

# Ottimizzazione parametrica del costo di un impianto di dissalazione multistage flash.

Erminia Leonardi

CRS4

28 Marzo 2001

## Il modello fisico

Assumiamo, in prima approssimazione, che tutti gli stadi operino nella stessa identica maniera, cioè, che abbiano lo stesso coefficiente di trasferimento termico, la stessa superficie di trasferimento di calore, le stesse proprietà del liquido (calore latente, calore specifico, innalzamento ebullioscopico) ed abbiano la stessa quantità di acqua evaporata. Basandoci su queste premesse possiamo ricavare un'espressione relativamente semplice per definire la quantità di distillato prodotta da un'unità di vapore iniziale.

Riportiamo, per maggiore chiarezza la formulazione matematica, basata sul bilancio entalpico sia nel condensatore che nell'evaporatore, sul bilancio di massa e sul trasferimento di calore attraverso la superficie del condensatore.

Per ogni stadio possiamo scrivere:

1) *bilancio di massa* :

$$W = P + F \quad (1)$$

dove  $W$  è la portata di acqua di mare,  $P$  è la quantità di acqua che evapora, e  $F$  è ovviamente quella che rimane nell'evaporatore (detta comunemente brine).  $W$ ,  $P$  e  $F$  sono espresse in unità di massa per unità di tempo.

2) *bilancio entalpico nel condensatore*:

$$W c_{pW} (T_{W_n} - T_{W_{n+1}}) = P h_{fg}, \quad (2)$$

dove  $c_{pW}$  è la capacità termica,  $h_{fg}$  è il calore latente di evaporazione e la differenza di temperatura è quella tra l'acqua di mare uscente dal condensatore e quella entrante. Ricordiamo che nello schema dell'impianto MSF l'acqua di mare fluisce in

controcorrente rispetto al distillato, in modo da potersi riscaldare sempre piú da uno stadio al successivo.

3) *bilancio entalpico nell' evaporatore:*

$$F cp_F (T_{B_{n-1}} - T_{B_n}) = Ph_{fg} \quad (3)$$

dove  $cp_F$  é la capacità termica della brine, ed ora la differenza di temperatura si riferisce al salto termico che subisce la brine passando da uno stadio all'altro.

4) *trasferimento di calore nel condensatore:*

$$W cp_W (T_{W_n} - T_{W_{n+1}}) = Ph_{fg} = U_n A_n \frac{T_{W_{n+1}} - T_{W_n}}{\ln\left(\frac{T_{S_n} - T_{W_{n+1}}}{T_{S_n} - T_{W_n}}\right)}, \quad (4)$$

dove  $U_n$  é il coefficiente di trasferimento termico nel condensatore  $n$ , in  $\frac{W}{m^2 K s}$ ,  $A_n$  é la superficie di scambio di calore e  $T_{S_n}$  é la temperatura del condensatore  $n$ .

Le temperature  $T_{B_n}$  e  $T_{S_n}$  sono legate dalla relazione:

$$T_{B_n} = T_{S_n} + \delta_{B_n} + \delta_{S_n} \quad (5)$$

dove  $\delta_{B_n}$  e  $\delta_{S_n}$  sono l'innalzamento ebullioscopico ed un certo residuo termico, risultato della incapacitá del liquido di raggiungere l'equilibrio termico con il vapore a temperatura  $T_{S_n} + \delta_{S_n}$ .

Poiché

$$\frac{P}{W} = \frac{cp_W}{h_{fg}}, (T_{W_n} - T_{W_{n+1}}) \quad (6)$$

e poiché

$$cp_W (T_{W_n} - T_{W_{n+1}}) \ll h_{fg}, \quad (7)$$

é possibile ridurre le equazioni riportate sopra nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
 T_{B_{n-1}} - T_{B_n} &= \frac{Ph_{fg}}{Wcp} \\
 &= T_{W_n} - T_{W_{n+1}} \\
 &= \frac{U_n A_n}{Wcp} \frac{T_{W_{n+1}} - T_{W_n}}{\ln\left(\frac{T_{S_n} - T_{W_{n+1}}}{T_{S_n} - T_{W_n}}\right)}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Ora, l'efficienza  $\eta$ , cioè i kilogrammi di acqua distillata che vengono prodotti da un kilogrammo di vapore iniziale, é data, in prima approssimazione, da:

$$\eta = N \frac{Ph_{fg}}{Wcp(T_{B_0} - T_{W_1})}; \tag{9}$$

dove  $N$  indica il numero totale di stadi dell'impianto MSF. Pertanto,

$$T_{W_1} = T_{B_0} - N \frac{Ph_{fg}}{Wcp\eta}. \tag{10}$$

Inoltre,

$$\begin{aligned}
 T_{W_2} &= T_{W_1} - \frac{Ph_{fg}}{Wcp} \\
 &= T_{B_0} - \frac{Ph_{fg}}{Wcp} \left(1 + \frac{N}{\eta}\right),
 \end{aligned} \tag{11}$$

e

$$T_{B_1} = T_{B_0} - \frac{Ph_{fg}}{Wcp}. \tag{12}$$

Poiché

$$\begin{aligned}
 T_{S_1} &= T_{B_1} - \delta \\
 &= T_{B_0} - \frac{Ph_{fg}}{Wcp} - \delta,
 \end{aligned} \tag{13}$$

con  $\delta = \delta_B + \delta_S$ , possiamo scrivere:

$$\frac{U_1 A_1}{W_{cp}} = \ln \left[ \frac{T_{S_1} - T_{W_2}}{T_{S_1} - T_{W_1}} \right]; \quad (14)$$

cioé,

$$\frac{U_1 A_1}{W_{cp}} = -\ln \left[ 1 - \frac{\eta}{N - \frac{\delta W_{cp} \eta}{Ph_{fg}}} \right], \quad (15)$$

dove  $\frac{U_1 A_1}{W_{cp}}$  si riferisce al primo stadio. L'assunzione che tutti gli stadi siano uguali comporta che:

$$\begin{aligned} T_{W_1} - T_A &= N(T_{W_1} - T_{W_2}) \\ &= N \frac{Ph_{fg}}{W_{cp}} \end{aligned} \quad (16)$$

dove  $T_A$  é la temperatura dell'acqua di mare in ingresso nell'impianto. Sostituendo  $T_{W_1}$  nell' eq. (10) ottengo:

$$\begin{aligned} \frac{W_{cp}}{Ph_{fg}} &= \frac{N}{T_{B_0} - T_A} \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \\ &= N \frac{Ph_{fg}}{W_{cp}} \end{aligned} \quad (17)$$

e pertanto

$$\frac{U_1 A_1}{W_{cp}} = -\ln \left[ 1 - \frac{\eta}{N} \frac{1}{1 - \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)(\eta + 1)} \right], \quad (18)$$

dove  $\Delta = T_{B_0} - T_A$ .

Dal momento che abbiamo assunto tutti gli stadi uguali:

$$\frac{NUA}{W_{cp}} = -N \ln \left[ 1 - \frac{\eta}{N} \frac{1}{1 - \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)(\eta + 1)} \right]. \quad (19)$$

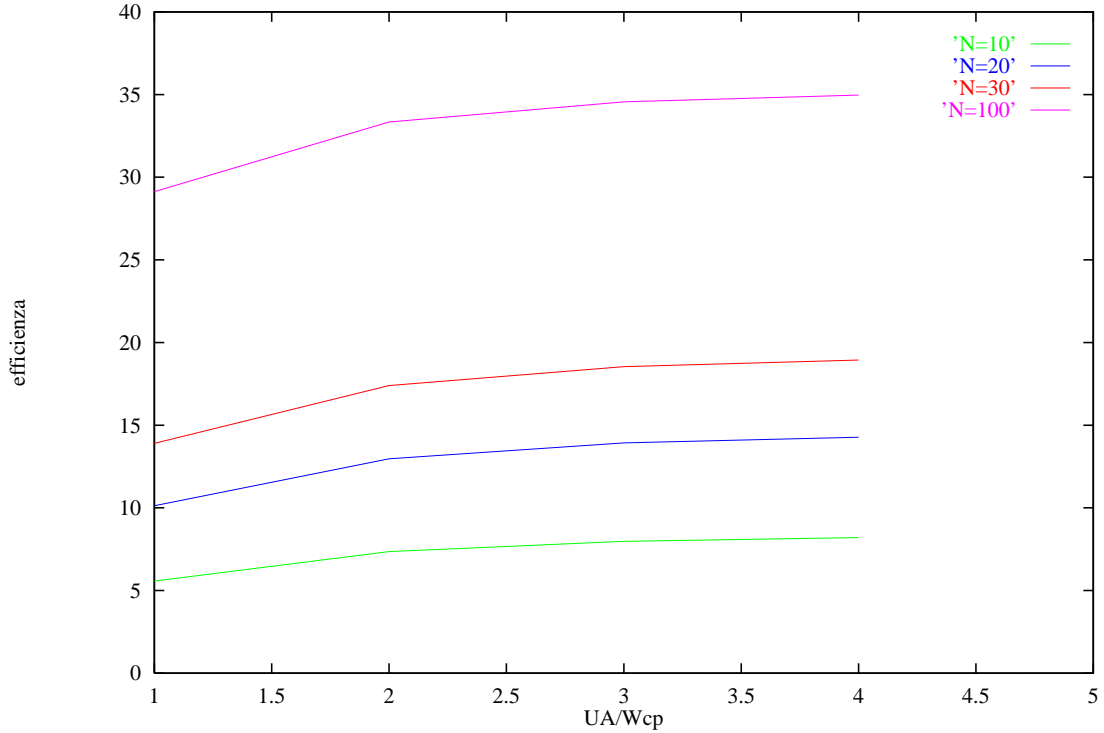


Figure 1:  $\eta$  in funzione di  $\frac{UA}{W_{cp}}$ , per vari valori del numero totale di stages e per  $\frac{\delta}{\Delta} = 0.02$ .

Oppure, riarrangiando in funzione di  $\eta$ :

$$\eta = \frac{N(1 - \frac{\delta}{\Delta})[1 - \exp(-\frac{UA}{W_{cp}})]}{1 + N(\frac{\delta}{\Delta})[1 - \exp(-\frac{UA}{W_{cp}})]} \quad (20)$$

L'eq. (20) e le Fig.1-2 riassumono la dipendenza dell'efficienza di un processo MSF dalle caratteristiche dell'impianto.  $\eta$  aumenta all'aumentare del numero di stages ed al diminuire del rapporto  $\frac{\delta}{\Delta}$ . E' pertanto meglio operare alla temperatura piú alta possibile del "brine heater". La scelta del numero totale di stages e della superficie di scambio di calore é ovviamente dettata da ragioni di natura economica. Per esempio, alti costi dell'energia e bassi costi di capitale dovrebbero guidare la scelta verso impianti MSF con un alto numero di stages ed elevata superficie degli

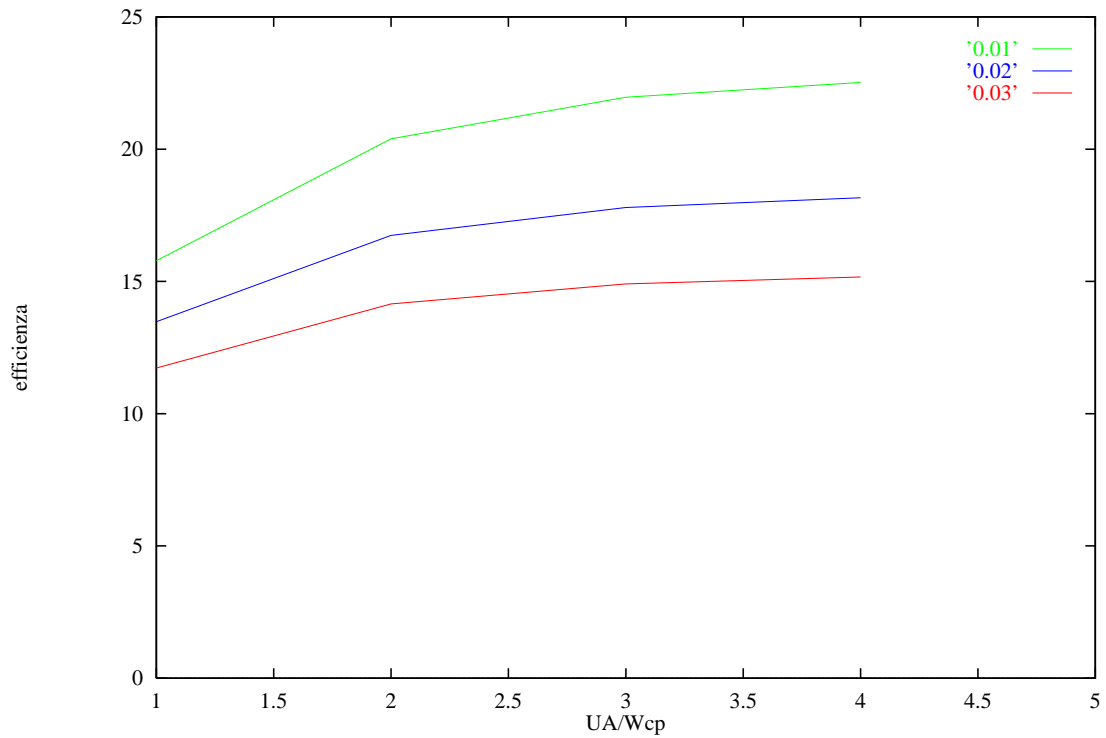


Figure 2:  $\eta$  in funzione di  $\frac{UA}{W_{cp}}$ , per vari valori di  $\frac{\delta}{\Delta}$  e per  $N = 30$ .

scambiatori di calore. Al contrario, se il costo dell'energia é basso, mentre sono elevati i costi di capitale, l'impianto tendera' ad essere piú compatto, con minor numero di stadi e minore superficie di scambio.

## Ottimizzazione del costo dell'impianto

La realizzazione di un impianto in grado di operare in modo efficiente richiede sempre uno studio dell'ottimizzazione dei costi. In un processo MSF, l'ottimizzazione consiste nel minimizzare il costo dell'acqua prodotta, una volta stabilita la capacità produttiva dell'impianto.

In generale, i vari contributi al costo finale di un impianto MSF possono essere divisi in due categorie:

### 1) quelli che non influiscono sulla progettazione dell'impianto.

Una volta che la capacità dell'impianto e la sua collocazione sono state definite, tali contributi dovrebbero essere, per esempio, il costo del terreno, i costi di amministrazione, i costi di manutenzione, i costi di distribuzione dell'acqua dissalata.

### 2) quelli che influiscono direttamente la progettazione dell'impianto.

Per un impianto MSF, questi contributi dovrebbero essere, per esempio, il costo dei tubi, il costo dell'energia, il costo della struttura, il costo dei trattamenti chimici.

Indichiamo con  $T$  il costo totale dell'impianto, in Lire/hr. Possiamo, in prima approssimazione, supporre di esprimere tale costo come la somma dei tre contributi più importanti: il costo della struttura,  $COS$ , il costo della superficie di scambio,  $COAREA$ , ed il costo dell'energia,  $COSTM$ .

$$T = N \times COS + A_{Tot} \times COAREA + \frac{P_{Tot} h_{fg}}{\eta} \times COSTM \quad (21)$$

dove  $A_{Tot}$  e  $P_{Tot}$  sono la superficie totale di scambio e la quantità totale di acqua dissalata prodotta, rispettivamente;  $COS$ ,  $COAREA$ ,  $COSTM$  sono espressi in Lire/stage/hr, e Lire/m<sup>2</sup>/hr, Lire/kJ, rispettivamente.

A questo punto è bene precisare che nella stima del costo di un componente dell'impianto, il tempo di vita atteso per tale componente è di primaria importanza, dal momento che di due componenti che hanno lo stesso costo di capitale, quello che dura di più risulta essere più economico.

Per minimizzare il costo totale dell'impianto differenziamo rispetto alle due variabili  $N$  ed  $\eta$ , ed eguagliamo a zero:

$$\frac{\partial T}{\partial N} = COS + \frac{\partial A_{Tot}}{\partial N} \times COAREA = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{\partial A_{Tot}}{\partial \eta} \times COAREA - \frac{P_{Tot} h_{fg}}{\eta^2} \times COSTM = 0 \quad (23)$$

Tenendo conto che:

$$A_{Tot} = -\frac{W_{cp}}{U} N \ln \left[ 1 - \frac{\eta}{N} \frac{1}{1 - \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1)} \right], \quad (24)$$

abbiamo:

$$\frac{\partial A_{Tot}}{\partial N} = -\frac{W_{cp}}{U} \ln \left\{ 1 - \frac{1}{\frac{N}{\eta} \left[ \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1) \right]} \right\} - \frac{W_{cp}}{U} \left\{ \frac{1}{\frac{N}{\eta} \left[ \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1) \right] - 1} \right\} \quad (25)$$

$$\frac{\partial A_{Tot}}{\partial \eta} = \frac{NW_{cp}}{U} \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{\left\{ N \left[ 1 - \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1) \right] - \eta \right\} \left[ 1 - \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1) \right]} \quad (26)$$

Introduciamo la variabile  $Z$ , definita come:

$$Z = \frac{N}{\eta} \left[ 1 - \frac{\delta}{\Delta}(\eta + 1) \right] \quad (27)$$

Sostituendo  $Z$  nell'eq.(25) abbiamo:

$$\frac{\partial A_{Tot}}{\partial N} = -\frac{W_{cp}}{U} \ln \left( 1 - \frac{1}{Z} \right) - \frac{W_{cp}}{U} \frac{1}{Z - 1} \quad (28)$$

L'eq. (22) diventa:

$$\ln \left( 1 - \frac{1}{Z} \right) + \frac{1}{Z - 1} = \frac{U}{W_{cp}} \frac{COS}{COAREA} \quad (29)$$

Definendo

$$K_1 = \frac{U}{W_{cp}} \frac{COS}{COAREA}, \quad (30)$$



l'eq. (29) assume la semplice forma:

$$\ln\left(1 - \frac{1}{Z}\right) + \frac{1}{Z-1} = K_1 \quad (31)$$

Sostituendo le eq.(26) e eq.(27) nell'eq.(23) otteniamo:

$$\frac{W_{cp}}{UP_{Tot}h_{fg}} \frac{COAREA}{COSTM} \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right) \frac{N^2}{Z(Z-1)} = 1 \quad (32)$$

Definendo

$$K_2 = \frac{W_{cp}}{UP_{Tot}h_{fg}} \frac{COAREA}{COSTM} \left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right), \quad (33)$$

l'eq. (32) diventa:

$$K_2 N^2 = Z(Z-1). \quad (34)$$

Risolvendo il sistema delle due eq. (31) e (34), ricaviamo  $N_{opt}$ ,  $\eta_{opt}$  e  $A_{opt}$ .

## Un esempio

Vogliamo ora proporre un semplice esempio di ottimizzazione del costo di un impianto MSF, sulla base della formulazione ricavata nel paragrafo precedente. In Tab. 1 riportiamo i parametri caratteristici dell'impianto.

Consideriamo un impianto con una capacità produttiva di 50000 m<sup>3</sup>/d. Ricordando che

$$W = \frac{P_{Tot}h_{fg}}{cp\Delta} \left(1 + \frac{1}{\eta}\right), \quad (35)$$

otteniamo  $W \sim 19'525'000$  kg/hr, avendo supposto  $\eta \sim 10$  in questo calcolo. Anche

Table 1: Valori scelti dei parametri caratteristici dell'impianto.

$P_{tot}$ (m <sup>3</sup> /d)	50'000
$\delta$ (°C)	5.
$T_{max}$ (°C)	80.
$T_{min}=T_{mare}$ (°C)	25.
$\Delta$ (°C)	55.
$U$ (kJ/m <sup>2</sup> /K/hr)	12'200.
$c_p$ (kJ/kg/K)	4.2
$h_{fg}$ (kJ/kg)	2326.
costo dell'area del condensatore (Lire/m <sup>2</sup> )	150'000
costo della struttura (Lire/stage)	1'500'000'000
tempo di vita dell'impianto (yr)	20
giorni operativi dell'impianto (days/yr)	330

se  $\eta$  fosse maggiore, ciò non influenzerebbe significativamente il valore di  $W$ .

$$COAREA = \frac{150'000}{20 \times 330 \times 24} = 0.95 \text{ Lire/m}^2/\text{hr.}$$

Se risolviamo il sistema costituito dalle due equazioni (31) e (34) possiamo ricavare, in prima approssimazione,  $N_{opt}$ ,  $\eta_{opt}$ ,  $A_{opt}$ , ed infine il costo dell'acqua dissalata.

Possiamo stimare, in prima approssimazione, il costo dell'acqua dissalata,  $CW$ , infatti:

$$CW = \frac{T}{P_{tot}} \times 1000 \quad (36)$$

Il costo dell'energia influenza notevolmente sia la dimensione dell'impianto che, ovviamente, il costo finale dell'acqua dissalata. In Figura 3 è stato graficato in funzione del costo dell'energia il numero totale di stadi dell'impianto MSF ed in Figura 4 il costo finale dell'acqua.

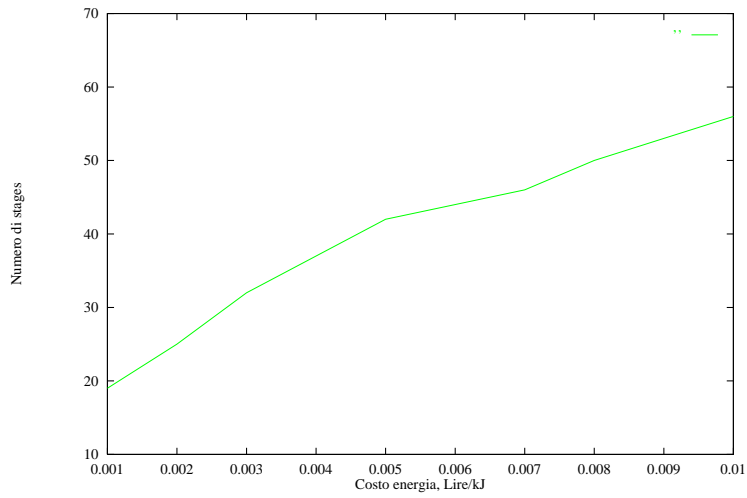


Figure 3: Numero di stages in funzione del costo dell'energia.

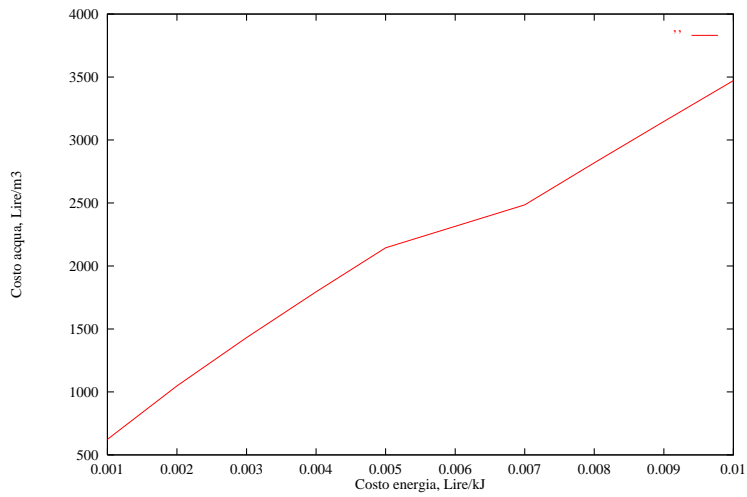


Figure 4: Costo dell'acqua dissalata in funzione del costo dell'energia.