux métiers de la mise en forme des matériaux, puisqu'il permet de fabriquer des pièces sans moules ni matrices, et de fabriquer directement des outillages. Il constitue un outil important pour les métiers du modelage, du maquetage, de l'outillage, du moulage, de la fonderie, etc.

L'exemple présenté dans le tableau 2.1, pris dans le domaine automobile, compare les temps et coûts de réalisation d'une poignée de frein à main par des méthodes conventionnelles et par des méthodes de prototypage rapide. L'étape la plus coûteuse en temps et coûts dans le processus classique est la fabrication des outillages. En passant aux techniques de prototypage rapide, les délais et les coûts sont réduits presque de moitié.

TABLEAU 2.1 COMPARAISON SUR UN EXEMPLE DES COÛTS ET DÉLAIS  
[SOURCE : 3D SYSTEMS]

Étapes (méthodes classiques)	Délai (en jours)	Coût (en francs)	Étapes (prototypage rapide LOM)	Délai (en jours)	Coût (en francs)
Conception	30	135 000	Conception	30	135 000
Parcours d'outils	3	12 000	Fichiers STL/volumes fermés	3	15 600
Vérification des surfaces	1	6 000	Réalisation des modèles LOM	14	16 800
Construction des outillages	90	180 000	Finition des modèles	2	3 600
Réalisation des pièces	1	120	Réalisation des moules	15	8 250
Total	125	333 120	Coulée à froid des pièces	1	960
			Total	65	180 210

### 2.1.2 Procédés de prototypage rapide

Cette section a pour but de présenter, après le principe général de fonctionnement, les principaux procédés de prototypage rapide qui sont industrialisés et qui sont connus pour

avoir fait l'objet de plusieurs recherches et développements. En particulier, le procédé de dépôt de fil fondu (FDM) sera illustré davantage étant donné que ce procédé sera à notre disposition, tout au long de ce travail de mémoire, pour la production des pièces d'analyse et de validation.

### 1) Principe général de fonctionnement

La chaîne de prototypage rapide commence par la création du modèle numérique d'un objet qui peut être effectuée soit à partir d'une définition directe sur un système de CAO, soit à partir de la reconstruction d'un plan en deux dimensions, soit à partir des résultats d'une opération d'acquisition et de reconstruction de formes d'un objet physique existant.

Dans le cas le plus courant, le fichier du modèle créé en CAO 3D est discrétisé dans le format STL, introduit par 3D Systems pour sa première machine. Il s'agit d'un format basé sur une facettisation des surfaces constituant l'enveloppe des pièces par une approximation en triangles jointifs bord à bord et orientés vers l'extérieur de la matière.

À partir de ce fichier, un logiciel, lié le plus souvent à la technologie utilisée, découpe automatiquement l'objet en tranches horizontales fines qui seront reconstituées dans la machine.

Avant la fabrication de l'objet, il y a plusieurs paramètres liés à la mise en oeuvre de la machine utilisée qui doivent être entrés pour servir au processeur qui coordonne le fonctionnement des éléments de la machine tels que l'organe générateur (laser, buse), la plateforme, matériau, etc.

La figure 2.2 présente la chaîne d'information numérique pour la pièce à obtenir. Cette chaîne devrait être ininterrompue depuis la modélisation en CAO jusqu'au prototype, sans erreur de préparation ni de transmission.

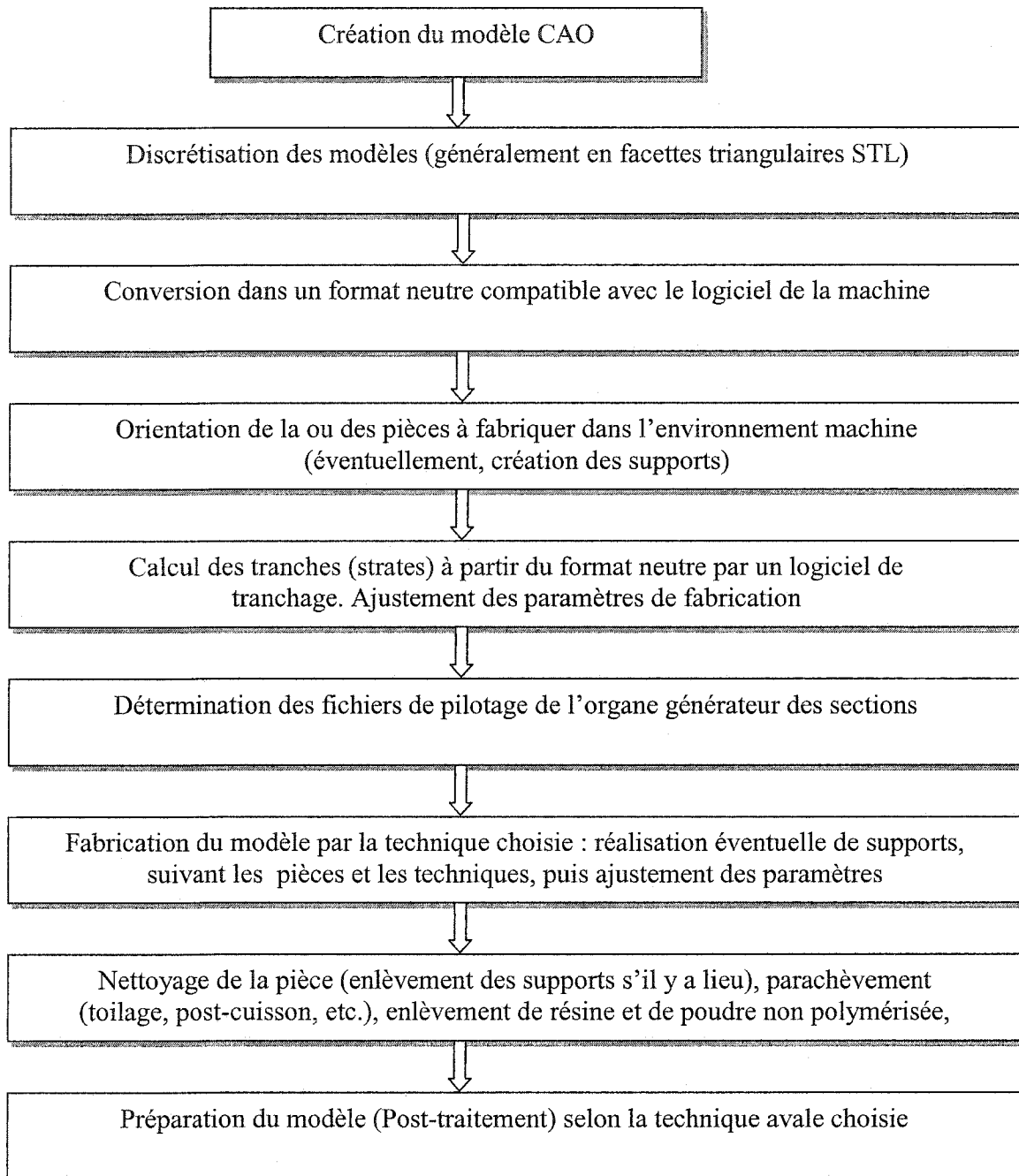


Figure 2.2 Processus global

## 2) Principaux procédés de prototypage rapide

De nombreux procédés sont apparus reposant tous sur un principe de fabrication par couches, à partir de liquides, poudres, fils, granulés ou feuilles. La majorité de ces procédés repose sur un changement d'état (liquide → solide) de la matière, pour dégager la pièce solide en fin

de processus. Seul les procédés de découpage et laminage reposent sur un changement d'état (solide  $\rightarrow$  solide) de la matière.

Les quatre procédés suivants constituent les principaux procédés industrialisés.

- a. Stéréolithographie (SL)
- b. Frittage laser de poudre; Selective Laser Sintering (SLS)
- c. Dépôt de fil fondu; Fused Deposition Modeling (FDM)
- d. Découpage et laminage; Laminated Object Manufacturing (LOM)

### a) Stéréolithographie

Sous l'action d'un laser UV, une résine photosensible liquide est solidifiée par transformation photochimique : On passe d'un monomère à une polymère solide par l'apport d'énergie lumineuse.

La source laser présente l'avantage d'être facilement focalisable et adressable. Guidé par un système dynamique de miroirs, le laser dessine les points de la couche en cours à la surface du bain de résine. Seule la section exacte de l'objet est solidifiée.

Le choix de l'épaisseur de la couche influence la précision, l'état de surface et en particulier le temps de fabrication. La plate-forme qui porte l'objet descend après chaque couche dans le bain et le processus se répète jusqu'à l'obtention de la pièce.

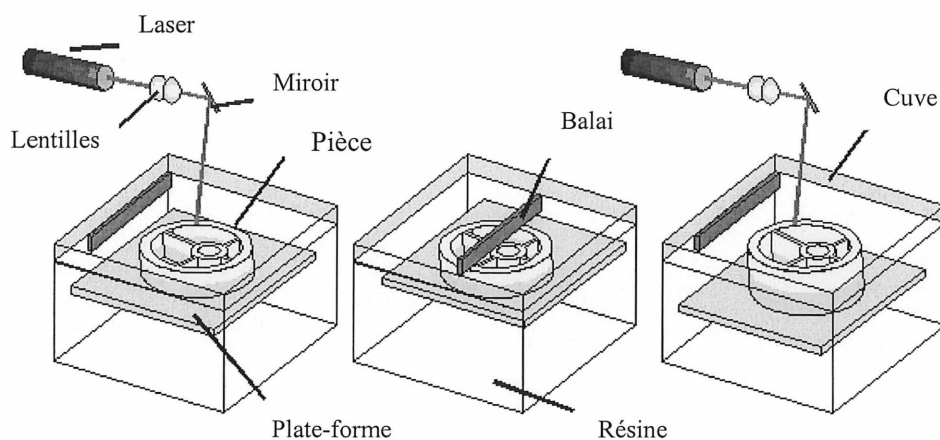


Figure 2.3 Schéma de principe de la Stéréolithographie [Source : RAPTEC]

Ce procédé nécessite de construire des supports pour immobiliser les parties formant des «îles» en cours de fabrication. Ces supports présentent des inconvénients au niveau du temps passé à les construire, puis à les retirer avec précautions en fin de processus. Le phénomène de retrait reste difficilement contrôlable (de 1% à 10%) et influe sur la précision de l'objet obtenu.

En ce qui concerne les matériaux, seules les résines photosensibles peuvent être transformées, ce qui limite le catalogue de propriétés mécaniques accessibles.

### b) Frittage laser de poudre : Selective Laser Sintering (SLS)

Dans ce procédé, un matériau en poudre et enrobé de liant est aggloméré par frittage à l'aide d'un laser à forte puissance. La poudre est chauffée localement jusqu'à une température inférieure de quelques °C au point de fusion de la poudre. Un faisceau laser CO<sub>2</sub> balaie la

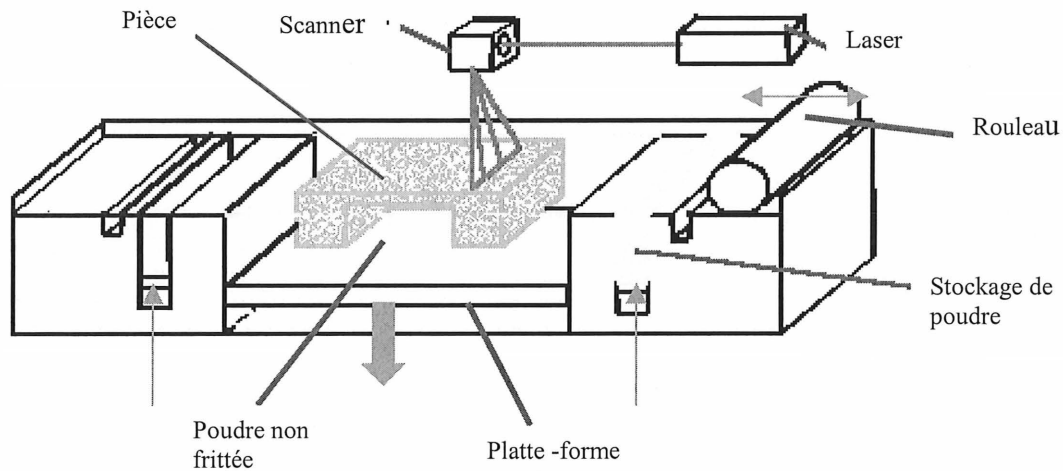


Figure 2.4 Schéma de principe du procédé de frittage sélectif par laser [Source : RAPTEC]

surface et fritte la poudre en des endroits définis. En parallèle, un système de rouleau spécial prélève de la poudre dans une deuxième cuve et dépose une nouvelle couche de poudre sur la couche précédente partiellement frittée.

La poudre non frittée maintient la pièce et il n'est pas nécessaire de fabriquer des supports. Le procédé se déroule en atmosphère d'azote, le flux de gaz est contrôlé.

Tous les matériaux disponibles en poudre, dont métaux et céramiques, sont acceptables.

Les pièces obtenues sont poreuses et doivent être post-traitées par frittage thermique dans un four, ce qui entraîne souvent des variations de retrait et des déformations non homogènes difficiles à maîtriser.

### c) Dépôt de fil fondu; Fused Deposition Modeling (FDM)

En 1988, Scott Crump a développé le processus de dépôt de fil fondu. Cette technologie produit des modèles tridimensionnels employant un processus d'extrusion. Le premier brevet d'invention a été publié en 1992 au E.U.

Stratasys a présenté son premier produit, le MODELEUR 3D ® en 1992. Au printemps de la même année, Stratasys a commencé à fabriquer et expédier les unités commerciales du MODELEUR 3D. Depuis, une série de machines de la gamme FDM (1500, 1600, 3000, 8000, etc.) est produite et commercialisée.

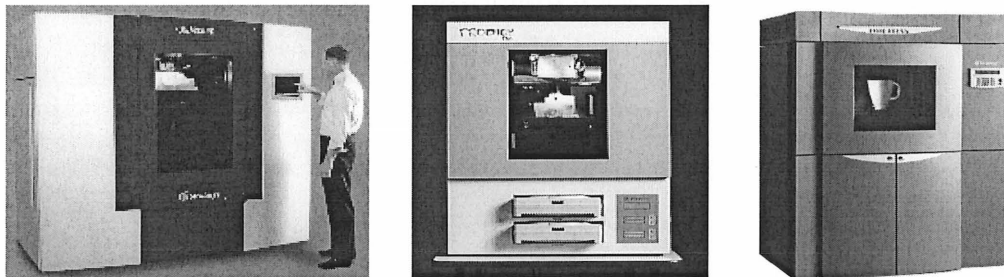


Figure 2.5 Dernières machines de FDM (Maxum, Prodigy Plus, Titan) [Source : Stratasys]

En mai 2001, Stratasys a annoncé une avance significative dans le prototypage rapide avec l'introduction du Titan FDM. Le système crée des prototypes en Polycarbonate, qui offre des caractéristiques supérieures pour la mise à l'épreuve fonctionnelle.

Stratasys projette aussi d'offrir deux matériaux très performants complémentaires pour le Titan FDM: le PPSF (Polyphenylsulfone) et le plastique ABS. Ces matériaux offriront des caractéristiques très performantes aux utilisateurs comme la résistance aux chocs, la résistance aux hautes températures, des qualités d'ininflammabilité, la capacité de stérilisation et la résistance aux huiles (pétroles), à l'essence, aux produits chimiques et acides.

#### Principe du procédé FDM

Le procédé de dépôt de fil fondu est basé sur la fusion locale d'un fil thermofusible qu'une

buse dépose sur une couche définie en se déplaçant dans un plan x-y. Le fil est fondu dans la tête de la buse (porté à environ 1° C au-dessus du point de fusion) et se solidifie instantanément au-dessus de la couche précédente. La plate-forme est ensuite baissée d'une épaisseur et l'opération répétée jusqu'à l'obtention de l'objet final. La plate-forme est maintenue à une température inférieure à celle de la buse, pour que le thermoplastique se durcisse rapidement [ZIEMIAN et coll., 2001].

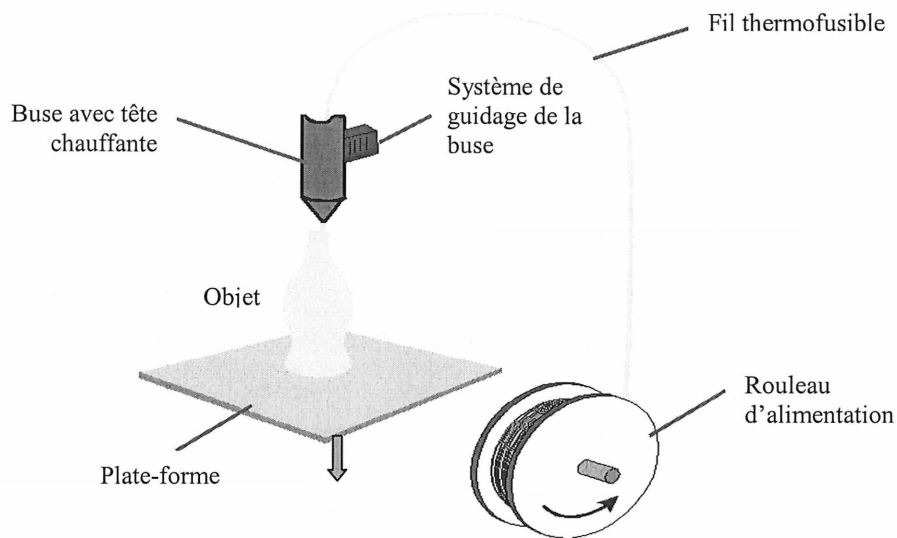


Figure 2.6 Schéma de principe du procédé FDM de Stratasys [Source : RAPTEC]

### Matériaux

ABS, cire de fonderie, cire usinable, nylon, polypropylène, polyphenylsulfone et polycarbonate.

### Avantages

- La gamme des matériaux accessibles est plus vaste que pour la stéréolithographie;
- Les produits employés ne sont pas dangereux;
- L'installation est simple, compacte et rapide;
- C'est l'un des procédés les moins chers du marché. Il se prête bien à l'utilisation en bureaux d'études pour une visualisation très rapide de la conception. Seule la quantité de fil nécessaire est utilisée.
- La possibilité de fabriquer des pièces assemblées et de retirer les supports automatiquement.

### Inconvénients

- Les formes accessibles et leur rendu sont limités par la présence d'un outil de dépôt (buse) et le diamètre du fil;
- Il faut construire des supports;
- Les seuls matériaux utilisables sont ceux qui peuvent être extrudés.

### **d) Laminated Object Manufacturing (LOM)**

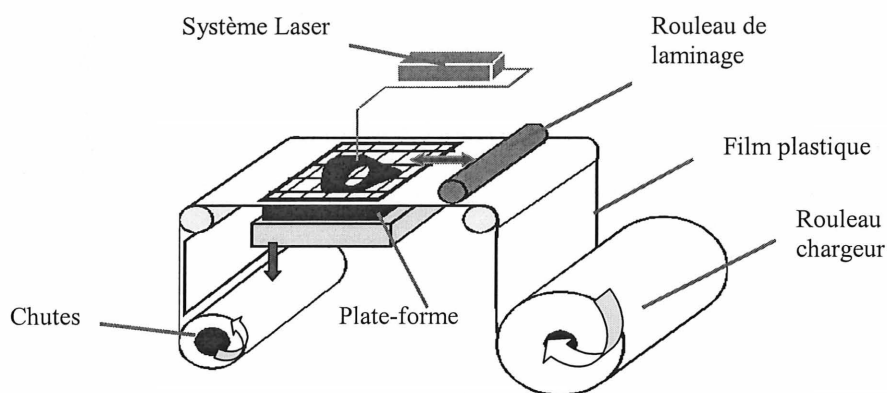


Figure 2.7 Principe du procédé LOM d'Helisys [Source : RAPTEC]

Ce type de procédé, développé en 1985 par Michael Feygin, ne recourt pas à un changement d'état de matière. Le matériau, disponible sous forme de feuilles ou de plaques, est empilé, collé et découpé, ou découpé, empilé et collé suivant les techniques.

Le procédé LOM (Laminated Object Manufacturing) d'Helisys est basé sur l'empilement, le collage et la découpe des couches dans un papier revêtu d'un film plastique.

Une feuille de papier recouverte d'un film polyéthylène est positionnée automatiquement sur une plate-forme, à la suite du déroulement d'un rouleau chargeur de papier. La nouvelle couche de papier est pressée par un rouleau chauffant et collée à la couche précédente. Un laser vient ensuite découper le contour calculé. L'intensité est réglée de manière à ne découper que la couche superficielle. Le matériau non destiné à la pièce est découpé en petits carrés à chaque couche pour être émietté et éliminé en final. Le papier avance ensuite d'un pas et l'emplacement de la chute se trouve enroulé sur un rouleau annexe qui collecte le papier non coupé par le laser (chutes). Le plateau descend d'une épaisseur de couche chaque fois jusqu'à l'obtention de l'objet final.



### Avantages

La construction des supports n'est pas nécessaire, l'empilement rigide des feuilles maintient la pièce en place et le matériau inutilisé n'est éliminé qu'en fin de processus.

Ce principe, en n'induisant pas de changement d'état, garantit un retrait nul et la stabilité dimensionnelle, après saturation de la pièce à l'aide d'un bouche-pores visant à éviter les variations dues à l'hygrométrie.

### Inconvénients

Le matériau inutile est éliminé sous forme de chutes de petits cubes en fin de fabrication pour dégager la pièce, sans recyclage possible. D'où un gaspillage important de matériau si la pièce présente des parois fines et des volumes creux.

La précision étant liée à l'outil de découpe, sa valeur est constante quelle que soit la taille de la pièce. Ainsi, la précision peut ne pas être satisfaisante pour les pièces de petite taille.

Le nettoyage est parfois difficile lorsque la pièce est très ouvragée et comprend de nombreux corps creux.

### 2.1.3 Matériaux pour le prototypage rapide

La grande majorité des équipements opérationnels polymérisent de la résine. Mais une nouvelle grande tendance se prépare, avec d'importantes recherches menées dans le monde de la transformation des poudres (plastiques, sable, métal, céramique, etc.).

#### **a) Les résines photosensibles**

Les résines photosensibles sont les seuls matériaux utilisables dans les procédés de stéréolithographie avec balayage de faisceau.

Les résines actuellement les plus utilisées sont en majorité des acrylates ou des mélanges à base d'acrylates, d'époxy ou d'exactomères. Les acrylates présentent l'inconvénient d'un fort retrait volumique et d'un caractère cassant. Des progrès réalisés au niveau de la composition des résines, des astuces de fabrication (maillage, par exemple) viennent minimiser le retrait.

L'évolution se fait vers des résines de plus en plus dures. L'utilisation des résines époxy de qualité implique des temps de fabrication plus longs, mais garantit une meilleure précision qu'avec les acryliques.

La pièce doit normalement être utilisée assez rapidement après sa fabrication si on veut l'utiliser en fonderie de précision car les dimensions ne sont pas stables dans le temps, à moins de prendre certaines précautions au cours de la fabrication.

Pour la validation fonctionnelle des pièces obtenues, en terme d'assemblage, le processus s'avère difficile car il faut tenir compte des variations dimensionnelles inattendues.

### **b) Les matériaux thermofusibles**

Les matériaux thermofusibles fondent à la chaleur, et sont utilisés dans les procédés basés sur la fusion du matériau lui-même ou d'un agent de liaison (liant, film collant, etc.). Ces procédés ont l'avantage de travailler avec des matériaux non toxiques.

On retrouve, dans les procédés utilisant des matières thermofusibles, un matériau commun : la cire. Le procédé FDM (dépôt d'un fil fondu) utilise de la cire spéciale pour fonderie, mais aussi du polypropylène et du polyamide. Ces deux derniers matériaux présentent plusieurs avantages sur les polymères : une meilleure résistance en traction et aux chocs, ce qui permet de les envisager pour des prototypages d'assemblage pour des tests de fonctionnalité.

### **c) Les métaux**

Les voies d'obtention directe de pièces métalliques sont actuellement en cours de développement.

Les techniques de fabrication par couches capables d'agglomérer et fritter des poudres permettent de fabriquer directement des objets métalliques que l'on peut utiliser comme des pièces finales prêtes à l'assemblage. C'est le cas de frittage laser sélectif SLS (*Selective Laser Sintering*) et de la fabrication de moules DSPC (*Direct Shell Production Casting*).

Les filières de fabrication indirectes de pièces métalliques ou plastiques, à partir de pièces ou d'éléments de moules obtenus sur machine de fabrication rapide par couches, sont devenues aujourd'hui assez nombreuses. Elles sont orientées vers les processus de fonderie.

Les moules de fonderie peuvent être en céramique, sable, plâtre, silicone pour les pièces plastiques, selon la quantité de pièces souhaitée et le matériau mis en œuvre (acier, alliages d'aluminium, titane, fonte, cuivre, plastiques, etc.).

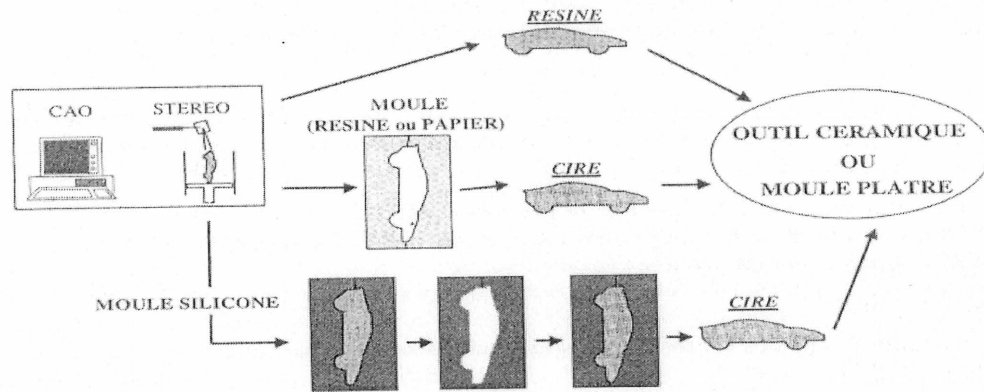


Figure 2.8 Synthèse des principaux procédés de fabrication rapide de pièces métalliques par fonderie à partir d'un modèle obtenu par prototypage rapide [BERNARD, 1998]

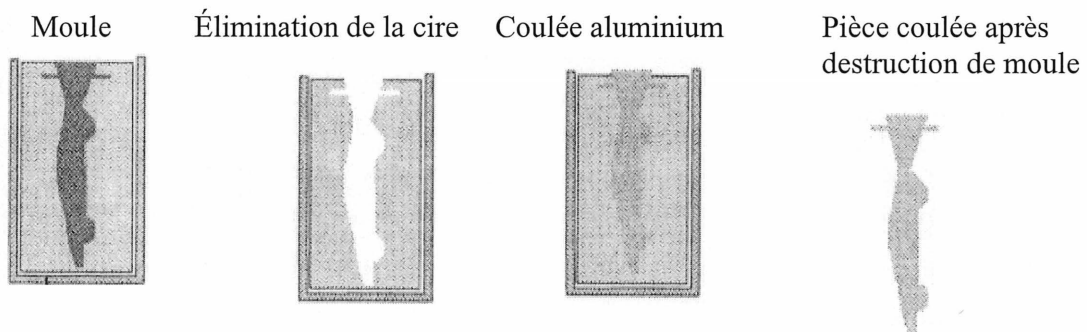


Figure 2.9 Étape du processus de coulée en moule plâtre (cire perdue) [BERNARD, 1998]

La fonderie de précision à cire perdue est une des meilleures méthodes qui permettent d'obtenir fidèlement des formes complexes en métal. La figure 2.8 montre le processus d'obtention du moule en plâtre à partir de l'objet fabriqué par la technique de prototypage rapide et la figure 2.9 illustre davantage le processus de coulée en moule de plâtre.

#### d) Les céramiques

La fabrication directe par couche de pièces céramiques ouvre des perspectives importantes dans le domaine des moules de fonderie. De très nombreuses recherches sont en cours dans le monde dans ce domaine en pleine expansion.

Des procédés tels que SLS, FDM, LOM, DSPC (Direct Shell Production Casting) proposent déjà des pièces en céramiques, notamment en alumine.

#### **e) Limites liées aux matériaux actuels**

Les matériaux actuels, employés en prototypage rapide, présentent des limites liées à leurs propriétés qui sont moins bonnes que celles des pièces fabriquées par les méthodes traditionnelles (injection pour les plastiques, fonderie pour les métaux, etc.).

La majorité des matériaux utilisés sont des résines, des cires, des polymères thermoplastiques. Leurs propriétés sont rarement suffisantes pour des tests fonctionnels. Les résines ne garantissent pas des dimensions stables dans le temps. Ainsi, le modèle n'est pas identique au produit final : il n'est pas dans la bonne matière et possède une structure physique stratifiée.

Dans la majorité des cas, il est nécessaire de dupliquer le modèle dans un matériau technique (alliage : étain, zinc, aluminium, bronze), en projetant une couche d'alliage à bas point de fusion sur le modèle issu du procédé de fabrication rapide par couches, pour avoir un produit capable d'être assemblé.

#### **2.1.4 Applications**

Le choix d'une technologie de prototypage rapide est souvent basé sur la performance de la machine pour l'obtention de l'objet. Mais en général, n'importe quel procédé de fabrication rapide peut être utilisé pour n'importe quelle application [WOHLERS, 1992].

Du fait des progrès importants atteints au niveau des procédés de prototypage rapide et les matériaux qui sont employés, l'application de ces techniques est devenue un facteur important et nécessaire dans les services tels que l'ingénierie, la médecine, les sciences, les arts, l'architecture, etc.

#### **a) L'ingénierie**

Aujourd'hui, l'ingénierie et la production constituent les secteurs bénéficiant de l'apport des techniques de prototypage rapide.

Les applications principales de ces techniques en ingénierie sont :

- Conception

- Tests de fonctionnement
- Outillages
- Fabrication

Figure 2.10 Planétaire pour test fonctionnel  
(source: Alex den Ouden)

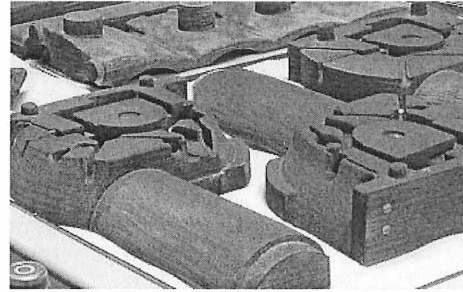
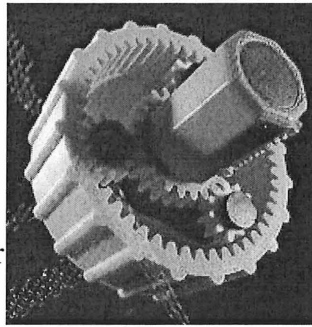


Figure 2.11 Modèles pour moule à sable  
(source: Generis GmbH)

### b) Médecine, dentisterie et science

Le prototypage rapide intervient dans le domaine médical principalement de deux manières différentes. La première est la création de modèles pour des instruments, des prothèses orthopédiques standards, etc. La deuxième, plus révolutionnaire, consiste à reproduire matériellement des parties du corps enregistrées par scanner sur un patient. Ceci permet de préparer des interventions chirurgicales et des implants personnalisés, avant toute intervention physique sur le patient.

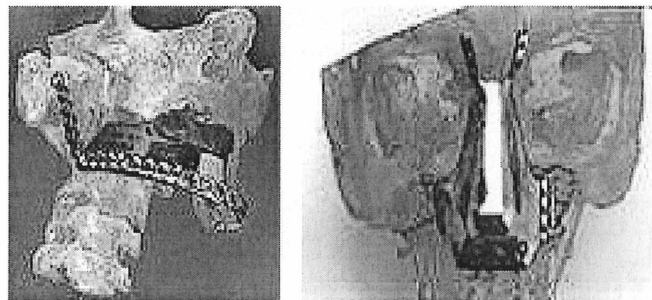


Figure 2.12 Modèles chirurgicaux et prothèses orales et maxillo-faciales en résine  
(source: ComputerGen Implants Ltd)

Figure 2.13 Modèle de planification chirurgicale d'une mâchoire (FDM)  
(source: University College London)

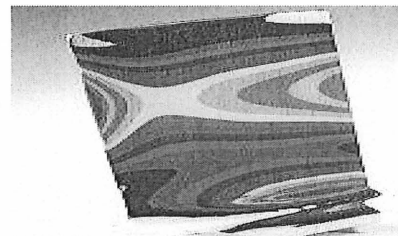
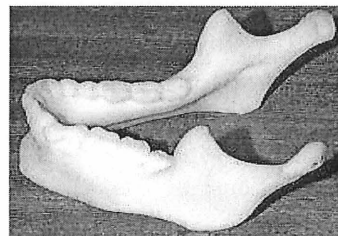


Figure 2.14 Concentration de contraintes dans une aile de turbine fabriquée par 3DF  
(source: Z Corporation)

### c) Architecture et art

Dans ce domaine, des essais de réalisations de maquettes de bâtiments, de bijouterie et d'art ont été effectués avec réussite, dans des délais et à des coûts parfaitement appréciables.

Figure 2.15 Modèle d'une structure complexe (source: Z Corporation)

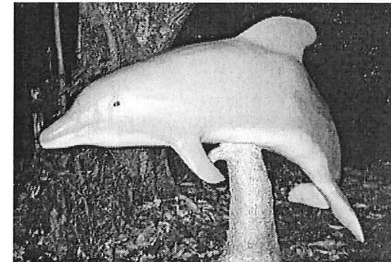
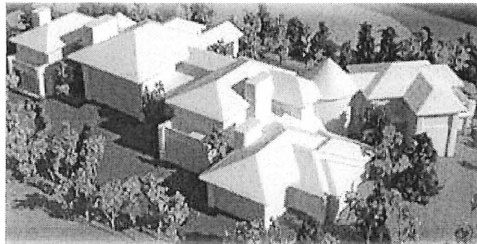


Figure 2.16 Statue de dauphin (LOM) (source: Gilmore Engineers)

## 2.2 Tolérancement et assemblage

Le tolérancement de la dimension nominale d'un composant est l'une des tâches importantes nécessaires pour assurer que l'assemblage du produit rencontrera les exigences fonctionnelles. Les procédés de prototypage rapide permettent, actuellement, de fabriquer, directement ou indirectement, des pièces mécaniques.

Compte tenu du procédé choisi et du matériau mis en œuvre, une cote réelle mesurant l'une des dimensions d'un objet fabriqué ne peut être exactement la même que celle spécifiée sur le dessin correspondant. Ceci est dû aux incertitudes inhérentes à tous les procédés manufacturiers.

Ainsi, une pièce fabriquée montre toujours des variations dimensionnelles et géométriques (dimension, forme, orientation et position). Pour atteindre la qualité voulue, ces variations dimensionnelles et géométriques de la pièce doivent être compatibles avec les tolérances indiquées sur le dessin de conception.

### 2.2.1 Tolérancement

Une cote imposée sera plus facile à réaliser si elle varie entre deux valeurs limites : une cote maximale et une cote minimale. La différence entre ces deux cotes s'appelle la tolérance, ou l'intervalle de tolérance. Plus la précision exigée est grande, plus l'intervalle de tolérance doit

être petit. Le choix de la valeur d'une tolérance est une tâche importante qui doit tenir compte de la fonction à assurer et des coûts de production, du contrôle de qualité et des opérations d'assemblage.

On distingue deux types de tolérances [FANCHON, 2001]:

- **Tolérance dimensionnelle :**

Écart total admissible dans la grandeur d'une dimension. La dimension peut être linéaire, ou angulaire.

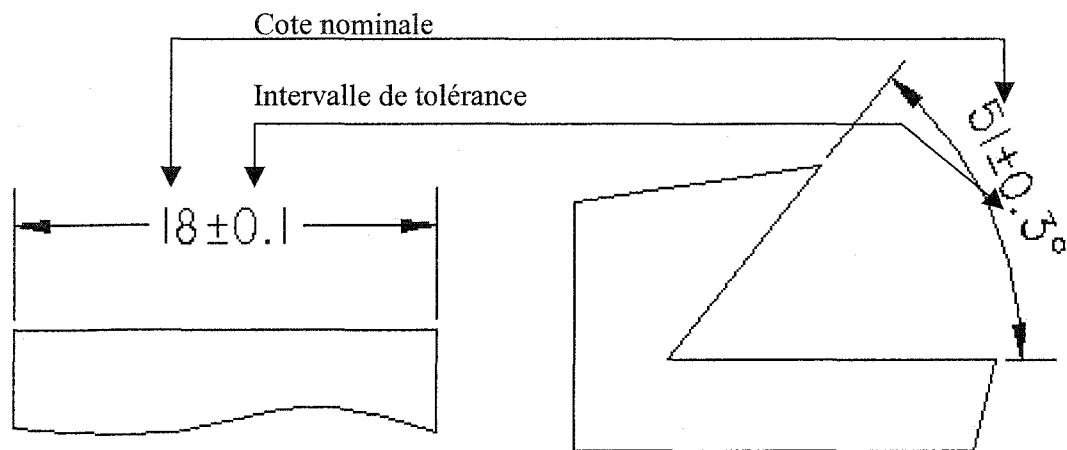


Figure 2.17 Exemples de tolérance linéaire et angulaire

- **Tolérance géométrique :**

Écart total admissible dans lequel peuvent varier les caractéristiques géométriques de forme, de position, d'orientation ou de battement d'un objet. La tolérance géométrique limite l'écart de l'élément sans tenir compte de la dimension de l'élément. Aucune tolérance géométrique ne peut être supérieure à la tolérance dimensionnelle sur un même élément.

Le tolérancement de la dimension nominale d'un composant est une des tâches importantes nécessaires pour assurer que l'assemblage du produit rencontrera les exigences fonctionnelles.

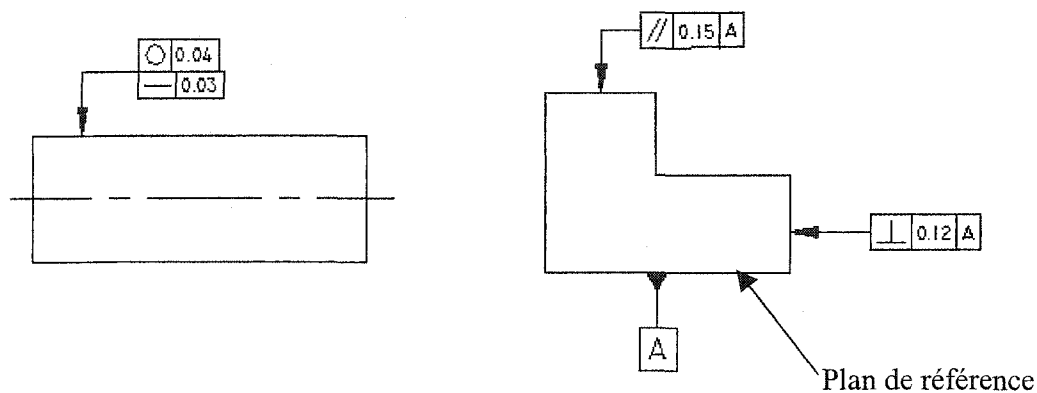


Figure 2.18 Exemples de tolérance géométrique de forme (rectitude et circularité) et d'orientation (parallélisme et perpendicularité)

Généralement, la répartition des tolérances peut se diviser en deux catégories:

1. Tolérancement du processus de fabrication afin que les composantes rencontrent les spécifications imposées par la conception
2. Tolérancement de chaque composante pour assurer un assemblage fonctionnel.

Ces dernières années ont vu une quantité substantielle de recherches dans le domaine des techniques de prototypage rapide. Ces travaux consistent à optimiser l'orientation de la pièce, les structures des supports, l'épaisseur de la couche et le cheminement de traçage des couches dans le but d'accroître la précision dimensionnelle et la rigidité du produit, d'améliorer l'état de surface et de réduire le temps de production.

Des méthodes algorithmiques et géométriques ont été mises en œuvre par THOMPSON et coll. [1997], LAN et coll., [1997], BABLANI et coll. [1995], ALLEN et coll. [1995] et ALEXANDER et coll. [1998], LOH et coll. [1999], en vue d'optimiser l'orientation de la pièce ou la direction de production en respectant le temps de fabrication et la qualité de surface.

Le paramètre «épaisseur de la couche» est aussi important. Une couche épaisse rend la production de la pièce rapide mais la précision et la qualité de la surface sont moins satisfaisantes et cela, à cause de l'effet d'escalier (*Stairstepping*). Le phénomène de l'escalier



reste inévitable car la production des objets se fait couche par couche et celles-ci peuvent avoir une épaisseur très mince mais non négligeable. Pour remédier à ce phénomène, des méthodes de tranchage (*Slicing*) ont été proposées par ZHAO et coll. [2000], KULKARNI et coll. [1996], TYBERG et coll. [1998] et DOLENC et coll. [1994], en vue de minimiser l'effet d'escalier pour accroître la précision et la qualité de l'état de surface.

Un autre facteur affectant la qualité du produit obtenu par PR est le plan de traçage ou la stratégie de remplissage. Dans ce domaine, KULKARNI et coll. [1999], SABOURIN et coll. [1997] et FAROUKI et coll. [1995] ont proposé différentes méthodes afin d'augmenter la vitesse de production et améliorer l'état de surface.

D'autres variables du processus de PR telles que le temps d'attente au niveau de l'axe z (*z-wait*), la profondeur maximale du scanning (*Hatch overcure*), la profondeur maximale solidifiée (*Fill overcure*), et la période de balayage (*Sweep period*) ont fait l'objet des recherches réalisées par KATARIA et coll. [2001] et ONUH et coll. [1997] avec le procédé de stéréolithographie pour optimiser leur effet sur la précision dimensionnelle et l'état de surface.

Par ailleurs, la qualité des pièces obtenues par un procédé de prototypage rapide varie de manière significative d'une pièce à l'autre dépendamment du plan et de la configuration de fabrication employés. Dans ce contexte, ZIEMIAN et coll. [2001] ainsi que LYNN-CHARNEY et coll. [2000] ont proposé des modèles empiriques permettant d'obtenir des configurations optimales de fabrication pour les procédés stéréolithographie (SLA) et Dépôt de fil fondu (FDM). Cependant, ces modèles empiriques ne donnent aucune information sur la précision dimensionnelle suivant les trois directions de fabrication ni sur l'intervalle de tolérance de chaque modèle afin de prévoir la plage de fonctionnement d'une cote condition d'un assemblage.

### 2.2.2 Assemblage

Toute pièce est fabriquée à partir de dimensions tolérancées prédéfinies par le concepteur en fonction du fonctionnement exigé et du procédé utilisé.

Chaque mécanisme est constitué d'ensembles et de sous-ensembles de pièces assemblées les une avec les autres. Par conséquent, les tolérances des pièces s'accumulent et s'ajoutent et

font donc varier les jeux nécessaires à l'assemblage et son fonctionnement. La cotation fonctionnelle permet, à partir de calculs (chaînes de cotes), d'analyser et de déterminer les relations liant les jeux aux dimensions tolérancées.

Pour calculer ces relations, il y a deux méthodes différentes; l'analyse des tolérances et la synthèse des tolérances, illustrées ci-dessous.

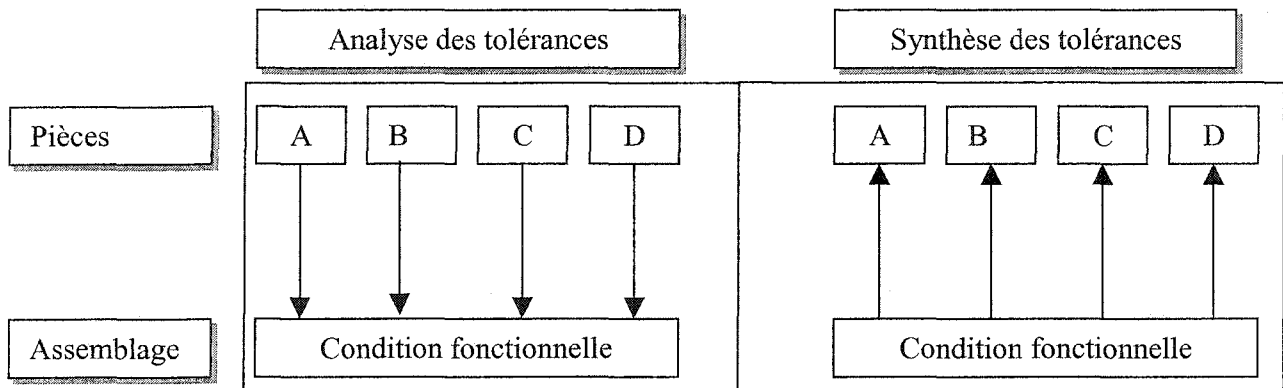


Figure 2.19 Principe d'analyse des tolérances et de synthèse des tolérances

Dans l'analyse des tolérances, toutes les tolérances des pièces sont identifiées et connues à partir du dessin et la tolérance du jeu de l'assemblage résultant est calculée. À l'inverse, dans la synthèse des tolérances, la tolérance du jeu d'assemblage est connue alors que les tolérances des pièces sont inconnues.

Cependant, les deux méthodes doivent s'ajuster au principe suivant pour permettre un assemblage propre et fonctionnel.

$$IT(\text{jeu}) = \sum IT(\text{cotes}) \quad (2.1)$$

L'intervalle de tolérance du jeu est égal à la somme de toutes les tolérances des cotes dans la chaîne de cotes.

#### a) Chaîne de cotes

Elle rassemble toutes les cotes fonctionnelles ayant une influence sur la valeur d'une même cote condition ou jeu, et aucune autre. L'ensemble de ces dimensions, disposées en série, bout à bout, forme une boucle ou un circuit fermé comme une sorte de chaîne en collier.

Pour obtenir cette boucle (chaîne de cotes) on part de la première surface terminale (origine du vecteur jeu), puis on rejoint, dans l'ordre indiqué par le sens de la flèche indiquant le jeu, les appuis consécutifs des pièces intermédiaires (cotes fonctionnelles) jusqu'à la deuxième surface terminale.

Le vecteur cote condition est égal à la somme des vecteurs dans le sens positif, moins la somme des vecteurs dans le sens négatif. La figure 2.20 montre un exemple illustrant davantage ce concept.

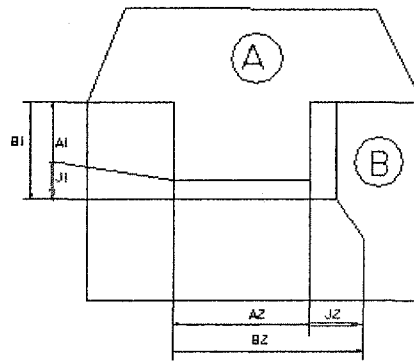


Figure 2.20 Exemple d'assemblage et chaînes de cotes

Il s'agit d'un assemblage composé de deux pièces prismatiques, la pièce A et la pièce B. Pour que le tenon de la pièce A puisse pénétrer et glisser dans la rainure de la pièce B, deux conditions fonctionnelles J1 et J2 sont exigées. Le jeu J1 permet le tenon de pénétrer sans toucher le fond de la rainure et le jeu J2 permet le glissement et donc le guidage de la pièce A dans B en évitant l'usure des surfaces en contact.

b) Relations algébriques [FANCHON, 2001]

$$J1 = B1 - A1 \quad \text{et} \quad J2 = B2 - A2 \quad ; \quad \text{pour les dimensions nominales} \quad (2.2)$$

$$J1_{\max} = B1_{\max} - A1_{\min} \quad \text{et} \quad J2_{\max} = B2_{\max} - A2_{\min} \quad (2.3)$$

$$J1_{\min} = B1_{\min} - A1_{\max} \quad \text{et} \quad J2_{\min} = B2_{\min} - A2_{\max} \quad (2.4)$$

$$IT J1 = ITA1 + ITB1 \quad \text{et} \quad IT J2 = ITA2 + ITB2 \quad (2.5)$$

$$IT(\text{jeu}) = \sum IT(\text{cotes}) = ITA + ITB \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Nouvelles approches d'assemblage en prototypage rapide

Généralement, afin d'avoir un assemblage fonctionnel ou un mécanisme, il est nécessaire de fabriquer les pièces séparément et ensuite procéder à leur assemblage. Les étapes d'assemblages restent indispensables pour les pièces obtenues par les méthodes conventionnelles.

Pour les techniques de prototypage rapide, deux approches sont orientées vers la réalisation des assemblages ou mécanismes fonctionnels tout en éliminant les étapes d'assemblage.

La première approche [MAVROIDIS et coll., 2001] consiste à obtenir directement des joints sphériques et prismatiques, ainsi que des mécanismes complexes sur la machine de prototypage rapide par dépôt de fil fondu (*Fused Deposition Modeling (FDM)*) sans avoir besoin de les assembler. Ici, un soin considérable est exigé pour assurer que les pièces ne se fusionnent pas, que les supports puissent être enlevés entre les pièces et que les jeux ne soient pas larges pour éviter que les pièces ne se déforment ou que le mécanisme final fonctionne mal. La figure suivante montre un exemple de mécanisme.

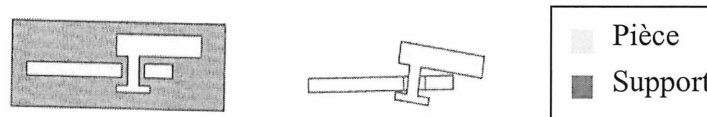


Figure 2.21 Mécanisme avant et après l'enlèvement de supports

La deuxième approche [KATARIA et coll., 2001] permet d'insérer des pièces préfabriquées lors de la fabrication de l'assemblage. Le procédé employé pour la fabrication s'appelle fabrication par déposition de forme (*Shape Deposition Manufacturing (SDM)*, figure 2.22). Les pièces incorporées peuvent être de matériaux différents de celui du procédé.

Ces deux approches permettent davantage de réduire les coûts et le temps requis pour avoir un mécanisme complet entre les mains des concepteurs et leurs clients. Cependant, ces méthodes nécessitent des systèmes et outillages de manipulation lors de la production et de l'insertion des objets et en plus ne permettent pas l'obtention d'assemblages complexes vu le problème

de fusion des surfaces en jeu. Les structures articulées (joints) sont formées souvent de deux pièces.

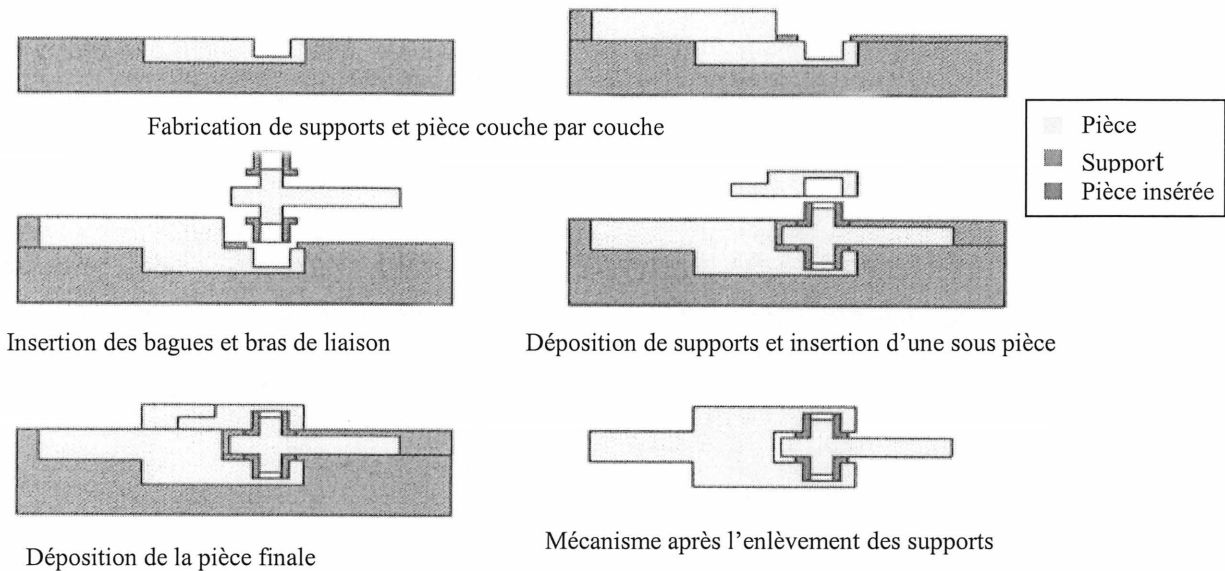


Figure 2.22 Mécanisme obtenu par insertion de pièces préfabriquées

Un assemblage de plusieurs pièces n'est donc pas facile à réaliser, et, par conséquent, la production d'un assemblage pièce par pièce devient incontournable.

### 2.3 Design expérimental

Les ingénieurs font appel aux plans expérimentaux pour étudier les effets des différents paramètres d'un procédé. Le choix du nombre de facteurs, de leurs niveaux et de leurs types, permet de fixer les limites de l'expérimentation et de déterminer le domaine expérimental. Pour explorer les différents types de domaine expérimentaux, les quatre méthodes suivantes ont été envisagées [FOWLKES et coll., 1998].

1. « Construction- essai – modification »
2. Expérimentation « un seul facteur à la fois »
3. Expérimentation factorielle complète
4. Expérimentation orthogonale (tables fractionnaires orthogonales).

### 2.3.1 Construction – essai – modification

Cette méthode est économiquement inefficace. Elle est, par nature, lente puisqu'elle nécessite de la chance et une bonne intuition. Il est impossible de savoir si on a abouti à un véritable optimum, puisque le cycle «Construction – essai - modification» est réputé achevé dès que la fonctionnalité est obtenue.

### 2.3.2 Expérimentation « un seul facteur à la fois »

C'est la méthode utilisée par les scientifiques et les ingénieurs à l'université et dans l'industrie.

Cette méthode peut remplacer la méthode « Construction – essai - modification», cependant elle ne peut corriger complètement ses défauts. En effet, elle ne donne pas d'information sur la façon dont l'effet d'un facteur est modifié quand les autres facteurs changent. En effet, lorsqu'un facteur change, tous les autres facteurs sont maintenus constants et le changement du niveau du facteur se fait une seule fois au cours de toute l'expérimentation. En plus, l'effet d'interaction entre les facteurs n'est pas pris en compte, ce qui se traduit par un manque d'optimisation du modèle final.

Cette approche génère aussi un manque d'orthogonalité. En effet, pour assurer la simplicité des calculs et éviter les dépendances entre facteurs, la matrice du design doit être orthogonale [SCHMIDT et coll. 1997]. Pour ce faire, la matrice doit être équilibrée verticalement; la somme des valeurs codées de chaque colonne devant être égale à zéro;

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 0 \quad (2.7)$$

Où n est le nombre d'essais, et i et j désignent la ligne et la colonne respectivement.

De plus la somme de produits des valeurs codées de deux colonnes quelconque de la matrice doit en outre être égale à zéro.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} x_{ik} = 0 \quad (2.8)$$

Où n est le nombre d'essais, i désigne la ligne et j et k désignent les colonnes avec  $j \neq k$ .

Le tableau suivant présente le cas d'une matrice de design non orthogonale. La matrice est formée de trois facteurs à deux niveaux (-1, +1). La somme des produits des valeurs codées des colonnes B et C est différente de zéro.

TABLEAU 2. 2 MATRICE DE DESIGN NON ORTHOGONALE

Essai	Facteurs		
	A	B	C
1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	+1
4	-1	-1	-1

### 2.3.3 Expérimentation factorielle complète

Une expérimentation factorielle complète explore toutes les combinaisons possibles de niveaux des facteurs du système. Le tableau 2.3 présente une telle expérimentation dans le cas de 3 facteurs (A, B et C) à deux niveaux codiques (-1,1).

Le nombre total de combinaisons pour x facteurs à y niveaux est donné par la formule suivante :

$$\text{Nombre de combinaisons} = y^x \quad (2. 9)$$

Puisqu'on explore toutes les combinaisons possibles, le nombre des essais peut être très élevé, par contre la probabilité de trouver la combinaison la plus favorable est maximum.

Les niveaux des facteurs qui conduisent au résultat optimal sont censés constituer la combinaison optimale. En plus, la matrice du design est orthogonale.

La grande faiblesse de cette approche est qu'elle comporte un nombre d'expérience excessif, par rapport à la quantité d'informations nécessaire à la compréhension des effets des facteurs. Par exemple, avec 7 facteurs à trois niveaux, le nombre de combinaisons vaut  $3^7 = 2187$ . Ainsi, l'expérimentation factorielle complète n'a d'utilité pratique que dans le cas d'un petit nombre de facteurs et de niveaux.

TABLEAU 2.3 EXPÉRIMENTATION FACTORIELLE COMPLÈTE ( $2^3$ )

Essai	Facteur		
	A	B	C
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1

#### 2.3.4 Expérimentation factorielle fractionnaire

L'expérimentation factorielle fractionnaire permet de n'utiliser qu'une partie de l'ensemble des combinaisons de l'expérimentation factorielle complète.

Cette partie est choisie dans le but de fournir une information suffisante pour identifier l'effet des facteurs sur la réponse.

Le nombre de combinaisons pour x facteurs et y niveaux est obtenu par la formule suivante :

$$\text{Nombre de combinaisons} = y^{x-n} \quad (2.10)$$

Où n est le nombre de générateur (1, 2, 3, 4, ...)

La matrice du plan expérimental est obtenue, dépendamment de la taille visée de l'expérimentation, en faisant confondre les interactions dont le degré est élevé avec les facteurs principaux, en assumant, parallèlement, que cette confusion n'a pas d'impact sur les résultats ciblés.

Cependant, il arrive qu'il soit difficile, dans plusieurs situations, d'effectuer tous les essais d'une expérimentation sous les mêmes conditions. Par exemple, la quantité de matière première peut ne pas suffire pour réaliser tous les essais. Dans ce contexte, l'expérimentation doit se faire en blocs. Cette approche permet de réduire davantage le nombre d'essais à effectuer au cours d'une expérimentation. Outre que les plans complets et fractionnaires, les



plans expérimentaux de *Plackett-Burman* ou *Taguchi L<sub>12</sub>* pour les facteurs à deux niveaux et Central Composite ou *Box-Behnken* ou *Taguchi L<sub>18</sub>* pour les facteurs à trois niveaux, sont souvent employés [SCHMIDT et coll., 1997].

### 2.3.5 Interactions entre facteurs

La réponse mesurée, pour caractériser une conception en ingénierie robuste, est appelée caractéristique qualité. Le terme qualité est retenu dans cette dénomination afin d'insister sur l'importance de la qualité, principale caractéristique universellement désirée par les clients. La caractéristique qualité est la réponse qui est mesurée pour chacune des combinaisons essayées des facteurs du système.

L'effet d'un facteur est défini par la différence dans la réponse mesurée causée par le changement de niveau du facteur. C'est ce que l'on appelle souvent l'effet principal car il ne se réfère qu'à un seul facteur de l'expérimentation. Mais, quand la différence de réponse mesurée entre les niveaux d'un seul facteur ne demeure pas la même pour tous les niveaux des autres facteurs de l'expérimentation, on parle de l'existence d'interaction entre les facteurs.

Cela signifie que la caractéristique qualité ne varie pas toujours dans le même sens (positif ou négatif) en fonction d'un facteur du système, et ce, quand les autres facteurs changent de niveaux. Les figures suivantes illustrent graphiquement cette idée pour le cas de deux facteurs A et B à deux niveaux (-1, +1) et à trois niveaux (-1,0,+1). La figure 2.23 montre des expérimentations sans interactions (lignes parallèles), tandis que la figure 2.24 présente des expérimentations avec interactions entre A et B (lignes non parallèles).

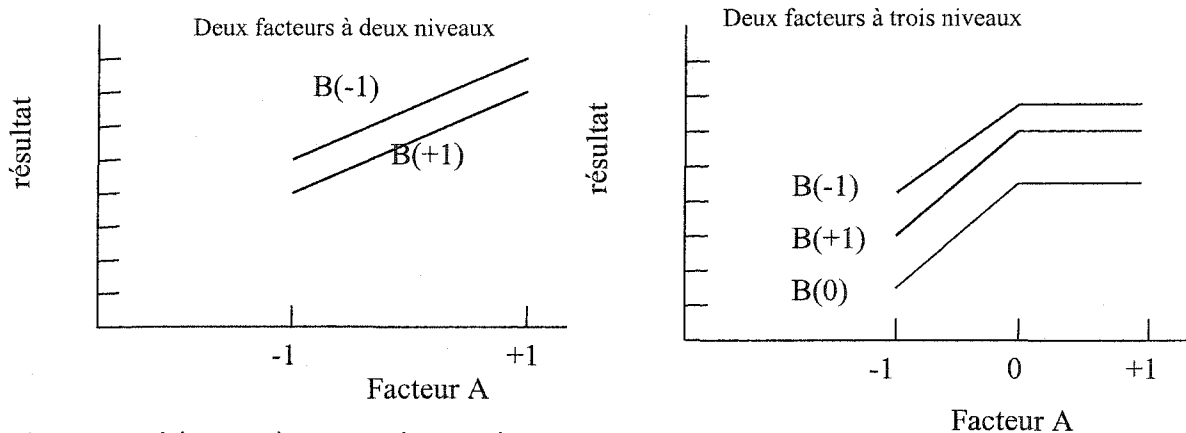


Figure 2. 23 Expérimentations sans interaction

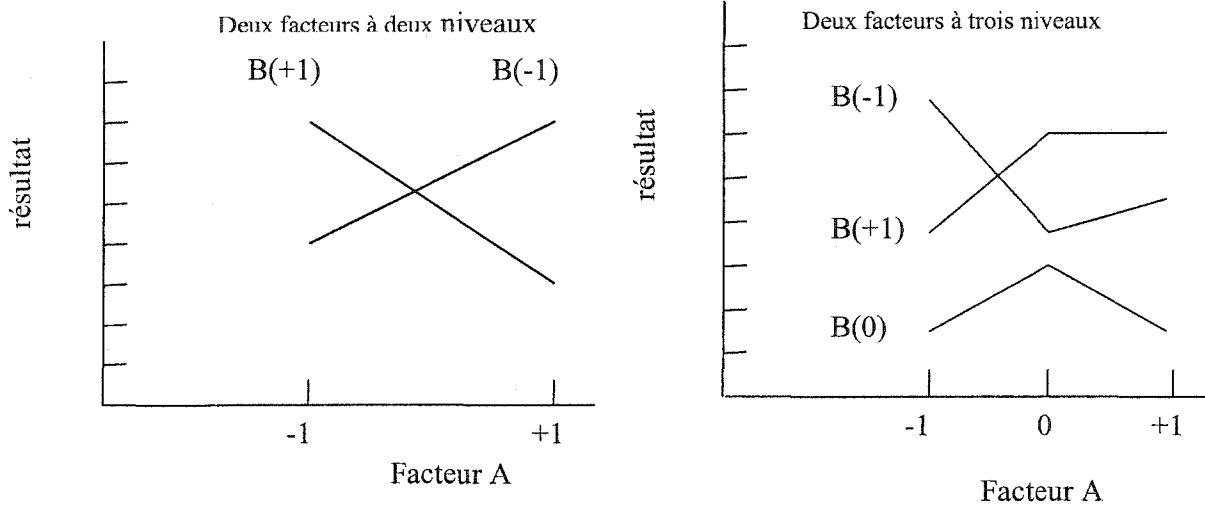


Figure 2. 24 Expérimentations avec interaction

### 2.3.6 Sélection des facteurs de contrôle

Les facteurs de contrôle sont les paramètres de conception d'un produit ou d'un procédé qui nécessitent une optimisation. Ce sont les paramètres qui participent, de manière directe ou indirecte, à l'obtention d'une réponse ou d'une caractéristique mesurée. Généralement, la performance d'un procédé augmente avec l'élimination des erreurs et l'optimisation des performances des composantes qui le constituent [FOWLKES et coll., 1998].

Il est bien préférable de trouver et de démontrer le caractère optimal du concept avant la fin de la conception. En fait, les meilleures occasions d'optimisation se présentent pendant les premières étapes de développement du produit où les options sont le plus largement ouvertes. Toutefois, il est souvent utile et important d'améliorer et d'accroître la robustesse du processus déjà mis en place.

La sélection des facteurs de contrôle permet de préparer la voie à l'expérimentation dont le but est, en effet, la recherche du niveau des facteurs de contrôle qui minimise la sensibilité du système aux bruits et aux variations nuisibles à la réponse mesurée.

La sélection des facteurs est, généralement, précédée d'une présélection de l'ensemble des facteurs de contrôle et ce, pour identifier les facteurs importants à optimiser.

L'expérimentation d'optimisation est un outil capital qu'il faut utiliser pour analyser et sélectionner les facteurs potentiels ayant des influences sur la caractéristique qualité. Les facteurs du contrôle peuvent être quantitatifs et/ou qualitatifs. Les facteurs quantitatifs tels que température, force, pression, etc., ont des valeurs numériques ou continues qui s'expriment en unités physiques, contrairement aux facteurs qualitatifs tels que machine, opérateur, matériau, etc.

Les niveaux des facteurs de contrôle peuvent être deux, trois ou plus. Ils désignent les positions ou les valeurs attribuées aux différents facteurs dans les combinaisons qui constituent le plan d'expérience. Le choix des trois niveaux demeure intéressant, puisqu'il permet une large couverture du domaine expérimental et donne la possibilité d'étudier la présence d'une courbure de la réponse (non-linéarité).

Les niveaux des facteurs issus de l'expérimentation d'optimisation désignent la configuration appropriée et optimale permettant de réduire les dispersions autour de la valeur mesurée, augmentant ainsi la robustesse du procédé.

## 2.4 Concepts d'analyse des données expérimentales

Dans cette section, des notions statistiques et mathématiques seront discutées puisqu'elles représentent la base des logiciels et programmes employés dans l'analyse des données issues des essais expérimentaux [DOUGLAS et coll., 1997 et FOWLKES et coll., 1998].

En général, il est difficile d'optimiser un système en se contentant d'examiner les résultats bruts des expériences. Les données recueillies, organisées et représentées doivent donc être analysées d'une manière appropriée.

### 2.4.1 Termes de statistique de base

- La moyenne calculée à partir d'un échantillon de  $n$  individus permet de caractériser la tendance centrale :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.11)$$

$\bar{y}$  est une estimation de la moyenne  $\mu$  relative à la population entière, comptant N individus.

- La variance calculée à partir d'un échantillon de n individus s'obtient par la formule suivante :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.12)$$

Rappelons que  $s^2$  est l'estimation faite à partir d'un échantillon, de la variance  $\sigma^2$  de la population :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 \quad (2.13)$$

- L'écart type est également utilisé pour caractériser la variabilité. En effet, pour représenter correctement un ensemble, la moyenne ne suffit pas; il faut avoir une idée de la dispersion des données par rapport à la moyenne. Cette dispersion est mesurée par l'écart-type.

$$s = \sqrt{s^2} \quad (2.14)$$

- L'intervalle de tolérance (IT) d'une série de mesures peut être estimé de la manière suivante :

$$IT = \text{moyenne} \pm 3 * \text{Ecart - type} \quad (2.15)$$

#### 2.4.2 Analyse de la variance

L'analyse de la variance (ANAVAR) est une technique de calcul qui permet de quantifier la contribution relative de chaque facteur de contrôle sur les variations de la réponse et de l'exprimer sous forme de pourcentage. Elle permet à l'ingénieur de mieux savoir quels sont les facteurs de contrôle les plus importants et quels sont les moins significatifs [FOWLKES et coll., 1998].

La procédure ANAVAR utilise une technique mathématique connue sous le nom de somme des carrés, pour quantifier l'écart entre la réponse moyenne associée à chaque niveau de chaque facteur et la moyenne générale de tous les essais.

La signification de chacun des facteurs de contrôle est déterminée par comparaison de la variance entre les effets des niveaux du facteur avec la variance quantifiant les variations internes à chacun des niveaux et qui sont dues à l'erreur expérimentale et aux interactions non prises en compte.

Pour estimer, de manière directe, la variance de l'erreur expérimentale, il est nécessaire de répliquer deux fois ou plus une même expérience. Une vraie réplique nécessite de changer les niveaux des facteurs de contrôle entre chaque réplique, puis de revenir aux mêmes conditions. Au moins deux répliques sont requises mais, en général, trois répliques suffisent; une au début, une au milieu et une à la fin de l'expérimentation.

Puisque les facteurs de contrôle sont aux mêmes niveaux pour chacune de ces répliques, toute la variabilité de la réponse peut être attribuée à l'erreur expérimentale.

Le tableau suivant montre, par exemple, la table d'analyse de la variance de deux facteurs A et B d'une expérimentation à n répliques. Cette table est aussi appliquée dans les cas où il y a plus de deux facteurs [DOUGLAS et coll., 1997].

TABLEAU 2. 4 TABLE D'ANALYSE DE LA VARIANCE POUR DEUX FACTEURS

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Somme des carrés moyens	Ratio Fo
<b>Facteur A</b>	$SS_A$	a-1	$MS_A = SS_A/(a-1)$	$F_0 = MS_A/MS_E$
<b>Facteur B</b>	$SS_B$	b-1	$MS_B = SS_B/(b-1)$	$F_0 = MS_B/MS_E$
<b>Interaction AxB</b>	$SS_{AxB}$	(a-1)(b-1)	$MS_{AxB} = SS_{AxB}/((a-1)(b-1))$	$F_0 = MS_{AxB}/MS_E$
<b>Erreur</b>	$SS_E$	ab(n-1)	$MS_E = SS_E/ab(n-1)$	
<b>Total</b>	$SS_T$	abn-1		

Les sommes des carrés sont calculées comme suit :

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (2.16)$$

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (2.17)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B \quad (2.18)$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (2.19)$$

Avec;

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \\ y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^n y_{ijk} \\ y_{ij.} = \sum_{k=1}^n y_{ijk} \\ y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk} \end{array} \right. \begin{array}{l} \bullet \text{ La somme totale des observations sous le } i\text{ème niveau du facteur A.} \\ \bullet \text{ La somme totale des observations sous le } j\text{ème niveau du facteur B.} \\ \bullet \text{ La somme totale des observations sous la } ij\text{ème cellule de la matrice.} \\ \bullet \text{ La somme totale de toutes les observations.} \end{array}$$

a; les niveaux du facteur A  
b; les niveaux du facteur B  
n: le nombre de répliques

La somme des carrés due à l'erreur ( $SS_E$ ) est calculée de la façon suivante :

$$SS_E = SS_T - (SS_A + SS_B + SS_{AxB}) \quad (2.20)$$

Pour tester la représentativité des effets des facteurs, un ratio nommé  $F_0$  est utilisé. Ce terme est appelé aussi ratio des variances [FOWLKES et coll., 1998]. Ce ratio est formé, au numérateur, de la variance des effets du facteur (la somme des carrés moyens dus au facteur) et, au dénominateur, de la variance de l'erreur expérimentale (la somme des carrés moyens dus à l'erreur expérimentale). Le ratio  $F_0$  est donné par l'équation suivante :

$$F_0 = \frac{CMF}{CME} = \frac{\text{carrés moyens dus au facteur ou à l'interaction}}{\text{carrés moyens dus à l'erreur expérimentale}} \quad (2.21)$$

Voici quelques conseils généraux concernant le ratio  $F_0$  et permettant de décider quels sont les facteurs à inclure dans le modèle prévisionnel, c'est à dire quels sont les facteurs critiques pour la robustesse du système.

- $F_0 < 1$  : l'erreur expérimentale l'emporte sur l'effet du facteur; le facteur est non significatif et son effet est indiscernable de l'erreur expérimentale.

- $F_0 \approx 2$  : le facteur de contrôle a seulement un effet modéré comparé à l'erreur expérimentale.
- $F_0 > 4$  : l'effet du facteur est important comparé à l'erreur expérimentale; le facteur est indubitablement significatif.

Quand il est nécessaire de connaître exactement la correspondance du ratio  $F_0$ , l'usage d'une table F est recommandée [FOWLKES et coll., 1998]. La ligne du haut d'une table F contient le nombre de degrés de liberté utilisés par le facteur ou l'interaction et la colonne de gauche le nombre de degrés de liberté utilisée par l'erreur. Ensuite, la valeur critique de  $F_0$  est obtenue en fonction du niveau de confiance  $\alpha$  retenu. Le ratio  $F_0$  doit être supérieur ou égal à la valeur obtenue de la table F afin de confirmer que les facteurs et/ou les interactions sont significatif.

La figure suivante présente un exemple d'illustration composé de trois facteurs à deux niveaux. L'expérimentation était réalisée en trois répliques. Le niveau de confiance y retenu est  $\alpha = 0.05$ .

TABLEAU 2. 5 EXEMPLE D'ILLUSTRATION

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Somme des carrés moyens	Ratio $F_0$	F critique
<b>A</b>	208.33	2-1=1	208.33	53.15	5.31
<b>B</b>	75.00	2-1=1	75.00	19.13	5.31
<b>AxB</b>	8.33	1x1=1	8.33	2.13	5.31
<b>Erreur</b>	31.34	2x2x2=8	3.92		
<b>Total</b>	323.00	2x2x3-1=11			

D'après les valeurs critiques de F obtenues de la table F, on réalise que les facteurs A et B sont significatifs alors que leur interaction est sans importance; son effet est négligeable.

### 2.4.3 Régression linéaire multiple

La régression linéaire multiple est basée sur des techniques statistiques et mathématiques. C'est une approche très importante pour la compréhension et l'interprétation des données issues des essais expérimentaux. Elle permet d'explorer et de modéliser les relations qui existent entre la réponse ou la qualité mesurée et les variables indépendantes. En design

expérimental, les variables indépendantes sont représentées par les facteurs du système introduits dans le modèle prévisionnel. Ce sont les facteurs et les interactions ayant des effets significatifs sur la variabilité de la valeur mesurée.

La régression linéaire est basée sur des valeurs quantitatives; les variables indépendantes ainsi que les réponses doivent fournir des valeurs numériques. Quand les variables sont qualitatives, il faut, avant d'effectuer une analyse de régression, passer par une phase de codage.

Le modèle général qui peut relier la qualité mesurée  $y$  aux  $k$  variables est comme suit [DOUGLAS et coll., 1997 et TOMASSE et coll. 1992]:

$$\begin{aligned}
 y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \\
 &= \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad \text{où} \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Les paramètres  $x_{ij}$ ;  $j=1, 2, \dots, k$ , représentent les variables indépendantes ayant participé à l'obtention de la mesure  $y_i$ . Ces variables peuvent être de premier, de deuxième degré ou plus.  $\beta_j$ ;  $j=0, 1, 2, \dots, k$ , sont appelés les coefficients de la régression,  $\varepsilon_i$  est un terme d'erreur.

Pour résoudre ce système d'équations, on doit assumer que les différentes valeurs d'erreur  $\varepsilon_i$  sont indépendantes et que leur distribution suit une loi normale d'espérance nulle et de variance  $\sigma^2$ . Dans ce contexte, la méthode des moindres carrés, qui consiste à rendre minimum la somme des carrés des termes d'erreur, est utilisée pour estimer les coefficients  $\beta$  de la régression.

Le système peut être mis sous forme de matrices comme suit :

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{2.23}$$

Où

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$



En général,  $y$  est un vecteur ( $n \times 1$ ) d'observations ou de mesures,  $X$  est une matrice ( $n \times k+1$ ) des niveaux des variables indépendantes,  $\beta$  est un vecteur ( $k+1 \times 1$ ) de coefficients de régression, et  $\epsilon$  est le vecteur ( $n \times 1$ ) des erreurs.

L'estimation des coefficients de régression peut être obtenue par l'équation suivante :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (2.24)$$

Le modèle empirique prévisionnel est obtenu de la formule suivante :

$$\hat{y} = X \hat{\beta} \quad (2.25)$$

La valeur prévue pour la mesure  $y_i$  est donc :

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij} \quad \text{où } i = 1, 2, \dots, n \quad (2.26)$$

La différence entre  $y_i$  et  $\hat{y}_i$  est appelée le résidu :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (2.27)$$

Pour avoir une idée de la qualité d'ajustement et de l'importance du modèle prévisionnel, différentes méthodes telles que l'analyse de variance, les tests individuel et global ainsi que la méthode des coefficients de détermination, peuvent être mises en œuvre.

Dans cette recherche, l'approche des coefficients de détermination  $R^2$  et  $R^2_{adj}$  est retenue. Ces deux coefficients doivent être calculés et comparés de la façon suivante :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \quad (2.28)$$

$$\text{et } R^2_{adj} = 1 - \left( \frac{n-1}{n-k} \right) (1 - R^2) \quad (2.29)$$

Où  $n$  et  $k$  désignent le nombre d'observations et le nombre de variables respectivement.

La somme totale des carrés  $SS_T$  est la somme des carrés due au modèle (ou régression) plus la somme des carrés due à l'erreur.

$$SS_T = SS_R + SS_E \quad (2.30)$$

Avec;

$$SS_R = \hat{\beta}' X' y - \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n} \quad \text{et} \quad SS_E = y' y - \hat{\beta}' X' y \quad (2.31)$$

$R^2$  s'interprète aisément comme la proportion de variabilité expliquée par l'équation de régression. Quand la valeur de  $R^2$  est proche de 1, l'ajustement est bon. Pourtant, cette confirmation n'est pas toujours valable vu que l'addition d'une variable au modèle fait toujours augmenter  $R^2$ , même si cette variable est non significative. Pour surmonter ce problème, la valeur du coefficient  $R^2_{adj}$ , qui diminue lorsqu'une variable additionnelle au modèle est non significative, ne doit pas être très différente de celle de  $R^2$  et pas loin de 1.

#### 2.4.4 Méthodes de vérification de l'adéquation du modèle analytique

Dans cette section, des méthodes graphiques sont utilisées pour vérifier la validité du modèle analytique. Les graphiques sont obtenus à partir des données issues des essais expérimentaux en s'appuyant sur des logiciels basés sur des techniques statistiques et mathématiques. Celles-ci permettent d'estimer graphiquement le degré d'adéquation du modèle prévisionnel en vérifiant la normalité des résidus, l'existence d'*outliers*, la forme de la structure des résidus versus les valeurs ajustées et versus les facteurs, etc. Dans cette recherche, les trois méthodes graphiques suivantes ont le plus souvent été mis en œuvre pour la vérification des modèles analytiques de prédiction [DOUGLAS et coll., 1997].

□ **Probabilité normale :**

le graphique de la probabilité normale indique si les résidus suivent une distribution normale. Dans ce cas, les points doivent suivre une ligne rectiligne. Une distribution des résidus, qui montre une queue considérablement épaisse ou mince, est une distribution anormale. L'absence de normalité est le signe d'anormalités dans les données expérimentales. Ces anormalités peuvent être causées par différentes sources, telles qu'erreurs de mesure, défaillances au niveau des outils de production (usure), taille de l'échantillon non représentative, etc. Quelle que soit la source, les causes doivent être identifiées et corrigées. Les figures suivantes montrent deux types de distribution des résidus. La première est une distribution normale, tandis que la deuxième montre une distribution anormale due à sa queue droite très mince.

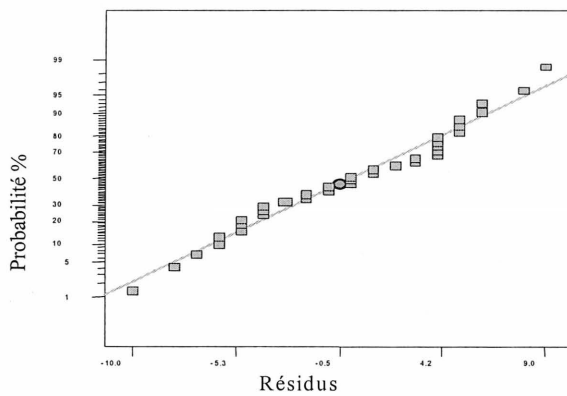


Figure 2. 24 Distribution normale des résidus

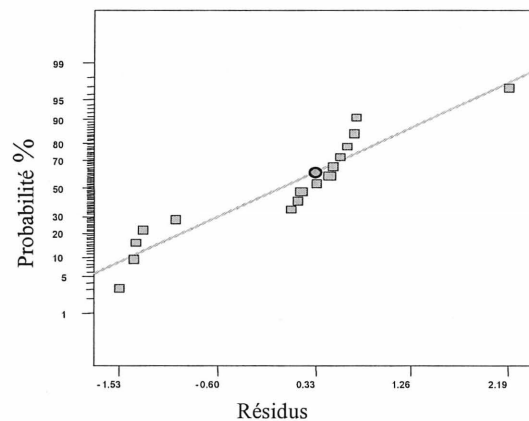


Figure 2. 24 Distribution normale des résidus

lequel des autres. L'identification des points extrêmes est effectuée par le calcul des résidus normalisés. Quand un résidu normalisé dépasse l'intervalle  $[-3 ; +3]$ , il devient *outlier*. Si l'*outlier* n'est pas désirable, une investigation soignée des données est requise.

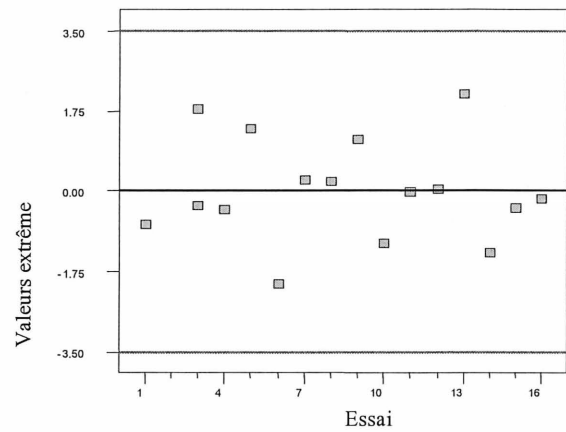
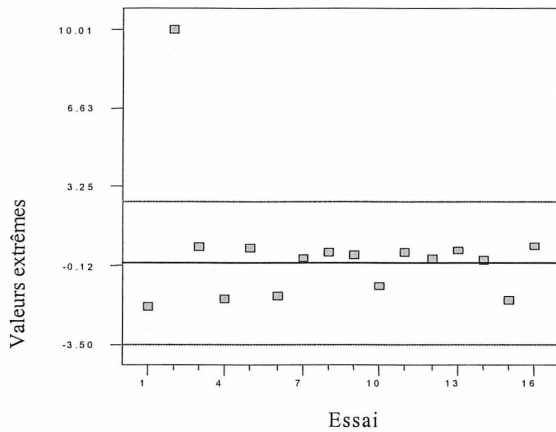


Figure 2. 24 Distribution sans val. extrêmes      Figure 2. 24 Distribution avec val. extrêmes

□ **Résidus versus valeurs ajustées :** Dans ce contexte, le graphique a pour but de tester si les résidus versus les valeurs ajustées ne doivent pas montrer une structure particulière.

En d'autres mots, la distribution ne doit pas avoir tendance à former une corrélation qui relie les résidus avec les valeurs ajustées, comme dans le cas de la figure 2.30 où les résidus deviennent plus larges quand les valeurs ajustées progressent.

Quand la variance ne demeure pas constante, l'approche habituelle utilisée est la transformation des données. Dans la plupart des cas, la transformation rend la distribution de l'erreur normale.

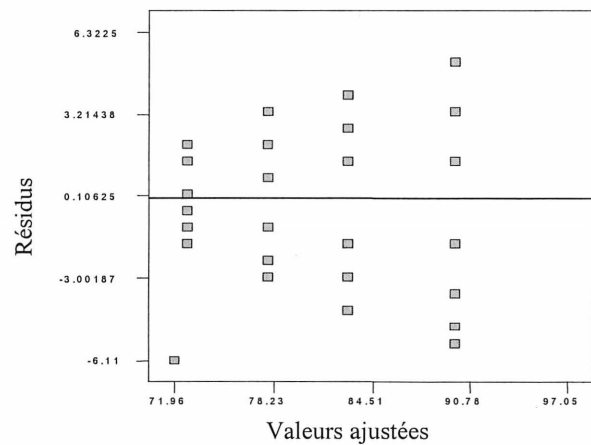
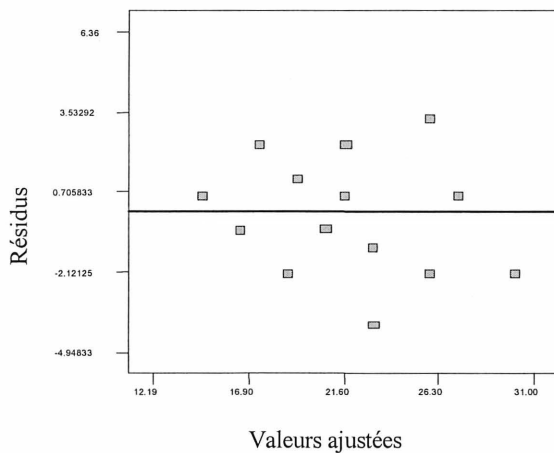


Figure 2. 29 Variance demeure constante

Figure 2. 30 Variance n'est pas constante

## **CHAPITRE 3 : METHODOLOGIE D'OPTIMISATION CONCEPTION/PROCEDE**

Ce chapitre porte sur la méthodologie employée pour décrire explicitement, d'une part, les étapes suivies dans l'identification de la machine de prototypage rapide et la conception de l'algorithme d'optimisation d'autre part. Les objectifs de ces travaux sont, en premier lieu, d'établir un algorithme d'optimisation général en vue de guider le concepteur lors de la conception de son produit pour ajuster ses exigences en termes de précision dimensionnelle avec les performances du procédé de fabrication. En deuxième lieu, il s'agit de réaliser un protocole expérimental d'identification des domaines de précision pour le type de machine de prototypage rapide choisi. Ce protocole met en évidence l'importance des facteurs critiques du procédé en vue d'obtenir une précision dimensionnelle optimale.

### **3.1 Introduction**

Ce projet de recherche comporte deux études principales :

- 1- Établissement d'un plan d'optimisation général;
- 2- Identification de la machine de prototypage rapide.

Dans la première étude, un algorithme est établi pour assister le concepteur lors du développement du produit, en lui permettant de tenir compte des performances du procédé en termes de précision et de tolérancement. Dans ce contexte, deux situations sont prévues :

- La première situation où les exigences sont rencontrées, les modèles CAO et les pièces qui en sont issus peuvent alors être utilisés directement pour la validation de l'assemblage;
- La deuxième situation où les exigences ne seraient pas rencontrées, les dimensions nominales des modèles CAO devraient alors être modifiées temporairement de manière à garantir l'assemblage des pièces produites subséquentement par prototypage rapide;

Dans la deuxième étude, un assemblage-type formé de deux pièces cylindriques exigeant une certaine condition d'assemblage est conçu par CAO 3D. Ensuite, le choix de la machine de PR pour la production ainsi que des plans d'expériences, comportant les facteurs critiques du procédé et le nombre d'essais à effectuer, ont été réalisés. Ainsi, après la production des assemblages, une série de mesures sur les pièces obtenues a été recueillie et classée afin d'être analysée par la suite.

Ceci étant dit, l'objectif est d'établir une stratégie de fabrication par prototypage rapide et de produire les pièces selon une configuration appropriée ou dans des positions relatives favorisant leur assemblage.

### **3.2 Algorithme d'optimisation général**

Les modèles prévisionnels représentent les performances des facteurs du procédé en terme de précision dimensionnelle. Ces performances jouent un rôle important lors de la conception en vue de réduire le temps, les coûts de développement et de production. En effet, le concepteur doit s'assurer de la compatibilité des performances du système de production avec les spécifications dimensionnelles et fonctionnelles souhaitées pour son produit, et ce, dès le début de son développement.

Dans le but d'assister le concepteur lors du dimensionnement et du tolérancement des pièces constituant le mécanisme à produire, une approche d'optimisation est présentée sous forme d'algorithme à la figure 3.1. Avec cette approche, le concepteur peut prévoir les actions à prendre en fonction de la précision fonctionnelle du mécanisme et les modifications temporaires à y assigner lors de la fabrication, le cas échéant.

En effet, afin de passer à la production de l'assemblage, la précision spécifiée par la cote fonctionnelle doit être inférieure ou égale à celle prévue par le modèle prévisionnel de la machine. La cote fonctionnelle prévue (de la machine) est calculée à partir de la chaîne des cotes obtenues de l'équation prédictive et de l'intervalle de tolérance correspondant. Dans le cas où la précision dimensionnelle et l'intervalle de tolérance obtenues par le modèle prévisionnel n'assureraient pas une production optimale, deux issues sont envisagées : Soit des changements assignés aux niveaux des paramètres critiques du procédé de fabrication, soit

des modifications de la position de l'intervalle de tolérance de la conception via une modification temporaire des cotes nominales lors de la phase de production.

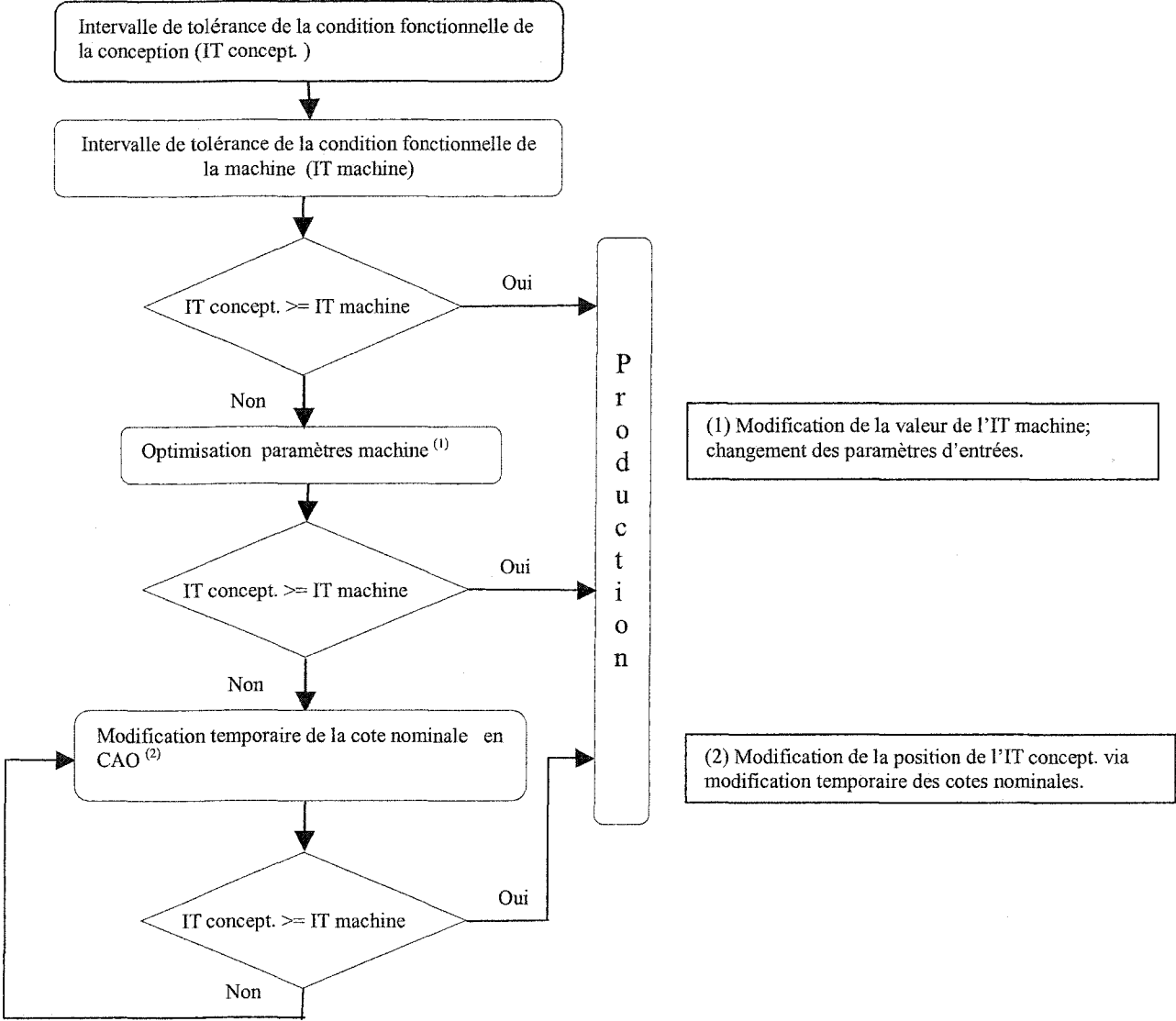


Figure 3.1 Plan d'optimisation des performances du système et des spécifications de conception

### 3.3 Exemple d'application

L'exemple suivant permet d'illustrer les deux principes de la méthodologie d'optimisation lorsque l'intervalle de tolérance de la conception est inférieur à celui de la machine.

Le premier principe sert à choisir le modèle le plus approprié parmi les trois modèles retenus pour les axes x-x, y-y et z-z, quand la côte tolérancée s'avère critique et nécessite une modification de la valeur de l'IT de la machine. Le deuxième principe consiste à modifier intelligemment, de manière temporaire, la cote nominale de la conception si le premier principe ne permet pas sa réalisation.

La figure suivante présente un assemblage de deux pièces (1 et 2) de forme conique semblables aux pièces utilisées dans le projet de recherche. Les portions en question de la pièce femelle et de la pièce mâle ont une longueur de 8.33 mm et 8.03 mm avec un intervalle de tolérance de  $[-0.0 ; +0.14]$  et  $[-0.14 ; +0.0]$  respectivement. Ces valeurs donnent un intervalle sur la cote nominale de **[8.33 ; 8.47]** pour la partie femelle et **[7.89 ; 8.03]** pour la partie mâle.

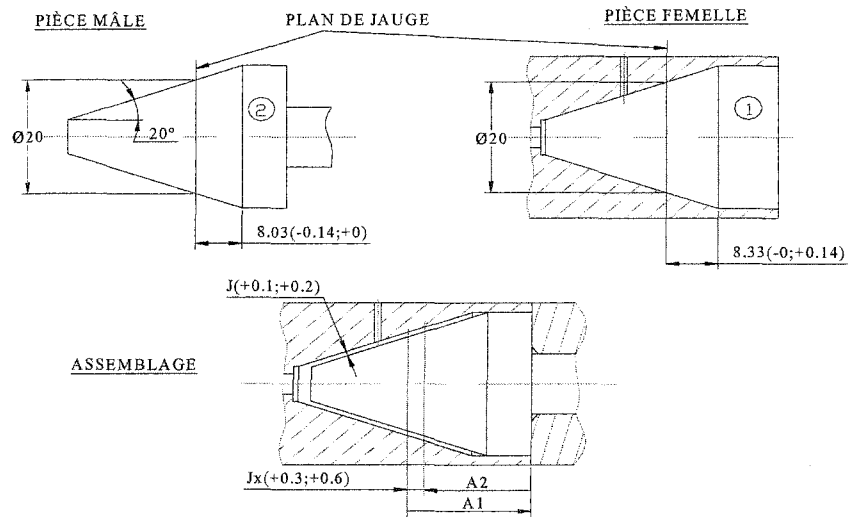


Figure 3. 2 Assemblage de pièces coniques

Le jeu requis par l'assemblage est de  $[0.1 ; 0.2]$  perpendiculairement aux lignes de contact (figure 3.2).

Les deux tableaux suivants permettent de déterminer si le premier principe suffit ou non pour l'obtention de l'assemblage.



TABLEAU 3. 1 PARTIE FEMELLE

Données de la conception;	Axe de production		
	X-X	Y-Y	Z-Z
Cote nominale (C.N) = 8.33 mm Interv. de tolérance [-0.0 ; +0.14]			
Dimension prévue [mm]	<i>1.02</i> *C.N=8.496	<i>0.998</i> *C.N=8.313	<i>0.985</i> *C.N=8.205
Intervalle de tolérance du modèle prévisionnel [mm]	[-0.086 ; +0.116]	[-0.075 ; +0.131]	[-0.063 ; +0.187]
Limites de la dimension prévue	[8.410 ; 8.612]	[8.238 ; 8.444]	[8.142 ; 8.392]
Intervalle de tolérance prévue pour la C.N produite [mm]	[+0.08 ; +0.282] > [-0.0 ; +0.14]	[-0.092 ; +0.114] > [-0.0 ; +0.14]	[-0.188 ; +0.062] > [-0.0 ; +0.14]

TABLEAU 3. 2 PARTIE MÂLE

Données de la conception;	Axe de production		
	X-X	Y-Y	Z-Z
Cote nominale (C.N) = 8.03 mm Interv. de tolérance [-0.14 ; +0.0]			
Dimension prévue [mm]	8.191	8.014	7.910
Intervalle de tolérance du modèle prévisionnel [mm]	[-0.086 ; +0.116]	[-0.075 ; +0.131]	[-0.063 ; +0.187]
Limites de la dimension prévue	[8.105 ; 8.307]	[7.939 ; 8.145]	[7.847 ; 8.097]
Intervalle de tolérance prévue pour la C.N produite [mm]	[+0.075 ; +0.277] > [-0.14 ; +0.0]	[-0.091 ; +0.115] > [-0.14 ; +0.0]	[-0.183 ; +0.067] > [-0.14 ; +0.0]

Conclusions : D'après les résultats obtenus aux tableaux 3.1 et 3.2, aucun intervalle de tolérance de la machine n'est inclus dans celui du design. En comparant les écarts fournis par les trois modèles, on réalise que le modèle y-y est plus précis. La figure 3.3 illustre la distribution des dimensions de la pièce femelle et de la pièce mâle obtenue par le modèle y-y en estimant que ces deux distributions sont normales de valeur moyenne **8.341 mm** et **8.042 mm** et d'écart-type **0.034 mm** respectivement. Les valeurs moyennes permettent un jeu de **0.3mm** qui correspond au jeu min. Cependant, ce jeu n'est pas à considérer car la valeur moyenne **8.042 mm** de la partie mâle est hors de celles exigées par la conception. En outre, on remarque que l'ensemble des pièces permettant un assemblage correct est moins de 50%. Il est donc nécessaire de passer du premier principe au deuxième principe en calculant les cotes nominales modifiées (CNM) permettant d'assurer un assemblage facile. Pour ce faire, on doit s'assurer que la machine ne produira que des cotes minimales de la partie femelle supérieures ou égales à **8.33 mm** et des cotes maximales pour la partie mâle inférieures ou égales à **8.03mm**.

- Le modèle suivant l'axe y-y montre des écarts plus serrés que ceux des deux autres modèles, donc il est approprié pour le calcul de la CNM. La formule utilisée est comme suit:

$$0.998 * CNM - 0.075 = 8.33 \longrightarrow CNM = 8.422 \text{ mm}$$

Avec la cote nominale modifiée **8.422 mm**, on aura, selon le modèle suivant y-y, une cote minimale prévue de **8.33 mm** qui correspond à la cote minimale de la pièce femelle et une cote maximale prévue de **8.461 mm**. En suite, la machine pourra, en forte probabilité, produire des pièces femelles à **8.395 mm**.

- De la même façon, pour la partie mâle le modèle suivant l'axe y-y est approprié pour calculer la CNM.

$$0.985 * CNM + 0.131 = 8.03 \longrightarrow CNM = 8.020 \text{ mm}$$

Avec une cote nominale modifiée de **8.020 mm**, on aura selon le modèle suivant y-y, une cote maximale prévue de **8.03 mm** qui correspond à la cote maximale de la partie mâle et une cote minimale prévue de **7.955 mm**. La machine produira en forte probabilité des pièces mâles à **7.993 mm**. Le jeu moyen résultant des cotes moyennes **7.993 mm** et **8.395 mm** est égal à  $(8.395 - 7.993) = 0.402 \text{ mm}$ ; cette valeur est à l'intérieur du jeu requis sur le dessin et elle permet de plus un bon assemblage. À l'aide du deuxième principe (figure 3.4 et 3.5), on remarque que si les écarts prévus par le modèle sont compris dans ceux de la conception, il est fort probable que toutes les pièces produites constitueront de bon assemblages.

Donc, le deuxième principe est une option très importante qui permettra, même en cas de jeu trop serré, l'obtention d'un mécanisme plus facile à assembler en modifiant intelligemment les cotes nominales des pièces constituant l'assemblage.

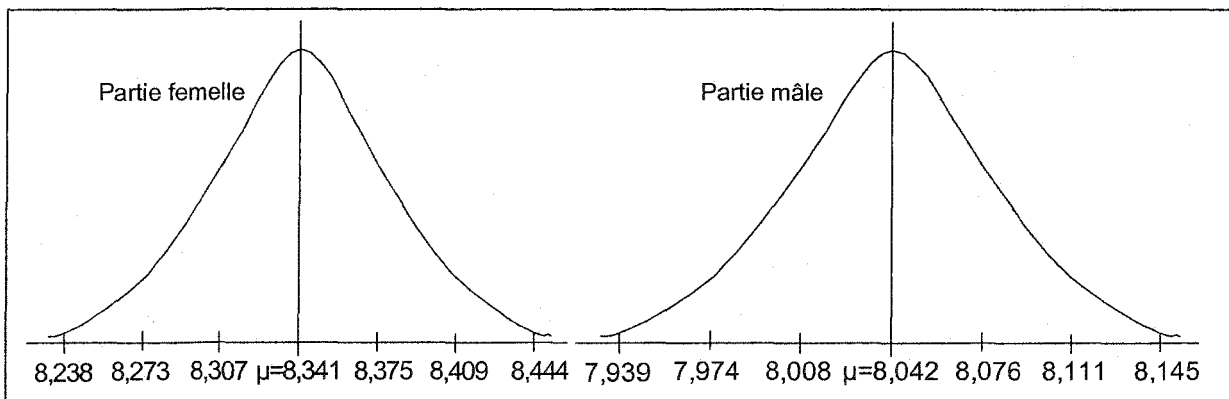


Figure 3. 3 Distribution normale des dimensions de la partie femelle et de la partie mâle

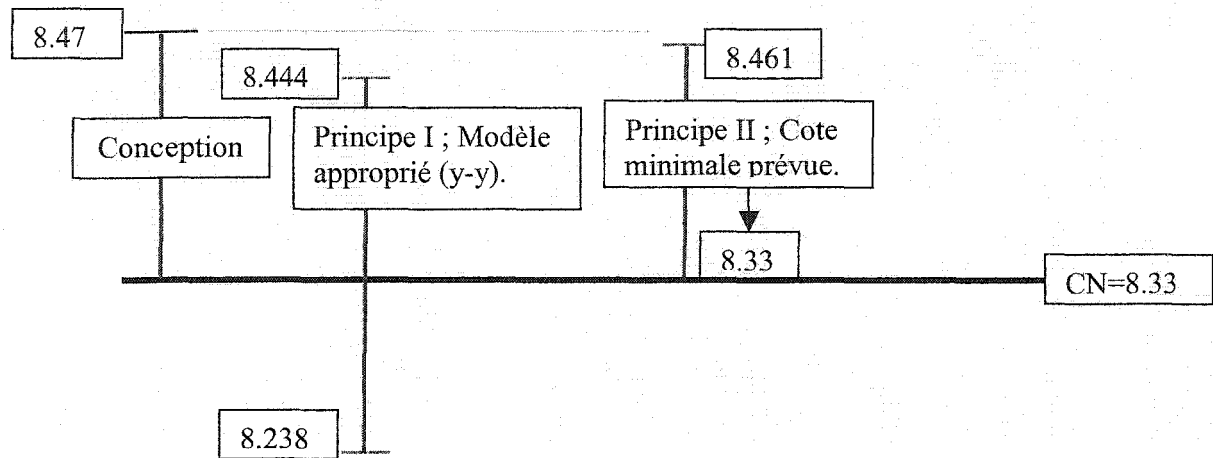


Figure 3. 4 Intervalles de tolérances et cote minimale pour la partie femelle

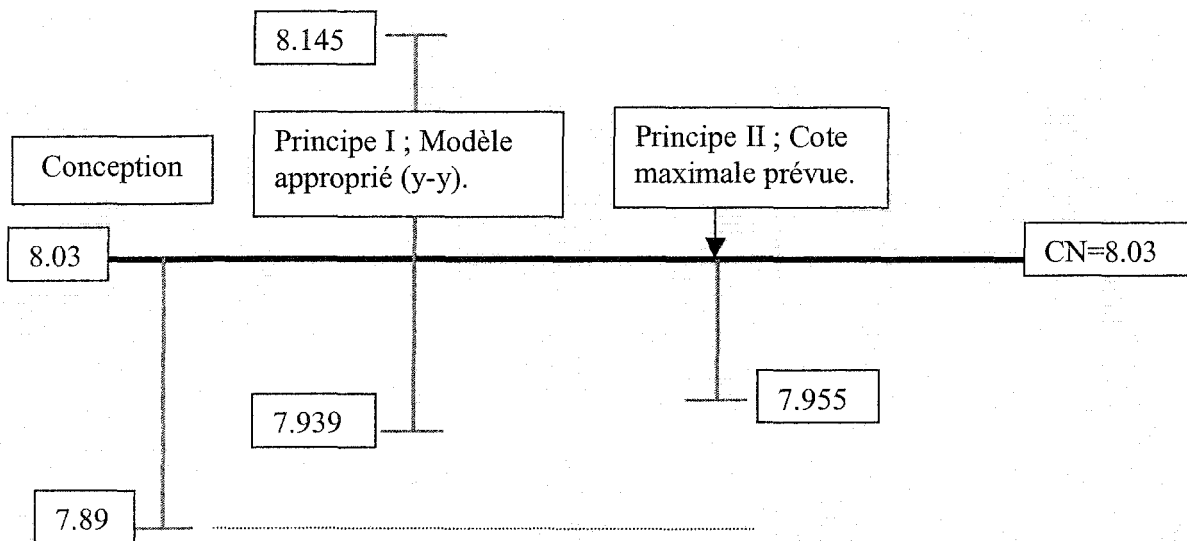


Figure 3. 5 Intervalles de tolérances et cote maximale pour la partie mâle

### 3.4 Identification de la machine de prototypage rapide

#### 3.4.1 Assemblage-type de CAO

Un assemblage-type (Fig. 3.6), formé de deux pièces cylindriques mâle et femelle (1 et 2) présentant des spécifications dimensionnelles et fonctionnelles, constitue le cas type à la base de ce travail. La cote condition exige que les parties coniques de ces pièces permettent un assemblage avec un grand jeu. En outre, la partie cylindrique de la pièce 1 doit former un assemblage en permettant l'entrée de celui-ci dans le trou de diamètre 20 mm de l'alésage.

Les pièces sont conçues en 3D avec le logiciel CATIA V5R10. Les fichiers de l'assemblage sont sauvegardés en format IGES puis convertis au format STL pour être ensuite traités par les logiciels liés à la machine de production Prodigy System de l'entreprise Stratasys.

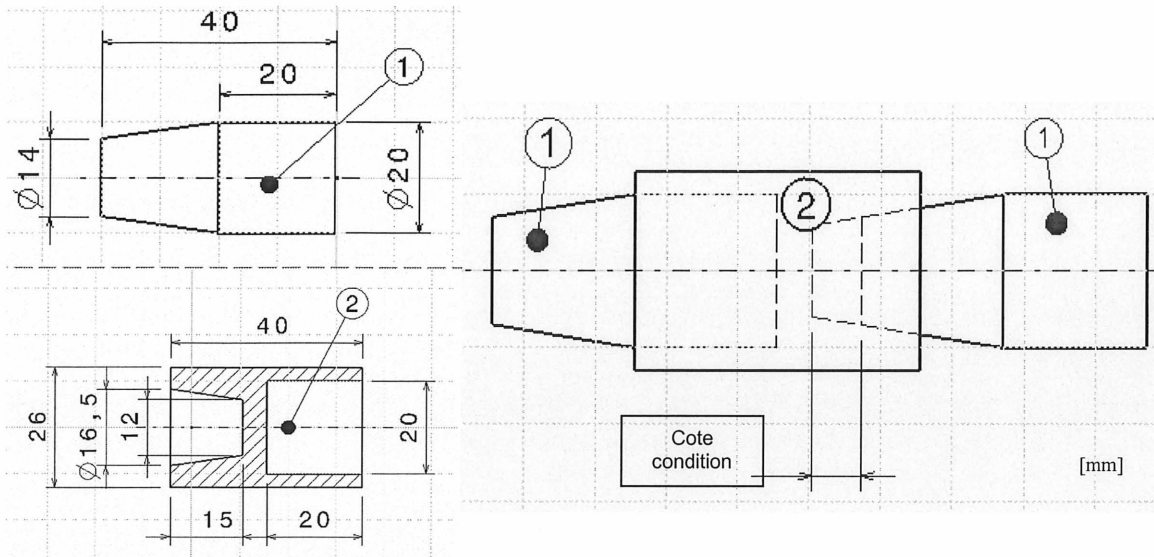


Figure 3. 6 Assemblage-type et spécifications dimensionnelles et fonctionnelles

### 3.4.2 Machine de prototypage rapide

L'assemblage-type est fabriqué par une machine de PR de type Prodigy System de l'entreprise Stratasys (Tableau 3.3 et Fig. 3.7). La production des pièces est réalisée à l'Université de Windsor.

La machine Prodigy System procède selon le principe du procédé de dépôt de fil fondu (Fused Deposition Modeling; FDM) de Stratasys (Fig. 2.6). Le processus n'est pas basé sur l'emploi du système laser. La production de pièces est obtenue par déposition de matières plastiques à l'état liquide couche par couche.

Le système est équipé d'une buse qui se déplace dans un plan x-y pour créer des sections très minces dépendamment de l'épaisseur de la couche appliquée. Le déplacement suivant l'axe vertical (z-z) se fait par l'abaissement automatique de la plate-forme de l'épaisseur d'une couche.

L'ABS est le matériau utilisé pour réaliser les pièces de ce projet. Le sigle ABS est composé des initiales des trois monomères de base utilisés pour sa préparation: l'acrylonitrile, le

butadiène et le styrène. Les résines ABS représentent l'un des mélanges les plus utiles de résine et d'élastomère et leur succès est dû aux excellentes propriétés provenant de cette alliance. C'est un matériau résistant au choc, moins sensible au retrait volumique et qui peut servir pour les tests fonctionnels.

TABLEAU 3. 3 QUELQUES SPÉCIFICATIONS DE PRODIGY SYSTEM

Dimension de la pièce	Dimensions maxi : 203 x 203 x 305 mm (8 x 8 x 12 in)
Matériaux	Les pièces sont fabriquées du plastique dur et durable d'ABS en couleur blanc (standard), bleu, jaune, noir, rouge ou vert.
Epaisseur de couche	"Fine" (.178 mm/.007 in). "Standard" (.245 mm/.010 in). "Ebauche" (.33 mm/.013 in).
Operation automatique	Le logiciel importe et découpe automatiquement les fichiers de STL en tranches, oriente la pièce, produit des structures de soutènement (au besoin), et crée le chemin de dépôt pour fabriquer les pièces.
Structures de support	Les structures de support sont automatiquement créées dans le logiciel. BASSE (Break Away Support System) tient compte de l'enlèvement facile de soutien.
Fonctionnalité	Des pièces multiples peuvent être emballées dans l'enveloppe de fabrication pour maximiser l'efficacité de production. Le logiciel fournit des possibilités de gestion de file d'attente, le temps de fabrication, le statut matériel et d'autres informations de statut de la machine.

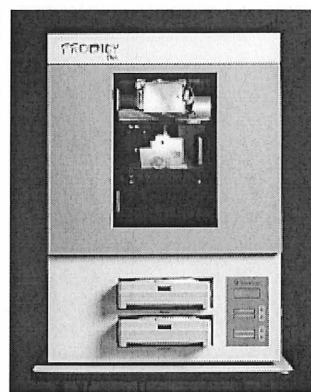


Figure 3. 7 Machine Prodigy System

### 3.4.3 Sélection de facteurs de contrôle

La précision dimensionnelle varie d'une pièce à l'autre dépendamment des paramètres du procédé que l'opérateur a mis en œuvre lors de la production. Généralement, la performance d'un produit augmente au fur et à mesure de l'élimination des erreurs et de l'optimisation des performances des valeurs du procédé appliqué.

Chaque procédé de PR est constitué d'une douzaine de variables (qualitatives ou quantitatives) qui peuvent avoir plusieurs niveaux de fonctionnement et qui peuvent être contrôlées par l'opérateur. Ces variables peuvent affecter de manière directe ou indirecte la précision dimensionnelle, l'état de surface, le temps de construction, etc.

#### a) Variables critiques du procédé « dépôt de fil fondu »

Le procédé de dépôt de fil fondu (FDM), employé dans cette étude, met en jeu plusieurs variables telles que l'épaisseur de la couche, la stratégie de remplissage, l'orientation de la pièce, la largeur du traçage, le type de matériaux, la taille de la buse, etc.

Les facteurs du système ou les variables du processus que l'on peut considérer comme étant importants sont :

- (1) Orientation de construction de la pièce
- (2) Épaisseur de la couche
- (3) Stratégie de remplissage intérieur
- (4) Position de la pièce sur la plate-forme

(1) Le changement de l'orientation de construction se fait en modifiant l'orientation du repère associé au modèle STL, obtenu à partir du modèle créé en CAO, par rapport au système de coordonnées de la machine.

(2) L'épaisseur de la couche se réfère à la distance imposée suivant la direction z, entre deux couches successives.

(3) La stratégie de remplissage intérieur réfère au plan du chemin général employé dans le remplissage de la partie intérieure de chaque couche. Elle sert à économiser la quantité ou le volume de matériel utilisé.

(4) La position ou la localisation de la pièce sur la plate-forme est le seul facteur non considéré par ZIEMAN et coll. [2001] dans leur investigation. Cependant, ces derniers pensent que ce facteur peut avoir de grands impacts sur la précision de la machine. Ceci est attribuable aux modèles de refroidissement du matériau et au courant atmosphérique dans l'enveloppe de travail.

Le facteur «largeur de la trace» est quant à lui relié directement au diamètre du fil fondu et à la taille du bout de la buse. D'après ZIEMAN et coll. [2001], ce facteur n'a pas d'influence significative sur la précision dimensionnelle. Par conséquent, ce facteur ne sera pas pris en considération dans cette étude.

### 3.4.4 Processus expérimental d'identification

Le processus expérimental d'identification consiste à définir le type et la taille d'un plan d'expérience visant à caractériser la machine tout en tenant compte du temps, des ressources et des outils disponibles à cet effet. Des techniques d'expérimentation assistées par un logiciel (*Design-Expert*) sont employées pour organiser des plans d'expérience factoriels.

#### a) Plans d'expérience factoriels

Le plan d'expérience ou le plan factoriel permet de constituer, de manière aléatoire, des combinaisons à partir des variables du procédé. Il sert à étudier l'effet de chaque facteur du procédé sur la réponse ou la cible désirée. Dans le cas de ce travail, les réponses sont la précision et la tolérance dimensionnelle suivant les directions x-x, y-y et z-z du système FDM.

Il est important que le plan factoriel appliqué soit orthogonal et équilibré pour éviter toute confusion entre les facteurs principaux ou entre les facteurs et leurs interactions au moment de la prise de décision.

Comme illustré dans le tableau 3.4 et les figures 3.8 à 3.10, la présente conception renferme quatre facteurs de processus pris chacun à trois niveaux (-1, 0, 1). Même si le nombre d'essais augmente en fonction du nombre de niveaux des facteurs, le choix des trois niveaux demeure important, puisqu'il permet une large couverture du domaine expérimental et donne la possibilité d'étudier la présence d'une courbure de la réponse (non-linéarité).

TABLEAU 3. 4 ARRANGEMENT DES VARIABLES DU PROCÉDÉ

Niveau	Facteur			
	<i>Orientation de la pièce</i>	<i>Épaisseur de la couche [mm]</i>	<i>Stratégie de remplissage</i>	<i>Localisation de la pièce</i>
<b>Haut (+1)</b>	Axe y-y	Épaisse (0.33)	Clairsemé	Est
<b>Moyen (0)</b>	Axe z-z	Standard (0.245)	Double	Centre
<b>Bas (-1)</b>	Axe x-x	Fine (0.178)	Fine	Nord

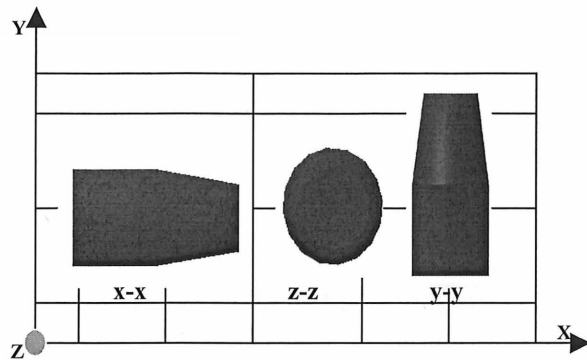


Figure 3. 8 Orientations de la pièce sur la plate-forme de la machine

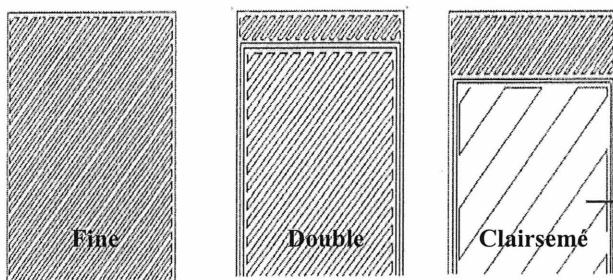


Figure 3. 9 Stratégies de remplissage

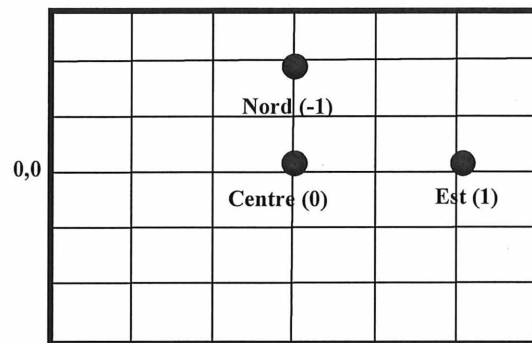


Figure 3. 10 Localisations de la pièce sur la plate-forme

Plutôt qu'un plan factoriel complet avec 81 essais, une conception factorielle fractionnaire à tiers-réplique ( $3^{4-1}$ ) avec 27 essais est considérée appropriée en vue de réduire le nombre d'essais, le coût, le temps et les ressources [SCHMIDT et coll., 1997].

La réduction du nombre d'essais de 81 à 27 provient du fait que les interactions à haut ordre entre les facteurs du procédé sont supposées non significatives. Enfin, le plan d'expérience est présenté en trois blocs de neuf essais (tableaux 3.5 et 3.6), afin de faciliter la production, le cas échéant. Dans ce premier plan d'expérience, aucune réplique n'était envisagée car un deuxième plan d'expérience (tableau 3.7) avec quatre répliques était nécessaire, d'une part pour confirmer les modèles prévisionnels obtenus du premier plan et d'autre part pour identifier les intervalles de tolérance de ces modèles. Les figures 3.11 et 3.12 montrent l'ensemble des pièces employées dans cette recherche et la machine de mesure MMC respectivement.



TABLEAU 3. 5 PLAN FACTORIEL FRACTIONNAIRE ( $3^{4-1}$ ); BLOCS 1 ET 2

Essais	Orientation de la pièce	Épaisseur de la couche	Stratégie de dépôt	Localisation de la pièce	Orientation de la pièce	Épaisseur de la couche	Stratégie de dépôt	Localisation de la pièce
1	-1	-1	-1	-1	-1	0	-1	0
2	0	0	-1	-1	0	1	-1	0
3	1	1	-1	-1	1	-1	-1	0
4	-1	0	0	-1	-1	1	0	0
5	0	1	0	-1	0	-1	0	0
6	1	-1	0	-1	1	0	0	0
7	-1	1	1	-1	1	1	1	0
8	0	-1	1	-1	-1	-1	1	0
9	1	0	1	-1	0	0	1	0

TABLEAU 3. 6 PLAN FACTORIEL FRACTIONNAIRE ( $3^{4-1}$ ); BLOC 3

Essais	Orientation de la pièce	Épaisseur de la couche	Stratégie de dépôt	Localisation de la pièce
1	0	-1	-1	1
2	-1	1	-1	1
3	1	0	-1	1
4	-1	-1	0	1
5	0	0	0	1
6	1	1	0	1
7	-1	0	1	1
8	0	1	1	1
9	1	-1	1	1

TABLEAU 3. 7 PLAN D'EXPÉRIENCE COMPLÉMENTAIRE À QUATRE RÉPLIQUES

Essais	Facteur de contrôle			Localisation de la pièce
	Orientation	Épaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	
1	-1	-1	-1	1
2	-1	-1	-1	0
3	1	-1	0	1
4	1	0	-1	0
5	0	-1	-1	-1
6	0	-1	-1	0

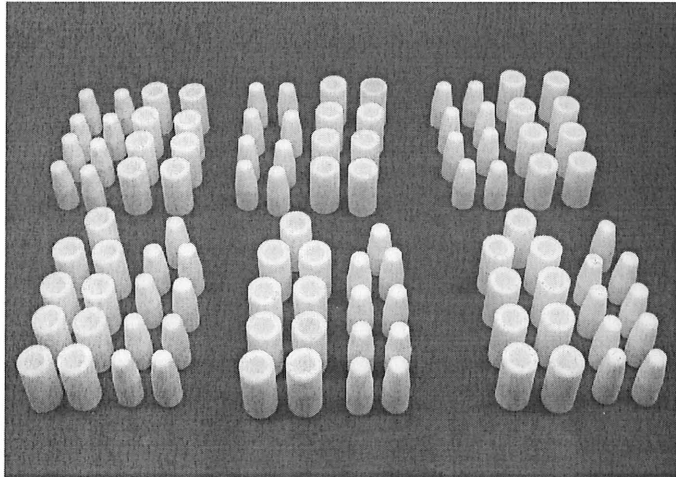


Figure 3. 11 Pièces issues des expériences



Figure 3. 12 Prise de mesures par MMC

## CHAPITRE 4 : VALIDATION EXPÉRIMENTALE

Dans ce travail, des techniques statistiques et mathématiques sont utilisées par le logiciel Design-Expert pour traiter les mesures prises sur les pièces issues des essais expérimentaux.

Les techniques de modèles de régression et d'analyse de la variance sont les deux techniques employées. La première consiste à développer des modèles analytiques ou polynômes qui relient les dimensions linéaires (longueur, largeur, diamètre, etc.) avec les quatre variables critiques du procédé.

La deuxième méthode sert à identifier les facteurs ayant le plus grand effet sur la dimension linéaire et à négliger les variables moins significatives. Cette approche permet de sélectionner la configuration optimale en incluant le niveau optimal pour chaque facteur.

### 4.1 Méthodologie d'analyse

Après la production des assemblages suivant le plan factoriel fractionnaire et la collecte des mesures correspondant aux sept différentes dimensions de l'assemblage (Figure 4.1), une quantité importante d'analyses est effectuée sur la précision du procédé de fabrication selon les trois orientations x, y et z.

En effet, les pièces fabriquées sont divisées en trois groupes selon l'orientation de la pièce. Le premier groupe correspond à l'orientation suivant l'axe x-x, le deuxième et le troisième groupe correspondent à celles suivant les axes y-y et z-z respectivement. L'ensemble de ces mesures sont présentées en annexe A.

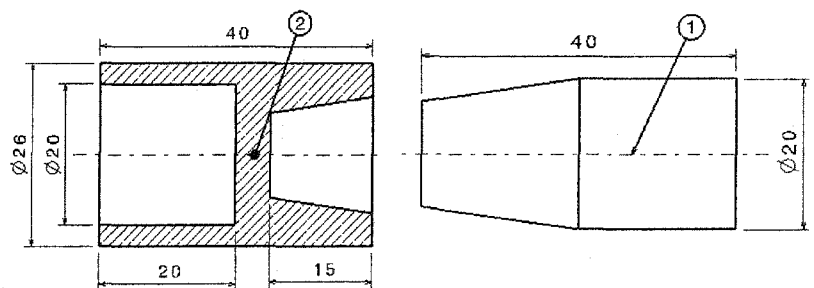


Figure 4.1 Les dimensions mesurées et analysées

#### 4.1.1 Approche global adopté

Les algorithmes (fig. 4.2 et 4.3) illustrent, de manière globale, la méthodologie générale suivie pour obtenir le modèle général, la configuration optimale ainsi que la plage de précision pour chaque direction de production x, y et z. Le premier algorithme (fig. 4.2)

représente la démarche générale tandis que le deuxième (fig.4.3) l'explique de manière plus détaillée.

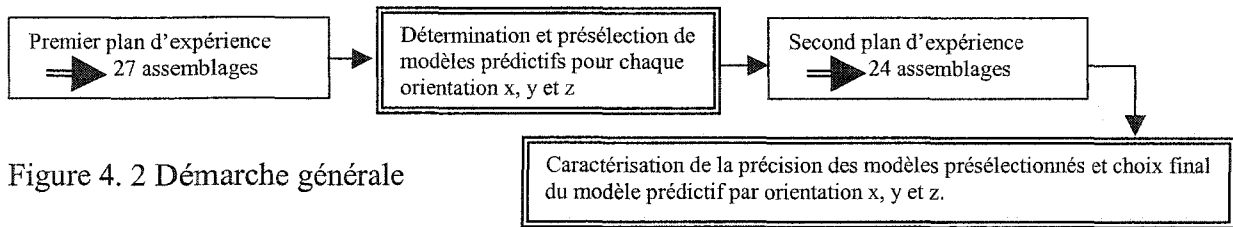
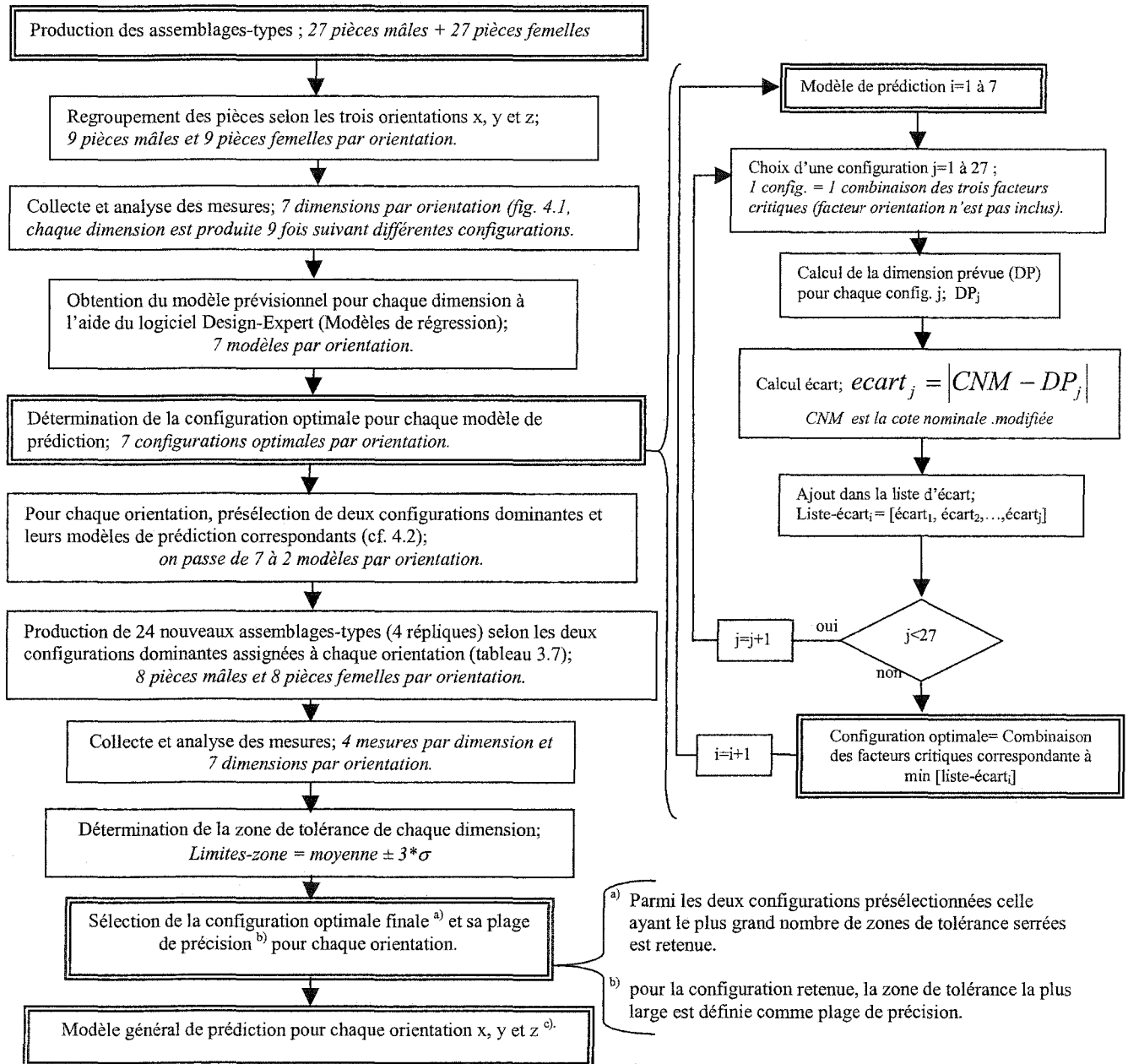


Figure 4. 2 Démarche générale



<sup>a)</sup> Parmi les deux configurations présélectionnées celle ayant le plus grand nombre de zones de tolérance serrées est retenue.

<sup>b)</sup> pour la configuration retenue, la zone de tolérance la plus large est définie comme plage de précision.

<sup>c)</sup> Le modèle général de prédiction est obtenu en divisant les coefficients de l'équation par la cote nominale dont le modèle est issu.

Figure 4. 3 Méthodologie détaillée d'analyse

Le premier algorithme (fig. 4.2) représente la démarche générale tandis que le deuxième (fig.4.3) l'explique de manière plus détaillée.

À chaque dimension mesurée sur l'arbre ou sur l'alésage sont assignés un modèle prévisionnel et une configuration optimale. Cette dernière est obtenue en remplaçant chaque fois les facteurs dans le modèle de prédiction par les valeurs codiques (-1, 0, 1) jusqu'à l'obtention d'une valeur la plus proche possible de la valeur de la dimension en question.

Le facteur orientation de la pièce n'est pas inclus dans le modèle mathématique mais il est parmi les facteurs significatifs fournis par la configuration optimale puisque ses trois niveaux représentent les trois orientations de production du procédé, tel qu'illustré dans la figure 3.7. Les modèles ainsi que les configurations optimales sont présentées en annexe B.

Après avoir obtenu tous les modèles ainsi que les configurations optimales correspondantes, l'étape suivante est de comparer les modèles au sein de chaque groupe. Cette approche permet de sélectionner pour chacune des trois orientations, une seule configuration optimale.

Or, pour une bonne prévision de la précision du procédé, il est utile de sélectionner deux configurations pour chaque orientation. En effet, la première configuration représente les niveaux dominants pour chaque facteur, tandis que la deuxième représente le cas alternatif.

Un autre plan d'expérience a été réalisé dans le but d'identifier les intervalles de tolérance à partir desquels la sélection de la configuration finale et donc du modèle de prédiction pour chaque orientation est réalisée. Enfin, ces modèles prévisionnels sont transformés pour être employés de manière générale.

Les calculs des zones de tolérance, la sélection des modèles prévisionnels ainsi que les configurations finales sont montrés en annexe C.

La section suivante illustre les démarches entamées pour sélectionner les deux plus importantes configurations pour chaque orientation de la pièce.

## 4.2 Présélection de configurations optimales

Au total, on obtient sept configurations optimales et modèles de prédiction assignés à chaque orientation de la pièce sur la plate-forme suivant les axes x, y et z. Dans le but de sélectionner la configuration optimale générale pour chaque orientation, on a réalisé une présélection en choisissant deux configurations pour chaque orientation et ce, pour une meilleure prévision de la précision du procédé. Le choix de ces deux configurations est basé sur la fréquence de chaque niveau de chaque facteur critique du procédé; les niveaux dominants sont alors choisis (Tableau 4.1).

La présélection des deux configurations optimales est faite de telle manière que leurs modèles soient parmi les modèles de prédiction déjà obtenus (annexe B).

TABLEAU 4. 1 FRÉQUENCE DES NIVEAUX DES FACTEURS CRITIQUES

Orientation	Fréquence des niveaux								
	Épaisseur de la couche			Stratégie de remplissage			Localisation de la pièce		
<b>x-x</b>	5x(-1)	0x(0)	2x(1)	4x(-1)	2x(0)	1x(1)	1x(-1)	2x(0)	4x(1)
<b>y-y</b>	4x(-1)	3x(0)	0x(1)	3x(-1)	2x(0)	2x(1)	0x(-1)	2x(0)	5x(1)
<b>z-z</b>	6x(-1)	0x(0)	1x(1)	4x(-1)	1x(0)	2x(1)	4x(-1)	1x(0)	2x(1)

Les valeurs codiques -1, 0 et 1 représentent les niveaux des facteurs constituant les modèles de prédiction. Les configurations sont exprimées comme suit :

*(orientation de la pièce, épaisseur de la couche, stratégie de remplissage, localisation de la pièce).*

- Configurations présélectionnées et modèles prévisionnels pour l'orientation x-x :

**(-1, -1, -1, 1) et (-1, -1, -1, 0)**

Les niveaux dominants sont choisis. Pour favoriser davantage le choix du modèle approprié, on a remplacé le niveau (1) de la localisation de la pièce par le niveau (0). La première configuration correspond à celle du modèle de prédiction de la dimension H=20 mm de l'alésage, la deuxième est celle du modèle de la dimension d=20 mm de l'arbre (annexe B)

- Configurations présélectionnées et modèles prévisionnels pour l'orientation y-y :

**(1, -1, 0, 1) et (1, 0, -1, 0)**

La variation des paramètres est venue du fait que la fréquence des niveaux des facteurs se rapproche; par exemple, si on considère le facteur «épaisseur de la couche», il a quatre niveaux de (-1) et trois niveaux de (0) (tableau 4.1) alors aucun niveau n'est dominant. Les modèles prévisionnels sont ceux de la dimension L=40 mm de l'arbre et H=20 mm du trou de l'alésage respectivement (annexe B).

- Configurations présélectionnées et modèles prévisionnels pour l'orientation z-z :

**(0, -1, -1, -1) et (0, -1, -1, 0)**

De même, les niveaux dominants sont choisis. Pour favoriser davantage le choix du modèle approprié, on a remplacé le niveau (-1) de la localisation de la pièce par le niveau (0).

Les modèles prévisionnels sont ceux de la dimension d=20 mm de l'arbre et H=20 mm du trou de l'alésage respectivement (annexe B).

À la suite de cette présélection, un deuxième plan d'expérience à quatre répliques (cf. section 3.4.4, tableau 3.7) est établi pour être ensuite exécuté. Ce plan d'expérience a permis d'identifier le modèle prévisionnel et la configuration optimale finales assignés à chacune des trois orientations et aussi d'estimer la zone de tolérance qui y correspond.

La zone de tolérance associée à chaque dimension est obtenue en supposant la distribution normale des mesures de chaque dimension. La formule employée afin de calculer la zone de tolérance d'un échantillon de mesures s'énonce comme suit :

$$\text{Limites-zone} = \text{Moyenne} \pm 3 * \text{Ecart-type} \quad (4.1)$$

Les trois sections suivantes illustreront les approches utilisées pour choisir le modèle prévisionnel, la configuration optimale, l'intervalle de tolérance ainsi que la forme générale du modèle de prédiction relatifs à chaque orientation de production x, y et z.

### **4.3 Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe x-x**

Dans un premier temps, deux modèles prévisionnels (Équations polynomiales) ont été sélectionnés (cf. section 4.2). Le premier est celui qui correspond à la profondeur H=20 mm

du trou de la pièce femelle. Le deuxième est celui qui correspond au diamètre  $d=20$  mm de la pièce mâle

#### 4.3.1 Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance

Dans ce cas, le niveau du facteur «Orientation de la pièce» est fixé à (-1). Afin de simplifier la présentation des équations, les facteurs critiques sont abrégés comme suit : l'épaisseur de la couche (Épa.), l'orientation de la pièce (Ori.), la stratégie de remplissage (Str.), la localisation de la pièce (Loc.).

- Le modèle prévisionnel 1 est comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Val. prévue de la prof. } H_{20al} = & 20,128 - 0,0528 * \text{Épa.} + 0,0063 * \text{Str.} - 0,0527 * \text{Loc.} \\ & - 0,054 * \text{Épa.} * \text{Str.} - 0,009 * \text{Str.}^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

- La configuration optimale 1 retenue est [-1, -1, -1, 1].

- Le modèle prévisionnel 2 est le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Val. prévue du diam. } D_{20ar} = & 20,2607 + 0,2463 * \text{Épa.} + 0,0693 * \text{Str.} + 0,1553 * \text{Loc.} \\ & + 0,078 * \text{Épa.} * \text{Str.} - 0,0613 * \text{Str.}^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

- La configuration optimale 2 retenue est [-1, -1, -1, 0].

Pour en tirer un modèle encore plus approprié, un deuxième plan d'expérience (cf. section 3.4.4, tableau 3.7) a été employé pour obtenir des pièces qui respectent les configurations optimales 1 et 2 fixées précédemment.

L'expérimentation a été faite en quatre répliques; chacune des pièces est produite quatre fois sous une même configuration. Après la collecte des mesures de différentes dimensions, des méthodes statistiques ont été utilisées pour identifier l'intervalle de tolérance de chacune des cotes nominales (cf. section 4.2, équation 4.1). Les mesures, les intervalles de tolérances, ainsi que la démarche suivie sont présentées en annexe C.



La configuration optimale finale a été choisie en comparant la zone de tolérance de chaque dimension issue de l'application de la configuration optimale 1 avec celle de la même dimension issue de la configuration optimale 2; la configuration ayant un intervalle de tolérance plus serré est présélectionnée (Tableau 4.2). Les intervalles de tolérances sont obtenus en soustrayant la cote nominale des valeurs extrêmes issues des calculs statistique (annexe C). Enfin, la configuration optimale qui apparaît le plus souvent sur la colonne de présélection du tableau 4.2 est retenue. Par conséquent, la configuration optimale (-1,-1,-1,1) et le modèle de prédiction 1 correspondant sont retenus.

TABLEAU 4.2 SÉLECTION DE LA CONFIGURATION OPTIMALE FINALE (X-X)

	Cote nominale [mm]	Configuration (-1,-1,-1,1)	Configuration (-1,-1,-1,0)	Présélection	Configuration Optimale finale
		Intervalle et largeur de tolérance			
Arbre	L=40	[0,016 ; 0,064] ou [0.048]	[0,015 ; 0,125] ou [0.11]	(-1,-1,-1,1)	(-1,-1,-1,1)
	D=20	[-0.123 ; 0,066] ou [0.189]	[-0.05 ; 0,106] ou [0.156]	(-1,-1,-1,0)	
Alésage	L=40	[0,025 ; 0,100] ou [0.075]	[0,097 ; 0,133] ou [0.036]	(-1,-1,-1,0)	
	H=20	[-0.027 ; 0,117]* ou [0.144]	[-0.137 ; 0,013] ou [0.15]	(-1,-1,-1,1)	
	H=15	[-0.055 ; 0,075] ou [0.13]	[-0.038 ; 0,118] ou [0.156]	(-1,-1,-1,1)	
	D=20	[-0.07 ; 0,052] ou [0.122]	[-0.064 ; 0,054] ou [0.118]	(-1,-1,-1,0)	
	D=26	[-0.102 ; 0,031] ou [0.133]	[-0.225 ; 0,140] ou [0.365]	(-1,-1,-1,1)	

\* La zone de tolérance du modèle de prédiction pour l'orientation x-x .

Pour la sélection de l'intervalle de tolérance (IT), on a proposé de choisir l'IT ayant la plus large valeur parmi les dimensions analysées (Tableau 4.2). Selon la configuration optimale finale (-1,-1,-1,1), l'IT approprié est celui de la cote nominale H=20mm.

L'intervalle de tolérance suivant l'orientation x-x est donc [-0.027 ; +0.117].

#### 4.3.2 Modèle de prédiction général

Pour généraliser l'utilisation du modèle prévisionnel et afin d'aider le concepteur à prévoir les dimensions linéaires ainsi que les plages de tolérance associé au prototypage rapide suivant l'orientation x-x, on a proposé de diviser tous les coefficients de l'équation 4.2 par la cote nominale H=20 mm, ce qui normalise l'expression.

Enfin, le modèle prévisionnel général, la configuration optimale ainsi que l'intervalle de tolérance suivant l'orientation x-x s'expriment alors comme suit :

- $Cote\ prévue\ suivant\ x-x = Cote\ nominale*(1.0064 - 0,0026*Épa. + 0,0003*Str. - 0,0026*Loc. - 0,0027*Épa.* Str. - 0,0005*Str.^2)$  (4. 4)
- Intervalle de tolérance :  $[-0.027 ; +0.117]$
- Configuration optimale :  $[-1, -1, -1, 1]$ .

Dans ce modèle, le facteur «épaisseur de la couche» et la localisation de la pièce sur la plate-forme ont des effets plus significatifs sur la précision de la dimension suivant l'axe x-x, suivi du facteur «stratégie de remplissage». L'interaction rend les facteurs «épaisseur de la couche» et «stratégie de remplissage» dépendant ; les effets de l'un dépendent du niveau appliqué à l'autre. Le dernier terme du modèle prévisionnel est moins significatif mais il présente un élément réducteur vu son coefficient négatif.

#### 4.3.3 Vérification de l'adéquation du modèle analytique

D'après les instructions du programme (*Design-Expert*) employé pour analyser les données, les termes dont la valeur  $Prob>F$  est inférieure à 0.05 sont significatifs. Le tableau d'analyse de la variance (tableau 4.3) indique que le modèle retenu est significatif et que seulement les effets du facteur A et du terme  $B^2$  sont moins importants.

Les coefficients de détermination  $R^2 = 0.98$  et  $R^2_{adj} = 0.94$  se rapprochent et leurs valeurs sont très proches de 1. Ceci montre que le modèle est bon et que la variabilité des mesures provient des facteurs critiques introduits dans le modèle (cf. section 2.4.3).

TABLEAU 4. 3 TABLEAU DE L'ANALYSE DE LA VARIANCE

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Somme des carrés moyens	F Valeur	Prob > F	
Modèle	0,0284	5	0,006	26,77	0.0108	significatif
Épaisseur de la couche A	0,0167	1	0,017	78,94	0.0030	
Stratégie de remplissage B	0,0002	1	0,000	1,13	0.3650	
Localisation de pièce C	0,0104	1	0,010	49,03	0.0060	
$B^2$	0,0002	1	0,000	0,76	0.4465	
AxB	0,0073	1	0,007	34,36	0.0099	
Résidus	0,0006	3	0,000			
Total	0,0290	8				
$R^2$	0,98					
$R^2_{adj}$	0,94					

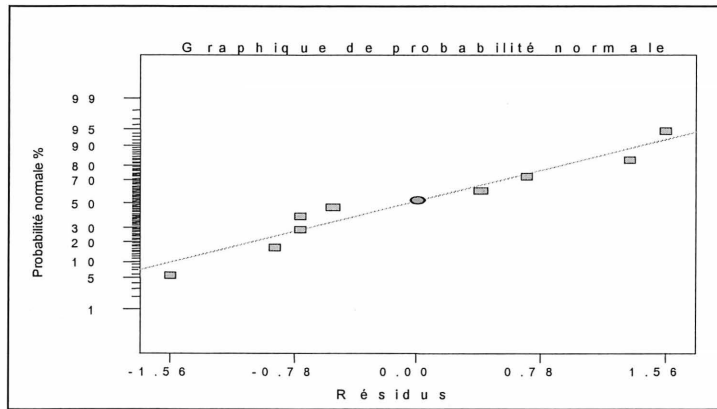


Figure 4. 4 Probabilité normale des résidus

Le graphique de la probabilité normale indique que les résidus suivent une distribution normale et que les erreurs sont loin d'être issues de causes identifiables.

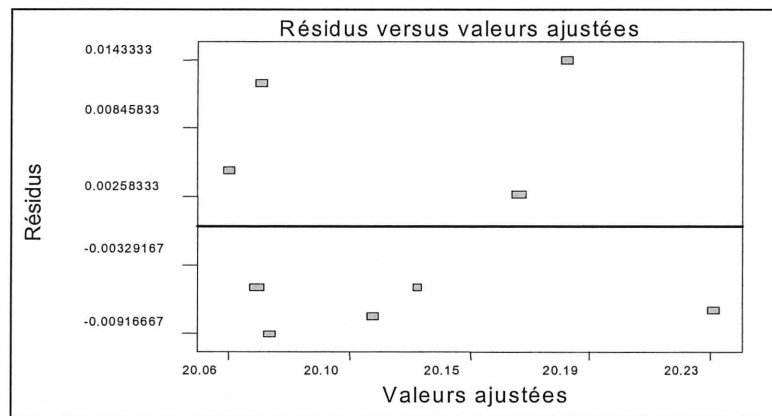


Figure 4. 5 Résidus versus valeurs ajustées

Le graphique des résidus versus valeurs ajustées ne forme pas une structure particulière; aucune corrélation entre résidus et valeurs ajustées n'est attendue.

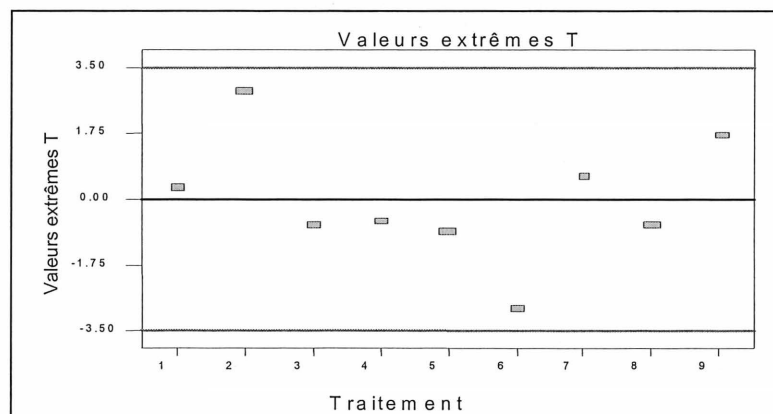


Figure 4. 6 Valeurs extrêmes (*Outliers*)

Le graphique des points extrêmes ne présente aucun *outlier*; aucune investigation n'est donc nécessaire. Le modèle prévisionnel retenu pour l'obtention des pièces suivant l'axe x-x est donc adéquat.

#### 4.4 Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe y-y

Dans ce cas, le niveau du facteur «Orientation de la pièce» est fixé à (+1). En appliquant les mêmes démarches de résolutions suivies dans le cas de l'orientation suivant l'axe x-x, on a abouti aux résultats suivants:

##### 4.4.1 Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance

Conformément à la section 4.2, deux modèles ont été sélectionnés. Le premier est celui qui correspond à la longueur L=40 mm de la pièce mâle. Le deuxième est celui qui correspond à la profondeur H=20 mm du trou de la pièce femelle.

□ Le modèle prévisionnel 1 s'énonce comme suit :

$$\text{Val. prévue de la Long. } L_{40ar} = 39.986 + 0,013*\text{Épa.} + 0,0125*\text{Str.} - 0,0145*\text{Loc.} + 0,06*\text{Epar.}*\text{Str.} + 0,041*\text{Epar.}^2 \quad (4.5)$$

▪ La configuration optimale 1 retenue est [1, -1, 0, 1].

□ Le modèle prévisionnel 2 est le suivant :

$$\text{Val. prévue de la prof. } H_{20al} = 19.995 - 0,061*\text{Épa.} - 0,0002*\text{Str.} - 0,0273*\text{Loc.} - 0,033*\text{Epar.}*\text{Loc.} + 0,0553*\text{Epar.}^2 \quad (4.6)$$

▪ La configuration optimale 2 retenue est [1, 0, -1, 0].

Suite à la procédure de comparaison illustrée au tableau 4.4, la configuration **(1,-1,0,1)** s'avère dominante par rapport à la configuration (1,0,-1,0). Par conséquent, le modèle de prédiction assigné à la longueur L=40 mm de la pièce mâle est retenu. Les intervalles de tolérances sont obtenus en soustrayant la cote nominale des valeurs extrêmes issues des calculs statistiques (annexe C).

La dimension qui a un intervalle de tolérance plus large est celle de la cote nominale H=20mm (Tableau 4.4).

L'intervalle de tolérance suivant l'orientation y-y est par conséquent **[-0.014 ; +0.064]**.

TABLEAU 4. 4 SÉLECTION DE LA CONFIGURATION OPTIMALE FINALE (Y-Y)

	Cote nominale	Configuration (1,-1,0,1)	Configuration (1,0,-1,0)	Présélection	Configuration optimale
	[mm]	Intervalle et largeur de tolérance			
Arbre	L=40	[-0.001 ; 0,056] ou [0.057]	[-0.118 ; 0,058] ou [0.176]	(1,-1,0,1)	(1,-1,0,1)
	D=20	[-0.03 ; 0,045] ou [0.075]	[-0.012 ; 0,046] ou [0.058]	(1,0,-1,0)	
Alésage	L=40	[-0.005 ; 0,044] ou [0.049]	[-0.011 ; 0,046] ou [0.057]	(1,-1,0,1)	
	H=20	[-0,014 ; 0,064]* ou [0.078]	[-0.024 ; 0,078] ou [0.102]	(1,-1,0,1)	
	H=15	[-0.01 ; 0,065] ou [0.075]	[-0.003 ; 0,032] ou [0.035]	(1,0,-1,0)	
	D=20	[-0.024 ; 0,049] ou [0.073]	[-0.084 ; 0,017] ou [0.101]	(1,0,-1,1)	
	D=26	[-0.032 ; 0,042] ou [0.074]	[-0.03 ; 0,083] ou [0.113]	(1,-1,0,1)	

\* La zone de tolérance du modèle de prédiction pour l'orientation y-y.

#### 4.4.2 Modèle de prédiction général

Le modèle prévisionnel général suivant l'axe y-y est obtenu en divisant tous les coefficients de l'équation 4.5 par la cote nominale L=40 mm. Le modèle de prédiction, l'intervalle de tolérance ainsi que la configuration optimale selon l'orientation y-y sont comme suit :

- $Cote\ prévue\ suivant\ y-y = Cote\ nominale * (0.9996 + 0,00033 * \mathit{Épa.} + 0,00031 * \mathit{Str.} - 0,00036 * \mathit{Loc.} + 0,0015 * \mathit{Epar.} * \mathit{Str.} + 0,001 * \mathit{Epar.}^2)$  (4. 7)

- Intervalle de tolérance est :  $[-0.014 ; +0.064]$

- La configuration optimale est :  $[1, -1, 0, 1]$ .

On remarque ici que les effets du facteur «épaisseur de la couche» sur la précision dimensionnelle sont remarquables vu la valeur du coefficient positif dans le dernier terme de l'équation. Le facteur «localisation de la pièce» sur la plate-forme a aussi des effets significatifs sur la précision de la dimension suivant l'axe y-y, suivi du facteur «stratégie de remplissage». L'interaction rend les facteurs «épaisseur de la couche» et «stratégie de remplissage» dépendant ; les effets de l'un dépendent du niveau appliqué à l'autre.

#### 4.4.3 Vérification de l'adéquation du modèle analytique

Le tableau 4.5 d'analyse de la variance montre que le modèle retenu est significatif et que tous les termes du modèle ont des effets importants vu que leurs valeurs  $Prob > F$  sont inférieures à 0.05.

TABLEAU 4.5 TABLEAU DE L'ANALYSE DE LA VARIANCE

Source De variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Somme des carrés moyens	F Valeur	Prob > F	
Modèle	0,0210	5	0,004	89,914	0.0018	significatif
Épaisseur de couche A	0,0010	1	0,001	21,677	0.0187	
Stratégie de remplissage B	0,0009	1	0,001	20,042	0.0208	
Localisation de la pièce C	0,0013	1	0,001	26,968	0.0139	
A <sup>2</sup>	0,0034	1	0,003	73,045	0.0034	
AxB	0,0144	1	0,014	307,838	0.0004	
Résidus	0,0001	3	0,000			
<b>Total</b>	<b>0,0212</b>	<b>8</b>				
<b>R<sup>2</sup></b>	<b>0,99</b>					
<b>R<sup>2</sup><sub>adj</sub></b>	<b>0,98</b>					

Les coefficients de détermination  $R^2 = 0.99$  et  $R^2_{adj} = 0.98$  se rapprochent et ont des valeurs très proche de 1. Ceci montre que le modèle est significatif et que les facteurs critiques qui forment le modèle ont de grands effets sur la variabilité des mesures.

Le graphique de la probabilité normale indique que les résidus suivent une distribution normale et que les erreurs sont loin d'être issues de causes identifiables.

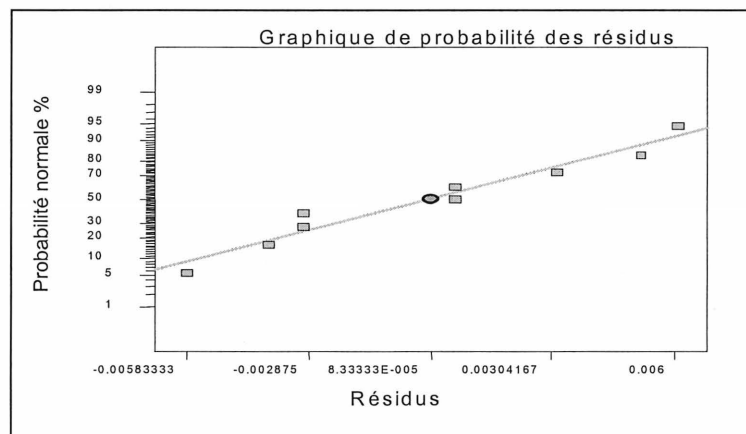


Figure 4. 7 Probabilité normale des résidus

Le graphique des résidus versus valeurs ajustées ne forme pas une structure particulière, ce qui signifie que la variance demeure constante pour toutes les combinaisons.

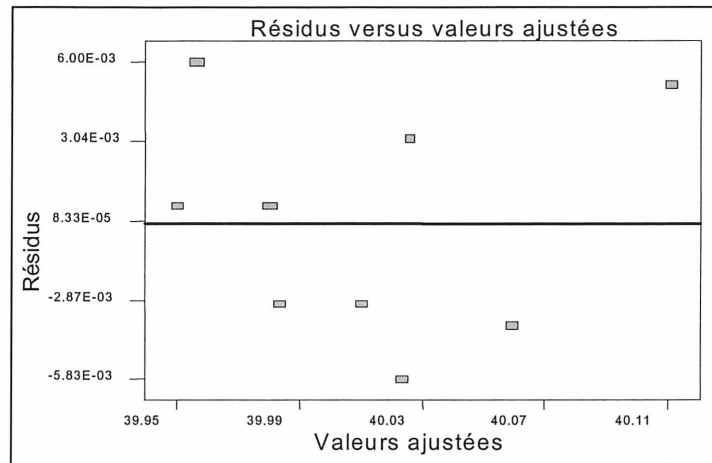


Figure 4. 8 Résidus versus valeurs ajustées

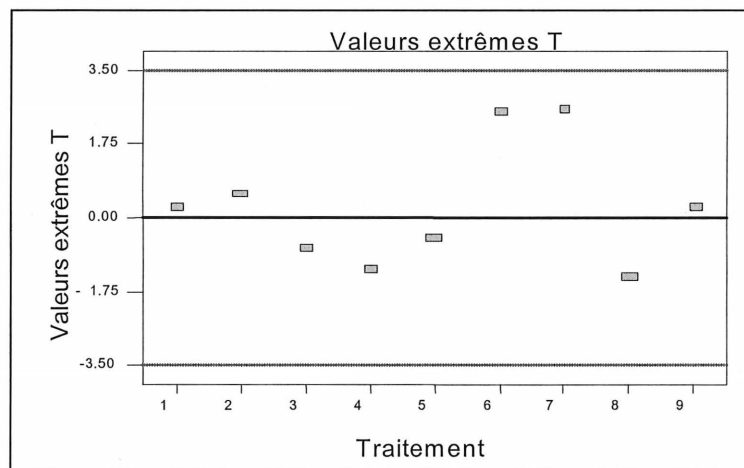


Figure 4. 9 Valeurs extrêmes (Outliers)

Le graphique des points extrêmes ne présente aucun *outlier*; aucune investigation supplémentaire n'est donc nécessaire. Par conséquent, le modèle analytique suivant l'axe y-y retenu est adéquat.

#### 4.5 Modèle prévisionnel et configuration optimale suivant l'axe z-z

Le niveau du facteur «Orientation de la pièce» est fixé à (0). De la même manière que dans les deux cas précédents, on a abouti aux résultats qui suivent:

#### 4.5.1 Identification de la configuration optimale et de la zone de tolérance

Toujours selon la section 4.2, deux modèles ont été sélectionnés. Le premier est celui qui correspond au diamètre  $d=20$  mm de la pièce mâle. Le deuxième est celui qui correspond à la profondeur  $H=20$  mm du trou de la pièce femelle.

- Le modèle prévisionnel 1 est :

$$\text{Val. prévue du diam. } d_{20ar.} = 19.915 - 0.015 * \mathbf{\acute{E}pa.} + 0,0247 * \mathbf{Str.} - 0,0651 * \mathbf{Loc.} \quad (4.8)$$

$$+ 0,0548 * \mathbf{\acute{E}pa.} * \mathbf{Str.} + 0,036 * \mathbf{Str.^2}$$

- La configuration optimale 1 retenue est [0, -1, -1, 0].

- Le modèle prévisionnel 2 est :

$$\text{Val. Prévvue de la prof. } H_{20al.} = 19.111 - 0,157 * \mathbf{Epar.} + 0,3644 * \mathbf{Str.} - 0,411 * \mathbf{Loc.} \quad (4.9)$$

$$+ 0,458 * \mathbf{Epar.} * \mathbf{Str.} - 0,295 * \mathbf{Epar.} * \mathbf{Loc.} + 0.5458 * \mathbf{Str.^2}$$

- La configuration optimale 2 retenue est [0, -1, -1, -1].

Suite à la procédure de comparaison illustrée au tableau 4.6, la configuration **(0,-1,-1,-1)** paraît appropriée par rapport à la configuration (0,-1,-1,0). Par conséquent, le modèle de prédiction assigné à la profondeur  $H=20$  mm de la pièce femelle est retenu.

TABLEAU 4. 6 SÉLECTION DE LA CONFIGURATION OPTIMALE FINALE (Z-Z)

	Cote nominale [mm]	Configuration <b>(0,-1,-1,-1)</b>	Configuration <b>(0,-1,-1,0)</b>	Présélection	Configuration optimale
		Intervalle et largeur de tolérance			
Arbre	L=40	[0,154 ; 0,232] ou [0.078]	[0,115 ; 0,245] ou [0.13]	(0,-1,-1,-1)	<b>(0,-1,-1,-1)</b>
	D=20	[-0.059 ; 0,054] ou [0.113]	[-0.063 ; 0,039] ou [0.102]	(0,-1,-1,0)	
Alésage	L=40	[0,201 ; 0,255] ou [0.054]	[0,176 ; 0,254] ou [0.078]	(0,-1,-1,-1)	
	H=20	[0,021 ; 0,124] ou [0.103]	[-0.1 ; 0,17] ou [0.27]	(0,-1,-1,-1)	
	H=15	[-0.028 ; 0,104]* ou [0.132]	[0,066 ; 0,144] ou [0.078]	(0,-1,-1,0)	
	D=20	[-0.06 ; 0,055] ou [0.115]	[-0.046 ; 0,064] ou [0.11]	(0,-1,-1,0)	
	D=26	[-0.072 ; 0,04] ou [0.112]	[-0.129 ; 0.119] ou [0.248]	(0,-1,-1,-1)	

\* La zone de tolérance du modèle de prédiction pour l'orientation z-z.



L'intervalle de tolérance (IT) est celui de la cote nominale H=15mm qui représente la zone de tolérance la plus large (Tableau 4.6). L'IT est obtenu en soustrayant la cote nominale des valeurs extrêmes.

L'intervalle de tolérance suivant l'orientation z-z est alors comme suit :  $[-0.028 ; +0.104]$ .

#### 4.5.2 Modèle de prédiction général

Le modèle prévisionnel général suivant l'axe z-z est obtenu en divisant tous les coefficients de l'équation 4.9 par la cote nominale H=20 mm.

Le modèle de prédiction, l'intervalle de tolérance ainsi que la configuration optimale selon l'orientation z-z s'énoncent comme suit :

- $Cote\ prévue\ suivant\ z-z = Cote\ nominale * (0.9555 - 0,0078 * \mathit{Épa.} + 0,0182 * \mathit{Str.} - 0,0205 * \mathit{Loc.} + 0,0229 * \mathit{Epar.} * \mathit{Str.} + 0.0147 * \mathit{Epar.} * \mathit{Loc.} + 0.0273 * \mathit{Str.}^2)$  (4. 10)
- Intervalle de tolérance :  $[-0.028 ; +0.104]$
- Configuration optimale :  $[0, -1, -1, -1]$ .

Dans la production suivant l'axe z-z, le facteur « épaisseur de la couche » est moins significatif, tandis que le facteur « localisation de la pièce » a des effets importants, suivi de la stratégie de remplissage. Les interactions sont significatives et montrent une dépendance forte entre les quatre facteurs. Les effets du facteur « stratégie de remplissage » sur la précision dimensionnelle sont remarquables vu le coefficient positif du dernier terme de l'équation.

En général, la production suivant l'axe z-z est moins précise; les mesures qui en sont issues représentent souvent des écarts importants par rapport à la valeur de la cote nominale.

#### 4.5.3 Vérification de l'adéquation du modèle analytique

Le tableau 4.7 d'analyse de la variance indique que le modèle retenu est significatif et que tous ses éléments sont aussi significatifs.

Les coefficients de détermination  $R^2 = 0.99$  et  $R^2_{adj} = 0.97$  ont des valeurs rapprochées et voisines de 1. Cela démontre que le modèle est bon et que la variabilité des mesures provient des facteurs critiques introduits dans le modèle.

TABLEAU 4. 7 TABLEAU DE L'ANALYSE DE LA VARIANCE

Source De la variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Somme des carrés moyens	F Valeur	Prob > F	significatif
Modèle	1,9136	6	0,319	44,147	0.0223	
Épaisseur de la couche A	0,1479	1	0,148	20,472	0.0455	
Stratégie de remplissage B	0,4105	1	0,410	56,822	0.0171	
Localisation de la pièce C	0,5787	1	0,579	80,103	0.0123	
B^2	0,4539	1	0,454	62,823	0.0155	
AxB	0,4195	1	0,420	58,072	0.0168	
AxC	0,1388	1	0,139	19,208	0.0483	
Résidus	0,0144	2	0,007			
Total	1,9281	8				
$R^2$	0,99					
$R^2_{adj}$	0,97					

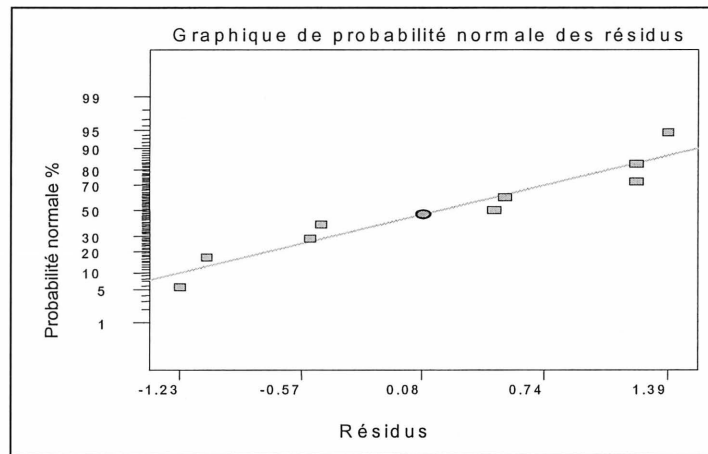


Figure 4.10 Probabilité normale des résidus

Le graphique de la probabilité normale indique que les résidus suivent une distribution normale et que les erreurs sont loin d'être issues de causes identifiables.

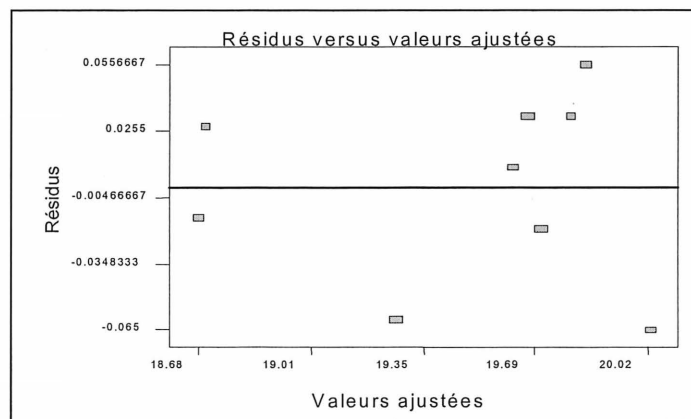


Figure 4. 11 Résidus versus valeurs ajustées

Le graphique des résidus versus les valeurs ajustées ne forme pas une structure particulière. Le graphique des valeurs extrêmes (fig. 4.12) représente un point singulier. Cependant, aucune investigation n'est nécessaire car ce point a une valeur désirable qui se rapproche de la valeur nominale recherchée. Par conséquent, le modèle analytique retenu pour la production suivant l'axe z-z est adéquat.

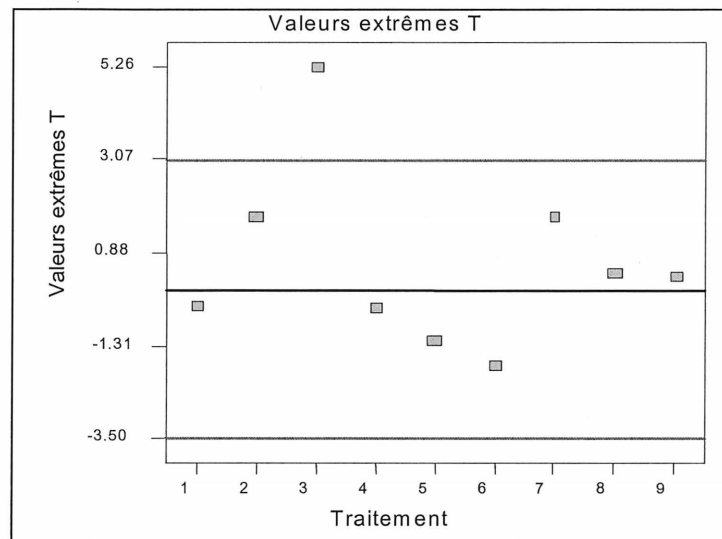


Figure 4. 12 Valeurs extrêmes (Outliers)

## CONCLUSION

Ce projet avait pour objectif principal d'étudier l'apport des techniques de prototypage rapide pour la validation des assemblages de précision. Plus précisément, l'objectif poursuivi était le développement d'une méthodologie permettant de prévoir la précision dimensionnelle du procédé de PR suivant les trois directions de fabrication x, y et z d'une part et la modification optimale et «temporaire» à assigner, le cas échéant, aux dimensions du design, de manière à assurer l'assemblage des pièces obtenues par le PR, d'autre part.

Dans ce contexte, en s'appuyant sur le procédé de dépôt de fil fondu (Fused Deposition Modeling; FDM), la présente recherche a fourni trois modèles mathématiques de prédiction, leur configuration optimale correspondante ainsi que leur zone de tolérance. Chaque modèle mathématique permet de prévoir la précision dimensionnelle des cotes nominales d'une chaîne de cotes d'un assemblage ainsi que la plage de tolérance possible et optimale suivant chaque direction de fabrication x, y et z du procédé de prototypage rapide.

Ces modèles analytiques permettent de prévoir les écarts de la valeur nominale de chaque dimension de la chaîne de cotes et d'en déduire le type du jeu résultant. Les dimensions prévues sont proportionnelles aux cotes nominales requises par le design. En effet, les modèles de prédiction suivant x-x, y-y et z-z prévoient respectivement 100.3 %, 99.99 % et 103 % de la cote nominale du design. Ainsi, le modèle suivant y-y est plus précis, mais les diamètres des pièces cylindriques sont plus précis si on emploie le modèle suivant z-z qui permet la réalisation des génératrices sans qu'elles soient en contact avec la plate-forme; les axes des pièces sont orientés vers le haut parallèlement à l'axe z-z.

Les quatre facteurs critiques du procédé «Orientation de la pièce», «Épaisseur de la couche», «Stratégie de remplissage» et «Localisation de la pièce sur la plate-forme» ont des effets importants sur la précision dimensionnelle et environ de 98% de la variabilité des mesures provient d'eux.

Même si le facteur «Orientation de la pièce» n'apparaît pas sur les modèles analytiques de prédiction, son impact sur les résultats obtenus est significatif; chacune des trois orientations adoptées a son propre modèle et son intervalle de tolérance optimale.

Les configurations optimales des modèles de prédiction ont adopté une épaisseur fine de la couche. Ce qui est tout à fait souhaitable, car plus la couche à déposer est mince plus l'effet d'escalier est faible, mais meilleurs sont la précision et l'état de surface.

La stratégie de remplissage «clairsemé» est moins significative pour les trois configurations optimales. Son emploi pour la production des assemblages de précision est donc déconseillé.

Le facteur «localisation de la pièce sur la plate-forme» que des recherches antérieures ont négligé, est sans doute un nouveau facteur important pour des recherches futures. En général, la localisation des pièces au centre de la plate-forme n'a pas abouti à des dimensions précises comme l'on pourrait prétendre.

Les deux modèles prévisionnels suivant les orientations en x-x et y-y ont des points communs, toutefois, la précision dimensionnelle et l'intervalle de tolérance obtenues de la production suivant l'orientation en y-y sont meilleurs que ceux suivant l'axe x-x. Par conséquent, le modèle prédictif suivant y-y peut être favorisé pour la fabrication des assemblages de précision, formés de pièces cylindriques.

Par ailleurs, l'orientation suivant z-z fournit des variations dimensionnelles importantes, et par conséquent la réalisation de dimensions critiques selon cette orientation est fortement déconseillée.

En tenant compte des dimensions nominales employées dans cette recherche se situent entre 10 et 50 mm, une prédiction optimale de la dimension nominale au-delà de ces dimensions est possible mais elle dépendra de la performance du procédé; pour mieux répondre à ce besoin une recherche dans ce sens peut-être très intéressante.

Vu que les résultats obtenus ne sont issus que des analyses de données expérimentales (plans d'expériences 1 et 2), il n'est donc pas nécessaire de mener des essais subséquents pour les valider; les résultats obtenus sont validés d'eux-mêmes.

En outre, pour assister le concepteur lors de la prise de décision en terme de précision dimensionnelle et fonctionnelle du produit à réaliser, un plan de support est mis à sa disposition. Ce plan envisage deux issues, dans le cas où les conditions fonctionnelles

fabriquées prévues pour une chaîne de cotes ne seraient pas compatibles avec celles de la conception. La première prévoit des changements assignés aux niveaux des paramètres critiques, la deuxième consiste à tricher intelligemment en modifiant la position de l'intervalle de tolérance de la conception par la modification temporaire des cotes nominales lors de la phase de production. Cette dernière accroît la probabilité de fournir des pièces semblables respectant les conditions de fonctionnement exigées par la conception. En plus, ce plan de prise de décision demeure valable pour tout procédé de prototypage rapide.

Par ailleurs, la méthodologie mise en œuvre au cours de cette recherche pour obtenir les trois modèles optimisant la précision dimensionnelle du procédé FDM demeure valable pour tout autre procédé de PR. Il suffit de bien sélectionner les facteurs critiques du procédé en question et de bien choisir les plans des essais expérimentaux à réaliser de sorte à cerner les configurations significatives.

La présente recherche constitue donc un point de départ en terme de validation des assemblages de précision par prototypage rapide. Cependant, des recherches futures, visant à accroître les performances du système de production en termes de précision dimensionnelle, sont requises. En ce sens, des recherches doivent focaliser sur d'autres orientations de la pièce lors de la réalisation et sur l'amélioration de l'état de surface. En outre, des études sur les facteurs ayant le plus d'impact sur les formes géométriques peuvent aussi être appréciables.

## **ANNEXE A :**

Collection de mesures prises sur les assemblages (premier plan d'expérience) .

- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation x-x
- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation y-y
- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation z-z

## ANNEXE A

- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation x-x

TABLEAU A1 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	Mesuré [mm]
1	-1	-1	-1	-1	19,821
2	-1	0	0	-1	20,129
3	-1	1	1	-1	20,442
4	-1	0	-1	0	20,152
5	-1	1	0	0	20,411
6	-1	-1	1	0	19,933
7	-1	1	-1	1	20,484
8	-1	-1	0	1	20,105
9	-1	0	1	1	20,501

TABLEAU A2 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	[mm]
1	-1	-1	-1	-1	40,201
2	-1	0	0	-1	40,089
3	-1	1	1	-1	40,108
4	-1	0	-1	0	40,19
5	-1	1	0	0	40,131
6	-1	-1	1	0	40,123
7	-1	1	-1	1	40,201
8	-1	-1	0	1	40,244
9	-1	0	1	1	40,231



TABLEAU A3 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20 MM DE L'ALÉSAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	-1	-1	-1	-1	19,882
2	-1	0	0	-1	19,781
3	-1	1	1	-1	19,422
4	-1	0	-1	0	19,968
5	-1	1	0	0	19,735
6	-1	-1	1	0	19,812
7	-1	1	-1	1	19,900
8	-1	-1	0	1	19,908
9	-1	0	1	1	19,795

TABLEAU A4 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=26 MM DE L'ALÉSAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre Mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	-1	-1	-1	-1	26,014
2	-1	0	0	-1	26,213
3	-1	1	1	-1	26,487
4	-1	0	-1	0	26,108
5	-1	1	0	0	26,255
6	-1	-1	1	0	26,101
7	-1	1	-1	1	25,971
8	-1	-1	0	1	25,911
9	-1	0	1	1	26,208

TABLEAU A5 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=15 MM DE L'ALÉSAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur Mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	-1	-1	-1	-1	15,198
2	-1	0	0	-1	15,199
3	-1	1	1	-1	15,240
4	-1	0	-1	0	15,163
5	-1	1	0	0	15,132
6	-1	-1	1	0	15,240
7	-1	1	-1	1	15,089
8	-1	-1	0	1	15,164
9	-1	0	1	1	15,113

TABLEAU A6 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=20 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	-1	-1	-1	-1	20,168
2	-1	0	0	-1	20,169
3	-1	1	1	-1	20,068
4	-1	0	-1	0	20,109
5	-1	1	0	0	20,071
6	-1	-1	1	0	20,218
7	-1	1	-1	1	20,066
8	-1	-1	0	1	20,165
9	-1	0	1	1	20,091

TABLEAU A7 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	-1	-1	-1	-1	40,250
2	-1	0	0	-1	40,140
3	-1	1	1	-1	40,180
4	-1	0	-1	0	40,170
5	-1	1	0	0	40,090
6	-1	-1	1	0	40,180
7	-1	1	-1	1	40,100
8	-1	-1	0	1	40,130
9	-1	0	1	1	40,110

- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation y-y

TABLEAU A8 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	20,080
2	1	-1	0	-1	20,049
3	1	0	1	-1	20,191
4	1	-1	-1	0	20,051
5	1	0	0	0	20,102
6	1	1	1	0	20,267
7	1	0	-1	1	20,029
8	1	1	0	1	20,181
9	1	-1	1	1	20,072

TABLEAU A9 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	39,983
2	1	-1	0	-1	40,032
3	1	0	1	-1	40,01
4	1	-1	-1	0	40,058
5	1	0	0	0	39,983
6	1	1	1	0	40,118
7	1	0	-1	1	39,965
8	1	1	0	1	40,02
9	1	-1	1	1	39,953

TABLEAU A 10 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre Mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	19,873
2	1	-1	0	-1	19,934
3	1	0	1	-1	19,921
4	1	-1	-1	0	19,73
5	1	0	0	0	19,757
6	1	1	1	0	20,063
7	1	0	-1	1	19,558
8	1	1	0	1	19,935
9	1	-1	1	1	19,966

TABLEAU A 11 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=26 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	26,336
2	1	-1	0	-1	26,173
3	1	0	1	-1	25,998
4	1	-1	-1	0	25,953
5	1	0	0	0	25,944
6	1	1	1	0	25,997
7	1	0	-1	1	25,881
8	1	1	0	1	25,987
9	1	-1	1	1	26,007

TABLEAU A 12 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=15 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	15,036
2	1	-1	0	-1	15,062
3	1	0	1	-1	15,081
4	1	-1	-1	0	15,057
5	1	0	0	0	15,041
6	1	1	1	0	15,082
7	1	0	-1	1	15,019
8	1	1	0	1	14,994
9	1	-1	1	1	14,956

TABLEAU A 13 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=20 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	20,041
2	1	-1	0	-1	20,103
3	1	0	1	-1	20,041
4	1	-1	-1	0	20,102
5	1	0	0	0	20,025
6	1	1	1	0	20,002
7	1	0	-1	1	19,965
8	1	1	0	1	19,942
9	1	-1	1	1	20,066

TABLEAU A 14 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	1	1	-1	-1	40,010
2	1	-1	0	-1	40,120
3	1	0	1	-1	39,960
4	1	-1	-1	0	40,030
5	1	0	0	0	39,970
6	1	1	1	0	39,873
7	1	0	-1	1	40,010
8	1	1	0	1	39,980
9	1	-1	1	1	40,250

- Mesures prises sur les pièces fabriquées suivant l'orientation z-z

TABLEAU A 15 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	0	0	-1	-1	19,987
2	0	1	0	-1	19,966
3	0	-1	1	-1	19,995
4	0	1	-1	0	19,86
5	0	-1	0	0	19,936
6	0	0	1	0	19,985
7	0	-1	-1	1	19,932
8	0	0	0	1	19,843
9	0	1	1	1	19,947

TABLEAU A 16 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation De la pièce	
1	0	0	-1	-1	40,492
2	0	1	0	-1	40,652
3	0	-1	1	-1	40,123
4	0	1	-1	0	40,782
5	0	-1	0	0	40,283
6	0	0	1	0	40,372
7	0	-1	-1	1	40,188
8	0	0	0	1	40,504
9	0	1	1	1	40,571

TABLEAU A 17 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=20 MM DE L'ARBRE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation De la pièce	
1	0	0	-1	-1	19,932
2	0	1	0	-1	19,956
3	0	-1	1	-1	19,923
4	0	1	-1	0	19,937
5	0	-1	0	0	19,775
6	0	0	1	0	19,888
7	0	-1	-1	1	19,765
8	0	0	0	1	19,845
9	0	1	1	1	19,956

TABLEAU A 18 MESURES PRISES SUR LE DIAMÈTRE D=26 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	0	0	-1	-1	25,985
2	0	1	0	-1	25,899
3	0	-1	1	-1	26,070
4	0	1	-1	0	25,895
5	0	-1	0	0	25,891
6	0	0	1	0	25,947
7	0	-1	-1	1	25,815
8	0	0	0	1	25,915
9	0	1	1	1	25,971

TABLEAU A 19 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=15 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Diamètre mesuré [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	0	0	-1	-1	15,368
2	0	1	0	-1	15,321
3	0	-1	1	-1	15,281
4	0	1	-1	0	15,294
5	0	-1	0	0	15,256
6	0	0	1	0	15,352
7	0	-1	-1	1	15,246
8	0	0	0	1	15,354
9	0	1	1	1	15,296

TABLEAU A 20 MESURES PRISES SUR LA HAUTEUR H=20 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	0	0	-1	-1	19,685
2	0	1	0	-1	19,692
3	0	-1	1	-1	19,892
4	0	1	-1	0	18,664
5	0	-1	0	0	19,208
6	0	0	1	0	19,956
7	0	-1	-1	1	19,824
8	0	0	0	1	18,728
9	0	1	1	1	19,626

TABLEAU A 21 MESURES PRISES SUR LA LONGUEUR L=40 MM DE L'ALESAGE

Essai	Facteur critique du procédé				Longueur mesurée [mm]
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce	
1	0	0	-1	-1	40,400
2	0	1	0	-1	40,592
3	0	-1	1	-1	40,264
4	0	1	-1	0	40,640
5	0	-1	0	0	40,142
6	0	0	1	0	40,582
7	0	-1	-1	1	40,260
8	0	0	0	1	40,218
9	0	1	1	1	40,640

## **ANNEXE B :**

Modèles mathématiques prévisionnels et configurations optimales correspondantes :

- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation x-x
- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation y-y
- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation z-z



## ANNEXE B

- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation x-x

$$D_{20ar.prév.} = 20,2607$$

$$(+)\ 0,2463 * \text{Epaisseur de la couche}$$

$$(+)\ 0,0693 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(+)\ 0,1553 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,0780 * \text{Epaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,0613 * \text{Epaisseur de la couche}^2$$

Figure B1 Modèle prévisionnel de la dimension  $d=20\text{mm}$  sur l'arbre

TABLEAU B1 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, -1, -1, 0)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	19,962	0,19
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Centre (0)		

$$L_{40ar.prév.} = 40,1547$$

$$(-)\ 0,0213 * \text{Epaisseur de la couche}$$

$$(-)\ 0,0217 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(+)\ 0,0711 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,050 * \text{Epaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(+)\ 0,021 * \text{Stratégie de remplissage}^2$$

Figure B2 Modèle prévisionnel de la dimension  $L=40\text{mm}$  sur l'arbre

TABLEAU B 2 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, -1, 1, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	40,0662	0,14
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Clairsemé (1)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

$D_{20al.}prév. = 19,848$

- (-) 0,0908\***Epaisseur de la couche**
- (-) 0,1202\***Stratégie de remplissage**
- (+) 0,0565\***Localisation de la pièce**
- (-)0,0596\***Epaisseur de la couche \* Stratégie de remplissage**
- (-) 0,07152\***Epaisseur de la couche^2**

Figure B3 Modèle prévisionnel de la dimension D=20mm sur l'alésage

TABLEAU B3 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, -1, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	19.9844	0.08
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$D_{26al.}prév. = 26,1673$

- (+) 0,1281\***Epaisseur de la couche**
- (+) 0,1172\***Stratégie de remplissage**
- (-) 0,104\***Localisation de la pièce**
- (+)0,0272\***Stratégie de remplissage \* Localisation de la pièce**
- (-) 0,0396\***Epaisseur de la couche^2**

Figure B4 Modèle prévisionnel de la dimension D=26 mm sur l'alésage

TABLEAU B4 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, -1, 0, 0)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	25.9996	0.002
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Double (0)		
Localisation de la pièce	Centre (0)		

$$H_{15al,prév.} = 15,1649$$

(-) 0,0411\***Epaisseur de la couche**

(+) 0,0238\***Stratégie de remplissage**

(-) 0,0452\***Localisation de la pièce**

(-)0,0354\***Stratégie de remplissage \* Localisation de la pièce**

(+)0,0089\***Stratégie de remplissage<sup>2</sup>**

Figure B5 Modèle prévisionnel de la dimension H=15 mm sur l'alésage

TABLEAU B5 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, 1, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	15.0283	0.19
Epaisseur de la couche [mm]	Epaisse (1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$H_{20at,prév.} = 20,128$$

(-) 0,0528\***Epaisseur de la couche**

(+) 0,0063\***Stratégie de remplissage**

(-) 0,0527\***Localisation de la pièce**

(-)0,054\***Epaisseur de la couche \* Stratégie de remplissage**

(-)0,009\***Stratégie de remplissage<sup>2</sup>**

Figure B 6 Modèle prévisionnel de la dimension H=20 mm sur l'alésage

TABLEAU B 6 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, -1, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	20,058	0,29
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$L_{40al,prév.} = 40,110$$

(-) 0,0317\***Epaisseur de la couche**

(-) 0,0083\***Stratégie de remplissage**

(-) 0,0313\***Localisation de la pièce**

(+)0,014\***Epaisseur de la couche \* Stratégie de remplissage**

(+)0,015\***Epaisseur de la couche^2**

(+) 0,045\***Stratégie de remplissage^2**

Figure B7 Modèle prévisionnel de la dimension L=40 mm sur l'alésage

TABLEAU B7 CONFIGURATION OPTIMALE (-1, 1, 0, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe x-x (-1)	40,062	0,15
Epaisseur de la couche [mm]	Epaisse (1)		
Stratégie De remplissage	Double (0)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation y-y

$$D_{20ar,prév.} = 20,1073$$

(+)0,0593\***Epaisseur de la couche**

(+) 0,0617\***Stratégie de remplissage**

(-)0,0063\* **Localisation de la pièce**

(+) 0,0415\***Epaisseur de la couche \* Stratégie de remplissage**

(+)0,0093\***Epaisseur de la couche^2**

Figure B8 Modèle prévisionnel de la dimension d=20 mm sur l'arbre

TABLEAU B8 CONFIGURATION OPTIMALE (1, -1, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	20,0308	0,15
Épaisseur De la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$L_{40ar,prév.} = 39,9860$$

- (+) 0,013\*Épaisseur de la couche
- (+) 0,0125\*Stratégie de remplissage
- (-) 0,0145\*Localisation de la pièce
- (+) 0,06\*Épaisseur de la couche\*Stratégie de remplissage
- (+) 0,041\*Épaisseur de la couche<sup>2</sup>

Figure B9 Modèle prévisionnel de la dimension L=40 mm sur l'arbre

TABLEAU B9 CONFIGURATION OPTIMALE (1, -1, 0, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	39,999	0,0004
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Double (0)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$D_{20al,prév.} = 19,751$$

- (+) 0,0402\*Épaisseur de la couche
- (+) 0,1315\*Stratégie de remplissage
- (-) 0,0448\*Localisation de la pièce
- (+) 0,0085\*Stratégie de remplissage \* Localisation de la pièce
- (+) 0,163\*Épaisseur de la couche<sup>2</sup>

Figure B10 Modèle prévisionnel de la dimension D=20 mm sur l'alésage

TABLEAU B10 CONFIGURATION OPTIMALE (1, -1, 1, 0)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	20,0053	0,026
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Clairsemé (1)		
Localisation de la pièce	Centre (0)		

$$D_{26\text{al.}}\text{prév.} = 25,9410$$

$$(+)\ 0,0312 \cdot \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(-)\ 0,028 \cdot \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,1053 \cdot \text{Localisation de la pièce}$$

$$(-)\ 0,0982 \cdot \text{Épaisseur de la couche} \cdot \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(+)\ 0,1345 \cdot \text{Épaisseur de la couche}^2$$

Figure B11 Modèle prévisionnel de la dimension D=26 mm sur l'alésage

TABLEAU B11 CONFIGURATION OPTIMALE (1, -1, 1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	26,0092	0,035
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Clairsemé (1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$H_{15\text{al.}}\text{prév.} = 15,0470$$

$$(+)\ 0,0062 \cdot \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(+)\ 0,0012 \cdot \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,035 \cdot \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,0367 \cdot \text{Épaisseur de la couche} \cdot \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,0158 \cdot \text{Épaisseur de la couche}^2$$

Figure B12 Modèle prévisionnel de la dimension H=15 mm sur l'alésage

TABLEAU B12 CONFIGURATION OPTIMALE (1, 0, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	15,0108	1,08
Épaisseur de la couche [mm]	Standard (0)		
Stratégie de remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$H_{20al,prév.} = 19,9950$$

(-)0,061\***Épaisseur de la couche**

(-)0,0002\***Stratégie de remplissage**

(-) 0,0273\***Localisation de la pièce**

(-) 0,033\***Épaisseur de la couche\*Localisation de la pièce**

(+) 0,0553\***Épaisseur de la couche^2**

Figure B13 Modèle prévisionnel de la dimension H=20 mm sur l'alésage

TABLEAU B13 CONFIGURATION OPTIMALE (1, 0, -1, 0)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	19.9955	0.023
Épaisseur de la couche [mm]	Standard (0)		
Stratégie de remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Centre (0)		

$$L_{40al,prév.} = 39,9800$$

(-) 0,0895\***Épaisseur de la couche**

(+)0,0055\***Stratégie de remplissage**

(+) 0,025\***Localisation de la pièce**

(-) 0,0892\***Épaisseur de la couche\*Stratégie de remplissage**

(+) 0,0638\***Épaisseur de la couche^2**

Figure B14 Modèle prévisionnel de la dimension L=40 mm sur l'alésage

TABLEAU B14 CONFIGURATION OPTIMALE (1, 0, 0, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe y-y (+1)	40,005	0,013
Épaisseur de la couche [mm]	Standard (0)		
Stratégie De remplissage	Double (0)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

- Modèles prévisionnels et configurations optimales suivant l'orientation z-z

$$D_{20ar,prév} = 19,9150$$

$$(-) 0,015 * \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(+) 0,0247 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-) 0,0651 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+) 0,0548 * \text{Épaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(+) 0,036 * \text{Stratégie de remplissage}^2$$

Figure B15 Modèle prévisionnel de la dimension d=20 mm sur l'arbre

TABLEAU B15 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, -1, 0)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	19,9961	0,02
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Centre (0)		

$$L_{40ar,prév} = 40,456$$

$$(+) 0,2352 * \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(-) 0,0562 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-) 0,0246 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(-) 0,0402 * \text{Épaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-) 0,0528 * \text{Épaisseur de la couche}^2$$

Figure B16 Modèle prévisionnel de la dimension L=40 mm sur l'arbre



TABLEAU B16 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, 1, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	40,047	0,12
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Clairsemé (1)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

$D_{20al,prév} = 19,8586$

- (+) 0,0643\***Epaisseur de la couche**
- (+) 0,0222\***Stratégie de remplissage**
- (-) 0,0408\***Localisation de la pièce**
- (+) 0,0415\***Stratégie de remplissage**<sup>2</sup>

Figure B17 Modèle prévisionnel de la dimension D=20 mm sur l'alésage

TABLEAU B17 CONFIGURATION OPTIMALE (0, 1, 1, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	20,0274	0,137
Epaisseur de la couche [mm]	Epaisse (1)		
Stratégie De remplissage	Clairsemé (1)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

$D_{26al,prév} = 25,9320$

- (-) 0,0018\***Epaisseur de la couche**
- (+) 0,0127\***Stratégie de remplissage**
- (-) 0,0422\***Localisation de la pièce**
- (+) 0,0722\***Epaisseur de la couche**\***Localisation de la pièce**

Figure B18 Modèle prévisionnel de la dimension D=26 mm sur l'alésage

TABLEAU B18 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, -1, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Diamètre prévu [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	26,0355	0,140
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

$$H_{15al,prév} = 15,3580$$

$$(+)\ 0,0212 * \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(+)\ 0,0035 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,0131 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,0016 * \text{Épaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,0757 * \text{Épaisseur de la couche}^2$$

Figure B19 Modèle prévisionnel de la dimension H=15 mm sur l'alésage

TABLEAU B19 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, -1, 1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	15,2428	1,600
Épaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Est (1)		

$$H_{20al,prév} = 19,1110$$

$$(-)\ 0,157 * \text{Épaisseur de la couche}$$

$$(+)\ 0,3644 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,411 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,458 * \text{Épaisseur de la couche} * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,295 * \text{Épaisseur de la couche} * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,5458 * \text{Stratégie de remplissage}^2$$

Figure B20 Modèle prévisionnel de la dimension H=20 mm sur l'alésage

TABLEAU B20 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, -1, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Hauteur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	20,0234	0,120
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie De remplissage	Fine (-1)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

$$L_{40al. prév.} = 40,2860$$

$$(+)\ 0,201 * \text{Epaisseur de la couche}$$

$$(+)\ 0,078 * \text{Stratégie de remplissage}$$

$$(-)\ 0,023 * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(-)\ 0,094 * \text{Epaisseur de la couche} * \text{Localisation de la pièce}$$

$$(+)\ 0,194 * \text{Stratégie de remplissage}^2$$

Figure B21 Modèle prévisionnel de la dimension L=40 mm sur l'alésage

TABLEAU B21 CONFIGURATION OPTIMALE (0, -1, 0, -1)

Facteur critique du procédé	Niveau	Longueur prévue [mm]	Erreur relative en %
Orientation de la pièce	Axe z-z (0)	39,968	0,08
Epaisseur de la couche [mm]	Fine (-1)		
Stratégie de remplissage	Double (0)		
Localisation de la pièce	Nord (-1)		

## **ANNEXE C :**

Collection des mesures prises sur les pièces issues du deuxième plan d'expérience.  
Calcul des intervalles de tolérance :

- Orientation suivant l'axe x-x
- Orientation suivant l'axe y-y
- Orientation suivant l'axe z-z

## ANNEXE C

### 1. Orientation suivant l'axe x-x

TABLEAU C 1 CONFIGURATION (-1, -1, -1, 1)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce
1	-1	-1	-1	1
2	-1	-1	-1	1
3	-1	-1	-1	1
4	-1	-1	-1	1

TABLEAU C 2 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Diamètre D=20 [mm]
1	40,04	20,017
2	40,05	19,945
3	40,03	19,957
4	40,04	19,968
	Moyenne = 40,04	Moyenne = 19,972
	Ecart type = 0,008	Ecart type = 0,0316
	Intervalle = $40,04 \pm 3 * 0,008$	Intervalle = $19,972 \pm 3 * 0,0316$
	IT [40,016 ; 40,064]	IT [19,877 ; 20,066]

TABLEAU C 3 MESURES PRISES SUR L'ALEPAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Hauteur H=15 [mm]
1	40,06	20,07	15,01
2	40,08	20,02	15,03
3	40,05	20,03	15,02
4	40,06	20,06	14,98
	Moyenne = 40,062	Moyenne = 20,045	Moyenne = 15
	Ecart type = 0,013	Ecart type = 0,024	Ecart type = 0,022
	Intervalle = $40,045 \pm 3 * 0,024$	Intervalle = $20,045 \pm 3 * 0,024$	Intervalle = $15 \pm 3 * 0,022$
	IT [40,025 ; 40,100]	IT [19,973 ; 20,117]	IT [14,945 ; 15,075]

Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	19,985	25,939
2	19,987	25,979
3	20,02	25,987
4	19,972	25,954
	Moyenne = 19,991	Moyenne = 25,965
	Ecart type = 0,02	Ecart type = 0,022
	Intervalle = 19,991±3* 0,02	Intervalle = 25,965±3* 0,022
	IT [19,93 ; 20,052]	IT [25,898 ; 26,031]

TABLEAU C 4 CONFIGURATION (-1,-1,-1,0)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce
1	-1	-1	-1	0
2	-1	-1	-1	0
3	-1	-1	-1	0
4	-1	-1	-1	0

TABLEAU C 5 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 mm	Diamètre D=20 [mm]
1	40,05	20,023
2	40,08	20,005
3	40,06	20,065
4	40,09	20,017
	Moyenne = 40,07	Moyenne = 20,028
	Ecart type = 0,018	Ecart type = 0,026
	Intervalle = 40,07±3*0,018	Intervalle = 20,028±3*0,026
	IT [40,015 ; 40,125]	IT [19,95 ; 20,106]

TABLEAU C 6 MESURES PRISES SUR L'ALEPAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Hauteur H=15 [mm]
1	40,11	19,93	15,07
2	40,11	19,97	15,05
3	40,12	19,94	15,01
4	40,12	19,91	15,03
	Moyenne = 40,115	Moyenne = 19,938	Moyenne = 15,04
	Ecart type = 0,006	Ecart type = 0,025	Ecart type = 0,026
	Intervalle = 40,115± 3*0,006	Intervalle = 19,937±3*0,025	Intervalle = 15,04±3*0,026
	IT [40,097 ; 40,133]	IT [19,863 ; 20,013]	IT [14,962 ; 15,118]

Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	20,012	26,024
2	20,011	25,885
3	19,971	25,986
4	19,988	25,934
	Moyenne = 19,995	Moyenne = 25,957
	Ecart type = 0,0197	Ecart type = 0,06
	Intervalle = 19,995±3* 0,0197	Intervalle = 25,957±3*0,06
	IT [19,936 ; 20,054]	IT [25,775 ; 26,140]

## 2. Orientation suivant l'axe y-y

TABLEAU C 7 CONFIGURATION (1, -1, 0, 1)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie De remplissage	Localisation de la pièce
1	1	-1	0	1
2	1	-1	0	1
3	1	-1	0	1
4	1	-1	0	1

TABLEAU C 8 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 mm	Diamètre D=20 [mm]
1	40,02	20,012
2	40,03	20,014
3	40,02	19,988
4	40,04	20,013
	Moyenne = 40,0275	Moyenne = 20,007
	Ecart type = 0,0096	Ecart type = 0,0125
	Intervalle = 40,0275± 3*0,0096	Intervalle = 20,007±3*0,0125
	IT [39,999 ; 40,056]	IT [19,97 ; 20,045]

TABLEAU C 9 MESURES PRISES SUR L'ALESAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Longueur L=15 [mm]
1	40,02	20,02	15,03
2	40,01	20,04	15,04
3	40,03	20,03	15,01
4	40,02	20,01	15,03
	Moyenne = 40,02	Moyenne = 20,025	Moyenne = 15,028
	Ecart type = 0,0082	Ecart type = 0,0129	Ecart type = 0,013
	Intervalle = 40,02±3*0,0082	Intervalle = 20,025±3*0,0129	Intervalle = 15,028±3*0,013
	IT [39,995 ; 40,044]	IT [19,986 ; 20,064]	IT [14,99 ; 15,065]

Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	19,996	26,012
2	20,023	26,011
3	20,012	25,987
4	20,02	26,012
	Moyenne = 20,0127	Moyenne = 26,005
	Ecart type = 0,0121	Ecart type = 0,0123
	Intervalle = 20,0127± 3*0,0121	Intervalle = 26,005± 3*0,0123
	IT [19,976 ; 20,049]	IT [25,968 ; 26,042]

TABLEAU C 10 CONFIGURATION (1, 0, -1, 0)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce
1	1	0	-1	0
2	1	0	-1	0
3	1	0	-1	0
4	1	0	-1	0

TABLEAU C 11 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 mm	Diamètre D=20 [mm]
1	39,94	20,01
2	39,97	20,02
3	40,01	20,03
4	39,96	20,01
	Moyenne = 39,97	Moyenne = 20,017
	Ecart type = 0,0294	Ecart type = 0,0095
	Intervalle = 39,97±3*0,0294	Intervalle = 20,017±3*0,0095
	IT [39,882 ; 40,058]	IT [19,988 ; 20,046]

TABLEAU C 12 MESURES PRISES SUR L'ALESAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Longueur L=15 [mm]
1	40,03	20,03	15,02
2	40,02	20,05	15,01
3	40,01	20,01	15,02
4	40,01	20,02	15,01
	Moyenne = 40,0175	Moyenne = 20,027	Moyenne = 15,015
	Ecart type = 0,01	Ecart type = 0,017	Ecart type = 0,006
	Intervalle = 40,0175±3*0,01	Intervalle = 20,027±3*0,017	Intervalle = 15,015±3*0,006
	IT [39,989 ; 40,046]	IT [19,976 ; 20,078]	IT [14,997 ; 15,032]



Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	19,964	26,053
2	19,945	26,012
3	19,984	26,025
4	19,975	26,013
	Moyenne = 19,967	Moyenne = 26,026
	Ecart type = 0,017	Ecart type = 0,02
	Intervalle = 19,967±3* 0,017	Intervalle = 26,026±3* 0,02
	IT [19,916 ; 20,017]	IT [25,97 ; 26,083]

### 3. Orientation suivant l'axe z-z

TABLEAU C 13 CONFIGURATION (0, -1, -1, -1)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce
1	0	-1	-1	-1
2	0	-1	-1	-1
3	0	-1	-1	-1
4	0	-1	-1	-1

TABLEAU C 14 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 mm	Diamètre D=20 [mm]
1	40,19	20,015
2	40,21	20,012
3	40,19	19,976
4	40,18	19,988
	Moyenne = 40,193	Moyenne = 19,998
	Ecart type = 0,013	Ecart type = 0,0189
	Intervalle = 40,193± 0,013	Intervalle = 19,998±0,0189
	IT [40,154 ; 40,232]	IT [19,941 ; 20,054]

TABLEAU C 15 MESURES PRISES SUR L'ALESAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Longueur L=15 [mm]
1	40,22	20,09	15,02
2	40,23	20,07	15,03
3	40,22	20,05	15,07
4	40,24	20,08	15,03
	Moyenne = 40,228	Moyenne = 20,073	Moyenne = 15,038
	Ecart type = 0,009	Ecart type = 0,017	Ecart type = 0,022
	Intervalle = 40,228±3*0,009	Intervalle = 20,073±3*0,017	Intervalle = 15,038±3*0,022
	IT [40,201 ; 40,255]	IT [20,021 ; 20,124]	IT [14,972 ; 15,104]

Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	19,987	26,011
2	19,978	25,975
3	20,023	25,969
4	19,997	25,981
	Moyenne = 19,996	Moyenne = 25,984
	Ecart type = 0,0194	Ecart type = 0,0186
	Intervalle = 19,996± 3*0,0194	Intervalle = 25,984± 3*0,0186
	IT [19,94 ; 20,055]	IT [25,928 ; 26,04]

TABLEAU C 16 CONFIGURATION ( 0, -1, -1, 0)

Essai	Facteur du système			
	Orientation de la pièce	Epaisseur de la couche	Stratégie de remplissage	Localisation de la pièce
1	0	-1	-1	0
2	0	-1	-1	0
3	0	-1	-1	0
4	0	-1	-1	0

TABLEAU C 17 MESURES PRISES SUR L'ARBRE

Essai	Longueur L=40 mm	Diamètre D=20 [mm]
1	40,17	20,013
2	40,21	19,984
3	40,18	19,976
4	40,16	19,978
	Moyenne = 40,18	Moyenne = 19,988
	Ecart type = 0,022	Ecart type = 0,017
	Intervalle = 40,18±0,022	Intervalle = 19,988±0,017
	IT [40,115 ; 40,245]	IT [19,937 ; 20,039]

TABLEAU C 18 MESURES PRISES SUR L'ALESAGE

Essai	Longueur L=40 [mm]	Hauteur H=20 [mm]	Longueur L=15 [mm]
1	40,21	20,09	15,12
2	40,2	20,04	15,11
3	40,19	19,98	15,09
4	40,21	20,03	15,10
	Moyenne = 40,215	Moyenne = 20,035	Moyenne = 15,105
	Ecart type = 0,013	Ecart type = 0,045	Ecart type = 0,013
	Intervalle = 40,215±3*0,013	Intervalle = 20,035±3*0,045	Intervalle = 15,105±3*0,013
	IT [40,176 ; 40,254]	IT [19,90 ; 20,17]	IT [15,066 ; 15,144]

Essai	Diamètre D=20 [mm]	Diamètre D=26 [mm]
1	20,025	25,961
2	19,983	26,035
3	20,017	26,028
4	20,012	25,959
	Moyenne = 20,009	Moyenne = 25,996
	Ecart type = 0,018	Ecart type = 0,041
	Intervalle = 20,009± 3*0,018	Intervalle = 26,996± 3*0,041
	IT [19,954 ; 20,064]	IT [25,871 ; 26,119]

## BIBLIOGRAPHIE

- ALEXANDER, P., ALLEN, S., DUTTA, D. (avril 1998) *Part orientation and build cost determination in layered manufacturing*, Computer Aided Design, Ann Arbor, vol. 30, n° 5, p.343-356.
- ALLEN, S., DUTTA, D. (1995) Determination and evaluation of support structures in layered manufacturing, Journal of Design and Manufacturing, Ann Arbor, vol. 5, p. 153-162.
- BABLANI, M., BAGCHI, A. (mai 1995) *Quantification of errors in rapid prototyping processes, and determination of preferred orientation of parts*, Transactions of NAMRI/SME, Houghton, vol. 23, p. 319-324.
- BERNARD, A., TAILLANDIER, G. (1998) *Le prototypage rapide*, Paris, Hermes, 255 p.
- DOLENC, A., MAKELA, I. (février 1994) *Slicing procedures for layered manufacturing techniques*, Computer Aided Design, Austin, vol. 26, n° 2, p. 119-126.
- FANCHON, J. (2001) *Guide des sciences et technologies industrielles : dessins industriels et graphes, matériaux, éléments de construction, économie et organisation d'entreprise, automatisme, automatique*, Paris, nouvelle édition, AFNOR, 592 p.
- FAROUKI, R., KOENIG, T. (1995) *Path planning with offset curves for layered fabrication processes*, Journal of Manufacturing Systems, vol. 14, n° 5, p. 355-368.
- FOWLKES, W., CREVELING, C. (1998) *Ingénierie robuste*, Paris, Dunod, 400p.
- JACOBS, P. (1996) *Stereolithography and Other RP&M Technologies: from rapid prototyping to rapid tooling*, New York, ASME Press, 392 p.
- KATARIA, A., ROSEN, D. (2001) *Building around inserts : methods for fabrication complex devices in stereolithography*, Rapid Prototyping Journal, Atlanta, vol. 7, n° 5, p. 253-262.
- KULKARNI, P., DUTTA, D. (septembre 1996) *An accurate slicing procedure for layered manufacturing*, Computer Aided Design, vol. 28, n° 9, p. 683-697.
- KULKARNI, P., DUTTA, D. (février 1999) *Deposition strategies and resulting part stiffness in fused deposition modeling*, Journal of manufacturing Science and Engineering Computer, ASME, n° 1, p. 93-103.
- LAN, P., CHOU, S., CHEN, L., GEMMILL, D. (janvier 1997) *Determining fabrication orientations for rapid prototyping with stereolithography apparatus*, Computer-Aided Design, Institution Bourns Multifuse Ltd, Taiwan, vol.29, n° 1, p. 53-62.

LOH, F., XU, H., Wong, Y. (1999) *Considerations and selection of optimal orientation for different rapid prototyping systems*, Rapid Prototyping Journal, National University of Singapore, Singapore, vol. 5, n° 2, p. 54-60.

LYNN-CHARNEY, C., ROSEN, D. (2000) *Usage of accuracy models in stereolithography process planning*, Rapid Prototyping Journal, Georgia Institute of Technology, Atlanta, vol. 6, n° 2, p. 77-86.

MAVROIDIS, C., DELAURENTIS, K., WON J., ALAM M., (decembre 2001) *Fabrication of Non-Assembly Mechanisms and Robotic Systems Using Rapid Prototyping*, Journal of Mechanical Design, Rutgers University, New Jersey, vol.123, n° 4, 516-524.

MONTGOMERY, D. (2000) *Design and Analysis of Experiments*, New York, 5<sup>e</sup> edition, John Willey & Sons, 672 p.

ONUH, S., HON K. (Aout1997) *Optimising build parameters and hatch style for part accuracy in stereolithography*, Proceedings Solid Freeform Fabrication Symposium, Austin, p.653-660.

SABOURIN, E., HOUSER, S., BOHN, J. ( 1997) *Accurate exterior, fast layered manufacturing*, Rapid Prototyping Journal, vol. 3, n° 2, p. 44-52.

SCHMIDT, S., LAUNSBY, R. (1997) *Understanding Industrial Designed Experiments*, 4<sup>th</sup> Edition, Air Academy Press & Associates, 740 p.

TOMASSE, R., AUDRAIN, S., LESQUOY-deTURCKHEIM, E., MILLIER, C. (1992) *La régression : nouveaux regards sur une ancienne méthode statistique*, Paris, 2<sup>e</sup> édition, Masson, 188 p.

THOMPSON, D., CRAWFORD, R. (1997) *Computational quality measures for evaluation of part orientation in freeform fabrication*, Journal of Manufacturing Systems, vol. 16, n° 4, p. 273-289.

TYBERG, J., BØHN, J. (1998) *Local adaptive slicing*, Rapid Prototyping Journal, vol.4, n° 3, p. 118-27.

WOHLERS, T. (septembre 1992) *The World of Rapid Prototyping*, Rapport of the Fourth International Conference on Desktop Manufacturing, Wohlers Associates, California.

ZHAO, Z., LAPERRIÈRE, L. (2000) *Adaptive direct slicing of the solid model for rapid prototyping*, International Journal of Production Research, vol.38, n° 1, p.69-83.

ZIEMIAN, C., CRAWN III, P. (2001) *Computer aided decision support for fused deposition modeling*, Rapid Prototyping Journal, vol. 7, n° 3, p. 138-147.