

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN PHYSIQUE**

**PAR  
CHRISTIAN HÉON**

**LE PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE  
ET LES THÉORIES MÉTRIQUES DE LA GRAVITÉ**

**AOÛT 1992**

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

## RÉSUMÉ

Le principe d'équivalence est à la base de la relativité générale et a des conséquences très importantes sur les conceptions de l'espace et du temps. Plusieurs formulations peuvent cependant en être données, certaines plus faibles et d'autres plus fortes. Avec les développements théoriques et expérimentaux des derniers 30 ans, une multitude de théories de la gravité alternatives à la relativité générale ont été énoncées et beaucoup de moyens de les vérifier expérimentalement ont été développés. Avec cette grande quantité de théories est apparue la nécessité de traiter par classes les théories possédant des caractéristiques communes. Une importante classe de théories modernes de la gravité est celle des théories métriques. Les théories métriques de la gravité, définies de manière indépendante du principe d'équivalence, semblent incorporer néanmoins naturellement celui-ci. Cette classe est d'autant plus importante que le principe d'équivalence semble être au coeur de toute théorie plausible de la gravité. Certaines conjectures ont donc été proposées, et certains résultats ont été démontrés, au sujet de la relation logique entre le principe d'équivalence et les théories métriques de la gravité. Ces démonstrations n'ont cependant pas toujours toute la rigueur nécessaire. Cette étude a pour objectifs d'examiner et de clarifier la relation entre le principe d'équivalence et les théories métriques de la gravité, à partir des différentes formulations du principe d'équivalence et d'une caractérisation précise des théories métriques de la gravité. Pour ce faire nous examinerons d'abord des définitions précises des diverses formes du principe d'équivalence et des théories métriques. Nous ferons ensuite un survol des expériences importantes concernant le principe d'équivalence. Nous verrons aussi les cadres et formalismes théoriques servant à traiter les diverses classes de théories de la gravité. Finalement nous examinerons minutieusement les trois

principales conjectures associées à l'étude du principe d'équivalence et des théories métriques de la gravité.

## NOTATIONS

En général, nous utiliserons la convention d'Einstein dans nos représentations tensorielles. Les indices des tenseurs qui sont des lettres latines vont de 1 à 3 et représentent les coordonnées spatiales, tandis que les indices qui sont des lettres grecques vont de 0 à 3 et représentent les coordonnées spatio-temporelles.

La vitesse de la lumière  $c$  et la constante gravitationnelle  $G$  sont en général égales à 1, sauf dans certaines démonstrations où il n'est pas souhaitable d'assumer leur constance ou lorsqu'on veut appuyer sur leur importance.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers le Dr Louis Marchildon qui a bien voulu être le directeur de ce mémoire. Je le remercie pour sa grande patience, ses encouragements et ses précieux conseils. Je lui dois de m'avoir initié au difficile mais combien palpitant domaine de la physique théorique. Finalement, le Dr Marchildon a acquis toute ma gratitude en agissant en véritable bienfaiteur au moments où je connaissais des moments difficiles.

Je dois aussi remercier les professeurs du département de physique qui m'ont enseigné avec compétence et enthousiasme ainsi que Madame Aline Simoneau qui m'a souvent rendu de fiers services.

Finalement, je remercie mon épouse et ma famille pour leur support et leurs encouragements constants.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	ii
NOTATIONS .....	iv
REMERCIEMENTS .....	v
TABLE DES MATIÈRES .....	vi
LISTE DES TABLEAUX .....	x
LISTE DES FIGURES .....	xi
LISTE DES ABRÉVIATIONS .....	xii

INTRODUCTION .....	1
CHAPITRES	
I. FORMULATION DES PRINCIPES D'ÉQUIVALENCE ET	
DES THÉORIES MÉTRIQUES DE LA GRAVITÉ .....	4
II. EXPÉRIENCES SUR LE PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE .....	
Expériences sur le PEFa .....	14
Expérience du pendule .....	14
Expérience d'Eötvös .....	17
Expérience d'Eötvös lunaire .....	19
Expériences d'Einstein .....	19
Précession de l'orbite de Mercure .....	19
Déflexion de la lumière .....	25
Décalage gravitationnel de la lumière vers le rouge .....	33
Retard gravitationnel de la lumière .....	34
Expériences diverses .....	37

III. CADRES, FORMALISMES ET THÉORIES .....	38
Cadres théoriques .....	39
Cadre de Dicke .....	39
Critères de viabilité .....	41
Formalismes .....	42
Formalisme $TH\epsilon\mu$ .....	42
Formalisme TMAG .....	45
Formalisme PPN .....	49
Lois de conservation .....	53
Le principe d'équivalence fort .....	54
Théories particulières .....	56
Théories non symétriques .....	56
Théories $U_4$ .....	57
IV. CONJECTURES .....	58
Conjecture de Schiff .....	58
Le principe d'équivalence d'Einstein et les théories métriques de la gravité ..	71
Le principe d'équivalence fort et la relativité générale .....	75

CONCLUSION ..... 78

BIBLIOGRAPHIE ..... 80

## LISTE DES TABLEAUX

## Tableaux

2,1.	Tests du PEFa. ....	15
2,2.	Mesures optiques de la déflexion de la lumière par le Soleil. ....	27
3,1.	Les paramètres PPN et les lois de conservations. ....	55

## LISTE DES FIGURES

## Figures

1,1	Observateur étudiant le comportement d'une masse dans un ascenseur subissant une accélération ou un champ gravitationnel. . . . .	7
1,2	Observateur étudiant la trajectoire de la lumière dans un ascenseur subissant une accélération ou un champ gravitationnel. . . . .	8
2,1	Haltère composé d'une masse A et d'une masse B oscillant au bout d'un fil de quartz dans un champ gravitationnel. . . . .	18
2,2	(a) Horloges dans un champ gravitationnel, (b) horloges accélérées uniformément . . . . .	21
2,3	Trajectoire d'un rayon lumineux passant près du Soleil. . . . .	28
2,4	Déflexion de la lumière. . . . .	32
2,5	Retard gravitationnel d'un signal radar faisant l'aller-retour entre un satellite et la Terre. . . . .	36

## LISTE DES ABRÉVIATIONS

ILL	Invariance de Lorentz locale.
IPL	Invariance de position locale.
PE	Principe d'équivalence.
PEE	Principe d'équivalence d'Einstein.
PEFa	Principe d'équivalence faible.
PEFaG	Principe d'équivalence faible gravitationnel.
PEFo	Principe d'équivalence fort.
PPN	Paramétrique postnewtonien.
RG	Relativité générale.
SSS	Statique et sphériquement symétrique.
TMAG	Théorie métrique-affine de la gravité.
TMG	Théorie métrique de la gravité.
TNG	Théorie non symétrique de la gravité.
UDGR	Universalité du décalage gravitationnel vers le rouge.

## INTRODUCTION

C'est Galilée en 1602, avec ses lois sur la chute des corps, qui fut le premier à mettre en évidence ce que nous appelons aujourd'hui le principe d'équivalence faible (PEFa), c'est-à-dire l'égalité entre la masse inertielle et la masse grave (gravitationnelle). Ceci veut dire que la chute d'un corps est indépendante de sa composition. Mais c'est Newton, en 1686, qui énonça le premier ce principe avec sa théorie de la gravité. Newton testa lui-même son principe d'équivalence à l'aide de grands pendules oscillant avec des masses de diverses compositions (bois, plomb, or, argent, sable, verre, sel, eau). Il détermina que le principe d'équivalence faible est valide jusqu'à une partie dans 1000. Depuis ce temps, le PEFa a été testé de multiples façons. Il est maintenant accepté que le PEFa est valable au moins jusqu'à une précision d'une partie dans  $10^{12}$ . On voit donc que le PEFa est très bien vérifié expérimentalement.

Jusqu'au milieu du 19e siècle, la théorie de la gravité de Newton connut un succès retentissant grâce aux observations sur le système solaire. Elle a atteint son point culminant lors de la découverte de la planète Neptune, dont l'existence avait été prédite grâce à la théorie newtonienne. Mais en 1859, la théorie de Newton connut son premier écueil lorsque Leverrier mit en évidence une avance anormale du périhélie de Mercure. On ne réussit pas, à l'époque, à expliquer de façon valable cette erreur (planète inconnue, moment quadrupolaire du soleil, etc). Ce n'est qu'en 1916, avec la relativité générale, qu'on a pu expliquer cette anomalie. Auparavant, Einstein avait dû introduire un nouveau principe d'équivalence, qui inclut le PEFa.

Il existe des formes plus ou moins fortes de ce nouveau principe (principe

d'équivalence d'Einstein **PEE**, principe d'équivalence fort **PEFo**) mais il dit, en gros, que les lois physiques sont les mêmes, quelles que soient la vitesse ou la position dans l'univers d'un observateur (ou d'une expérience locale). Einstein a ensuite énoncé trois tests pour vérifier sa théorie de la gravité. Deux de ces tests vérifient surtout le principe d'équivalence: la déflexion de la lumière et le déplacement des raies spectrales vers le rouge dans un champ gravitationnel. Mais il fallut attendre 1960, avec les nouvelles technologies et découvertes théoriques, pour avoir les premières vraies contestations de la théorie de la gravité d'Einstein. De plus, la relativité générale semble difficilement quantifiable et les théoriciens recherchent avec vigueur une théorie unifiée (donc quantique) pouvant regrouper l'interaction gravitationnelle et les autres interactions physiques. Comme la relativité générale n'apparaît plus tout à fait satisfaisante, il faut quand même déterminer les principes fondamentaux essentiels à toute théorie plausible de la gravité. Le principe d'équivalence semble être un de ces principes fondamentaux. Donc depuis 30 ans, on met à l'épreuve, avec de plus en plus de précision, les diverses formes du principe d'équivalence. On a aussi inventé des cadres, formalismes et conjectures théoriques pour vérifier la multitude de nouvelles théories de la gravité et le principe d'équivalence. Parmi les nouvelles théories de la gravité, il y a l'importante classe des théories métriques. Les théories métriques de la gravité semblent inclure naturellement le principe d'équivalence, bien qu'elles soient définies indépendamment de celui-ci.

En fait, il existe trois conjectures importantes liées à l'étude du principe d'équivalence et des théories métriques de la gravité (**TMG**). La première conjecture, connue sous le nom de conjecture de Schiff, dit en gros que toute théorie plausible de la gravité qui satisfait le **PEFa** doit aussi satisfaire le **PEE**. La deuxième conjecture dit que les théories métriques de la gravité et elles seules satisfont le **PEE**. Finalement, la dernière conjecture dit que la relativité générale, qui est bien sûr une théorie métrique, est la seule théorie de la gravité qui satisfait le **PEFo**.

L'objectif de ce travail est donc de bien circonscrire, d'évaluer et d'éclaircir si possible ces trois conjectures. Pour ce faire nous examinerons dans le premier chapitre les définitions précises des diverses formes du principe d'équivalence et des théories métriques. Au deuxième chapitre, nous ferons un survol des expériences importantes concernant le principe d'équivalence. Au troisième chapitre nous verrons les cadres et formalismes théoriques servant à traiter nos trois conjectures et les diverses classes de théories de la gravité. Finalement, au quatrième chapitre, nous examinerons minutieusement les trois principales conjectures associées à l'étude du principe d'équivalence et des théories métriques de la gravité.

## CHAPITRE I

### FORMULATION DES PRINCIPES D'ÉQUIVALENCE ET

### DES THÉORIES MÉTRIQUES DE LA GRAVITÉ

Le principe d'équivalence prend trois aspects principaux et chacun de ses aspects a connu bien des formulations différentes. Dans ce premier chapitre, nous allons introduire le PE sous ses diverses formes, d'abord de manière classique puis de manière plus contemporaine. Nous verrons finalement comment l'on définit les théories métriques de la gravité.

Le principe d'équivalence fut énoncé la première fois par Newton (réf. 1) dans sa théorie de la gravité. C'est ce PE que nous appelons aujourd'hui le principe d'équivalence faible (PEFa). Avant d'aller plus loin dans la définition du PEFa nous devons définir deux termes importants: la masse inerte et la masse grave. La masse inerte  $m_i$ , qui paraît dans la loi de dynamique

$$[1,1] \quad \vec{F} = m_i \vec{a} ,$$

représente en quelque sorte la résistance à l'accélération d'un corps sur lequel on applique une force  $\vec{F}$ . Par ailleurs, on peut considérer la masse grave  $m_g$  comme la charge associée au champ gravitationnel, un peu comme la charge électrique dans un champ électrostatique. Cette charge est exprimée dans l'équation de la force gravitationnelle de Newton

$$[1,2] \quad \vec{F} = -G \frac{m_G m'_G}{r^3} \vec{r}.$$

On peut alors énoncer le PEFa de la manière suivante: **la masse Inerte est exactement proportionnelle à la masse grave**, la constante de proportionnalité étant universelle. Plus simplement nous avons

$$[1,3] \quad m_i = C m_G ,$$

où  $C$  est une constante.

Dans le cas général, nous avons une multitude de masses. Prenons donc un exemple où nous avons  $n$  particules de masses inertielles  $m_i^I$  et de masses graves  $m_G^I$ . La force exercée sur la particule  $i$  par toutes les autres particules est donnée par l'expression suivante:

$$[1,4] \quad \vec{F}^i = \sum_{j=1, j \neq i}^n -G \frac{m_G^i m_G^j}{(r^{ij})^3} \vec{r}^{ij}.$$

En combinant les équations [1,1], [1,3] et [1,4], nous obtenons l'équation du mouvement de la particule  $i$  en chute libre dans un champ gravitationnel quelconque.

$$[1,5] \quad \vec{a}^i = \frac{d^2 \vec{r}^i}{dt^2} = C' \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{m_G^j}{(r^{ij})^3} \vec{r}^{ij} \quad , \quad \text{où } C' = -\frac{G}{C} \text{ est constant.}$$

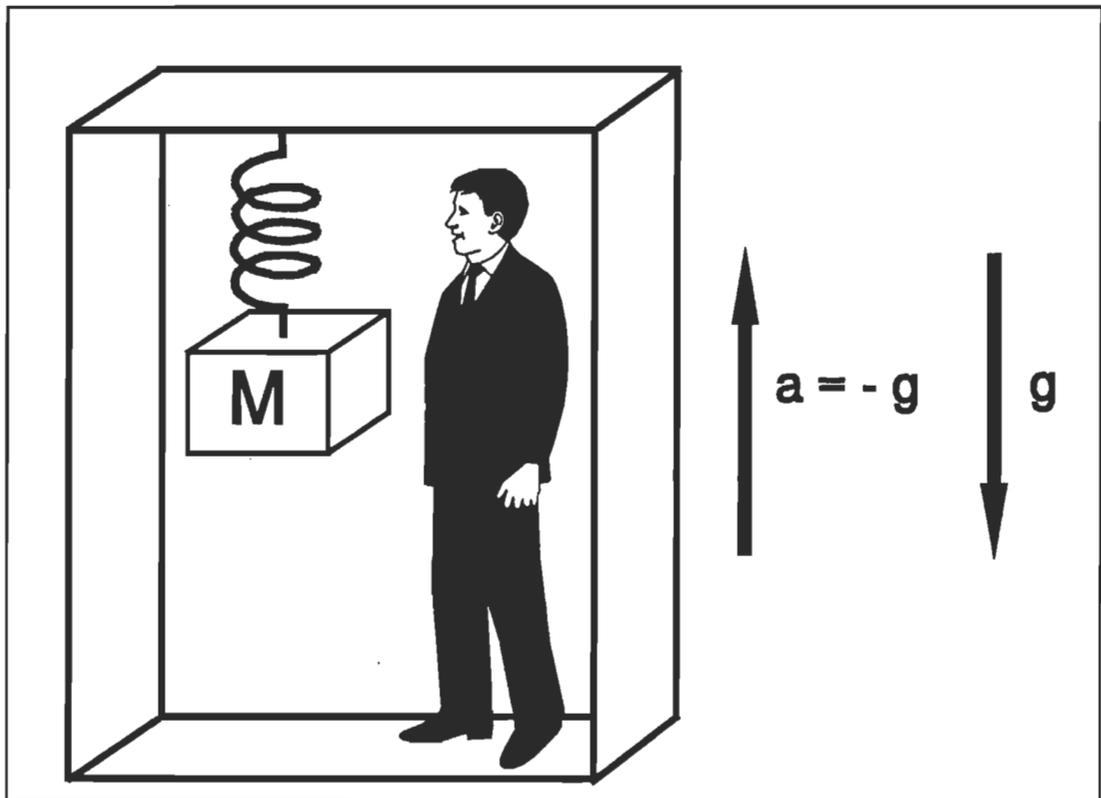
La constante  $C'$  est indépendante de la valeur de la masse inerte ou de la masse grave. On peut donc voir que si le principe d'équivalence est correct, la particule aura la même trajectoire quelle que soit sa masse et quel que soit le champ gravitationnel.

Passons maintenant au principe d'équivalence d'Einstein (PEE). Dans une première

approche, nous pouvons l'énoncer comme suit (réf. 2): **Dans une région locale de l'espace-temps, un champ de gravité est équivalent au champ de force produit par une accélération et aucune expérience physique locale ne nous permet de faire la distinction entre ces deux champs.** Einstein a aussi énoncé une expérience conceptuelle utile pour la compréhension de son PE, qui permet de bien situer le PEFa par rapport au PEE.

L'expérience est la suivante (voir figure 1,1). Imaginons un ascenseur aussi petit que l'on veut. Imaginons aussi qu'un expérimentateur à l'intérieur de cet ascenseur observe le comportement d'une masse suspendue par un ressort au plafond de la cabine. Cet ascenseur peut se situer n'importe où dans l'espace et l'observateur ne peut voir à l'extérieur de la cabine. Si l'expérimentateur voit la masse suspendue baisser par rapport au plafond de la cabine, cela peut être dû à deux phénomènes: soit que la cabine d'ascenseur est accélérée vers le haut et ne subit aucune force gravitationnelle, soit que la cabine est un système inertiel subissant une force gravitationnelle dirigée vers le bas. Si le PEFa est respecté, l'observateur ne pourra faire de différence entre les deux phénomènes, et ce, quelle que soit la composition de la masse. C'est-à-dire que la masse a le même comportement indépendamment de sa nature, que ce soit par exemple du plomb, de l'or, de l'aluminium, du bois, de l'eau, etc.

Nous pouvons maintenant examiner le PEE et voir ce qu'il apporte de plus que le PEFa. Le principe d'Einstein dit à peu près ceci: Dans l'expérience des ascenseurs, non seulement l'observateur ne peut différencier les deux situations à partir de l'observation du mouvement de la masse, mais aucune expérience physique ne lui permet de le faire. Cette dernière affirmation met d'abord en évidence que le PEE inclut le PEFa. Mais prenons tout de même un exemple pour mieux illustrer la différence entre les deux principes (figure 1.2). Toujours dans l'expérience des ascenseurs, au lieu d'observer une masse suspendue,



**Figure 1,1.** Observateur étudiant le comportement d'une masse dans un ascenseur subissant une accélération ou un champ gravitationnel.

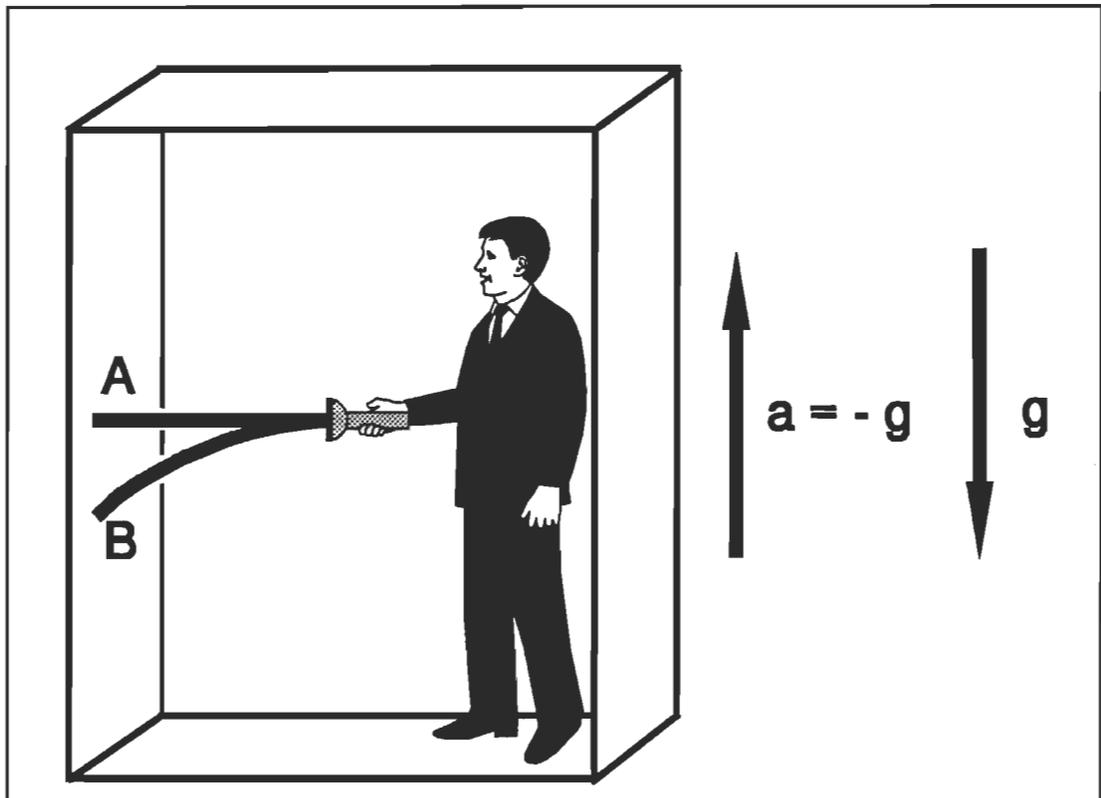


Figure 1,2. Observateur étudiant la trajectoire de la lumière dans un ascenseur subissant une accélération ou un champ gravitationnel.

l'expérimentateur projette un rayon lumineux horizontalement sur une paroi de la cabine et il observe la position du point lumineux ainsi créé sur la paroi. Si la cabine est accélérée vers le haut, la trajectoire du rayon lumineux aura l'apparence du trajet B de la figure. L'observateur verra que le point lumineux sera situé au dessous de sa position initiale. Dans la situation où la cabine est placée dans un champ de gravité le PEFa ne nous apporte aucune information sur le trajet lumineux. Selon le PEFa, il se pourrait que la lumière voyage en ligne droite dans un système inertiel même en présence de gravité. La trajectoire correspondrait alors à A dans la figure. S'il en est ainsi, il y a donc un moyen de différencier par une expérience physique les deux phénomènes de l'accélération et de la gravité. Le PEE dit quant à lui qu'on ne peut faire de différence par quelque expérience que ce soit. Et comme la trajectoire lumineuse est sans aucun doute courbée dans un référentiel accéléré, elle doit aussi l'être dans un référentiel inertiel dans un champ de gravité. Par conséquent selon le PEE, que la cabine soit accélérée ou dans un champ de gravité, la trajectoire du rayon lumineux sera courbée. Les deux situations (accélération et champ gravitationnel) seraient alors indiscernables l'une de l'autre par ce dernier moyen. Einstein dit que ces deux situations sont de toute façon indiscernables par n'importe quel moyen.

Nous pouvons voir aussi la très grande portée du PEE sur la forme que doit prendre une théorie de la gravité. Nous n'avons qu'à noter que dans notre dernier exemple le photon, un objet pourtant sans masse, est dévié par un champ gravitationnel. Une bonne théorie de la gravité doit rendre compte de cette observation.

Nous allons maintenant énoncer les divers principes d'équivalence d'une manière plus détaillée. Il est à noter toutefois que ces définitions sont sujettes à changement selon l'état des découvertes expérimentales et théoriques du domaine. Ainsi il existe des définitions alternatives du PE, dont il sera question dans ce mémoire, que l'on doit considérer attentivement, pour les accepter ou les rejeter selon qu'elles sont meilleures ou

moins bonnes que les définitions actuelles. Les définitions qui suivent sont celles qui sont les plus généralement utilisées dans la littérature contemporaine sur le sujet (réf. 3). Ce seront aussi celles auxquelles je me référerai tout au long du mémoire.

**Principe d'équivalence faible:** Si un corps test non chargé est placé à un événement initial dans l'espace-temps, avec une vitesse initiale donnée, alors sa trajectoire subséquente sera indépendante de sa structure interne et de sa composition.

**Principe d'équivalence d'Einstein:** Le PEE est la conjonction de trois conditions:

- (i) le PEFa est valide;
- (ii) le résultat de toute expérience locale non gravitationnelle est indépendant de la vitesse de l'appareillage (en chute libre);
- (iii) et le résultat de toute expérience locale non gravitationnelle est indépendant d'où et quand l'expérience est faite dans l'univers.

La deuxième et la troisième conditions sont parfois appelées respectivement invariance de Lorentz locale (ILL) et invariance de position locale (IPL).

**Principe d'équivalence fort (PEFo):** Le PEFo est la conjonction de trois conditions:

- (i) le PEFa est valide autant pour un ensemble de corps interagissant gravitationnellement que pour un corps test (principe d'équivalence faible gravitationnel PEFaG);
- (ii) le résultat de toute expérience locale est indépendant de la vitesse de l'appareillage (en chute libre);
- (iii) et le résultat de toute expérience locale est indépendant d'où et quand l'expérience est faite dans l'univers.

Nous pouvons déjà noter que le PEFa ne fait plus intervenir les notions de masse inerte et masse grave, ce qui est une grande amélioration de la définition. Tout en voulant dire la même chose, cette définition nous évite de faire une modification artificielle au concept de masse. Notons aussi que la première définition du PEE que nous avons donnée se sépare maintenant en deux définitions: un nouveau PEE et le PEFo. Cette séparation est nécessaire car ces deux définitions n'ont pas la même force de contrainte pour les théories de la gravité et ne sont pas vérifiées avec la même précision expérimentalement.

Je dois remarquer qu'il existe aussi une classe particulière de définitions du principe d'équivalence. Ce sont les définitions du PE que l'on dit quantiques et qui ont pour objet une certaine quantification des théories de la gravité (réf. 4, 5, 6, 7). L'approche quantique s'intéresse au niveau microscopique et notre approche se situe au niveau macroscopique. Aussi, bien que ces nouvelles définitions soient intéressantes, elles ne cadrent pas exactement avec le sujet du mémoire et ne nous seraient pratiquement d'aucun recours.

Finalement, nous devons aussi définir ce que sont les théories métriques de la gravité (TMG). La définition des TMG connaît heureusement peu de diversité. Elles sont à peu près toujours définies comme suit (réf. 3): Les TMG sont les théories qui satisfont aux conditions suivantes:

- (i) l'espace-temps est déterminé par une métrique;
- (ii) les lignes d'univers de corps test sont les géodésiques de cette métrique;
- (iii) dans les référentiels locaux en chute libre, les lois non gravitationnelles sont celles de la relativité restreinte.

Nous verrons plus tard que le PEE semble confiner les théories de la gravité aux théories métriques, tandis que le PEFo ne semble permettre que la relativité générale. Ces deux dernières affirmations constituent deux conjectures qui seront traitées plus en détail

dans les deux derniers chapitres de ce mémoire.

## CHAPITRE II

### EXPÉRIENCES SUR LE PRINCIPE D'ÉQUIVALENCE

En 1916, Einstein énonça la théorie de la relativité générale (RG) (réf. 8). Sur le coup, sa théorie expliqua la précession anormale du périhélie de l'orbite de Mercure. L'année suivante, la déflexion de rayons lumineux provenant d'étoiles et passant près du Soleil confirma un peu plus la théorie d'Einstein. Mais nous savons depuis que sa théorie n'était pas vérifiée avec une grande précision (réf. 3, 9, 10). En fait, la mécanique newtonienne explique très bien dans une très large mesure les phénomènes gravitationnels. Pour bien vérifier la relativité générale, il faut mesurer les effets non newtoniens de la gravité. Malheureusement, ces effets non newtoniens sont très faibles, ce qui rend leur mesure extrêmement difficile. Ces effets sont si faibles que les astrophysiciens et astronomes de l'époque ne virent pas l'utilité d'une théorie aussi complexe. La relativité générale resta d'ailleurs sans vraie rivale jusqu'aux alentours des années 60 (réf. 3, 11). À cette époque, plusieurs découvertes astronomiques, expérimentales et théoriques, nous permirent de mettre à l'épreuve la relativité générale. Il y eut une foison de nouvelles théories concurrentes de la RG. Il y eut aussi une incroyable amélioration de la précision des expériences grâce aux nouvelles technologies. Les effets non newtoniens de la gravité étant de nos jours mieux mesurés, nous pouvons mieux cerner quelles sont les meilleures théories de la gravité. Dans le même ordre d'idées, le PE sous ses diverses formes, qui a une incidence énorme sur la forme que doit prendre une théorie de la gravité, peut lui aussi être vérifié avec beaucoup plus de précision. Cette effervescence dans la recherche sur la gravité s'est continuée jusqu'à nos jours, si bien que nous avons maintenant quantité

d'expériences qui vérifient la validité du PE et des théories de la gravité. Déjà nous savons que beaucoup de ces nouvelles théories ont échoué le test expérimental et que les trois formes du PE se confirment de plus en plus.

Dans ce chapitre nous allons justement examiner les principales expériences sur le PE et les théories de la gravité. Nous verrons les expériences classiques sur le sujet et nous considérerons les expériences les plus prometteuses pour l'avenir.

Expériences sur le PEFa: Le premier groupe d'expériences est formé de celles qui mettent à l'épreuve de façon plus spécifique le PEFa. Ces expériences se divisent en deux types: celles qui utilisent un pendule simple et celles qui utilisent une balance à torsion. Bien que différents d'aspect, ces deux groupes mesurent fondamentalement la même chose, c'est-à-dire l'accélération de corps de différentes natures ou compositions dans un champ gravitationnel donné.

Expérience du pendule: Newton, qui incorpora le PEFa dans sa théorie de la gravité, voulut aussi le vérifier. Pour ce faire, il utilisa de très grands pendules sur lesquels il fixa des corps de diverses compositions (réf. 9). Pour de petites amplitudes, les oscillations sont isochrones et la fréquence de ces oscillations ne dépend que de la longueur du pendule et de l'accélération due au champ gravitationnel. Donc pour des pendules de même grandeur, la fréquence ne dépend que de l'accélération gravitationnelle. Si le PEFa est valide, l'accélération doit être la même, dans un champ donné, pour tous les corps quelle que soit leur composition. Par conséquent, la fréquence d'oscillation du pendule doit être la même quelle que soit la composition du corps oscillant. Grâce à cette expérience, Newton détermina, avec des masses de diverses compositions (bois, plomb, or, argent, sable, verre, sel, eau), que le PEFa est valide jusqu'à 1 partie dans 1000. Cette expérience fut reprise plus tard par Bessel et par Potter (voir tableau 2,1) (réf. 3, 9).

Tableau 2,1.

## Tests du PEFa.

Années	Expériences	Expérimentateurs	Méthode	Substances testées	Vérification
1686	Newton	Newton	Pendule	Variées	1 partie dans $10^3$
1832	Bessel	Bessel	Pendule	Variées	5 parties dans $10^4$
1922	Eötvös	Eötvös, Pekar, Fekete	Balance à torsion	Variées	2 parties dans $10^8$
1923	Potter	Potter	Pendule	Variées	5 parties dans $10^4$
1935	Renner	Renner	Balance à torsion	Variées	5 parties dans $10^8$
1964	Princeton	Roll, Krotkov, Dicke	Balance à torsion	Aluminium et or	1 partie dans $10^{11}$
1972	Moscou	Bradginsky, Panov	Balance à torsion	Aluminium et platine	1 partie dans $10^{12}$
1976	Munich	Koester	Chute libre	Neutrons	3 parties dans $10^3$

1978	Stanford	Worden	Suspension magnétique	Niobium, Terre	1 partie dans $10^4$
1979	Boulder	Keiser, Faller	Flottaison sur l'eau	Cuivre, tungsten	2 parties dans $10^{10}$

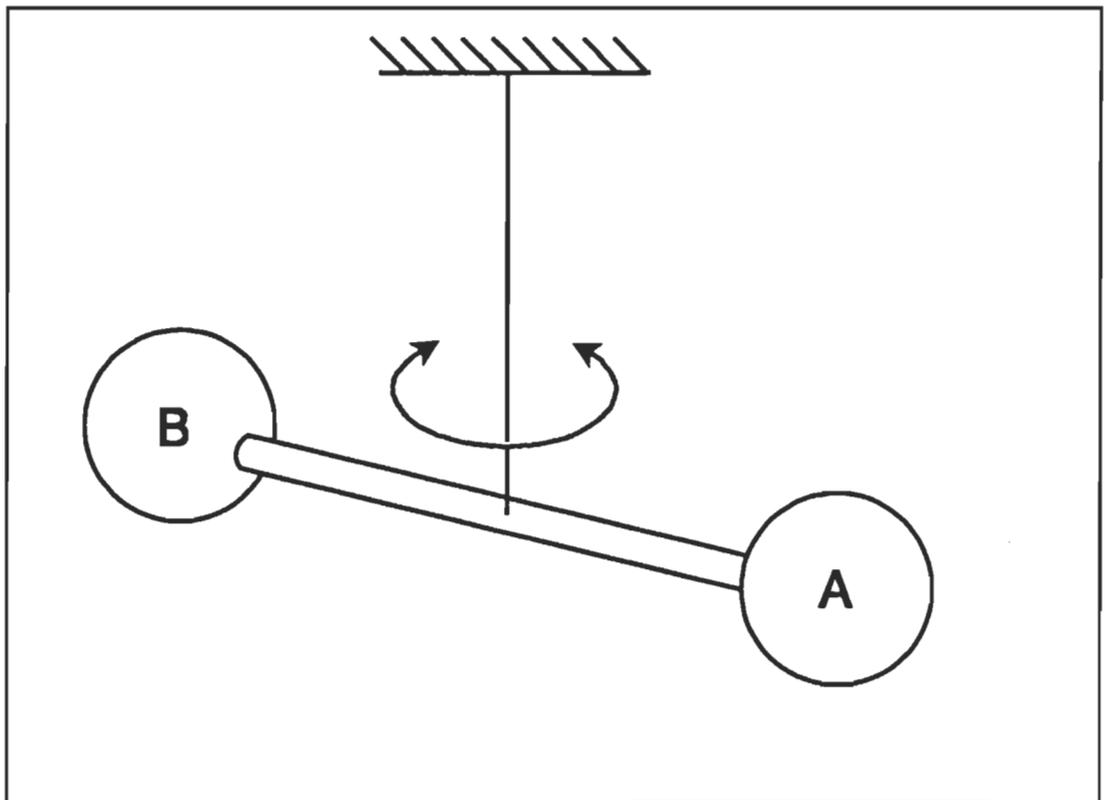
---

Pour un tableau et des références plus détaillée, voir Will (réf. 3, p. 27).

---

Expérience d'Eötvös: La précision des expériences du type du pendule simple étant limitée, le baron Roland von Eötvös décida, en 1889, d'utiliser la balance à torsion pour évaluer la validité du PEFa (réf. 3, 9, 12). Sur une balance à torsion, nous plaçons aux extrémités deux sphères de compositions différentes (voir figure 2,1). Les deux bras de la balance sont de la même grandeur et pour que la balance soit en équilibre il faut que les masses graves des sphères soient égales. Si l'on donne une petite rotation à l'haltère suivant l'axe du fil de quartz, l'haltère se mettra à osciller selon la constante de torsion du fil et selon la masse inerte des deux sphères. Si la masse inerte n'est pas la même pour les deux sphères, alors nous pourrions le découvrir en comparant la fréquence d'oscillation de la balance lorsque les deux masses sont de même composition avec la fréquence de la balance lorsque l'on remplace une des sphères par une sphère de même poids mais de composition différente. Si l'on note une différence entre les deux fréquences, les masses inertes des deux sphères de même masse grave mais de compositions différentes sont inégales; le PEFa est violé. Eötvös trouva ainsi que le PEFa est valable jusqu'à 2 parties dans  $10^9$ , pour des masses de diverses compositions. L'expérience fut reprise, modifiée et améliorée par Dicke en 1964 (voir le tableau 2,1) (réf. 3, 12). Dans l'expérience de Dicke, grâce à un ingénieux système, on utilise le champ gravitationnel du Soleil plutôt que le champ terrestre de l'expérience d'Eötvös. Toutefois, le principe reste le même dans ces deux expériences. Les expériences du type Eötvös-Dicke sont les plus précises sur le PEFa. Ce type d'expériences a permis de vérifier la validité du PEFa jusqu'à 1 partie dans  $10^{12}$ . On voit donc que le PEFa est expérimentalement très bien établi.

Nous devons remarquer toutefois que ces expériences n'évaluent le PEFa que sur des corps macroscopiques. Un accord macroscopique avec le PEFa permet, dans une certaine mesure, une violation au niveau microscopique mais dont les effets moyens s'annulent.



**Figure 2,1.** Haltère composé d'une masse A et d'une masse B oscillant au bout d'un fil de quartz dans un champ gravitationnel.

Expérience d'Eötvös lunaire: Cette expérience qui s'attache à vérifier le PEFaG, a été proposée par Nordvedt en 1971 (réf. 13). Dans les expériences précédentes, l'énergie liée à l'interaction gravitationnelle est négligeable face à l'énergie associée aux autres interactions. Le PEFaG n'est donc pas évalué par ces expériences. Pour l'ensemble formé par la Terre et la Lune, l'interaction gravitationnelle est importante et cet ensemble peut nous permettre de vérifier le PEFaG. L'expérience d'Eötvös lunaire consiste seulement à mesurer l'accélération relative de la Terre et de la Lune vers le Soleil. La Terre et la Lune subissant pratiquement le même champ de la part du Soleil, elles doivent tomber avec la même accélération vers le Soleil pour que le PEFaG soit satisfait. Les mesures ont montré que pour l'ensemble Terre-Lune le PEFaG est correct jusqu'à 7 parties dans  $10^{12}$ . Dans l'avenir, des mesures sur d'autres ensembles de corps massifs pourront être faites.

Expériences d'Einstein: Le deuxième groupe d'expériences est constitué des trois expériences classiques qu'Einstein lui-même a proposées pour vérifier sa propre théorie de la gravité. Ce sont: la précession du périhélie de l'orbite de Mercure, la déviation des rayons lumineux par un champ gravitationnel, et le décalage des raies spectrales vers le rouge en présence d'un champ gravitationnel.

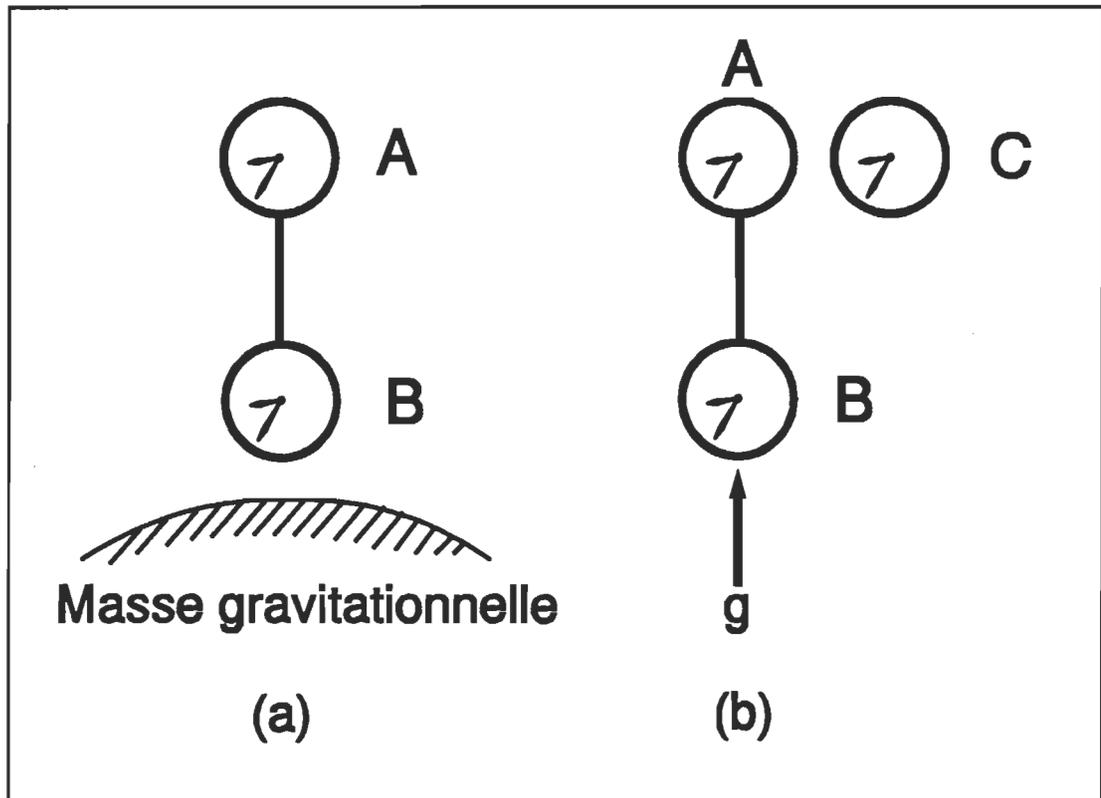
Précession de l'orbite de Mercure: En 1859, Leverrier calcula les orbites des planètes avec les outils mathématiques les plus puissants de l'époque. Il arriva à des résultats d'une précision assez extraordinaire pour son temps. En comparant ses résultats pour Mercure avec l'orbite observée de Mercure, Leverrier constata une anomalie dans l'avance du périhélie de cette planète (réf. 3, 9). Il y avait une avance anormale d'environ 43 secondes d'arc par siècle dans la précession observée comparée à la précession calculée selon la mécanique newtonienne. On émit bien des hypothèses, pour expliquer ces anomalies: existence d'une planète inconnue en orbite près de Mercure, moment quadrupolaire du Soleil, etc. Mais aucune de ces explications ne fut vraiment satisfaisante.

Ce premier test était donc incontournable pour la RG, puisque cela a été la pierre d'achoppement de la mécanique newtonienne. Ce fut aussi le premier succès de la RG car elle nous permit de calculer une avance anormale du périhélie de Mercure de 42.96 secondes d'arc par siècle, soit quasiment la même que celle observée. Ce résultat, qui semble confirmer la validité de la RG, a été fortement questionné entre 1967 et 1974 (réf. 3). On soupçonnait de nouveau le Soleil d'avoir un moment quadrupolaire assez important pour expliquer en partie l'avance anormale du périhélie de Mercure. Bien qu'aujourd'hui la controverse se soit pas mal dissipée, il reste que nous n'avons pas encore très bien mesuré le moment quadrupolaire du Soleil. Et, même si nous trouvions que le moment quadrupolaire du Soleil est grand, ce qui détruirait indirectement la validité de la RG, ce test nous serait plus ou moins utile car on ne saurait dire si c'est le PE qui est défectueux, ou si ce sont les équations du champ d'Einstein ou encore les deux à la fois.

Les deux autres tests classiques sont plus intéressants car ils peuvent, en principe, vérifier exclusivement la validité du PEE. En effet si l'on peut mesurer le champ gravitationnel en tout point utile, les équations du champ ne nous sont pas nécessaires. Malheureusement, en pratique on ne peut mesurer le champ en tout point utile. Malgré tout, l'équation du champ de Newton est souvent suffisamment précise pour calculer les effets du PEE aux premiers ordres pour les cas qui nous intéressent.

À partir du PEE et de quelques arguments simples, nous allons calculer les résultats de nos deux autres tests classiques. L'argumentation qui suit est tirée de L. I. Schiff (réf. 14).

Avant de commencer, nous devons évaluer les conséquences du PEE sur la mesure du temps et des distances. Deux horloges construites de façon identique sont placées au repos, séparées par une distance  $h$  le long des lignes de forces d'un champ gravitationnel uniforme ou localement uniforme d'accélération  $g$ , comme dans la figure 2,2a (réf. 14).



**Figure 2.2.** (a) Horloges dans un champ gravitationnel, (b) horloges accélérées uniformément.

En accord avec le PEE, toute comparaison de période entre ces deux horloges peut être faite dans une région sans gravité, où elles ont une accélération de  $-g$ , comme dans la figure 2,2b. Nous pouvons accomplir la comparaison entre les horloges A et B grâce à une troisième horloge C, laquelle est au repos de façon permanente près de la trajectoire des deux horloges A et B<sup>1</sup>. Comme l'horloge C est au repos dans une région sans gravité, elle fait partie d'un système de coordonnées inertiel, et devient un bon intermédiaire de comparaison pour A et B entre eux.

Supposons que l'horloge A a une vitesse vers le haut  $v_A$  quand elle passe près de C. La période de C est  $T$ , et la période de A observée par C est, selon la relativité restreinte,

$$[2,1] \quad T_A = T(1 - v_A^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{T}{(1 - v_A^2/2c^2 + \dots)},$$

où l'approximation est bonne tant que  $v_A$  est petit par rapport à  $c$ . De la même manière, quand l'horloge B passe près de C avec une vitesse  $v_B$ , une deuxième mesure montre que la période de B observée par C est

$$[2,2] \quad T_B = T(1 - v_B^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} \approx T(1 + v_B^2/2c^2 + \dots),$$

où l'approximation est bonne tant que  $v_B$  est petit par rapport à  $c$ . On peut maintenant comparer les périodes de A et B telles que perçues à C en éliminant  $T$ :

---

<sup>1</sup>Nous supposons que l'accélération n'a pas d'effet sur la comparaison de A et B avec C. Cette supposition n'est pas tout à fait vraie. L'accélération a une certaine influence sur la comparaison entre les horloges, mais cette influence n'affecte pas le résultat de notre démonstration. Pour une démonstration plus rigoureuse, on peut se référer à l'article de Landsberg et Bishop (réf. 15).

$$\begin{aligned}
 [2,3] \quad T_B &= T_A(1-v_A^2/c^2)^{\frac{1}{2}}(1-v_B^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} \\
 &\approx T_A(1-v_A^2/2c^2)(1+v_B^2/2c^2) \\
 &\approx T_A(1+\frac{(v_B^2-v_A^2)}{2c^2}) .
 \end{aligned}$$

Si  $g$  est une accélération uniforme, on montre facilement que

$$[2,4] \quad v_B^2 = v_A^2 + 2gh .$$

Nous obtenons finalement

$$[2,5] \quad T_B = T_A(1+\frac{gh}{c^2}) .$$

Nous pouvons donc dire que pour l'horloge C, la période de B est plus grande que celle de A par une fraction  $gh/c^2$ . Et selon le PEE, ce résultat est valable pour deux horloges immobiles dans un champ gravitationnel uniforme, les périodes étant mesurées par un observateur hors du champ.

Supposons maintenant que, dans un champ non uniforme, l'on puisse changer la quantité  $gh$  de l'équation [2,5] par la différence de potentiel entre la position A et B, si  $h$  est assez petit. Dans un champ non uniforme, nous pouvons disposer une série d'horloges identiques sur une ligne de sorte que la distance entre deux horloges consécutives soit courte. Nous pouvons alors comparer la valeur des périodes entre les horloges de proche en proche. Si l'on compare les périodes de la première horloge (A) et de la dernière horloge (B), en laissant tomber les termes d'ordres supérieurs, nous obtenons

$$[2.6] \quad T_{\text{dernière}} \approx T_{\text{première}} \left( 1 + \frac{\Delta U}{mc^2} \right),$$

où  $m$  est la masse d'une horloge et  $\Delta U$  est la différence de potentiel entre la première et la dernière horloge. Si on utilise le potentiel gravitationnel newtonien associé à une masse sphériquement symétrique  $M$ , l'équation [2,6] devient

$$[2.7] \quad T_B \approx T_A \left[ 1 + \frac{GM}{c^2 r_B} - \frac{GM_A}{c^2 r_A} \right],$$

où  $G$  est la constante de gravitation universelle,  $r_A$  et  $r_B$  sont les distances centre à centre entre A et  $M$  et entre B et  $M$ .

Nous pouvons faire le même genre de calcul pour la mesure des distances. Il existe deux situations particulières, selon qu'on mesure une distance parallèlement aux lignes du champ, ou qu'on mesure une distance perpendiculairement aux lignes du champ.

Dans la première situation, nous remplaçons les deux horloges A et B par deux tiges A et B de même longueur, construites identiquement. Les tiges sont parallèles aux lignes du champ. Toujours selon le PEE, il nous est possible de comparer la longueur des deux tiges dans une région sans gravité, où les tiges ont une accélération de  $-g$  et sont parallèles à la trajectoire. Nous pouvons établir la comparaison entre les deux tiges à l'aide d'une troisième tige C, laquelle est au repos près de la trajectoire et est parallèle à celle-ci<sup>2</sup>.

Supposons que la tige A a une vitesse  $v_A$  et que la tige B a une vitesse  $v_B$  quand elles passent successivement près de C. La longueur de C est  $L$  et les longueurs de A et de B mesurées par C selon la relativité restreinte sont

---

<sup>2</sup>Encore une fois, nous prenons pour acquis que l'accélération n'a pas d'effet sur la comparaison des deux tiges A et B avec la tige C.

$$[2,8] \quad L_A = L \left( 1 - \frac{V_A^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad L_B = L \left( 1 - \frac{V_B^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Avec le même traitement que pour les horloges nous obtenons

$$[2,9] \quad L_B \approx L_A \left( 1 - \frac{gh}{c^2} \right).$$

Nous pouvons dire que pour C, la longueur de B est plus courte que celle de A par une fraction  $gh/c^2$ .

Pour le potentiel sphériquement symétrique classique, nous avons finalement

$$[2,10] \quad L_B \approx L_A \left[ 1 - \frac{GM}{c^2 r_B} + \frac{GM_1}{c^2 r_A} \right],$$

où les variables et constantes ont la même signification que plus haut.

Pour la deuxième situation, où les tiges sont perpendiculaires aux lignes du champ, le calcul est très simple car en relativité restreinte les distances perpendiculaires au mouvement ne sont pas affectées par celui-ci. On peut alors dire que  $L_A$  reste toujours égale à  $L_B$  lorsque ces dernières sont perpendiculaires aux lignes du champ, c'est-à-dire

$$[2,11] \quad L_B = L_A.$$

Nous pouvons maintenant aborder l'étude de nos deux dernières expériences d'Einstein.

Déflexion de la lumière: Ce deuxième test, bien que d'une faible précision, apparut à l'époque comme une spectaculaire démonstration de la relativité générale. En 1918,

Einstein a prédit que, selon la RG, la lumière d'une étoile serait déviée de 1.75 secondes d'arc en passant près du Soleil. Sa prédiction fut confirmée l'année suivante lors d'une éclipse solaire et plus tard lors d'éclipses subséquentes (voir tableau 2,2). Plus récemment encore, la découverte de lentilles gravitationnelles par les astrophysiciens est venue renforcer la validité de la prédiction. Mais il faut bien avouer que ce test est très limité en précision. Les meilleures observations ne nous donnent guère mieux que 10% d'incertitude. Néanmoins, la lumière est assez déviée près de masses importantes pour que la physique classique ne puisse rendre compte du phénomène. Si la RG n'est pas très bien établie par ce test, il vient malgré tout refermer pour de bon le tombeau de la gravitation newtonienne.

Nous allons maintenant voir une première application des calculs que nous avons faits précédemment sur le PEE et la mesure des intervalles de temps et de distance. Nous verrons qu'en première approximation, le PEE et quelques assertions simples sont suffisants pour donner une bonne évaluation de la déflexion de la lumière passant près du Soleil. L'argumentation suivante est tirée de l'article de L. I. Schiff cité précédemment (réf. 14).

Pour notre calcul, nous utiliserons le PEE et le principe d'optique de Huygens. L'équation du champ de Newton pour une source sphériquement symétrique sera suffisamment précise pour nos besoins.

Un rayon lumineux passe près de la surface du Soleil dans la direction positive de l'axe des  $x$  (voir figure 2,3). Considérons le rayon à l'instant où il est situé au point B. Un observateur A sur la Terre, dont on peut négliger la vitesse et le champ gravitationnel, veut tracer le trajet de ce rayon lumineux. Il peut le faire en utilisant le principe de Huygens s'il sait comment la vitesse du rayon varie en fonction de la position et de la direction de celui-ci. Cette vitesse peut, par ailleurs, être exprimée en termes de la vitesse locale mesurée par un observateur immobile à la position instantanée du rayon lumineux. Pour ce faire, nous allons utiliser les équations [2,7] à [2,11] pour convertir les unités de temps et de longueur

Tableau 2,2.

Mesures optiques de la déflexion de la lumière par le Soleil.

Eclipse	Nombre d'étoiles	Distance minimum du centre du Soleil en terme du rayon du Soleil	Résultats, où l'unité est la prédiction d'Einstein
1919	7	2	$1,13 \pm 0,07$
1919	5	2	$0,92 \pm 0,17$
1922	92	2,1	$0,98 \pm 0,06$
1922	145	2,1	$1,04 \pm 0,09$
1922	14	2	0,7 à 1,3
1922	18	2	0,8 à 1,2
1929	17	1,5	$1,28 \pm 0,06$
1936	25	2	$1,55 \pm 0,15$
1936	8	4	0,7 à 1,2
1947	51	3,3	$1,15 \pm 0,15$
1956	10	2,1	$0,97 \pm 0,06$
1973	39	2	$0,95 \pm 0,11$

Pour un tableau et des références plus détaillée, voir Will (réf. 3, p. 6).

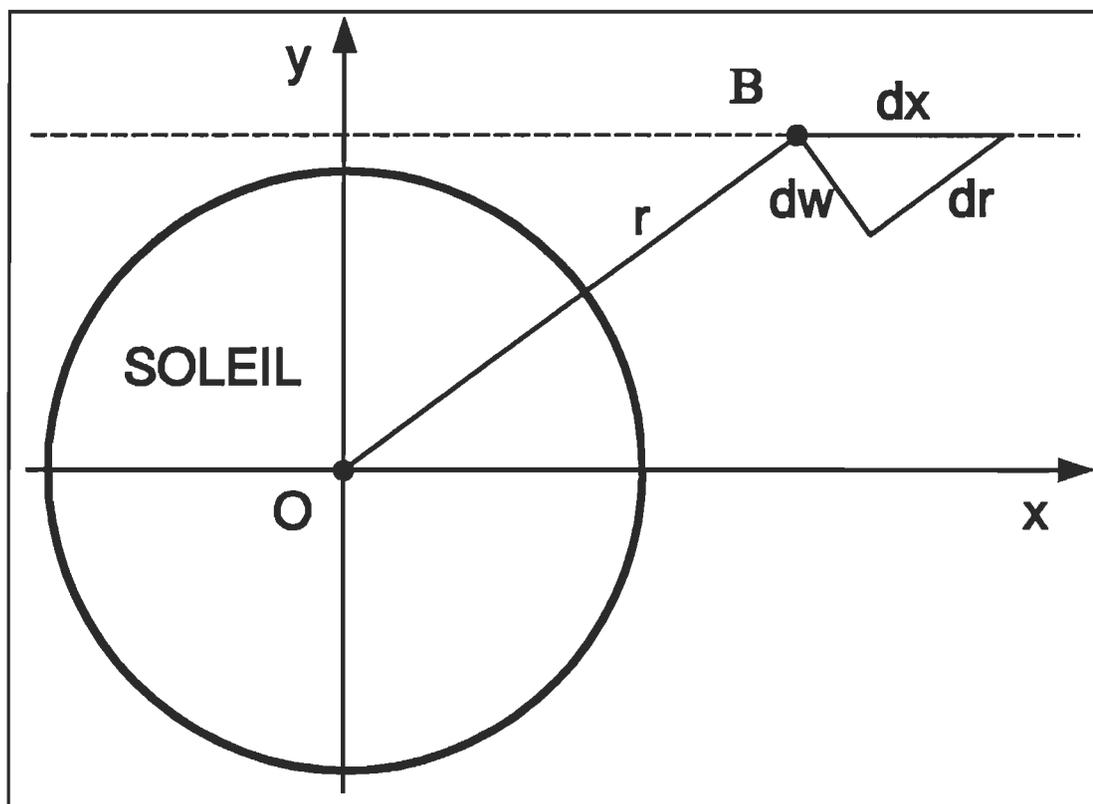


Figure 2,3. Trajectoire d'un rayon lumineux passant près du Soleil.

qui définissent la vitesse locale du rayon dans celles qui définissent la vitesse du rayon sur le tracé.

En plus de l'observateur B, plaçons les observateurs B' et B'' de la manière suivante. À l'instant considéré, B' et B'' sont au même point de l'espace et en dehors du champ de gravité, et ces trois observateurs ont une vitesse relative nulle. B' est accéléré avec la valeur de l'accélération gravitationnelle à B, et B'' est au repos de façon permanente. Si le PEE tient, B et B', et par conséquent aussi B'', font les mêmes mesures physiques à cet instant. Donc nos trois observateurs mesurent la même chose. Comme B'' est dans un système inertiel, il mesure une vitesse de la lumière  $c$  identique dans toutes les directions, et de fait B aussi.

Nous pouvons maintenant convertir la vitesse locale  $c$ , telle qu'observée par B, en vitesse  $c'$  correspondant au tracé de la trajectoire effectué par l'observateur A sur la Terre. L'observateur B trouve que le rayon lumineux parcourt  $dx$  unités de longueur durant un intervalle  $dt = dx/c$  unités de temps. Mais pour l'observateur A, ces unités de temps lui paraissent plus longues, comme l'indique l'équation [2,7]. L'intervalle de temps que A doit utiliser pour son tracé est donc

$$[2,12] \quad dt' = dt \left( \frac{T_B}{T_A} \right) = dt \left( 1 + \frac{GM}{c^2 r} \right),$$

où  $M$  est la masse du Soleil et où nous négligerons  $r_A^{-1}$  relativement à  $r_B^{-1}$ . Par ailleurs, comme nous le voyons sur la figure 2,3, la longueur  $dx$  est la résultante de  $dr$  et  $dw$ , les composantes radiales et perpendiculaires de  $dx$  sur le vecteur position  $r$ . Nous savons, par l'équation [2,10], que les unités de longueur radiales de B sont plus courtes que celles de A, et que A doit utiliser l'intervalle  $dr'$  suivant:

$$[2,13] \quad dr' = dr \left(1 - \frac{GM}{c^2 r}\right).$$

De la même manière nous avons, de l'équation [2,11],  $dw' = dw$ . En utilisant la relation  $dx'^2 = dr'^2 + dw'^2$  et la dérivée de  $r$  dans l'expression  $r^2 = y^2 + x^2$ , c'est-à-dire  $(dr/dx)_y = (x/r)$ , nous obtenons l'intervalle  $dx'$  mesuré par A.

$$[2,14] \quad \begin{aligned} dx' &= (dr'^2 + dw'^2)^{\frac{1}{2}} = \left[dr^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) + dw^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &= dx \left[1 - \frac{2GM}{c^2 r} \left(\frac{dr}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ &\approx dx \left[1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3}\right]. \end{aligned}$$

En combinant les équations [2,12] et [2,14], nous obtenons pour la vitesse du tracé

$$[2,15] \quad \begin{aligned} c' &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} \frac{1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3}}{1 + \frac{GM}{c^2 r}} \\ &\approx c \left[1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3} - \frac{GM}{c^2 r}\right]. \end{aligned}$$

À partir du principe de Huygens, si l'on exprime  $c'$  en fonction de  $x$ ,  $y$  au lieu de  $x$ ,  $r$ , nous pouvons obtenir la courbure du rayon lumineux de l'expression suivante:

$$[2,16] \quad \kappa = \frac{1}{c'} \left( \frac{\partial c'}{\partial y} \right)_x \approx \frac{1}{c} \left[ 1 - \frac{GM}{c^2 r} - \frac{GMx^2}{c^2 r^3} \right]^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ c \left[ 1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3} - \frac{GM}{c^2 r} \right] \right\}.$$

Étant donné que  $r^2 = x^2 + y^2$ , nous obtenons après calculs:

$$[2,17] \quad \kappa = \frac{GM}{c^2} \left[ \frac{3x^2 y}{r^5} + \frac{y}{r^3} \right].$$

Puisque  $c'$  diminue si  $y$  diminue, alors la courbure du tracé doit être concave par rapport au Soleil. La courbure nous donne le changement de direction d'une tangente voyageant sur la courbe pour un déplacement infinitésimal sur celle-ci. Si on intègre la courbure sur toute la courbe, nous obtenons le changement total de direction d'une tangente ayant voyagé sur toute sa longueur (voir figure 2,4). Pour le Soleil, nous pouvons approximer que  $y$  égale  $R$ , la distance au point du tracé le plus près du Soleil. La déflexion totale est donc

$$[2,18] \quad \theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\theta}{dx} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{(y=R)} dx.$$

On peut maintenant remplacer  $\kappa$  par l'équation [2,17]. Et nous arrivons finalement à la même expression que la RG pour la déflexion (réf. 12, 14):

$$[2,19] \quad \theta = \frac{4GM}{c^2 R}.$$

Ceci donne à peu près 1.7" pour un rayon passant près du Soleil.

Seulement à partir du PEE et de l'équation du champ de Newton, on arrive au même résultat, en première approximation, que la RG et ce qui est réellement observé. Si on pouvait mesurer le champ tout le long de la trajectoire, nous pourrions avoir un résultat plus précis qui ne ferait pas appel à des équations du champ. Cela constituerait

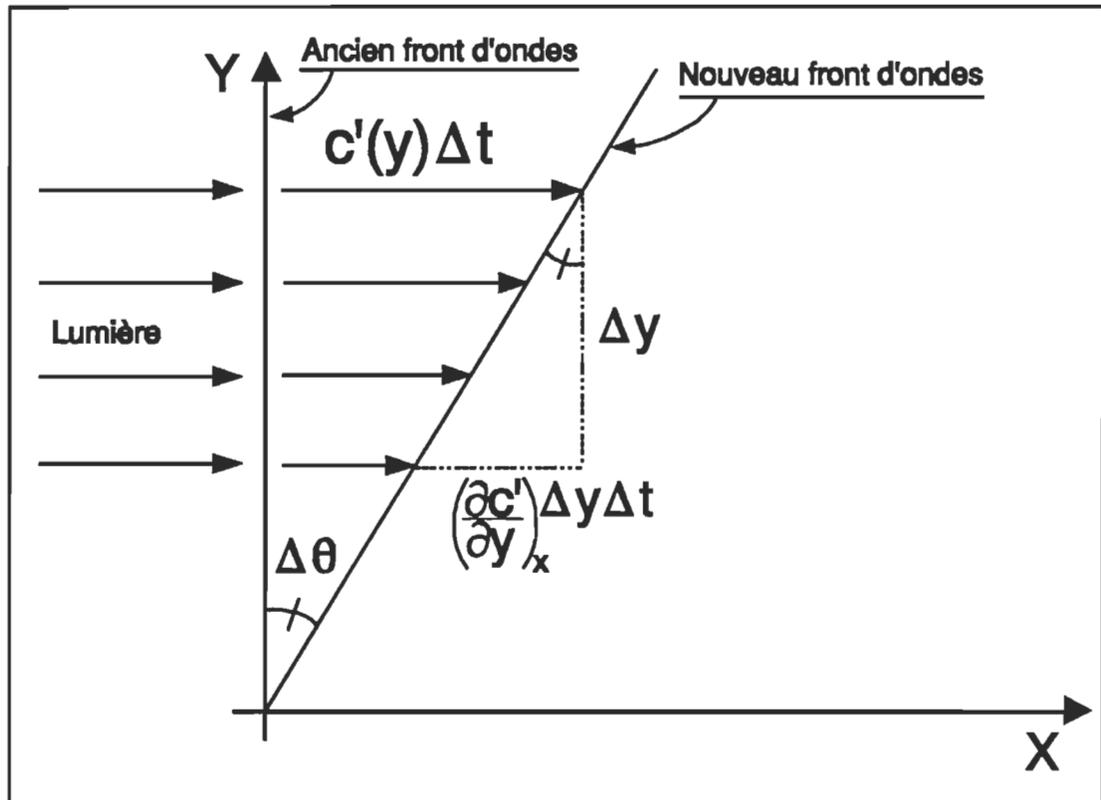


Figure 2,4. Déflexion de la lumière.

Cette illustration représente la déflexion d'un front d'onde lumineux dans une région où la vitesse de la lumière varie dans le sens de l'axe des Y. À un instant  $t = 0$ , le front d'ondes est perpendiculaire à l'axe des X et se trouve à  $x = 0$ . Nous laissons avancer le front d'onde pendant un temps court  $\Delta t$ . La variation de la vitesse de la lumière selon l'axe des Y fait tourner le front d'ondes d'un petit angle  $\Delta\theta$ . Nous pouvons alors dire que  $\Delta\theta = \tan(\Delta\theta) = (\partial c'/\partial y)_x \Delta t$ . Et comme  $\Delta t = c' \Delta x$ , nous avons  $\Delta\theta/\Delta x = (1/c')(\partial c'/\partial y)_x = \kappa$ . Lorsque que  $\Delta t$  tend vers 0,  $d\theta/dx = \kappa$ .

un bon test pour le PEE. Malheureusement, en pratique, nous ne pouvons faire ces mesures et nous devons postuler les équations du champ. Le test n'examine donc pas purement le PEE, mais aussi simultanément les équations du champ. De toute façon, nos observations sont loin d'être assez précises pour que l'on puisse en tirer des conclusions satisfaisantes.

Décalage gravitationnel de la lumière vers le rouge: Pour ce dernier test, on a dû attendre 1960, avec l'expérience de Pound et Rebka, pour avoir une première confirmation du phénomène (réf. 3, 9, 12). Einstein a énoncé ce test en 1907 et on peut très facilement le comprendre à partir de ce que nous avons déjà vu sur le PEE et la mesure des intervalles de temps. Prenons l'expérience de Pound et Rebka pour l'illustrer. Sur la surface de la Terre, nous plaçons une source lumineuse B cohérente à fréquence fixe, pointant vers le haut, à une certaine hauteur. À une hauteur  $h$  au-dessus de la source nous plaçons un détecteur A. Pour savoir ce qu'il advient de la période d'oscillation d'un photon partant de B pour aller à A, nous pouvons utiliser l'équation [2,5]. Nous comparons la fréquence perçue par B lors de l'émission avec la fréquence perçue à A lors de la détection. Nous obtenons alors l'expression suivante pour le rapport des fréquences à la détection et l'émission.

$$[2,20] \quad \frac{\nu_{\text{détection}}}{\nu_{\text{émission}}} = 1 - \frac{gh}{c^2}$$

Nous avons utilisé ici le champ le plus simplifié possible mais nous aurions pu faire l'argument avec n'importe quelle forme de champ. Ce qu'il y a d'intéressant avec l'expérience de Pound et Rebka, c'est que l'on peut mesurer le champ gravitationnel en tout point de la trajectoire du photon. Ceci non seulement nous permet de faire un calcul très précis, mais aussi nous évite de faire appel aux équations du champ. Nous pouvons alors vérifier expérimentalement le PEE seul. C'est pratiquement le meilleur test du PEE. En 1960, Pound et Rebka ont réussi à montrer que le PEE doit être valable jusqu'à 1 partie

dans 100. En 1979, Vessot et Levine ont montré, à l'aide d'une expérience de décalage gravitationnel vers le rouge montée sur une fusée, que le PEE doit être valable jusqu'à 2 parties dans 10000 (réf. 3, 9). Cette expérience compare la période de deux horloges identiques, une en orbite autour de la Terre et l'autre sur Terre.

Nous allons voir maintenant ce que l'on peut appeler une expérience semi-classique, dans le sens qu'elle n'a pas été suggérée par Einstein, mais qui est dans le même esprit que celles qu'il a suggérées: le retard gravitationnel de la lumière. En fait, cette expérience s'apparente beaucoup à l'expérience de la déflexion lumineuse. Lorsque la gravité dévie la lumière de sa trajectoire, elle diminue la vitesse (apparente) de celle-ci. Et si la vitesse diminue, la lumière prend plus de temps pour parcourir une certaine distance; la lumière est retardée.

Retard gravitationnel de la lumière: Ce n'est qu'en 1964 qu'Irwin I. Shapiro eut l'idée que l'on pouvait mesurer le retard pris par la lumière sur une certaine distance, en présence de la gravité (réf. 3, 16). Il faut dire que cette quantité n'est pas facile à mesurer. Par exemple, on évalue le retard pris par un signal radar pour un aller-retour jusqu'à Mars à environ 0.2s.

Comme pour nos deux tests précédents, on peut évaluer approximativement ce phénomène grâce au PEE et à l'équation du champ de Newton. Prenons un exemple simple, où nous avons un satellite en orbite autour de la Terre. Nous négligeons le champ gravitationnel dû au Soleil. Le satellite, à une distance  $d$ , envoie un signal radar vers la Terre et calcule le temps de l'aller-retour (voir figure 2,5). Classiquement, le temps pour un signal lumineux pour aller de la Terre au satellite ou vice versa est

$$[2,21] \quad T_{\text{classique}} = \frac{d}{c} .$$

Mais si l'on tient compte du PEE, le temps réel est

$$[2,22] \quad T_{\text{réel}} = \int_R^{R+d} \frac{dx}{c'}$$

où  $c'$  est la vitesse apparente de la lumière pour un observateur hors du champ. En introduisant un champ classique sphériquement symétrique pour la terre et à partir des équations [2,7] à [2,11] nous obtenons (l'équation [2,15] avec  $y = 0$ )

$$[2,23] \quad c' \approx c \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 x} \right)$$

En introduisant cette dernière dans l'équation [2,22], on obtient directement le temps de vol

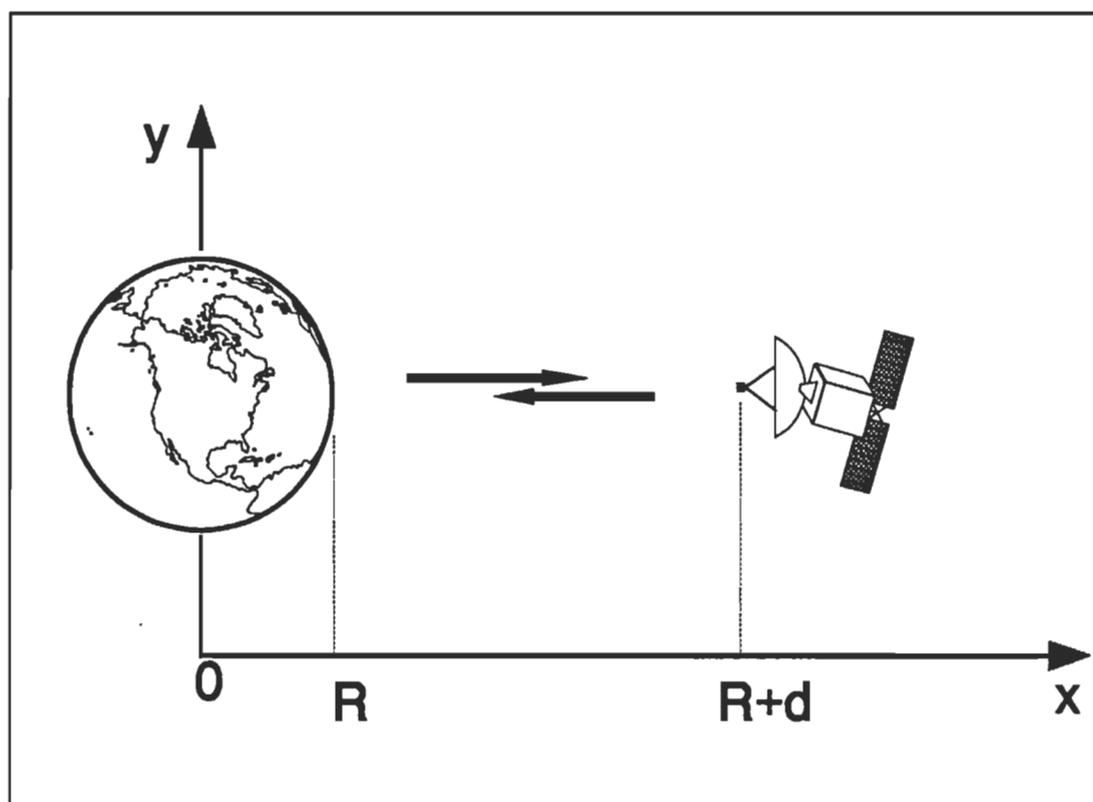
$$[2,24] \quad T \approx \frac{1}{c} \int_R^{R+d} \left[ 1 + 2 \frac{GM_{\oplus}}{c^2 x} \right] dx$$

$$\approx \frac{d}{c} + 2 \frac{GM_{\oplus}}{c^3} \ln \left| \frac{R+d}{R} \right|,$$

où  $R$  est le rayon moyen de la Terre et  $M_{\oplus}$  est la masse de la Terre. Le retard pris par le signal radar pour un aller-retour est alors

$$[2,25] \quad \text{Retard} = 2(T_{\text{réel}} - T_{\text{classique}}) = 4 \frac{GM_{\oplus}}{c^3} \ln \left| \frac{R+d}{R} \right|.$$

Nous voyons de nouveau que le PEE et l'approximation classique du champ suffisent pour nous permettre de calculer avec une certaine précision notre phénomène. Mais, encore une fois, nous ne pouvons mesurer exactement le champ gravitationnel en tout point de la trajectoire du signal radar. Par conséquent, ce test évalue la validité du PEE mais aussi celle des équations du champ. En réalité il faut tenir compte du champ du Soleil, surtout lors de la mesure du retard d'un écho radar nous revenant d'une autre planète. Et c'est jusqu'à maintenant un des tests les plus précis de la RG. Les dernières



**Figure 2,5.** Retard gravitationnel d'un signal radar faisant l'aller-retour entre un satellite et la Terre.

expérimentations nous ont montré que la RG rend bien compte du phénomène jusqu'à 2 parties dans 1000.

Expériences diverses: Mentionnons rapidement une catégorie importante d'expériences sur la gravité qui se divise en trois groupes. Ces expériences ne font qu'essayer de voir quelles sont les théories qui traduisent le mieux le mouvement de corps célestes naturels ou artificiels (réf. 3, 13, 17, 18, 19). Le premier groupe s'attache au mouvement des planètes, le second au mouvement d'étoiles binaires et le troisième au mouvement de gyroscopes en orbite. Bien que ces expériences soient pratiques surtout pour discriminer les meilleures théories, elles sont également utiles pour évaluer la validité du PEFo. En effet, s'il y a violation du PEFo, cela aura une influence mesurable sur le mouvement des corps célestes déjà cités.

Finalement, il existe une dernière catégorie d'expériences qui s'attachent à la gravité au niveau microscopique. Dans cette classe d'expériences nous retrouvons, entre autres, des expériences sur le spin (réf. 20, 21, 22). Il est en effet intéressant de vérifier le comportement du spin de particules en présence de gravité. Si une violation du PEFo avait un effet sur le comportement du spin d'une particule, il se pourrait que cet effet soit annulé en moyenne et ne soit pas décelable macroscopiquement. Enfin une dernière expérience consiste à essayer de mesurer une dépolarisation des raies spectrales solaires due à la violation du PEE dans les théories non symétriques<sup>3</sup> de la gravité (réf. 23).

---

<sup>3</sup>Nous verrons au chapitre suivant à quoi correspondent les théories non symétriques de la gravité.

## CHAPITRE III

### CADRES, FORMALISMES ET THÉORIES

L'objectif principal des études théoriques qui nous intéressent ici est de trouver la ou les théories les plus adéquates à décrire la gravité. Peu de domaines de la physique possèdent autant de théories concurrentes pour décrire un même phénomène. Comme nous l'avons déjà vu, l'expérimentation sur la gravité n'est en général pas très précise et ne nous permet pas de départager les théories de la gravité avec efficacité. Aussi, nous devons faire des efforts supplémentaires lors des études théoriques pour demeurer le plus objectif possible. Pour éviter d'introduire des notions subjectives à l'intérieur de théories de la gravité, nous partons du général et allons vers le particulier. C'est-à-dire que l'on doit avoir les prémisses de bases les plus générales possibles et les moins nombreuses possibles. Sinon, nous risquons d'imposer des restrictions artificielles qui nous feront rejeter des théories potentiellement bonnes.

À l'aide de l'expérimentation, nous vérifions les prémisses de base et nous pouvons alors en trouver d'autres auxquelles les théories de la gravité doivent répondre. On élimine certaines prémisses ou on en reformule d'autres et on recommence d'autres expériences. Et ainsi de suite, nous l'espérons, jusqu'à trouver la meilleure théorie de la gravité. Dans le même temps, nous sommes amenés à regrouper les théories par classes. Chaque classe regroupe les théories ayant certaines caractéristiques communes. Nous essayons de voir quelles classes de théories répondent le mieux à l'expérience. Par le processus itératif cité plus haut, nous tentons de réduire le plus possible les classes de théories de la gravité satisfaisantes.

Dans ce chapitre, nous verrons d'abord les cadres généraux à l'intérieur desquels nous croyons que les théories de la gravité doivent s'insérer. Ces cadres donnent surtout des moyens qualitatifs d'évaluer les théories de la gravité mais sont aussi utiles à la création d'expériences objectives sur la gravité.

Nous aborderons ensuite les formalismes théoriques, qui sont plus contraignants mais qui donnent des moyens quantitatifs d'évaluer les théories de la gravité. Ces formalismes s'adressent toujours à une classe particulière de théories.

Nous concluons avec une brève description de deux classes de théories importantes mais qui ne sont pas rattachées à des formalismes spécifiques: les théories non symétriques et les théories  $U_4$  de la gravité.

#### Cadres théoriques:

Cadre de Dicke: Ce cadre a été énoncé par R. H. Dicke en 1964 (réf. 3, 24, 25). C'est le cadre théorique à peu près le plus général possible. Aussi, c'est le cadre qui assume le moins de choses possible sur la nature de la gravité. Il est très utile à l'élaboration et l'interprétation de tests sur la gravité. Ce cadre nous indique surtout comment mathématiquement nous allons traiter les théories de la gravité.

Le cadre de Dicke est constitué des deux énoncés suivants:

**Énoncé 1.** L'espace-temps est une variété à quatre dimensions, où chaque point de la variété correspond à un événement physique. La variété ne possède pas nécessairement de métrique ou de connexion affine.

**Énoncé 2.** Les théories doivent être exprimées sous une forme indépendante des coordonnées (forme covariante des équations).

Déjà le premier énoncé élimine certaines théories quantiques de la gravité. Comme

nous nous intéressons plutôt au caractère macroscopique de la gravité, cet inconvénient n'est pas très important. Notons également que le deuxième énoncé n'est pas aussi restrictif qu'il peut paraître. En effet, bien des théories ayant un système de coordonnées préférentiel peuvent être mises sous forme covariante.

À ces deux énoncés nous rajoutons parfois les deux contraintes supplémentaires qui suivent:

**Contrainte 1.** La gravité doit être associée à un ou plusieurs champs à caractère tensoriel (scalaire, vecteur, tenseur).

**Contrainte 2.** Les équations dynamiques de la gravité dérivent d'un principe d'action.

Ces deux contraintes ont une très grande influence sur les théories possibles de la gravité, aussi ne les utilise-t-on que lorsque c'est strictement nécessaire. Lorsque les équations dynamiques dérivent d'un principe d'action, la théorie est dite lagrangienne. Presque toutes les théories de la gravité sont lagrangiennes.

Ce cadre a été utile à Dicke lui-même pour l'élaboration de son expérience sur le PEFa. Il a été aussi utile à l'interprétation de l'expérience sur le décalage gravitationnel vers le rouge des raies spectrales. Les résultats des expériences sur la relativité restreinte interprétés dans ce cadre théorique nous permettent aussi de dire qu'il est fort probable que l'on puisse associer un et un seul champ de tenseur d'ordre 2 à l'espace-temps (la métrique de l'espace-temps) et que ce tenseur tend vers la métrique de Minkowski lorsque la gravité devient nulle. (Aucune expérience n'a pu mettre en évidence l'existence d'un champ scalaire, vectoriel ou tensoriel d'ordre supérieur à deux). Les résultats des expériences sur le PEFa et le PEE nous portent à croire que les lignes d'univers de corps test sont les géodésiques de la métrique de l'espace-temps. Ces conclusions deviennent le point de

départ du formalisme PPN. Notons que même si ces conclusions sont valables, il est toujours possible que d'autres champs de gravité existent, mais ces champs doivent agir sur la métrique qui à son tour agira sur la matière; sinon les corps test ne voyageraient pas sur les géodésiques de l'espace-temps.

Critères de viabilité: Les deux énoncés du cadre de Dicke nous permettent de créer un nouveau cadre plus restrictif mais plus utile pour l'évaluation des théories de la gravité. Ce cadre est constitué de quatre critères de viabilité (réf. 3, 25). C'est-à-dire que toute théorie de la gravité doit satisfaire à ces quatre critères pour être considérée viable. Deux de ces critères sont de nature théorique et deux sont de nature expérimentale. On remarquera que ces critères sont tellement naturels qu'on les prend souvent inconditionnellement pour acquis.

**Critère 1.** Une théorie doit être complète: c'est-à-dire que l'on doit pouvoir interpréter le résultat de n'importe quelle expérience à partir des principes fondamentaux de la théorie.

Ce critère ne peut être poussé à l'extrême puisqu'en fait aucune théorie n'est totalement complète. Par exemple les interactions nucléaires faibles et fortes ne sont généralement pas incorporées aux théories de la gravité. En général, un ensemble complet de lois électromagnétiques inclus à l'intérieur des théories de la gravité est suffisant pour calculer le comportement détaillé d'un corps dans un champ de gravité.

**Critère 2.** Une théorie doit être cohérente: la prédiction d'une expérience doit être unique.

Si par deux méthodes différentes mais équivalentes nous obtenons deux résultats différents pour une expérience, alors la théorie est incohérente.

**Critère 3.** Une théorie doit être relativiste: quand la gravité devient nulle, la théorie doit donner les mêmes résultats que ceux de la relativité restreinte pour les lois non gravitationnelles.

On appelle souvent ce critère le principe de correspondance avec la relativité restreinte. Les théories satisfaisant ce critère sont dites relativistes.

**Critère 4.** Une théorie doit être compatible avec la théorie newtonienne de la gravité. Dans la limite où la gravité est faible et où les mouvements sont lents, la théorie doit donner les mêmes résultats que la théorie de Newton.

Bien qu'utiles et assez naturels, ces critères ne sont pas statiques. Leur force peut varier selon le désir du théoricien ou selon le développement de l'expérimentation.

#### Formalismes:

Formalisme  $TH_{\mu}$ : Ce premier formalisme concerne seulement les théories relativistes complètes de la gravité mais a l'avantage de pouvoir donner des résultats plus quantitatifs sur les théories de la gravité. Les TMG sont un cas particulier des théories relativistes de la gravité. Ce formalisme a été conçu à l'origine surtout pour donner une preuve restreinte de la conjecture de Schiff. La **conjecture de Schiff**, dont nous parlerons plus en détail au chapitre IV, se définit comme suit: **Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui obéit au PEFa doit aussi, inévitablement, satisfaire le PEE** (réf. 3, 14, 26). Cette conjecture, si elle s'avérait, serait très utile puisque la validité du PEFa est connue avec beaucoup plus de précision que celle du PEE. Et donc, toute démonstration visant à confirmer ou à infirmer la conjecture de Schiff est importante.

Alan P. Lightman et David L. Lee sont les auteurs du formalisme  $TH_{\mu}$  (réf. 27). À

l'intérieur de ce formalisme, les auteurs ont essayé de coupler la gravité avec l'électromagnétisme de la manière la plus générale possible. Ils ont trouvé que l'on peut traiter dans une forme assez universelle les théories relativistes de la gravité lorsque nous utilisons un champ gravitationnel statique et sphériquement symétrique (SSS).

Dans le formalisme  $TH\epsilon\mu$ , le mouvement de particules chargées électriquement sous l'action simultanée d'un champ gravitationnel et d'un champ électromagnétique  $A_\mu$  est donné par le lagrangien et les équations de Maxwell modifiées suivants (la vitesse de la lumière  $c = 1$ , la constante de gravitation  $G = 1$ ):

$$[3,1] \quad L = \sum_k \int [-m_{0k} (T - H \delta_{ij} v_k^i v_k^j)^{\frac{1}{2}} + e_k A_\mu v_k^\mu] dt ,$$

$$[3,2] \quad \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = 4\pi \rho ,$$

$$[3,3] \quad \vec{\nabla} \times \frac{\vec{B}}{\mu} = 4\pi \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E}) .$$

Les quantités utilisées plus haut sont définies comme suit:

$m_{0k}$  = masse au repos de la particule  $k$ ;

$e_k$  = charge de la particule  $k$ ;

$x_k^\mu$  = ligne d'univers de la particule  $k$ ;

$v_k^\mu$  =  $dx_k^\mu/dt$ ;  $x^0 = t$ ;

$A_\mu$  = quadrivecteur du potentiel électromagnétique.

Les symboles  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{J}$  et  $\rho$  ont leur signification habituelle.  $T$ ,  $H$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$  sont des fonctions dépendant du potentiel gravitationnel statique et sphériquement symétrique  $U(r)$ . Chacune de ces fonctions prend une forme particulière pour chaque théorie relativiste de la gravité.

Notons que ce lagrangien n'est pas parfaitement général et l'on doit y apporter certaines modifications pour accommoder certaines théories.

Pour vérifier la conjecture de Schiff, nous allons examiner l'influence du PEFa sur la forme des fonctions  $T$ ,  $H$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  et sur les relations existant entre elles. Si l'on prend un corps test suffisamment petit, constitué de particules interagissant électromagnétiquement, et qu'on le laisse tomber à partir du repos dans un champ gravitationnel statique et sphériquement symétrique, l'accélération du centre de masse doit être indépendante de la structure et de la composition du corps pour satisfaire le PEFa. De cette condition et de relations du viriel nous trouvons la relation suivante:

$$[3,4] \quad \varepsilon = \mu = \left( \frac{H}{T} \right)^2 .$$

Or, à l'intérieur du formalisme  $TH\varepsilon\mu$ , les théories qui satisfont la relation  $\varepsilon = \mu$  sont toutes des TMG. Par conséquent

$$\text{PEFa} \Rightarrow \text{TMG} .$$

Par ailleurs, il est généralement accepté que les théories métriques de la gravité et elles seules satisfont le PEE<sup>4</sup>. On peut alors dire que le PEFa implique le PEE pour les théories relativistes de la gravité:

$$\text{PEFa} \Rightarrow \text{PEE} .$$

Nous obtenons ainsi une démonstration limitée de la conjecture de Schiff.

Bien sûr, cette démonstration comporte des faiblesses. Premièrement, nos particules ponctuelles classiques ne décrivent que grossièrement la réalité physique. Deuxièmement,

---

<sup>4</sup>Cette affirmation forme une des conjectures que nous allons étudier au chapitre IV.

ces calculs ne considèrent que le couplage de l'interaction électromagnétique avec la gravité, laissant tomber les interactions faibles et fortes. Troisièmement, le champ gravitationnel statique et sphériquement symétrique (SSS) est certes très particulier. Par exemple, on peut imaginer une théorie prenant une forme métrique pour un potentiel SSS mais prenant une forme non métrique pour un potentiel qui n'est pas SSS. On devrait alors analyser cette théorie individuellement dans des potentiels non SSS. Quatrièmement, le calcul n'est valable que pour des vitesses faibles pour nos particules. Finalement, le lagrangien et les équations de Maxwell modifiées ne sont pas strictement généraux. Certaines théories relativistes ne peuvent être traitées par un formalisme sous cette forme. C'est le cas, entre autres, de la théorie de Naida et Cappela et de la théorie de Belinfante et Swihart (réf. 27). Ces théories doivent être analysées sur une base individuelle.

Formalisme TMAG: Ce formalisme concerne les théories métriques-affines de la gravité (TMAG). Les TMAG forment une classe de théories qui répond aux trois conditions suivantes:

- Condition 1.** Une TMAG est une théorie géométrique de la gravité. C'est-à-dire que l'espace-temps est caractérisé par une variété différentielle de dimension quatre.
- Condition 2.** La variété de l'espace-temps est déterminée par une connexion  $\Gamma$  et un champ tensoriel  $g$ . Le champ gravitationnel est complètement déterminé par  $\Gamma$  et  $g$ .
- Condition 3.** Les trajectoires uniques de chute libre de corps test sont associées aux courbes géométriques naturelles de l'espace-temps (géodésiques). C'est-à-dire que le mouvement de particules non chargées en chute libre est donné par l'équation

$$[3,5] \quad \frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0 ,$$

où  $\lambda$  est le paramètre de la trajectoire.

Dans une TMAG, la connexion  $\Gamma$  et le tenseur  $g$  ne sont pas en général liés. Notons toutefois que les théories métriques de la gravité forment un cas particulier des TMAG où les termes de la connexion sont égaux aux symboles de Christoffel:

$$[3,6] \quad \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{\alpha\delta} \left\{ \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^\delta} + \frac{\partial g_{\delta\beta}}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^\delta} \right\} .$$

Alan A. Coley a énoncé ce formalisme en 1982 (réf. 28, 29, 30). Comme les auteurs du formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ , Coley a voulu, grâce à son formalisme, évaluer les conséquences du PEFa sur les théories de la gravité. Et il arrive dans une certaine mesure à confirmer la conjecture de Schiff. En fait, la procédure utilisée par Coley pour vérifier la conjecture de Schiff s'apparente beaucoup à celle que Lightman et Lee ont utilisée dans le contexte du formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ .

Comme dans le formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ , Coley utilise un corps test constitué de particules chargées électriquement. Ici cependant, le comportement d'une particule chargée est complètement déterminé par l'équation de Lorentz généralisée (contrairement à un principe d'action comme dans le formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ )

$$[3,7] \quad \frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = L \left( \text{grav}, \frac{dx^\gamma}{d\lambda} \right) \frac{e}{m} F^\alpha_{\quad\eta} \frac{dx^\eta}{d\lambda}$$

et par des équations de Maxwell généralisées.  $L$  est une fonction arbitraire dépendant du champ de gravité et du quadrivecteur vitesse. Cette fonction prend une forme spécifique pour chaque théorie.  $e$  et  $m$  sont la charge et la masse de la particule. Finalement,  $F$  est

le tenseur du champ électromagnétique. Les équations de Maxwell généralisées possèdent elles aussi des fonctions arbitraires dépendant du champ gravitationnel et du quadrivecteur vitesse. Ces fonctions prennent une forme particulière pour chaque théorie.

L'auteur impose certaines conditions à ces équations. D'abord elles doivent être relativistes, c'est-à-dire que ces équations doivent se réduire aux équations de la relativité restreinte quand la gravité s'annule. Nous obtenons alors l'équation de Lorentz et les équations de Maxwell habituelles. L'auteur veut aussi que ces équations puissent traiter les TMG comme cas particulier. Ensuite, les équations doivent être assez générales pour pouvoir traiter toutes les TMAG. En pratique, il est impossible d'être tout à fait universel, on se contente de pouvoir traiter le plus grand nombre possible de TMAG. Finalement, on impose la conservation de la charge et l'invariance de jauge pour l'interaction électromagnétique.

Pour évaluer le PEFa, Coley fait tomber son corps test constitué de particules électriquement chargées et interagissant ensemble, à partir du repos, dans un champ gravitationnel SSS. Pour que le PEFa soit satisfait, il faut que l'accélération du centre de masse soit indépendante de la structure et de la composition du corps test.

L'auteur doit imposer trois autres conditions pour pouvoir effectuer ses calculs. Il impose d'abord la conservation de l'énergie totale pour le corps test. Il impose ensuite deux relations du viriel: l'énergie potentielle et le moment cinétique sont en moyenne constants.

Après calculs, Coley arrive à la conclusion que l'imposition du PEFa oblige les équations électromagnétiques généralisées (équation de Lorentz généralisée et équations de Maxwell généralisées) à être métriques par rapport à  $\mu g_{\alpha\beta}$ , où  $\mu$  est un champ scalaire et  $g_{\alpha\beta}$  est la métrique. Pour que le PEFa implique les TMG, il faudrait que les équations électromagnétiques généralisées soient métriques par rapport à  $g_{\alpha\beta}$  seulement. Il faudrait

donc que  $\mu$  soit constant.

L'auteur donne trois avenues possibles pour poursuivre plus loin. Premièrement l'existence du champ scalaire  $\mu$  peut être détecté par des expériences gravitationnelles sur le système solaire et l'expérience de Pound et Rebka. Deuxièmement nous pouvons considérer une classe de théories plus restreinte que celle des TMAG qui nous donneraient un  $\mu$  constant. Des équations électromagnétiques moins générales ne permettraient plus l'existence du champ scalaire. Par exemple, certaines théories ayant une torsion nulle pourraient faire l'affaire. Coley affirme qu'en imposant un nouveau principe, l'universalité du décalage gravitationnel vers le rouge (UDGR), aux TMAG nous obtenons un  $\mu$  constant. Ce principe implique que toutes les horloges suffisamment petites mesurent le même temps quelles que soient leur structure ou leur composition.

Nous devons mentionner toutefois que Wei-Tou Ni (réf. 31) a émis l'opinion selon laquelle même si le  $\mu$  n'est pas constant, le PEE est satisfait. Selon Ni, Coley aurait véritablement démontré la conjecture de Schiff. Cette opinion est toutefois discutable.

Pour conclure, disons que Coley a montré que le PEFa requiert que les équations électromagnétiques prennent une forme métrique, mais pas exactement celle des TMG. Néanmoins peu s'en faut pour que ce soit une confirmation de la conjecture de Schiff. Nous pouvons énoncer cette quasi-confirmation de trois manières.

1) Pour les TMAG:

$$\text{EXPÉRIEMENTATION} + \text{PEFa} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

2) Pour une classe restreinte de TMAG qui ont un  $\mu$  constant:

$$\text{PEFa} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

3) Pour les TMAG:

$$\text{PEFa} + \text{UDGR} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

Le troisième énoncé est considéré comme une confirmation de la conjecture de Schiff-Will que nous verrons au dernier chapitre.

Bien entendu, cette démonstration a certaines faiblesses qui s'apparentent beaucoup à celles de la démonstration au moyen du formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ . Premièrement, nous utilisons encore des particules classiques décrivant très approximativement la réalité physique. Deuxièmement, seulement l'interaction électromagnétique est couplée avec la gravité. Troisièmement, le champ gravitationnel SSS est toujours trop spécifique. Certaines théories peuvent avoir leurs lois électromagnétiques métriques dans un champ SSS mais pas dans un champ non SSS. Quatrièmement, notre calcul n'est valable que pour un champ gravitationnel faible et des vitesses faibles. Cinquièmement, les équations électromagnétiques généralisées ne sont pas générales au sens strict. Certaines TMAG ne sont peut être pas traitables par ces équations. Finalement, dans ses conditions du viriel, l'auteur impose que le moment cinétique doit être en moyenne constant. Or, cette imposition est équivalente à utiliser une version un peu plus forte du PEFa, énoncée par Wei-Tou Ni en 1977 (réf. 32). Nous verrons plus en détail cette version du PEFa au prochain chapitre.

Formalisme PPN: Durant les années 60, plusieurs formalismes traitant des théories de la gravité dans la limite postnewtonienne ont été énoncés. Toutefois, ces formalismes étaient beaucoup trop idéalisés pour décrire la réalité avec la précision associée aux derniers développements expérimentaux. En 1971, Clifford M. Will a énoncé le formalisme paramétrique postnewtonien (PPN) qui traite toutes les TMG avec une précision suffisante (réf. 33).

Ce formalisme traite de la dynamique d'objets interagissant gravitationnellement dans la limite postnewtonienne. Chaque théorie métrique de la gravité y est représentée par une

série de paramètres spécifiques. Deux théories différentes ont généralement tous leurs paramètres différents, mais il peut arriver que deux théories différentes aient quelques paramètres ou même tous leurs paramètres identiques. Il existe plusieurs versions plus ou moins sophistiquées du formalisme PPN. Ce formalisme compte, en général, une dizaine de paramètres et ce nombre varie selon le degré de sophistication de la version du formalisme.

Le formalisme PPN est habituellement très utile pour l'évaluation expérimentale des TMG. À l'aide d'observations sur le système solaire ou d'expériences sur des gyroscopes en orbite, nous pouvons évaluer, jusqu'à une certaine précision, la valeur que doivent prendre les paramètres. La valeur de ces paramètres nous indique quelles sont les théories acceptables de la gravité.

Le formalisme PPN est aussi utile pour évaluer l'influence de certains principes physiques sur les TMG. Par exemple, nous pouvons explorer l'effet de la conservation de l'énergie, de l'impulsion ou du moment cinétique sur les TMG. Mais pour ce qui nous intéresse vraiment, disons que le formalisme peut examiner l'effet du PEFo sur les TMG.

Voyons d'abord comment est bâti ce formalisme. De la définition des TMG (voir chapitre I), nous pouvons déduire que s'il existe des champs gravitationnels autres que la métrique, seulement cette dernière est couplée aux interactions non gravitationnelles. Par conséquent seulement la métrique apparaît dans les équations du mouvement <sup>5</sup>. On peut aussi dire que s'il y a d'autres champs de gravité, ceux-ci doivent interagir avec la matière à travers la métrique; ces champs de gravité agissent sur la métrique qui, elle, agit directement sur la matière. Les TMG se distinguent les unes par rapport aux autres d'une

---

<sup>5</sup>De la définition des TMG, il est sous-entendu que la connexion présente dans les équations du mouvement est complètement déterminée par la métrique. La connexion ne constitue donc pas un champ gravitationnel en elle-même.

seule manière: la façon dont la matière<sup>6</sup> et les autres champs de gravité génèrent la métrique. Notons que la relativité générale est une théorie métrique n'ayant que la métrique comme champ de gravité.

Pour ce formalisme postnewtonien, on peut utiliser un espace dont la métrique est quasi minkowskienne. Ceci nous permet d'utiliser localement des coordonnées cartésiennes. La métrique (quasi minkowskienne) est générée par des potentiels postnewtoniens, eux-mêmes générés par la matière. Nous appellerons ces derniers: potentiels métriques. À chacun de ces potentiels métriques est associé un paramètre qui détermine la contribution du potentiel à la métrique. Les TMG diffèrent les unes des autres par la manière dont ces différents potentiels métriques contribuent pour former la métrique. C'est pourquoi la valeur des paramètres caractérise chaque théorie. Notons toutefois que les potentiels métriques ne sont pas les véritables potentiels; les potentiels métriques ne font qu'exprimer, au niveau postnewtonien, l'effet des véritables potentiels gravitationnels de la théorie d'origine. Pour être certains de tenir compte de tous les effets possibles dus aux différentes TMG, il nous faut un grand nombre de potentiels métriques associés à autant de paramètres. On peut dès lors inventer une multitude de versions pour le formalisme PPN, mais nous devons choisir, arbitrairement, un nombre restreint de potentiels métriques. Néanmoins, il semble qu'une dizaine de potentiels bien choisis soient suffisants. Le type de potentiels métriques utilisés et la manière dont ils sont générés par la matière sont importants pour que le formalisme puisse bien rendre compte des différences entre chaque TMG au niveau postnewtonien. Pour choisir ces potentiels, un certain nombre de contraintes sont imposées aux potentiels métriques. Entre autres, on demande que les potentiels métriques tendent vers zéro lorsqu'on s'éloigne de la source gravitationnelle. On demande aussi que ces potentiels soient des fonctions simples. Lorsque nous avons choisi nos potentiels et la

---

<sup>6</sup>Par matière, nous entendons ici matière et énergie sous toutes leurs formes.

manière dont ils sont générés et génèrent la métrique, nous obtenons l'essentiel de notre formalisme.

Pour illustrer l'explication précédente, je reproduis ici la métrique et la manière dont elle est générée dans une version du formalisme PPN de Clifford M. Will (réf. 3). Cette version contient dix paramètres:  $\gamma, \beta, \xi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ . La métrique est donnée par l'expression suivante:

$$\begin{aligned}
 [3,8] \quad g_{00} &= \begin{pmatrix} -1 + 2U - 2\beta U^2 - 2\xi\Phi_w + (2\gamma+2+\alpha_3+\zeta_1-2\xi)\Phi_1 \\ +2(3\gamma-2\beta+1+\zeta_2+\xi)\Phi_2 + 2(1+\zeta_3)\Phi_3 \\ +2(3\gamma+3\zeta_4-2\xi)\Phi_4 - (\zeta_1-2\xi)A - (\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)w^2U \\ -\alpha_2w'w'U_j + (2\alpha_3-\alpha_1)w'V_i \end{pmatrix} \\
 g_{0i} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(4\gamma+3+\alpha_1-\alpha_2+\zeta_1-2\xi)V_i - \frac{1}{2}(1+\alpha_2-\zeta_1+2\xi)W_i \\ -\frac{1}{2}(\alpha_1-2\alpha_2)w'U - \alpha_2w'U_j \end{pmatrix} \\
 g_{ij} &= (1+2\gamma U)\delta_{ij}.
 \end{aligned}$$

Les potentiels métriques sont donnés par

$$\begin{aligned}
 [3,9] \quad U &= \int \frac{\rho'}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \quad U_j = \int \frac{\rho'(x-x')(x-x')_j}{|\bar{x}-\bar{x}'|^3} d^3x', \\
 \Phi_w &= \int \frac{\rho'\rho''(\bar{x}-\bar{x}'')}{|\bar{x}-\bar{x}'|^3} \left( \frac{\bar{x}'-\bar{x}''}{|\bar{x}-\bar{x}''|} - \frac{\bar{x}-\bar{x}''}{|\bar{x}'-\bar{x}''|} \right) d^3x' d^3x'', \\
 A &= \int \frac{\rho'[\bar{v}' \cdot (\bar{x}-\bar{x}')]^2}{|\bar{x}-\bar{x}'|^3} d^3x', \quad \Phi_1 = \int \frac{\rho'v'^2}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \\
 \Phi_2 &= \int \frac{\rho'U'}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \quad \Phi_3 = \int \frac{\rho'\Pi'}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \quad \Phi_4 = \int \frac{\rho'}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \\
 V_i &= \int \frac{\rho'v'_i}{|\bar{x}-\bar{x}'|} d^3x', \quad W_i = \int \frac{\rho'[\bar{v}' \cdot (\bar{x}-\bar{x}')(x-x')_i]}{|\bar{x}-\bar{x}'|^3} d^3x'.
 \end{aligned}$$

L'espace-temps étant pratiquement minkowskien, nous utilisons les coordonnées  $(t, x^1, x^2,$

$x^3$ ) et la notation vectorielle euclidienne. Les variables utilisées sont définies comme suit:

- $\rho$  = densité de la masse au repos mesurée dans un référentiel local en chute libre en comouvement avec la matière;
- $v^j$  =  $(dx^j/dt)$  = vitesse de la matière dans le système de coordonnées PPN;
- $w^j$  = vitesse du système de coordonnées PPN relativement au référentiel inertiel privilégié (s'il existe) de l'univers;
- $p$  = pression mesurée dans un référentiel local en chute libre en comouvement avec la matière;
- $\Pi$  = énergie interne par unité de masse au repos; toute forme d'énergie non gravitationnelle.

Les unités utilisées sont telles que la vitesse de la lumière et la constante gravitationnelle sont égales à 1.

La trajectoire d'un corps test non chargé est donnée par l'équation des géodésiques de l'espace-temps:

$$[3,10] \quad \frac{d^2 x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0 ,$$

où les termes de la connexion sont les symboles de Christoffel.

Lois de conservation: Bien que nous étudions les TMG et que cela implique un espace-temps généralement courbé, nous pouvons utiliser des lois de conservation globales (non locales), car dans l'approximation postnewtonienne notre espace-temps est asymptotiquement plat. Nous classerons les TMG en trois groupes: les théories conservatives, semi-conservatives et non conservatives. Les premières conservent l'énergie

totale, l'impulsion totale et le moment cinétique total. Les théories semi-conservatives conservent l'énergie totale et l'impulsion totale mais pas le moment cinétique total. Ce groupe est assez important parce que les théories lagrangiennes de la gravité sont toutes au moins semi-conservatives et que la plupart des théories de la gravité sont lagrangiennes. Finalement, les théories non conservatives ne conservent ni l'énergie totale, ni l'impulsion totale ni le moment cinétique total. Dans le tableau 3,1 (réf. 3) nous voyons à quel point les contraintes imposées par les lois de conservations sur les paramètres PPN sont importantes.

Le principe d'équivalence fort: Examinons les conséquences du PEFo sur les TMG dans le formalisme PPN. Naturellement, la contrainte exercée par le PEFo se répercute sur la valeur des paramètres PPN. D'abord, tous les paramètres associés à des potentiels postnewtoniens dont la valeur peut dépendre d'une position préférentielle ou d'un système de référence préférentiel doivent être nuls. Il faut aussi que le PEFa soit valide pour des masses importantes (PEFaG). Toutes ces conditions font que si les paramètres PPN sont ceux de la relativité générale (autrement dit que les paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  sont égaux à 1 et que les autres sont nuls, voir le tableau 3,1), alors le PEFo est satisfait <sup>7</sup> (réf. 3). Par ailleurs, l'expérimentation aussi tend à montrer que les paramètres doivent être égaux à ceux de la RG. Toutefois, cela ne veut pas dire que seule la RG puisse satisfaire le PEFo au niveau postnewtonien. Deux théories différentes, si elles ont les mêmes paramètres, ne peuvent être distinguées à l'intérieur du formalisme. De fait, nous pouvons trouver plusieurs TMG conservatives qui ont les mêmes paramètres et qui satisfont le PEFo au niveau postnewtonien. Ces théories peuvent posséder des potentiels scalaires ou vectoriels, ou même une métrique supplémentaire. Cependant, il existe deux différences fondamentales entre la relativité générale et ces autres théories. D'abord, ces autres théories possèdent

---

<sup>7</sup>Il peut toutefois exister des théories n'ayant pas les mêmes paramètres que la RG mais qui satisfont le PEFo, comme nous le verrons au dernier chapitre.

Tableau 3,1.

Les paramètres PPN et les lois de conservations.

Paramètres	Valeur dans la relativité générale	Valeur dans les théories conservatives	Valeur dans les théories semi-conservatives	Valeur dans les théories non conservatives
$\gamma$	1	libre	libre	libre
$\beta$	1	libre	libre	libre
$\xi$	0	libre	libre	libre
$\alpha_1$	0	0	libre	libre
$\alpha_2$	0	0	libre	libre
$\alpha_3$	0	0	0	libre
$\zeta_1$	0	0	0	libre
$\zeta_2$	0	0	0	libre
$\zeta_3$	0	0	0	libre
$\zeta_4$	0	0	0	libre

habituellement des constantes arbitraires qui doivent être ajustées pour que leurs paramètres égalent ceux de la RG. Ces théories ne satisfont donc pas le PEFo de façon triviale contrairement à la RG. Ensuite, les théories possédant des potentiels autres que la métrique ne satisfont probablement le PEFo qu'au niveau postnewtonien tandis que la RG le satisfait à tout les niveaux.

En conclusion, le PEFo imposé au formalisme PPN restreint grandement le nombre de théories possibles pour la gravité. Bien que d'autres TMG satisfassent le PEFo, seule la RG semble incorporer naturellement celui-ci. Pour bien départager ces TMG, il faut absolument explorer les niveaux supérieurs au niveau postnewtonien. Ces effets sont cependant trop fins pour que nous puissions les observer sur le système solaire ou sur des gyroscopes en orbite. Il nous faut des observations sur le comportement d'étoiles binaires ou des expérimentations sur les ondes gravitationnelles pour vérifier les TMG à des niveaux supérieurs.

Théories particulières: Nous mentionnons ici deux groupes de théories particulières qui ne se rattachent pas à un formalisme spécifique. Ces théories sont importantes car elles font contrepoids à ce que nous avons déjà vu sur la relation entre le PE et les théories de la gravité. Ces dernières nous seront d'ailleurs utiles pour notre argumentation au dernier chapitre.

Théories non symétriques: L'espace de ces théories se caractérise par une métrique non symétrique et une torsion non nulle. En particulier, J. W. Moffat (réf. 34, 35) a élaboré une théorie dont les parties antisymétriques de la métrique et de la connexion sont purement imaginaires. Ce qu'il y a d'intéressant dans cette théorie c'est qu'elle satisfait le PEFa au niveau postnewtonien mais viole le PEE. Cela en fait un contre-exemple intéressant de la conjecture de Schiff.

Théories  $U_4$ : Ces théories se caractérisent par un espace de Riemann-Cartan  $U_4$ . P. von der Heyde (réf. 36) a montré que les théories  $U_4$  de la gravité satisfont le PEE si les lois physiques non gravitationnelles sont celles de la relativité restreinte lorsque la gravité est faible et si ces lois sont couplées minimalement à la gravité. De plus, ces théories admettent une torsion non nulle, contrairement aux TMG. Ainsi, à l'encontre de ce qui est généralement admis, il n'y a pas que les théories métriques de la gravité qui satisfont le PEE.

## CHAPITRE IV

### CONJECTURES

Au cours de ma recherche, j'ai identifié trois conjectures importantes sur les relations existant entre les théories métriques de la gravité et le principe d'équivalence (réf. 51). La première, la conjecture de Schiff, est bien connue et a été traitée pleinement dans la littérature. La deuxième conjecture dit que seules les TMG satisfont le PEE, et la troisième que seule la RG satisfait le PEFo. Ces deux dernières conjectures sont par contre bien souvent passées sous silence et figurent rarement dans la littérature. J'ai remarqué que toutes ces conjectures possèdent d'importants contre-exemples et que la justification de chacune d'elles comporte des arguments spécieux (réf. 51). Comme les divers PE sont reliés entre eux logiquement, la démonstration d'une conjecture peut influencer la démonstration d'une autre. Dans ce chapitre, nous examinerons la plausibilité, les confirmations et infirmations de ces conjectures ainsi que les relations existant entre elles.

Conjecture de Schiff: Le PEE est constitué de trois énoncés indépendants dont les conséquences expérimentales sont différentes. Toutefois, lorsque nous construisons une théorie de la gravité et que nous voulons que notre théorie satisfasse le PEE, nous imposons aussi d'autres contraintes. Par exemple, nous voudrions que notre théorie satisfasse des critères de viabilité (théorie complète, cohérente, relativiste, etc.). Nous pouvons aussi vouloir que notre théorie satisfasse certaines lois de conservation. Toutes ces contraintes font que la manière dont la gravité est couplée avec la matière est limitée. On peut alors penser que les différents énoncés du PEE contraignent d'une même manière, en partie, les équations dynamiques de la théorie. Autrement dit, pour une théorie de la

gravité, en présence d'autres contraintes, les énoncés du PEE ne sont pas entièrement indépendants. Pour Schiff, il serait surprenant que l'hamiltonien satisfaisant le PEFa n'ait pas d'influence sur le comportement d'horloges réelles composées d'atomes. C'est ce genre de considérations qui lui permirent d'énoncer, en 1960, sa conjecture que nous répétons ici.

**Conjecture de Schiff:** Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui obéit au PEFa doit aussi, inévitablement, satisfaire le PEE.

Cette conjecture est d'autant plus attrayante que les expériences sur le PEFa ont confirmé ce dernier jusqu'à une très grande précision (le PEFa est vérifié jusqu'à 1 partie dans  $10^{12}$ ), et que le PEE est vérifié avec une précision beaucoup faible (le PEE est vérifié jusqu'à 2 parties dans  $10^4$ ). Si cette conjecture est vraie, elle restreint d'un même coup, d'une façon extraordinaire, les théories possibles de la gravité. En pratique, seulement les TMG seraient valables. Mieux encore, Mark P. Haugan, en 1979 (réf. 37) énonce une version plus forte de la conjecture. La version forte de la conjecture s'énonce comme suit.

**Conjecture de Schiff-Haugan:** Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui obéit au PEFaG doit aussi, inévitablement, satisfaire le PEFo.

Le PEFaG est vérifié avec presque autant de précision que le PEFa. Cette version de la conjecture, si elle s'avérait, augmenterait donc considérablement la vérification expérimentale du PEFo. Et, si l'on accepte aussi la conjecture selon laquelle seule la RG satisfait le PEFo, nous obtenons une superconjecture selon laquelle le PEFaG implique la RG. La RG aurait alors une vérification expérimentale extraordinaire laissant loin derrière toutes ses concurrentes.

Malheureusement la conjecture de Schiff (sous ses diverses formes) ne sera

probablement jamais prouvée en toute généralité. D'abord, la gravité est couplée avec les interactions électromagnétiques, faibles et fortes mais en pratique les démonstrations couplant plus que la gravité et l'électromagnétisme sont difficilement réalisables. Ensuite, toutes les démonstrations de la conjecture doivent faire des hypothèses ad hoc et des approximations qui détruisent la généralité des démonstrations.

Malgré cela, la conjecture de Schiff a des conséquences tellement importantes qu'il vaut la peine d'essayer d'en évaluer la validité. À cette fin, plusieurs arguments de plausibilité, démonstrations et contre-exemples ont été énoncés. Mais à travers cette multitude de raisonnements théoriques, il est parfois difficile de différencier ce qui est plausible de ce qui ne l'est pas, ce qui est démontré de ce qui ne l'est pas.

Voyons un argument de plausibilité faisant intervenir la notion de conservation de l'énergie. Ce genre d'argument a été énoncé la première fois par Dicke (réf. 24) et par la suite généralisé par Nordvedt (réf. 38) et Haugan (réf. 37). La version de l'argument que je présente ici est celle de Will (réf. 3). Dans cet argument la conservation de l'énergie permet de faire des expériences de pensée cycliques telles que l'énergie à la fin du cycle est égale à l'énergie au début du cycle.

Pour un système ayant des vitesses suffisamment lentes dans un champ gravitationnel faible et statique, nous pouvons mettre les équations du mouvement sous une forme quasi newtonienne. Entre autres, la loi de conservation de l'énergie peut être mise sous la forme suivante:

$$[4,1] \quad E_c = M_R c^2 - M_R U(\vec{X}) + \frac{1}{2} M_R V^2 + O(M_R U^2, M_R V^4, M_R UV^2) = \text{constante},$$

où  $E_c$  = l'énergie conservée,

$M_R c^2$  = l'énergie au repos,

$U$  = le potentiel gravitationnel externe,

$\vec{V}$  = la vitesse relative à un référentiel préféré,

$\vec{X}$  = la position relative à un référentiel préféré.

Nous définissons l'énergie au repos de la manière suivante:

$$[4,2] \quad M_R = M_0 c^2 - E_L(\vec{X}, \vec{V}) ,$$

où  $M_0$  = la masse au repos,

$E_L$  = l'énergie de liaison.

Dans notre argument, la violation du PEE est directement reliée à la dépendance de l'énergie de liaison sur la position et la vitesse par rapport à un référentiel préféré. Nous devons maintenant voir comment cette dépendance affecte le PEFa. Pour confirmer la conjecture de Schiff, il faut montrer que la dépendance de l'énergie sur la position et la vitesse affecte la validité du PEFa de la même manière qu'elle affecte celle du PEE.

Nous pouvons faire le développement de l'énergie de liaison  $E_L$  en série de puissances de  $U$  et de  $V^2$  :

$$[4,3] \quad E_L = E_L^0 + \delta m_G^{\parallel} U^{\parallel}(\vec{X}) - \frac{1}{2} \delta m_I^{\parallel} V^{\parallel} V^{\parallel} + O(E_L^0 U^2, \dots)$$

où  $U^{\parallel}$  est le tenseur du champ gravitationnel extérieur tel que défini dans l'équation [3,9]. On appelle  $\delta m_G^{\parallel}$  et  $\delta m_I^{\parallel}$  les tenseurs de masses anormales grave et inertielle. Ces deux tenseurs quantifient la violation du PEE. L'énergie conservée peut alors s'exprimer de la manière suivante:

$$\begin{aligned}
 [4,4] \quad E_c &= (M_0 c^2 - E_L^0) - [(M_0 - E_L^0/c^2)\delta^{\#} + \delta m_G^{\#}]U^{\#} \\
 &+ \frac{1}{2}[(M_0 - E_L^0/c^2)\delta^{\#} + \delta m_I^{\#}]V^i V^i + \mathcal{O}(M_0 U^2, \dots) .
 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant procéder à l'expérience de pensée cyclique. Dans notre expérience, la violation du PEFa doit être reliée aux tenseurs de masses anormales pour valider la conjecture de Schiff. L'expérience se déroule comme suit. Nous prenons un corps test au repos, constitué de  $n$  particules libres de masse  $m_0$  à une hauteur  $X = h$  dans un champ gravitationnel  $U(h)$ . Laissons maintenant les particules interagir. Lorsque les particules ont interagi, une somme d'énergie correspondant à l'énergie de liaison est dégagée. Cette énergie est transformée en particules libres de masse  $m_0$  et ces particules sont placées dans un réservoir sans masse. Laissons tomber en chute libre le corps test et le réservoir jusqu'à une hauteur  $X = 0$ . Le réservoir tombe évidemment avec une accélération  $\vec{g}$  ( $\vec{g} = -\vec{\nabla}U$ ) mais le corps test ne tombe pas nécessairement avec une accélération  $\vec{g}$ . Pour satisfaire le PEFa le corps test devrait tomber avec une accélération  $\vec{g}$ . En tombant, le corps test et le réservoir acquièrent une énergie cinétique. Du réservoir, nous extrayons l'énergie nécessaire pour enlever l'énergie d'interaction du corps test et assez d'énergie pour retourner le corps test à  $X = h$ , au repos. Le système est maintenant revenu à son état initial. Si l'énergie totale est conservée, le niveau d'énergie du réservoir doit maintenant être exactement égal à zéro. Si nous respectons aussi la fonction d'énergie conservée [4,4], nous obtenons l'accélération suivante:

$$[4,5] \quad A^i = g^i + (\delta m_G^{\#}/M_R)U_{,i}^{\#} - (\delta m_I^{\#}/M_R)g^i$$

où  $M_R \equiv nm_0 - E_B^0/c^2$ . Le premier terme de l'équation correspond à l'accélération gravitationnelle que devrait avoir notre corps si le PEFa est respecté. Les deux autres termes expriment donc la violation du PEFa. Nous voyons alors clairement que la grandeur des termes des tenseurs de masses anormales quantifie la violation du PEFa comme pour

le PEE. C'est ce qui nous permet de dire que lorsque l'énergie est conservée (dans la limite quasi newtonienne), la validité du PEFa implique celle du PEE. Cet argument de plausibilité renforce donc bien la conjecture de Schiff.

L'expérience conceptuelle est souvent utile et toujours pédagogique, malheureusement ce genre d'argument ne fait que démontrer la plausibilité d'une conjecture. Le raisonnement précédent n'est en aucun cas une démonstration de la conjecture. Il ne fait que nous dire que la conjecture a de bonnes chances d'être vraie. Enfin, ce qu'il nous dit le plus sûrement c'est que les trois composantes du PEE (le PEFa, l'invariance de position locale et l'invariance de Lorentz locale) ne sont pas totalement indépendantes.

Voyons maintenant les démonstrations (limitées) de la conjecture de Schiff. Comme nous le disions précédemment, il est pratiquement impossible de faire une démonstration complète de cette conjecture. Toutefois, il est possible, en imposant certaines conditions et pas mal d'approximations, de faire certaines démonstrations restreintes de la conjecture.

Avant d'aborder ces démonstrations, nous devons faire deux remarques générales importantes.

**Remarque 1:** La conjecture comporte en elle-même une certaine dose de subjectivité. La conjecture demande que les théories soient complètes et cohérentes. Cette demande, bien que très justifiable, peut être interprétée différemment par différentes personnes selon les exigences de chacune d'elles. En fait, il n'existe encore aucune théorie de la gravité qui soit totalement complète et cohérente. À ce titre, même la RG n'est pas tout à fait complète car elle ne peut donner de prédiction pour absolument toute expérience non gravitationnelle.

**Remarque 2:** Cette remarque résulte d'un examen attentif des diverses

démonstrations de la conjecture de Schiff. Il semble que toutes les démonstrations de la conjecture possèdent un même défaut. À notre connaissance, personne n'a encore soulevé ce point. La faiblesse est la suivante. Aucune démonstration ne démontre directement la conjecture de Schiff ( $PEFa \Rightarrow PEE$ ). Les démonstrations sont généralement du type suivant: le  $PEFa$  plus certaines lois de conservation implique les TMG, qui elles-même impliquent le PEE ( $PEFa + \text{Lois de conservation} \Rightarrow TMG \Leftrightarrow PEE$ ). Ces démonstrations sont très acceptables tant que l'on considère que toutes les TMG et elles seules satisfont le PEE ( $TMG \Leftrightarrow PEE$ ). Or, comme nous le verrons dans la deuxième partie de ce chapitre, l'équivalence entre les TMG et le PEE est elle-même une conjecture. Lorsqu'une conjecture est démontrée à l'aide d'une autre conjecture, la validité de la démonstration en est pas mal affaiblie. Nous verrons plus tard qu'accepter trop rapidement ces démonstrations a pour conséquence que le  $PEFa$  est plus contraignant pour les théories de la gravité que le PEE qui contient celui-ci. Ceci constitue un non-sens.

Ces deux remarques faites, nous pouvons passer aux démonstrations de la conjecture. Les deux premières démonstrations sont celles effectuées par Lightman et Lee dans le cadre du formalisme  $TH_{\mu}$  et par Coley dans le cadre du formalisme TMAG. Comme nous avons déjà vu ces démonstrations au chapitre III, je ne ferai qu'en rappeler les limites et conclusions.

Le formalisme  $TH_{\mu}$  se limite aux théories relativistes lagrangiennes de la gravité. En général, les théories lagrangiennes (et toutes les TMG, (réf. 3, 39)) satisfont au moins une loi de conservation: la conservation de l'énergie. La démonstration fait intervenir des particules classiques. Seulement l'interaction électromagnétique est couplée à la gravité. La démonstration se limite à un champ gravitationnel particulier et aux vitesses faibles. Finalement, la démonstration ne peut traiter sans certaines modifications toutes les théories lagrangiennes relativistes de la gravité.

Lightman et Lee concluent que pour presque toutes les théories lagrangiennes de la gravité, le PEFa implique que les théories de la gravité doivent être métriques et par conséquent implique que le PEE est bon.

**Pour une large classe de théories lagrangiennes relativistes de la gravité:**

$$\text{PEFa} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

Le formalisme TMAG concerne bien sûr les théories métriques affines de la gravitation. Les limites de la démonstration de Coley pour ce formalisme sont semblables à celles du formalisme  $\text{TH}\epsilon\mu$ . Cependant, Coley se limite à un champ gravitationnel faible et impose directement des lois de conservation locales et des relations du viriel. Une des relations du viriel que Coley impose à son corps en chute libre est que le moment cinétique soit constant en moyenne dans le temps. Nous verrons dans les contre-exemples de la conjecture de Schiff que cette imposition est équivalente à utiliser une version de la conjecture énoncée par Ni en 1977 (réf. 32). L'auteur n'a pourtant pas fait mention de l'utilisation de la conjecture de Schiff-Ni lors de sa démonstration (réf. 28, 30). En réalité, l'auteur aurait plutôt démontré la conjecture de Schiff-Ni. On se souvient que la conjecture de Schiff avait été démontrée pour une certaine classe de TMAG (celles qui n'ont pas de champ scalaire).

**Pour une classe restreinte de TMAG:**

Lois de conservation + Moment cinétique constant + PEFa

$$\Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

Coley donne du même coup une démonstration restreinte de la version de Will (réf. 40) de la conjecture de Schiff. Cette nouvelle conjecture est la suivante.

**Conjecture de Schiff-Will:** Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui

obéit au PEFa et au UDGR<sup>8</sup> doit aussi, inévitablement, satisfaire le PEE. (PEFa + UDGR  $\Rightarrow$  PEE)

Le principe UDGR implique que toutes les horloges suffisamment petites mesurent le même temps quelles que soient leur structure ou leur composition. En imposant ce principe aux MATG, Coley s'assure qu'il n'existe pas de champ gravitationnel scalaire. La démonstration de Coley de la conjecture de Schiff-Will se résume comme suit.

**Pour les TMAG:**

PEFa + UDGR + lois de conservation + Moment cinétique constant  $\Rightarrow$  TMG  $\Leftrightarrow$  PEE.

Cette démonstration est aussi reliée à la conjecture de Schiff-Ni.

Il existe une troisième démonstration de la conjecture Schiff qui utilise une version quantique du formalisme THeμ. Cette démonstration de J. E. Horvath et al. (réf. 41) couple l'interaction faible et forte en plus de l'interaction électromagnétique avec la gravité grâce au modèle standard (standard model) modifié pour la présence de gravité. Elle est construite sur le même modèle que la démonstration de Lightman et Lee. Cette démonstration n'est pas tout à fait générale et possède à peu près les mêmes limites que la version classique de la démonstration, mais elle a l'avantage de pouvoir utiliser des particules plus réalistes (avec des énergies faibles toutefois) pour le corps test en chute libre. La démonstration arrive aussi à peu près à la même conclusion.

**Pour une large classe de théories lagrangiennes relativistes de la gravité:**

Conditions de renormalisation + PEFa  $\Rightarrow$  TMG  $\Leftrightarrow$  PEE.

---

<sup>8</sup>L'abréviation UDGR signifie universalité du décalage gravitationnel vers le rouge.

Comme nous l'avions remarqué, ces démonstrations sont très limitées et aucune ne démontre directement la conjecture de Schiff.

Il existe plusieurs contre-exemples de la conjecture de Schiff. Ces contre-exemples débouchent souvent sur des modifications de la conjecture.

Un premier contre-exemple a été énoncé par Wei-Tou Ni en 1977 (réf. 32). Ni utilise un formalisme général appelé  $\chi$ -g pour traiter les théories lagrangiennes relativistes de la gravité. Ce formalisme contient 21 degrés de liberté non métriques<sup>9</sup> tandis que le formalisme  $TH\epsilon\mu$ , qui est un cas particulier de ce formalisme, n'en possède qu'un. Ni a donc défini une densité lagrangienne générale qui peut déterminer le comportement de particules chargées dans un champ gravitationnel pour une plus large classe de théories lagrangiennes. L'auteur montre que le PEFa contraint 20 degrés de liberté non métriques mais qu'il en reste un de libre. Il peut donc exister des théories satisfaisant le PEFa mais violant le PEE. Ceci constitue un contre-exemple de la conjecture de Schiff. Le formalisme de Ni ne lui permet pas de montrer que ce sont des théories complètes et cohérentes qui violent la conjecture mais le contre-exemple est suffisant pour dire qu'il est probable qu'il existe des théories complètes et cohérentes qui violent la conjecture. C'est pourquoi Wei-Tou Ni a énoncé une nouvelle conjecture plus contraignante pour éviter le contre-exemple. Wei-Tou Ni définit d'abord un autre PEFa plus fort. Celui-ci contraint les 21 degrés de liberté.

**PEFa(2):** Si un corps test non chargé est placé à un événement initial dans l'espace-temps, avec un **mouvement** initial donné, alors son **mouvement** subséquent sera indépendant de sa structure interne et de sa composition.

---

<sup>9</sup>Les 21 degrés de liberté non métriques signifient que la densité lagrangienne du formalisme possède 21 fonctions dépendantes du champ gravitationnel mais indépendantes de la métrique.

La différence avec le PEFa classique est qu'au lieu de "vitesse initiale donnée", nous avons "mouvement initial donné", et au lieu de "trajectoire", nous avons "mouvement". La vitesse et la trajectoire décrivent complètement le mouvement d'une particule ponctuelle, mais décrivent partiellement le mouvement d'un corps test possédant une grandeur spatiale. Pour décrire le mouvement d'un corps, il faut donner les états de rotation du corps. Selon Wei-Tou Ni, une violation de ce nouveau principe a entre autres conséquences un moment de force anormal sur des corps en rotation en chute libre. Certains auteurs mettent toutefois en doute que ce phénomène soit observable (réf. 3, p. 45). Wei-tou Ni et ses collaborateurs (réf. 22) ont malgré tout conçu une expérience pour évaluer le PEFa(2). L'expérience consiste à comparer l'accélération de deux corps. Pour l'un des corps le spin des particules est polarisé et pour l'autre le spin des particules est non polarisé. Ils ont trouvé que pour ces deux corps le PEFa(2) devait être valable jusqu'à 1 partie dans  $10^9$ . Ce nouveau principe d'équivalence faible sert à une nouvelle conjecture de Schiff.

**Conjecture de Schiff-Ni:** Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui obéit au PEFa(2) doit aussi, inévitablement, satisfaire le PEE.

En résumé, Ni dit que la conjecture de Schiff-Ni est correcte que mais la conjecture de Schiff est violée. Pour être précis, il a montré que **pour une large classe de théories lagrangiennes relativistes de la gravité:**

$$\text{PEFa} \begin{matrix} \leftarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \text{PEFa}(2) \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

Ni a écrit un troisième article (réf. 42) arrivant aux mêmes conclusions, mais en utilisant son formalisme  $\chi$ -g pour un champ de jauge arbitraire couplé avec la gravité au lieu du cas particulier du champ électromagnétique. Il a alors appliqué son formalisme à la chromodynamique quantique. Cette dernière démonstration a l'avantage de pouvoir coupler

les interactions électromagnétiques, faibles et fortes à la gravité.

Nous pouvons maintenant aborder la relation entre le nouveau PEFa et la démonstration de la conjecture de Schiff donnée par Coley dans son formalisme TMAG. Comme mentionné plus haut, une des relations du viriel que Coley impose à son corps test est que le moment cinétique soit constant en moyenne dans le temps. Or, si le moment cinétique est constant c'est que lors de sa chute libre, le corps test ne subit pas de moment de force anormal. Coley impose donc le PEFa(2) au lieu d'imposer seulement le PEFa. Coley démontre donc la conjecture de Schiff-Ni et non la conjecture de Schiff classique.

**Pour une classe restreinte de TMAG:**

$$\text{Lois de conservation} + \text{PEFa}(2) \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

La démonstration de Coley de la conjecture de Schiff-Will doit aussi être réécrite de la manière suivante.

**Pour les TMAG:**

$$\text{Lois de conservation} + \text{PEFa}(2) + \text{UDGR} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

La démonstration prouve alors un mélange des conjectures de Schiff-Ni et de Schiff-Will.

Un autre contre-exemple est celui énoncé par Hans C. Ohanian en 1974 (réf. 43). Ohanian présente une densité lagrangienne qui est une version modifiée de celle de la RG. Elle contient un terme de couplage non minimal de la gravité avec les autres interactions. Ce terme non minimal fait que le PEE n'est pas satisfait. Par contre Ohanian montre que le PEFa est quand même satisfait. Ceci en fait un contre-exemple de la conjecture de Schiff. Ce contre-exemple s'apparente beaucoup à celui de Wei-Tou Ni. Le terme de la densité qui viole le PEE est pratiquement le même dans les deux contre-exemples. En fait on pourrait dire que ce contre-exemple est l'ancêtre de celui de Wei-Tou Ni. Ohanian propose une

modification de la conjecture de Schiff.

**Conjecture de Schiff-Ohanian:** Toute théorie complète et cohérente de la gravité qui obéit au PEFa doit être généralement invariante et ne posséder qu'un seul champ gravitationnel à longue portée.

Cette version de la conjecture est plus faible que l'originale et est beaucoup moins intéressante. De plus, elle ne semble pas plus facile à démontrer que la conjecture classique. C'est une version mort-née de la conjecture car personne ne semble s'y être intéressé.

Un dernier contre-exemple nous vient de R.B. Mann et J. W. Moffat (réf. 35). Moffat (réf. 34) a proposé une nouvelle classe de théories de la gravité. Ces théories, que nous appellerons ici théories non symétriques de la gravité (TNG), sont caractérisées par une métrique et une connexion hermitiques. Mann et Moffat ont bâti une TNG satisfaisant les exigences suivantes:

1. covariance générale;
2. **PEFa**;
3. les équations du champ dérivent d'un principe d'action;
4. accord avec les expériences classiques d'Einstein.

Mann et Moffat ont montré que cette théorie satisfait le PEFa mais qu'elle ne satisfait pas le PEE. Par conséquent cette théorie devrait constituer un contre-exemple de la conjecture de Schiff. Cependant cette théorie ne satisfait pas le PEFa de façon triviale. Mann et Moffat ont plutôt montré que la théorie n'était pas en contradiction avec l'expérience d'Eötvös-Dicke. Cette théorie forme donc un contre-exemple faible de la conjecture de Schiff.

Le principe d'équivalence d'Einstein et les théories métriques de la gravité: La relation d'équivalence qui semble exister entre le PEE et les TMG n'est habituellement pas discutée. Pour la plupart des gens travaillant dans le domaine, il est évident que les TMG et elles seules satisfont le PEE. Mais il se trouve que si nous essayons de comprendre cette relation, cette évidence apparaît moins sûre. Et surtout, le PEE ne fait pas partie de la définition des TMG comme certains auteurs peuvent laisser entendre (réf. 12, p. 1067). Nous verrons dans cette section que les TMG satisfont effectivement le PEE, mais aussi que d'autres théories de la gravité (théories avec une torsion non nulle) peuvent satisfaire aussi le PEE. Ces dernières forment un contre-exemple des démonstrations de la conjecture de Schiff que nous avons vues puisque ces démonstrations impliquent l'équivalence entre les TMG et le PEE<sup>10</sup>.

Clifford M. Will est un des rares à avoir donné un argument de plausibilité pour justifier l'équivalence entre le PEE et les TMG (réf. 3, p. 22). Nous reprendrons brièvement cet argument et essaierons d'en relever les faiblesses. Mais voyons d'abord pourquoi les TMG satisfont le PEE.

Avant de commencer la démonstration rappelons la définition du PEE et des TMG.

**Principe d'équivalence d'Einstein:** Le PEE est la conjonction de trois conditions:

- (i) le PEFa est valide;
- (ii) le résultat de toute expérience locale non gravitationnelle est indépendant de la vitesse de l'appareillage (en chute libre);
- (iii) et le résultat de toute expérience locale non gravitationnelle est indépendant

---

<sup>10</sup>Les démonstrations de la conjecture de Schiff utilisent, nous l'avons vu, l'intermédiaire PEFa  $\Rightarrow$  TMG. Or on sait que PEE  $\Rightarrow$  PEFa. Par conséquent, si PEE  $\nRightarrow$  TMG, alors nécessairement PEFa  $\nRightarrow$  TMG.

d'où et quand l'expérience est faite dans l'univers.

**Théories métriques de la gravité:** Les TMG sont les théories qui satisfont aux conditions suivantes:

- (i) l'espace-temps est déterminé par une métrique;
- (ii) les lignes d'univers de corps test sont les géodésiques de cette métrique;
- (iii) dans les référentiels locaux en chute libre, les lois non gravitationnelles sont celles de la relativité restreinte.

La propriété selon laquelle les lignes d'univers des particules sont les géodésiques de la métrique de l'espace-temps nous assure que la première exigence du PEE, c'est-à-dire le PEFa, est satisfaite. En effet, ceci nous assure que la trajectoire d'un corps test est indépendante de la structure et de la composition de ce dernier. Finalement, la condition (iii) des TMG satisfait les exigences (ii) et (iii) du PEE. Comme les lois physiques non gravitationnelles sont localement celles de la relativité restreinte dans un référentiel en chute libre, nous sommes assurés que ces lois ne dépendent ni de la vitesse, ni de la position de notre expérience. Il est donc assez évident que les TMG satisfont le PEE (TMG  $\Rightarrow$  PEE).

L'argumentation pour démontrer la proposition inverse est moins évidente. Will nous dit que si le PEFa est satisfait, l'espace-temps est rempli d'une famille de trajectoires préférentielles, les lignes d'univers des corps test en chute libre. Sur ces trajectoires, dans le référentiel local, un corps n'est pas accéléré. De plus, selon les conditions (ii) et (iii) du PEE, le résultat de toute expérience non gravitationnelle est indépendant de la vitesse et de la position de cette expérience. Pour un champ gravitationnel faible, c'est-à-dire dans un référentiel en quasi chute libre, nous savons que les lois physiques non gravitationnelles sont toutes clairement énoncées dans le cadre de la relativité restreinte et sont très bien

vérifiées expérimentalement. Ces lois relativistes ne dépendent ni de la vitesse, ni de la position de l'expérience dans un espace minkowskien. Donc localement l'espace doit être minkowskien. Pour Will, ceci se résume par le fait que l'espace-temps est déterminé par un tenseur d'ordre deux  $g$  (la métrique de l'espace-temps) qui se réduit par un changement de coordonnées à la métrique de Minkowski. Mieux encore, la métrique de l'espace-temps doit être le seul tenseur du champ gravitationnel à agir directement sur la matière sinon les lois non gravitationnelles ne seront pas relativistes localement. Et finalement, les trajectoires préférentielles de corps test deviennent les géodésiques de cette métrique  $g$ . L'argumentation de Will est bien sûr plus subtile et jusqu'ici, il n'est pas aisé de le prendre en défaut. Néanmoins, la conclusion de Will est peut-être un peu hâtive. Will conclut que de toute évidence, les trois conditions des TMG doivent être respectées lorsque nous imposons le PEE. Donc que le PEE implique nécessairement les TMG. Seulement, il y a au moins une faille dans cette conclusion. Si l'on admet que l'espace-temps peut être représenté par une variété à quatre dimensions (cadre de Dicke) et qu'on exige que cette variété soit localement minkowskienne (ce que Will impose à l'espace-temps), alors cette variété est déterminée par une métrique et une connexion. Mais Will impose que l'espace-temps soit déterminé par la métrique seulement (la connexion est complètement déterminée par la métrique, la torsion est nulle). L'équation des géodésiques (équation [3.5]) dépendant seulement de la partie symétrique de la connexion, la partie antisymétrique (torsion) est donc libre. Pour que les géodésiques ne dépendent que de la métrique, il faut seulement que la partie symétrique de la connexion dépende de la métrique. Le PEE laisse donc la torsion libre. L'erreur de Will est d'imposer arbitrairement que la torsion est nulle. Heureusement, Will se rétracte indirectement à la page 83 de la même référence (réf. 3):

**" *This qualitative discussion of alternative metric has neglected two subjects,... The first is torsion.*"**. Et il rajoute, un paragraphe plus loin: **" *In general,... the torsion tensor,... does not vanish in local Lorentz frame.*"**

Le PEE n'impose pas un espace riemannien mais plutôt un espace de Riemann-Cartan ( $U_4$ ). C'est d'ailleurs Cartan, en 1922 (réf. 44), qui a le premier énoncé une théorie concurrente de la RG, la théorie d'Einstein-Cartan. Il voulait inclure le spin de façon naturelle dans la gravité<sup>11</sup>. Cette théorie reste encore aujourd'hui une des meilleures concurrentes de la RG.

Si Will a négligé la torsion lors de son argumentation, c'est sans doute qu'il s'appuie sur l'article de Hehl et al. (réf. 45) qui dit que les effets de la torsion seraient négligeables lorsqu'elle est associée au spin. La torsion ne pourrait pas se propager hors d'une distribution de spin à travers le vide sous la forme d'onde ou d'interaction. La torsion ne serait décelable que dans des cas limites, comme l'interaction gravitationnelle au niveau des particules élémentaires, durant la naissance de l'univers. Néanmoins, cet argument ne concerne que le cas particulier où la torsion est associée au spin. Et encore, cette interprétation est en contradiction avec Hojman et al. (réf. 46, 47) qui ont proposé une théorie où la torsion peut se propager dans le vide et où donc les effets de la torsion seraient non négligeables.

Pour finir, P. von der Heyde (réf. 36) montre que la théorie  $U_4$  de la gravité, qui a une torsion non nulle, satisfait le PEE.

La question de l'importance de la torsion est donc toujours ouverte, mais chose certaine, le PEE implique une classe plus large de théories que les TMG.

$$\text{PEE} \not\Rightarrow \text{TMG}$$

Dans la conclusion du présent mémoire, nous discuterons de l'impact du bris de la

---

<sup>11</sup>La masse est un invariant de translation dans l'espace minkowskien tandis que le spin est un invariant de rotation dans ce même espace. La torsion est associée aux degrés de liberté de rotation de la connexion. La partie symétrique de la connexion est associée à la translation.

conjecture de l'équivalence entre le PEE et les TMG.

Le principe d'équivalence fort et la relativité générale: Il n'est pas question ici de reprendre en détail les diverses démonstrations de la relativité générale. Nous ne retiendrons que les principaux arguments servant à son élaboration. Nous mettrons surtout l'accent sur les points faibles de la démonstration.

La démonstration de la RG repose sur trois principes et une hypothèse (réf. 10, 12, 48). Le premier principe est bien entendu le PEFo. Le deuxième varie en forme selon la démonstration mais revient à une loi de conservation pour l'énergie et l'impulsion. Cette loi prend la forme d'un principe d'action ou d'un principe de conservation locale automatique de la source (tenseur énergie-impulsion). Le troisième est le principe de correspondance des lois physiques dans certaines limites. On veut que la RG tende vers la gravité de Newton lorsque la gravité est faible et que les vitesses sont faibles. On veut aussi que les lois physiques soient relativistes quand la gravité tend vers zéro. Finalement, comme lors de toute démonstration de lois physiques où nous n'avons pas assez de contraintes pour déterminer une solution unique, nous supposons que les lois physiques sont les plus simples parmi toutes celles possibles. Cette hypothèse est utilisée deux fois lors de la démonstration de la RG et ce sont deux points faibles.

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le PEE admet des théories ayant une torsion non nulle. Lors de la démonstration de la RG, le PEE<sup>12</sup> et le principe de correspondance avec la relativité restreinte sont suffisants pour déterminer la forme des lois non gravitationnelles en présence de gravité. En général, les lois non gravitationnelles gardent la même forme que dans la relativité restreinte mais avec la règle de "la virgule devient point virgule", où la dérivation devient la dérivation covariante (faisant intervenir la

---

<sup>12</sup>Pour cette partie de la discussion seule une partie du PEFo est nécessaire, le PEE.

connexion) par rapport à la métrique  $g$  de l'espace-temps. Lors de cette opération toutefois, nous supposons arbitrairement pour des raisons de simplicité que la torsion de la connexion est nulle. Ceci constitue le premier point faible de la conjecture.

Si le PEFo est valable, le résultat d'une expérience locale en chute libre sur les lois gravitationnelles ne doit pas dépendre de la vitesse ni de la position de l'appareillage. Si nous prenons la classe des TMG, la métrique de l'espace-temps peut être couplée à d'autres potentiels gravitationnels. Comme ces potentiels n'interagissent sur la matière qu'à travers la métrique, il n'y a pas de dépendance sur la vitesse et la position pour les lois non gravitationnelles mais il semble qu'il y en a une pour les lois gravitationnelles. Le PEFo exigerait donc qu'il n'existe qu'un champ gravitationnel, la métrique de l'espace-temps. Malheureusement, et bien que cette conclusion semble logique, il n'en existe aucune preuve formelle. Les travaux effectués dans le cadre PPN (Will) peuvent nous porter à croire que seule la RG satisfait le PEFo. Dans le cadre PPN, le PEFo est satisfait trivialement si les paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  sont égaux à un et les autres paramètres égaux à zéro. La relativité générale satisfait à cette condition et toute autre théorie ayant les mêmes paramètres satisfait le PEFo à l'ordre postnewtonien. Par contre, une théorie ayant les mêmes paramètres que la RG est aussi indiscernable de celle-ci au niveau postnewtonien et pour ainsi dire aussi indiscernable au niveau expérimental dans l'état actuel de l'expérimentation. Ce résultat allant dans le sens la conjecture est toutefois contredit par M. Camenzind (réf. 49). Celui-ci a montré que l'on pouvait construire une théorie de jauge  $SO(1,3)$  Yang-Mills qui satisfait de façon non triviale le PEFo au niveau postnewtonien ( $\gamma \neq 1 \neq \beta$ ). Pour que des théories métriques lagrangiennes (semi-conservatives) satisfassent le PEFo, les paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  doivent satisfaire l'équation suivante:

$$[4,6] \quad 4\beta - \gamma - 3 = 0 ,$$

et les autres paramètres doivent être égaux à zéro. La théorie de Camenzind satisfait ces

conditions. Si une théorie satisfait ces conditions et ses paramètres sont différents de ceux de la RG, alors elle est discernable de celle-ci au niveau postnewtonien. La théorie de Camenzind donne donc des résultats mesurables différents de la RG tout en satisfaisant le PEFo au niveau postnewtonien. Nous ne pouvons pas savoir si la cette théorie satisfait le PEFo de façon absolue mais elle permet de mettre en doute la validité de la conjecture.

Finalement, on détermine les équations du champ gravitationnel à partir d'un principe d'action. Nous utilisons en général le principe d'action pour le champ gravitationnel le plus simple possible. Cependant le principe d'action peut être plus complexe sans affecter la validité du PEFo. Le principe d'action gravitationnel pourrait avoir la forme suivante:

$$[4,7] \quad I_G = \frac{1}{16\pi} \int (R + aR^2 + bR_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + cR_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta} + \dots)(-g)^{1/2} dx^4 ,$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des paramètres arbitraires. Ceci n'est d'ailleurs pas nouveau puisque Weyl, en 1919 (réf. 50), travaillait déjà sur une version de la RG avec des termes en  $R^2$ .

## CONCLUSION

Les trois conjectures que nous avons vues ont été passablement malmenées au cours de notre discussion et nous verrons ce qui en subsiste. Notre conclusion devra aussi tenir compte de l'interdépendance des conjectures. Nous verrons surtout dans quelle perspective il faut regarder ces conjectures.

La conjecture de Schiff ne possède aucune démonstration totalement satisfaisante et n'en aura probablement jamais. Les démonstrations de la conjecture impliquent toutes l'équivalence entre le PEE et les TMG. Nous savons qu'en fait cette équivalence est certainement fautive. D'autres théories (théories ayant une torsion non nulle) que les TMG peuvent satisfaire le PEE. Ces théories forment un contre-exemple des démonstrations de la conjecture de Schiff que nous avons déjà vues. Ces démonstrations, pour être conséquentes, devraient conclure comme suit: **pour les théories de la gravité semi-conservatives<sup>13</sup> ne possédant pas de torsion,**

$$\text{PEFa} \Rightarrow \text{TMG} \Leftrightarrow \text{PEE}.$$

De toute façon, les contre-exemples de la conjecture de Schiff nous obligent à revoir celle-ci. Le contre-exemple de Wei-Tou Ni est le plus sérieux et est somme toute incontournable.

Les deux modifications les plus sérieuses de la conjecture sont celles de Ni et de

---

<sup>13</sup>Dans notre conclusion l'expression "théories semi-conservatives" sert à désigner les théories satisfaisant au moins un principe de conservation local de l'énergie et de l'impulsion, qu'elles soient lagrangiennes ou non.

Will. Bien que la conjecture de Schiff-Ni soit plus naturelle que celle de Schiff-Will, l'avenir nous dira laquelle des deux survivra. Mais il reste une autre possibilité que la démonstration de Coley laisse entrevoir. En réalité, et comme nous l'avons vu au dernier chapitre, ce que Coley a démontré est un amalgame des conjectures de Schiff-Ni et de Schiff-Will. Peut-être est-ce cet amalgame qui formera la version finale de la conjecture.

Il serait aussi très intéressant de voir quelle est l'influence que peut avoir le PEFa(2) ou le UDGR sur l'existence de la torsion. Dans le cas de la démonstration de Coley, il semble que l'action de ces deux principes combinés annule la torsion.

Passons à la deuxième conjecture. L'équivalence entre le PEE et les TMG est définitivement fausse. Les TMG satisfont effectivement le PEE mais d'autres théories avec une torsion non nulle peuvent le satisfaire. Nous pourrions reformuler cette conjecture et dire que: **pour les théories ayant une torsion nulle, les TMG et elles seules satisfont le PEE.**

Finalement, la troisième conjecture voulant que seule la RG satisfasse le PEFo est certainement fausse elle aussi. Mais cette conjecture se modifie facilement en quelque chose de plus crédible: **La théorie de la gravité la plus simple pouvant satisfaire le PEFo est la RG.** Mais encore faut-il faire attention au principe de simplicité car ce principe est relatif. La théorie de Newton est très simple classiquement mais sous une forme covariante devient beaucoup plus complexe.

En conjonction avec la troisième conjecture, la conjecture de Schiff-Haugan (PEFaG  $\Rightarrow$  PEFo) nous inspire naturellement une dernière et très attirante superconjecture: **La seule théorie de la gravité complète et cohérente satisfaisant le PEFaG est la RG.** Étant donné la précision avec laquelle est vérifié le PEFaG, cette superconjecture, si elle s'avérait, aurait l'avantage de consolider extraordinairement la RG.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Londres, 1686).
- [2] M.-A. Tonnelat, *Les Vérifications Expérimentales de la Relativité Générale* (Masson et Cie, Paris, 1964).
- [3] C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1981).
- [4] Y. Aharonov et G. Carmi, *Found. Phys.* **3**, 493 (1973).
- [5] K. J. Epstein, *Phys. Rev. D* **18**, 4794 (1978).
- [6] M. Castagnino, *Ann. Inst. Henri Poincaré* **35**, 55 (1981).
- [7] P. Candelas et D. W. Sciama, *Phys. Rev. D* **27**, 1715 (1983).
- [8] A. Einstein, *Annalen der Phys.* **49**, 769 (1916).
- [9] S. W. Hawking et W. Israel, éditeurs, *Three Hundred Years of Gravitation*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).
- [10] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (John Wiley & Sons, New York, 1972).
- [11] K. S. Thorne et C. M. Will, *Astrophys. J.* **163**, 595 (1971).
- [12] C. W. Misner, K. S. Thorne et J. A. Wheeler, *Gravitation* (W. H. Freeman and Co, New York, 1973).

- [13] K. Nordtvedt, Phys. Rev. D **3**, 1683 (1971).
- [14] L. I. Schiff, Am. J. Phys. **28**, 340 (1960).
- [15] P. T. Landsberg et N. T. Bishop, Found. Phys. **6**, 727 (1976).
- [16] I. I. Shapiro, Phys. Rev. **13**, 789 (1964).
- [17] J. A. Lipa et C. W. Everitt, Acta Astronautica **5**, 119 (1978).
- [18] B. Cabrera et F. J. Van Kann, Acta Astronautica **5**, 125 (1978).
- [19] L. Parker, Phys. Rev. **175**, 1658 (1968).
- [20] N. D. Hari Dass, J. Gen. Rel. and Grav. **8**, 89 (1977).
- [21] A. Peres, Phys. Rev. D **18**, 2739 (1978).
- [22] C. Hsieh, P.-Y. Jen, K.-L. Ko, K.-Y. Yann, W.-T. Ni, S.-S. Pan, Y.-H. Shi et R.-J. Tyan, Mod. Phys. Lett. A **4**, 1597 (1989).
- [23] M. D. Gabriel, M. P. Haugan, R. B. Mann et J. H. Palmer, Phys. Rev. Lett. **67**, 2123 (1991).
- [24] R. H. Dicke, "Experimental Relativity", dans *Relativity, Groups and Topology*, édité par C. DeWitt et B. DeWitt (Gordon and Breach, New York, 1964).
- [25] K. S. Thorne et C. M. Will, Astrophys. J. **163**, 595 (1971).
- [26] K. S. Thorne, D. L. Lee et A. P. Lightman, Phys. Rev. D **7**, 3563 (1973).
- [27] A. P. Lightman et D. L. Lee, Phys. Rev. D **8**, 364 (1973).
- [28] A. A. Coley, Phys. Rev. Lett. **49**, 853 (1982).

- [29] A. A. Coley, Phys. Rev. D **27**, 728 (1983).
- [30] A. A. Coley, Phys. Rev. D **28**, 1829 (1983).
- [31] W.-T. Ni, Phys. Rev. Lett. **50**, 1173 (1983).
- [32] W.-T. Ni, Phys. Rev. Lett. **38**, 301 (1977).
- [33] C. M. Will, Astrophys. J. **163**, 661 (1971).
- [34] J. W. Moffat, Phys. Rev. D **19**, 3554 (1979).
- [35] R. B. Mann et J. W. Moffat, Can. J. Phys. **59**, 1730 (1981).
- [36] P. von der Heyde, Lettere al Nuovo Cimento **14**, 250 (1975).
- [37] M. P. Haugan, Ann. Phys. (N. Y.) **118**, 156 (1979).
- [38] K. Nordvedt, Phys. Rev. D **11**, 245 (1975).
- [39] D. L. Lee, A. P. Lightman et W.-T. Ni Phys. Rev. D **10**, 1685 (1974).
- [40] C. M. Will, "The confrontation between gravitation theory and experiment.", dans *General Relativity*, édité par S. W. Hawking et W. Israel, (Cambridge University Press, London, 1979).
- [41] J. E. Horvath, E. A. Logiudice, C. Riveros et H. Vucetich, Phys.Rev. D **38**, 1754 (1988).
- [42] W.-T. Ni, Phys. Lett. A **120**, 174 (1987).
- [43] H. C. Ohanian, Phys. Rev. D **10**, 2041 (1974).
- [44] É. Cartan, Comptes Rend. Acad. Sci. (Paris) **174**, 593 (1922).

- [45] F. W. Hehl, P. von der Heyde et G. D. Kerlick, *Rev. Mod. Phys.* **48**, 393 (1976).
- [46] S. Hojman, M. Rosenbaum, M. P. Ryan et L. C. Shepley, *Phys. Rev. D* **17**, 3141 (1978).
- [47] W.-T. Ni, *Phys. Rev. D* **19**, 2260 (1979).
- [48] L. Landau et E. Lifchitz, *Théorie des Champs* (Éditions MIR, Moscou, 1989).
- [49] M. Camenzind, *Phys. Lett.* **77A**, 9 (1980).
- [50] H. Weyl, *Annalen der Physik* **59**, 101 (1919).
- [51] C. Héon et L. Marchildon, "Le principe d'équivalence et les théories métriques de la gravité", congrès de l'ACFAS, 11-15 mai 1992 (*Annales de l'ACFAS* **60**, 248 (1992)).