

Université du Québec

**Mémoire présenté à
L'Université du Québec à Trois-Rivières**

**Comme exigence partielle de la
Maîtrise en Physique**

Par

SALIM BOUARICHA

**LOCALISATION ACOUSTIQUE DES FUITES
DANS DES CONDUITES DE GAZ**

Novembre 1996

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon professeur Jacques Goyette pour son support, son aide et sa disponibilité durant le temps que j'ai passé sous sa direction, son humour et sa convivialité ont rendu le travail avec lui, un plaisir et non une corvée. Je remercie également mon co-directeur, le professeur Tapan K. Bose pour ses judicieuses directives et pour l'aide financière qu'il m'a attribuée. Merci à la direction de Gaz Métropolitain Inc. pour le financement de ce projet supervisé par M. André Gougeon et au Dr. Michelle Ledroit, chercheur post-doctoral en stage à l'I.R.H.

Tous mes respects et remerciements au professeur Jean-Marie Saint-Arnaud, qui m'a accueilli en premier au groupe. Mon séjour au laboratoire n'aurait pas été aussi agréable si mes amis et collègues Arezki, Ahmed, Richard, Dany et Jean René (la liste est longue) n'étaient pas à mes côtés.

Je n'aurais pas pu faire cette maîtrise sans l'appui incessant de mes chers parents; qu'ils reçoivent ici toute ma gratitude. Tout l'honneur revient à eux. Un grand merci à mon frère et mes soeurs, mes éternels supporteurs.

Ce travail est rendu possible grâce à l'octroi d'une bourse d'exemption des frais de scolarité de l'ambassade Algérienne au Canada.

Je terminerai en remerciant ma femme Saïda, son support et sa présence sont déterminants. Je la remercie pour la correction des fautes d'orthographe qui ont échappé à ma bienveillance, mais pas à la sienne!

RÉSUMÉ

Le but de notre projet de recherche est la localisation des fuites de gaz par une méthode acoustique. Ce problème nous a été posé originellement par la société Gaz Métropolitain Inc. (G.M.I.). Il existe en effet des situations où les méthodes traditionnelles de détection des fuites ne sont pas adéquates, les conduites insérées en sont un exemple. Pour surmonter cette difficulté, et localiser une telle fuite, nous avons mis au point un dispositif de détection et de localisation acoustique. Ce dispositif utilise des microphones et un système complet de traitement du signal par analyse numérique.

Notre recherche a, dans un premier temps, porté sur les lois fondamentales de la propagation des ondes acoustiques dans un fluide se trouvant à l'intérieur d'une structure cylindrique fermée. Nous avons d'abord étudié les divers modes possibles, la transmission d'énergie, l'effet des embranchements, les mécanismes d'absorption et d'atténuation des signaux ainsi que le patron de radiation d'une fuite. Nous avons discuté ensuite de la mise en application de la méthode de détection et du traitement du signal.

La fuite est détectable par le sifflement qu'elle produit. Ce bruit acoustique génère un spectre de fréquence à large bande. Il est dû à la différence de pression qui existe entre l'intérieur et l'extérieur du tuyau en polyéthylène. Les dimensions de la conduite et celles de la fuite déterminent les modes et les fréquences des ondes établies. Nous expliquons donc comment et pourquoi la fuite peut-être détectée et localisée. La méthode requiert un minimum d'effort et une instrumentation économique. De plus, elle ne cause pas d'interruption majeure de service dans les conduites et localise la position de la fuite clairement et précisément.

Finalement, nous présentons le résultat de mesures prises au laboratoire ainsi que sur une conduite modèle installée sur le terrain.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS		i
RÉSUMÉ		ii
TABLE DES MATIÈRES		iii
LISTE DES SYMBOLES		vii
LISTE DES TABLEAUX		x
LISTE DES FIGURES		xi
CHAPITRE 1	INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2	LOIS FONDAMENTALES DE LA PROPAGATION DES ONDES	
	ACOUSTIQUES DANS UN FLUIDE	4
2.1	THÉORIE DE LA PROPAGATION DES ONDES	4
2.1.1	Équation d'onde en coordonnées cylindriques	6
2.1.2	Propagation dans les guides cylindriques	7
2.1.2.1	Conditions aux limites	7
2.1.2.2	Ondes cylindriques progressives	8
2.2	DENSITÉ D'ÉNERGIE, INTENSITÉ ACOUSTIQUE ET ÉCHELLE EN DÉCIBEL	10
2.3	ABSORPTION ET ATTÉNUATION DES ONDES ACOUSTIQUES	13
2.3.1	Approche phénoménologique à l'absorption	13

2.3.2	Coefficient d'absorption classique	17
2.3.3	Relaxation moléculaire thermique	19
2.3.4	Absorption du son dans les tuyaux	21
2.4	EFFETS DES EMBRANCHEMENTS.....	22
2.4.1	Résonateur d'Helmoltz.....	22
2.4.2	Impédance acoustique	23
2.4.3	Réflexion des ondes dans un tuyau	25
2.4.4	Résonance dans un tuyau	29
2.4.5	Théorie générale d'une branche latérale.....	30
2.4.6	Résonateur d'Helmoltz comme une branche	34
2.4.7	Orifice dans la paroi du tuyau	35
2.5	ÉCOULEMENT LAMINAIRE OU TURBULENT?	36
CHAPITRE 3	MÉTHODE DE DÉTECTION ET TRAITEMENT DU SIGNAL	38
3.1	LOCALISATION DE LA FUITE À L'AIDE DE LA CORRÉLATION.....	38
3.1.1	Principe de la localisation.....	38
3.1.2	Mesure de la différence de temps.....	39
3.1.3	Positionnement de la fuite et temps de propagation du signal	39
3.1.4	Effets d'une branche en forme de "T"	42
3.2	PRINCIPE DE LA MÉTHODE DES CORRÉLATIONS	44
3.3	ANALYSE STATISTIQUE DES SIGNAUX ALÉATOIRES CONTINUS	46
3.3.1	L'intercorrélation	46

3.3.2	Intercorrélation de deux signaux à 6144 points	47
3.4	TRAITEMENT DU SIGNAL	49
3.4.1	Échantillonnage	49
3.4.1.1	Troncature des signaux	49
3.4.1.2	Discrétisation	50
3.4.2.	Conversion analogique-digital	52
3.4.3.	Filtrage à réponses impulsionnelles finies et infinies (R.I.F. et R.I.I.)	52
3.4.3.1	Filtres de Butterworth	54
CHAPITRE 4	IMPLÉMENTATION DE LA MÉTHODE	55
4.1	MICROPHONES	55
4.1.1	Spécification des microphones utilisés	56
4.2	CARTE D'ACQUISITION DES DONNÉES	56
4.3	DESCRIPTION DU LOGICIEL LABVIEW	57
4.4	MONTAGE EXPÉRIMENTAL	64
CHAPITRE 5	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX	66
5.1	EXPÉRIENCES AU LABORATOIRE	66
5.1.1	Ligne modèle de la conduite utilisée	71
5.1.2	Moyenne des corrélations	74
5.1.3	Système à trois microphones	77

5.1.4	Simulation d'un compteur domestique.....	78
5.1.5	Petites fuites.....	86
5.1.6	Présence de plusieurs fuites	86
5.2	EXPÉRIENCES AU AU TERRAIN SUR LA CONDUITE MODÈLE AU CTGN.....	89
5.3	INCERTITUDES DES MESURES.....	94
CONCLUSION.....		96
BIBLIOGRAPHIE.....		98
ANNEXES		101
	ANNEXE A: ÉTABLISSEMENT DES ÉQUATIONS DE PROPAGATION DES ONDES.....	101
	ANNEXE B: FONCTIONS DE BESSEL	105
	ANNEXE C: ÉTABLISSEMENT DES CONDITIONS SOUS-LESQUELLES UN ÉCOULEMENT EST LAMINAIRE OU TURBULENT.....	107
	ANNEXE D: FONCTIONS UTILES DANS LE TRAITEMENT DU SIGNAL	112
	ANNEXE E: BRUITS DANS LES MICROPHONES	114

LISTE DES SYMBOLES

P :	Pression.
p :	Pression acoustique.
V :	Volume.
T :	Température.
ρ :	Densité volumique.
Q :	Quantité de chaleur massique.
λ, μ :	Constantes de Lamé.
c :	Vitesse du son.
S :	Entropie.
Σ :	Surface entourant un volume.
D :	Volume du domaine du fluide.
v :	Vitesse.
\vec{f} :	Force de pression.
\vec{F} :	Force extérieure (dûe aux sources).
q :	Débit de fluide par unité de volume du fluide et par unité de temps.
Φ :	Potentiel des vitesses.
U :	Potentiel des forces \vec{F} .
\vec{A} :	Vecteur quelconque.
\vec{k} :	Vecteur d'onde.
ω :	Pulsation.

\vec{k} :	Vecteur d'onde.
ω :	Pulsation.
J_0 :	Fonction de Bessel d'ordre zéro de première espèce.
N_0 :	Fonction de Bessl d'ordre zéro de seconde espèce.
H_0^\pm :	Fonctions de Hankel d'ordre zéro de 1 ^{ère} . et de 2 ^{ème} . espèce.
m :	Entier quelconque.
U :	Vitesse volumique du fluide.
X :	Déplacement volumique du fluide.
Z :	Impédance acoustique.
S :	Section surfacique.
l :	Longueur du col cylindrique.
R :	Partie réelle de l'impédance acoustique, la résistance acoustique.
X :	Partie imaginaire de l'impédance acoustique, la réactance acoustique.
M :	Inertance acoustique.
m :	Masse effective d'un élément du fluide.
C :	Compliance acoustique
U_i, U_r, U_t, U_b :	Vitesses volumiques, incidente, réfléchie, et transmise dans la branche.
Z, Z_t, Z_b :	Impédances acoustiques dans la branche, transmise et dûe à la branche respectivement.
α_r :	Coefficient de réflexion.
α_t :	Coefficient de transmission.
δ_{ik} :	Symbole de Kronecker, = 0 si $i \neq k$, = 1 si $i = k$.

Π_{ik} :	Tenseur densité du flux d'impulsion.
σ_{ik} :	Tenseur des contraintes.
σ'_{ik} :	Tenseur des contraintes en fluide visqueux.
ξ, η :	Coefficients de viscosité, strictement positifs, dépendants de p et de T .
μ :	Viscosité dynamique.
ν :	Viscosité cinématique.

LISTE DES TABLEAUX**CHAPITRE 1**

Tableau 1	Valeurs de Γ_{mv} en fonction de (m, v)	8
-----------	--	---

CHAPITRE 5

Tableau 2	Position des équipements utilisés sur la ligne modèle.....	72
-----------	--	----

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 2

Fig. 1	Système de coordonnées polaires.....	6
Fig. 2	Cône autour de l'axe OZ.....	9
Fig. 3	Correction d'extrémité.....	23
Fig. 4	Emboitement de deux différents cylindres.....	27
Fig. 5	Branche latérale.....	31

CHAPITRE 3

Fig. 6	Fuite entre les deux microphones A et B; plus près de B.....	38
Fig. 7	Fuite à gauche des deux microphones A et B.....	40
Fig. 8	Fuite à droite des deux microphones A et B.....	40
Fig. 9	Fuite entre les deux microphones A et B; plus près de A.....	41
Fig. 10	Embranchement contenant le microphone A.....	42
Fig. 11	Branche en forme de "T" contenant le microphone B.....	43
Fig. 12	Présence de deux branches, ne contenant pas les microphones.....	43
Fig. 13	Deux connexions en forme de "T".....	44
Fig. 14	Fuite dans un tuyau.....	44
Fig. 15	Deux signaux à 6144 points divisés en trois signaux chacun.....	47

CHAPITRE 4

Fig. 16	Entrée des paramètres et affichage des résultats sur l'écran d'ordinateur.....	60
Fig. 17	Diagramme du programme principal pour la prise, le calcul et l'affichage des données.....	61
Fig. 18	Diagramme de la sous-fonction <i>Correl 2</i>	62
Fig. 19	Diagramme de la sous-fonction <i>Cor Simp</i>	63
Fig. 20	Schéma du dispositif expérimental.....	65

CHAPITRE 5

Fig. 21	Nombres nodaux (m,n) pour la pression acoustique.....	68
Fig. 22	Corrélation simple de deux signaux.....	73
Fig. 23	Corrélation moyennée 64 fois.....	75
Fig. 24	Corrélations de la même fuite moyennée: (a) 1 fois, (b) 8 fois et (c) 64 fois.....	76
Fig. 25	Localisation d'une fuite à l'aide de trois microphones.....	79
Fig. 26	Détection de la fuite en fonction de son débit en présence d'un compteur.....	81
Fig. 27	Rapport Signal sur Bruit d'une fuite de position fixe dont on change progressivement le diamètre. La pression reste constante: 275 kPa.....	83
Fig. 28	Rapport signal sur bruit de la fuite en fonction de la pression.....	85
Fig. 29	Petite fuite de 1,06 mm de diamètre.....	87

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le transport des différents fluides par des conduites fait partie intégrale de l'infrastructure de notre société moderne. Le vieillissement de cette tuyauterie amène des inquiétudes sur le danger potentiel que peut engendrer des fuites dans ces tuyaux. D'un autre côté, la réhabilitation des réseaux de distribution devenus désuets se fait souvent en insérant une nouvelle conduite en polyéthylène dans les anciennes canalisations de fonte. La localisation des fuites dans ces nouvelles installations est devenue plus difficile. En effet, le gaz diffuse dorénavant dans l'espace annulaire entre l'ancienne et la nouvelle canalisation et ressort généralement à un branchement loin de la fuite initiale. Cela représente une situation où les techniques usuelles de détection des fuites ne sont plus adéquates.

Pour la détection de telles fuites, des techniques alternatives ont été publiées dans des revues scientifiques. On peut classer les méthodes de détection et/ou de localisation des fuites selon le degré de difficulté d'identification:

1. Détection de l'existence de la fuite.
2. Localisation du site de la fuite par un suivi continu des tuyaux.
3. Détection et localisation de la fuite à partir d'informations recueillies à l'entrée et/ou à la sortie du tuyau.

Dans un de ses articles [1], K. Watanabe a bien résumé les travaux faits selon la classification citée ci-dessus; dans la première catégorie, on injectait une forte pression dans

un long tuyau fermé. Si des fuites existent, il y a une diminution de la pression interne du tuyau due aux pertes par la fuite. On mesurait aussi, le flux entrant et sortant d'un bout à l'autre du tuyau, l'existence d'une différence entre les deux mesures, ne peut provenir que d'une fuite. Tout récemment, Savic [2] décrivait une méthode où il pouvait détecter et localiser des fuites en plaçant le long d'un tuyau des transducteurs reliés en permanence à une centrale de surveillance; toute variation du signal par rapport au signal habituel bien connu était considéré comme étant l'indication d'une fuite.

Dans la deuxième catégorie, par exemple, on injectait de l'oxyde de nitrate d'une part et un signal supersonique d'autre part, on essayait ensuite de détecter la trace de chacun des deux en suivant la ligne de conduite du gaz d'un bout à l'autre.

Dans la troisième catégorie, on utilisait des modèles mathématiques de l'écoulement du fluide gazeux dans les tuyaux tout en mesurant différentes variables comme la pression, le débit...etc. Watanabe et al. (1986,1990,1993) [1], [3] et [4] étudièrent la propagation des ondes acoustiques dans un tuyau en tenant compte des conditions aux frontières imposées par la fuite; en fait, ils en modélisaient le tuyau comme un instrument à vent géant.

En général toutes les méthodes citées plus haut sont dispendieuses et ne détectent que les grosses fuites. Il était tout de même évident d'après notre recherche bibliographique que les meilleures méthodes utilisées jusqu'à présent dans la détection étaient les méthodes acoustiques. Nous y avons appris que celles-ci peuvent être divisées en deux catégories: les méthodes passives et les méthodes actives. Une méthode passive est une méthode de détection basée exclusivement sur certaines propriétés des fluides. Le principal avantage d'une telle méthode est qu'elle ne requiert pas d'accès direct à la conduite pour injecter un signal traceur. La méthode passive qui est la plus citée dans la littérature est celle basée sur la détection du bruit causé par une fuite.

Les méthodes actives requièrent l'accès à la conduite afin d'introduire dans celle-ci un signal qui permet de mieux localiser les fuites. Par exemple, on peut introduire dans le gaz de la conduite un signal sonore; une partie du signal peut s'échapper de la conduite avec le gaz de la fuite. Des détecteurs dont la bande passante est ajustée autour de la fréquence du

signal sonore permettent ensuite de localiser la fuite. Une autre méthode active serait de coupler un signal sonore dans la conduite elle-même; la fissure de la conduite causant la fuite peut changer suffisamment les propriétés acoustiques de la conduite pour permettre sa localisation.

Puisque les méthodes passives ont l'avantage de la simplicité d'emploi, nos efforts se sont concentrés vers celles-ci. Dans un premier temps, nous avons voulu mesurer le spectre sonore d'une fuite afin de déterminer s'il était caractérisé par une ou plusieurs fréquences spécifiques. Ces fréquences auraient pu servir de signature pour retracer les fuites dans un environnement bruyant. Devant les résultats négatifs de ces premières études, nous avons considéré une méthode de localisation plus sophistiquée, basée sur la corrélation de signaux recueillis en deux points de la ligne.

Cette méthode des corrélations est différente de toutes les autres méthodes de détection; sa particularité réside dans la mesure de la différence du temps d'arrivée du signal émis par la fuite vers les deux détecteurs placés de part et d'autre de la fuite. Il est ainsi possible de déterminer la position exacte de la fuite en n'ayant besoin que de la connaissance de ces temps d'arrivée et de la mesure de la vitesse de propagation du son dans le fluide qui circule à l'intérieur de la conduite.

En général, la corrélation est une mesure de la dépendance d'une variable par rapport à une autre. Dans notre cas c'est la mesure du degré de similitude entre deux formes d'onde.

CHAPITRE 2

LOIS FONDAMENTALES DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS UN FLUIDE

2.1 Théorie de la propagation des ondes

Le mouvement vibratoire de faible amplitude dans un fluide compressible génère les ondes sonores. Dans une onde sonore, en tout point du fluide, il se produit alternativement des compressions et des expansions.

La propagation des ondes sonores répond, dans le cadre de l'acoustique linéaire aux équations [annexe A] que nous résumons ci-dessous.

L'équation d'état $p = c^2 \rho'$.

L'équation d'Euler $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \rho_0 \vec{F}$.

L'équation de conservation de la masse $\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = \rho_0 q$.

En appliquant l'opérateur " $\frac{\partial}{\partial t}$ " à la dernière équation, dans laquelle on substitue à ρ' son expression $\frac{p}{c^2}$ et en appliquant l'opérateur "div." à l'équation d'Euler, la comparaison des deux équations obtenues donne immédiatement l'équation des ondes pour la pression

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \rho_0 \left(\operatorname{div} \vec{F} - \frac{\partial q}{\partial t} \right). \quad (2.1)$$

L'équation des ondes pour la vitesse particulière est obtenue en prenant le gradient de l'équation de conservation de la masse et la dérivée temporelle de l'équation d'Euler et en utilisant la relation $\text{rot. rot.} = \bar{\nabla} \text{div.} - \Delta$, nous avons :

$$\Delta \bar{v} + \text{rot rot } \bar{v} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \bar{\nabla} q - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t}. \quad (2.2)$$

On remplace $\text{rot. rot. } \bar{v}$ par son expression obtenue en appliquant l'opérateur rotationnel à l'équation d'Euler, nous obtenons :

$$\Delta \bar{v} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \bar{\nabla} q - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} - \int \text{rot rot } \bar{F} dt. \quad (2.3)$$

Nous pouvons aussi écrire l'équation des ondes pour le potentiel des vitesses Φ lorsque \bar{F} est à rotationnel nul ($\bar{F} = -\bar{\nabla} U$, $\bar{v} = -\bar{\nabla} \Phi$), l'équation d'Euler devient :

$$\bar{\nabla} \left(\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} - p - \rho_0 U \right) = 0, \quad (2.4)$$

où

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho_0 U. \quad (2.5)$$

Le report de cette dernière équation et de l'équation $\bar{v} = -\bar{\nabla} \Phi$, dans l'équation de conservation de la masse conduit à l'équation de propagation

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -q - \frac{1}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (2.6)$$

S'il n'y a pas de débit et de forces extérieurs qui s'exercent sur le fluide, l'équation précédente devient :

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (2.7)$$

Dans cette dernière équation, la connaissance de Φ donne immédiatement la vitesse particulière et la pression par simple dérivation spatiale et temporelle respectivement.

2.1.1 Équation d'onde en coordonnées cylindriques.

Le système est composé des coordonnées polaires (w, φ, z) (figure 1.),

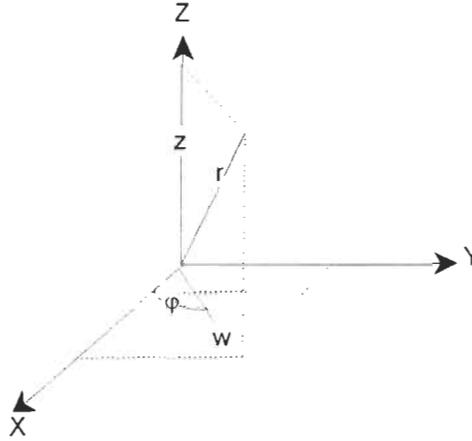


Figure 1. Système de coordonnées polaires.

La solution générale est de la forme

$$p = R(w)Z(z)\Phi(\varphi)T(t). \quad (2.8)$$

Donc les équations à variables séparées sont :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial w^2} + \frac{1}{Rw} \frac{\partial R}{\partial w} + \frac{1}{w^2 \Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2 T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{c^2 T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -k^2, \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2, \quad (2.11)$$

$$\frac{w^2}{R} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial w^2} + \frac{1}{w} \frac{\partial R}{\partial w} \right) + (k^2 - k_z^2) w^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = m^2. \quad (2.12)$$

Les solutions obtenues en posant $k^2 - k_z^2 = k_w^2$ sont:

$$\begin{cases} T = \exp(i\omega t). \\ Z = C_1 \exp(ik_z z) + C_2 \exp(-ik_z z). \\ \Phi = D_{1m} \exp(im\varphi) + D_{2m} \exp(-im\varphi) \\ \quad = D_{3m} \cos(m\varphi) + D_{4m} \sin(m\varphi) \\ \quad = D_m \cos(m\varphi + \alpha_m). \end{cases} \quad (2.13)$$

Pour les ondes stationnaires,

$$R = A_{1m} J_m(k_w w) + A_{2m} N_m(k_w w). \quad (2.14)$$

Tandis que pour les ondes progressives,

$$R = B_{1m} H_m^+(k_w w) + B_{2m} H_m^-(k_w w). \quad (2.15)$$

Ces solutions forment une base de l'espace (w, φ, z) . Ainsi la solution générale est obtenue sous la forme d'une série infinie de ces fonctions (somme sur l'indice m).

2.1.2 Propagation dans les guides cylindriques.

2.1.2.1 Conditions aux limites.

Les conditions aux limites à satisfaire dans le cas des ondes stationnaires sont :

i) $\lim R(w)$ est fini quand $w \rightarrow 0 \Rightarrow R(w) = A_m J_m(k_w w)$, $\forall m$, car N_m diverge à l'origine.

ii) La vitesse normale est nulle sur la paroi ($w = w_0$) $\Rightarrow J'_m(k_w w)|_{w=w_0} = 0$.

Si l'on note Γ_{mv} le $(v^{\text{ième}} + 1)$ zéro de la première dérivée de J_m (tableau 1), la condition ci-dessus implique que

$$k_w w_0 = \Gamma_{mv}. \quad (2.16)$$

La relation de dispersion $k^2 - k_z^2 = k_w^2$ donne la fréquence de coupure pour le mode (m, v)

$$k^2 = \left(\frac{\Gamma_{mv}}{w_0} \right)^2 \Rightarrow f = \frac{\Gamma_{mv} c}{2\pi w_0}. \quad (2.17)$$

Si la fréquence est inférieure à la première fréquence de coupure, tous les modes sont évanescents à l'exception d'un seul correspondant à l'onde plane qui se propage suivant l'axe du tube, on a alors :

$$f < \frac{\Gamma_{10} c}{2\pi w_0}, \quad (2.18)$$

Le tableau 1 présente quelques valeurs de Γ_{mv} en fonction de (m, ν) .

Tableau 1

Valeurs de Γ_{mv} en fonction de (m, ν)

$m \setminus \nu$	0	1	2	3
0	0	3,83	7,02	10,17
1	1,84	5,33	8,54	11,71
2	3,05	6,71	9,97	13,17
3	4,20	8,02	11,35	14,59

2.1.2.2 Ondes cylindriques progressives.

À grande distance, $kw \gg 1$, la solution générale est de la forme :

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos(m\varphi + \alpha_m) H_m^\pm(k_w w) \exp(\pm ik_z z) \exp(i\omega t). \quad (2.19)$$

En fonction du développement asymptotique, elle devient

$$p \cong \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos(m\varphi + \alpha_m) \sqrt{\frac{2}{\pi k_w w}} \exp\left[\pm i\left(k_z z + k_w w - (2m+1)\frac{\pi}{4}\right)\right] \exp(i\omega t). \quad (2.21)$$

Chaque terme représente une onde progressive. Les surfaces équiphasés sont données pour l'onde divergente par :

$$w = \pm \frac{k_z}{k_w} z + \frac{2m+1}{4} \frac{\pi + \omega t}{k_w} + \text{Cte.} \quad (2.22)$$

Ce sont des cônes autour de l'axe OZ (figure 2.), dont le demi-angle au sommet θ est donné par :

$$\text{tg}\theta = \frac{k_z}{k_w} = \sqrt{\frac{k^2}{k_w^2} - 1}. \quad (2.23)$$

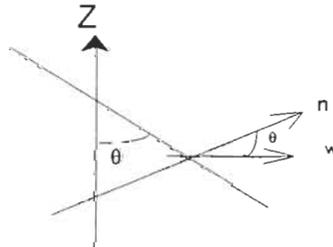


Figure 2. Cône autour de l'axe OZ.

C'est aussi l'angle de la normale à la surface d'onde (\vec{n}) avec l'axe (\vec{w}) comme le montre la figure 2.

Le nombre d'onde "k" dans la direction de propagation (\vec{n}) est donné par :

$$k_w w + k_z z = k(w \cos\theta + z \sin\theta), \quad (2.24)$$

avec $\cos\theta = \frac{k_w}{k}$ et $\sin\theta = \frac{k_z}{k}$.

2.2 Densité d'énergie, intensité acoustique et échelle en Décibel

L'énergie transportée par les ondes acoustiques dans un milieu fluide est sous deux formes; l'énergie cinétique des particules en mouvement et l'énergie potentiel du fluide compressé. Si on considère un petit élément de volume du fluide V_0 non perturbé qui est en mouvement avec le fluide de vitesse u , l'énergie cinétique d'un tel élément est

$$E_c = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 u^2, \quad (2.25)$$

où $\rho_0 V_0$ est la masse de l'élément du fluide. Le changement d'énergie potentielle associé à un changement de volume de V_0 à V est

$$E_p = - \int_{V_0}^V p \, dV. \quad (2.26)$$

Pour résoudre cette intégrale, il est nécessaire d'exprimer toutes les variables en fonction d'une seule variable, la pression p par exemple. Du principe de conservation de la masse, on obtient $\rho V = \rho_0 V_0$, on a alors

$$dV = - \frac{V}{\rho} d\rho = - \frac{V_0}{\rho_0} d\rho. \quad (2.27)$$

Maintenant en utilisant (A.4) et (A.5)

$$dV = - \frac{V_0}{\rho_0 c^2} dp. \quad (2.28)$$

En substituant (2.28) dans (2.26) et en intégrant la pression acoustique de 0 à p , on obtient :

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} V_0. \quad (2.29)$$

L'énergie acoustique totale du volume V_0 est alors :

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) V_0, \quad (2.30)$$

et la densité d'énergie instantanée

$$\xi_i = \frac{E}{V_0} = \frac{1}{2} \rho_0 \left(u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right). \quad (2.31)$$

La vitesse particulaire instantanée et la pression acoustique sont des fonctions de la position et du temps; par conséquent, la densité d'énergie instantanée ξ_i peut nous servir à calculer la densité d'énergie ξ en chaque point du fluide

$$\xi = \langle \xi_i \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T \xi_i dt, \quad (2.32)$$

où l'intervalle du temps est une période T de l'onde harmonique.

Pour résoudre cette intégrale, il est nécessaire de connaître la relation entre la pression acoustique et la vitesse particulaire. Or, on sait que pour une onde plane harmonique se propageant dans la direction $\pm \bar{X}$,

$$p = \pm \rho_0 c u, \quad (2.33)$$

ceci nous donne

$$\xi_i = \rho_0 u^2 = \frac{pu}{c}. \quad (2.34)$$

L'intensité acoustique I d'une onde sonore est définie comme le taux moyen du flux d'énergie qui passe au travers d'une surface perpendiculaire à la direction de la propagation. Son unité fondamentale est le Watt par mètre carré [watt/m^2]. Le taux instantané du flux sur lequel un élément du fluide par unité de surface exerce un travail sur un élément de fluide adjacent est "pu", l'intensité est la moyenne sur le temps de ce taux,

$$I = \langle pu \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T pu \, dt, \quad (2.35)$$

où l'intégration est faite sur une période d'un cycle complet. Pour évaluer l'intégrale, on utilise la relation entre p et u et on obtient :

$$I = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c}. \quad (2.36)$$

Il est très usuel de décrire la pression et l'intensité acoustique par une échelle logarithmique connue comme le niveau du son. Une raison de cette utilisation est l'étendue de la gamme de pression et d'intensité acoustique qu'on rencontre dans notre environnement acoustique; l'intensité audible s'étend de 10^{-12} à 10 [W/m^2], et on n'a besoin que de peu de nombres pour décrire toute cette gamme.

L'échelle logarithmique la plus utilisée pour décrire les niveaux du son est l'échelle du décibel. Le niveau d'intensité IL d'un son d'intensité I est défini par

$$IL = 10 \text{ Log} \left(\frac{I}{I_{\text{ref}}} \right), \quad (2.37)$$

où I_{ref} est une intensité de référence, IL est exprimé en décibels en référence à I_{ref}

(dB re I_{ref}), et "Log" représente le logarithme à base de 10.

Comme l'intensité est reliée au carré de la pression acoustique, on définit aussi le niveau de pression du son SPL comme suit :

$$\text{SPL} = 20 \text{ Log} \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right), \quad (2.38)$$

où SPL est exprimé en dB relatif à p_{ref} .

2.3. Absorption et atténuation des ondes acoustiques

L'atténuation est la perte d'énergie acoustique: il y a le mécanisme d'absorption qui convertit l'énergie acoustique en énergie thermique et l'atténuation géométrique exprimée par la loi de Beer.

Il est très important de connaître ces effets afin de déterminer sous quelles conditions ils peuvent être négligés et comment ils affectent la propagation des ondes sonores quand il faut en tenir compte. Une autre raison importante pour étudier ces effets réside dans la compréhension de leur mode d'action afin de savoir s'ils peuvent nous aider à éliminer ou réduire des bruits non désirés.

Les sources de dissipation de l'énergie acoustique par absorption sont divisées en général en deux catégories: celles dues aux pertes dans le milieu et celles associées aux pertes sur les limites de ce milieu.

Les pertes du milieu peuvent être divisées en trois types: pertes de viscosité, pertes de conduction de chaleur et pertes associées aux échanges d'énergie entre molécules. Les pertes de viscosité sont reliées au mouvement relatif entre portions adjacentes du milieu. Les pertes de conduction de chaleur résultent de la conduction d'énergie thermique entre les hautes températures de condensation et les basses températures de raréfaction. Les pertes associées aux échanges moléculaires, incluent la conversion de l'énergie cinétique des molécules soit en énergie potentielle stockée, soit en énergie rotationnelle et vibrationnelle internes ou soit, encore, en énergie d'association ou de dissociation. Les pertes se produisant aux limites du milieu sont reliées à la combinaison des effets de la réflexion, de la réfraction et de la diffraction.

2.3.1. Approche phénoménologique à l'absorption

Le fait d'ignorer les mécanismes de pertes a pour conséquence que la pression acoustique p et la condensation s sont en phase, elles sont alors reliées par l'équation d'état linéaire (A.5). La façon usuelle de tenir compte des pertes est de modifier cette équation. On

introduit un temps de retard entre l'application soudaine d'un changement de pression et l'atteinte d'une condensation d'équilibre, cette modification considérée par Stokes s'écrit comme suit :

$$p = \rho_0 c^2 \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) s, \quad (2.39)$$

τ est un temps de relaxation.

Si on applique à $t_0 = 0$ une augmentation soudaine de pression P_0 , la solution de (2.39) est

$$s = \frac{P_0}{\rho_0 c^2} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad t \geq 0. \quad (2.40)$$

La combinaison de (2.39) avec l'équation d'Euler (A.11) et l'équation $\nabla \bar{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial s}{\partial t}$ donne l'équation d'onde modifiée

$$\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.41)$$

p suit la loi harmonique $\exp(i\omega t)$, l'équation (2.41) est maintenant réduite à l'équation d'Helmoltz

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0, \quad (2.42)$$

avec le vecteur d'onde

$$k = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{1 + i\omega\tau}} \quad (2.43)$$

Afin d'introduire le coefficient d'absorption, on peut définir le vecteur d'onde comme étant composé de deux parties

$$k = k' - ia, \quad (2.44)$$

la séparation des parties réelles et imaginaires de (2.44) ainsi que son injection dans (2.43) donnent

$$(k'^2 - \alpha^2) + 2\omega\tau\alpha k' = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad (2.45)$$

et

$$2\alpha k' = \omega\tau(k'^2 - \alpha^2). \quad (2.46)$$

α est le coefficient d'absorption.

En éliminant tour à tour k' et α entre les deux dernières équations, on trouve respectivement, les deux équations suivantes :

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} - 1}{1 + (\omega\tau)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.47)$$

$$k' = \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} + 1}{1 + (\omega\tau)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.48)$$

La solution de (2.42) pour une onde plane qui se propage dans la direction $+x$ est

$$p = P_0 \exp[i(\omega t - kx)], \quad (2.49)$$

P_0 est l'amplitude de la pression à $x=0$.

En utilisant (2.44) on trouve

$$p = P_0 \exp(-\alpha x) \exp[i(\omega t - k' x)]. \quad (2.50)$$

On peut définir une vitesse de phase

$$c_p = \frac{\omega}{k'} \quad (2.51)$$

En utilisant (2.48),

$$c_p = c\sqrt{2} \left[\frac{1 + (\omega\tau)^2}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} + 1} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.52)$$

la vitesse de phase c_p n'est pas égale à c , mais elle est fonction de la fréquence. Quand la vitesse de phase dépend de la fréquence, la propagation est dispersive.

La substitution de (2.50) dans (A.11) et l'utilisation de la dérivée de la condensation s par rapport au temps, permet le calcul de la vitesse particulaire associée

$$u = \frac{k}{\omega\rho_0} p = \frac{1}{\rho_0 c_p} \left(1 - i \frac{\alpha}{k} \right) p. \quad (2.53)$$

L'impédance acoustique spécifique associée est

$$z = \frac{p}{u} = \rho_0 c_p \frac{1}{1 - i \frac{\alpha}{k}}. \quad (2.54)$$

Le calcul de l'intensité acoustique pour des ondes monofréquentielles se fait à partir de la définition fondamentale (2.35) et résulte en

$$I = \frac{[P_0 \exp(-\alpha x)]^2}{2\rho_0 c_p} = I(0) \exp(-2\alpha x). \quad (2.55)$$

Les coefficients d'atténuation des ondes avec la distance sont fréquemment exprimés en neper par mètre. Le neper (Np) est de dimension unitaire. Quand $x = \frac{1}{\alpha}$, l'amplitude de la pression diminue de $1/e$ de sa valeur initiale P_0 .

Le changement dans le niveau d'intensité des ondes atténuées exprimé en décibels est

$$\begin{aligned} \text{IL}(0) - \text{IL}(x) &= 10 \text{Log} \frac{I(0)}{I(x)} = 10 \text{Log}(e^{2\alpha x}), \\ &= 8,7 \alpha x = ax \end{aligned} \quad (2.56)$$

où $a = 8,7 \alpha$ est la mesure du taux spatial de décroissement du niveau d'intensité exprimé en décibels par mètre (dB/m).

2.3.2. Coefficient d'absorption classique

En considérant les propriétés d'un fluide visqueux, il est nécessaire de développer les équations des forces agissantes sur le fluide. L'équation de Navier-Stokes démontrée dans la section est (Annexe C)

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \left(\frac{4}{3} \eta + \eta_v \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) - \eta \nabla \times \nabla \times \vec{v}, \quad (2.57)$$

η est la mesure des forces de cisaillement que subit le fluide. Expérimentalement, elle est indépendante de la fréquence mais dépendante de la température. La viscosité volumique η_v mesure la perte d'énergie mécanique d'un fluide qui subit une compression ou une dilatation.

Le terme $\eta \nabla \times \nabla \times \vec{v}$ représente la dissipation d'énergie acoustique impliquant la turbulence et la vorticité. Ces effets sont très importants dans l'hydrodynamique et dans l'acoustique non linéaire, cependant, ils sont confinés aux petites régions du champ sonore et sont négligés dans l'acoustique linéaire. Ignorer ce terme, revient à considérer que le flux est irrotationnel ($\nabla \times \vec{v} = 0$). Donc si on ignore ces effets non linéaires et en faisant la supposition de Stokes $\eta_v = 0$, l'équation de Navier-Stokes (2.57) devient :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{4}{3} \eta \nabla (\nabla \cdot \vec{v}). \quad (2.58)$$

En utilisant (A.5) et $\nabla \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t}$, on trouve :

$$\left(1 + \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t}\right) \nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.59)$$

En comparant avec l'équation obtenue en (2.41), on identifie un temps de relaxation

$$\tau_s = \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho_0 c^2}. \quad (2.60)$$

Le coefficient d'absorption est donné par (2.47),

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \left[\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} - 1}{1 + (\omega\tau)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.61)$$

l'approximation à basse fréquence donne :

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\rho_0 c^3} \eta, \quad (2.62)$$

\vec{v} est irrotationnel, il peut donc dériver d'un potentiel scalaire Φ . La combinaison de l'équation (2.58) et des deux équations d'état et de continuité donnent

$$\left(1 + \tau_s \frac{\partial}{\partial t}\right) p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (2.63)$$

En autant que p et $\frac{\partial p}{\partial t}$ satisfassent l'équation d'onde (2.59) qui est linéaire et homogène,

alors $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ et Φ vont aussi la satisfaire, cela signifie encore que l'on peut affirmer que p et

Φ satisfont aussi l'équation de perte (2.59). Pour des mouvements monofréquentiels, on a

$$p = -\frac{i\omega\rho_0}{1 + i\omega\tau_s} \Phi, \quad (2.64)$$

l'approximation au premier ordre en $(\omega\tau_s)$ donne

$$p = -i\omega\rho_0\Phi, \quad (2.65)$$

Il existe un autre mécanisme classique qui produit l'absorption, c'est la conduction thermique. Pour calculer le temps de relaxation et le coefficient d'absorption associés aux pertes par conduction thermique, il est primordial d'utiliser la thermodynamique. Le temps de relaxation est donné par :

$$\tau_\kappa = \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\kappa}{C_p}. \quad (2.66)$$

κ est la conductivité thermique et C_p la capacité calorifique à pression constante.

Le coefficient d'absorption qui est associé exclusivement à la conductivité thermique est:

$$\alpha_\kappa = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\rho_0 c^3} (\gamma - 1) \frac{\kappa}{C_p}, \quad (2.67)$$

γ est le rapport de la capacité calorifique à pression constante C_p sur celle à volume constant C_v .

Pour les gaz, l'absorption associée à la conduction thermique est négligeable si on la compare à celle associée à la viscosité. Quand l'absorption est petite, il est possible de supposer que les pertes de conduction visqueuses et thermiques produisent des atténuations indépendantes du son, ceci nous conduit au coefficient d'absorption classique combiné, appelé souvent le coefficient d'atténuation de Stokes-Kirchhoff,

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3} \left[\frac{4}{3} \eta + (\gamma - 1) \frac{\kappa}{C_p} \right]. \quad (2.68)$$

2.3.3. Relaxation moléculaire thermique

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la mécanique continue des fluides prédit l'existence des mécanismes d'absorption classique de la viscosité et la conductivité thermique; cependant elle ne donne pas une idée sur les valeurs de la viscosité et les

coefficients de conduction thermique ainsi que leurs dépendances en fonction de la température. Ces quantités peuvent être calculées par la mécanique statistique, en tenant compte de la structure interne des molécules et des interactions entre elles. En effet, en plus de ses trois degrés de liberté de translation, une molécule possède d'autres degrés de libertés internes associés à sa rotation et à sa vibration. Les pertes pour chaque longueur d'onde pour un état interne ne sont importantes lorsque la période de l'onde sonore est proche du temps de relaxation de cet état. Si τ_M est le temps de relaxation de l'énergie des états internes, il n'y aura pas d'absorption dans les cas où $\omega\tau_M \ll 1$ et $\omega\tau_M \gg 1$. Il n'y aura d'absorption que pour les fréquences intermédiaires $\omega\tau_M \cong 1$.

Nous n'allons pas reproduire toutes les équations qui mènent au coefficient d'absorption dû à la relaxation thermique, nous nous contenterons seulement de donner l'expression,

$$\alpha_M = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\omega\tau_M}{1 + (\omega\tau_M)^2} \frac{RC_i}{C_e(C_e + R)}, \quad (2.69)$$

et la vitesse de phase

$$c_p = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} \left[1 + R \frac{C_v + C_e (\omega\tau_M)^2}{(C_v)^2 + (C_e)^2 (\omega\tau_M)^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.70)$$

avec $R = C_p - C_v$, $C_e = \frac{3}{2}R$ et $C_i = \frac{1}{2}R H_i(T)$, $H_i(T)$ représente une fraction du $i^{\text{ème}}$ état populé à une température T .

Tel que mentionné plus haut, α_M est important comparé aux autres mécanismes d'absorption seulement au cas où $\omega_M = \frac{1}{\tau_M}$ est petit, dans ce cas ω_M tombe dans les

kilohertz.

2.3.4. Absorption du son dans les tuyaux

Les mesures de l'absorption acoustique dans les laboratoires sont très fréquentes. L'une des méthodes utilisées consiste à mesurer les amplitudes de pression d'une onde plane progressive sur une ou deux positions le long du tuyau. Si P_1 est l'amplitude de la pression à x_1 et P_2 celle à x_2 , le coefficient d'atténuation peut être déterminé à partir de

$$P_2 = P_1 \exp\left[-\alpha(x_2 - x_1)\right]. \quad (2.71)$$

Quand cette équation est utilisée, il faut s'assurer d'éliminer les ondes réfléchies par l'utilisation d'un tuyau assez long ou d'une terminaison non réfléchissante à la fin du tuyau.

L'absorption acoustique dans les tuyaux, déterminée par les différentes méthodes utilisées, est plus grande que celle mesurée dans un large volume de fluide. Ceci est dû aux pertes, résultat des frottements avec les parois du tuyau. Une autre cause de l'augmentation de cette absorption est l'échange d'énergie thermique entre le fluide et les parois. Cette genèse de chaleur fut étudiée originellement par Kirchhoff, il affirma que la couche de fluide en contact avec les parois du tuyau peut ne pas avoir de vitesse et être isothermique. Cette analyse, présentée par Rayleigh [5], montre que le vrai coefficient de viscosité peut être remplacé par un coefficient effectif

$$\eta_e = \eta \left[1 + (\gamma - 1) \sqrt{\frac{\kappa}{C_p \eta}} \right]^2, \quad (2.72)$$

où κ est la conductivité thermique du fluide, γ est le rapport des chaleurs spécifiques et C_p la chaleur spécifique à pression constante. Les effets de la conduction thermique dans l'absorption sont en général, équivalents à 115% d'augmentation dans le coefficient de viscosité.

Quand les effets des parois dominent, le coefficient d'absorption et la vitesse de phase des ondes acoustiques se propageant dans un tuyau de rayon circulaire "a" sont données ([5] et [6]) par

$$\alpha = \frac{1}{ac} \sqrt{\frac{\eta_e \omega}{2\rho_0}}, \quad (2.73)$$

et

$$c_p = c \left(1 - \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{2\eta_e}{\rho_0 \omega}} \right). \quad (2.74)$$

La viscosité et la conduction thermique entraînent deux effets essentiels :

- une diminution de la vitesse de propagation d'autant plus grande que le rayon est petit et que la fréquence est basse,
- un amortissement proportionnel à la racine carrée de la fréquence et un inversement proportionnel au rayon du tuyau. Cet amortissement est beaucoup plus important, dans de tels tubes que l'amortissement correspondant dans l'espace infini. Il est également plus important que l'amortissement dû aux effets de la relaxation moléculaire. Ainsi, dans les tuyaux, en général, seuls les effets visco-thermiques (seuls interviennent d'ailleurs les effets de cisaillement et de conduction thermique qui se développent au voisinage des parois) sont à considérer. De nombreuses expériences ont permis de vérifier ces résultats [6].

2.4. Effets des Embranchements

2.4.1. Résonateur d'Helmoltz.

Il est constitué d'une cavité sphérique en matière rigide communiquant avec l'atmosphère par un col cylindrique. Il sert à l'analyse des sons complexes. La théorie simplifiée de ce résonateur suppose que l'air contenu dans le col oscille en bloc tandis que l'air dans la cavité, grâce à son élasticité, joue le rôle d'un ressort. Lorsqu'une onde sonore complexe arrive devant le col, elle excite les oscillations de l'air intérieur et il se produit un phénomène de résonance. À chaque résonateur d'Helmoltz, on peut lui associer un dipôle électrique équivalent.

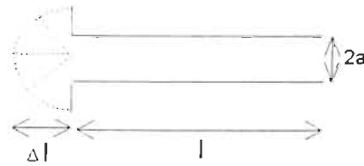


Figure 3. Correction d'extrémité.

À la longueur l du tuyau (figure 3.) est appliquée une correction $\Delta l = \frac{8a}{3\pi}$, appelée correction d'extrémité. Elle exprime le décalage du système d'ondes stationnaires par rapport à la position qu'il occuperait si l'on pouvait admettre que la pression acoustique était nulle à l'entrée. En d'autres termes, le système d'ondes stationnaires est celui qu'on obtiendrait avec un tuyau plus long de Δl à l'extrémité duquel on supposerait $p = 0$.

$$l' = l + \Delta l. \quad (2.75)$$

La correction d'extrémité apportée à la longueur d'un tube traduit le fait que la masse d'air qui vibre au voisinage de l'extrémité du tube n'occupe pas seulement la partie intérieure du tube, mais aussi son voisinage.

2.4.2. Impédance acoustique.

On essaie de résoudre le problème en convertissant le système acoustique d'une manière analogique avec un système mécanique. Il est aussi possible de faire l'analogie entre le résonateur acoustique et un système électrique; le mouvement du fluide dans le milieu est équivalent au comportement du courant dans un circuit électrique constitué d'inductances, capacités et résistances. L'analogie acoustique du courant électrique est la vitesse volumique du fluide U . L'impédance acoustique sur une section S est le rapport complexe, de la pression acoustique sur cette section sur la vitesse volumique sur cette même section

$$Z = \frac{p}{U}. \quad (2.76)$$

Cette impédance acoustique complexe peut-être séparée en deux parties, réelle et imaginaire,

$$Z = R + iX, \quad (2.77)$$

R est la résistance acoustique associée à la dissipation de l'énergie dans le milieu tandis que X est la réactance associée à la masse effective du fluide et la rigidité du milieu. L'analogie entre les systèmes acoustiques et électriques sera plus claire si on donne les définitions suivantes :

– R, la résistance acoustique, est l'analogue de la résistance électrique,

$$R = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}. \quad (2.78)$$

– M, l'inertance acoustique $\left[\frac{\text{masse}}{(\text{section})^2} \right]$, est analogue à une inductance électrique. Si on applique cette définition au résonateur d'Helmoltz, on a :

$$M = \frac{\rho_0 l S}{S^2} = \frac{\rho_0 l}{S}. \quad (2.79)$$

– C, la compliance acoustique, est définie comme le volume déplacé produit par l'application d'une pression unité. Elle est analogue à la capacité d'un circuit électrique,

$$C = \frac{V}{\rho_0 c^2}. \quad (2.80)$$

– X, la réactance acoustique, est une combinaison de M et de C,

$$X = \omega M - \frac{1}{\omega C}. \quad (2.81)$$

L'impédance acoustique est alors

$$Z = \frac{p}{U} = R + i\left(\omega M - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (2.82)$$

On peut définir aussi, l'impédance acoustique spécifique "z"; dans un fluide, elle représente le rapport de la pression acoustique sur la vitesse des particules qui lui sont associées,

$$z = \frac{p}{u}. \quad (2.83)$$

Pour les ondes planes ce rapport vaut

$$z = \pm \rho_0 c, \quad (2.84)$$

le \pm dépend du sens de la propagation. On peut réécrire à nouveau

$$Z = \frac{p}{U} = \frac{1}{S} \frac{p}{u} = \frac{\rho_0 c}{S}. \quad (2.85)$$

2.4.3. Réflexion des ondes dans un tuyau.

Si une onde incidente se propage dans la direction positive sur l'axe \bar{X} , elle est représentée par

$$p_i = A \exp[i(\omega t - kx)]. \quad (2.86)$$

L'onde réfléchie se propageant dans la direction des \bar{X} négative est représentée par

$$p_r = B \exp[i(\omega t + kx)]. \quad (2.87)$$

Les vitesses volumiques correspondantes sont respectivement

$$U_i = \frac{p_i}{\frac{\rho_0 c}{S}}. \quad (2.88)$$

$$U_r = -\frac{p_r}{\frac{\rho_0 c}{S}} \quad (2.89)$$

L'expression générale de l'impédance acoustique incluant l'onde réfléchie est :

$$Z = \frac{p_i + p_r}{U_i + U_r} = \frac{\rho_0 c}{S} \left[\frac{p_i + p_r}{p_i + p_r} \right] \quad (2.90)$$

$$= \left[\frac{\rho_0 c}{S} \right] \frac{A \exp(-ikx) + B \exp(+ikx)}{A \exp(-ikx) - B \exp(+ikx)} \quad (2.91)$$

À $x = 0$, origine des coordonnées, Z devient :

$$Z = Z_0 \Big|_{x=0} = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{A + B}{A - B}, \quad (2.92)$$

la notation complexe de Z_0 est :

$$Z_0 = R_0 + iX_0 \quad (2.93)$$

La combinaison de (2.92) et de (2.93) donne :

$$\frac{B}{A} = \frac{Z_0 - \frac{\rho_0 c}{S}}{Z_0 + \frac{\rho_0 c}{S}}, \quad (2.94)$$

d'où les coefficients de réflexion et de transmission de la puissance acoustique donnés respectivement par :

$$\alpha_r = \left(\frac{B}{A} \right)^2 = \frac{\left(R_0 - \frac{\rho_0 c}{S} \right)^2 + X_0^2}{\left(R_0 + \frac{\rho_0 c}{S} \right)^2 + X_0^2}, \quad (2.95)$$

et

$$\alpha_t = 1 - \alpha_r = \frac{4R_0 \frac{\rho_0 c}{S}}{\left(R_0 + \frac{\rho_0 c}{S}\right)^2 + X_0^2} \quad (2.96)$$

En appliquant ce qu'on vient de faire au schéma de la figure 4 ci-dessous (deux cylindres de sections différentes qui s'emboîtent) on a :

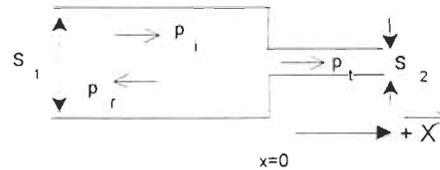


Figure 4. Emboîtement de deux cylindres de diamètres différents.

- a) Si la longueur d'onde de propagation des ondes est supérieure aux diamètres des deux cylindres, l'impédance acoustique à la jonction ($x = 0$) est égale à $Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S_2}$ (on admet que le tuyau S_2 est assez long pour ne pas avoir de réflexions). L'équation (2.94) devient:

$$\frac{B}{A} = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}, \quad (2.97)$$

et les coefficients de réflexion et de transmission sont respectivement:

$$\alpha_r = \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)^2 \quad (2.98)$$

$$\alpha_t = \frac{4S_1 S_2}{S_1 + S_2} \quad (2.99)$$

- b) Si la longueur d'onde est plus petite que le diamètre de la plus petite section, le coefficient de transmission de S_1 vers S_2 est essentiellement égal au rapport de leurs sections S_2/S_1 . À haute fréquence, les ondes transmises de S_1 vers S_2 approchent 100%.

Si le tuyau se termine par une paroi rigide à $x = 0$ alors $Z_0 = \infty$ et $B/A=1$ et les amplitudes des ondes de pression réfléchies sont égales à celles des ondes incidentes; les incidentes et réfléchies étant toujours en phase. Par contre si le tuyau est ouvert avec une collerette infinie à son bout, l'impédance de terminaison est alors :

$$\begin{cases} R_0 = \frac{\rho_0 c}{S} R_1(2ka) \\ X_0 = \frac{\rho_0 c}{S} X_1(2ka) \end{cases} \quad (2.100)$$

avec

$$\begin{cases} R_1(x) = \frac{x^2}{2.4} - \frac{x^4}{2.4^2.6} + \frac{x^6}{2.4^2.6^2.8} - \dots \\ X_1(x) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{x}{3} - \frac{x^3}{3^2.5} + \frac{x^5}{3^2.5^2.7} - \dots \right] \end{cases}, \quad (2.101)$$

alors,

$$\frac{B}{A} = \frac{R_1(2ka) - 1 + iX_1(2ka)}{R_1(2ka) + 1 + iX_1(2ka)} \quad (2.102)$$

Pour les hautes fréquences, $2ka \gg 1$ on a : $R_1(2ka) \approx 1$ et $X_1(2ka) \approx 0 \Rightarrow B/A \approx 0$, donc presque pas de réflexion et presque toute la puissance acoustique est irradiée vers l'extérieur à la fin du tuyau.

Pour les basses fréquences, $2ka \ll 1$, on obtient $B/A \approx -1$ cela nous indique que l'amplitude des ondes de pression réfléchies sont à peine moins élevées que celle des ondes incidentes. Le coefficient de transmission est alors,

$$\alpha_t = \frac{2k^2 a^2}{\left(1 + \frac{k^2 a^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{8ka}{3\pi}\right)^2}, \quad (2.103)$$

il est petit à cause de la faible valeur de la puissance acoustique.

2.4.4. Résonance dans un tuyau.

On a un fluide dans un tuyau de longueur l et de section $S = \pi a^2$, les impédances sont à $x = l$

$$Z_l = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{A \exp(-ikl) + B \exp(ikl)}{A \exp(-ikl) - B \exp(ikl)}, \quad (2.104)$$

et à $x = 0$

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{A + B}{A - B}. \quad (2.105)$$

La combinaison de (2.104) et de (2.105) donne :

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{Z_l + i \frac{\rho_0 c}{S} \tan(kl)}{\frac{\rho_0 c}{S} + i Z_l \tan(kl)}. \quad (2.106)$$

La fréquence de résonance d'un tel tuyau est définie de telle manière que la composante réactive de l'impédance d'entrée disparaisse. À cette fréquence, l'impédance d'entrée est minimum. Si on écrit $Z_l = \frac{\rho_0 c}{S} (\alpha + i\beta)$, alors (2.106) devient :

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{\alpha + i[\tan(kl) + \beta]}{1 - \beta \tan(kl) + i\alpha \tan(kl)}, \quad (2.107)$$

l'application de la condition citée ci-dessus, $X_0 = 0$ donne :

$$\beta [\tan(kl)]^2 + (\beta^2 + \alpha^2 - 1) \tan(kl) - \beta = 0. \quad (2.108)$$

Pour les basses fréquences $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$, (2.108) devient :

$$\tan(kl) = -\beta. \quad (2.109)$$

Quand le tuyau se termine avec une collerette infinie à son bout, $\beta \cong \frac{8ka}{3\pi}$, (2.109) donne

$$\tan(n\pi - kl) = \frac{8ka}{3\pi} \cong \tan\left(\frac{8ka}{3\pi}\right), \quad (2.110)$$

et la fréquence de résonance pour le premier mode ($n=1$) est :

$$f_1 = \frac{c}{2\left(1 + \frac{8a}{3\pi}\right)}. \quad (2.111)$$

Quand le tuyau est fermé à $x = l$, $Z_l = \infty$ et l'impédance d'entrée est réduite à

$$Z_0 = \frac{\rho_0 c}{S} \frac{1}{i \tan(kl)} = -i \frac{\rho_0 c}{S} \cot(kl), \quad (2.112)$$

$Z_0 = 0$ quand $\cot(kl) = 0 \Rightarrow kl = (2n-1)\frac{\pi}{2}$, avec n un entier positif, et la fréquence de résonance pour le mode n est alors :

$$f_n = \frac{(2n-1)c}{4l}. \quad (2.113)$$

2.4.5. Théorie générale d'une branche latérale.

La présence de branches dans les conduites cause des changements de l'impédance acoustique qui diffèrent de $\frac{\rho_0 c}{S}$ aux jonctions (la valeur caractéristique pour les ondes planes dans les tuyaux).

Si on représente l'onde plane incidente par

$$p_i = A_1 \exp[i(\omega t - kx)], \quad (2.114)$$

l'onde réfléchie est

$$p_r = B_1 \exp[i(\omega t + kx)], \quad (2.115)$$

et l'onde transmise est

$$p_t = A_2 \exp[i(\omega t - kx)]. \quad (2.116)$$

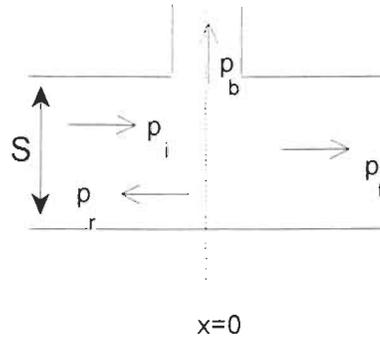


Figure 5. Branche latérale.

Si on situe l'origine des coordonnées au point de jonction (figure 5), les équations (2.114), (2.115) et (2.116) deviennent respectivement :

$$\begin{aligned} p_i &= A_1 \exp(i\omega t), \\ p_r &= B_1 \exp(i\omega t), \\ p_t &= A_2 \exp(i\omega t), \end{aligned} \quad (2.117)$$

tandis qu'à l'entrée de la branche on a

$$p_b = A_b \exp(i\omega t). \quad (2.118)$$

L'application de la condition de continuité de la pression sur la jonction donne :

$$p_i + p_r = p_t = p_b, \quad (2.119)$$

les vitesses volumiques associées sont représentées par

$$\begin{aligned}
 U_i &= \frac{p_i}{\frac{\rho_0 c}{S}}, \\
 U_r &= -\frac{p_r}{\frac{\rho_0 c}{S}}, \\
 U_t &= \frac{p_t}{\frac{\rho_0 c}{S}}, \\
 U_b &= \frac{p_b}{Z_b}.
 \end{aligned}
 \tag{2.120}$$

La condition de continuité des vitesses volumiques donne

$$U_i + U_r = U_t + U_b. \tag{2.121}$$

Le rapport de l'équation (2.121) sur (2.119) donne :

$$\frac{U_i + U_r}{p_i + p_r} = \frac{U_t}{p_t} + \frac{U_b}{p_b}, \tag{2.122}$$

ou simplement

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_t} + \frac{1}{Z_b}, \tag{2.123}$$

avec

$$Z = \left[\frac{\rho_0 c}{S} \right] \frac{A_1 + B_1}{A_1 - B_1}, \tag{2.124}$$

et

$$Z_t = \frac{\rho_0 c}{S}. \tag{2.125}$$

Z_b représente l'impédance acoustique sur la branche due à la combinaison d'effet de l'onde incidente, de l'onde réfléchie et de l'onde transmise. L'impédance acoustique Z_t pour le reste de la conduite, est donné par l'équation (2.106).

L'équation (2.123) est résolue pour $\frac{B_1}{A_1}$, le rapport entre l'amplitude de l'onde de pression acoustique réfléchie sur celle incidente donne

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{-\frac{\rho_0 c}{2S}}{\frac{\rho_0 c}{2S} + Z_b}, \quad (2.126)$$

la combinaison des équations (2.126) et (2.119) donne

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_b}{A_1} = \frac{Z_b}{\frac{\rho_0 c}{2S} + Z_b}, \quad (2.127)$$

et en tenant compte que $Z_b = R_b + iX_b$, on obtient les coefficients de réflexion et de transmission respectifs suivants :

$$\alpha_r = \left(\frac{B_1}{A_1} \right)^2 = \frac{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} \right)^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b \right)^2 + X_b^2}, \quad (2.128)$$

et

$$\alpha_t = \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 = \frac{R_b^2 + X_b^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b \right)^2 + X_b^2}. \quad (2.129)$$

Le coefficient de transmission de la puissance acoustique dans la branche est

$$\alpha_b = 1 - \alpha_r - \alpha_t \quad (2.130)$$

$$= \frac{\frac{\rho_0 c}{2S} R_b}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + R_b \right)^2 + X_b^2}. \quad (2.131)$$

La puissance acoustique transmise dans la jonction et le long du reste du tuyau est nulle si $\alpha_t = 0$.

$$\alpha_t = 0 \Rightarrow R_b = 0, X_b = 0. \quad (2.132)$$

Si R_b et X_b sont prépondérants par rapport à $\frac{\rho_0 c}{2S}$, la plus grande partie de la puissance incidente est transmise le long de la branche; dans la limite où $R_b = X_b = \infty$, on est dans le cas de la non-existence de la branche. Dans le cas où on a uniquement $R_b = 0$, cela signifie qu'il n'y a aucune puissance acoustique qui est dissipée dans la branche.

2.4.6. Résonateur d'Helmoltz comme une branche.

On va utiliser la branche dans le tuyau comme un résonateur d'Helmoltz. Si on néglige les pertes de viscosité, il n'y aurait pas de dissipation d'énergie de la conduite (le tuyau) dans le résonateur (la branche).

Si la section d'ouverture du résonateur est $S_b = \pi a^2$, la longueur du col est l et son volume est V , la réactance acoustique de la branche est alors :

$$X_b = \rho_0 \left(\frac{\omega l'}{S_b} - \frac{c^2}{\omega V} \right), \quad (2.133)$$

La substitution de R_b et de X_b dans (2.129), nous donne le coefficient de transmission

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \frac{c^2}{4S^2 \left(\frac{\omega l'}{S_b} - \frac{c^2}{\omega V} \right)^2}}, \quad (2.134)$$

$\alpha_t = 0$ quand $\omega = \omega_0 = c \sqrt{\frac{S_b}{l'V}}$, c'est-à-dire la fréquence de résonance du résonateur d'Helmoltz. À cette fréquence, bien qu'il existe plusieurs vitesses volumiques de grandes

amplitudes dans le col du résonateur, toute l'énergie acoustique transmise dans la cavité résonante par l'onde incidente est retournée au tuyau.

2.4.7. Orifice dans la paroi du tuyau.

On va considérer l'orifice comme une branche de rayon a , celui-ci étant petit devant la longueur d'onde du signal acoustique. L'impédance d'un tel orifice est

$$Z_b = \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi} + i \frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}. \quad (2.135)$$

Le terme réel dans Z_b résulte de l'irradiation du son au travers de l'orifice vers le milieu extérieur. Le terme imaginaire, quant à lui, provient de l'inertance du gaz dans l'orifice, le coefficient de transmission est alors

$$\alpha_t = \frac{(\rho_0 c k^2)^2 + \left(\frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}\right)^2}{\left(\frac{\rho_0 c}{2S} + \frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}\right)^2}. \quad (2.136)$$

Le rapport de la résistance acoustique de la branche sur sa réactance acoustique donne

$$\frac{R_b}{X_b} = \frac{\frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}}{\frac{\rho_0 l' \omega}{\pi a^2}} = \frac{ka^2}{2l'}. \quad (2.137)$$

Si la branche est directement sur la paroi du tuyau, alors $l = 0$ et $l' = \frac{8a}{3\pi}$ et la relation

(2.137) deviennent

$$\frac{R_b}{X_b} = \frac{3\pi}{16} ka. \quad (2.138)$$

Tel que mentionné plus haut, les dimensions de l'orifice étant petites devant la longueur d'onde, on a donc $ka \ll 1$; la résistance acoustique de l'orifice est négligeable par rapport à sa réactance dans le calcul de α_t , donc en négligeant $\frac{\rho_0 c k^2}{2\pi}$ dans l'équation (2.136) on obtient

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi a^2}{2S l' k}\right)^2}. \quad (2.139)$$

Le facteur de transmission est faible pour les basses fréquences et très élevé pour les hautes fréquences. L'atténuation des basses fréquences augmente à mesure que le rayon de l'orifice croît.

Si le tuyau a plusieurs orifices, localisés assez près les uns des autres, on peut les considérer comme étant situés en un seul point, séparés les uns des autres par une fraction de longueur d'onde; l'action de ce groupe d'orifices est équivalente à leurs impédances mises en parallèle.

Le facteur de transmission de la puissance acoustique dans la branche est alors approximativement égal à

$$\alpha_b = \frac{2k^2 S}{\pi \left[1 + \left(\frac{2S l' k}{\pi a^2}\right)^2 \right]}, \quad (2.140)$$

l'action de filtrage de l'orifice ne résulte pas de l'énergie acoustique transmise en dehors du tuyau, mais plutôt de la réflexion de l'énergie qui revient vers la source.

2.5. Écoulement laminaire ou turbulent?

Un écoulement laminaire est défini comme étant un écoulement dans un fluide en mouvement qui se produit sous forme de couches. Les couches sont une au dessus de l'autre; l'échange des moments ne se produit qu'au niveau moléculaire. Chaque tendance à l'instabilité et à la turbulence du fluide est causée par les forces cisailantes de la viscosité.

La nature de l'écoulement, laminaire ou turbulent, d'un fluide est indiquée par le nombre de Reynolds [annexe C] qui est justement le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

Il existe donc un nombre de Reynolds critique au dessus duquel, l'écoulement est considéré comme turbulent et en dessous de cette valeur comme laminaire. Toute la littérature [7] s'accorde à fixer cette valeur critique à environ 2000.

CHAPITRE 3

MÉTHODE DE DÉTECTION ET TRAITEMENT DU SIGNAL

3.1. Localisation de la fuite à l'aide de la corrélation

3.1.1. Principe de la localisation

Quand le gaz s'échappe par la fuite du tuyau, il provoque un bruit caractéristique qui se propage à l'intérieur du tuyau dans les deux directions s'éloignant de la fuite. Ce bruit dépend de plusieurs facteurs: dimensions de tuyau, la forme de l'orifice de la fuite, la pression intérieure, la composition chimique du gaz à l'intérieur...etc.

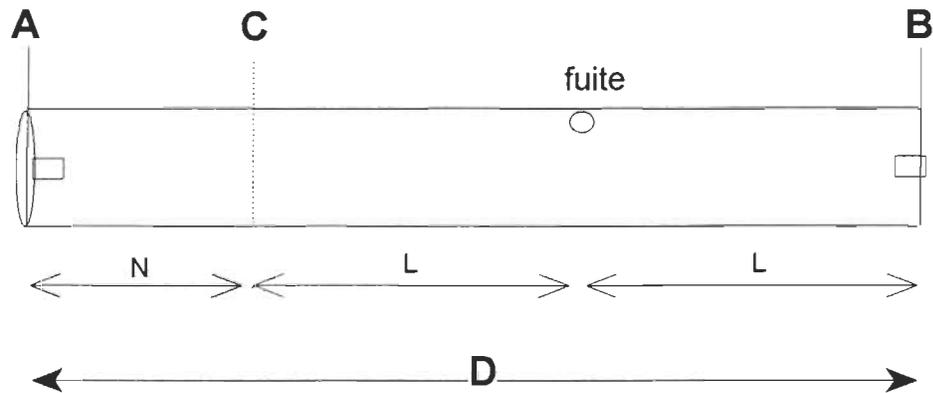


Figure 6. Fuite entre les deux microphones A et B; la fuite se situe près de B.

Le petit carré dans la figure 6 et dans toutes les figures qui suivront représente l'emplacement d'un microphone.

La figure 6 montre une fuite dans un tuyau entre deux points A et B à une distance D l'un de l'autre. La fuite est à mi-distance entre les points C et B. La corrélation détermine T_d , un temps mis par le signal pour aller de C à A et qu'on appellera désormais temps de différence. De la figure 6, on peut déduire que :

$$D=2L+N, \quad (3.1)$$

et en fonction de la vitesse de propagation du son et du temps de différence,

$$D=2L+cT_d, \quad (3.2)$$

De cette dernière équation, la distance de la fuite est déterminée directement. Le temps de différence T_d est déterminé à partir de la corrélation entre les signaux provenant de la fuite tandis D par la mesure directe de la distance entre les deux microphones.

3.1.2. Mesure de la différence de temps

Le signal provenant de la fuite est reçu en deux points A et B, mais puisque la corrélation mesure la similitude entre deux formes d'onde, si l'un des deux points A ou B se trouve à une position plus éloignée de la fuite que l'autre, le signal va lui parvenir retardé d'un temps T_d . À la valeur de ce temps de retard un pic apparaît dans la corrélation.

3.1.3. Positionnement de la fuite et temps de propagation du signal

Les figures 7, 8 et 10 montrent une fuite sur trois sites différents. La figure 7 montre une fuite à gauche des deux points A et B, les deux endroits où les détecteurs sont installés. Le bruit généré par la fuite se propage avec la vitesse V, il est reçu en premier par A et ensuite par B.

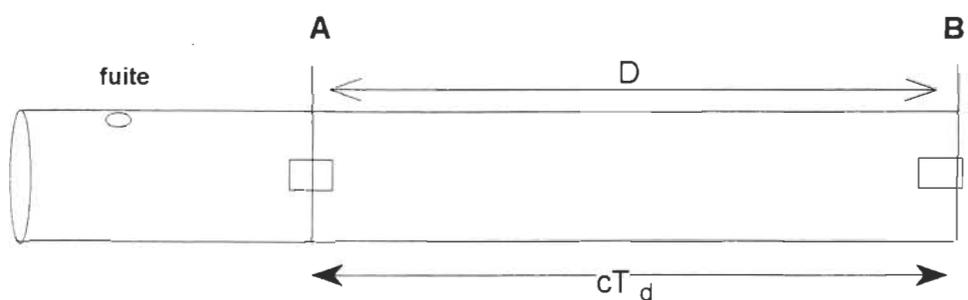


Figure 7. Fuite à gauche des deux microphones A et B.

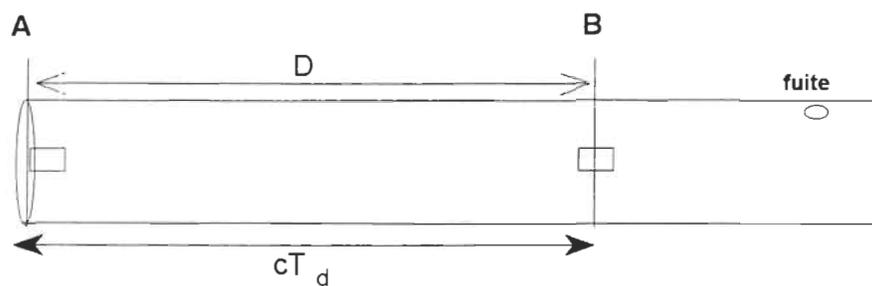


Figure 8. Fuite à droite des deux microphones A et B.

Si la fuite est positionnée comme dans la figure 8, à droite des deux points A et B, le temps mis par le signal de la fuite pour aller de B à A est le même que dans la figure 7, $T_d = D/c$, mais dans ce cas B reçoit le signal avant A.

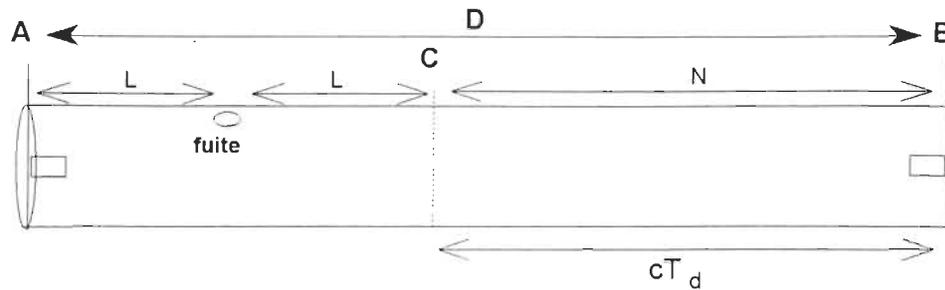


Figure 9. Fuite entre les deux microphones A et B; plus près de A.

La figure 9 montre la fuite entre les deux points A et B, à une distance L de A. Le signal arrive au point A en même temps qu'au point C dans la direction opposée, la distance entre A et C est 2L. Après un temps T_d , le signal parcourt une distance N pour arriver au point B. La distance totale entre les deux points A et B est donnée par :

$$D=2L+N, \quad (3.3)$$

avec

$$N=c T_d . \quad (3.4)$$

On obtient donc:

$$D=2L+cT_d , \quad (3.5)$$

de là, on trouve

$$L = \frac{D - cT_d}{2}, \quad (3.6)$$

cette dernière équation donne la distance de la fuite de la position A.

Dans la dernière figure, la fuite était plus près du point A que de B; il est évident que nous aurions les mêmes équations si elle était plus près de B que de A, la seule différence dans ce cas, est que L deviendrait la distance séparant la fuite de B. Si la fuite est à mi-distance entre A et B, $L=D/2$, et $T_d =0$. La corrélation ne détermine pas uniquement le temps de retard mais aussi lequel des deux points A ou B est le plus près de la fuite.

3.1.4. Effets d'une branche en forme de "T"

En pratique, les microphones sont placés dans des embranchements, le temps de retard va dépendre de la position de la fuite vis-à-vis de la position du microphone installé. Nous allons voir l'influence (s'il y en a !) qu'engendre une telle configuration.

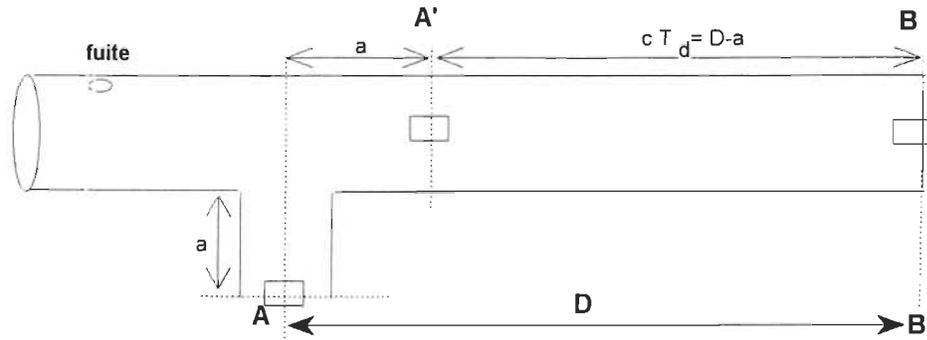


Figure 10. Embranchement contenant le microphone A.

La figure 10 montre que pour atteindre le point A, le signal a parcouru une distance "a" dans la branche. À ce moment, la distance qu'il reste à franchir au signal pour arriver à B est "D-a". Dans la figure 11, la distance que parcourt le signal pour arriver à B après avoir atteint A est "D+b".

La figure 12 est une combinaison des deux cas précédents et la distance que doit parcourir le signal pour atteindre B après avoir atteint A est $D-a+b$.

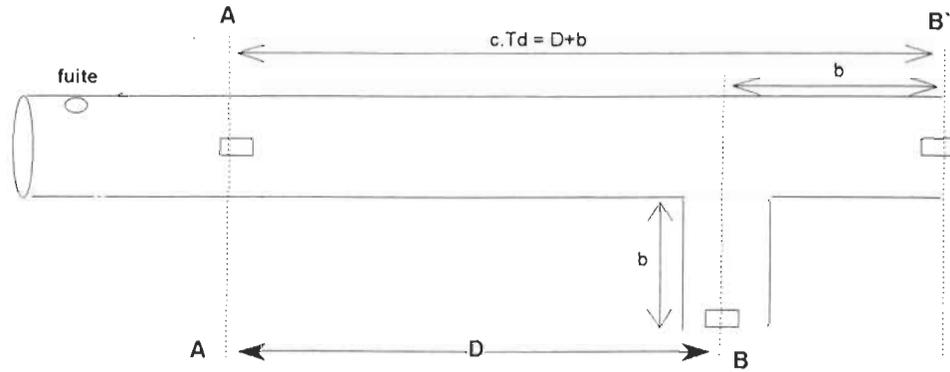


Figure 11. Branche en forme de "T" contenant le microphone B.

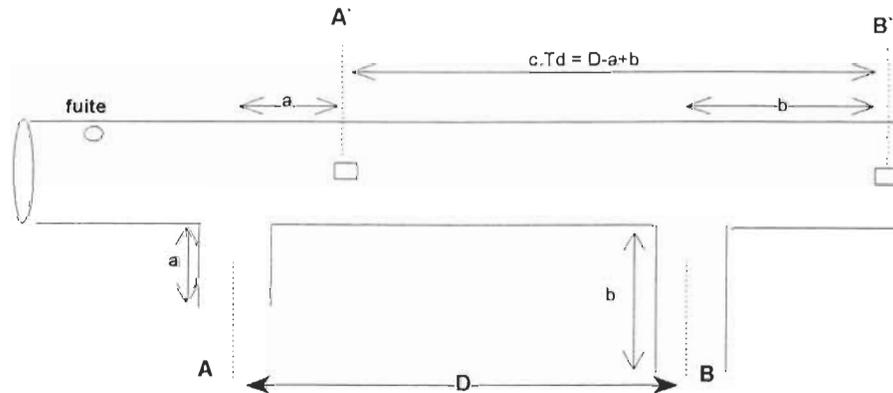


Figure 12. Présence de deux branches ne contenant pas les microphones.

La figure 13 montre le cas où il y a deux connexions en forme de "T", la fuite est entre les deux. Le signal parcourt une distance $L+a$ pour arriver au point A tandis que pour atteindre le point B, il franchit la distance

$$D+a+b-2(L+a)=cT_d . \tag{3.7}$$

On a donc

$$D+b-a-2L=cT_d . \tag{3.8}$$

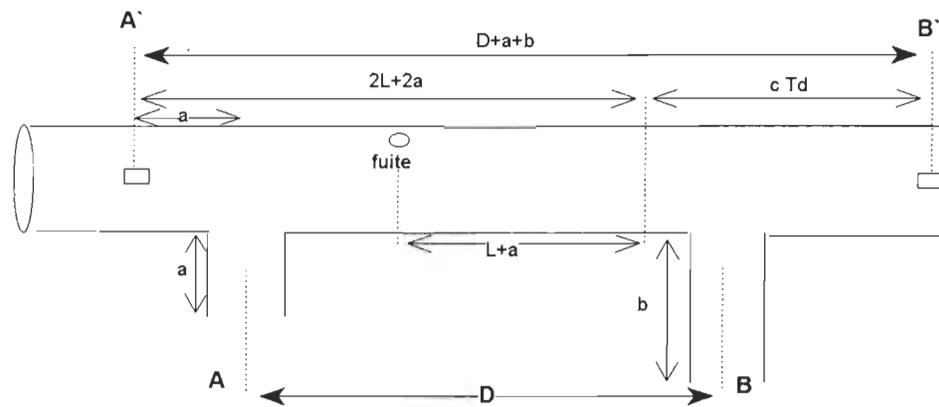


Figure 13. Deux connexions en forme de "T".

Il est clair, d'après le diagramme de la figure 13, que la présence des deux branches dans le système fait en sorte qu'on peut remplacer les positions A et B dans les branches par les nouvelles positions A' et B' respectivement sur la conduite rectiligne. Ceci signifie que lorsque des branches existent dans le système, il faut les traiter comme si nous avions une ligne rectiligne.

3.2. Principe de la méthode des corrélations.

L'écoulement du fluide à travers l'orifice de la fuite engendre un bruit $b(t)$ (fluctuation de pression) qui se propage de part et d'autre de son origine.

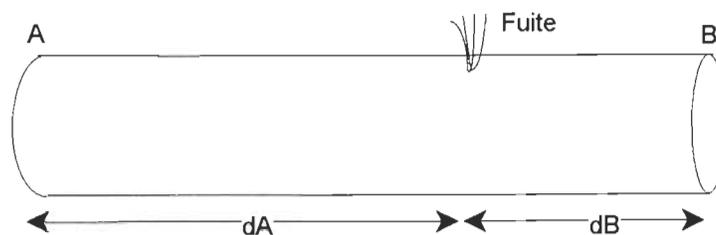


Figure 14. Fuite dans un tuyau.

Les signaux acoustiques $S_A(t)$ et $S_B(t)$ recueillis en deux points A et B du tuyau (figure 14) comportent en plus du bruit de fuite des bruits parasites $N_A(t)$ et $N_B(t)$. Ces bruits, en général gaussiens, ne sont ni corrélés entre eux, ni avec $A(t)$ et $B(t)$.

$$S_A(t) = \alpha_A \cdot b\left(t - \frac{dA}{c}\right) + N_A(t), \quad (3.9)$$

$$S_B(t) = \alpha_B \cdot b\left(t - \frac{dB}{c}\right) + N_B(t), \quad (3.10)$$

α_A et α_B sont des coefficients de diffusion compris entre 0 et 1.

L'intercorrélation entre $S_A(t)$ et $S_B(t)$ est:

$$\begin{aligned} R_{AB}(\tau) &= E\{S_A(t) \cdot S_B(t - \tau)\} \\ &= E\left\{ \left[\alpha_A \cdot b\left(t - \frac{dA}{c}\right) + N_A(t) \right] \left[\alpha_B \cdot b\left(t - \frac{dB}{c} - \tau\right) + N_B(t) \right] \right\}. \quad (3.11) \\ &= \alpha_A \alpha_B R_{bb}(\tau - \tau_0), \text{ avec } \tau_0 = \frac{dA - dB}{c}. \end{aligned}$$

$R_{AB}(\tau)$ est donc au coefficient $\alpha_A \alpha_B$ près, la fonction d'autocorrélation de $S_B(t)$ qui a subi une translation de τ_0 . Puisque $\tau_0 = \frac{dA - dB}{c}$, on aura

$$-\frac{D}{c} \leq \tau_0 \leq +\frac{D}{c} \quad (3.12)$$

$$\begin{cases} dA - dB = c\tau_0 \\ dA + dB = D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dA = \frac{c}{2}\tau_0 + \frac{D}{2} \\ dB = \frac{D}{2} - \frac{c}{2}\tau_0 \end{cases} \quad (3.13)$$

La fonction de corrélation montre qu'un pic est établi à τ qui coïncide avec la différence d'intervalle de transition des deux signaux acoustiques mesurés en deux points. La position du pic de corrélation indique directement la position de la fuite. Nous avons donc seulement besoin de connaître la longueur exacte entre les deux points de mesure du signal et la vitesse du son dans le fluide qui se trouve à l'intérieur du tuyau.

3.3. Analyse statistique des signaux aléatoires continus.

Le signal $x(t)$ est une simple fonction du temps, il peut être par exemple, le signal qui provient d'un microphone qui mesure la fluctuation de la pression acoustique à une position donnée. Ce signal doit avoir une moyenne nulle dans le temps.

Si $x(t)$ est un signal aléatoire (i. e. du bruit), il peut tout de même être décrit par ses propriétés statistiques, par exemple sa moyenne ou la déviation standard. La mesure statistique la plus significative de $x(t)$ est sa fonction d'autocorrélation $R(\tau)$; elle est définie par :

$$R(\tau) = \overline{x(t)x(t + \tau)}, \quad (3.14)$$

dans le cas de deux signaux différents, c'est la fonction d'intercorrélacion qui est la plus significative.

3.3.1. L'intercorrélacion.

L'intercorrélacion $R_{xy}(t)$ des signaux $x(t)$ et $y(t)$ est définie par :

$$R_{xy}(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t + \tau)d\tau, \quad (3.15)$$

où le symbole $*$ indique la corrélation.

Supposons un signal discrétisé: définissons "n" comme étant le nombre de points recueillis pour signal d'entrée X et "m" comme étant celui pour le signal Y. La discrétisation de chacun des deux signaux vérifie

$$x_j = 0, \text{ pour } j \geq n \text{ ou } j < 0, \text{ et} \quad (3.16)$$

$$y_j = 0, \text{ pour } j \geq m \text{ ou } j < 0. \quad (3.17)$$

Désignons aussi H comme une séquence qui représente une indexation négative, l'élément de corrélation de H est donné par :

$$h_j = \sum_{k=0}^{n-1} x_k x_{j+k} \text{ pour } j = -(n-1), -(n-2), \dots, m-2, -1, 0, 1, 2, \dots, m-1. \quad (3.18)$$

L'élément de corrélation R_{xy} relatif aux éléments dans la séquence H est :

$$r_{xy} = h_{i-(n-1)} \text{ pour } i = 0, 1, 2, \dots, K, \quad (3.19)$$

où $K = n + m - 1$, est le nombre d'élément des séquences de corrélation de sortie R_{xy} .

3.3.2. Intercorrélation de deux signaux à 6144 points.

Appliquons ce que l'on vient de voir dans le sous-paragraphe précédent au problème qui nous intéresse. Soit deux vecteurs X et Y ayant chacun 6144 points (figure 15), soit aussi R la corrélation de X et Y qui sera dé notée $R=X*Y$, on peut prouver que R doit avoir $[(6144*2)-1=12287]$ éléments, donc $R=X*Y=R(0;12286)$.

Pour gagner du temps dans le calcul de l'intercorrélation et surtout pour ne pas saturer la mémoire vivante de l'ordinateur, nous avons mis au point une méthode de calcul de la corrélation dans laquelle on divise les vecteurs X et Y en sous-vecteurs de 2048 points chacun. Chacun des sous-vecteurs de X sera corrélé avec tous ceux de Y . Il suffit ensuite de sommer les intercorrélations partielles ainsi produites, pour retrouver l'intercorrélation totale de X avec Y . La procédure est la suivante.



Figure 15. Deux signaux à 6144 points divisés en trois signaux chacun.

Posons d'abord,

$$\begin{aligned} A(0,2047) &= X(0,2047), & B(0,2047) &= Y(0,2047), \\ C(0,2047) &= X(2048;4095), & D(0,2047) &= Y(2048;4095), \\ E(0,2047) &= X(4096;6143), & F(0,2047) &= Y(4096;6143). \end{aligned}$$

Posons aussi,

$$\begin{aligned} S_1 &= A*B, & S_2 &= A*D, & S_3 &= A*F, \\ S_4 &= C*B, & S_5 &= C*D, & S_6 &= C*F, \\ S_7 &= E*B, & S_8 &= E*D, & S_9 &= E*F. \end{aligned}$$

Nous obtenons pour chaque partie de la corrélation de 12286 points les sommes suivantes:

$$\begin{aligned} \text{a) } 0 \leq I \leq 2047, & \quad R(I) = E*B = S_7 \\ \text{b) } 2048 \leq I \leq 4094, & \quad R(I) = E*B + E*D + C*B = S_7 + S_8 + S_4. \\ \text{c) } I = 4095, & \quad R(I) = C*B + E*D = S_4 + S_8. \\ \text{d) } 4096 \leq I \leq 6142, & \quad R(I) = A*B + C*B + C*D + E*D + E*F = S_1 + S_4 + S_5 + S_8 + S_9. \\ \text{e) } I = 6143, & \quad R(I) = A*B + C*D + E*F = S_1 + S_5 + S_9. \\ \text{f) } 6144 \leq I \leq 8190, & \quad R(I) = A*B + A*D + C*D + C*F + E*F = S_1 + S_2 + S_5 + S_6 + S_9. \\ \text{g) } I = 8191, & \quad R(I) = A*D + C*F = S_2 + S_6. \\ \text{h) } 8192 \leq I \leq 10238 & \quad R(I) = C*F + A*D + A*F = S_6 + S_2 + S_3. \\ \text{i) } 10239 \leq I \leq 12286 & \quad R(I) = E*F = S_9. \end{aligned}$$

3.4. Traitement du signal

3.4.1. Échantillonnage

Le traitement analogique (continu) du signal est de plus en plus rare; il a été remplacé par le traitement numérique qui profite de la puissance des ordinateurs. La souplesse permise par le traitement numérique autorise des opérations qui sont irréalisables par voie analogique. L'échantillonnage constitue un passage obligé du traitement numérique du signal: avant que celui-ci puisse être traité par l'ordinateur, un signal doit se présenter sous la forme d'une suite finie (durée limitée) de valeurs (discrètes) codées sur un certain nombre de bits.

3.4.1.1. Troncature des signaux

Dans bien des cas, le signal que l'on veut étudier n'est pas connu dans son intégralité, mais seulement pour une durée limitée. La question qui se pose alors est de savoir dans quelle mesure l'échantillon que l'on possède est représentatif du signal total qui nous est inconnu.

Nous pouvons représenter la troncature d'un signal à l'aide de la fenêtre

$$s_T(t) = s(t)\Pi\left(\frac{t}{T}\right), \quad (3.20)$$

où $s_T(t)$ est la partie tronquée du signal total $s(t)$. En passant dans l'espace dual de Fourier,

$$S_T(u) = TS(u) * \text{sinc}(uT) \quad (3.21)$$

qui montre que la transformée de Fourier du signal tronqué est une version dégradée de celle du signal total. La dégradation provient de la convolution par sinc (Annexe D) qui a pour effet de mélanger les valeurs de $S(u)$. Par analogie avec la résolution d'un instrument optique, on peut définir la résolution en fréquence comme étant égale à la demi-largeur du lobe central des sinus cardinaux,

$$\delta u \approx \frac{1}{T}, \quad (3.22)$$

plus la période d'observation est longue, meilleure est la résolution.

3.4.1.2. Discrétisation

Cette opération consiste à remplacer le signal continu $s(t)$ par la suite des valeurs prises par un instrument aux instants multiples du pas de discrétisation τ . Nous obtenons alors un échantillon

$$s_\tau(t) = s(t) \text{ III} \left(\frac{t}{\tau} \right), \quad (3.23)$$

d'où

$$\begin{aligned} S_\tau(u) &= \tau S(u) * \text{III}(u\tau) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(u) * \delta \left(u - \frac{n}{\tau} \right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S \left(u - \frac{n}{\tau} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

qui montre que $S_\tau(u)$ est constituée d'une infinité de répliques (alias) de $S(u)$ espacées de $u_c = \frac{1}{\tau}$.

Si le signal est à spectre borné, c'est-à-dire que $S(u) = 0$ lorsque $|u| > u_c$, les alias ne se chevaucheront pas si la fréquence d'échantillonnage est telle que

$$u_c > 2 u_c, \quad (3.25)$$

soit

$$u_c < u_N, \quad (3.26)$$

où la fréquence de Nyquist $u_N = u_c/2$. Cette condition, connue sous le nom de condition de Shannon, exprime le fait intuitivement évident que la période d'un phénomène périodique n'est calculable que si le phénomène est observé plus de deux fois par période. Lorsque

cette condition est respectée, il est possible de retrouver la transformée de Fourier du signal total

$$S(u) = S_\tau(u) \Pi\left(\frac{u}{u_c}\right), \quad (3.27)$$

d'où

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{\tau} s_\tau(t) * \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \\ &= \frac{1}{\tau} \left[s(t) \text{ III} \left(\frac{t}{\tau} \right) \right] * \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \\ &= \frac{1}{\tau} \left[\tau \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(t) \delta(t - n\tau) \right] * \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [s(t) \delta(t - n\tau)] * \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n\tau) \left[\delta(t - n\tau) * \text{sinc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \right] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n\tau) \text{sinc}\left(\frac{t - n\tau}{\tau}\right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

La dernière égalité est connue sous le nom de "formule d'interpolation de Shannon" et permet de retrouver le signal continu à partir de la série discrète $s_\tau(t)$.

Le phénomène de repliement du spectre est un artefact qui se produit lorsque la discrétisation d'un signal ne remplit pas la condition de Shannon. Dans ce cas

$$\frac{1}{\tau} = u_c < 2u_c, \quad (3.29)$$

et les alias se chevauchent. Il est dès lors impossible de retrouver $S(u)$ comme nous l'avons montré auparavant. Le repliement du spectre est un problème très grave car il a pour effet de transférer de l'énergie des hautes fréquences vers les basses fréquences, ce qui conduit à un spectre inacceptable. Avant d'échantillonner un signal, il faut soit s'assurer qu'il ne contient pas d'énergie significative hors de l'intervalle $[-u_c/2; +u_c/2]$, soit filtrer le signal avant la discrétisation, ceci à l'aide d'un filtre passe-bas qui éliminera les hautes fréquences.

En général, on peut dire que le repliement du spectre se produit lors des conversions analogiques/digitales et très souvent dans l'ordinateur lorsque, pour des raisons pratiques, on ne prend pas assez de points dans le signal.

3.4.2. Conversion analogique-digital

La quantification intervient lors de la conversion analogique-digitale qui fournit un signal codé en général en base de 2. Le nombre le plus petit pouvant être codé est 1 et, si le codage est fait sur n bits, le plus grand vaut $2^n - 1$. L'opération de codage va faire que l'infinité de valeurs possibles que prend le signal analogique seront réduites à un nombre fini et relativement petit de valeurs digitales.

3.4.3. Filtrage à réponses impulsionnelles finies et infinies (R.I.F. et R.I.I.)

Nous nous attarderons qu'au filtrage linéaire, le seul qui nous intéresse et qui agit sur les signaux par une opération de convolution. Un filtre linéaire est totalement caractérisé par sa fonction de transfert qui est la transformée de Fourier de sa réponse impulsionnelle. Le module de la fonction de transfert, le gain, permet de voir quelles sont les fréquences qui seront atténuées, conservées ou amplifiées? L'examen du gain permet de classer les filtres en passe-tout, passe-bas ou passe-bande. Le filtre passe-bas idéal est un créneau $\Pi(t)$ ayant un sinus cardinal pour réponse impulsionnelle. Des filtres passe-hauts ou passe-bandes peuvent être construits de la même manière, et ils possèdent tous le défaut d'avoir une réponse impulsionnelle oscillante à décroissance lente. Ces filtres idéaux sont irréalisables et leur discrétisation les rend peu performants en pratique. En particulier, les créneaux reconstruits comportent des oscillations près des bords connues sous le nom "phénomène de Gibbs".

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (R.I.F.) sont des systèmes linéaires discrets dans le temps, définis par une équation selon laquelle un nombre de sorties, représentant un échantillon de signal filtré, est obtenu par sommation pondérée d'un ensemble fini de nombres d'entrées représentant les échantillons du signal à filtrer. Ce filtre est du type "à mémoire finie", c'est-à-dire qu'il détermine sa sortie en fonction d'informations

reçues précédemment à l'entrée pendant une période de temps finie. Il est fréquemment désigné par filtre non récursif, en raison de sa structure, car il ne nécessite pas de boucle de rétroaction dans sa réalisation.

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle infinie (R.I.I.) sont des systèmes linéaires discrets invariants dans le temps dont la fonction est régie par une équation de convolution portant sur une infinité de termes. En principe, ils conservent une trace des signaux qui leur ont été appliqués pendant une durée infinie, ils sont à mémoire infinie. Une telle mémoire est réalisée par une boucle de réactions de la sortie sur l'entrée, d'où la nomination courante de filtre récursif. Le fait d'avoir cette réponse impulsionnelle infinie permet d'obtenir en général des fonctions de filtrages beaucoup plus sélectives que celles des filtres à quantité de calculs équivalente.

L'avantage des filtres digitaux R.I.I. sur ceux qui ont des réponses impulsionnelles finies R.I.F., est que les filtres R.I.I. ne requièrent que quelques coefficients pour performer la même opération de filtrage. De plus les filtres R.I.I. exécutent plus rapidement et n'exigent pas une mémoire étendue, car l'exécution se fait sur place. Le désavantage des filtres R.I.I. est que la réponse en phase est non linéaire. En général, on utilise les filtres R.I.F. pour les applications qui demandent une réponse de phase linéaire.

Une méthode directe pour calculer les coefficients d'un filtre, consiste à faire appel à une fonction modèle réelle définie sur l'axe des fréquences. Les fonctions modèles connues sont considérées pour leurs propriétés sélectives. Pour les R.I.I., les fonctions les plus connues sont celles de Butterworth, Bessel, Tchebycheff et les fonctions elliptiques. Pour les filtres du type R.I.F., l'Equi-Ripple passe-bande est la fonction la plus connue. Ces fonctions seront appelées dorénavant des filtres.

Dans les manipulations de filtrage que nous avons exécutées pour la localisation des fuites, on a utilisé le filtre de Butterworth. Ce qui l'avantage par rapport aux autres filtres de son genre, c'est qu'il possède une réponse impulsionnelle lisse sur toutes les fréquences et une décroissance monotone des fréquences de coupures qui caractérisent la réponse fréquentielle des filtres de Butterworth. Il présente aussi une réponse plate maximum près de 1 dans la bande passante et près de 0 dans la bande coupée.

3.4.3.1. Filtrés de Butterworth

La discrétisation et la troncature des signaux rendent impossible la réalisation des filtres passe-bandes idéaux, c'est-à-dire construits à l'aide de fonctions fenêtres. Une bonne approximation de ces filtres peut être obtenue à l'aide des filtres de Butterworth dont la fonction gain passe-bas

$$|F(u)|^2 = \frac{1}{1 + (u/u_c)^{2n}}, \quad (3.30)$$

tend vers une fenêtre lorsque l'ordre $n \rightarrow \infty$. Par ailleurs,

$$\begin{cases} |F(\pm u_c)|^2 = 0.5 \\ |F(0)|^2 = 1 \end{cases}, \quad (3.31)$$

l'atténuation en $u = \pm u_c$ est $10 \cdot \log(1/2) = -3$ dB d'où la bande passante du filtre $[-u_c, +u_c]$ qui est définie comme étant l'intervalle dont les fréquences extrêmes correspondent à une atténuation de 3 dB par rapport au gain maximum du filtre. Hors de cette bande, plus l'ordre du filtre est grand, plus la décroissance est rapide. La construction d'un filtre passe-haut est facilement réalisée à l'aide d'un passe-bas et d'un passe-tout,

$$\begin{aligned} |F(u)|^2 &= 1 - \frac{1}{1 + (u/u_c)^{2n}} \\ &= \frac{(u/u_c)^{2n}}{1 + (u/u_c)^{2n}}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

il en est de même pour un filtre passe-bande qui est l'intersection d'un passe-bas et d'un passe-haut, c'est à dire d'une impulsion de Dirac,

$$|F(u)|^2 = \left[\frac{1}{1 + (u/u_h)^{2n}} \right] \left[\frac{(u/u_b)^{2n}}{1 + (u/u_b)^{2n}} \right], \quad (3.33)$$

la bande passante étant $[u_b, u_h]$.

CHAPITRE 4

IMPLÉMENTATION DE LA MÉTHODE

4.1. Microphones

Un microphone est un transducteur acousto-électrique, c'est-à-dire un système qui transforme l'énergie acoustique (onde sonore) en énergie électrique (signal). Un transducteur est dit linéaire quand à une fréquence donnée, la tension électrique recueillie aux bornes de sortie mesurée en volt est proportionnelle à la pression acoustique agissant sur l'entrée. Les microphones peuvent détecter des ondes acoustiques dans les milieux gazeux ou liquides, dans ce dernier cas, ils sont appelés hydrophones. Il existe toujours dans un microphone, une membrane ou diaphragme qui fluctue en présence d'une pression acoustique, ces vibrations se transforment donc en un signal électrique. Il y a aussi une ou plusieurs cavités qui se trouvent derrière la membrane qui rétablissent l'équilibre de pression entre l'avant et l'arrière.

Il existe plusieurs modes de classification des microphones. Selon la classification basée sur le principe de la transduction, on distingue principalement les microphones électrodynamiques à bobine mobile ou à ruban, les électrostatiques à membrane polarisée ou prépolarisée (électrets), et les piézoélectriques à cristaux, céramiques ou à polymères. On peut aussi avoir une classification basée sur le mode d'incidence de la pression selon que les transducteurs reçoivent l'onde acoustique sur une seule face de leur membrane ou bien des deux côtés. Les transducteurs recevant l'onde acoustique sur une seule face de leur membrane sont appelés "capteurs de pression", leur face arrière est refermée sur un circuit acoustique qui ne communique avec l'extérieur que par une ouverture assez petite pour permettre l'égalisation des pressions statiques (évent d'égalisation), seule la face avant subit

les variations de pression dûes aux ondes acoustiques. Les transducteurs à membrane accessible des deux côtés aux ondes acoustiques sont appelés microphones à gradient de pression; c'est ce type de microphones qu'on a utilisé dans nos expériences.

Le microphone utilisé doit avoir une réponse en fréquence uniforme, c'est-à-dire, sa sensibilité ne doit pas varier avec la fréquence. Il doit également être sensible aux sons venant sous tous les angles, ceci est appelé l'omnidirectivité.

4.1.1. Spécification des microphones utilisés

Tel que mentionné plus haut, nous avons choisi des microphones à gradient de pression, modèle 2580 de la compagnie *Larson Davis*. Ils ont un diamètre d'environ 13 mm; on peut donc les insérer facilement à l'intérieur d'une conduite. Ils sont très sensibles; en effet, ils arrivent à détecter une pression acoustique de 3 Pa. La combinaison d'un de ces microphones et du préamplificateur qui lui est associé en font un instrument ayant une bande passante comprise entre 10 Hz et 20 kHz.

4.2. Carte d'acquisition des données

Pour les fins d'analyse, les signaux analogiques provenant des préamplificateurs sont digitalisés sur une carte de conversion analogique-digitale AT-MIO-16F-5 fabriquée par la compagnie *National Instruments*. Cette carte, qui est insérée à l'intérieur d'un ordinateur, est équipée de huit entrées et est capable d'un taux de conversion de 200.000 échantillons par seconde. Bien qu'il semble très élevé, un tel taux de conversion est nécessaire pour satisfaire nos besoins. En effet, nous voulons une fréquence d'échantillonnage qui soit égale ou supérieure à la plus haute fréquence que l'on peut recueillir avec nos microphones, c'est-à-dire 20 kHz. Pour être sensible à une telle fréquence, il nous faut digitaliser à un taux minimum de 40.000 échantillons par seconde. De plus, comme nous utiliserons simultanément deux ou trois microphones, il nous faut être capable de prendre au moins 120.000 points par seconde.

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, il nous faut non seulement échantillonner rapidement, mais également sur un très grand nombre de points (dans notre cas ce sera typiquement 6144 points). Or, la corrélation entre signaux est un calcul qui demande énormément d'opérations. Afin de pouvoir faire ce calcul en un temps raisonnable, nous effectuerons la corrélation sur une autre carte l'AT-DSP2200, elle sera aussi insérée à l'intérieur de l'ordinateur.

L'AT-DSP2200, est une carte de conversion analogique-digitale, digitale-analogique et permet un traitement digital du signal (DSP) d'une haute précision. Le DSP a une puissance de traitement de 25 MFLOPS (million d'opération de points flottants par seconde). L'utilisation de cette puissance de calcul nous permet de faire des filtrages, de l'analyse spectrale et le développement d'algorithmes de processus de contrôle très complexes.

L'AT-DSP2200 est utile pour la digitalisation de signaux avec des largeurs de bandes de 22 kHz ou moins. Les filtres anti-repliement de spectre à l'entrée assurent la reproduction fidèle du signal enregistré. La carte travaille en jonction avec l'ordinateur et possède une puissance numérique permettant l'analyse très rapide des données. Elle est capable de traiter un large volume de données indépendamment de l'ordinateur où elle est installée. Cela explique pourquoi l'application est exécutée dans la mémoire du DSP avant le traitement.

Cette carte possède une librairie qui permet d'utiliser ses fonctions à partir de l'environnement Windows, elle contient des fonctions de filtrage digital, d'analyse de formes d'ondes, de génératrices de formes d'ondes, d'analyses statistiques et des fonctions d'analyses numériques. L'utilisation de la carte après son installation et les procédures de calibrage nous permettent de faire un gain de temps très important.

4.3. Description du logiciel LabView

Pour la programmation des différents paramètres définissant la prise de mesure par la carte analogique-digitale, le transfert des données entre cette carte et la carte DSP et l'affichage à l'écran des résultats, nous avons utilisé le langage de programmation graphique

LabView, un logiciel particulièrement bien adapté pour interfacer entre les appareils de mesure et un ordinateur.

LabView est un logiciel de la compagnie *National Instruments Corporation*. Il simplifie le calcul scientifique, les processus de contrôle, les tests et les mesures d'application, son concept est basé sur la construction d'un montage avec des instruments virtuels, il permet de créer ses programmes sous une forme de diagrammes en bloc. Ce logiciel ressemble aux différents langages de programmation comme le C ou le Fortran. Il est cependant différent dans un aspect très important: les langages de programmation conventionnels utilisent un système basé sur un langage textuel, alors que LabView utilise plutôt un langage de programmation graphique; il décrit les actions de programmation avec des symboles graphiques.

Il possède des bibliothèques extensives de fonctions et des sous-programmes "*subroutines*" pour la plupart des tâches de programmation, il contient aussi des bibliothèques spécifiques d'application pour l'acquisition des données, leurs analyses, la présentation et le stockage.

Les programmes de LabView, appelés *virtual instruments VIs*, sont constitués d'une interface d'utilisation interactive et d'une source de codage équivalente.

L'interface d'utilisation interactive des *VIs* est appelé le "*front panel*". Il simule des instruments physiques, il peut contenir des interrupteurs, des graphiques, des afficheurs ...etc. L'entrée des données est faite par le clavier et la souris et les résultats sont affichés sur l'écran. Les *VIs* reçoivent les instructions du bloc-diagramme "*Block diagram*". Celui-ci est construit à l'aide des différentes fonctions disponibles sous formes d'icônes, reliées entre elles par des lignes qui simulent des fils. Le bloc-diagramme est la source de codage pour les *VIs*.

Les *VIs* peuvent-être hiérarchiques ou modulaires. En effet, ils peuvent être utilisés individuellement comme un programme principal ou bien comme un sous-programme. Dans ce cas, chaque *VI* est appelé un *SubVI* et sera représenté par un icône dans le programme principal correspondant. Donc par le biais des *SubVIs*, on peut diviser les applications en une série de tâches, pour chaque tâche on construit un *SubVI* et finalement, on les combine

tous dans un *VI* principal. Cette division simplifie considérablement le schéma des diagrammes.

La figure 16 nous donne un aperçu de l'écran d'ordinateur tel qu'il apparaît à l'utilisateur du logiciel de prise de mesure. On y remarque d'abord deux fenêtres, dans la première, *Réception du bruit*, le logiciel trace les graphiques des signaux enregistrés par l'intermédiaire de deux microphones tandis que dans la deuxième, *Corrélation*, c'est justement le résultat de la corrélation qui est affiché. On peut ensuite se servir d'un curseur pour localiser exactement le maximum de cette corrélation. On peut aussi entrer directement les principaux paramètres de la prise de mesure. Ainsi dans le cas, où plusieurs microphones ont été installés, on peut choisir ceux qui seront actifs (ceux qui enregistreront des signaux). On peut aussi choisir le nombre de points dont on fera l'acquisition ainsi que la fréquence à laquelle cette acquisition aura lieu. On peut également entrer la vitesse du son dans le fluide circulant dans la conduite qui est sous test afin que l'axe des x du graphique de la corrélation soit en mètres, ce qui permet de lire directement la position de la fuite en introduisant la distance entre les deux microphones. Finalement, on peut faire la moyenne de la corrélation autant de fois qu'on le veut en inscrivant le nombre de moyennes directement sur l'écran.

La figure 17 donne le diagramme du programme principal qui gère la prise, l'analyse des données et l'affichage des résultats. On y remarque surtout des sous-fonctions (*AI CONFIG*, *AI START*, *AI READ*, *AI CLEAR*, *ERROR*) qui contrôlent la carte de conversion analogique digitale ou d'autres qui préparent les graphiques qui sont présentés à l'écran de l'ordinateur. Nous avons construit la sous-fonction *Correl 2* qui effectue la corrélation entre les signaux recueillis, le diagramme se trouve à la figure 18. Dans un premier temps, elle prépare les données pour un transfert sur la carte DSP en divisant les signaux en des vecteurs de 2048 points. En effet, les mémoires installées sur cette carte ne lui permettent pas de traiter plus de deux vecteurs de 2048 points à la fois (paragraphe 3.3.2). Par la suite, la sous-routine *Cor Simp* effectue la corrélation entre ces vecteurs. Finalement, les résultats de toutes ces corrélations partielles sont combinés et retournés au programme principal pour affichage. Enfin la figure 19 présente le diagramme de la sous-routine *CorSimp*. En plus de la sous-

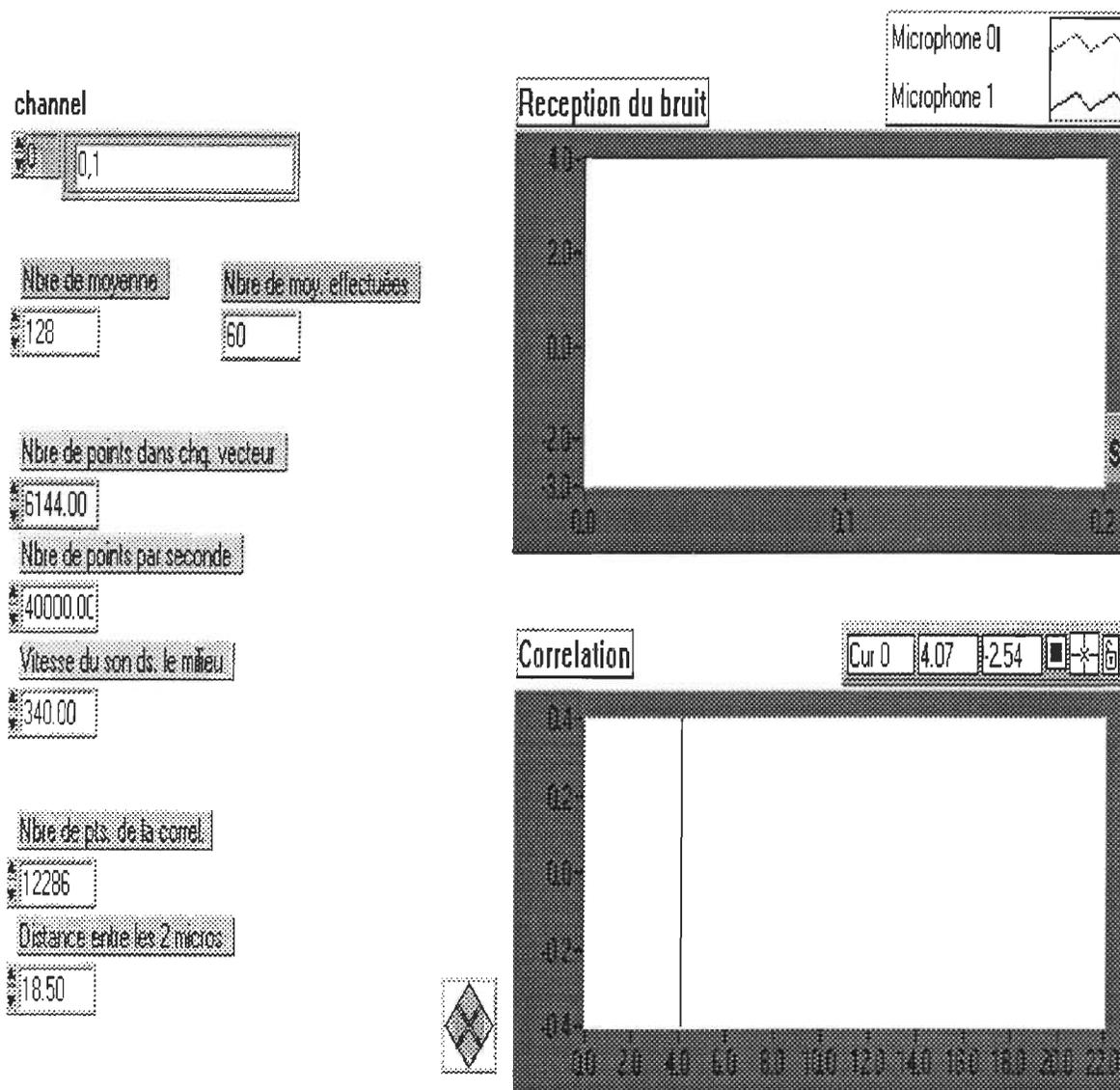


Figure 16. Entrée des paramètres et affichage des résultats sur l'écran d'ordinateur.

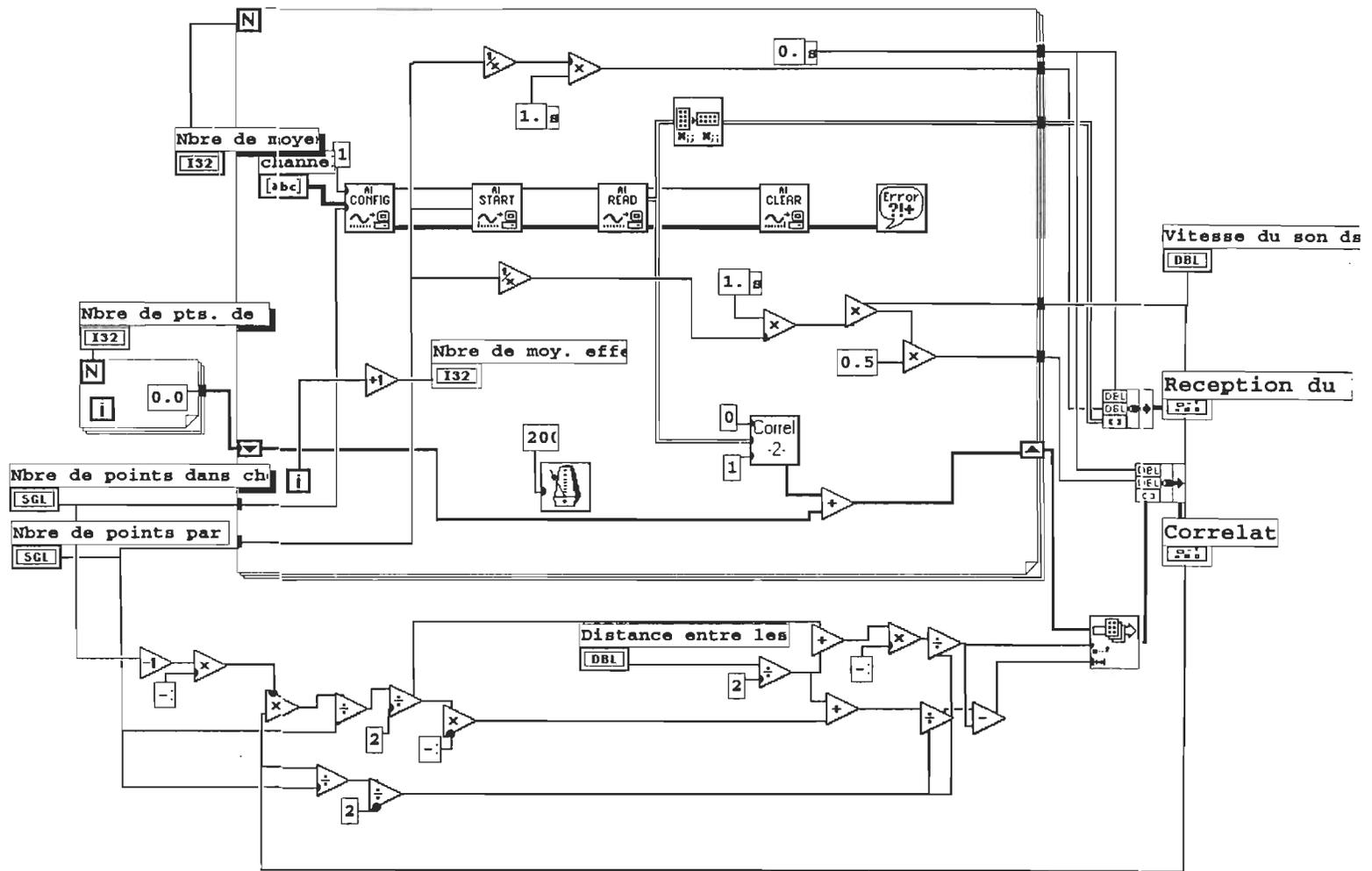


Figure 17. Diagramme du programme principal pour la prise, le calcul et l'affichage des données.

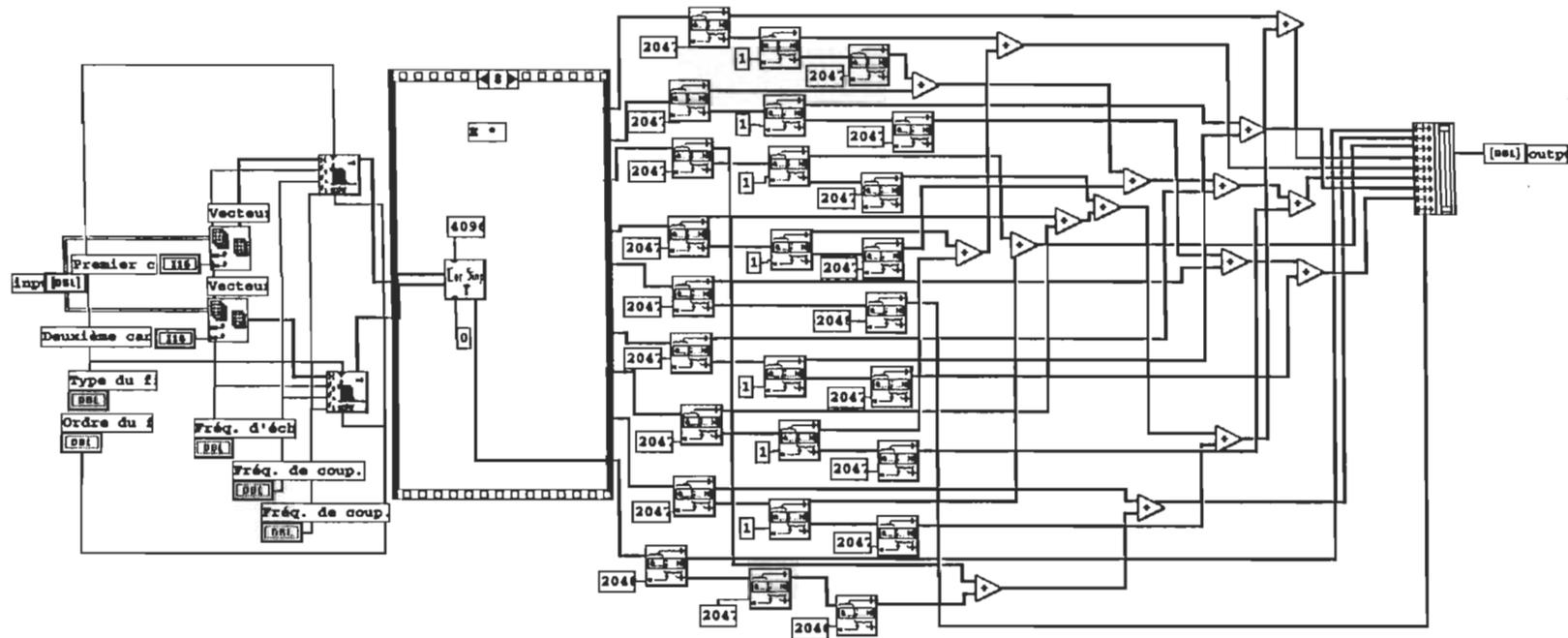


Figure 18. Diagramme de la sous-fonction *Correl 2*.

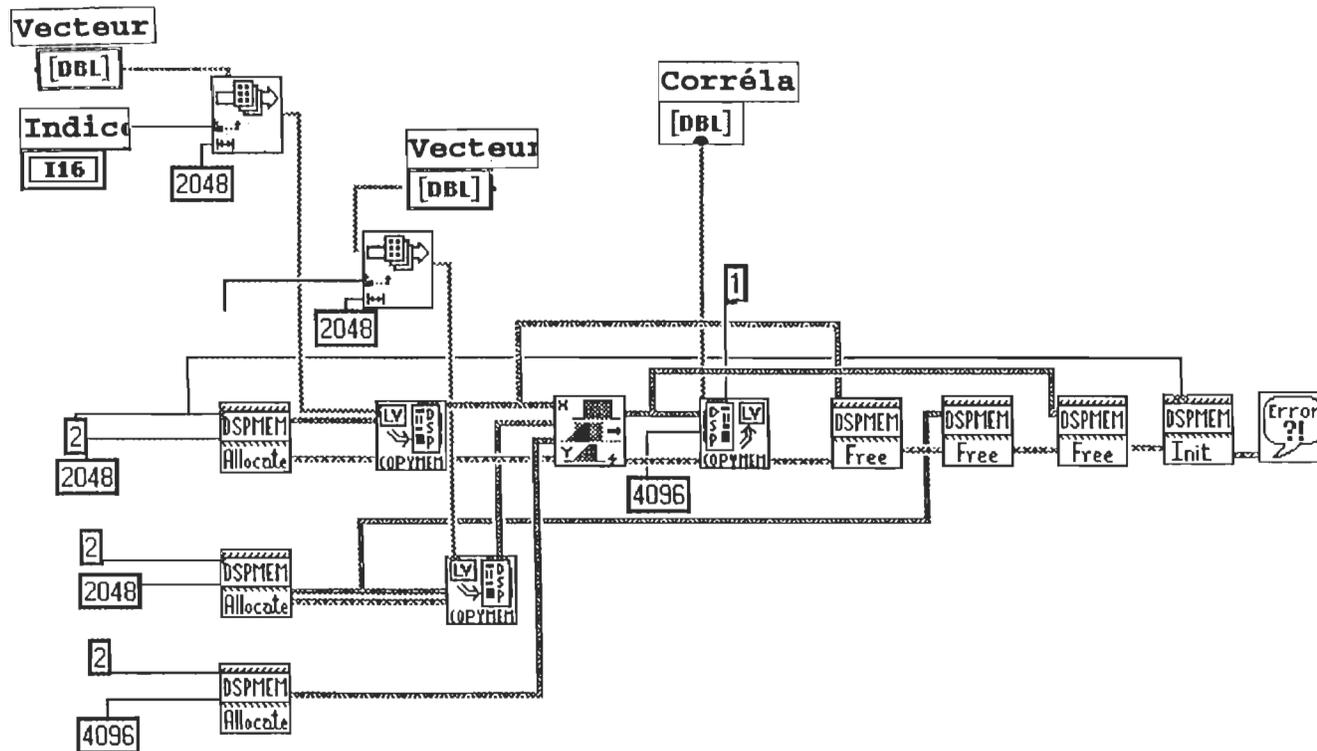


Figure 19. Diagramme de la sous-fonction *Cor Simp*

fonction calculant les corrélations partielles (*DSP correlation*), on y trouve des sous fonctions contrôlant le DSP (*DSPMEM Allocate*, *DSPMEM Free*, *DSPMEM Init*) et faisant le transfert des données entre l'ordinateur et le DSP (*COPYMEM*).

4.4. Montage expérimental

Le matériel requis pour implémenter et tester la méthode des corrélations est le suivant (figure 20) :

- Une conduite en polyéthylène cylindrique d'une longueur approximative de 30 mètres et d'un diamètre intérieur de 21 mm sur laquelle des fuites de différentes tailles (pas toutes en même temps) sont perforées.
- Des microphones, modèle 2580 de la compagnie *Larson Davis*, à forte sensibilité (50,9 mV/Pa) qui possèdent une large bande de fréquence et qui en plus, ont des tailles adéquates pour être glissés à l'intérieur de la conduite.
- Deux préamplificateurs modèle PRM900B de la compagnie *Larson Davis*.
- Des câbles d'extension de microphone modèle EXCO20.
- Deux cartes d'acquisition de données (l'AT-MIO-16F-5 et l'AT-DSP2200).
- Un ordinateur CONCEPTA 486 de 8 Méga-octets de mémoire vive, à l'intérieur duquel on retrouve les deux cartes et où est installé le langage de programmation graphique LABVIEW.
- De l'air comprimé qui circule dans la conduite avec une pression dans un premier temps constante, environ 2,75 Atm.

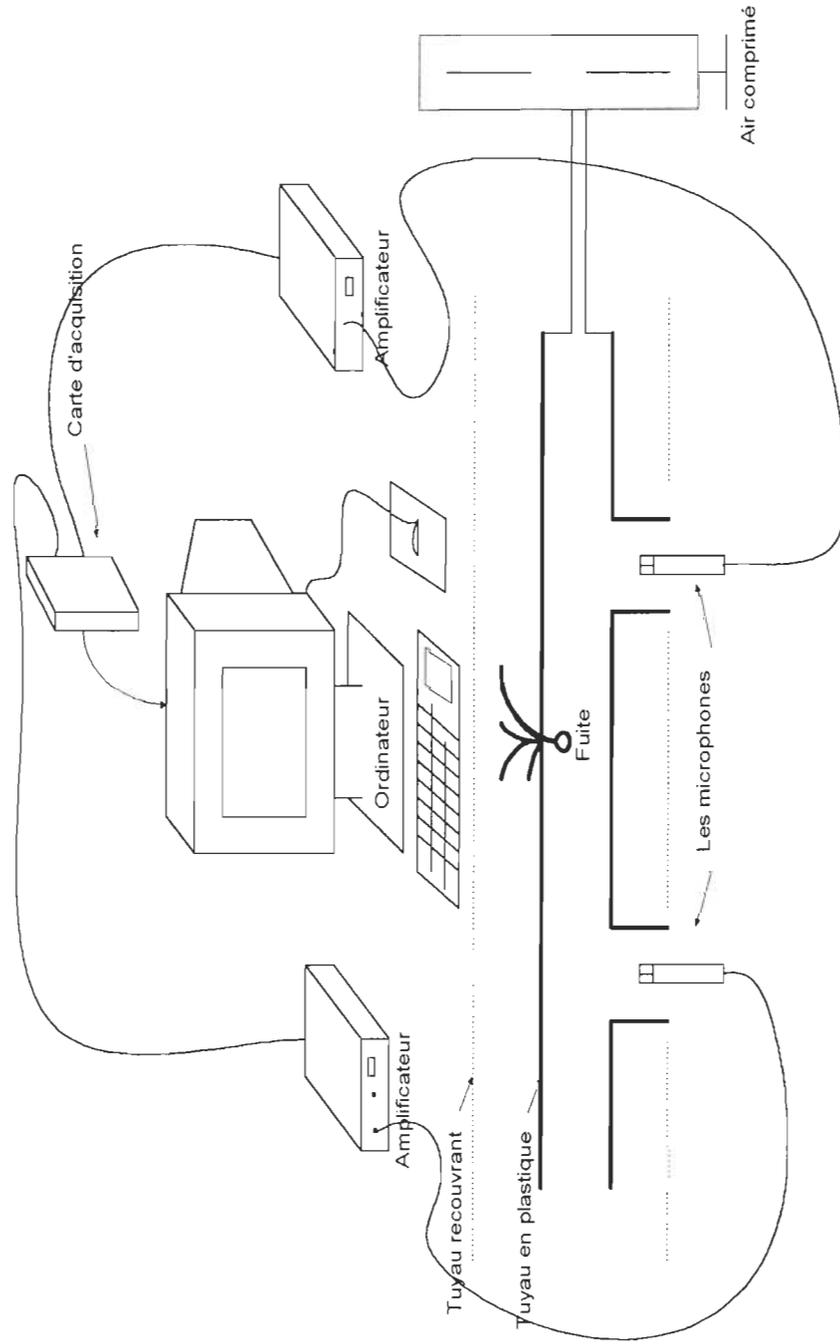


Figure 20. Schéma du dispositif expérimental.

CHAPITRE 5

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

5.1 Expériences au laboratoire

Au début de nos expériences, nous avons testé le meilleur endroit pour le positionnement des microphones, soit dans l'espace annulaire entre la conduite en polyéthylène et la deuxième conduite normalement en acier qui la recouvre (dans nos expériences au laboratoire c'est une autre conduite en polyéthylène très épaisse), soit à l'intérieur de la conduite du gaz, dans un branchement pouvant recevoir le microphone.

Théoriquement, le signal sonore se propage dans le fluide circulant dans le tuyau, cette propagation se fait suivant des modes de propagation. La figure 21 montre ces modes (m,n) dans une conduite cylindrique, les cercles et les diamètres intérieurs sont les lignes nodales. Ces lignes indiquent les positions d'un extrémum (zéro ou maximum) de la pression acoustique dans chaque mode correspondant. Le cas le plus simple est celui des ondes planes, le mode $(0,0)$ qui n'a pas de variation de la pression acoustique dans la direction radiale.

Un microphone répond aux variations de la pression acoustique et non aux variations de la pression statique. Les lignes nodales délimitent les régions où la pression acoustique est constante. Ceci dit, un microphone placé sur une de ces lignes ne réagira pas car il n'y a pas de changement de la pression acoustique. La plupart des modes (m,n) comme nous le montre la figure 21 ont des noeuds au centre de la section circulaire du tuyau et un microphone localisé le long de l'axe du tuyau ne répondra pas à la majorité des modes

existant dans la conduite. Le spectre sera donc, relativement simple, il n'y aura que les modes $(0,n)$ qui seront clairement détectés quand le microphone est au centre de la conduite.

Puisqu'un microphone n'est pas simplement un point dans l'axe du tuyau, il pourra répondre aux modes avec $m > 0$, cette réponse sera cependant petite si le microphone est parfaitement centré dans la conduite.

Les modes élevés sont généralement fortement atténués, si pour les fréquences supérieures à sa fréquence de coupure, le mode se propage le long du tuyau avec une légère atténuation, par contre, pour les basses fréquences, l'atténuation est beaucoup plus importante. En fait, si la fréquence est inférieure à la première fréquence de coupure (équation 2.17), tous les modes sont évanescents à l'exception d'un seul correspondant à l'onde plane qui se propage suivant l'axe du tube. Le mode $(0,0)$ des ondes planes n'a pas de variation de pression acoustique dans la direction radiale. Donc si on place un microphone au milieu du tuyau, il n'y aura que les modes $(0,n)$ ayant les fréquences de coupures les plus basses qui seront fortement mis en évidence. Il y a donc intérêt à mettre le microphone au milieu de la conduite puisqu'ainsi on élimine les modes $(m \neq 0,n)$.

Finalement, on peut affirmer que si le signal acoustique de la fuite est produit par le gaz qui s'échappe de la fuite, un microphone mis à l'intérieur du tuyau est l'endroit le plus approprié pour la prise du son. On verra plus loin que c'est aussi la meilleure position parce que c'est là que le signal de la fuite subit le moins d'atténuation avant d'atteindre le microphone. Nos recherches préliminaires effectuées lorsqu'on a essayé de mettre les microphones dans l'espace annulaire entre les deux conduites confirment ce résultat.

En général, le bruit produit par la fuite est détectable sur un intervalle de fréquences allant de 0 Hz à 50 000 Hz toute partie de cet intervalle peut être utilisée pour la recherche de la fuite. Cependant, cet intervalle est entaché de différents sortes de source de bruit dont nous allons donner un aperçu. Ceci est très important pour le choix du filtrage qu'on effectuera dans nos expériences au laboratoire et sur le terrain.

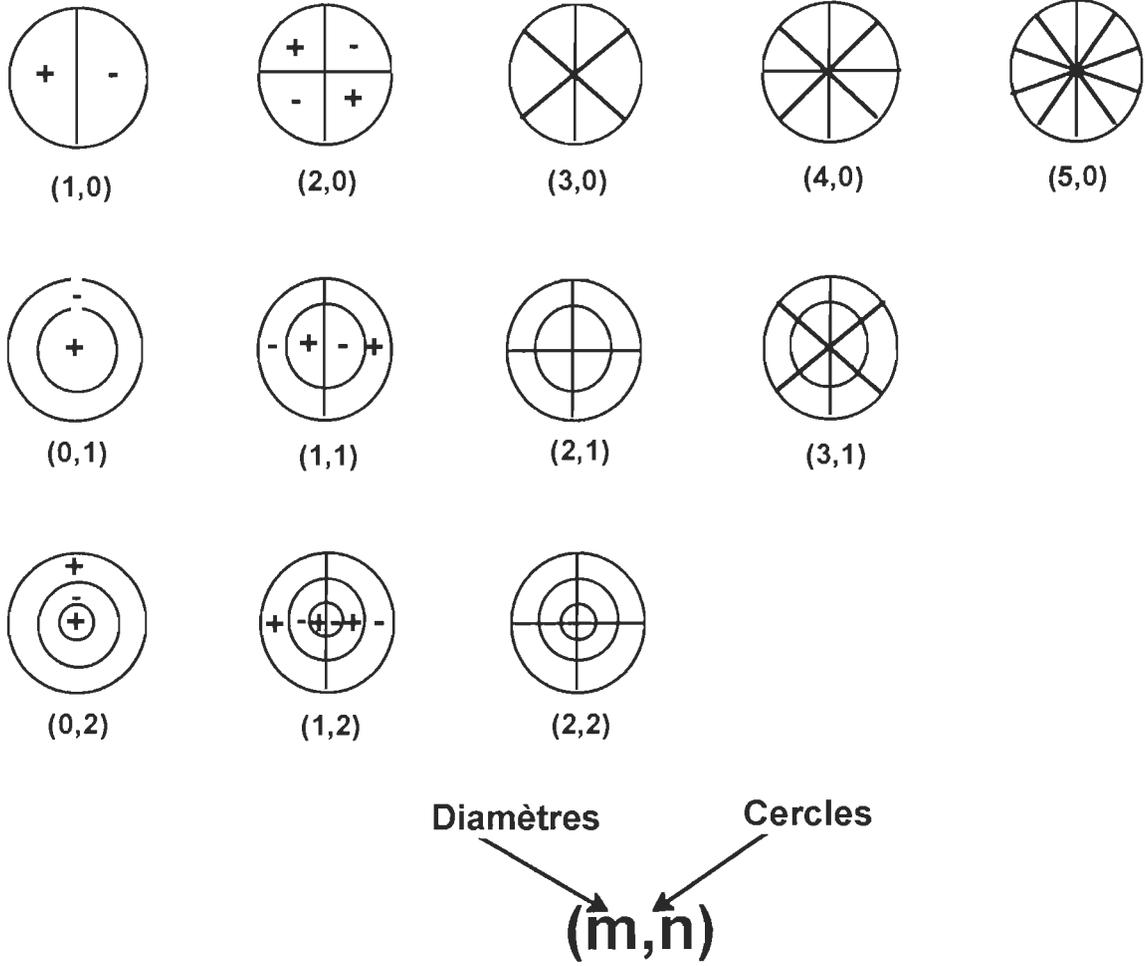


Figure 21. Nombres nodaux (m,n) pour la pression acoustique

a) Bruit d'écoulement du fluide et bruit de fond

À cause de la différence de pression qui existe entre l'intérieur du tuyau et le milieu ambiant à l'extérieur, le gaz qui sort de la fuite provoque un signal acoustique. Il est très important de le différencier du signal provoqué par l'écoulement turbulent du gaz dans le

tuyau lui même, le nombre de Reynolds correspondant dépasse de loin la valeur de 2000 (Annexe C). Ce signal provenant du bruit d'écoulement est le résultat de la dissipation d'une partie de l'énergie du transfert du volume du fluide en bruit d'écoulement, c'est le plus important des bruits qui se regroupe dans la catégorie des bruits de fond. Le signal correspondant occupe toute la largeur spectrale, il augmente considérablement avec la vitesse de circulation du fluide dans la conduite (conséquence d'une augmentation de la pression du gaz à l'entrée de la conduite). Un filtrage aux basses fréquences réduit considérablement le bruit d'écoulement, mais son élimination totale reste impossible.

b) Bruit d'instrumentation

Le bruit d'instrumentation engendré par l'agitation électronique dans les fils, les préamplificateurs et le reste des instruments utilisés est un bruit blanc. La plus grande partie de son énergie se localise aux très hautes fréquences.

c) Présence d'inhomogénéité

La localisation de fuites avec uniquement l'utilisation de la corrélation temporelle éprouve des difficultés lorsque des inhomogénéités à proximité de la fuite existent (comme l'emboîtement de deux cylindres de sections différentes, par exemple). En effet, les ondes sonores primaires émises peuvent être mixées avec celles qui sont réfléchies par ces mêmes inhomogénéités.

d) Atténuation des signaux

Avant d'être détecté par les microphones, le signal produit par la fuite subit des atténuations d'origine multiple (section 2.3): il y a l'atténuation géométrique; cette diminution de l'amplitude du bruit en fonction de la distance parcourue suit la loi de Beer. Il y a également l'absorption associée à la conduction thermique et celle associée à la relaxation moléculaire thermique.

Puisque cette atténuation interne dans le tuyau est proportionnelle au carré de la fréquence, elle sera importante dans le domaine des hautes fréquences. Elle est aussi

inversement proportionnelle au rayon du tuyau. L'application numérique des équations établies en 2.72 et en 2.73 donne:

pour l'air comprimé

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = 1,81 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \\ c = 343 \text{ m/s}, \\ \gamma = 1,402, \\ \kappa = 5,6 \times 10^{-6} \text{ kcal/m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}, \\ C_p = 0,24 \text{ kcal/kg} \cdot \text{K}, \\ \rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3 \end{array} \right.$$

$$\eta_e = 1,718 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s},$$

$$\alpha \Big|_{\text{à } 7000 \text{ Hz}} = 0,155 \text{ Neper/m}$$

$$\alpha \Big|_{\text{à } 9000 \text{ Hz}} = 0,176 \text{ Neper/m}$$

Suite à l'équation 2.140, on en déduit que le facteur de transmission du son de la fuite vers l'environnement tout autour, est faible pour les basses fréquences et très élevé pour les hautes. La présence de l'orifice de la fuite par elle-même transforme le tuyau en un filtre passe-haut.

Nous comprenons maintenant le genre de bruit qu'il faut éliminer et l'importance du filtrage pour le blocage des fréquences auxquelles peuvent se manifester des signaux parasites provenant d'autres sources que la fuite. De cette façon, on peut empêcher ces signaux fortuits d'être tenus en compte lors de la corrélation. On sait que le signal produit par la fuite est du bruit blanc; un filtrage modéré n'affectera donc pas notre habilité à localiser la fuite comme telle. Il est évident que nous devons enlever par filtrage les composantes de basses fréquences pour les raisons mentionnées plus haut. D'un autre côté, il nous faut tenir compte que la fréquence maximale des signaux utiles que l'on peut recueillir est limitée soit par nos microphones ou par la vitesse d'échantillonnage de nos convertisseurs analogiques digitaux; cette deuxième considération nous amène aussi à vouloir filtrer les signaux de hautes fréquences. C'est pourquoi nous utiliserons des filtres passe-bande.

Deux possibilités de filtrage s'offrent à nous. La première est le filtrage analogique: nous pouvons installer des filtres sur la ligne entre la sortie des amplificateurs des micros et l'entrée de la carte qui fait la conversion analogique digitale. La deuxième est l'utilisation de filtres digitaux qui, comme leur nom l'indique, traite les signaux après que ceux-ci aient été digitalisés. Nous avons choisi ces derniers parce qu'ils présentent en fait plusieurs avantages. Ils sont absolument stables: leurs caractéristiques ne varient pas avec le temps ou avec la température. Leur utilisation est très simple; LABVIEW nous offre un large éventail de choix et nous permet d'introduire très facilement des filtres digitaux dans nos logiciels de mesure et, par la suite, d'en modifier rapidement et simplement les paramètres (types de filtre, ordres du filtre, fréquences de coupure, etc.).

Après plusieurs essais, nous en sommes venus à la conclusion qu'un filtre passe-bande de type Butterworth d'ordre 2 ayant une bande passante d'environ 2 kHz nous donnait les meilleurs résultats, la position de cette bande dépendra du diamètre de la conduite et de la nature des matériaux qui la compose (équation 2.17). Dans notre cas, les essais au laboratoire avec notre conduite modèle de rayon de 1,15 cm situe cette bande entre 7000 et 9000 Hz. On comprend maintenant pourquoi les valeurs de l'atténuation ont été calculées à ces deux fréquences précises et constituent donc, le minimum et le maximum du facteur d'atténuation.

5.1.1 Ligne modèle de la conduite utilisée

Nous avons utilisé une ligne modèle afin, dans un premier temps, de vérifier notre méthode de localisation, les équipements et les logiciels développés et ensuite d'étudier l'influence de certains paramètres. Cette ligne en plastique a un rayon interne de 1,15 cm (0,75 pouce) et une longueur approximative de 30 mètres. Elle peut être alimentée en air (pour des raisons de sécurité et d'économie, nous n'utiliserons pas de gaz naturel pour nos essais) à des pressions allant jusqu'à 500 kPa. En plus de l'entrée et de la sortie, quatre manchons installés le long de la ligne permettent d'amener des microphones à l'intérieur de la conduite. L'entrée, la sortie et chacun des manchons de la conduite sont terminés par une

valve à balle. Chaque microphone est introduit dans la conduite en le faisant passer au travers de la valve ouverte d'un des manchons. Cette dernière est ensuite fermée le plus possible, sans endommager les fils qui connecte le microphone à son préamplificateur. Les fuites autour des fils sont ensuite colmatées avec un scellant au silicone. Le tableau 2 nous donne la configuration utilisée pour les tests dont les résultats sont présentés dans les pages suivantes. À noter que lors de nos multiples essais, plusieurs permutations entre les microphones et des changements de leurs emplacements dans les différents manchons ont été faits. Il est aussi à remarquer que le diamètre de la fuite a été testé de 1,06 mm à 5,5 mm, selon l'expérience menée tandis que la pression dans la conduite est de 275 kPa, une pression égale à celle qui se trouve dans le réseau commercial de Gaz Métropolitain Inc.

Tableau 2

Position des équipements utilisés sur la ligne modèle.

POINT	POSITION [MÈTRES]	ÉQUIPEMENT
Entrée	0,00	Ligne à air comprimé
Manchon	4,50	Microphone 0
Manchon	10,50	
Fuite	12,80	
Manchon	18,20	Microphone 1
Manchon	25,30	Compteur
Sortie	29,70	Microphone 2

La figure 22 nous présente la corrélation obtenue à partir des signaux recueillis par les microphones 0 et 1. La distance entre ces microphones, comme l'indique la figure, est de

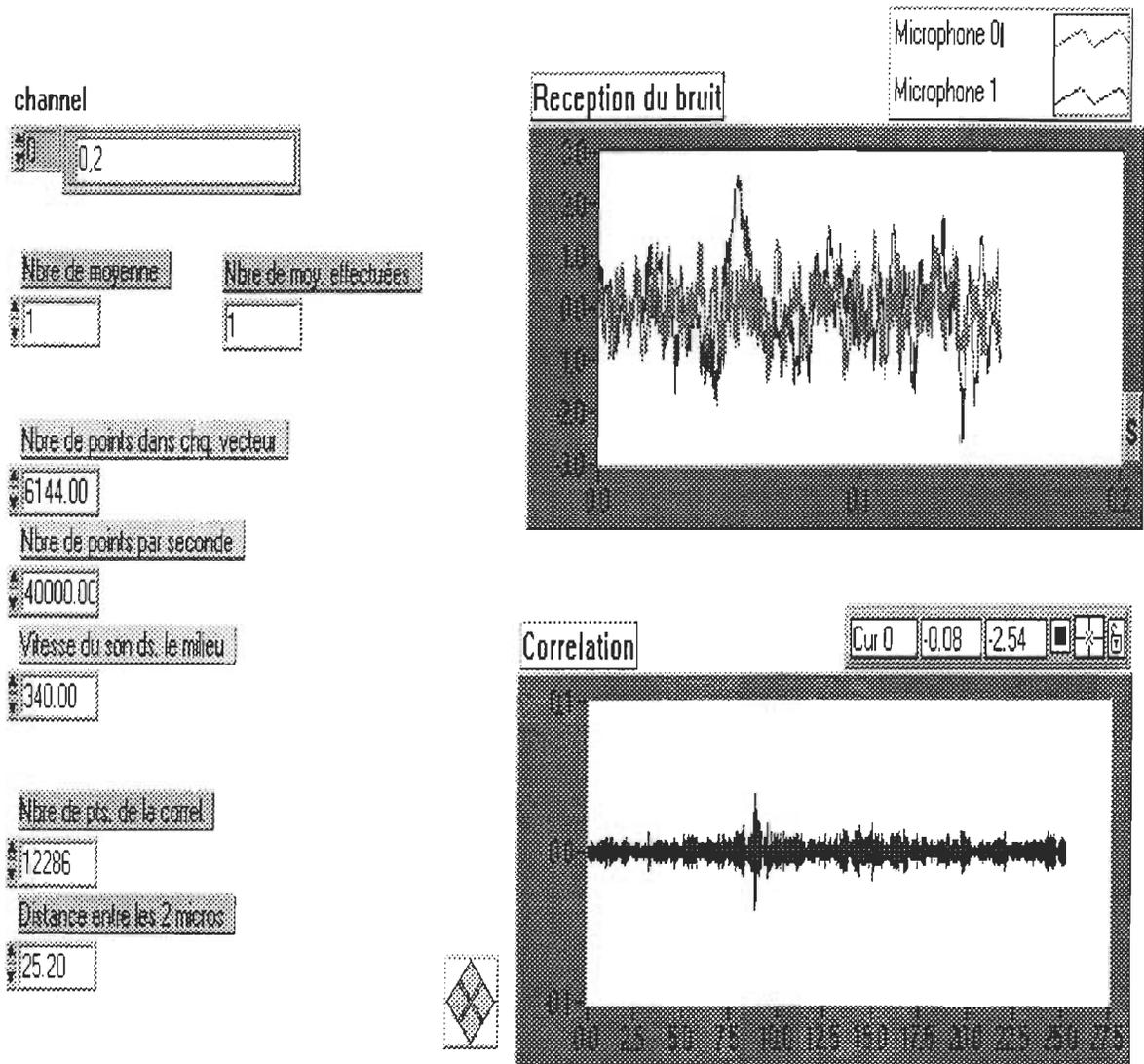


Figure 22. Corrélation simple de deux signaux.

25, 20 mètres, le nombre de points dans chaque signal collecté par un microphone est de 6144 points, le pas d'échantillonnage est de 25×10^{-6} seconde par points. Le diamètre de la fuite est de 3,06 mm. Le maximum dans la corrélation est localisé à 8,70 m (le logiciel LabView nous permet la lecture au centimètre près), donc la fuite se trouve à 8,70 m du micro 0 ou à 16,50 m du micro 2. Il est à remarquer que la lecture directe de la position du maximum de la corrélation par rapport à la position des deux microphones est rendu possible par le biais de la programmation directe de la solution du système d'équations 3.13. Ainsi, une fois l'injection des inconnus et les paramètres qui caractérisent notre expérimentation (la vitesse du son et les distances entre les micros.), on n'aura plus à résoudre ce système d'équation lors des lancements répétitifs du programme.

5.1.2 Moyenne des corrélations

Remarquons bien que le pic à partir duquel on peut déterminer la position de la fuite ne ressort pas d'une manière éclatante, on y remarque généralement d'autres pics plus au moins élevés qui n'ont rien à voir avec la fuite. Cela provient du fait que la plupart des informations que l'on recueille sont constituées de signaux ayant des relations de phase fortuites entre eux. Mais, puisque ces pics sont le résultat de relations de phase accidentelles et aléatoires, ils ne devraient pas se répéter d'une corrélation à l'autre. Par conséquent, en faisant la moyenne sur plusieurs corrélations, les pics n'ayant rien à voir avec la fuite auront tendance à s'amenuiser par rapport au pic dû à la fuite qui lui, sera présent dans toutes les corrélations. Nous avons donc amélioré notre programme d'analyse de signaux afin de permettre de faire la moyenne sur un nombre optionnel de corrélations. En fait, nous faisons la somme des corrélations sans la normalisation, cela n'affecte pas le résultat et diminue le temps d'exécution du programme. La figure 23 montre une apparition plus convaincante du pic de la corrélation et la figure 24 illustre clairement le gain dans le rapport signal sur bruit que l'on peut obtenir en effectuant une telle opération. Ainsi, après une seule corrélation, on peut déjà déceler la présence d'un pic à 16,8 mètres du premier microphone. Après que l'on

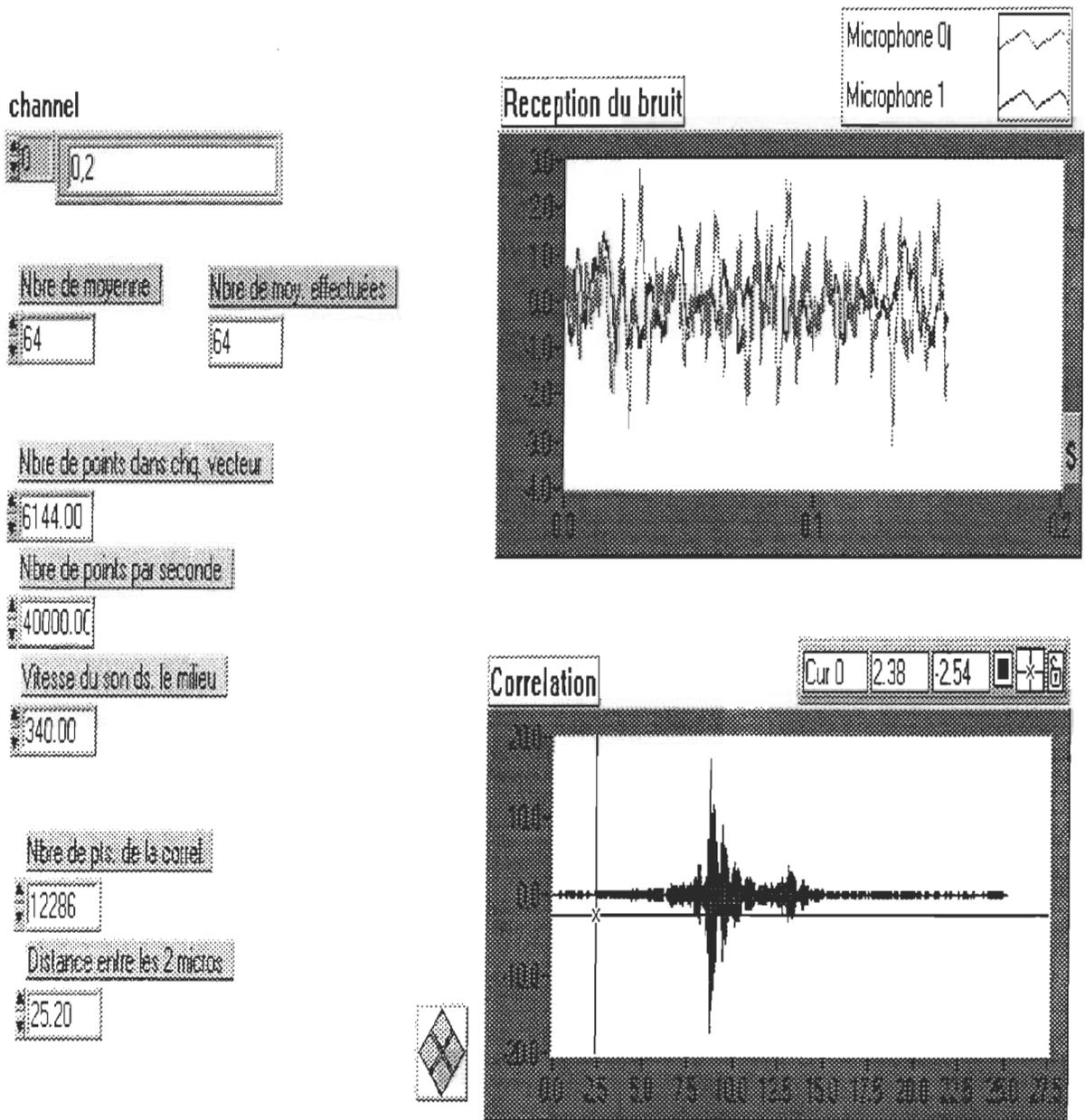


Figure 23. Corrélation moyennée 64 fois.

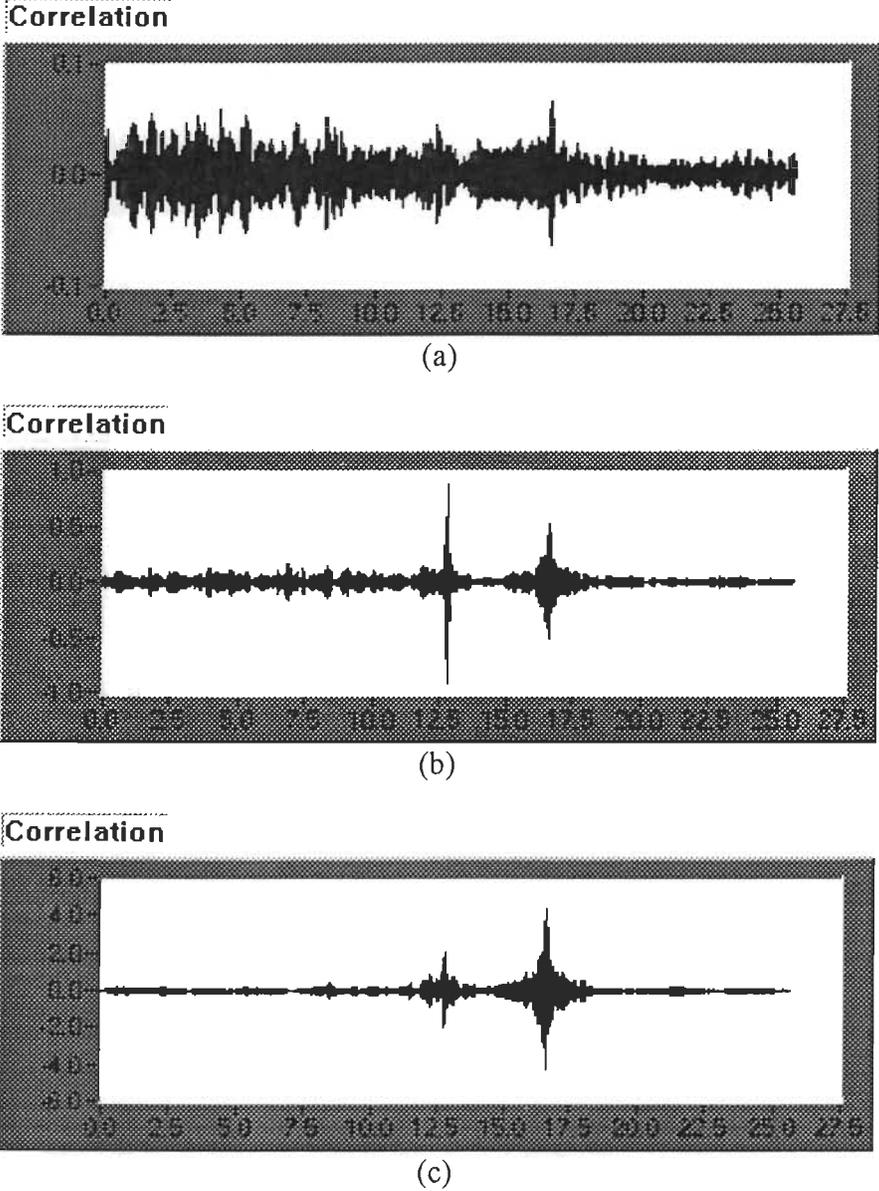


Figure 24. Corrélations de la même fuite moyennée, (a) 1 fois, (b) 8 fois, (c) 64 fois.

a pris la moyenne sur huit corrélations, ce pic se précise. On remarque toutefois, un pic d'amplitude importante qui se manifeste à environ 13 mètres du premier micro, c'est le pic de la mi-distance entre les deux micros, nous ne comprenons pas exactement pourquoi il apparaît dans des corrélations et disparaît dans certaines. Cependant, après 64 corrélations, le pic localisant la vraie fuite ressort vraiment par rapport au bruit ambiant et même par rapport au pic de la mi-distance dont l'amplitude relative a beaucoup diminué si on la compare au pic véritable. La moyenne des corrélations constitue donc un moyen sûr de retrouver le même pic correspondant au maximum de la corrélation, car l'existence de pics aléatoires sera rapidement éliminée par la moyenne.

5.1.3 Systèmes à trois microphones

Lors de nos expériences en laboratoire, il nous est arrivé assez souvent d'observer des pics accidentels; nous pouvons généralement nous en débarrasser avec un filtrage adéquat ou en effectuant plusieurs moyennes de corrélation. Il faut, toutefois, s'attendre à ce que l'environnement urbain où l'on voudra utiliser notre méthode de localisation des fuites soit plus bruyant que le laboratoire où nous effectuons nos essais. Il est donc probable, qu'en pratique, la corrélation aura plusieurs pics à peu près de la même hauteur; dans ce cas, le problème est de déterminer celui qui indique réellement la position de la fuite. C'est un fait que l'on peut essayer de faire disparaître les " faux pics" en se basant seulement sur le traitement du signal. Cependant, il faut remarquer que faire la moyenne sur plus d'une centaine de corrélations risque de prendre un temps considérable tandis que l'on ne peut éliminer efficacement par filtrage les signaux parasites large bande.

Afin de contrer ce problème potentiel de la présence de faux pics, nous avons développé une méthode où l'on analyse les signaux provenant de trois microphones. Cette méthode est relativement facile à instaurer à l'intérieur des logiciels déjà développés. Elle présente l'avantage pratique de "s'autovérifier" puisque les résultats provenant de la corrélation de deux micros (0 et 1, par exemple) peuvent être confirmés par la corrélation calculée à partir de signaux provenant d'une autre combinaison de micros (0 et 2). Quand deux corrélations

montrent plusieurs pics, on peut calculer plusieurs positions possibles de la fuite; la comparaison entre les positions déduites de chacune des corrélations permettra de déterminer sans ambiguïté où est vraiment localisée la fuite. Il va de soi que cette méthode peut aussi être combinée avec le filtrage des données recueillies et la moyenne des corrélations.

La figure 25 donne un aperçu de l'écran d'ordinateur et illustre les résultats que l'on peut obtenir avec une méthode à trois micros. Dans le cas qui nous intéresse, les micros 0, 1 et 2 sont installés successivement, de gauche à droite, le long de la conduite; la distance entre les micros 0 et 1 est de 13,70 m, celle entre les micros 0 et 2 est de 25,20 m tandis qu'il y a 11,50 m entre les micros 1 et 2. La première corrélation, celle entre les signaux provenant des micros 0 et 1 montre un pic à environ 8,70 m du micro 0. La corrélation entre les signaux des micros 0 et 2 confirme d'emblée ce résultat. D'un autre côté, la dernière corrélation montre un pic qui semble situé à la position du micro 1. Ce pic, bien qu'il ne nous indique pas la localisation exacte de la fuite, nous donne, néanmoins, des informations fort utiles. En effet, on peut interpréter sa position comme une indication que la fuite est localisée à gauche du micro 1; cela recoupe les informations que nous avons déjà trouvées à partir des deux premières corrélations.

5.1.4 Simulation d'un compteur domestique

Au manchon 4 installé à la distance de 24,20 m de l'entrée, nous avons placé un compteur domestique semblable à celui qu'on utilise chez Gaz Métropolitain Inc. Ce compteur, à sortie de débit variable, peut être assimilé à une deuxième fuite. Nous avons recueilli les signaux provenant à la fois de la fuite et du compteur avec les deux microphones 0 et 2. Nous avons constaté que le pic correspondant à la fuite n'apparaît que dans le cas où son débit calculé [8] dépasse celui du compteur. Le phénomène inverse se produit aussi; à chaque fois que le débit du compteur dépasse celui de la fuite, il n'y a que le pic correspondant au compteur qui apparaît; cela se produit même si l'intensité du bruit provenant de la fuite perceptible à nos oreilles ne semble pas diminuer et si le

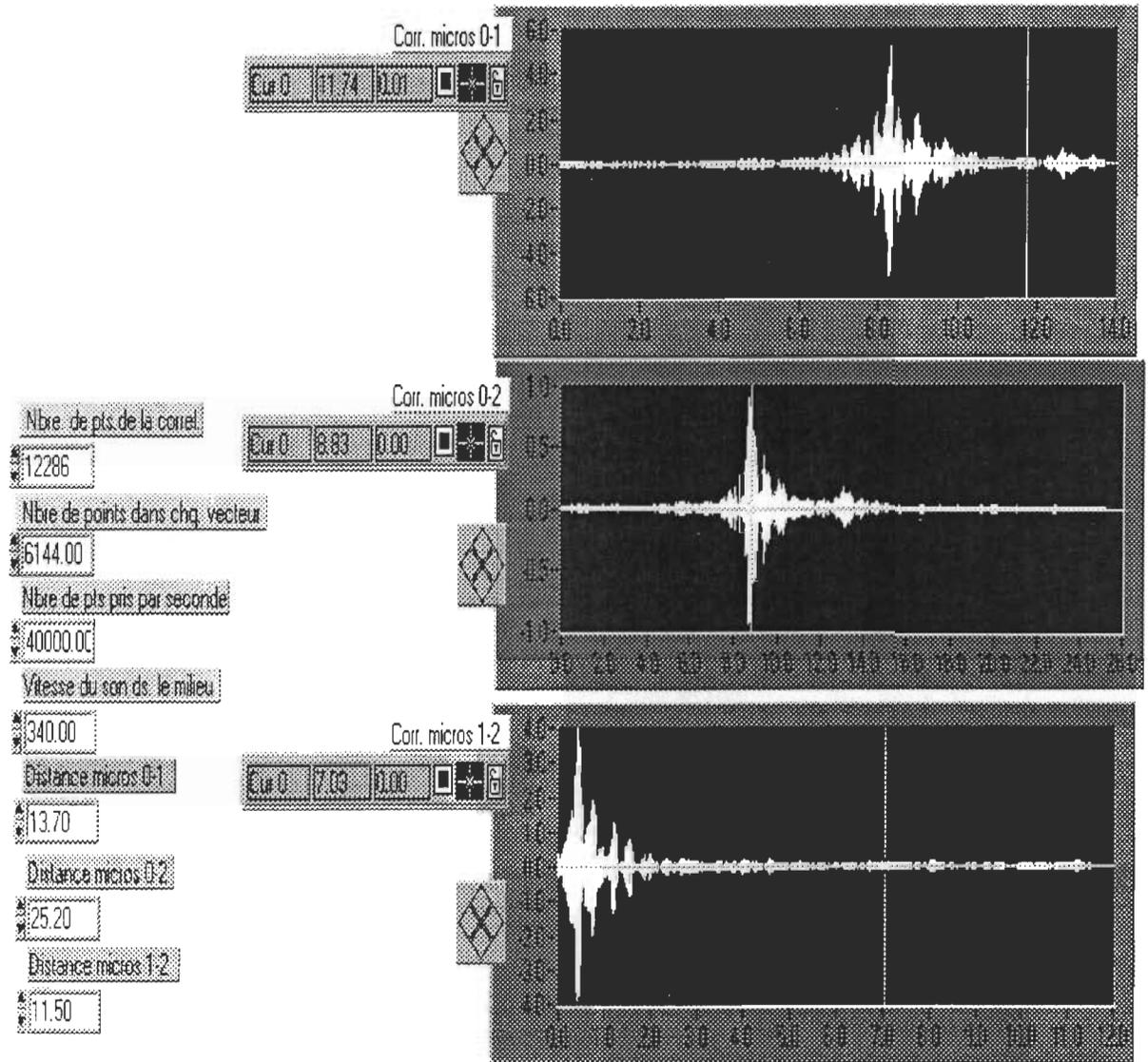


Figure 25. Localisation d'une fuite à l'aide de trois microphones.

fonctionnement du compteur est silencieux. Bien évidemment, si l'on n'a que l'un ou l'autre sur la conduite, il est parfaitement localisé.

Afin de quantifier ce phénomène, nous avons tracé un graphique de la hauteur relative du pic en fonction du débit dans le compteur (figure 26). La hauteur relative du pic est une façon d'exprimer le rapport signal sur bruit; c'est le rapport entre la hauteur du pic et la largeur moyenne de la corrélation. Une hauteur relative de l'ordre de l'unité signifie qu'il est impossible de vraiment distinguer ce pic dans la corrélation. On remarque que tant qu'il y a peu de gaz passant par le compteur, il est facile de localiser la fuite; cependant lorsque le débit dans le compteur atteint environ $4 \text{ m}^3/\text{heure}$, c'est ce dernier qu'on localise. Peut-on comprendre de là, que l'ouverture qui débite le plus, est la mieux détectable?

Pour une pression constante à l'entrée, le débit de gaz sortant de notre réservoir d'air comprimé et qui circule dans la conduite, a une valeur bien déterminée. Après un temps nécessaire pour la stabilisation de notre système d'écoulement, ce même débit reçu à l'entrée, devrait être évacué par la fuite. Il est tout à fait clair que pour compenser la petite ouverture de la fuite, la vitesse de sortie du gaz de la fuite est plus grande que celle qui circule dans la conduite. Donc, on peut dire que si une fuite existe dans la conduite, il y a égalité entre ce qui entre dans la conduite et ce qui en sort par la fuite. Maintenant, si on fabrique une fuite d'un diamètre fixe, que l'on modifiera dans un deuxième temps, le débit sortant de cette fuite dans les deux cas doit être le même puisqu'on maintient une pression constante à l'entrée. La seule différence qui existe, est que la fuite avec le petit diamètre compenserait par une vitesse de sortie au travers de l'orifice, plus grande que dans le cas où son diamètre est agrandi.

Ce qui arrive donc, avec le compteur, est que le débit d'air sortant par celui-ci et le débit d'air sortant de la fuite doivent évaluer celui qui rentre dans la conduite. En augmentant le débit du compteur (avec un élargissement de sa section de sortie), automatiquement, on diminue celui de la fuite. La vitesse de sortie du gaz du compteur diminue et par conséquent, le bruit général qu'il génère aussi. Le signal de la fuite devient plus important

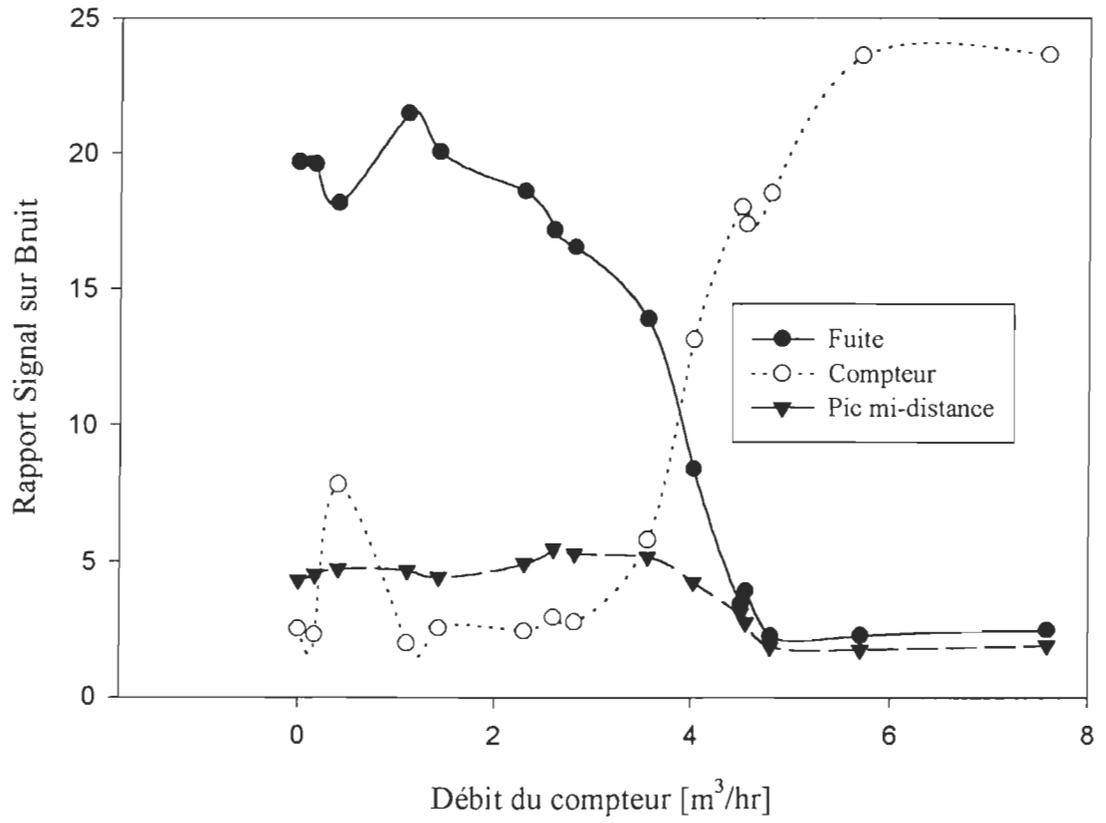


Figure 26. Détection de la fuite en fonction de son débit en présence d'un compteur.

par rapport au bruit général dans la conduite et le pic de la corrélation qui lui correspond, est nettement mieux visible.

L'intensité acoustique de la fuite est le produit de la pression acoustique par la vitesse de sortie du gaz (équation 2.35); si la vitesse augmente, l'intensité augmente aussi. D'autre part, la pression acoustique est le produit de l'impédance acoustique par la vitesse d'échappement du gaz de la fuite (équation 2.76); l'impédance acoustique est inversement proportionnelle au carré du rayon d'ouverture (équation 2.135), dont le terme imaginaire est dominant). Quand le rayon augmente, l'impédance, la pression et l'intensité acoustiques augmentent aussi. Donc, on doit s'attendre à ce que le pic de la fuite dans la corrélation diminue avec l'augmentation de la section, c'est ce qui se passe quand on augmente le débit du compteur lors de l'augmentation de sa surface d'ouverture. À priori, le signal de la fuite est meilleur, si les diamètres sont petits.

La figure 27 nous donne le rapport signal sur bruit d'une même fuite dont on change graduellement le diamètre circulaire tout en maintenant une pression constante. Nous nous attendions à ce que le pic de la fuite devienne moins net avec les diamètres grandissants, car la vitesse du gaz sortant de la fuite devient de plus en plus petite et par conséquent l'intensité du signal de la fuite aussi. Les mesures réalisées ont donné autre chose. En effet, pour notre conduite modèle, le rapport signal sur bruit augmente jusqu'à environ 2-3 mm de diamètre de la fuite et une fois dépassé ces valeurs, il commence à chuter (l'épaisseur de la conduite est 2,42 mm; on se demande si ceci a un rapport avec le changement de la tendance de la courbe!). Cette chute est causée par la perte de vitesse du gaz qui sort de la fuite et qui entraîne une diminution de l'intensité de son signal. La fuite reste parfaitement détectable dans toutes ces situations. Avec la diminution des diamètres correspond une augmentation de la vitesse d'échappement du gaz de l'ouverture de la fuite. Cette vitesse augmente à un certain point, où elle s'approche de la vitesse du son, là nous avons ce qu'on appelle "un écoulement de choc", dans ce cas, peu de signal sonore qui caractérise la fuite va revenir vers l'intérieur de la conduite pour parvenir aux microphones; ceci explique cette chute de rapport signal sur bruit avec la diminution du diamètre de la fuite.

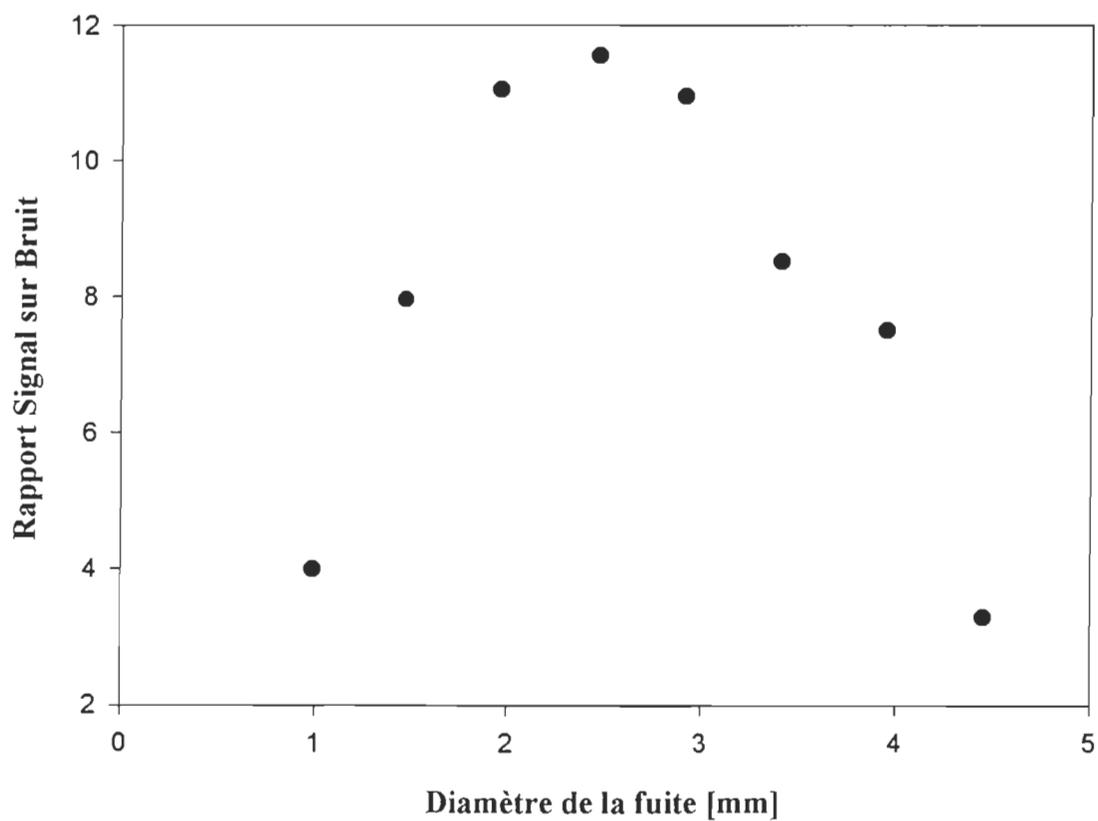


Figure 27. Rapport Signal sur Bruit d'une fuite de position fixe dont on change progressivement le diamètre. La pression reste constante: 275 kPa.

Pour mieux comprendre le phénomène, et pour une même fuite localisée entre deux microphones fixes, nous avons mesuré le rapport signal sur bruit en fonction de la pression, que l'on varie à l'entrée de notre conduite. La figure 28 montre clairement une diminution du signal de la fuite par rapport au bruit du fond avec l'augmentation de la pression. Normalement, si la pression à l'intérieur de la conduite croît, la vitesse avec laquelle le gaz s'échappe de la fuite augmente; par conséquent, le débit et la pression acoustique augmentent aussi, cela devrait nous aider à mieux localiser la fuite. En réalité, il se produit en parallèle, une augmentation de la vitesse d'écoulement du gaz dans la conduite en fonction de la pression, la turbulence du fluide devient importante et cela fait augmenter le bruit de fond général. Le signal de la fuite quoiqu'il reste détectable, diminue relativement avec cette augmentation du bruit général. On imagine bien aussi, que la vitesse grandissante du gaz s'échappant de la fuite approche la vitesse du son et participe aussi à cette diminution de déctabilité du pic de la fuite.

Dans un autre contexte, remarquez dans la même figure, que le signal de la fuite est d'autant plus fort s'il parcourt moins de distance pour atteindre les microphones (atténuation géométrique).

On voit bien que le processus n'est pas facile à évaluer; il y a un couplage complexe et très difficile à déterminer entre, d'une part, la vitesse, la section et la pression de sortie de la fuite et, d'une autre part, l'écoulement du fluide porteur du signal. Pour une meilleure compréhension du phénomène, il faudrait effectuer un calcul numérique de la variation de ces paramètres et de leurs relations avec les variations du niveau du bruit général dans la conduite.

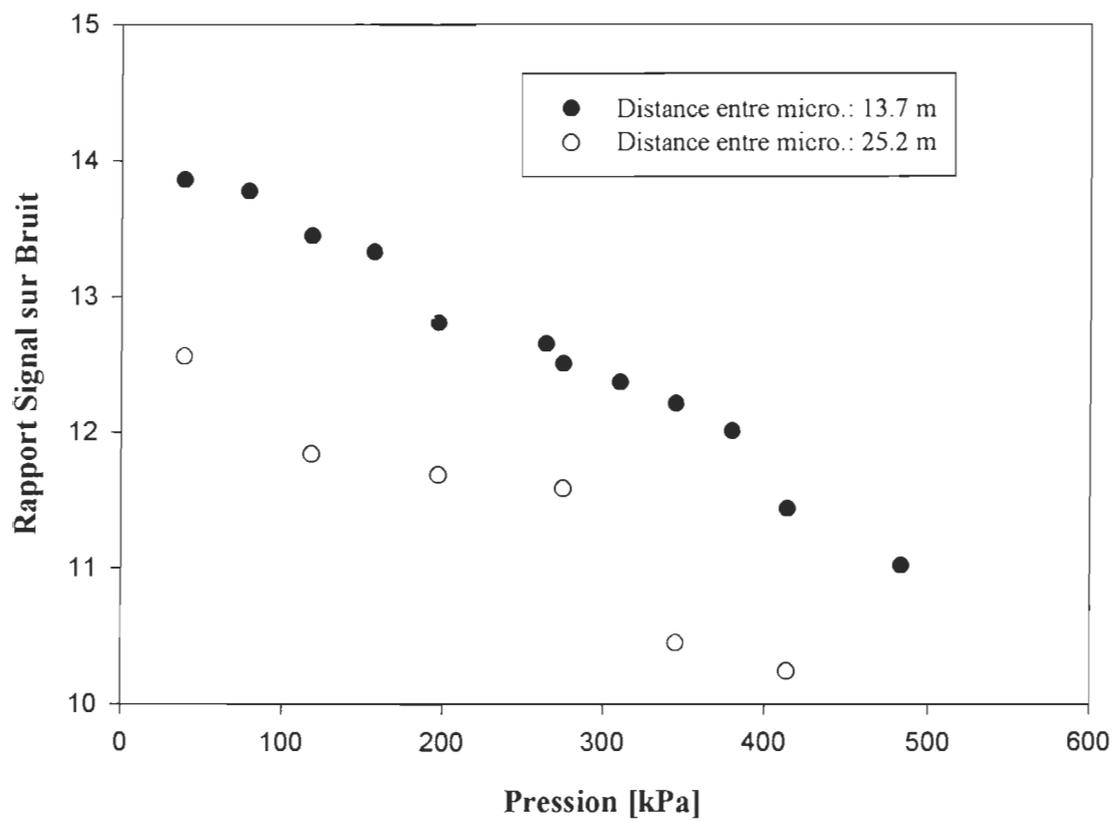


Figure 28. Rapport signal sur bruit de la fuite en fonction de la pression.

5.1.5 Petites fuites

Dans les conditions naturelles, comme c'est le cas dans les conduites de G.M.I., ce sont les petites fuites qui sont les moins aptes à être détectés; elles n'ont pas de débit énorme et l'odorat nuisible du gaz qu'elles dégagent dans les branchements des coins des rues n'est pas tellement perceptible. L'intensité acoustique de ce type de fuite est faible. On imagine bien que la multiplication de ces fuites représente des pertes économiques considérables. Pour toutes ces raisons, nous avons essayé notre méthode de corrélation pour de toutes petites fuites de diamètre de 1,06 mm, le résultat est très positif en augmentant l'amplification du signal. La figure 29 montre bien le pic correspondant à la fuite qui se situe à 9,30 m, dans les corrélations impliquant les paires de microphones 0-1 et 0-2.

5.1.6 Présence de plusieurs fuites

On a vu qu'en présence du compteur, nous avons de la difficulté à déterminer la coexistence dans la même corrélation, des deux pics correspondant à la fuite et au compteur; ce dernier pouvant être considéré comme une deuxième fuite. Les nombreuses mesures faites en présence de deux fuites de diamètres différents, n'ont pas abouti à des résultats clairs et déterminants. À chaque fois, nous détectons la fuite qui a le diamètre le plus grand (probablement celle qui a le débit le plus grand aussi). Deux fuites présentes dans une seule conduite créent des interférences qui engendrent une turbulence supplémentaire. La fuite de section inférieure ne doit pas avoir une vitesse d'échappement à sa sortie qui soit plus grande que celle qui a la section la plus grande, car les deux sont couplées. Les seules fois où l'on a pu détecter deux fuites dans une seule corrélation étaient dans le cas où les deux fuites étaient identiques, de même diamètre. La figure 30 montre deux corrélations moyennées huit fois, entre les micros 0 et 1, séparés l'un de l'autre d'une distance de 13,70 m (figure 30 (a)), et entre les micros 0 et 2 séparés d'une distance de 25,20 m (figure 30 (b)). Les pics de distance 3,70 m et 9,30 m sont les pics correspondant aux deux fuites présentes.

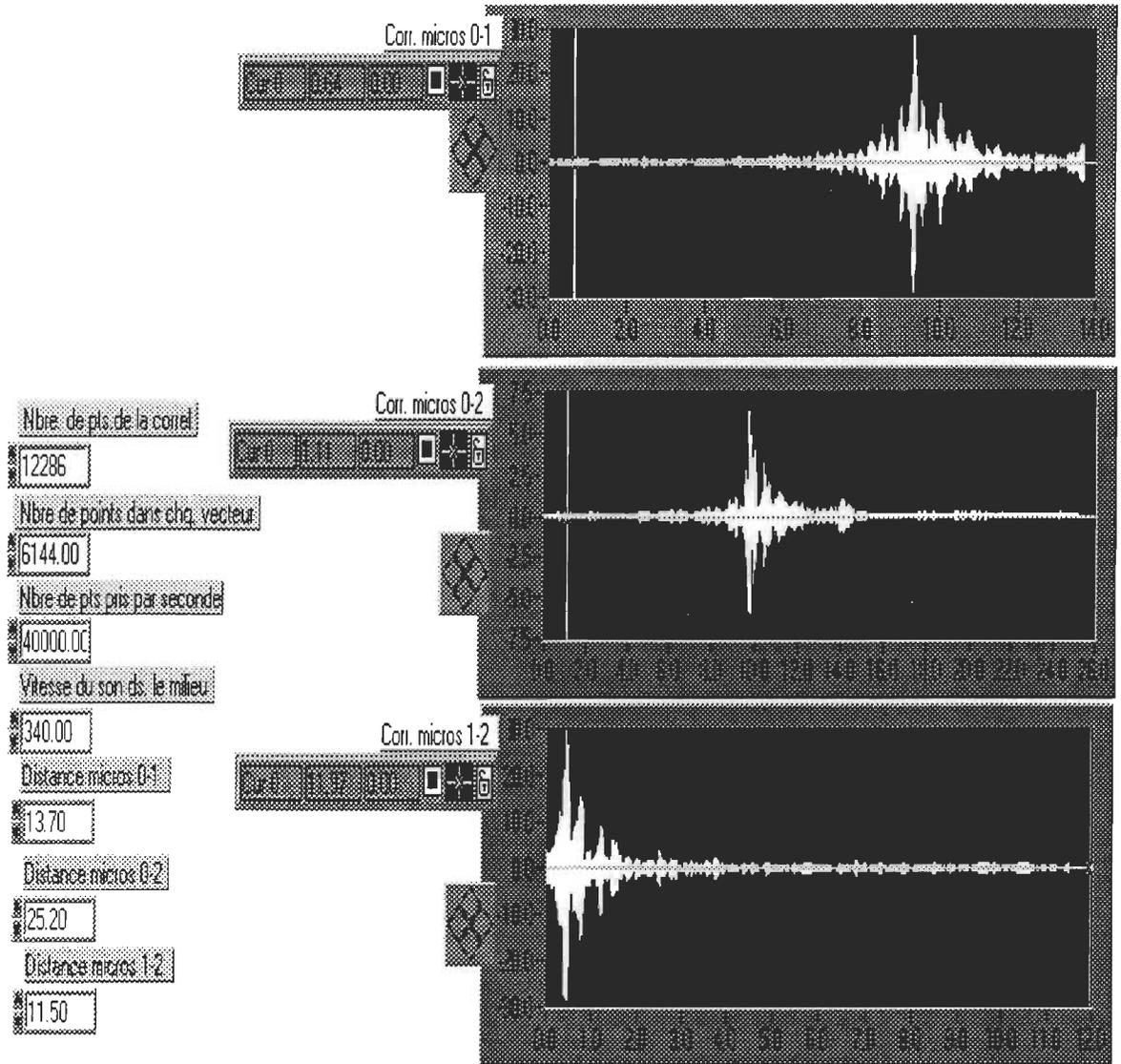
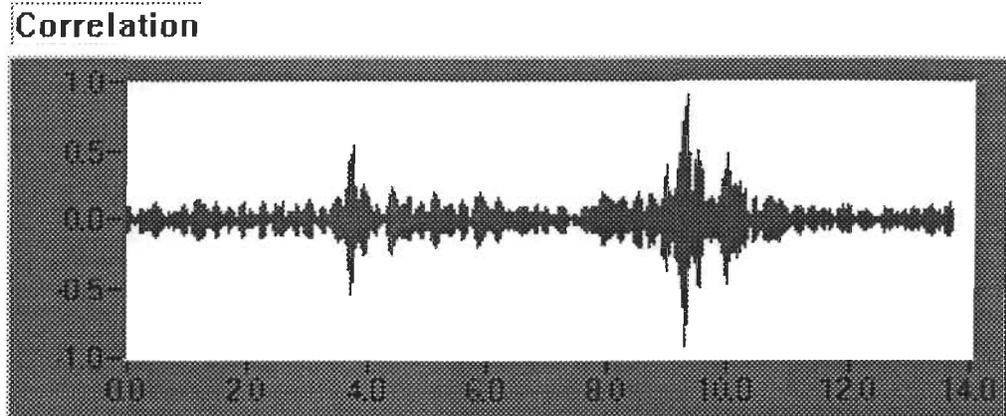
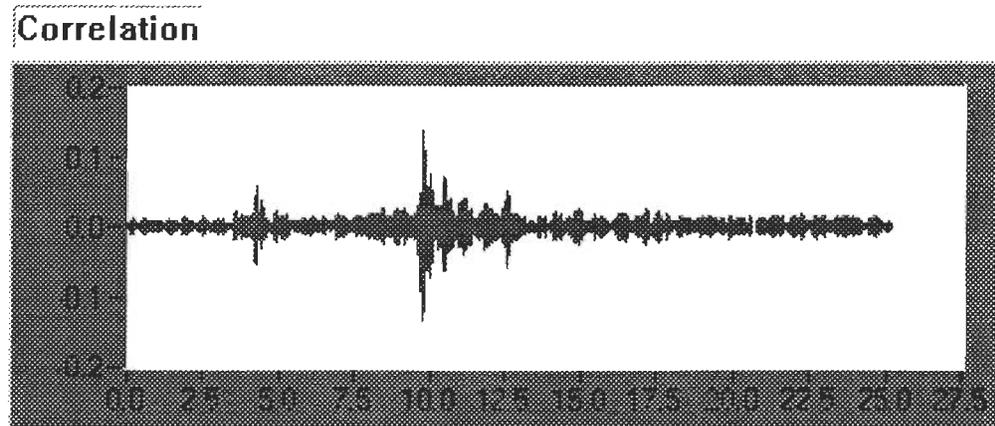


Figure 29. Petite fuite de 1,06 mm de diamètre.



(a)



(b)

Figure 30. Localisation de deux fuites en même temps,

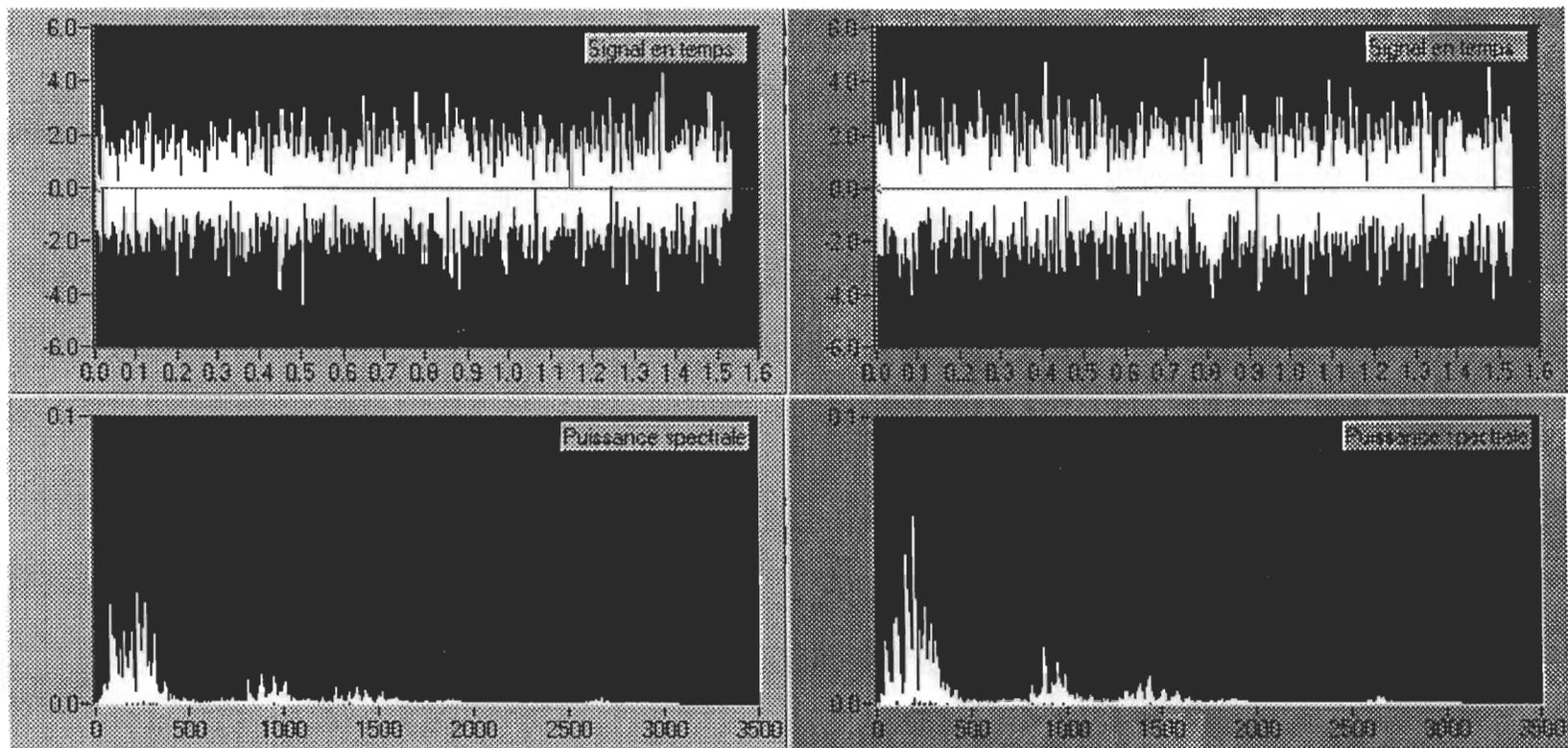
(a) micro. 0-1, (b) micro. 0-2.

Dans le cas particulier de présence de plusieurs fuites, il est possible d'opérer par une localisation successive. Une fuite n'apparaît que lorsqu'on a bouché celle qui a une section plus grande qu'elle. Il n'est pas possible de distinguer la présence de deux fuites ou plus à la fois, si une petite distance les sépare. Nous pensons bien, qu'avec une conduite assez longue cette localisation serait possible. Finalement, la figure 31 nous montre comment à partir de l'étude de la densité de puissance spectrale de la conduite, on peut en arriver à détecter l'existence d'une ou plusieurs fuites existant, relativement au cas, où il y a uniquement l'écoulement du fluide. Le niveau du bruit, indiqué par l'allure du spectre obtenu dans les deux figures (a) et (b), nous montre cette différence.

5.2 Expériences au terrain sur la conduite modèle au CTGN

Afin de nous permettre de vérifier le comportement de notre système de localisation des fuites dans des conditions qui se rapprochent le plus possible des conditions que l'on rencontrera sur le terrain, une conduite modèle de plus de 50 mètres a été installée dans le stationnement du CTGN (Centre des Technologies du Gaz Naturel) à Boucherville. Une conduite a été insérée à l'intérieur d'un tuyau d'acier de 10 centimètres de diamètre. Une ouverture (i.e. la fuite) a été pratiquée dans la partie de la conduite qui est insérée. Finalement, quatre colonnes montantes faites avec du tuyau d'acier de 5 cm de diamètre ont été installées en divers points de la conduite. Nos microphones pouvaient facilement être montés à l'extrémité de ces colonnes. L'on peut se référer à la figure 32 pour avoir tous les détails de la conduite modèle du CTGN.

Nos premières visites au CTGN furent infructueuses et nous ont occasionné quelques problèmes d'adaptation lors de la prise de mesures sur le terrain puisque les caractéristiques étaient passablement différentes de celles sur lesquelles nous avons travaillé dans le laboratoire. Par contre, nous avons remarqué que la conduite du CTGN était alimentée au travers d'un régulateur de pression qui causait beaucoup de bruit et masquait ainsi tout signal pouvant provenir de la fuite. Afin d'éliminer le bruit causé par le détendeur, nous avons



(a)

(b)

Figure 31. Densité de puissance spectrale enregistrée par un microphone:

(a) sans la fuite, (b) avec la fuite.

décidé de prendre nos mesures lorsque la valve d'alimentation de la conduite était fermée. Dans ces circonstances, la conduite demeurait pressurisée au moins trois minutes. Cet état de fait nous a obligé à modifier quelque peu notre programmation et à apporter un changement à notre façon de recueillir et d'analyser les données.

Dans l'approche que nous avons originellement développée, les signaux étaient analysés au fur et à mesure qu'ils étaient reçus, c'est à dire que la corrélation était faite immédiatement après la réception d'une série de signaux provenant des microphones. Cela signifiait, par exemple, que le cas d'une moyenne sur 64 corrélations, les signaux servant au calcul de la dernière corrélation moyennée étaient recueillis environ quinze minutes après le début des mesures (chaque corrélation individuelle prend 15 secondes). Dans notre nouvelle approche, nous avons séparé la prise des données et l'analyse. Dans un premier temps, nous recueillons 64 séries de signaux provenant de chacun des microphones et les enregistrons sur disque dur de l'ordinateur. Cette opération ne prend pas plus de 90 secondes et peut donc, être effectuée complètement lorsque l'alimentation de la conduite est coupée. Dans une deuxième étape, les données sont lues sur le disque et les corrélations calculées. Cette nouvelle façon de procéder nous a permis d'obtenir des résultats concluants lors de nos dernières visites au CTGN.

La figure 33 illustre les résultats acquis lorsque les microphones sont installés dans les deux colonnes montantes qui sont le plus près de la fuite (ces colonnes sont notées par B et C sur la figure 32). Tenant compte de la longueur des branchements (3,10 mètres) au bout desquels sont montés les micros, la distance entre ceux-ci est estimée à environ 26,20m.

La figure 33 (a) montre distinctivement un pic de la corrélation situé à environ 8,10 m du micro installé au bout de la colonne B. Cela correspond très bien avec la position connue de la fuite: i.e. à cinq mètres du point de branchement de la colonne montante avec la conduite principale.

Afin d'obtenir les résultats illustrés par la figure 33 (b), le micro installé au bout de la colonne C a été déplacé de 5 mètres jusqu'à la colonne D. Cette fois, l'on peut observer

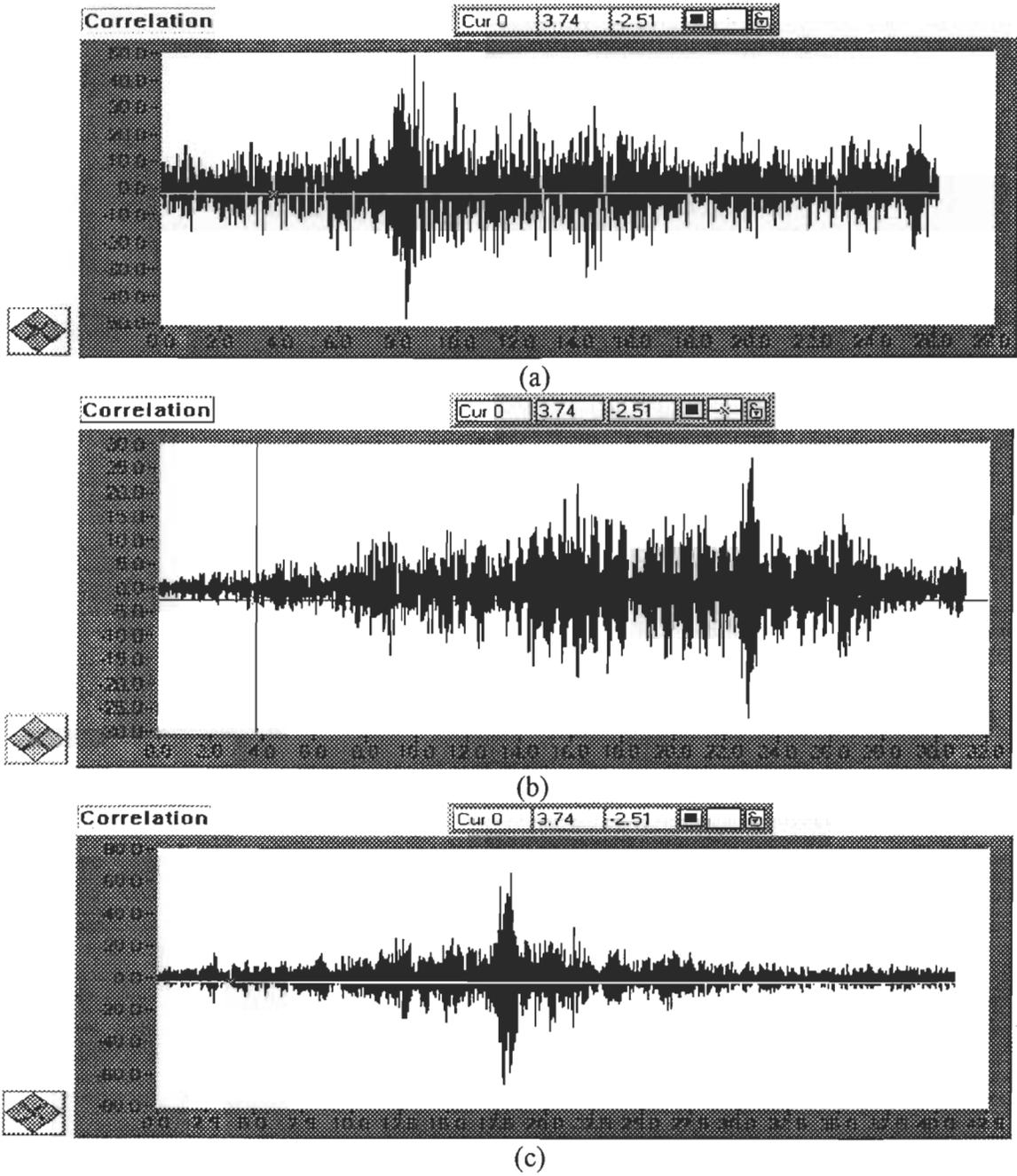


Figure 33. Fuite détectée sur le terrain. Les distances entre les deux micros sont pour : (a) 26,16 m, (b) 31,16 m, (c) 40,86 m. Moy.:64 fois.

clairement un pic de la corrélation localisé à 23 mètres du micro de la colonne D. Finalement, la figure 33 (c). correspond aux résultats obtenus lorsque les micros étaient installés au bout des colonnes A et C. Tenant compte de la longueur de la colonne montante, l'on s'attend à ce que la fuite soit localisée à environ 18 mètres du micro de la colonne C. Cela correspond exactement à ce que nous observons. Malheureusement le programme des trois micros n'était pas au point lors de nos dernières mesures au CTGN et c'est pour cette raison qu'il n'y a pas de figures correspondantes.

5.3 Incertitudes des mesures

Avant de calculer l'erreur sur l'estimation de la position d'une fuite, il faut noter que le colmatage des fuites sur le terrain par les ouvriers, se fait généralement avec les pelleuses. Ils seront donc, obligés de déterrer au moins deux ou trois mètres autour de la position potentielle de la fuite dans la conduite. Ceci permet une erreur de localisation qui dépasse certainement le mètre.

Des équations 3.13 donnant les distances qui séparent les microphones de la fuite, on voit bien que les incertitudes de la localisation dépendent à la fois, de l'incertitude sur la vitesse de la propagation du son dans le fluide utilisé, de l'incertitude sur la corrélation qui est le résultat d'un produit des longueurs temporelles des signaux enregistrés et de l'incertitude de notre mesure directe des distances qui séparent les différents microphones.

$$\delta(dA) = \frac{1}{2} [c \delta\tau_0 + \tau_0 \delta c + \delta D] \quad (5.1)$$

Pour la détermination de la valeur de propagation du son pour l'air, dans les conditions normales de pression et de température, la valeur oscille entre 340 et 343 m/s. Nous n'avons pas tenu compte des variations de la vitesse du son en fonction de la température. La valeur de l'incertitude est fixée à 3 m/s.

Pour l'incertitude sur la corrélation, elle est estimée à une erreur sur 50 points corrélés; sachant qu'on échantillonne à 40 000 points par seconde et qu'on a 12286 points corrélés, $\delta\tau_0 = 125 \times 10^{-5} \text{ s}$.

Finalement, en ce qui concerne l'incertitude de la distance entre les microphones, elle est estimée à une erreur de 0,20 m. Le calcul numérique de 5.1 pour la corrélation entre les microphones 0 et 2, dans la figure 22 par exemple (car il nous faut la valeur de τ_0), donne

$$\delta(dA) = \frac{1}{2}[0,42 + 0,15 + 0,20] = 0,38 \text{ m}, \quad (5.2)$$

donc, c'est une erreur qui ne dépasse pas le mètre. Le pic de la corrélation entre les deux microphones 1 et 2 dans la figure 29 par exemple, indique à peu près la valeur calculée, car il se trouve à 0,40 m, au lieu d'être à 0 mètre.

CONCLUSION

L'objectif de la maîtrise est largement atteint, les résultats de nos expériences, tant au laboratoire que sur le terrain, démontrent que notre méthode de localisation acoustique fonctionne. Cependant, cette méthode a des points faibles qui peuvent être contournés, évités ou même supprimés. Ces points sont doubles: difficulté de localisation de plusieurs fuites en même temps dans la tranche de conduite où l'on fait la manipulation et un temps d'exécution trop long, en raison de notre programme développé.

Pour le premier point, nous avons vu qu'on était dans l'impossibilité de déterminer deux fuites ou plus en même temps, dans une seule corrélation. Il est fort possible que la localisation de plusieurs fuites soit réalisable en particulier si les fuites en question sont assez éloignées les unes des autres. Afin de le vérifier, il serait très souhaitable de procéder à des mesures dans le cas où une grande distance sépare les deux fuites; pour cela, il nous faudra disposer d'une conduite de cent mètres ou plus. Si le problème persiste, nous proposons dans ce cas, d'opérer en série, une fuite après l'autre; c'est-à-dire commencer à colmater la fuite localisée par la méthode et relancer ensuite le programme pour voir si une autre existe.

Pour le deuxième point, il faut remarquer qu'afin d'en arriver à des résultats probants, le traitement numérique qu'on fait subir aux signaux reçus par les microphones est intensif. L'utilisation du filtrage digital, de l'accumulation de plusieurs moyennes ou de la méthode à trois microphones sont basées sur des opérations numériques complexes qui, malheureusement, prennent du temps. Ainsi, la méthode à trois microphones requiert quarante cinq minutes si l'on veut effectuer une moyenne sur 64 corrélations. Ce laps de temps est sans doute, trop long si l'on considère l'éventualité de devoir effectuer plusieurs mesures, en déplaçant les microphones, avant de pouvoir localiser la fuite.

L'amélioration de la vitesse d'analyse des données est parfaitement réalisable; deux façons différentes existent pour atteindre cet objectif.

La première, est une méthode de détection potentiellement plus rapide. Par détection, nous voulons dire que nous déterminons si, oui ou non, une fuite existe sur un segment donné de la conduite. Cela permet, par la suite, de concentrer les efforts de localisation sur la longueur relativement petite de la conduite où l'on suspecte la fuite. Brodetsky et Savic [9] ont proposé une méthode par laquelle une fuite peut être détectée par la signature qu'elle laisse dans le spectre de puissance recueilli par un microphone. Donc, il est intéressant de voir si cette méthode peut être mise en place en jonction avec notre méthode de localisation et si son utilisation va permettre de réduire, effectivement, le temps total nécessaire à la localisation définitive d'une fuite.

La deuxième façon et la plus évidente pour améliorer la vitesse de notre méthode est certainement d'augmenter la rapidité de l'ordinateur en charge de faire le traitement des données. La disponibilité sur le marché de stations de travail puissantes rend cette approche vraiment pratique. Pour cette raison, nous recommandons le remplacement de l'ordinateur personnel équipé d'un processeur 486 que nous utilisons jusqu'à maintenant par une station de travail SUN Sparc 5. Cette station de travail nous permettra de faire la moyenne sur un très grand nombre de corrélations, ce qui aidera à améliorer le rayon de localisation et la précision de la localisation des fuites. De plus, nous aurons suffisamment de puissance de calcul disponible pour incorporer, si nécessaire, des méthodes de traitement de signaux encore plus avancées que celles que nous utilisons maintenant.

Notre méthode de localisation des fuites est rendue à un point de son développement où l'on peut localiser une fuite grâce à des microphones placés à plus de quarante mètres l'un de l'autre. Nous imaginons facilement le système de localisation installé dans une camionnette transportant l'équipement là où le besoin s'impose.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Watanabe, K., Koyama, H., Tanoguchi, H., Ohma, T. & Himmelblau, D. M. Location of Pinholes in a Pipeline. **Computers Chem. Engineering**, 1993, Vol. 17, No. 1, pp. 61-70.
- [2] Savic, M. *Acoustic Gas Leak Monitoring*. Rensselaer Polytechnic Institute. Publication présenté à International Gas Research Conference, 1995, pp. 304-313.
- [3] Watanabe, K. & Himmelblau, D. M. Detection and Location of a leak in a Gas-Transport Pipeline by a New Acoustic Method. **AICHE J.**, 1986, Vol. 32, pp. 1960.
- [4] Watanabe, K. & Koyama, H. Location and Estimation of a Pipeline Leak. **Electrical Engineering in Japan**, 1990, Vol. 110, No. 7.
- [5] Rayleigh, L. *Theory of Sound*. Macmillan and Compagny Ltd., 1929, 348-350 pp.
- [6] Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B. & Sanders, J. V. *Fundamentals of Acoustics*. Jhon Wiley and Sons, Inc., Third Edition, New York, 1982, 474 pp.
- [7] Comolet, R. *Mécanique Expérimentale des Fluides*, Tome 2. Quatrième édition. Masson, Paris, 1994, 455 pp.
- [8] Goyette, J. & Bose, K. T. *Validation des méthodes d'évaluation des pertes de gaz lors de bris ou de perforation d'une conduite dans le réseau*. Rapport final présenté à Gaz Métropolitain Inc., Mai 1990.
- [9] Brodetsky, I., Savic, M. *Leak Monitoring System for Gas Pipelines*. Papier présenté à IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Minneapolis, 27-30 avril 1993.
- [10] Bellanger, M. *Traitement Numérique du Signal*. Quatrième édition. Masson, Paris, 1990, 458 pp.

- [11] Bracewell, R. N. *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw Hill, 1986 (1965).
- [12] Bruneau, M. *Introduction aux Théories de l'Acoustique*. Publications de l'Université du Maine, Le Mans, 1983, 612 pp.
- [13] Dowling, A. P. & Williams, J. E. F. *Sound and Sources of Sound*. Ellis Horwood Limited, Chichester, 1983, 318 pp.
- [14] Everest, F. A. *The Master Handbook of Acoustics*. Third Edition. TAB Books, Division of Mc Graw-Hill, Inc., 1994, 452 pp.
- [15] Goyette, J., Bose, K. T. *Localisation des fuites sur des conduites de plastiques insérées dans des tuyaux de fonte*. 2^{ème} Rapport d'étape présenté à Gaz Métropolitain Inc., Novembre 1994.
- [16] Goyette, J., Bose, K. T. *Localisation des fuites sur des conduites de plastiques insérées dans des tuyaux de fonte*. 3^{ème} Rapport d'étape présenté à Gaz Métropolitain Inc., Mars 1996.
- [17] Goyette, J., Gougeon, P., Bouaricha, S. *Detection of a small leak in polyethylene gas-pipelines inside a metal tube*. Communication présentée au Congrès de l'American Gas Association, Montreal, Mai 1996.
- [18] Huebler, J. E., Campbell, B. K. & Ching, G. K. *Acoustic Technique for Tracing Plastic Pipe*. Institute of Gas Technology. Papier présenté à the International Gas Research Conference, Orlando, Florida, Novembre 16-19, 1992.
- [19] Huebler, J. E., Saha, N. C. & Craig, J. M. *Identification of Leaks Internal Acoustic Technique*. Gas Research Institute, 1982, 85 pp. (Résumé)
- [20] Kleppe, J. A. *Engineering Applications of Acoustics*. Artech House, MA., 1989, 377 pp.
- [21] Morse, P. M. *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1986, 913 pp.

[22] Pierce, A. D. *Acoustics An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, New York, 1981, 619 pp.

[23] Temkin, S. *Elements of Acoustics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1981, 507 pp.

ANNEXE A

Établissement des équations de propagation des ondes

A.1. Équation d'état.

L'état d'équilibre d'un corps pur à l'état fluide est caractérisé par une relation de la forme

$$f(P, V, T) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Cet état dépend donc de deux variables indépendantes. La quantité de chaleur massique reçue par un élément du fluide peut donc être exprimée en fonction des variables P et

$$V = \frac{1}{\rho},$$

$$dQ = \lambda dP + \mu dV = \lambda dP - \frac{\mu}{\rho^2} d\rho. \quad (\text{A.2})$$

Pour un fluide qui évolue de façon adiabatique ($dQ = 0$) et en posant $\frac{\mu}{\lambda \rho^2} = c^2$, l'équation précédente s'écrit :

$$dP)_s = c^2 d\rho)_s \Rightarrow p = c^2 \rho'. \quad (\text{A.3})$$

À noter, que la pression P est la somme de la pression statique p_0 (pression au repos) et de la pression acoustique p, fonction de la position et du temps. De même pour la densité volumique, on pose $\rho = \rho_0 + \rho'$. On définit la condensation

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad (\text{A.4})$$

et l'équation (A.3) devient :

$$p = \rho_0 c^2 s. \quad (\text{A.5})$$

A.2. Équation d'Euler.

Nous supposons qu'à un instant t une particule donnée occupe la position \vec{r} . On exprimera les quantités acoustiques (p, ρ, \vec{v}) en fonction de \vec{r} et t . La force totale s'exerçant sur un volume de fluide entourant \vec{r} est donnée par l'intégrale

$$\vec{f} = - \iint_{\Sigma} p \, d\vec{\Sigma}, \quad (\text{A.6})$$

prise sur la surface délimitant le volume.

Si on transforme cette intégrale de surface en une intégrale de volume, on obtient :

$$\vec{f} = - \iint_{\Sigma} p \, d\vec{\Sigma} = - \iiint_D \vec{\nabla} p \, dV. \quad (\text{A.7})$$

Cette égalité montre que chaque élément de volume dV du fluide est soumis à la force $-\vec{\nabla} p \, dV$, exercée par le fluide environnant.

Le fluide peut être soumis en divers points du volume D à une force extérieure \vec{F} , nous l'exprimons par unité de masse. Ainsi, l'équation fondamentale de la dynamique nous donne les deux équations équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} \iiint_D \left(\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\nabla} p \right) dV &= \iiint_D \rho \vec{F} \, dV. \\ \rho \frac{d\vec{v}}{dt} &= -\vec{\nabla} p + \rho \vec{F}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Cette dernière équation est appelée l'équation d'Euler. La dérivée totale $\frac{d\vec{v}}{dt}$ peut s'écrire en fonction des dérivées partielles comme suit :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}. \quad (\text{A.9})$$

En suivant l'hypothèse de l'acoustique linéaire, selon laquelle les perturbations acoustiques sont suffisamment petites pour ne retenir que les termes du premier ordre en v , nous écrivons :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \cong \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}. \quad (\text{A.10})$$

Nous négligeons aussi $\rho \vec{F}$ et nous réécrivons l'équation d'Euler sous la forme

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \rho_0 \vec{F}. \quad (\text{A.11})$$

A.3. Équation de conservation de la masse.

Considérons un volume V_0 , supposé fixe dans l'espace qui fait partie du domaine D du fluide. Le milieu peut contenir des sources de débit q , qui apportent du fluide de l'extérieur. Ainsi la masse introduite par ces sources dans le volume V_0 s'écrit :

$$\iiint_{V_0} \rho q \, dV. \quad (\text{A.12})$$

L'élément de surface $d\Sigma$ de la surface $d\Sigma_0$ entourant V_0 , est traversé par unité de temps par la quantité de surface $\rho \vec{v} \cdot d\Sigma$, c'est une quantité de fluide sortante, elle s'écrit :

$$\iint_{\Sigma_0} \rho \vec{v} \cdot d\vec{\Sigma} = \iiint_{V_0} \text{div}(\rho \vec{v}) \, dV. \quad (\text{A.13})$$

La différence entre les deux équations précédentes représente l'augmentation de la masse du fluide dans V_0 par unité du temps, d'où l'on peut écrire l'équation de conservation de la masse

$$\iiint_{V_0} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) - \rho q \right] dV = 0. \quad (\text{A.14})$$

Le domaine V_0 étant arbitraire et les intégrands étant supposés continus, nous en déduisons la loi locale

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = \rho q. \quad (\text{A.15})$$

Nous récrivons cette dernière équation en négligeant les termes $\rho' \text{div} \vec{v}$ et $\rho' q$; ρ_0 est indépendant du temps,

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v} = \rho_0 q. \quad (\text{A.16})$$

En absence de sources de débit extérieures, le terme contenant q disparaît dans l'équation ci-dessus.

A.4. Célérité du son

L'expression thermodynamique de la célérité du son est

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{\text{adiabat.}}}, \quad (\text{A.17})$$

la dérivée partielle étant évaluée aux conditions d'équilibre en pression et en densité.

Si le son se propage dans un gaz parfait, l'utilisation de l'équation d'état adiabatique pour

les gaz parfait $\left(\frac{p}{p_0}\right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$ donne

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}. \quad (\text{A.18})$$

Pour l'air, à $p_0=1 \text{ atm.} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pascal}$ à 0° C , $c=331,6 \text{ [m/s]}$.

De l'équation d'état pour les gaz parfaits $p = \rho r T$, on obtient une relation liant la vitesse du son à la température

$$c = \sqrt{\gamma r T}, \quad (\text{A.19})$$

r est la constante des gaz parfaits et T est la température absolue.

ANNEXE B

Fonctions de Bessel

Les solutions de l'équation différentielle suivante

$$\left[x^2 \frac{d^2}{dx^2} + x \frac{d}{dx} + (x^2 - n^2) \right] f(x) = 0, \quad (\text{B.1})$$

sont : (1) les fonctions de Bessel de première espèce $J_n(x)$ pour toutes les valeurs de x , (2) les fonctions de Bessel de seconde espèce ou fonctions de Neuman $Y_n(x)$ et (3) les fonctions de Bessel de troisième espèce $H_n^{(1)}(x)$ et $H_n^{(2)}(x)$ pour tout x supérieur à zéro.

Les relations entre ces solutions sont :

$$H_n^{(1)} = J_n + iY_n \quad (\text{B.2})$$

$$H_n^{(2)} = J_n - iY_n \quad (\text{B.3})$$

$$J_{-n} = (-1)^n J_n \quad (\text{B.4})$$

$$Y_{-n} = (-1)^n Y_n \quad (\text{B.5})$$

$$J_{-n+1} Y_n - J_{-n} Y_{n+1} = \frac{2}{\pi x}. \quad (\text{B.6})$$

Les expansions en séries pour J_0 et J_1 sont :

$$\begin{aligned} J_0 &= 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{x^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \dots \\ J_1 &= \frac{x}{2} - \frac{2x^3}{2 \cdot 4^2} + \frac{3x^5}{2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} - \dots \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

On peut faire les approximations suivantes pour les petits arguments, $x < 1$

$$\begin{aligned}
 J_0 &\rightarrow 1 - \frac{x^2}{4} \\
 J_1 &\rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x^3}{16} \\
 Y_0 &\rightarrow \frac{2}{\pi} \text{Ln}(x) \\
 Y_1 &\rightarrow -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x}
 \end{aligned}
 \tag{B.8}$$

et pour les grands arguments, $x > 2\pi$

$$\begin{aligned}
 J_n &\rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \\
 Y_n &\rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \\
 H_n^{(1)} &\rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp\left[i\left(x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \\
 H_n^{(2)} &\rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp\left[-i\left(x - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right]
 \end{aligned}
 \tag{B.9}$$

ANNEXE C

Établissement des conditions sous-lesquelles un écoulement est laminaire ou turbulent

C.1. Équations d'écoulement d'un fluide visqueux : équations de Navier-Stokes

On va voir l'influence des processus de dissipation de l'énergie qui accompagnent un écoulement d'un fluide sur le mouvement de ce dernier. Pour établir les équations décrivant l'écoulement des fluides visqueux, il faut ajouter plusieurs termes supplémentaires dans l'équation d'écoulement du fluide parfait et nous serons dans l'obligation de réécrire l'équation d'Euler établie en (A.8).

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}p + \rho\vec{F}. \quad (\text{C.1})$$

Nous allons effectuer le calcul en notation tensorielles et utiliser la convention de summation d'Einstein. Nous négligerons les forces extérieures \vec{F} dans tous ce qui suivra

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} v_i, \quad (\text{C.2})$$

l'équation de continuité sans débit extérieur, établie en (A.15) est

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k}, \quad (\text{C.3})$$

et l'équation d'Euler devient

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}. \quad (\text{C.4})$$

En combinant les équations (C.3) et (C.4) et en les remplaçant dans l'équation (C.2) on a

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} = -\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_i} - v_i \frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k} \quad (\text{C.5})$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial(\rho v_i v_k)}{\partial x_k} \quad (C.6)$$

Si nous écrivons le premier terme du dernier membre sous la forme suivante

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \delta_{ik} \frac{\partial p}{\partial x_k}, \quad (C.7)$$

nous obtenons :

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} = -\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k}, \quad (C.8)$$

avec

$$\Pi_{ik} = p\delta_{ik} + \rho v_i v_k. \quad (C.9)$$

Π_{ik} est le flux d'impulsion; il représente le transport d'impulsion lié au déplacement mécanique de différentes portions du fluide, il est lié aussi aux forces de pression se manifestant dans le fluide.

La viscosité (frottement interne) du fluide se manifeste par l'existence d'un transport supplémentaire d'impulsion (des endroits où la vitesse est plus grande vers les endroits où elle est petite), il faut rajouter un terme supplémentaire à Π_{ik} qui devient

$$\Pi_{ik} = p\delta_{ik} + \rho v_i v_k - \sigma'_{ik} \quad (C.10)$$

$$= -\sigma_{ik} + \rho v_i v_k. \quad (C.11)$$

avec

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + \sigma'_{ik}, \quad (C.12)$$

σ'_{ik} est le tenseur des contraintes en fluide visqueux, c'est un tenseur d'ordre deux qui satisfait aux considérations suivantes :

- Le frottement interne dans un fluide n'apparaît que lorsque les différentes portions de celui-ci s'écoulent avec des vitesses différentes et se déplacent donc les unes par rapport aux autres. Donc σ'_{ik} doit dépendre des dérivées de la vitesse par rapport aux coordonnées.
- σ'_{ik} doit s'annuler lorsque le fluide effectue d'un bloc un mouvement de rotation uniforme, car le fluide n'est alors le siège d'aucun frottement interne.

La forme la plus générale de σ'_{ik} qui satisfait ces conditions est la suivante :

$$\sigma'_{ik} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \xi \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_k}. \quad (\text{C.13})$$

On peut établir maintenant l'équation de mouvement d'un fluide visqueux en ajoutant l'expression $\frac{\partial \sigma'_{ik}}{\partial x_k}$ au second membre de l'équation d'Euler, on obtient l'expression explicite

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\xi \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right). \quad (\text{C.14})$$

La variation des coefficients de viscosité en différents points du fluide est négligeable, ce qui permet de dire que ces quantités sont constantes, (C.14) devient sous forme vectorielle

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right] = - \nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \text{div}(\vec{v}), \quad (\text{C.15})$$

c'est l'équation de Navier-Stokes.

Nous allons considérer le mouvement des fluides compressibles et porterons notre attention plutôt sur celui des gaz comme l'exige nos expériences. Avec la compressibilité, se manifestent des phénomènes thermiques importants que nous devons prendre en compte dans nos raisonnements, en plus des équations de continuité et de quantité de mouvement (Navier-Stokes) que nous avons déjà vu auparavant, nous devons tenir compte de l'équation d'énergie. Il faudra naturellement ajouter l'équation d'état du fluide ainsi d'ailleurs que d'autres équations qui définissent les variations des caractéristiques physiques du fluide.

Les équations dont nous disposons sont les suivantes:

une équation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0, \quad (\text{C.16})$$

les trois équations dynamiques:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma'_{ik}}{\partial x_k}, \quad (\text{C.17})$$

une équation d'énergie:

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} + \Phi + \nabla(\lambda \bar{\nabla} T), \quad (\text{C.18})$$

et une équation d'état (gaz parfait):

$$\frac{p}{\rho} = rT, \quad (\text{C.19})$$

avec $\Phi = \sigma_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}$, et où T est la température et λ est la conductibilité.

C.2. Analyse dimensionnelle et nombres sans dimension

On va reprendre les quatres dernières équations caractérisant le mouvement en changeant de variables. On ne va faire apparaître que les seules grandeurs caractéristiques suivantes: une longueur D_0 , une vitesse V_0 non nulle, une température T_0 et une masse volumique ρ_0 , une viscosité η_0 et une conductibilité λ_0 . En prenant ces grandeurs comme références pour définir les variables réduites, on posera:

$$\begin{aligned} x_{i+} &= \frac{x_i}{D_0} & v_{i+} &= \frac{v_i}{V_0} & t_+ &= t \frac{V_0}{D_0} & p_+ &= \frac{p}{\rho_0 V_0^2} \\ \rho_+ &= \frac{\rho}{\rho_0} & T_+ &= \frac{T}{T_0} & \eta_+ &= \frac{\eta}{\eta_0} & \lambda_+ &= \frac{\lambda}{\lambda_0} \end{aligned}, \quad (\text{C.20})$$

Les variables $x_{i+}, v_{i+}, t_+, p_+, \rho_+, T_+, \eta_+, \lambda_+$, sont sans dimension, on les appelle des variables réduites. Le changement de variables dans les équations (C.15) à (C.18) nous conduit donc aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_+}{\partial t_+} + \frac{\partial}{\partial x_{i+}} (\rho_+ v_{i+}) &= 0, \\ \rho_+ \left(\frac{\partial v_{i+}}{\partial t_+} + v_{k+} \frac{\partial v_{i+}}{\partial x_{k+}} \right) &= - \frac{\partial p_+}{\partial x_{i+}} + \frac{\eta_0}{\rho_0 V_0 D_0} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_{k+}}, \\ \rho_+ \frac{dT_+}{dt_+} &= \frac{V_0^2}{C_p T_0} \frac{dp_+}{dt_+} + \frac{\eta_0}{\rho_0 V_0 D_0} \frac{V_0^2}{C_p T_0} \Phi_+ + \frac{\lambda_0}{\eta_0 C_p} \frac{\eta_0}{\rho_0 V_0 D_0} \nabla(\lambda_+ \bar{\nabla} T_+), \\ \frac{p_+}{\rho_+} &= \frac{rT_0}{V_0^2} T_+. \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

On fait ainsi apparaître plusieurs combinaisons sans dimensions indépendantes:

le nombre de Reynolds :

$$\Re = \frac{\rho_0 V_0 D_0}{\eta_0}, \quad (\text{C.22})$$

le nombre de Prandtl

$$\text{Pr}_0 = \frac{\eta_0 C_p}{\lambda_0}, \quad (\text{C.23})$$

les autres nombres sans dimensions peuvent être exprimer en fonction du nombre de Mach

M qui est le rapport de la vitesse du gaz sur la célérité du son, $\frac{C_p T_0}{V_0^2} = \frac{1}{1-\gamma} \frac{c_0^2}{V_0^2} = \frac{1}{1-\gamma} \frac{1}{M_0^2}$

et $\frac{rT_0}{V_0^2} = \frac{1}{\gamma M_0^2}$.

Ainsi les équations du mouvement ne contiennent que les quatre nombres sans dimension \Re , Pr , M , et γ .

À noter qu'un écoulement est dit subsonique si son nombre de Mach est inférieur à un et dans le cas où le nombre de Mach est supérieur à un, l'écoulement est supersonique.

L'écoulement du gaz présente un caractère essentiellement différent selon qu'il est subsonique ou supersonique. Les écoulements supersoniques se caractérisent par la possibilité d'existence dans ces écoulements d'ondes de choc.

Pour les écoulements subsoniques, la perturbation issue d'un point quelconque se propagera dans la totalité du gaz. Par contre dans un écoulement supersonique, la perturbation ne sera pas ressentie par tout l'écoulement.

ANNEXE D

Fonctions utiles dans le traitement du signal

D.1. Fenêtre

La fenêtre est définie par

$$\Pi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } |t| > 1/2 \\ 1 & \text{si } |t| \leq 1/2, \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

c'est l'une des fonctions fondamentales qui permet de symboliser la troncature des signaux.

Sa transformée de Fourier \mathfrak{F} est :

$$\mathfrak{F}\{\Pi(t)\} = \frac{\sin(\pi u)}{\pi u} \equiv \text{sinc}(u). \quad (\text{D.2})$$

La fonction sinc s'appelle 'sinus cardinal'. La transformée de Fourier d'une fenêtre de largeur T , d'amplitude α et centrée en t_0 est :

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}\left\{\alpha \Pi\left(\frac{t-t_0}{T}\right)\right\} &= \alpha \mathfrak{F}\left\{\Pi\left(\frac{t-t_0}{T}\right)\right\} \\ &= \alpha e^{-2i\pi u t_0} \mathfrak{F}\left\{\Pi\left(\frac{t}{T}\right)\right\} \\ &= \alpha T e^{-2i\pi u t_0} \text{sinc}(uT). \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

D.2. Sinus cardinal

Cette fonction comme on l'a vu plus haut est la transformée de Fourier de la fenêtre et intervient dans l'interpolation et le filtrage des signaux. Rappelons que le sinus cardinal défini par

$$\text{sinc}(t) \equiv \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad (\text{D.4})$$

est tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sinc}(0) = 1 \\ \text{sinc}(n) = 0 \quad (n \in \mathbb{Z}^*) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}(t) dt = 1. \end{array} \right. \quad (\text{D.5})$$

La transformée de Fourier du sinus cardinal est la fonction fenêtre,

$$\mathfrak{F}\{\text{sinc}(t)\} = \Pi(u). \quad (\text{D.6})$$

L'importance du sinus cardinal vient de l'allure de sa transformée de Fourier qui est nulle hors de l'intervalle $[-1/2; +1/2]$.

D.3. Peigne (ou shah)

Cette distribution est extrêmement importante pour décrire l'échantillonnage des signaux. Elle est définie comme étant une suite d'impulsions de Dirac se succédant à la cadence $\tau = 1$,

$$\text{III}(t) \equiv \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n). \quad (\text{D.7})$$

Les principales propriétés de cette distribution sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{III}(t + n) = \text{III}(t) \quad (\forall t; n \in \mathbb{Z}), \\ \int_{n-1/2}^{n+1/2} \text{III}(t) dt = 1 \quad (n \in \mathbb{Z}), \\ \text{III}(t) = 0 \quad (t \notin \mathbb{Z}), \\ \text{III}\left(\frac{t}{\tau}\right) = |\tau| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n\tau). \end{array} \right. \quad (\text{D.8})$$

Le peigne est sa propre transformée de Fourier,

$$\mathfrak{F}\{\text{III}(t)\} = \text{III}(u). \quad (\text{D.9})$$

ANNEXE E

Bruits dans les microphones

Le bruit dans les microphones prend naissance dans les détecteurs et les amplificateurs, c'est du bruit périodique (ou cohérent) tel que celui capté au réseau électrique par les inductances parasites. Le signal est supposé occuper une bande spectrale très étroite autour de la fréquence zéro, c'est donc un signal de très basse fréquence. On peut associer le bruit dans les microphones à deux origines principales :

(a) origine électrique, le bruit d'agitation thermique des électrons dans une résistance R se traduit par l'apparition d'une tension électrique u_B dont l'énergie est constante pratiquement dans tout le spectre. La valeur efficace de cette tension a pour expression :

$$u_{BE} = (4k_B \cdot T \cdot R \cdot \Delta f)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{E.1})$$

dans toute la bande de fréquence concernée (de largeur Δf); k_B est la constante de Boltzmann, R est la résistance électrique en ohms; T est la température absolue de la résistance. La densité spectrale du bruit en Volt / (Hz)^{1/2} est $(4k_B \cdot T \cdot R)^{\frac{1}{2}}$.

(b) origine acoustique, on définit de la même façon le bruit d'agitation thermique des molécules dans les résistances acoustiques. Ce bruit se traduit par une pression aléatoire qui agit sur le diaphragme et se trouve donc détecté au même titre que le signal de pression acoustique utile. La valeur efficace de cette pression est : $p_{BA} = (4k_B \cdot T \cdot R_a \cdot \Delta f)^{\frac{1}{2}}$ dans l'intervalle de fréquence Δf où R_a est constant, R_a étant la résistance acoustique d'amortissement de la membrane.

Si l'on définit la réponse M d'un transducteur, comme étant le quotient complexe d'une grandeur déterminée à sa sortie sur une autre grandeur déterminée, mesurée à l'entrée, dans les conditions de fonctionnement données de ce transducteur et si l'on définit $|M|$ l'efficacité

d'un transducteur, comme le module de sa réponse, M_p sera l'efficacité relative du transducteur qui est le rapport de l'efficacité du transducteur dans des conditions particulières, sur l'efficacité dans des conditions de référence qui doivent être spécifiées. La tension efficace de bruit induit par p_{BA} est alors :

$$u_{BA} = M_p \cdot p_{BA} \quad (E.2)$$

La tension quadratique de bruit résultant dans le microphone est la somme de toutes les tensions quadratiques d'origine électrique et acoustique,

$$u_{BT}^2 = u_{BE}^2 + u_{BA}^2 \quad (E.3)$$

Les principales sources de bruit acoustique sont le bruit dû à la présence d'amortissement de la membrane, et le bruit dû à la présence du capillaire d'égalisation des pressions. Il est à remarquer que pour éviter que le microphone de pression ne se polarise (ou dépolarise) sous l'action des dilatations de l'air situé derrière la membrane, un équilibre des pressions statiques entre la cavité arrière et l'extérieur est maintenu.