Kevés szabadsági fokú kvantumrendszerek dinamikai tulajdonságai

Doktori értekezés tézisei

Darázs Zoltán

Készült: MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont, Szilárdtestfizikai és Optikai Intézet, Kvantumoptikai és Kvantuminformatikai Osztály

Témavezető:

Kiss Tamás, Ph.D.

tudományos főmunkatárs

MTA Wigner FK SZFI Kvantumoptikai és Kvantuminformatikai Osztály

Konzulens:

Csordás András, D.Sc.

docens

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

ELTE TTK Fizika Doktori Iskola

Statisztikus fizika, biológiai fizika és kvantumrendszerek fizikája program

Doktori iskola vezetője: Dr. Palla László, egyetemi tanár

Doktori program vezetője: Dr. Kürti Jenő, egyetemi tanár

Budapest, 2015

Bevezetés és motiváció

A kvantumos bolyongás a klasszikus véletlen bolyongás kvantumos változata, melyben a bolyongó helyének egy kvantumos rendszer egy szabadsági foka, azaz egy kvantumállapot felel meg. A kvantumos bolyongás esetén az irodalomban a „véletlen” szót általában nem használják, mivel amíg nem hajtunk végre mérést a rendszeren, addig az időfejlődése determinisztikusan meghatározható. A kvantumos bolyongásoknak az időfejlődés szempontjából alapvetően két fajtája van: a diszkrét- és a folytonos idejű kvantumos bolyongás. A klasszikus esetben a kétféle időfejlődés között nincs jelentős különbség (a kétfajta bolyongás egymásba ágyazható), a kvantumos bolyongások esetén azonban ilyen egyértelmű megfeleltetés egyelőre nem ismert.

Mind a klasszikus, mind a kvantumos bolyongás leírásához szükségünk van egy gráfra, mely azt mutatja meg, hogy a bolyongó által bejárható állapotok milyen struktúra szerint követik egymást. Ez a gráf alapvetően meghatározza a bolyongás dinamikáját, például a folytonos idejű kvantumos bolyongás esetén a rendszert leíró Hamilton-operátor mátrix-reprezentációja a gráf Laplace-mátrixa. A gráf jelentőségét az is mutatja, hogy már kis megváltoztatásával is jelentős különbségeket tapasztalunk a bolyongás dinamikájában. A bolyongást leíró gráfot megváltoztathatjuk a bolyongás során is például úgy, hogy adott időközönként bizonyos éleket adott valószínűséggel elveszünk, ez a dinamikus perkoláció. Különböző zajok hatását a kvantumos bolyongásokra már többen is vizsgálták, és a dinamikus perkoláció is felfogható egyfajta zajforrásként. A diszkrét idejű kvantumos bolyongások esetén megmutatták, hogy sok lépés után perkolált gráfon történő bolyongás esetén az aszimptotikus állapotok között van olyan, amely nem az egyenletes eloszláshoz tart, hanem maradhatnak oszcillációk a rendszerben. A diszkrét idejű esetben a sok lépéshez hosszú idő elteltére van szükség, ezzel szemben a folytonos idejű kvantumos bolyongás dinamikája megengedi, hogy véges időtartam alatt vizsgáljuk a sok lépés utáni állapotot. Ezen gyors perkoláció hatását vizsgáltam meg a bolyongás dinamikájára, elért eredményeimet az 1. és 2. tézispont foglalja össze.

A klasszikus és kvantumos bolyongások a transzport- és diffúziós folyamatok egyik lehetséges modelljeként is szolgálnak, gondoljunk például a Brown-mozgásra. A transzport hatékonyságának egyik mérőszáma annak a valószínűsége, hogy a bolyongót ismét a kiindulás helyén mérjük, melyet visszatérési valószínűségnek nevezünk. A klasszikus bolyongások esetén a visszatérési valószínűség időfüggése a legtöbb gráf esetén jól jellemezhető a gráf beágyazási dimenziójával. Az önhasonló alakzatok, például fraktálok esetén a klasszikus bolyongás ettől eltérő viselkedést mutat, a beágyazási dimenzió szerepét a spektrál dimenziónak nevezett mennyiség veszi át. A kvantumos bolyongások esetén a klasszikus esetben definiált spektrál dimenzió nem alkalmazható, a transzport és a kvantumos bolyongások dinamikai tulajdonságait más módszerekkel kell vizsgálni. Disszertációmban ezt a módszert mutattam be és alkalmaztam a Sierpiński-háromszögön, a Sierpiński-szőnyegen, valamint a gráfok duálisán történő folytonos idejű kvantumos bolyongás esetén. Eredményeimet a 3. tézispontban foglaltam össze.

Napjainkra a kísérleti technológia olyan fejlettségi szintre jutott, hogy nem csupán egyedi kvantumrendszereket, hanem különböző szabadsági fokok csatolásával úgynevezett hibrid kvantumrendszereket is tudunk vizsgálni. Ez részben annak is köszönhető, hogy a rendszereket alkotó komponensek a kiterjedt elméleti leírás mellett, kísérletileg is jól kontrollálhatóvá váltak. A különböző nanoméretű oszcillátorok megvalósítása például olyan szintre ért, hogy segítségükkel akár atomi nagyságrendű tömegeket is lehet mérni. Nanomechanikai oszcillátorokhoz csatolhatjuk egy optikai rezonátor egy módusát (például egy membránon történő fényvisszaverődést kihasználva), így optomechanikai csatolást létrehozva a két rendszer között. Az optomechanikai rendszereknek gyakorlati alkalmazása lehet például, hogy ultrahideg atomokat egy membránhoz csatolva azt hűteni tudjuk. Lehetséges mágneses kölcsönhatással is csatolni kvantumrendszereket, például egy mechanikai oszcillátort az elektron spinjéhez gyémántban létrehozott vakanciában.

A mágneses csatolás esetén gyakran alkalmaznak Bose-Einstein kondenzátumot hibrid kvantumrendszerekben, mert a kondenzátum nagyon érzékeny a külső mágneses terekre, valamint ezáltal a rendszer paramétereit is hangolhatjuk. Ilyen magnetomechanikai csatolást már elméletileg és kísérletileg is vizsgáltak Bose-Einstein kondenzátum és egy mágnesezett konzol között. Permanens mágnesek helyett használhatunk egy áramvezető szén nanocsövet is. Egy ilyen elrendezés alkalmas lehet arra, hogy a nanocsövet megrezgetve a kondenzátumból gerjesztett atomok számából következtessünk a nanocsőben folyó kvantált áram karakterisztikus tulajdonságaira. Ebben a kvantum galvanométer sémában a kondenzátumnak a nanovezetőre történő visszahatását elhanyagolták. Disszertációmban azt vizsgáltam meg, mikor kell figyelembe venni a visszahatást, és mit eredményez a nanovezeték dinamikájában. Eredményeimet a 4. és az 5. tézispont foglalja össze.

Alkalmazott módszerek

A perkolált gráfokon történő folytonos idejű kvantumos bolyongás esetén a gyors perkoláció esetén az időfejlődést leíró véletlen unitér mátrixok szorzatát a Zassenhaus-exponensek segítségével értékeltem ki, az egyes élek járulékát kiszámítva. A sokaság átlagot szuperoperátorok segítségével végeztem el, melyek használatával minden lépés után átlagoltam a lehetséges realizációkra. A Sierpiński-háromszögön, a Sierpiński-szőnyegen és duálisaikon történő kvantumos bolyongás transzporttulajdonságainak meghatározásához a gráfokhoz rendelt Laplace-mátrix spektrumát vizsgáltam meg numerikusan, különös tekintettel az egyes sajátértékek multiplicitására.

A vizsgált hibrid kvantumrendszer leírása során a nanovezetéket egy harmonikus oszcillátorként modelleztem, a Bose-Einstein kondenzátumot pedig egy rezervoárként, melyet a Thomas-Fermi közelítésben vett, a Gross-Pitaevskii-egyenletet kielégítő hullámfüggvényével jellemeztem. A csatolt rendszerre felírt Heisenberg-Langevin egyenletek homogén részét kielégítő Green-függvények Fourier-Laplace transzformáltjának analízisét elvégezve határozható meg a kollektív csatolási állandó küszöbértéke. Abban az esetben, amikor a kondenzátumon belül a mágneses tér helyfüggését elhanyagoljuk ez analitikusan elvégezhető, emellett a mágneses tér egzakt helyfüggését figyelembe véve numerikus eszközökkel is meghatároztam a kollektív csatolási állandó parametrikus erősítésre vezető küszöbértékét.

Tézisek és következtetések

1. Dinamikusan perkolált gráfokon történő folytonos idejű kvantumos bolyongások esetén analitikusan megmutattam, hogy abban a határesetben, amikor a gráf két megváltozása közötti időtartam nullához tart, a perkoláció hatása a bolyongás dinamikájában az idő átskálázásában jelentkezik. Az átskálázást a perkolációra jellemző valószínűség adja meg, mely a modellben azt írja le, hogy a dinamikus perkoláció során egy lépésben egy adott élet milyen valószínűséggel hagyunk el a gráfból. Mind egy adott rendszer, mind pedig az összes lehetséges trajektóriára szuperoperátorok segítségével vett átlagolt dinamika esetén ez az átskálázott időfejlődés írja le a rendszert [I].

2. Numerikus eszközökkel megvizsgáltam, hogyan alakul a dinamikusan perkolált gráfokon történő folytonos idejű kvantumos bolyongások időfejlődése akkor, amikor a gráf két megváltozása közti időtartam kicsi, de nem nulla. Ebben az esetben egy rendszer esetén a dinamika kezdeti időfejlődését a perkolációt jellemző valószínűség szerint az időben skálázott dinamika írja le. Hosszabb időskálát véve a bolyongás dinamikája véletlen unitér időfejlődést mutat. Az összes lehetséges trajektóriára átlagolva a kezdeti időfejlődés szintén az átskálázott időegység segítségével írható le, hosszabb időtartamot véve pedig az egyes helyeken való megtalálási valószínűségek az ekvipartíciós értékhez tartanak [I].

3. Megvizsgáltam a Sierpiński-háromszög és a Sierpiński-szőnyeg véges generációinak megfelelő gráfokon, valamint ezek duálisán történő folytonos idejű kvantumos bolyongás transzporttulajdonságait. A kvantumos bolyongások esetén a visszatérési valószínűség jellemzésére a klasszikus bolyongások esetén használt spektrál dimenzió nem ad megfelelő támpontot: a Sierpiński-háromszög és a duálisa esetén a a visszatérési valószínűség nem a spektrál dimenzió szerint tart az ekvipartíciós értékhez, hanem a lokalizáció miatt egy, az egzakt fraktál esetén is véges értékhez tart, mely a – gráfok spektrál dimenziójától eltérően – különböző a két gráf esetén. A Sierpiński-szőnyeg és duálisa esetén a visszatérési valószínűség sokkal erősebb lecsengést mutat (a Sierpiński-háromszöggel szemben ezek végtelen ramifikációjú fraktálok), tehát a transzport hatékonyabb. Itt a lokalizáció nem mutatkozik meg olyan élesen mint a Sierpiński-háromszög és a duálisa esetén, azonban numerikus eredményeim azt mutatják, hogy lehetséges lokalizáció a rendszerben [II].

4. Bose-Einstein kondenzátum és áramjárta rezgő nanovezeték csatolt rendszerében megmutattam, hogy a magnetomechanikai csatolás a nanovezeték mechanikai rezgésének parametrikus erősítésére vezet. A kondenzátumot egy rezervoárként, a nanodrótot pedig egy kvantált harmonikus oszcillátorként modellezve levezettem a csatolt rendszert leíró Hamilton-operátort, melynek kölcsönhatási tagja az optikai parametrikus erősítésből is ismert parametrikus alakot mutatja azzal a különbséggel, hogy az általam felírt modellben a nanovezetéket nem egy másik oszcillátorhoz, hanem egy inhomogén kiszélesedett közeghez csatoltuk [III].

5. Bose-Einstein kondenzátum és nanoméretű áramvezető magnetomechanikai csatolása során fellépő parametrikus erősítés csak egy adott kritikus csatolási állandó fölött jön létre, ugyanis a kondenzátum gerjesztéseinek és a nanodrót rezgésének veszteségeit kompenzálni kell. A kondenzátumon belül a nanovezeték keltette mágneses teret konstansnak véve a csatolási állandó küszöbértéke analitikusan meghatározható, valamint a levezetés azt mutatja, hogy a csatolás miatt a nanodrót frekvenciájának elhangolódása is jelentős lehet. Realisztikus paramétereket véve numerikusan megmutattam, hogy az egzakt mágneses tér figyelembevételével kapott eredmények összhangban vannak az elméleti eredményekkel, és a csatolási állandó nagysága ezen paraméterekkel a küszöbérték fölött lehet [III].

Publikációs lista

A tézispontok alapjául szolgáló publikációk:

[I] Z. Darázs and T. Kiss,
Time evolution of continuous-time quantum walks on dynamical percolation graphs,
J. Phys. A: Math. Theor. **46**, 375305 (2013)

[II] Z. Darázs, A. Anishchenko, T. Kiss, A. Blumen and O. Mülken,
Transport properties of continuous-time quantum walks on Sierpinski fractals,
Phys. Rev. E **90**, 032113 (2014)

[III] Z. Darázs, Z. Kurucz, O. Kálmán, T. Kiss, J. Fortágh and P. Domokos,
Parametric amplification of the mechanical vibrations of a suspended nanowire by magnetic coupling to a Bose–Einstein condensate,
Phys. Rev. Lett. **112**, 133603 (2014)

További publikációk:

[IV] Z. Darázs and T. Kiss,
Pólya number of the continuous-time quantum walks,
Phys. Rev. A **81**, 062319 (2010)

[V] P. Adam, Z. Darázs, T. Kiss, M. Mechler,
Double self-Kerr scheme for optical Schrödinger-cat state preparation,
Phys. Scr. **T143**, 014002 (2011)

[VI] P. Adam, T. Kiss, Z. Darázs, I. Jex,
Conditional generation of optical Schrödinger cat states,
Phys. Scr. **T140**, 014011 (2010)