

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

PAR
NADINE HASSANALY

MODÈLE DYNAMIQUE DU SYSTÈME D'ALIMENTATION D'AIR POUR
LE CONTRÔLE D'UNE PILE À COMBUSTIBLE H₂/AIR DE TYPE PEM

DÉCEMBRE 2009

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

Résumé

Le développement des systèmes de PAC¹ pour les applications résidentielles et d'automobiles a pris une grande ampleur ces dernières années. Le fonctionnement correct de la pile nécessite le contrôle des éléments auxiliaires principaux tels que les systèmes d'alimentation d'air et d'hydrogène, le système de refroidissement, le système d'humidification, etc. Un contrôle efficace basé sur des modèles d'état adéquats permettra d'optimiser les performances du système telles que la puissance nette, l'efficacité de la conversion hydrogène – puissance de sortie et la durée de vie du système.

Le présent travail consiste à développer un modèle d'état du système destiné à la commande d'une pile à combustible à membrane échangeuse de proton (PEMFC²). Dans ce modèle, nous avons analysé en détail la dynamique de l'alimentation d'air. Le modèle d'état est décrit par les variables suivantes : la pression du collecteur d'entrée, la pression du collecteur de sortie, le débit d'air du compresseur, la tension du compresseur, la tension de commande de la valve de sortie d'air, le courant et la tension de la pile. L'effet de la pression d'oxygène sur le comportement du système (voltage de la pile) est analysé. La validation par simulation est faite et comparée avec les mesures expérimentales provenant d'une PAC de 600W.

¹ PAC : Pile à combustible

² PEMFC : Proton Exchange Membrane Fuel Cell

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier les organismes qui ont supporté financièrement mon projet : le LTE³-Hydro-Québec, le CRSNG-RNC⁴ et particulièrement l'IRH⁵ qui m'a accueillie pour l'élaboration et la conduite de ce projet.

Je remercie tout particulièrement mon directeur de recherche M. Kodjo Agbossou qui a accepté de diriger mes travaux.

J'adresse mes remerciements à M. Yves Dubé d'avoir accepté d'être mon co-directeur, pour son encadrement complet et son assistance. Je le remercie pour sa disponibilité et je lui suis très reconnaissante.

J'adresse également mes remerciements à M. Pélopie Adzakpa qui m'a toujours offert son soutien et son aide inconditionnelle dans le déroulement de mon travail. Un grand merci à M. Demian Pimentel qui m'a aidée précieusement au niveau technique et qui a permis la validation expérimentale de mes travaux.

Un grand merci à mes amis et collègues de travail que j'ai eu la chance de côtoyer durant mon séjour à l'IRH.

Je remercie tous mes professeurs du département de Génie électrique et Génie informatique avec qui j'ai eu le plaisir de travailler durant mes cours à la maîtrise.

³ LTE : Laboratoire des Technologies de l'Énergie

⁴ CRSNG-RNC : Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie - Ressources Naturelles du Canada

⁵ IRH : Institut de Recherche sur l'Hydrogène

Mes remerciements les plus sincères à toute ma famille, en particulier ma mère, ma sœur et mes frères, qui m'ont toujours soutenue moralement tout au long de mes études.

Enfin, je désire remercier chaleureusement toutes les autres personnes qui m'ont aidée et soutenue de près ou de loin dans la réalisation de ma maîtrise en génie électrique.

Table des matières

Résumé.....	ii
Remerciements.....	iii
Table des matières.....	v
Liste des tableaux.....	x
Liste des figures	xi
Liste des symboles	xii
Chapitre 1 - Introduction	1
1.1 Problématique.....	2
1.1.1 Contexte du contrôle	2
1.1.2 Contexte de la modélisation.....	3
1.2 Description du projet et objectifs de recherche	4
1.3 Structure du mémoire	4
Chapitre 2 - État de l’art.....	6
2.1 État de l’art sur la modélisation.....	6
2.1.1 Modélisation physique ou mécanistique (modèle de connaissance).....	7

2.1.2	Modélisation du comportement statique et dynamique (modèle de représentation).....	8
2.1.3	Modélisation semi-physique ou semi-empirique « boîte grise »	10
2.2	État de l'art sur le contrôle	10
Chapitre 3 - Revue des paramètres de fonctionnement de la pile à combustible.....		15
3.1	Pile à combustible à membrane échangeuse de protons (PEMFC).....	16
3.1.1	Principe de fonctionnement	16
3.1.2	Courbe de polarisation	18
3.2	Système de pile à combustible	19
3.3	Variables d'opération de la pile.....	21
3.4	Modèle de la tension totale de la pile à combustible de type PEM.....	21
3.4.1	Hypothèses du modèle	21
3.4.2	Potentiel de Nernst.....	22
3.4.3	Surtension d'activation	23
3.4.4	Surtension ohmique	23
3.5	Objectif du contrôle d'une pile à combustible H ₂ /air de type PEM.....	24
3.6	Conclusion.....	25
Chapitre 4 - Modélisation du dispositif d'alimentation en air		26
4.1	Introduction	27
4.2	Rendement du compresseur.....	28

4.3	Modèle dynamique du collecteur d'entrée	32
4.3.1	Modèle de la température du compresseur	32
4.3.2	Modèle dynamique du débit massique d'air du compresseur	32
4.4	Modèle dynamique du collecteur de sortie.....	35
4.4.1	Modèle du débit massique d'air à l'entrée et à la sortie de la PAC.....	35
4.4.2	Modèle du débit massique d'air à travers l'électrovanne	36
4.5	Conclusion.....	38
Chapitre 5 - Linéarisation du modèle de la pile à combustible.....		39
5.1	Introduction	39
5.2	Modèle d'état linéaire de la pile à combustible.....	39
5.2.1	Linéarisation par la méthode de petit signal	39
5.2.2	Identification des paramètres du modèle	41
5.3	Discrétisation du modèle continu et identification des valeurs stationnaires.....	44
5.4	Modèle Simulink	46
5.5	Conclusion.....	46
Chapitre 6 - Résultats expérimentaux et validation		47
6.1	Protocole expérimental	47
6.2	Validation du modèle complet du système sans l'électrovanne.....	47

6.2.1	Modélisation des paramètres du système.....	47
6.2.2	Résultats et discussion	49
Chapitre 7 - Conclusions et recommandations.....		51
7.1	Conclusions	51
7.2	Recommandations	52
Bibliographie.....		53
Annexe A: Méthodes de contrôle et d'optimisation du sous-système d'alimentation d'air pour une pile à combustible		57
Annexe B: Tableau de comparaison des différents types de pile à combustible		59
Annexe C: Différents paramètres du système PAC		61
Annexe D: Courbe du rendement du compresseur en fonction du courant		62
Annexe E: Tableau des mesures expérimentales sur la pile EPAC		63
Annexe F: Courbes du débit d'air de la PAC en fonction de la différence de pression d'air à la sortie du compresseur		66
Annexe G: Code du programme Modele_etat_lineaire_Non_Ev.c		67
Annexe H: Diagramme Simulink® du modèle d'état de la PAC.....		78
Annexe I: Module «Modele_etat_nonlineaire» sur Simulink®		79
Annexe J: Module «Modele_etat_lineaire» sur Simulink®		80
Annexe K: Sous modules du «Modele_etat_nonlineaire»		81
Annexe L: Réponse dynamique pour une augmentation du courant de la PAC.....		84

Annexe M: Réponse dynamique pour une diminution du courant de la PAC	85
Annexe N: Commande numérique de la pile à combustible.....	86
Annexe O: Article scientifique publié et présenté à la Conférence Canadienne de Génie électrique et informatique de 2007 « Air supply state model for a proton exchange membrane fuel cell control ».....	94

Liste des tableaux

Tableau 3-1 : Valeurs des paramètres pour la surtension d'activation.....	23
Tableau 4-1 : Valeurs des coefficients du modèle du débit d'air du compresseur	35
Tableau 6-1 : Paramètres généraux de la pile EPAC.....	48

Liste des figures

Figure 3.1 : Pile à combustible de type PEM alimentée en hydrogène et en oxygène	18
Figure 3.2 : Courbe caractéristique de la pile à combustible	19
Figure 3.3 : Schéma bloc du système PAC	20
Figure 4.1 : Schéma du système d'alimentation d'air	27
Figure 6.1 : Réponse dynamique globale	49
Figure N.1 : Schéma bloc de commande à retour d'état	90

Liste des symboles

Symbole	Unités	Description
A_{fc}	cm^2	Aire affective de la pile EPAC
A_J	m^2	Aire effective de l'ouverture de l'électrovanne
C_d	-	Coefficient de décharge de l'électrovanne
c_{O_2}	mol.cm^{-3}	Concentration de l'oxygène à l'interface catalytique de la cathode
E_{Nernst}	V	Potentiel thermodynamique de la réaction électrochimique à l'intérieur de la cellule
E_0^o	V	Potentiel de la réaction de formation de l'eau aux conditions standards (=1,229 V)
E^o	V	Potentiel théorique réversible de la réaction de formation de l'eau
F	C.mol^{-1}	Constante de Faraday (= 96485 C/mol)
I_{cp}	A	Courant du moteur d'entraînement du compresseur
I_{fc}	A	Courant de l'empilement de la PAC
\dot{m}_{cons}	kg.s^{-1}	Débit massique d'oxygène consommé
\dot{m}_{cp}	kg.s^{-1}	Débit massique de l'air à la sortie du compresseur
\dot{m}_{fc}	kg.s^{-1}	Débit massique d'air moyen à l'intérieur de la PAC
$\dot{m}_{fc,in}$	kg.s^{-1}	Débit massique de l'air à l'entrée de la PAC
$\dot{m}_{fc,out}$	kg.s^{-1}	Débit massique de l'air à la sortie de la PAC
\dot{m}_{valve}	kg.s^{-1}	Débit massique de l'air à l'entrée de l'électrovanne

M_{O_2}	kg.mol^{-1}	Masse molaire d'oxygène ($= 32 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$)
n	-	Exposant polytropique
n_e	-	Nombre d'électrons transférés dans la réaction ($= 2$)
n_{cells}	-	Nombre de cellules de la pile EPAC
p_o	atm	Pression de référence standard ($= 1 \text{ atm}$)
p_m	Pa	Pression initiale
p_{am}	Pa	Pression atmosphérique ($= 1,01325 \times 10^5 \text{ Pa}$)
p_{H_2}	atm	Pression partielle effective de l'hydrogène à l'interface réactionnelle
p_{O_2}	atm	Pression partielle effective de l'oxygène à l'interface réactionnelle
p_{RM}	Pa	Pression du collecteur de sortie (à l'entrée de l'électrovanne)
p_{SM}	Pa	Pression du collecteur d'entrée (pression d'air du compresseur)
$P_{elec.cp}$	W	Puissance électrique du compresseur
P_{fluide}	W	Puissance reçue par l'air
R	$\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$	Constante universelle des gaz parfaits ($= 8,31451 \text{ J/mol.K}$)
R_a	$\text{J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	Constante de l'air ($= 286,9 \text{ J/kg.K}$)
R_{ref}	$\Omega.\text{cm}^2$	Résistance de référence ($= 0,269 \Omega/\text{cm}^2$)
R_{ohm}	Ω	Résistance interne totale (électronique, protonique et de contact) de la PAC
t_0	s	Temps initial
t_f	s	Temps final
T_o	K	Température de référence standard ($= 298,15 \text{ K}$)

T_{atm}	K	Température atmosphérique ($25^{\circ}C \approx 298,15K$)
T_{cp}	K	Température du compresseur
T_{fc}	K	Température moyenne de la pile
T_{op}	K	Température d'opération de la pile
T_{ref}	K	Température de référence ($= 343,15 K$)
T_{RM}	K	Température à la sortie de la pile (en amont de l'électrovanne)
U_{cp}	V	Tension d'alimentation du compresseur d'air
U_{fc}	V	Tension totale de la pile
U_{valve}	V	Tension d'alimentation de l'électrovanne
V_{RM}	m^3	Volume du collecteur de sortie
V_{SM}	m^3	Volume du collecteur d'entrée
W	J	Travail
v	$m^3 \cdot kg^{-1}$	Volume massique de l'air
γ	-	Rapport de chaleur spécifique de l'air ($=1,4$)
η_{cp}	%	Rendement du compresseur
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	Masse volumique
ΔS^o	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	Changement d'entropie à la température T_o
ξ_i	-	Coefficients paramétriques pour chaque modèle de cellule ($i = 1, \dots, 4$)

Chapitre 1 - Introduction

L'énergie constitue l'un des principaux défis que l'humanité devra relever dans les décennies à venir et l'efficacité énergétique est devenue une considération primordiale dans presque toutes les étapes de conception, même celle des nouveaux bâtiments [1].

De nos jours, on parle de plus en plus du changement climatique, de la pollution de l'air qui entraîne la dégradation de l'environnement ainsi que la déplétion des ressources d'énergie fossile qui concerne la sécurité d'approvisionnement de l'énergie. Tous ces problèmes nous amènent à chercher des solutions efficaces et durables. Quelques solutions possibles sont entre autres : augmentation de l'efficacité des systèmes de conversion d'énergie existant et optimisation de leur utilisation; stimulation et promotion de l'utilisation des systèmes d'énergie renouvelable comme l'éolienne et les panneaux solaires, le tout relié à une PAC. Tout cela favorise un développement durable et la protection de l'environnement.

La recherche et le développement des systèmes de PAC pour de multiples applications ont pris une grande ampleur ces dernières années. Dans ce cadre, la maîtrise de la réaction électrochimique au niveau de la PAC est bien avancée de nos jours. Par contre, le contrôle dynamique qui permet de faire fonctionner convenablement la pile, n'est pas encore pris en compte efficacement. Or, le fonctionnement correct de la pile nécessite le contrôle des éléments auxiliaires principaux tels que les systèmes d'alimentation d'air et d'hydrogène, le système de refroidissement, le système d'humidification, etc. Un contrôle efficace basé sur des modèles d'état adéquats permettra d'optimiser les performances du système de la PAC

telles que la puissance nette, l'efficacité de la conversion hydrogène - puissance réseau et la pérennité du système.

1.1 Problématique

Actuellement, le développement des PAC s'est principalement concentré sur les matériaux et sur les techniques d'assemblages des empilements. Plusieurs efforts ont été consacrés à l'étude des méthodes de contrôle des piles à membranes échangeuses de protons (PEM⁶). Son incapacité à suivre une variation brusque de la charge électrique aussi rapide qu'on le désire préoccupe le domaine de la recherche.

1.1.1 Contexte du contrôle

Nous noterons ici deux points distincts :

a- Pour satisfaire à une demande de courant de charge, il faut avoir un débit d'air et une pression d'air correspondants.

Pour analyser ces paramètres, nous avons établi un lien entre le débit et la pression d'air, ensuite nous avons réalisé un modèle dynamique de la pression d'air du compresseur en fonction du courant d'empilement. Cela nous a permis de connaître la relation entre le courant et la pression d'air.

b- Pour optimiser la puissance nette de la pile, il faut commander la puissance du compresseur en manipulant deux variables : la tension du compresseur et la tension de l'électrovanne, dans le but d'obtenir le débit et la pression d'air optimum.

⁶ PEM : Proton Exchange Membrane

Pour ce faire, dans un premier temps nous avons réalisé un modèle de la puissance consommée du compresseur en fonction du débit et de la pression d'air. Cette puissance servira au calcul de la puissance nette de la pile.

1.1.2 Contexte de la modélisation

La modélisation de la PAC correspond à une phase très importante des recherches. En effet, elle participe à une meilleure compréhension et représentation des phénomènes mis en jeu au sein de la PAC [2]. A ce jour, il existe un certain nombre de modèles de PEM qui ont chacun leurs propres spécificités et utilités.

Les modèles de PAC développés peuvent offrir un niveau de détail considérable et par conséquent, le problème qui se pose concerne l'identification et la validation de ces modèles.

Les expérimentateurs se sont amenés à mettre en place des moyens expérimentaux complexes pour tester les PAC et ses systèmes dans des conditions de sécurité satisfaisantes (entre autre, il faut prendre en compte les risques liés à l'utilisation de l'hydrogène). Par la suite, l'identification des plages de variation des différents paramètres physiques permettant d'étudier, de caractériser, puis d'optimiser le fonctionnement de la PAC et du système, est généralement effectuée en recourant à un grand nombre d'essais expérimentaux qui nécessitent à la fois du temps, une disponibilité des moyens d'essais et des moyens financiers conséquents pour un laboratoire. Il faut aussi tenir compte du fait que la longueur des essais est liée en partie aux constantes de temps importantes liées aux phénomènes thermiques et à leur contrôle.

1.2 Description du projet et objectifs de recherche

Ces dernières années, les intérêts pour la technologie PAC ne cessent d'augmenter. En particulier, la PAC à acide polymère (ou PEMFC) a atteint son plus haut statut de développement dans la production décentralisée d'électricité, surtout dans le domaine du transport.

Le présent travail consiste à développer un modèle d'état du système destiné à la commande d'une PAC à membranes échangeuses de protons (PEMFC). Dans ce modèle, nous analyserons en détail la dynamique de l'alimentation d'air. Pour établir cette dynamique, nous considérons l'air comme compressible et les éléments du modèle sont les collecteurs d'entrée et de sortie de la pile, la résistance à l'écoulement et les paramètres du compresseur. L'analyse de l'effet de la pression d'oxygène sur le comportement du système (voltage de la pile) est présentée et la validation est faite à partir des mesures expérimentales provenant d'une PAC de 600W. La puissance du compresseur est aussi évaluée dans le but d'optimiser la puissance nette de la pile.

1.3 Structure du mémoire

Le contexte de la recherche, la problématique reliée à celle-ci ainsi que les objectifs de recherche ont été présentés dans les sous-sections précédentes de ce chapitre.

Le chapitre 2 présente l'état de l'art sur la modélisation et le contrôle de la PAC où l'on trouve une vue d'ensemble des travaux de recherche effectués dans le domaine.

Le chapitre 3 traite de la revue des différents paramètres de fonctionnement de la PAC de type PEM. On y trouve également une description générale du principe de fonctionnement de la PAC, de ses systèmes auxiliaires et des conditions à respecter pour le

fonctionnement de l'ensemble. De plus, nous y présenterons en détail le modèle de la tension totale de la PAC.

Le chapitre 4 présente les différentes étapes de la modélisation du système d'alimentation en air où nous présenterons en détail le modèle dynamique des collecteurs d'entrée et de sortie de la PAC.

Le chapitre 5 explique la linéarisation du modèle de la PAC en utilisant la méthode de « *petit signal* » autour d'un point d'opération nominal. Ce chapitre comprend des sous-sections où l'on trouve la méthode d'identification des paramètres du modèle, la discrétisation du modèle continu pour obtenir un modèle discret et enfin la méthode d'identification des valeurs stationnaires à l'aide de « l'algorithme avec identification par moyenne exponentielle ».

Le chapitre 6 aborde le contexte expérimental dans lequel ont été effectués les tests de validation. La modélisation de la PAC a été réalisée à l'aide du logiciel Matlab/Simulink[®] et les paramètres de simulation choisis sont également présentés dans ce chapitre. Il présente enfin les résultats expérimentaux comparés avec ceux obtenus par simulation afin de montrer la validité du modèle.

Enfin, le chapitre 7 regroupe une synthèse des conclusions tirée du présent travail, suivi de quelques recommandations et de nouvelles perspectives de recherche dans le but de faciliter et de bonifier la suite du projet. Un aperçu de la commande optimale numérique, plus particulièrement de la commande LQR ou du régulateur linéaire quadratique, est présenté en Annexe.

Chapitre 2 - État de l'art

Ce chapitre se divise en deux sections dont la première porte sur l'état de la recherche des différentes modélisations de la PAC et la seconde sur l'état de la recherche des méthodes de commande d'une PAC.

2.1 État de l'art sur la modélisation

La construction d'un modèle dépend généralement de l'utilisation à laquelle il est destiné : un modèle peut servir par exemple à concevoir, comprendre, prévoir ou commander. Certains modèles peuvent s'appuyer sur l'expression des lois physiques (modèle de connaissance) ou au contraire sur une retranscription comportementale des données collectées expérimentalement (modèle de représentation), dit « *boîte noire* ». Cependant, fréquemment les modèles développés utilisent des approches intermédiaires pouvant être qualifiées de « *boîtes grises* ».

Des synthèses relatives aux modèles de PAC existants peuvent être trouvées dans [3], [4] et [5]. Ces dernières années, dans le domaine du génie électrique, de nombreuses approches de modélisation ont été mises en œuvre.

Il existe aujourd'hui plusieurs voies pour aboutir à la modélisation des PAC, des systèmes de PAC ou de ses composants. Entre autres, nous pouvons citer :

- La modélisation électrochimique [6], [7] et [8]

- La modélisation énergétique (Bond-graphs [9], [10] et REM⁷ [11])
- La modélisation par éléments finis [12]
- La modélisation thermique des PAC [13], [14] et [15]
- La représentation par des équations d'états [16]
- La modélisation des composants auxiliaires tel que le compresseur [17]
- Les modèles dynamiques multi-physiques des PAC [18], [19]

Toutes ces modélisations nécessitent des moyens d'essais et des travaux expérimentaux importants.

Voyons brièvement les différentes approches pour la modélisation des piles à combustible [2] .

2.1.1 Modélisation physique ou mécanistique (modèle de connaissance)

Cette modélisation est basée sur les lois de la physique. Ainsi, les paramètres qui y interviennent sont dits « *réifiables* », c'est-à-dire que leurs valeurs peuvent être reliées à des éléments physiquement mesurables. De tels modèles sont riches en informations sur le comportement statique et dynamique du système, et leur domaine de validité est large. Cependant, ils sont la plupart du temps basés sur des équations aux dérivées partielles ne comportant pas de solutions analytiques connues. Leur mise en œuvre peut être donc rendue très lourde.

⁷ REM : Représentation Énergétique Macroscopique

Bien que ce modèle ait pour but de comprendre et prévoir le comportement d'un système, on aura recours à un modèle de connaissance.

Établir un modèle de connaissance, c'est écrire un processus de manière scientifique et quantitative. Les mathématiques permettent cette transcription quantitative des problèmes physiques et offrent de nombreux outils pour résoudre les problèmes, partiellement ou complètement. On ramène ensuite la solution dans son contexte d'origine. Cette description du processus permet d'en étudier l'évolution, d'en simuler les variantes et d'en modifier certains paramètres.

La modélisation physique d'une PAC est ainsi basée sur la description directe des phénomènes et constituants des cellules. Cette approche nécessite une compréhension fine des phénomènes électriques, thermiques, fluidiques et électroniques associés aux éléments des cellules de la PAC et aussi un accès aux paramètres internes de la pile (comme les caractéristiques des matériaux de la PAC, épaisseur des électrodes, etc.). L'inconvénient de ce type de modélisation réside alors dans la complexité de son élaboration et éventuellement dans les temps de calcul pouvant être très longs. La description physique devient rapidement très compliquée du fait des effets des nombreux paramètres et phénomènes investigués, souvent fortement couplés, répartis dans l'espace dimensionnel de la PAC et dépendants des variations liées au temps.

2.1.2 Modélisation du comportement statique et dynamique (modèle de représentation)

Cette modélisation est basée sur des représentations mathématiques de type « *boîte noire* ». Les paramètres utilisés ne sont pas réifiables, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas reliés

entre eux par des lois physiques connues. Elle a pour but de décrire le comportement d'une PAC sans avoir recours aux paramètres internes du composant électrochimique. Les paramètres internes (par exemple les températures au cœur de la pile) sont en effet souvent peu évidents à définir et à estimer.

Le principal avantage de ce type de modèle est sa simplicité de mise en œuvre et d'identification tandis que son inconvénient principal est l'absence de liaison avec les phénomènes physiques mis en jeu, mais en plus leur domaine de validité est réduit.

Par exemple la caractéristique statique courant-tension d'une PAC (appelée courbe de polarisation) peut ainsi être représentée par un simple tableau de points ou par une fonction mathématique quelconque sans signification physique, de type polynomiale. Celle-ci peut représenter très précisément l'allure de la tension pour des conditions physiques données. Par contre, sa plage ne dépasse pas celle des essais qui ont permis l'identification de ses coefficients.

Dans l'hypothèse d'une représentation d'un phénomène par une fonction mathématique, linéaire ou non linéaire, des méthodes de régression peuvent être mises en œuvre pour estimer en un temps très court les différents paramètres de l'expression retenue. Ce type de démarche peut également être retenu pour représenter des phénomènes dynamiques tels que la réponse de la PAC à des sollicitations en créneaux de courant. Les réseaux de neurone constituent une alternative à ce type d'approche. La commande, le contrôle et le diagnostic sont les principaux domaines d'application de ce type de modèle.

2.1.3 Modélisation semi-physique ou semi-empirique « boîte grise »

L'approche par circuits électriques équivalents permet de décrire le comportement électrique, voire énergétique de la PAC. Les différents éléments du circuit reflètent d'un point de vue macroscopique les phénomènes physico-chimiques locaux. Ils peuvent de plus, dans certains cas, décrire le comportement fréquentiel du composant électrochimique; ils constituent alors des modèles dynamiques et sont assez facilement paramétrables. Ils sont facilement implémentables dans les simulateurs du type des circuits utilisés en génie électrique. Par exemple la réponse électrique de la pile peut être modélisée par une source de tension mise en série avec une résistance dont la non-linéarité ne dépend que du courant. La tension aux bornes d'une cellule ou de la pile peut être calculée au moyen d'une fonction paramétrée par le courant de la pile, sa température, les pressions des réactifs, le chargement en eau de la membrane. La forme mathématique de la fonction repose sur des concepts physiques (ainsi, une dépendance logarithmique de la tension en fonction du courant reflète un phénomène d'activation). Le domaine de validité du modèle semi-empirique est plus étendu que celui du modèle de représentation pure évoqué dans le paragraphe précédent.

2.2 État de l'art sur le contrôle

Le comportement dynamique du système de pile PEM suivant un changement brusque de la consigne du courant de charge a été déjà analysé en utilisant la dynamique non linéaire et la commande orientée sur modèle [20]. Le modèle développé est utilisé pour une commande par rétroaction afin de réguler le comportement transitoire du système PEMFC. Il a comme critère de maintenir le niveau nécessaire de la pression partielle de l'oxygène à la cathode durant les changements brusques du courant de la pile demandés par l'utilisateur.

La réponse transitoire d'une PAC à un changement de la puissance consommée par la charge est un phénomène complexe. Un modèle dynamique doit expliquer la réaction électrochimique du carburant et de l'air et le transport multiphasé de l'eau et des composants de gaz.

Le rendement de la PAC est plus élevé que la plupart des moteurs à combustion interne, cette performance élevée dépend de la pression et de la température d'air à l'entrée [21]. La consommation du compresseur est environ 20% de la puissance fournie par la PAC, ce qui diminue la puissance utile de la pile. C'est pourquoi une conception, une optimisation et une commande du système de compression des PAC sont des défis importants pour le développement des PAC.

Un modèle de la pile PEM, incluant le processus de compression d'air et d'humidification a été développé et l'étude de la gestion d'alimentation d'air a été mise au point [21]. Une méthode simple d'optimisation est proposée pour maximiser le gain de tension de la PAC en incluant la chute de tension due au processus de compression, et en tenant compte de l'humidité relative de l'air à la sortie de la PAC (contrainte d'optimisation) pour éviter les problèmes dus à la sécheresse ou au noyage. Les paramètres d'optimisation utilisés sont la pression et la stœchiométrie d'air.

Les résultats d'optimisation prouvent que, d'une part, travailler à l'air entièrement humidifié à l'entrée de la PAC n'est pas toujours une bonne solution, spécialement pour les faibles taux de débits d'air qui causent un niveau élevé de la stœchiométrie d'air et provoquent ainsi le noyage de la membrane; d'autre part, il vaut mieux travailler à l'air entièrement humidifié à l'admission aux taux élevés de débit d'air.

Une autre méthode d'optimisation de l'énergie pour un générateur PAC encastré de type PEM a été proposée [22] en utilisant une stratégie de commande du circuit d'alimentation d'air. Pour ce faire, deux boucles de commande sont proposées :

- une boucle interne qui permet de réguler le débit d'air du groupe moteur-compresseur. Elle utilise un régulateur flou non linéaire PD + I. On l'appelle ainsi car seulement ses parties proportionnelle et dérivative utilisent la logique floue. L'implémentation de ce contrôleur flou non linéaire mène à environ 8% de réduction d'énergie consommée par le groupe moteur-compresseur.
- Une deuxième boucle qui sert à déterminer la consigne du débit d'air. Elle est effectuée grâce à un superviseur de type flou qui est basé sur cinq entrées que sont la tension et la dérivée de la tension de la pile, le courant et la dérivée du courant de la pile et la dérivée de la puissance demandée par la pile, la sortie est le débit d'air. On remarque que la détermination de la référence du débit d'air dépend non seulement du courant requis pour le réseau électrique CC⁸ mais aussi de la tension de la PAC.

Sans le superviseur flou, la tension de la pile diminue dramatiquement et peut causer la destruction de la PAC, tandis qu'avec le superviseur flou, le compresseur d'air augmente rapidement le débit d'air afin de drainer les gouttelettes d'eau dans le compartiment de la cathode. Cependant, une augmentation de 2% de plus d'énergie est consommée par le groupe moteur-compresseur. Afin de réduire cette énergie consommée par le circuit d'alimentation d'air, un processus d'optimisation des paramètres du superviseur de logique

⁸ CC : courant continu

floue a été rajouté. Il s'agit de la méthode PSO « Particle Swram Optimization » qui permet d'obtenir les valeurs optimales pour les paramètres du superviseur flou proposé.

Une autre technique proposée par Caux et al. [23] permet de gérer le système d'alimentation d'air en fixant la pression d'air à une valeur constante tandis que le débit doit suivre une référence liée au courant électrique fourni à la charge. Trois contrôleurs numériques sont utilisés pour commander le système d'alimentation de la PAC pour produire l'électricité :

- un contrôleur RST pour la commande du moteur d'entraînement du compresseur (moteur synchrone à aimants permanents)
- deux contrôleurs RST pour les 2 états (la pression p_{calh} et le débit d'air \dot{m}_{cp}) afin de rejeter les perturbations et les petites erreurs d'identification.

D'autre part, la recherche sur l'opération dynamique des PAC mentionnée par Philipps et al. [24] montre qu'afin d'atteindre un rendement d'énergie élevé, une modulation dépendant de la puissance à partir de la pression et du débit de l'alimentation d'air est nécessaire. Deux différentes stratégies sont proposées :

- Stratégie 1 : la pression d'opération et le débit massique d'air sont ajustés conformément à la demande de courant requis.
- Stratégie 2 : il s'agit d'une pression d'opération constante et un ajustement du débit d'air conformément au courant requis.

Dans les deux cas, le débit d'air est ajusté de telle sorte que le rapport stœchiométrique ($\lambda = 2$) soit maintenu. Les résultats de l'application de ces deux stratégies pour le système PAC avec leur dépendance sur le niveau de pression et le débit d'air sont présentés.

La recherche sur la consommation d'énergie a mené à une stratégie améliorée et optimisée en considérant l'alimentation d'air pour minimiser la consommation d'énergie interne du système PAC pour l'opération dynamique des véhicules. Celle-ci réduit de 50% l'énergie consommée par le compresseur. Pour un fonctionnement à pleine capacité, l'énergie consommée par le système d'alimentation d'air est similaire pour les deux stratégies. Par conséquent, la stratégie 1 mène à un meilleur rendement énergétique en particulier pour un fonctionnement à capacité partielle qui apparaît régulièrement dans les applications des véhicules, tandis que la stratégie 2 permet d'obtenir un meilleur temps de réponse du courant demandé. De plus, le système oscille moins, car seulement un paramètre varie comparativement à la stratégie 1 où deux paramètres varient en même temps. Pour choisir la stratégie d'alimentation d'air, il est nécessaire de faire un compromis entre la capacité de répondre au transitoire rapide du courant et l'énergie consommée par le compresseur. La limitation de la dynamique de la PAC à courant élevé est causée par la plus faible tension d'une cellule.

Pour terminer cette section, nous présenterons dans un tableau en *Annexe A* les différents algorithmes de contrôle utilisés dans la littérature pour le contrôle ou l'optimisation du système d'alimentation d'air.

Chapitre 3 - Revue des paramètres de fonctionnement de la pile à combustible

Les piles à combustible offrent une production énergétique propre et efficace et sont actuellement en cours de développement à travers le monde. Elles sont des moyens par excellence d'utilisation du vecteur énergétique hydrogène pour produire de l'électricité. En fait, ce sont des dispositifs électrochimiques qui convertissent directement l'énergie chimique du carburant en énergie électrique, leurs deux sous-produits étant l'eau et la chaleur.

Il existe six types de piles à combustible [25] (*cf. Annexe B*), dont trois fonctionnent avec un électrolyte liquide et trois avec un électrolyte solide. Remarquons que ces piles sont classées selon la nature de leur électrolyte et leur température de fonctionnement.

La tendance du marché actuel s'oriente vers les unités de production de petite taille. C'est pourquoi notre étude se concentre sur le générateur PAC de type PEM « Proton Exchange Membrane » utilisé dans la production décentralisée d'électricité.

Un système PAC comprend plusieurs sous-systèmes dont le compresseur d'air, le ventilateur, les échangeurs d'humidité et de chaleur, les pompes, les valves, les systèmes de conversion d'énergie, etc.

Ce chapitre introduit les concepts de bases d'une PAC de type PEM, son principe de fonctionnement, la courbe caractéristique ainsi que les variables d'opération de celle-ci.

3.1 Pile à combustible à membrane échangeuse de protons (PEMFC)

La technologie des PAC à acide polymère (ou PEMFC) retient l'attention pour trois raisons essentielles :

- a- Sa température de fonctionnement relativement basse ($< 100^{\circ}\text{C}$) laisse envisager une technologie simplifiée pour assurer un démarrage rapide et une évacuation aisée de la chaleur produite à température ambiante.
- b- Elle est insensible à la présence de CO_2 dans l'air.
- c- Elle est de technologie « *tout solide* », ce qui est plus attrayant pour des raisons essentiellement liées à des contraintes d'industrialisation en grande série et à la fiabilité : durée de vie sensiblement supérieure aux filières à électrolyte liquide.

La pile PEM présente d'autres avantages dont :

- une densité de puissance plus élevée et un temps de démarrage rapide;
- sa simplicité de conception;
- sa compacité;
- la limitation des problèmes de corrosion qu'elle procure.

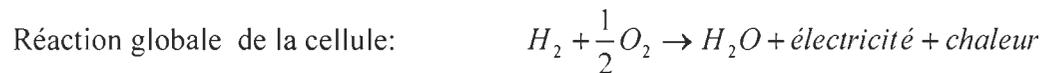
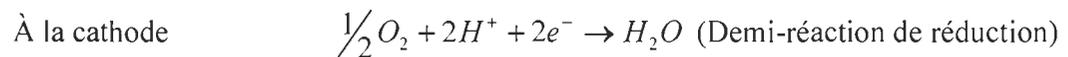
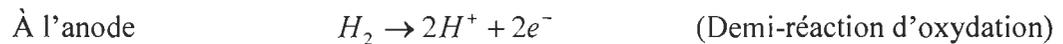
La technologie PEMFC concentre actuellement le plus gros effort de recherche et de développement et vise essentiellement à optimiser les performances en termes de rendement, de compacité, de masse et de coût.

3.1.1 Principe de fonctionnement

Le fonctionnement d'une pile à combustible PEM est basé sur le principe inverse de l'électrolyse de l'eau. Ce principe a été démontré par le gallois William Grove, en 1839. En fait, une réaction d'oxydoréduction entre l'hydrogène et l'oxygène donne de l'eau, de

l'électricité et de la chaleur. Outre cette chaleur de réaction, de nombreux autres phénomènes viennent malheureusement altérer le rendement électrique : phénomènes d'activation, phénomènes de diffusion, phénomènes ohmiques.

Une PAC de type PEM est constituée d'un empilement de cellules électrochimiques en série. Chaque cellule est le siège d'une réaction électrochimique inverse de l'électrolyse de l'eau, la réaction d'oxydoréduction (en présence de platine) fait réagir l'hydrogène et l'oxygène pour produire de l'eau, de l'électricité et de la chaleur selon les équations suivantes :



Cette réaction crée une différence de potentiel entre les électrodes qui est propre au couple rédox⁹ H_2 et O_2 . Du fait de ce caractère naturel de très basse tension, les constructeurs assemblent en série plusieurs cellules électrochimiques afin d'obtenir une tension suffisamment élevée avec un rendement satisfaisant.

La figure 3.1 [8] présente un schéma d'une PAC constituée de 3 cellules, alimentée en H_2 et en O_2 .

⁹ rédox : réaction d'oxydo-réduction

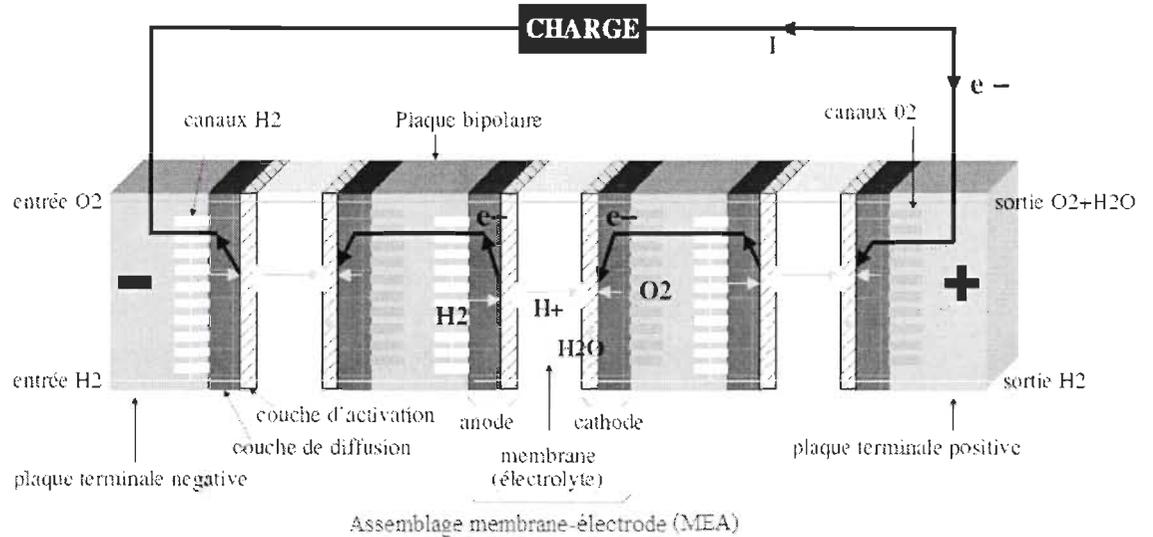


Figure 3.1 : Pile à combustible de type PEM alimentée en hydrogène et en oxygène

3.1.2 Courbe de polarisation

La courbe de polarisation d'une PAC est la courbe exprimant la relation courant-tension de la pile. C'est avec cette courbe que l'on obtient les informations concernant l'efficacité et la puissance de la pile.

On peut distinguer sur la courbe de polarisation, trois phénomènes prépondérants en fonction de la valeur de la densité de courant comme le montre la figure 3.2 [20].

- La première zone représente « **la région de polarisation d'activation** » : Pour les courants très petits, la tension chute rapidement lorsque le courant augmente.
- La deuxième zone caractérise « **la région de polarisation ohmique** » : C'est la région de fonctionnement normal de la PAC car dans cette région, la tension diminue linéairement avec le courant et elle est valable sur une forte plage de variation de la densité de courant.

- c- La troisième zone est « *la région de polarisation de concentration* » (transport de masse): Quand le courant dépasse une certaine valeur, la tension s'effondre rapidement. Ce « *genou* » de la caractéristique V-I représente la limite supérieure de l'exploitation sûre de la pile. Étant donné les pertes significatives, l'opération prolongée dans cette région peut endommager la PAC.

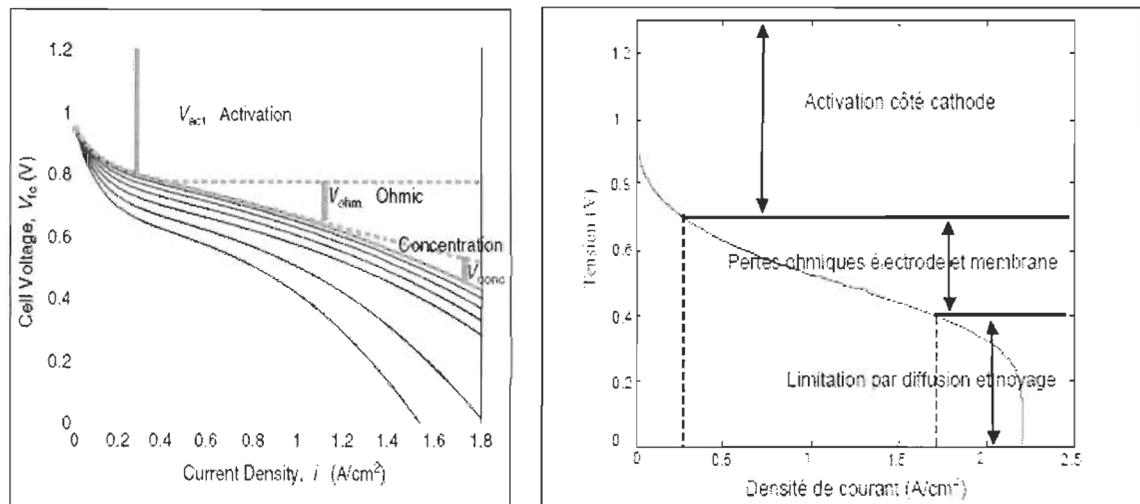


Figure 3.2 : Courbe caractéristique de la pile à combustible

3.2 Système de pile à combustible

Autour du cœur de la pile, élément actif, il faut mettre en œuvre un certain nombre d'auxiliaires comme montré sur la figure 3.3 pour faire fonctionner correctement le générateur et en obtenir le meilleur rendement.

La tension aux bornes de la PAC de type PEM est donnée de manière simplifiée par la formule dite de Tafel [25]. Elle montre que la tension dépend des pressions partielles d'hydrogène et d'oxygène, de la température et bien sûr du courant débité. La tension normale aux bornes d'une cellule est de l'ordre de 0,7 volt.

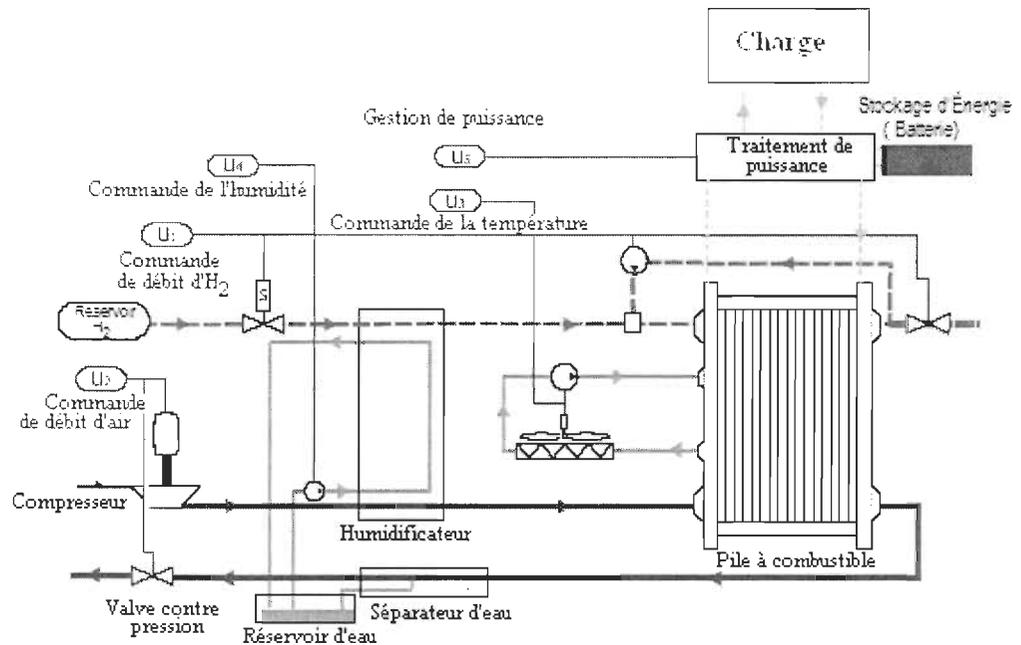


Figure 3.3 : Schéma bloc du système PAC

Ainsi un générateur PAC comprend :

- le cœur de PAC, en anglais « *stack* »;
- le compresseur qui fournit l'air pressurisé traversant la cathode;
- le circuit d'humidification de l'air;
- le circuit d'humidification de l'hydrogène pour ajouter l'humidité au gaz;
- le circuit de refroidissement (la gestion thermique) qui permet de maintenir la température optimale de la pile;
- les convertisseurs de puissance : convertisseur survolteur CC/CC et l'onduleur CCA¹⁰ pour protéger le système contre les fluctuations de la tension de sortie,

¹⁰ CA : courant alternatif

courants inverses et variations soudaines de charge pour assurer une durée de vie maximale;

- le système de stockage d'énergie électrique tampon;
- les capteurs, vannes et dispositifs de contrôle.

3.3 Variables d'opération de la pile

Nous présenterons en *Annexe C* les différents paramètres du système PAC. Pour mieux les comprendre, nous l'avons divisé en quatre sous-groupes tels que :

- les paramètres primaires : ce sont les variables que nous pouvons contrôler directement;
- les paramètres intermédiaires : ce sont les variables que nous ne pouvons pas contrôler directement;
- les paramètres finaux et les paramètres fixes (constantes).

3.4 Modèle de la tension totale de la pile à combustible de type PEM

L'équation de la tension totale de la PAC [25] est donnée par l'équation (3.1):

$$U_{fc} = n_{cells} (E_{Nernst} - V_{act} - V_{ohm}) \quad (3.1)$$

3.4.1 Hypothèses du modèle

- On suppose que toutes les cellules de la pile ont le même comportement (leur valeur est identique);

- Tout ce qui est compris dans la pile entre les canaux du côté anodique et ceux du côté cathodique est considéré être à la température moyenne de la cellule, soit à $T_{op} = T_{fc}$;
- On suppose que la pression partielle d'oxygène p_{O_2} est égale à 21% de la pression d'air du compresseur.

3.4.2 Potentiel de Nernst

Le potentiel thermodynamique de la réaction à l'intérieur de la cellule obéit à la loi de Nernst que l'on exprime ainsi :

$$E_{Nernst} = E^o + \frac{RT_{fc}}{nF} \ln \left[(p_{O_2})^{1/2} (p_{H_2}) \right] \quad (3.2)$$

Dans l'équation 3.2, le potentiel théorique réversible E^o est calculé à partir du potentiel aux conditions standards. Pour ce faire, on pose comme hypothèse que le changement d'entropie de la réaction est constant sur la plage de température couverte et égale à celui aux conditions standards. Ainsi, le potentiel théorique réversible tel que montré dans l'équation 3.3 devient uniquement fonction de la température.

$$E^o = E_0^o + (T_{fc} - T_0) \left(\frac{\Delta S^o}{nF} \right) \quad (3.3)$$

En remplaçant 3.3 dans 3.2, on obtient la relation 3.4 donnant le potentiel d'équilibre thermodynamique de la pile.

$$E_{Nernst} = E_0^o + (T_{fc} - T_0) \left(\frac{\Delta S^o}{nF} \right) + \frac{RT_{fc}}{nF} \ln \left[(p_{O_2})^{1/2} (p_{H_2}) \right] \quad (3.4)$$

3.4.3 Surtension d'activation

La surtension d'activation d'une réaction électrochimique est en quelque sorte la résistance au transfert d'électrons. Cette chute de tension [26] est donnée par la relation 3.5.

$$V_{act} = \xi_1 + \xi_2 T_{fc} + \xi_3 T_{fc} \left[\ln(c_{O_2}) \right] + \xi_4 T_{fc} \left[\ln(I_{fc}) \right] \quad (3.5)$$

$$\text{avec } c_{O_2} = \frac{P_{O_2}}{5,08 \times 10^6 e^{-\left(\frac{498}{T_{fc}}\right)}} \quad [25] \quad (3.6)$$

Le tableau 3-1 nous donne les valeurs expérimentales des paramètres ξ_i [27] pour la pile EPAC :

Tableau 3-1 : Valeurs des paramètres pour la surtension d'activation

	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4
H-Power EPAC-500 [LTE 2004]	1,186	-8,068x10-3	-3,45x10-4	1,53x10-4

L'équation 3.5 devient :

$$V_{act} = 1,186 - 8,063 \times 10^{-3} T_{fc} - 3,45 \times 10^{-4} T_{fc} \ln(C_{O_2}) + 1,53 \times 10^{-4} T_{fc} \ln(I_{fc}) \quad (3.7)$$

3.4.4 Surtension ohmique

La chute ohmique à l'intérieur d'une cellule est causée à la fois par le mouvement d'électrons et d'espèces ioniques. Dans les cas des PEMFC, les pertes ioniques sont dues au mouvement de protons dans la membrane. Les pertes ohmiques sont en général de l'ordre de 1% (tout au plus) du potentiel de la cellule dans le modèle avec les valeurs de courant que nous avons sur la pile EPAC que nous verrons plus en détail dans les chapitres

suivants. On peut donc faire une approximation de la chute ohmique totale [28] qui est reliée au courant à l'aide de la loi d'Ohm :

$$V_{ohm} = R_{ohm} I_{fc} \quad (3.8)$$

$$\text{avec } R_{ohm} = \frac{R_{ref} + \alpha_T (T_{fc} - T_{ref})}{A_{fc}} \quad (3.9)$$

En substituant l'équation (3.9) dans (3.8), nous obtiendrons :

$$V_{ohm} = [R_{ref} + \alpha_T (T_{fc} - T_{ref})] \frac{I_{fc}}{A_{fc}} \quad (3.10)$$

$$\text{Avec } \alpha_T = 0,00202 \Omega cm^2 / K \quad [28]$$

3.5 Objectif du contrôle d'une pile à combustible H₂/air de type PEM

La pile PEM est un réacteur électrochimique alimenté en continu. Elle offre de multiples avantages pour la conversion hydrogène - électricité tels que l'efficacité et le démarrage rapide. Le système de production comprend la PAC, le survolteur CC/CC, le bus CC et l'onduleur CC/CA.

La complexité et l'interaction entre les dispositifs nous amènent à étudier le contrôle du système sous une variété de conditions d'opération et d'une plage de fonctionnement large. Plusieurs paramètres influencent le comportement et le bon fonctionnement du système dont les principaux sont :

- les températures de la pile, de l'air et de l'hydrogène;
- les pressions à l'anode et à la cathode;
- les humidités relatives à l'anode et à la cathode;

- les rapports stœchiométriques d'O₂ et d'H₂.

3.6 Conclusion

Ce chapitre présente une description générale du principe de fonctionnement d'une PAC de type PEM. Cette pile est sans doute la plus adaptée pour notre application de production décentralisée d'électricité de par ses performances en termes de rendement, de durée de vie, de par sa compacité, sa température de fonctionnement favorisant des temps de démarrage réduits. Nous avons cependant montré que le système de PAC de type PEM demeure particulièrement complexe car un grand nombre de phénomènes physico-chimiques, thermiques, fluidiques, électrochimiques, mécaniques et électriques apparaissent. Les paramètres physiques sont nombreux et ils présentent des influences mutuelles. Ensuite, le modèle de la tension de la PAC de type PEM a été réalisé de façon détaillée. Enfin, nous avons présenté l'importance de la commande du système PAC à cause de la complexité et de l'interaction entre les dispositifs du système; plusieurs paramètres doivent être pris en considération.

Chapitre 4 - Modélisation du dispositif d'alimentation en air

Ce chapitre vise à développer un modèle d'état non linéaire du système PAC de type PEM en particulier pour la pile EPAC-500 de H-Power. Dans ce modèle, nous analyserons en détail la dynamique du système l'alimentation d'air, et nous observerons l'effet de la pression d'oxygène sur le comportement de la tension de la pile.

Pour établir cette dynamique, nous considérons l'air comme compressible et les éléments du modèle sont les collecteurs d'entrée et de sortie de la pile, la résistance à l'écoulement et les paramètres du compresseur.

Le modèle d'état est décrit par les trois variables d'état suivantes :

- la pression du collecteur d'entrée (p_{SM}),
- la pression du collecteur de sortie (p_{RM}),
- et le débit massique d'air à la sortie du compresseur (\dot{m}_{cp}).

La variable d'entrée est le courant de l'empilement (I_{fc}) tandis que les variables de commande sont la tension du compresseur (U_{cp}) et la tension d'alimentation de l'électrovanne (U_{valve}). L'analyse de l'effet de la pression d'oxygène sur le comportement de la tension de la pile est présentée et la validation est faite à partir des mesures expérimentales provenant de la PAC EPAC-500.

4.1 Introduction

La PAC EPAC est alimentée par l'air et l'hydrogène. Le diagramme bloc du système d'alimentation d'air est schématiquement montré sur la figure 4.1.

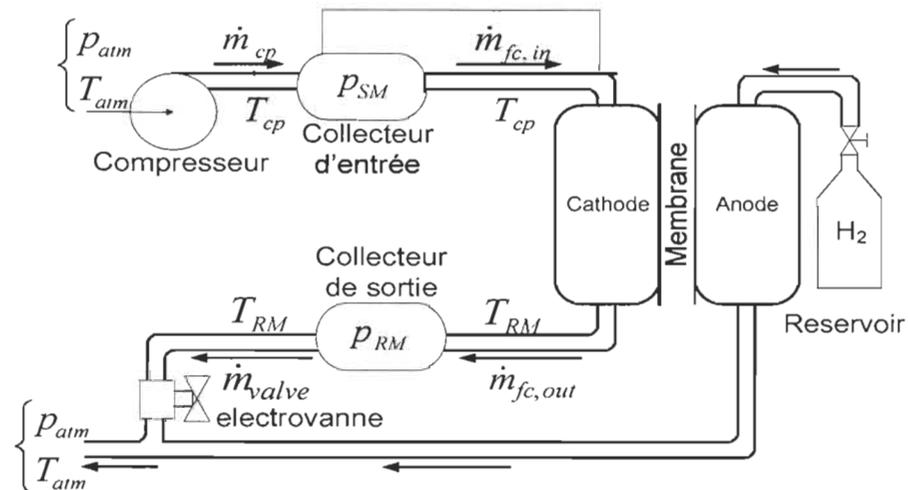


Figure 4.1 : Schéma du système d'alimentation d'air

Sur notre système EPAC, le compresseur d'air est une pompe à diaphragme avec deux têtes entraînée par un moteur à courant continu. Une électrovanne est montée à la sortie de la pile dont l'aire d'ouverture est proportionnelle à la tension d'alimentation. Celle-ci servira pour le contrôle de la pression d'air à l'intérieur des canaux dans le but d'optimiser la puissance nette de la pile. Les sorties en air et hydrogène se rejoignent.

Pour développer ce modèle dynamique, voici quelques hypothèses que nous avons faites [29]:

- L'air est considéré comme compressible;
- La température à la sortie de la pile (T_{RM}) est supposée égale à la température d'opération de la pile T_{fc} ;

- La pression partielle effective de l'oxygène à l'interface réactionnelle p_{O_2} est égale à 21% de la pression du compresseur p_{SM} ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'électrovanne à la sortie de la pile, le rendement maximal expérimental observé du compresseur est de 13% (cf. *Annexe D*).

4.2 Rendement du compresseur

Dans cette section, nous allons déterminer le rendement réel du compresseur d'air, il dépend de la puissance électrique du compresseur $P_{\text{électr},cp}$ et de la puissance reçue par l'air P_{fluide} .

L'équation du rendement réel du compresseur [30] est donnée par la relation :

$$\eta_{cp,r\acute{e}el} = \frac{P_{\text{fluide}}}{P_{\text{électr},cp}} \quad (4.1)$$

où $P_{\text{électr},comp}$ est la puissance électrique du compresseur et s'exprime par la relation :

$$P_{\text{électr},cp} = U_{cp} * I_{cp} \quad (4.2)$$

P_{fluide} est la puissance reçue par l'air et se calcule comme suit :

$$P_{\text{fluide}} = \dot{m}_{cp} * W = \dot{m}_{cp} \int_{p_{in}}^p v dp \quad (4.3)$$

En réalité, on a une évolution réversible au cours de laquelle il y a un échange de chaleur, ce qui signifie qu'on a une évolution « *polytropique* ». Pour une telle évolution, $p.v^n = cte$ (constante).

Pour une évolution polytropique, on peut tirer la relation suivante :

$$\frac{T_{air,out}}{T_{air,in}} = \left(\frac{p_{air,out}}{p_{air,in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{V_{air,in}}{V_{air,out}} \right)^{n-1} \quad (4.4)$$

où $T_{air,in}$ (K) et $T_{air,out}$ (K) sont respectivement les températures de l'air à l'entrée et à la sortie du compresseur;

$p_{air,in}$ (Pa) et $p_{air,out}$ (Pa) sont respectivement les pressions absolues de l'air à l'entrée et à la sortie du compresseur;

$V_{air,in}$ (m³) et $V_{air,out}$ (m³) sont respectivement les volumes de l'air à l'entrée et à la sortie du compresseur.

Connaissant les valeurs de $T_{air,in}$, $T_{air,out}$, $p_{air,in}$ et $p_{air,out}$ dans l'équation 4.4, on peut déduire la valeur de n pour chaque point d'opération avec l'équation suivante :

$$\frac{T_{air,out}}{T_{air,in}} = \left(\frac{p_{air,out}}{p_{air,in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \text{ qui donne, en lui appliquant le logarithme,}$$

$$\ln \left(\frac{T_{air,out}}{T_{air,in}} \right) = \ln \left(\left(\frac{p_{air,out}}{p_{air,in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right) \text{ ou, de façon équivalente}$$

$$\ln \left(\frac{T_{air,out}}{T_{air,in}} \right) = \frac{n-1}{n} * \ln \left(\frac{p_{air,out}}{p_{air,in}} \right)$$

Cette dernière équation nous donne

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P_{air,out}}{P_{air,in}}\right)}{\ln\left(\frac{P_{air,out}}{P_{air,in}} * \frac{T_{air,in}}{T_{air,out}}\right)} \quad (4.5)$$

Sachant que $p.v^n = cte$, on déduit $v = \left(\frac{cte}{p}\right)^{1/n}$

En substituant la valeur de v dans l'équation 4.3, on obtient :

$$P_{fluide} = \dot{m}_{cp} \int_{P_{air,in}}^{P_{air,out}} \left(\frac{cte}{p}\right)^{1/n} dp$$

$$P_{fluide} = \dot{m}_{cp} * (cte)^{1/n} * \int_{P_{air,in}}^{P_{air,out}} p^{-(1/n)} dp = \dot{m}_{cp} * (cte)^{1/n} * \frac{\left((P_{air,out})^{\frac{n-1}{n}} - (P_{air,in})^{\frac{n-1}{n}}\right)}{\frac{n-1}{n}}$$

$$\text{d'où } P_{fluide} = \dot{m}_{cp} * (cte)^{1/n} * \frac{n}{n-1} * \left((P_{air,out})^{\frac{n-1}{n}} - (P_{air,in})^{\frac{n-1}{n}}\right) \quad (4.6)$$

$$\text{avec } cte = p_{air,in} \cdot (v_{air,in})^n = p_{air,out} \cdot (v_{air,out})^n$$

où $v_{air,in}$ ($m^3.kg^{-1}$) et $v_{air,out}$ ($m^3.kg^{-1}$) sont respectivement les volumes massiques de l'air à l'entrée et à la sortie du compresseur.

$$\text{sachant que } v_{air,in} = \frac{R_a T_{air,in}}{P_{air,in}},$$

$$\text{on obtient } cte = p_{air,in} \cdot \left(\frac{R_a T_{air,in}}{P_{air,in}}\right)^n = p_{air,out} \cdot \left(\frac{R_a T_{air,out}}{P_{air,out}}\right)^n$$

En substituant les équations 4.2 et 4.6 dans l'équation 4.1, on obtient :

$$\eta_{cp,r\acute{e}el} = \frac{\dot{m}_{cp} * (cte)^{1/n} * \frac{n}{n-1} \left((p_{air,out})^{\frac{n-1}{n}} - (p_{air,in})^{\frac{n-1}{n}} \right)}{U_{cp} * I_{cp}} \quad (4.7)$$

Sachant que dans notre cas, d'après la figure 4.1, on a :

$$p_{air,in} = p_{am}, p_{air,out} = p_{SM}, T_{air,m} = T_{am} \text{ et } T_{air,out} = T_{cp}$$

$$\text{on d\acute{e}duit } \eta_{cp,r\acute{e}el} = \frac{\dot{m}_{cp} * (cte)^{1/n} * \frac{n}{n-1} \left((p_{SM})^{\frac{n-1}{n}} - (p_{am})^{\frac{n-1}{n}} \right)}{V_{cp} * I_{cp}} \quad (4.8)$$

$$\text{avec } n = \frac{\ln\left(\frac{p_{SM}}{p_{am}}\right)}{\ln\left(\frac{p_{SM} * T_{am}}{p_{am} * T_{cp}}\right)} \quad (4.9)$$

$$\text{et } cte = p_{am} \cdot \left(\frac{R_a T_{am}}{p_{am}} \right)^n = p_{SM} \cdot \left(\frac{R_a T_{cp}}{p_{SM}} \right)^n \quad (4.10)$$

A partir des mesures expérimentales, nous calculons les valeurs réelles du rendement du compresseur à chaque point de fonctionnement.

Nous montrons en *Annexe D* la courbe du rendement réel du compresseur $\eta_{cp,r\acute{e}el}$ en fonction du courant d'empilement I_{fc} . Grâce à la régression linéaire, cette courbe est approximée par la relation linéaire suivante :

$$\eta_{cp} = 0.005 I_{fc} + 0.0697 \quad (4.11)$$

Dans la suite, c'est cette estimation du rendement du compresseur η_{cp} montrée à l'équation 4.11 qui sera utilisée.

4.3 Modèle dynamique du collecteur d'entrée

Hypothèse : On suppose que les températures d'air à l'entrée et à la sortie du collecteur d'entrée sont les mêmes et égalent à T_{cp} .

D'après le principe de conservation d'énergie et la relation thermodynamique de base, on a :

$$\frac{dp_{SM}}{dt} = \frac{R_a \cdot T_{cp}}{V_{SM}} \left(\dot{m}_{cp} - \dot{m}_{fc,in} \right) \quad (4.12)$$

4.3.1 Modèle de la température du compresseur

L'équation de la température du compresseur est obtenue par l'équation thermodynamique de base [31]:

$$T_{cp} = T_{am} + \frac{T_{am}}{\eta_{cp}} \left[\left(\frac{p_{SM}}{p_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (4.13)$$

$$\text{avec } \eta_{cp} = 0,005 \cdot I_{fc} + 0,0697 \quad (\text{Cf. Annexe D}) \quad (4.14)$$

Nous remarquons que le rendement du compresseur η_{cp} est généralement faible (<13%) à basse pression (lorsque l'électrovanne est complètement ouverte).

4.3.2 Modèle dynamique du débit massique d'air du compresseur

Sur notre système EPAC, le débit d'air du compresseur est contrôlé par un système indépendant LabVIEW, fixé par le courant de consigne I_{fc} demandé par l'utilisateur. Nous pouvons donc estimer que le débit d'air du compresseur sera en fonction de plusieurs

variables tels que la tension d'alimentation du compresseur U_{cp} , la pression d'air du compresseur p_{SM} et le courant d'empilement I_{fc} .

Trouvons donc la relation $\dot{m}_{cp} = f(U_{cp}, p_{SM}, I_{fc})$. Le modèle dynamique du débit d'air du compresseur est estimé par la relation :

$$\frac{d\dot{m}_{cp}(t)}{dt} = a_1 p_{SM}(t) + a_2 U_{cp}(t) + a_3 I_{fc}(t) + a_0 \quad (4.15)$$

A partir des mesures expérimentales obtenues sur le banc d'essai lorsqu'on varie le courant de consigne I_{fc} , nous avons obtenus des séries de mesures sur chaque point de fonctionnement (Cf. Annexe E).

Nous allons maintenant voir comment estimer ces paramètres a_1 , a_2 , a_3 et a_0 en utilisant la méthode de « régression linéaire multiple ».

À partir des mesures, nous constituons les vecteurs suivants :

$$\left. \frac{d\dot{m}_{cp}}{dt} \right|_t = \begin{bmatrix} \left. \frac{d\dot{m}_{cp}}{dt} \right|_{t_1} \\ \left. \frac{d\dot{m}_{cp}}{dt} \right|_{t_2} \\ \vdots \\ \left. \frac{d\dot{m}_{cp}}{dt} \right|_{t_n} \end{bmatrix} = Y \quad p_{SM}(t) = \begin{bmatrix} p_{SM}(t_1) \\ p_{SM}(t_2) \\ \vdots \\ p_{SM}(t_n) \end{bmatrix} = X_1$$

$$U_{cp}(t) = \begin{bmatrix} U_{cp}(t_1) \\ U_{cp}(t_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{cp}(t_n) \end{bmatrix} = X_2 \quad I_{fc}(t) = \begin{bmatrix} I_{fc}(t_1) \\ I_{fc}(t_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{fc}(t_n) \end{bmatrix} = X_3$$

L'équation 4.15 s'écrit alors :

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_0 + \varepsilon \quad (4.16)$$

où ε représente le bruit ou l'erreur de la mesure par rapport au modèle.

Sous forme matricielle, l'équation 4.16 s'écrit :

$$Y = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad 1] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_0 \end{bmatrix} + \varepsilon \quad (4.17)$$

$$= X.A + \varepsilon \quad \text{où } X = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad 1] \text{ et } A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_0 \end{bmatrix}$$

L'estimation du vecteur des paramètres A par la méthode « *des moindres carrés* » pour minimiser l'erreur ε donne, si X est de rang complet,

$$\hat{A} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4.18)$$

où X^T est la transposée de la matrice X .

Sous Matlab, l'équation 4.18 se traduit par l'instruction :

$$A = ((X'*X)^(-1))*X'*Y \quad (4.19)$$

Avec les mesures expérimentales présentées à l'Annexe E, on utilise l'équation 4.19 pour obtenir les valeurs des coefficients a_1 , a_2 , a_3 et a_0 tels que montrées dans le tableau 4-1.

Tableau 4-1 : Valeurs des coefficients du modèle du débit d'air du compresseur

Coefficient	Valeur	Unité
a_1	$-5,7791 \times 10^{-8}$	$kg/(Pa.s^2)$
a_2	$5,0452 \times 10^{-5}$	$kg/(V.s^2)$
a_3	$1,1257 \times 10^{-5}$	$kg/(A.s^2)$
a_0	$1,1839 \times 10^{-2}$	kg/s^2

4.4 Modèle dynamique du collecteur de sortie

Hypothèse : On suppose que la température d'air à la sortie de la pile T_{RM} est constante et égale à la température d'opération de la pile T_{fc} .

D'après le principe de conservation d'énergie et la relation thermodynamique de base, on a :

$$\frac{dp_{RM}}{dt} = \frac{R_a \cdot T_{RM}}{V_{SM}} \left(\dot{m}_{fc,out} - \dot{m}_{valve} \right) \quad (4.20)$$

4.4.1 Modèle du débit massique d'air à l'entrée et à la sortie de la PAC

On suppose qu'on a un débit d'air moyen à l'intérieur de la pile et on le note par \dot{m}_{fc} .

Le débit massique d'air à l'entrée et à la sortie de la PAC ($\dot{m}_{fc,in}$ et $\dot{m}_{fc,out}$) peuvent être estimés [32] respectivement comme suit :

$$\dot{m}_{fc,in} = \dot{m}_{fc} + 0,5 * \dot{m}_{cons} \quad (4.21)$$

$$\dot{m}_{fc,out} = \dot{m}_{fc} - 0,5 * \dot{m}_{cons} \quad (4.22)$$

où \dot{m}_{cons} est calculé à partir de la loi de Faraday :

$$\dot{m}_{cons} = \frac{MO_2 * I_{fc} * n_{cells}}{4 * F} \quad (4.23)$$

Le débit d'air moyen à l'intérieur de la pile \dot{m}_{fc} (cf. *Annexe F*) est donné par la relation :

$$\dot{m}_{fc} = k_{cath}(p_{SM} - p_{RM}) + b \quad (4.24)$$

avec $p_{RM} = p_{atm}$ (lorsqu'il n'y a pas d'électrovanne à la sortie de la pile);

où $k_{cath} = 8 \times 10^{-8} \text{ kg/(s.Pa)}$ et $b = 7 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$.

Finalement, on a la relation du débit d'air à l'entrée et à la sortie de la pile :

$$\dot{m}_{fc,in} = k_{cath}(p_{SM} - p_{RM}) + b + 0,5 * \frac{MO_2 * I_{fc} * n_{cells}}{4 * F} \quad (4.25)$$

$$\dot{m}_{fc,out} = k_{cath}(p_{SM} - p_{RM}) + b - 0,5 * \frac{MO_2 * I_{fc} * n_{cells}}{4 * F} \quad (4.26)$$

4.4.2 Modèle du débit massique d'air à travers l'électrovanne

Le débit massique \dot{m}_{valve} dans l'équation 4.20 peut être calculé par l'équation non linéaire pour une tuyère « *Non linear nozzle equation* » [33] comme montré dans les équations 4.28 et 4.29. Ce débit qui passe à travers l'électrovanne est en fonction de :

- la pression en amont p_{RM} ,

- la pression en aval P_{am} ,
- et la température en amont de l'électrovanne T_{RM} .

Le calcul du débit est divisé en deux cas selon le rapport de la pression critique PR_{crit}

[33] :

$$PR_{crit} = \left(\frac{P_{am}}{P_{RM}} \right)_{crit} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (4.27)$$

Avec $\gamma = 1,4$ on obtient : $PR_{crit} = 0,528$

1^{er} cas :

Si $\frac{P_{am}}{P_{RM}} > PR_{crit}$, on a un « *écoulement subsonique* »

alors,

$$\dot{m}_{valve} = \frac{C_d A_T P_{RM}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} \left(\frac{P_{am}}{P_{RM}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right)} \quad (4.28)$$

2^{ème} cas :

Si $\frac{P_{am}}{P_{RM}} \leq PR_{crit}$, on a un « *écoulement sonique* »

alors,

$$\dot{m}_{valve} = \frac{C_d A_T P_{RM}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} (\gamma)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (4.29)$$

Comme on a une électrovanne à ouverture proportionnelle ou « *proportional solenoid valve* », l'aire effective d'ouverture de l'électrovanne est directement proportionnelle à la tension d'alimentation de celle-ci. Ce qui donne :

$$A_T = k_3 * U_{valve}$$

$$\text{Avec } k_3 = 2.46 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{V}$$

En résumé, voici les équations qui permettent de déterminer \dot{m}_{valve} dans l'équation 4.20 selon le type de l'écoulement :

$$\dot{m}_{valve} = \begin{cases} \frac{C_d k_3 U_{valve} P_{RM}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} \left(\frac{P_{am}}{P_{RM}} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} & \text{si } P_{RM} < \frac{P_{am}}{PR_{crit}} \text{ (normal flow)} \\ \frac{C_d k_3 U_{valve} P_{RM}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} (\gamma)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} & \text{si } P_{RM} \geq \frac{P_{am}}{PR_{crit}} \text{ (chocked flow)} \end{cases} \quad (4.30)$$

4.5 Conclusion

Ce chapitre a traité la modélisation du dispositif d'alimentation d'air de la PAC. Tout d'abord, nous avons présenté le modèle dynamique du collecteur d'entrée de la pile incluant le modèle de la température du compresseur ainsi que le modèle dynamique du débit massique d'air du compresseur. Ensuite, nous avons vu le modèle dynamique du collecteur de sortie de la pile, dans lequel nous avons vu le modèle du débit massique d'air à l'entrée et à la sortie de la PAC, ainsi que le modèle du débit massique d'air à travers l'électrovanne.

Chapitre 5 - Linéarisation du modèle de la pile à combustible

L'analyse des systèmes non-linéaires est une tâche ardue car il n'y a pas de méthodes permettant de traiter tous ces systèmes de façon systématique. Ce chapitre montre comment linéariser le modèle de la PAC en utilisant la méthode de « *petit signal* ». Ce modèle est résumé dans [29].

5.1 Introduction

Le modèle non-linéaire (dans les équations 3.1, 4.12, 4.15 et 4.20 complétées avec les équations 3.4, 3.7, 3.10, 4.21, 4.22 et 4.30) est linéarisé en utilisant la méthode de « *petit signal* » autour d'un point nominal d'opération des différentes variables d'état, variables d'entrée et variables de commande. Ainsi, le modèle linéaire obtenu est un « *modèle d'état linéaire de petit signal* ».

Le modèle d'état d'un système décrit ses caractéristiques internes et externes [34]. Avec ce modèle, nous pouvons déterminer l'état futur d'un système connaissant son état actuel et les variables de commande ou entrées.

5.2 Modèle d'état linéaire de la pile à combustible

5.2.1 Linéarisation par la méthode de petit signal

Le modèle d'état linéaire de petit signal de la PAC de type PEM est décrit comme suit :

$$\begin{cases}
 \dot{\Delta x} = A \Delta x + B_u \Delta u + B_w \Delta w \\
 \Delta y = C \Delta x + D_u \Delta u + D_w \Delta w \\
 \Delta x = \left[\Delta p_{SM} \quad \Delta p_{RM} \quad \dot{\Delta m}_{cp} \right]^T \\
 \Delta u = \Delta I_{fc} \\
 \Delta w = \left[\Delta U_{cp} \quad \Delta U_{valve} \right]^T \\
 \Delta y = \Delta U_{fc}
 \end{cases} \quad (5.1)$$

où x, y, u, w et Δ dénotent respectivement les variables d'état, de sorties, d'entrées, de commande et des variations des quantités par rapport à leur valeur nominale.

Dans l'équation 5.1, on a :

Trois variables d'état qui sont :

- la variation de la pression du collecteur d'entrée (qui est égale à la pression d'air du compresseur): Δp_{SM} ,
- la variation de la pression du collecteur de sortie (qui est égale à la pression d'air à la sortie de la pile): Δp_{RM} ,
- la variation du débit massique d'air du compresseur: $\dot{\Delta m}_{cp}$.

Deux variables de commande qui sont :

- la variation de la tension du compresseur: ΔU_{comp} ,
- la variation de la tension d'alimentation de l'électrovanne: ΔU_{valve} .

La variable d'entrée (ou de perturbation) qui est:

- la variation du courant d'empilement: ΔI_{fc} .

La variable de sortie qui est:

- la variation de la tension totale de la pile: ΔU_{fc} .

Les formes des différentes matrices A , B_u , B_w , C , D_u et D_w sont montrées ci-

dessous :

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_u = \begin{bmatrix} B_{u1} \\ B_{u2} \\ B_{u3} \end{bmatrix}; \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & B_{w22} \\ B_{w31} & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = [C_1 \quad 0 \quad 0]; \quad D_u = [D_{u1}]; \quad D_w = [D_{w1} \quad D_{w2}] \quad (5.2)$$

5.2.2 Identification des paramètres du modèle

Pour déterminer les paramètres du modèle, nous utilisons la technique qui revient à étudier le comportement du système autour d'un point de fonctionnement (appelé aussi point d'équilibre) déterminé par l'application du théorème de Taylor qui se résume comme suit :

Soit $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, une fonction réelle à minimiser autour du point $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$. On

a :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})} \delta x_i + f_{t.o.e}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.3)$$

où $f_{t.o.e}$ dénotent les termes d'ordre élevé (c'est-à-dire les termes d'ordre supérieur à 1).

Ainsi, si on définit :

$$\delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$$

comme la perturbation de la fonction f autour du point de fonctionnement; en négligeant les termes d'ordre élevé, on trouve :

$$\delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) \Big|_{(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})} \delta x_i \quad (5.4)$$

Ainsi, en effectuant l'opération de l'équation 5.4 aux équations 3.1, 4.12, 4.15 et 4.20 complétées avec les équations 3.4, 3.7, 3.10, 4.21, 4.22 et 4.30, on peut déduire les coefficients des différentes matrices A , B_u , B_w , C , D_u et D_w .

Ainsi, dans le cas de « l'écoulement subsonique », les coefficients sont :

$$A_{11} = k_1 \left[k_2 \frac{\gamma-1}{\gamma} (p_{SM_0})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(m_{cp_0} + k_{cath} p_{RM_0} - b - 0.5 - k_r I_{fc_0} \right) - k_{cath} \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{2\gamma-1}{\gamma} \right) \left(\frac{p_{SM_0}}{p_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right] \right] \quad (5.5)$$

$$A_{12} = k_1 k_{cath} \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{p_{SM_0}}{p_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right] \quad (5.6)$$

$$A_{13} = k_1 \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{p_{SM_0}}{p_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right] \quad (5.7)$$

$$A_{21} = k_4 k_{cath} \quad (5.8)$$

$$A_{22} = -k_4 \left[k_{cath} + \frac{C_d k_3 U_{valve_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \frac{2 \left(\frac{p_{am}}{p_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_{am}}{p_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}{\sqrt{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_{am}}{p_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_{am}}{p_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \right] \quad (5.9)$$

$$A_{31} = a_1 \quad (5.10)$$

$$B_{u_1} = -0.5k_r k_1 \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{P_{SM_0}}{P_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right] \quad (5.11)$$

$$B_{u_2} = -0.5k_r k_4 \quad (5.12)$$

$$B_{w_{22}} = -\frac{C_d k_4 k_3 P_{RM_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad (5.13)$$

$$B_{w_{31}} = a_2 \quad (5.14)$$

$$C_1 = 3.665 \times 10^{-4} n_{cells} \frac{T_{fc}}{(P_{SM_0} / 101325)} \quad (5.15)$$

$$D_{u_1} = n_{cells} \left(-1.53 \times 10^{-4} \frac{T_{fc}}{I_{fc_0}} - R_{olm} \right) \quad (5.16)$$

$$D_{w_1} = 0 \text{ et } D_{w_2} = 0$$

Pour le cas de « l'écoulement sonique », les coefficients A_{22} et $B_{w_{22}}$ sont remplacés par :

$$A_{22}' = -k_4 \left[k_{coh} + \frac{C_d k_3 U_{vahv_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \gamma^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \right] \quad (5.17)$$

$$B_{w_{22}}' = -\frac{C_d k_4 k_3 P_{RM_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \gamma^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (5.18)$$

$$\text{où } k_1 = \frac{R_a T_{am}}{V_{SM}} ;$$

$$k_2 = \frac{1}{\eta_{cp} \left(P_{am} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} ;$$

$$k_3 = 2.46 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / V ;$$

$$k_4 = \frac{R_a T_{atm}}{V_{RM}} ;$$

$$k_r = \frac{M_{O_2} n_{cells}}{4 F}$$

5.3 Discrétisation du modèle continu et identification des valeurs stationnaires

Pour implémenter le modèle d'état linéaire de la PAC tel que décrit dans l'équation 5.1, nous avons suivi certaines étapes. Tout d'abord, il s'agit de discrétiser le modèle d'état linéaire continu, ensuite d'effectuer l'identification des valeurs stationnaires (soient les variables d'état, les variables d'entrée et la variable de sortie). Dans les sections qui suivent, nous allons voir en détail ces différentes étapes.

1^{ère} étape : Discrétiser le système pour obtenir un modèle d'état discret

On rappelle que les équations d'état linéaire de notre système peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\Delta x} = A \Delta x + B_u \Delta u \\ \Delta y = C \Delta x + D_u \Delta u \end{cases} \quad (5.19)$$

Dans ce cas, nous avons regroupé les variables d'entrée et de commande de notre système dans la même matrice Δu .

Le modèle linéaire discret s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \Delta x_{k+1} = P_k \Delta x_k + Q_k \Delta u_k \\ \Delta y_k = C_k \Delta x_k + D_k \Delta u_k \end{cases} \quad (5.20)$$

Les relations entre les matrices A_k , B_k et P_k , Q_k sont définies comme suit :

$$P_k = e^{A_k T} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(A_k)^i (T)^i}{i!} \quad (5.21)$$

$$Q_k = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(A_k)^i (T)^{i+1} B_k}{(i+1)!} = (P_k - I) A_k^{-1} B_k \quad (5.22)$$

où T est la période d'échantillonnage (s).

2^{ème} étape : Identifier les valeurs stationnaires

Comme le modèle d'état est développé autour des valeurs stationnaires, il faut calculer les variations autour de ces valeurs en identifiant U_0 , X_0 et Y_0 . Nous sommes en face d'une identification de paramètres variant dans le temps.

Une étude [34] mentionne quelques algorithmes permettant de calculer U_0 , X_0 et Y_0 . Entre autres « *l'algorithme d'identification directe du régime stationnaire* », « *l'algorithme avec identification par moyenne exponentielle* », etc.

Dans notre cas, nous allons utiliser ce dernier algorithme qui est une méthode non seulement efficace mais aussi facile à implémenter.

Le principe de « *l'algorithme avec identification par moyenne exponentielle* » est comme suit :

$$X_{0_{k+1}} = \lambda X_{0_k} + (1 - \lambda) X_k \quad (5.23)$$

$$U_{0_{k+1}} = \lambda U_{0_k} + (1 - \lambda) U_k \quad (5.24)$$

$$Y_{0_{k+1}} = \lambda Y_{0_k} + (1 - \lambda) Y_k \quad (5.25)$$

où λ est un paramètre empirique. Sa valeur est 0.98 et son rôle ressemble à un facteur d'oubli. Le choix de ce dernier est important pour identifier correctement les paramètres temporels.

5.4 Modèle Simulink

Pour implémenter le modèle, nous avons utilisé l'environnement Matlab/Simulink[®] avec un module s-fonction programmé en langage C. L'avantage de ce dernier par rapport au langage de Matlab `.m` est la réduction considérable du temps de calcul durant l'exécution du programme. Nous trouverons en *Annexe G* le programme détaillé du modèle d'état linéaire de la pile avec l'identification des valeurs stationnaires par la méthode de l'algorithme avec moyenne exponentielle.

5.5 Conclusion

Ce chapitre présente les différentes étapes de linéarisation du modèle de la PAC par la méthode de « *petit signal* » autour d'un point nominal d'opération des différentes variables d'état, variables d'entrée et variables de commande. Ainsi, après avoir identifié les coefficients des différentes matrices, nous obtenons le modèle d'état linéaire continu.

Ensuite, nous avons discrétisé le modèle pour obtenir un modèle discret car une commande multivariable est envisagée dans la suite du projet. Pour ce faire, nous avons utilisé « *l'algorithme avec identification par moyenne exponentielle* » pour identifier les valeurs stationnaires du modèle d'état discret.

Enfin, nous avons programmé le modèle dans un fichier.c utilisant l'environnement Matlab/Simulink[®] avec un module s-fonction.

Chapitre 6 - Résultats expérimentaux et validation

6.1 Protocole expérimental

Le système de PAC de type PEM utilisé sur notre banc d'essai est la EPAC-500 de H-Power. Il est constitué de 65 cellules et produit 600W de puissance. Il est alimenté d'une part avec une pression d'hydrogène de 140kPa et de l'autre part avec de l'air ambiant, qui est comprimé par une pompe à diaphragme à deux têtes entraînée par un moteur à courant continu. La température d'opération de la PAC est de 313,15K. Une valve solénoïde de type proportionnelle est utilisée pour contrôler la pression d'air à l'entrée des canaux afin d'améliorer la puissance nette de la pile.

6.2 Validation du modèle complet du système sans l'électrovanne

Hypothèse : On suppose que l'électrovanne à la sortie de la PAC est complètement ouverte, c'est-à-dire que la tension d'alimentation de l'électrovanne U_{valve} est constante; ce qui implique que nous n'avons alors plus qu'un modèle à deux entrées : I_{fc} et U_{cp} .

6.2.1 Modélisation des paramètres du système

Le modèle complet du système de PAC est implémenté dans l'environnement Matlab/Simulink®. Nous présenterons en *Annexe H* le diagramme Simulink® du modèle d'état non linéaire et linéaire de la PAC. Ensuite, nous montrerons les différents modules du bloc « **Modele_etat_nonlineaire** » ainsi que du bloc « **Modele_etat_lineaire** » en *Annexes I et J* respectivement. Les sous-modules « Debit mcp », « Température T_{cp} »,

« Pression_psm » et « Tension de la pile Ufc » du bloc « **Modele_etat_nonlineaire** » sont présentés à l'Annexe K.

Les variables et paramètres utilisés dans le modèle dynamique du système pile à combustible EPAC-500 de H-Power sont résumés dans le tableau 6-1.

Tableau 6-1 : Paramètres généraux de la pile EPAC

Paramètres	Symboles	Unités	Valeurs
Aire active de la PAC	A_{fc}	cm ²	78
Coefficient expérimental	a_0	kg.s ⁻²	1,1839x10 ⁻²
Coefficient expérimental	a_1	kg.Pa ⁻¹ .s ⁻²	-5,7791 x10 ⁻⁸
Coefficient expérimental	a_2	kg.V ⁻¹ .s ⁻²	5,0452 x10 ⁻⁵
Coefficient expérimental	a_3	kg.A ⁻¹ .s ⁻²	1,1257x10 ⁻⁵
Coefficient expérimental	b	kg .s ⁻¹	8,0x10 ⁻⁸
Constante de Faraday	F	C.mol ⁻¹	96485
Paramètre de débit	k_{cath}	kg .s ⁻¹ Pa ⁻¹	7,0x10 ⁻⁵
Constante de l'air	R_a	J.kg ⁻¹ K ⁻¹	286,9
Rapport de chaleur spécifique de l'air	γ	–	1,4
Masse volumique de l'air à 20°C	ρ_a	kg.m ⁻³	1,2
Masse molaire de l'air	M_a	kg.mol ⁻¹	28,97x10 ⁻³
Masse molaire de l'oxygène	M_{O_2}	kg.mol ⁻¹	32,0x10 ⁻³
Nombre de cellules de la PAC	n_{cells}	–	65
Température de la PAC	T_{fc}	K	313,15
Volume du collecteur d'entrée	V_{SM}	m ³	1,29x10 ⁻⁴
Volume du collecteur de sortie	V_{RM}	m ³	1,92x10 ⁻⁴

6.2.2 Résultats et discussion

Nous présentons dans cette section les mesures expérimentales réalisées ainsi que les résultats obtenus par simulation de la réponse dynamique du système de la PAC lorsque l'électrovanne se trouvant à la sortie de la pile est complètement ouverte.

Sur la figure 6.1, les réponses transitoires de la pression d'air du compresseur, de son débit massique d'air ainsi que de la tension totale de la PAC sont montrées pour différentes consignes de courant de charge entre 0 et 12 A.

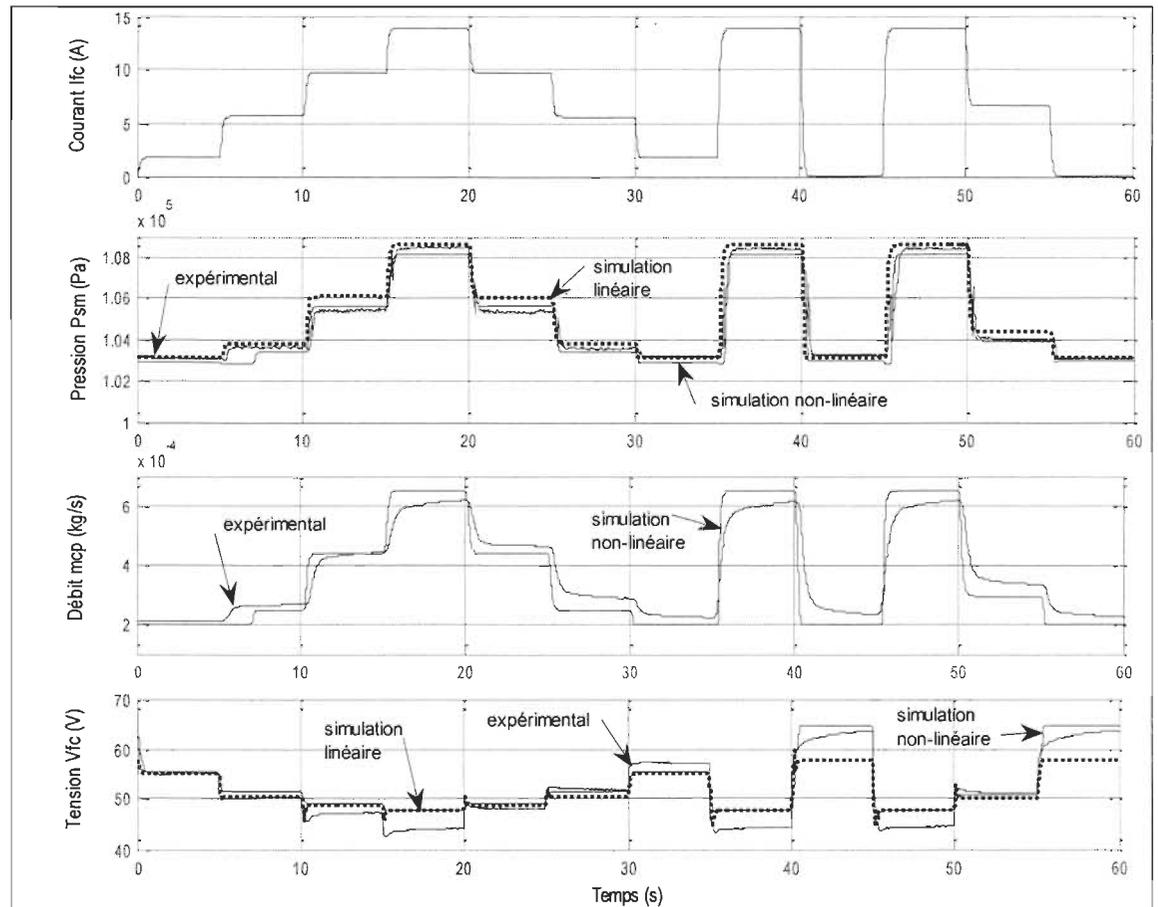


Figure 6.1 : Réponse dynamique globale

Nous présenterons aux *Annexes L et M* des cas particuliers lorsqu'on considère seulement la fenêtre [34.5s; 37s] et la fenêtre [49.8s ; 51.2s] respectivement. Ce sont les réponses transitoires pour un échelon de courant ascendant de 2 à 14A et un échelon de courant descendant de 14 à 7A.

La tension totale de la pile varie en fonction du courant de la pile et de la pression partielle d'oxygène.

Nous remarquons que les résultats de simulations sont en corrélation avec les résultats expérimentaux aussi bien pour des phases stationnaires que pour des phases transitoires croissantes et décroissantes; à l'exception du débit d'air. Cette petite différence entre la mesure expérimentale du débit d'air et celle de la simulation est due au temps de réaction du capteur de débit d'air.

En résumé, nous pouvons dire qu'il n'y a pas de différence significative entre les résultats du modèle obtenus par simulation et ceux obtenus par les mesures expérimentales réalisées sur le banc d'essai.

Chapitre 7 - Conclusions et recommandations

Ce dernier chapitre fait une synthèse des principales conclusions tirées aux cours des différentes étapes du projet de recherche. Des recommandations et de nouvelles perspectives de recherche seront aussi présentées afin de faciliter et de bonifier la suite du projet.

7.1 Conclusions

Le présent travail de recherche avait pour objectif principal l'élaboration d'un modèle dynamique complet et adéquat du système d'alimentation d'air de la pile à combustible de type PEM permettant pour la suite du projet de contrôler convenablement la PAC à l'aide d'une commande numérique.

Actuellement, des articles scientifiques font état d'une dizaine de types de modélisations différentes de la pile à combustible dépendamment de leur utilisation. Suite à l'analyse de chacune d'elle, nous avons choisi un modèle d'état linéaire discret obtenu par la méthode de « *petit signal* » autour d'un point nominal d'opération.

Nous avons privilégié le modèle d'état discret par rapport au modèle ARMA¹¹ (*modèle autorégressif et moyenne mobile*) car c'est un outil très efficace pour la conception de correcteurs ainsi que pour l'étude du comportement interne du système. Il est tout désigné pour les systèmes multivariables tels que celui que nous avons dans cette étude.

¹¹ ARMA : AutoRegressive Moving Average

La validation de ce modèle d'état à partir des mesures expérimentales provenant de la PAC EPAC-500 a été réalisée, dans le cas sans électrovanne à la sortie de la pile. Il est à noter que les résultats obtenus en pratique reflètent bien le modèle obtenu en simulation. La différence entre l'expérimentation et la simulation étant non-significative, les hypothèses considérées dans cette étude sont proches de la réalité.

Un banc d'essai a été aménagé au centre d'essais de l'IRH. Il a permis de valider expérimentalement le modèle conçu lors de ce projet de recherche.

La commande numérique optimale, plus particulièrement la commande LQR, sera présentée en détail en *Annexe N* afin de faciliter l'application de la méthode.

7.2 Recommandations

Bien que nous ayons pu valider avec des mesures expérimentales le modèle complet du système pile à combustible sans l'électrovanne, il reste maintenant à pouvoir valider le modèle en présence de l'électrovanne grâce à des mesures expérimentales sur le banc d'essai.

De plus, comme le modèle a été conçu pour la commande, il serait intéressant de choisir une loi de commande numérique comme celle de la commande LQR suggérée dans ce projet, de l'adapter à notre modèle et de pouvoir le valider.

Bibliographie

- [1] J. Ferrier, "Urbanopolis - Une exposition réalisée par le Musée de la Civilisation," 2008.
- [2] B. Wahdame, "Analyse et optimisation du fonctionnement de piles à combustible par la méthode des plans d'expériences," dans *Sciences pour l'Ingénieur et Microtechniques*, vol. Doctorat: Université de Technologie de Belfort Montbeliard et de l'université de Franche-Comte, 2006, pp. 238.
- [3] A. Biyikoglu, "Review of proton exchange membrane fuel cell models," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 30, pp. 1181-1212, 2005.
- [4] K. Haraldsson and K. Wipke, "Evaluating PEM fuel cell system models," *Journal of Power Sources*, vol. 126, pp. 88-97, 2004.
- [5] M. C. Pera, D. Candusso, D. Hissel, and J. M. Kauffmann, "Fuel Cell Power Generators a great idea but a stubborn reality," *IEEE Industrial Electronics Society Newsletter*, vol. 55, n°3, 2006.
- [6] S. Walkiewicz, "Etude par spectroscopie d'impédance électrochimique de piles à combustible à membrane échangeuse de protons," vol. DEA Electrochimies INPG: LEPMI, 2001.
- [7] J. Garnier, "Association en parallèle de générateurs pile à combustible," dans *L2ES*, vol. Doctorat: UFC, 2006.
- [8] G. Fontes, "Modélisation et caractérisation de la pile PEM pour l'étude des interactions avec des convertisseurs statiques," vol. Doctorat. Toulouse: INP, 2005.
- [9] R. Saisset, "Contribution à l'étude systémique de dispositifs énergétiques à composants électrochimiques. Formulisme Bond Graph appliqué aux piles à combustible, accumulateurs Lithium-Ion, Véhicule Solaire," vol. Doctorat. Toulouse: INP, 2004.
- [10] A. A. Franco, "Un modèle physique multiéchelle de la dynamique électrochimique dans une pile à combustible à électrolyte polymère, une approche Bond Graph dimension infinie," vol. Doctorat. Lyon: Université Claude Bernard Lyon I, 2005.
- [11] D. Chrenko, "Characterization of a Polymer Electrolyte Fuel Cell System. Contribution to the study of Fuel Cell Ageing," dans *L2ES*, vol. Master, 2005.

- [12] J. Scholta, G. Escher, W. Zhang, L. Kuppers, L. Jorissen, and W. Lehnert, "Investigation on the influence of channel geometries on PEMFC performance," *Journal of Power Sources*, vol. 1555, pp. 66-71, 2006.
- [13] L. Dumercy, "Contribution à la caractérisation thermique et fluidique d'une pile à combustible à membrane échangeuse de protons (PEMFC)," vol. Doctorat: UFC et UTBM, 2004.
- [14] M. Boillot, "Validation expérimentale d'outils de modélisation d'une pile à combustible de type PEM," dans *Laboratoire des Sciences du Génie Chimique*, vol. Doctorat. NANCY: Institut National Polytechnique de Lorraine, 2005.
- [15] J. Ramousse, "Transferts couplés masse-charge-chaleur dans une cellule de pile à combustible à membrane polymère," dans *Laboratoire d'Energie et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA)*, vol. Doctorat: INPL, 2005.
- [16] A. Hernandez, "Diagnostic d'une pile à combustible de type PEFC," dans *L2ES*, vol. Doctorat, 2006.
- [17] M. Tekin, L. Dumercy, D. Hissel, M. C. Pera, R. Glises, J. M. Kauffmann, P. Schott, A. De Bernardinis, G. Coquery, F. Badin, A. Lachichi, and B. Davat, "Fuel cell system for transportation application: modeling and experimetal validation," presented at France Deutschland Fuel Cell Conference, Forbach (France), 2002.
- [18] W. Friede, "Modélisation et caractérisation d'une pile à combustible du type PEM," vol. Doctorat. Nancy: INPL, 2003.
- [19] J. P. Poirot- Crouvezier, P. Baurens, and D. Levrard, "Modélisation dynamique d'une pile à combustible de Nora destinée au véhicule électrique," dans *10ème conférence canadienne sur l'hydrogène*. Québec, 2000.
- [20] J. T. Pukrushpan, H. Peng , and A. G. Stefanopoulou, "Simulation and analysis of transient fuel cell system performance based on dynamic reactant flow model," *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, New Orleans, LA, USA*, pp. 1-12, 2002.
- [21] B. Blunier and A. Miraoui, "Optimization and air supply management of a polymer electrolyte fuel cell," 2005.
- [22] M. Tekin, D. Hissel, M.-C. Pera, and J.-M. Kauffmann, "Energy consumption reduction of a PEM fuel cell motor-compressor group thanks to efficient control laws," *Journal of Power Sources*, vol. 156, pp. 57-63, 2005
- [23] S. Caux, J. Lachaize, M. Fadel, P. Shott, and L. Nicod, "Modelling and control of a Fuel Cell System and Storage Elements in transport applications," *Journal of Process Control*, vol. 15, pp. 481-491, 2005.

- [24] F. Philipps, G. Simons, and K. Schiefer, "Dynamic investigation of PEFC stacks in interaction with the air supply system," *Journal of Power Sources*, vol. 154, pp. 412-419, 2006.
- [25] J. E. Larminie and A. Dicks, *Fuel Cell System Explained*. Chichester, U.K.: Wiley, 2000.
- [26] K. Agbossou, G. Simard, M. Fournier, and A. Labbé, "Description du modèle de pile à combustible de type PEM du LTE – IRH, Rapport interne de l'IRH," septembre 2005.
- [27] M. Fournier, K. Agbossou, A. Poulin, Y. Dubé, and S. G., "Dynamic model of a PEMFC stack suitable for component level modeling of a fuel cell based generator," presented at WHEC 16, Lyon, France, 2006.
- [28] M. Ceraolo, C. Miulli, and A. Pozio, "Modelling static and dynamic behaviour of proton exchange membrane fuel cells on the basis of electro-chemical description," *Journal of Power Sources*, vol. 113, pp. 131-144, 2003.
- [29] N. Hassanaly, K. Agbossou, Y. Dubé, and K. P. Adzakpa, "Air supply state model for a proton exchange membrane fuel cell control," presented at Proceedings of the Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Vancouver, BC, 22-26 April 2007.
- [30] V. Wylen, R. Sonntag, and Desrochers, *Thermodynamique appliquée*, 2ème ed, 1992.
- [31] J. T. Pukrushpan, A. G. Stefanopoulou, and P. Huei, "Modeling and control for PEM fuel cell stack system," 2002.
- [32] S. Rodatz, G. Paganelli, and L. Guzzella, "Optimizing air supply control of a PEM fuel cell system," presented at American Control Conference, 2003.
- [33] P. Thomas, *Simulation of Industrial Processes for Control Engineer*. Butterworth Heinemann, London, 1999.
- [34] Y. Dubé, "Montage, simulation et algorithmes pour la commande automatique du procédé de broyage," dans *Faculté des sciences et de génie*, vol. Thèse de doctorat. Québec: Université Laval, 1985.
- [35] J. T. Pukrushpan, A. G. Stefanopoulou, and P. Huei, "Control of fuel cell breathing," *Control Systems Magazine, IEEE*, vol. 24, pp. 30-46, 2004.
- [36] P. Rodatz, C. Onder, and L. Guzzella, "Air Supply System of a PEMFC Stack Dynamic Model," *Fuel Cells*, vol. 5, pp. 126-132, 2005.
- [37] A. Vahidi, A. Stefanopoulou, and P. Huei, "Model predictive control for starvation prevention in a hybrid fuel cell system," 2004.

- [38] J. O. Schumacher, P. Gemmar, M. Denne, M. Zedda, and M. Stueber, "Control of miniature proton exchange membrane fuel cells based on fuzzy logic," *Journal of Power Sources*, vol. 129, pp. 143-151, 2004.
- [39] A. R. Sakehare, A. Davari, and A. Feliachi, "Control of solid oxide fuel cell for stand-alone and grid connection using fuzzy logic technique," 2004.
- [40] J. Binfet and B. M. Wilamowski, "Microprocessor implementation of fuzzy systems and neural networks," 2001.
- [41] M. Santos, J. M. de la Cruz, S. Dormido, and A. P. de Madrid, "Between fuzzy-PID and PID-conventional controllers: a good choice," 1996.
- [42] A. Sakhare, A. Davari, and A. Feliachi, "Fuzzy logic control of fuel cell for stand-alone and grid connection," *Journal of Power Sources*, vol. 135, pp. 165-176, 2004.
- [43] K. Yoon-Ho and K. Sang-Sun, "An electrical modeling and fuzzy logic control of a fuel cell generation system," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 14, pp. 239-244, 1999.
- [44] B. Shahian and M. Hassul, *Control System Design Using Matlab*: Prentice-Hall, 1993.
- [45] P. Borne and al., *Commande et optimisation des processus*: Editions Technip, 1990.
- [46] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 3rd ed: Prentice Hall, 1997.
- [47] E. Arango, C. Ramos-Paja, J. Calvente, R. Giral, A. Romero, and L. Martinez-Salamero, "Fuel Cell Power Output Using a LQR Controlled AIDB Converter," presented at Clean Electrical Power, 2007. ICCEP '07. International Conference on, 2007.

Annexe A: Méthodes de contrôle et d'optimisation du sous-système d'alimentation d'air pour une pile à combustible

Technique de commande	Utilisation	Principe	Avantages /Inconvénients*
Anticipation non linéaire & Rétroaction linéaire	<ul style="list-style-type: none"> - pour contrôler le rapport stœchiométrie d'O₂ durant la variation de la demande de courant de la PAC [35] et [31]. → par l'intermédiaire de la tension d'entrée du compresseur. 	<ul style="list-style-type: none"> - le contrôleur par anticipation (<i>Feedforward</i>) anticipe l'effet de la perturbation appliquée au système et réagit à temps. - le contrôleur par rétroaction (<i>Feedback</i>) quand à lui contrôle uniquement à partir de l'information dont il dispose au point à contrôler. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bonne réponse face au changement brusque du courant. Elle permet de calibrer la réponse transitoire de la puissance fournie à la charge [31]. Pour l'anticipation (non linéaire) : la précision dépend du vieillissement des composants, le modèle inverse du compresseur est requis et ne peut être obtenu analytiquement* [31].
Contrôleur LQG (Linear Quadratic Gaussien)	<ul style="list-style-type: none"> - pour commander la pression d'air (compresseur) afin d'éviter le manque d'oxygène [36] et [32]. - pour découpler avec succès le débit massique et la pression. 	<ul style="list-style-type: none"> - c'est une technique moderne utilisant l'espace d'état pour concevoir les régulateurs dynamiques optimaux. Elle permet le compromis entre la régulation et l'effort de commande en tenant compte des perturbations et du bruit du processus de mesure. 	<ul style="list-style-type: none"> - réduction du temps de réponse. - la conception de LQG exige un modèle d'espace d'état du système.
Commande prédictive	<ul style="list-style-type: none"> - contrôler le débit d'air dans un système hybride (PAC et ultra condensateur) pour éviter le manque d'oxygène à la cathode [37]. - pour optimiser la perturbation de la demande de courant entre la pile et le stockage intermédiaire [37]. (simulation) 	<ul style="list-style-type: none"> - anticiper le comportement en utilisant le modèle mathématique du système. - maintenir les variables de commande proches de leurs consignes tout en respectant les contraintes d'opérations du problème. 	<ul style="list-style-type: none"> - Commande optimale basée sur la performance. - N'exige pas la connaissance préalable de la consigne [37]. - Pour les systèmes non linéaires. - Requiert la connaissance du modèle du système*.

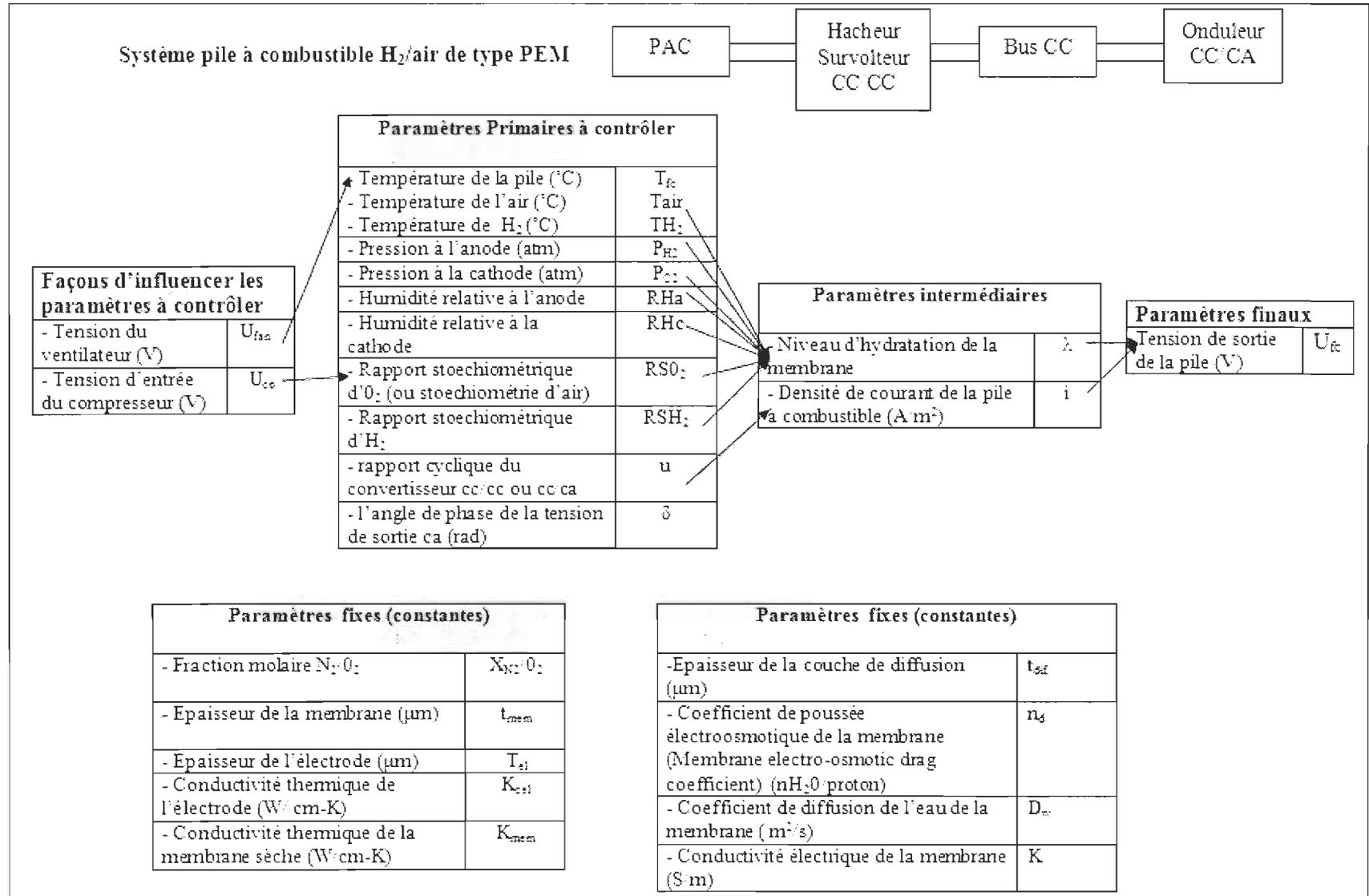
Technique de commande	Utilisation	Principe	Avantages /Inconvénients*
Logique floue	<ul style="list-style-type: none"> - contrôler le rapport stœchiométrie d'O₂ → par l'intermédiaire de la tension du ventilateur [38]. (expérimental) - pour réguler le débit d'air du groupe moteur- compresseur en utilisant un régulateur flou PD +I. Il s'agit d'une optimisation de l'énergie consommée par le sous-système d'alimentation d'air [22]. - pour déterminer la consigne du débit d'air en utilisant un superviseur flou [22]. 	<ul style="list-style-type: none"> - Conception basée sur des règles simples. - Les contrôleurs flous utilisent trois processus de conversion avant que la sortie finale soit produite : <ol style="list-style-type: none"> 1. L'étape de fuzzification; 2. L'étape d'inférence à partir d'une base de règles sous la forme « SI.. ALORS »; 3. L'étape de défuzzification. 	<ul style="list-style-type: none"> - Peut être utilisé pour un modèle de système inconnu ou incertain [39]. (simulation) - Méthode adaptive, offre une stabilité et une performance robuste face aux variations des paramètres et les perturbations de charge [39]. - Efficace et robuste pour les systèmes non-linéaires et complexes pour lesquels les modèles mathématiques sont inexistantes ou incomplets [40]et [41]. (simulation) - Implémentation facile et économique n'exigeant pas un microcontrôleur sophistiqué [42]. - Les contrôleurs flous sont souvent bons, mais non optimaux quand les fonctions d'appartenance et les règles floues sont choisies arbitrairement [40]. - La complexité du système augmente rapidement en fonction du nombre de variables d'entrées et de sorties [41]. - Aucune procédure systématique pour l'ajustement de ses paramètres [41]. - Requiert une vitesse de calcul importante pour fonctionner en temps réel [43].

Annexe B: Tableau de comparaison des différents types de pile à combustible

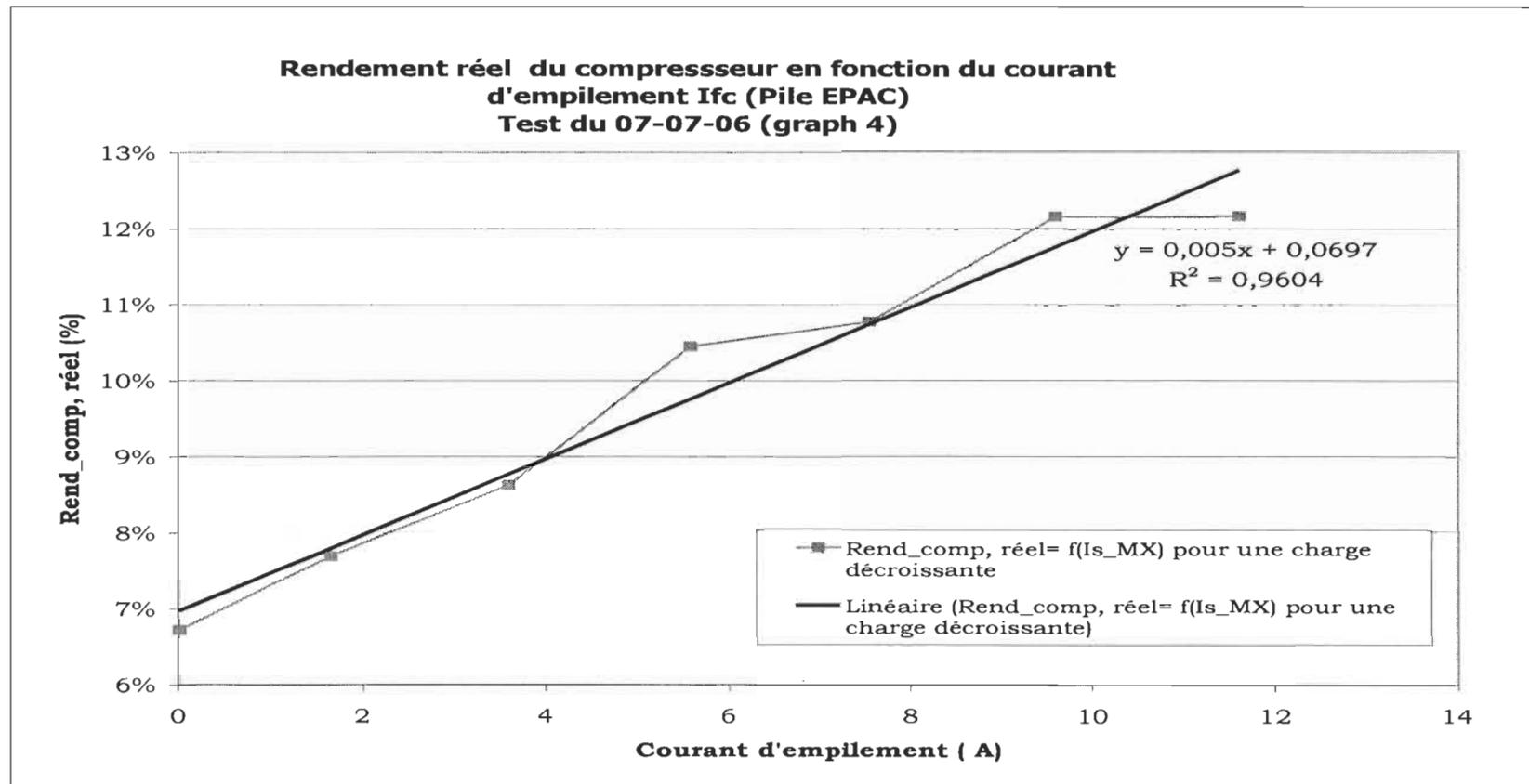
Type de la pile à combustible	Électrolyte	Catalyseur	Mobile ion	Température d'opération	Avantages	Inconvénients
Alkaline Fuel Cell (AFC)	Potasse sous forme aqueuse KOH (liquide)	A la cathode : platine A l'anode : nickel	OH ⁻	50- 200°C	- coût et poids plus faibles que les solutions acides. - flexibilité sur un éventail de catalyseurs.	-nécessite la présence de catalyseurs nobles à la cathode; - les petites quantités de CO ₂ empoisonnent le système, ainsi ne peuvent pas utiliser de l'air et de l'hydrogène pur.
Proton Exchange Membrane Fuel Cell ou Polymer Electrolyte Membrane Fuel Cell (PEMFC)	Polymère organique (solide) Nafion ou acide poly-perflorosulfonic	Platine 0.25g/kW	H ⁺	50 -100°C	- fonctionne à température ambiante; - temps de démarrage rapide; - l'électrolyte solide réduit la corrosion, le croisement de gaz et les issues de gestion d'électrolyte; -faible volatilité de l'électrolyte à la température de fonctionnement; - compatibilité avec le CO ₂ ; - densité de courant élevée.	- nécessite des catalyseurs précieux; - sensible au CO; - la teneur en eau des membranes doit être contrôlée (les membranes doivent être humidifiées pour éviter la déshydratation); - nécessite de l'hydrogène sous forme très pure; - reformage externe très poussé.
Direct Methanol Fuel Cell (DMFC)	Polymère organique (solide) Nafion ou acide poly-perflorosulfonic	Catalyseur à l'anode: mélange de ruthénium et de platine	H ⁺	60- 120°C	- carburant méthanol à l'anode; - pas de reformage externe; - évite tout stockage d'hydrogène.	- Problème de croisement du méthanol.

Type de la pile à combustible	Électrolyte	Catalyseur	Mobile ion	Température d'opération	Avantages	Inconvénients
Phosphoric Acid Fuel Cell (PAFC)	Acide phosphorique (liquide)	Platine 0.8g/kW	H ⁺	~ 220°C	<ul style="list-style-type: none"> - peu sensible au CO; - facilité de fabrication; - stabilité thermique et chimique; - la cogénération peut mener à un rendement très élevé; - le CO₂ ne réagit pas. 	<ul style="list-style-type: none"> - nécessite un reformage externe; - loin d'être utilisée pour des applications commerciales car poids et taille grands; - coût élevé dû aux matières employées; - densités de courant et de puissance faibles; - coût élevé du catalyseur en métal; - la pile doit être maintenue à 100°F (≈ 37,78°C) à tout moment une fois que l'unité est commissionnée.
Molten Carbonate Fuel Cell (MCFC)	Carbonates de lithium et de potassium fondus (liquide)	Nickel	CO ₃ ²⁻	~ 650°C	<ul style="list-style-type: none"> - rendements théoriques élevés; - insensible aux polluants; - peuvent consommer du CO comme carburant; - sans catalyseur noble; - peut fonctionner avec la cogénération; - fonctionne même avec du CO₂ dans le système. 	<ul style="list-style-type: none"> - reformage externe; - coût de matériaux élevé; - technologie délicate; - besoin de fonctionner à haute température pour fournir le transfert d'ions adéquat à l'électrolyte; - la haute température augmente la corrosion et la panne des composants de la pile.
Solid Oxide Fuel Cell (SOFC)	Oxyde de Zirconium ZrO ₂ et d'ytterbium Y ₂ O ₃ (solide)	A base de nickel et d'oxydes	O ²⁻	500 -1000°C	<ul style="list-style-type: none"> - insensible aux polluants; - reformage interne possible; - chaleur utile récupérable pour des utilisations industrielles; - la température élevée peut avoir ainsi un rendement plus élevé, plus de flexibilité de carburant, et des catalyseurs peu coûteux; - l'électrolyte solide réduit des problèmes de gestion de corrosion et d'électrolyte. 	<ul style="list-style-type: none"> - fonctionne à très haute température; - la haute température mène à la corrosion et à la panne des composants et de la pile; - la tolérance de soufre est basse (c'est-à-dire le catalyseur de reformation est empoisonné).

Annexe C: Différents paramètres du système PAC



Annexe D: Courbe du rendement du compresseur en fonction du courant



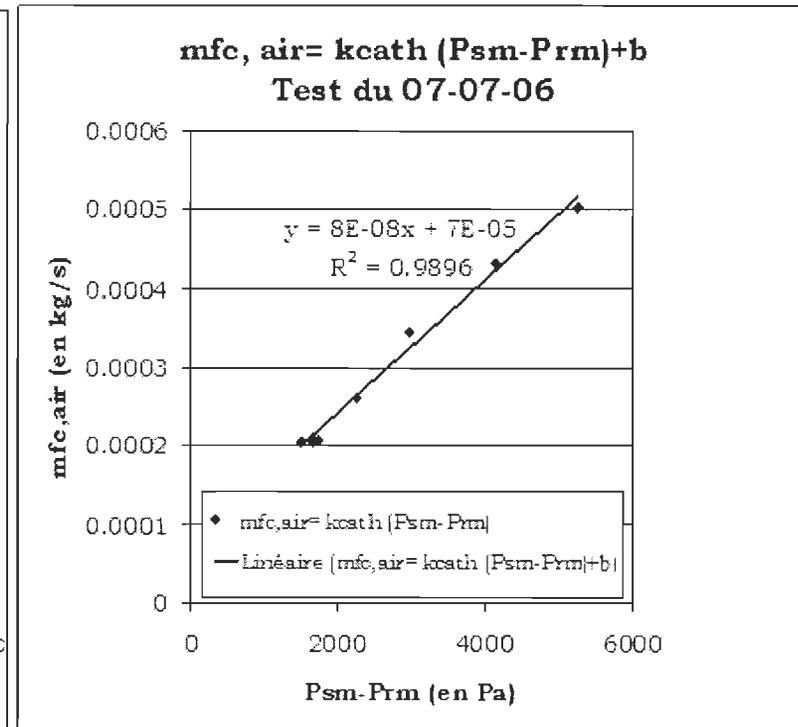
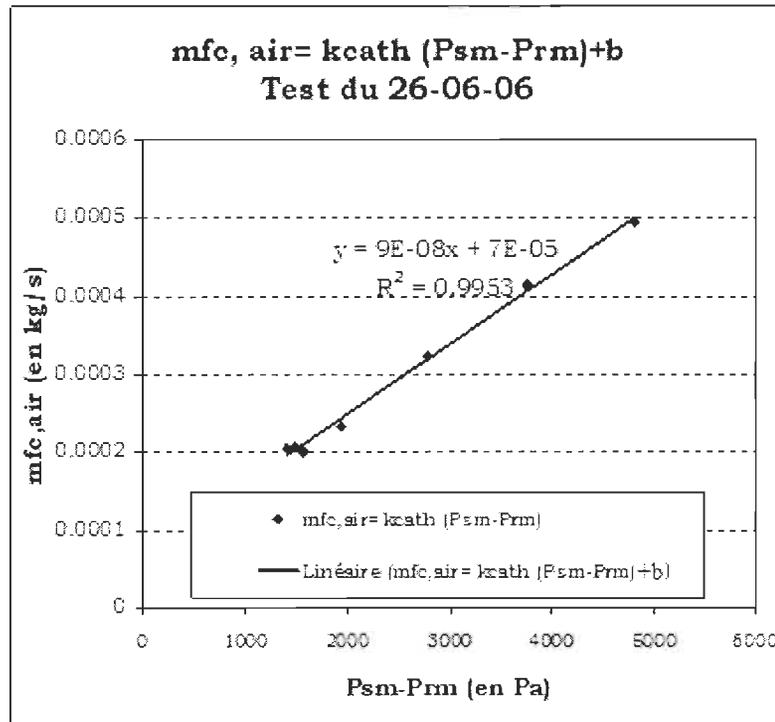
Annexe E: Tableau des mesures expérimentales sur la pile EPAC

Temps (s)	Courant I_{fc} (A)	\dot{m}_{cp} (kg/s)	P_{SM} (Pa)	U_{cp} (V)
0	0,39	0,00022272	103002	2,367
0,5	0,391	0,00022142	103034	2,367
1	0,392	0,00021948	103047	2,367
1,5	2,306	0,00021786	102957	2,367
2	2,322	0,0002165	102940	2,367
2,5	2,323	0,00021514	102913	2,367
3	2,324	0,00021384	102866	2,367
3,5	2,324	0,00021274	102886	2,367
4	2,324	0,0002115	102905	2,367
4,5	2,325	0,00021054	102859	2,367
5	2,325	0,00020976	102887	2,367
5,5	2,325	0,00020904	102857	2,367
6	2,349	0,00020788	102909	2,367
6,5	6,269	0,00023294	103627	3,314
7	6,293	0,00027058	103736	3,335
7,5	6,294	0,0002766	103822	3,335
8	6,294	0,00027796	103806	3,336
8,5	6,294	0,00027926	103747	3,336
9	6,293	0,00027932	103832	3,336
9,5	6,294	0,0002799	103783	3,336
10	6,293	0,0002799	103780	3,335
10,5	6,293	0,00028004	103802	3,335
11	6,296	0,0002799	103862	3,335
11,5	10,281	0,00035264	105952	5,451
12	10,308	0,00041878	106240	5,478
12,5	10,309	0,00043062	106312	5,479
13	10,31	0,00043562	106245	5,479
13,5	10,31	0,00043826	106204	5,48
14	10,31	0,00044066	106276	5,48
14,5	10,311	0,00044254	106378	5,48
15	10,311	0,0004432	106251	5,48
15,5	10,311	0,00044448	106229	5,48
16	10,41	0,00044688	106372	5,48
16,5	14,378	0,0005204	109123	7,932
17	14,407	0,00058866	109383	7,962
17,5	14,41	0,00060156	109461	7,964
18	14,411	0,00060726	109411	7,963
18,5	14,411	0,00061146	109382	7,964
19	14,411	0,00061406	109376	7,964
19,5	14,411	0,00061568	109445	7,964
20	14,411	0,00061814	109440	7,964
20,5	14,411	0,00062098	109467	7,964
21	14,327	0,00062286	109401	7,964
21,5	10,33	0,00055732	106665	5,5

Temps (s)	Courant I_{fc} (A)	\dot{m}_{cp} (kg/s)	P_{SM} (Pa)	U_{cp} (V)
22	10,31	0,00048982	106356	5,479
22,5	10,311	0,00048056	106366	5,48
23	10,311	0,0004785	106450	5,48
23,5	10,313	0,00047726	106397	5,48
24	10,312	0,00047596	106410	5,481
24,5	10,313	0,00047558	106496	5,481
25	10,313	0,00047454	106369	5,481
25,5	10,313	0,00047448	106427	5,481
26	10,155	0,00047396	106409	5,482
26,5	6,322	0,0004022	104176	3,357
27	6,298	0,00033476	103906	3,338
27,5	6,296	0,00032324	103893	3,337
28	6,296	0,00031948	103949	3,337
28,5	6,296	0,00031682	103955	3,337
29	6,296	0,0003143	103942	3,337
29,5	6,297	0,00031248	103960	3,337
30	6,297	0,00031086	103958	3,337
30,5	6,297	0,00030918	103883	3,338
31	6,144	0,00030776	103945	3,337
31,5	2,35	0,00026236	102933	2,367
32	2,33	0,00023644	103028	2,367
32,5	2,33	0,00023114	102983	2,367
33	2,331	0,00022868	102936	2,367
33,5	2,331	0,00022654	103050	2,367
34	2,331	0,00022484	103043	2,367
34,5	2,331	0,00022322	102968	2,367
35	2,331	0,00022136	102954	2,367
35,5	2,331	0,00022058	102985	2,367
36	2,86	0,00021864	103005	2,367
36,5	14,346	0,0003862	108503	7,894
37	14,417	0,00055712	109407	7,968
37,5	14,419	0,00058568	109385	7,969
38	14,42	0,00059496	109502	7,969
38,5	14,419	0,00060072	109404	7,969
39	14,42	0,00060486	109429	7,97
39,5	14,419	0,0006092	109491	7,969
40	14,42	0,00061256	109478	7,969
40,5	14,42	0,00061588	109581	7,969
41	13,626	0,0006184	109563	7,97
41,5	0,479	0,00041404	103118	2,367
42	0,403	0,00027324	103083	2,367
42,5	0,401	0,00025212	103065	2,367
43	0,403	0,0002448	103119	2,367
43,5	0,402	0,00024032	103085	2,367
44	0,402	0,00023728	103039	2,367
44,5	0,403	0,00023386	103105	2,367

Temps (s)	Courant I_{fc} (A)	\dot{m}_{cp} (kg/s)	P_{SM} (Pa)	U_{cp} (V)
45	0,404	0,00023146	103060	2,367
45,5	0,405	0,00022918	103022	2,367
46	0,991	0,00022764	103065	2,367
46,5	14,341	0,00037402	108038	7,828
47	14,425	0,00055874	109409	7,972
47,5	14,426	0,00059126	109404	7,974
48	14,427	0,00060052	109394	7,974
48,5	14,426	0,00060596	109402	7,973
49	14,426	0,00060992	109460	7,973
49,5	14,426	0,00061276	109439	7,973
50	14,427	0,00061568	109459	7,974
50,5	14,426	0,00061826	109430	7,973
51	14,34	0,00062054	109460	7,974
51,5	7,36	0,00049838	104936	3,899
52	7,324	0,0003838	104514	3,866
52,5	7,322	0,0003667	104506	3,866
53	7,322	0,00036158	104519	3,866
53,5	7,323	0,00035848	104462	3,866
54	7,322	0,00035626	104500	3,866
54,5	7,323	0,00035446	104541	3,866
55	7,324	0,00035258	104516	3,866
55,5	7,322	0,00035122	104537	3,866
56	7,082	0,00035012	104517	3,866
56,5	0,451	0,00028184	103011	2,367
57	0,411	0,00024304	103064	2,367
57,5	0,41	0,00023554	103094	2,367
58	0,41	0,00023262	103000	2,367
58,5	0,412	0,00023036	103021	2,367
59	0,412	0,00022782	103073	2,367
59,5	0,412	0,00022614	103080	2,367
60	0,413	0,00022576	103096	2,367

Annexe F: Courbes du débit d'air de la PAC en fonction de la différence de pression d'air à la sortie du compresseur



Annexe G: Code du programme Modele_etat_lineaire_Non_Ev.c

```

/*
 * Module modele_etat_lineaire_Non_Ev.c                25 Janvier 2007
 * Dernière modification le 6 Mai 2007
 *
 * Auteurs : Nadine Hassanaly et Pélcpé Adzakpa
 *
 * Ce module sert à implémenter le modele d'état linéaire de la PAC.
 * Pour ce faire, nous avons besoin de discrétiser le modèle d'état
 * linéaire continu, ensuite, effectuer l'identification les valeurs
 * stationnaires (soit les entrées, soit les variables d'états)
 * par la méthode de "l'algorithme avec moyenne exponentielle".
 * Pour compiler le programme :
 * Taper dans le Workspace de Simulink: mex modele_etat_lineaire_Non_Ev.c -g
 *
 * Entrées:
 * psm0: Valeur stationnaire initiale de la pression du compresseur
 *       (en Pa) correspondant à Ifc= 0.39A
 * prm0: Valeur stationnaire initiale de la pression du collecteur de
 *       sortie (en Pa) correspondant à Ifc= 0.39A
 * mcp0: Valeur stationnaire initiale du débit massique d'air du
 *       compresseur (en kg/s) correspondant à Ifc= 0.39A
 * Ifc0  Valeur stationnaire initiale du courant d'empilement (en A)
 * Ucp0  Valeur stationnaire initiale de la tension du compresseur (en V)
 * Uvalve0 Valeur stationnaire initiale de la tension de l'électrovanne(en V)
 * Ufc0  Valeur stationnaire initiale de la tension de la pile (en V)
 * Ifc   Courant d'empilement de la pile(en A)
 * Ucp   Tension du compresseur (en V)
 * Uvalve Tension de l'électrovanne (en V)
 * T_ech Période d'échantillonnage (en s)
 * p_H2_int Pression partielle de l'hydrogène à l'interface réactionnelle (en
atm)
 *
 * Sorties:
 * Les sorties sont les variables d'états X, et la variable de sortie Y
 * X[0] = psm;
 * X[1] = prm;
 * X[2] = mcp;
 * Y    = Ufc;
 *
 * Autres - Ici ce sont des variables d'états.
 * Old[13] Valeurs des variables d'état et de commande à l'instant
 *         précédent (DeltaX[i] et X0[i], DeltaU[i] et U0[i] et Y0);
 */

#define S_FUNCTION_NAME  modele_etat_lineaire_Non_Ev
#define S_FUNCTION_LEVEL 2

#include "simatruc.h"
#include <math.h>

```

```

#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

#define NUM_INPUTS 12 // Nombre des variables d'entrees= 12
#define NUM_OUTPUTS 4 // Nombre des variables de sorties= 4

/* VARIABLE D'ÉTAT */
double Old[13]; // Ce sont les deltaX et les X0= psm0, prm0, mcp0;
// les DeltaU et les U0= Ifc0, Ucp0, Uvalve0; le Y0
double AB[2][2]; // le résultat du produit de deux matrices A et B;
double A_plus_B[2][2]; // le résultat de la somme de deux matrices A et B;
double scalaire_fois_A[2][2]; // le résultat du produit d'un scalaire par une
// matrice
double inverse_A[2][2]; // le résultat de l'inverse de la matrice A
double transposee_A[2][2]; // le résultat du transposée de la matrice A

/* Fonctions utilisées dans le programme */
void Produit_Matrice(double[2][2], double[2][2]);
//Produit de deux matrices A et B;
void Somme_Matrice(double[2][2], double[2][2]);
// Somme de deux matrices A et B;
void Scalaire_fois_Matrice(double, double[2][2]);
// Produit scalaire par une matrice
double Max_Matrice(double[2][2]);
// L'élément maximum d'une matrice
void Inverse_Matrice(double[2][2]); // Inverse d'une matrice
void Tranposee_Matrice(double[2][2]); // Transposée d'une matrice
double Valeur_absolue(double);

/*=====*/
static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    int i;
    ssSetNumSFcnParams(S, 0);
    if (ssGetNumSFcnParams(S) != ssGetSFcnParamsCount(S))
        return;

    /* configuration des variables d'états */
    ssSetNumDiscStates(S, 13);

    /* configuration des ports d'entrée */
    if (!ssSetNumInputPorts(S, NUM_INPUTS))
        return;
    for (i=0; i<NUM_INPUTS; i++)
    {
        ssSetInputPortWidth(S, i, 1);
        ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, i, 1);
    }
    /* configuration des ports de sortie */
    if (!ssSetNumOutputPorts(S, NUM_OUTPUTS))
        return;
    for (i=0; i<NUM_OUTPUTS; i++)
    {
        ssSetOutputPortWidth(S, i, 1);
    }
}

```

```

/* Spécifie que le bloc n'a qu'un seul sample time */
ssSetNumSampleTimes(S, 1);
ssSetOptions(S, SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE);
}

/*=====*/

static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, FIXED_IN_MINOR_STEP_OFFSET);
}

/*=====*/

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    /* Variables d'Entrées au programme */
    double psm0; //Valeur stationnaire initiale de la pression du compresseur
                // (en Pa)
    double prm0; //Valeur stationnaire initiale de la pression du collecteur
                // de sortie (en Pa)
    double mcp0; //Valeur stationnaire initiale du débit massique d'air
                //du compresseur (en kg/s)
    double Ifc0; //Valeur stationnaire initiale du courant d'empilement (en A)
    double Ucp0; //Valeur stationnaire initiale de la tension du compresseur
                // (en V)
    double Uvalve0; //Valeur stationnaire initiale de la tension de
1'électrovanne(en V)
    double Ufc0; //Valeur initiale de la tension de la pile (en V)
    double Ifc; //Courant d'empilement (en A)
    double Ucp; //tension compresseur (en V)
    double Uvalve; //Tension de l'électrovanne (en V)

    double p_H2_int; // C'est la pression partielle de l'hydrogene à l'interface
                // réactionnelle (atm)

    // VARIABLES D'ÉTAT - font parties des sorties du bloc
    double DeltaX[3]; // Ce sont les delta X;
    double X[3]; // Ce sont les X= Psm, Prm, Mcp
    double X0[3]; // Ce sont les valeurs stationnaires Psm0, Prm0, Mcp0
    double DeltaU[3]; // Ce sont les delta U;
    double U[3]; // Ce sont les U= Ifc, Ucp, Uvalve
    double U0[3]; // Ce sont les valeurs stationnaires Ifc0, Ucp0, Uvalve0
    double A[2][2]; // C'est une matrice carré de dimension 2 par 2
    double B[2][2];
    double C[2], D[2]; // Matrices lignes de dimension 2
    double P[2][2], terme_P[2][2];
    double Q[2][2]; // Les matrices P et Q sont utilisées pour le modèle discret
    double max_terme_P; // Valeur de l'élément maximum dans une matrice
    double matrice_I[2][2]; //Matrice d'identité dont les diagonaux
                //sont égales à 1

    double DeltaY;
    double Y; // Variable de sortie Vfc (tension de la pile)

```

```

double Y0; // Valeur stationnaire initiale Vfco
double Ethermo; // Potentiel thermodynamique de la réaction
// (=tension de Nernst )(en V)
double Vohm; // Surtension ohmique(en V)
double Vact; // Surtension d'activation (en V)
double c_O2_int; // Concentration de l'oxygène sur l'interface catalytique
// de la cathode ( en mol/cm^3)
double Vfco; // Tension totale de la FAC

/* AUTRES */
double precision=1e-4; //Précision utile pour la détermination de la
matrice P
int i, j, k;
double T_ech; //Période d'échantillonnage utilisée pour le modèle discret
double t; //Temps (s)
double Rohm, kr, k1, k2, k3, k4 ;
double g1, g2, g3, g4, g5;
double A00, A01, A02, A10, A11, A20; //Coefficients de la matrices d'états
//linéaires
double Bu1, Bu2, Bu3, Bw22, Bw31, Du1, C11; //Coefficients de la matrice des
double c1, c2; // variables d'entrée et de commandes

/*====Initialisation de toutes les constantes sur le bloc "Modèle d'état
linéaire"====*/
/* A1,A2 et A3 sont des coefficients obtenus expérimentalement pour
le modèle dynamique du débit massique d'air du compresseur en fonction
de la pression d'air Psm et de la tension Ucp */

/* Les nouveaux coefficients du modèle linéaire du 1er ordre de dmcp_point
fait le 01/05/07 */
double a1= -5.7791e-08; //(en kg/s2.Pa)-1.1876e-007
double a2= 5.0452e-005; //(en kg/s2.V)
double a3= 1.1257e-005; // (en kg/s2.A)
double a0= 1.1839e-002; //(en kg/s2)

double alpha1= 9.66e-5; // Coefficient obtenu expérimentalement
// (en kg/(s.Pa))
double alpha2= -9.75e-3; // Coefficient obtenu expérimentalement(en kg/s)
// Voir annexe E du rapport c.a.d courbe
// mpoint_cp= f(Psm)

double MO2= 32.0e-3; //Masse molaire d'oxygène (en kg/mol)
int ncells= 65; //Nombre total des cellules de la pile EFAC
double F= 96485.0; //Constante de Faraday (en C/mol)

/* Les coefficients ci-dessous sont obtenus expérimentalement pour le
modèle du débit mfc_point en fonction de la pression (Psm-Psm)
Voir annexe F du rapport*/

double kcat= 8.0e-8; //Coefficient obtenu expérimentalement
//(en kg/(s.Pa))
double b=7.0e-5; //Coefficient obtenu expérimentalement(en kg/s)

double Patm= 101325.0; //Pression atmosphérique (en Pa)
double Ra= 286.9; //Constante de l'air ( en J/(Kg.K)

```

```

double Vsm= 1.29e-4;      //Volume du supply manifold obtenu
                          //experimentalement( en m3)
double Vrm= 1.92e-4;      //Volume du return manifold obtenu
                          //experimentalement (en m3)

/* Les coefficients ci-dessous sont obtenus experimentalement pour le
   modele du rendement du compresseur en fonction du courant Ifc*/
double B1= 0.005;        //Voir annexe D
double B2= 0.0697;

double gama= 1.4;        //rapport de chaleur spécifique de l'air
double Tatm= 298.15;     //Température ambiante (en K)

// Constantes utilisés dans les coefficients des matrices A et B
double Cd= 10;           // Le coefficient de décharge de nozzle (<=1) 0.5
double R_ref= 0.269;     // en ohm.cm2
double alpha_T= 0.00202; // en ohm.cm2/K
double T_ref= 343.15;    // Température de référence (en K)
double Tfc= 313.15;     // Température d'opération de la pile (en K)
double Am= 78.0;        // Aire active de la PAC (en cm2)

double eta_cp= 0.13;     // Rendement maximum du compresseur
                          //(pour la pile EPAC)
                          // à faible pression(en %)

/* Paramètre nécessaire pour calculer la nouvelle valeur stationnaire par la
   methode de l'algorithmme avec moyenne exponentielle*/
double alpha= 0.98;     // C'est une valeur qu'on a posé (alpha doit être
<=1)

/* Paramètres électriques de la cellule nécessaires pour calculer
   la surtension d'activation */
//Vact =(xi1 + xi2*Tfc + xi3*Top*log(c_CO2_int) + xi4*Tfc*log(U[0]));
double xi1= 1.186;
double xi2= -8.063e-3;
double xi3= -3.45e-4;
double xi4= 1.525e-4;

/*Paramètres ( Z0, Z1, Z2, Z3 et Z4) du modele linéaire de la tension de la
pile Ufc
obtenus par la methode de regression multiple Z=((X'*Y)^(-1))*X'*Y
Hypothèse: On suppose que la tension Ufc = f( Pm, Ucp, Ifc et mcp)
où X est la matrice des variables d'entrée ( 1, Psm, Ucp, Ifc et mcp)
Y est le vecteur de la variable de sortie ( Ufc)
Z0= 62.255 V; Z1= -8.3131e-005 V/kPa; Z2= 1.0226; Z3= -1.6307 Z1=; Z4=
1.0985e+004 V/(kg/s)~/

double Z0= 5.3332e+001;   // en V
double Z1= -1.3586e-006;  // en V/kPa
double Z3= 9.1739e+003;   // en V/(kg/s)
double Z4= -2.6915e+000;  // en V/A
double Z5= 3.1040e+000;   // sans unité

/* Pour les variables d'états */
InputRealPtrsType uPtrs = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0);

```

```

real_T *sPtr = ssGetDiscStates(S);

// Transfert des variables préalablement enregistrées dans Old
for (i=0; i<13; i++) Old[i] = sPtr[i];

/*---Test des différentes fonctions: bien réussi: le vendredi 2 Février 2007-
-*/
/* Transfert des données en entrée */
psm0   = *uPtrs[0];
prm0   = *uPtrs[1];
mcp0   = *uPtrs[2];
Ifc0   = *uPtrs[3];
Ucp0   = *uPtrs[4];
Uvalve0 = *uPtrs[5];
Ufc0   = *uPtrs[6];
Ifc    = *uPtrs[7];
Ucp    = *uPtrs[8];
Uvalve = *uPtrs[9];
T_ech  = *uPtrs[10];
p_H2_int= *uPtrs[11];

/* Accède au temps */
t = ssGetT(S);

Rohm = (R_ref + alpha_T*(Tfc-T_ref))/Am;
g1= (gama-1)/gama;
g2= (2*gama-1)/gama;
g3= 2/gama;
g4= (gama+1)/gama;
g5= (2*gama)/(gama-1);

kr= (MO2*ncells)/(4*F);
k1= (Ra*Tatm)/Vsm;
k2=1/(eta_cp* pow(Patm,g1));
k3= 2.46e-6;
k4= (Ra*Tfc)/Vrm;

/*=====*/
// Les variables stationnaires initiales (à t=0s)
if (t==0)
{
    X0[0]= psm0;
    X0[1]= prm0;
    X0[2]= mcp0;
    U0[0]= Ifc0;
    U0[1]= Ucp0;
    U0[2]= Uvalve0;
    Y0= Ufc0;
    for (i=0; i<13; i++) Old[i]=0.0;
    Old[3]=X0[0];
    Old[4]=X0[1];
    Old[5]=X0[2];
    Old[9]=U0[0];
    Old[10]=U0[1];
    Old[11]= U0[2];
    Old[12]=Y0;
}

```

```

}
U[0]=Ifc;
U[1]=Ucp;
U[2]=Uvalve;

// c1 et c2: Calculs intermédiaires pour calculer
// les éléments de la matrice A
c1= 1+(1/eta_cp)*pow((Old[3]/Patm),(g1))-(1/eta_cp);
c2= Patm/Old[4];

/* Coefficients des différentes matrices pour le modèle d'état linéaire
de la PAC avec une électrovanne complètement ouverte à la sortie de
celle-ci.*/
/*Les coefficients de la matrice d'état A[2x2]*/
A00= k1*(k2*(g1)*pow(Old[3],(-1/gama))*(Old[5]+kcath*prm0-b-0.5*kr*Old[9])-
kcath*(1+(1/eta_cp)*(g2)*pow((Old[3]/Patm),(g1))-(1/eta_cp)));
A01= k1*kcath*c1;
A02= k4*c1;
A10= k4*kcath;
A11= -k4*(kcath+((Cd*k3*Old[11])*2*pow(c2,g3)-
pow(c2,g4)/(sqrt(Ra*Tfc*g5*(pow(c2,g3)-pow(c2,g4))))));
A20= a1;
C11= 3.665e-4*((double)ncells)*Tfc/(Old[3]/101325.0);
Du1= ((double)ncells)*(-1.53e-4*Tfc/Old[9]-(Rohm));

/* Les coefficients de la matrice des variables d'entrée et de commandes*/
Bu1= -0.5*kr*k1*c1;
Bu2=-0.5*kr*k4;
Bu3= a3;
Bw22= - Cd*k4*k3*Old[4]*(sqrt(g5*(pow(c2,g3)-pow(c2,g4))))/sqrt(Ra*Tfc);
Bw31= a2;

A[0][0]=A00;
A[0][1]=A02;
A[1][0]=A20;
A[1][1]=0;

B[0][0]= Bu1;
B[0][1]=0;
B[1][0]=Bu3;
B[1][1]=Bw31;

C[0]= C11;
C[1]=0;

D[0]= Du1;
D[1]= 0;

/* Création d'une matrice identité de dimensions 2 par 2*/
for (i=0; i<2; i++)
{
for (j=0; j<2; j++) matrice_I[i][j] = 0;
}
matrice_I[0][0]=1.0;
matrice_I[1][1]=1.0;

```

```

/* Calcul des coefficients des matrices P et Q du modèle d'état discret*/
// Détermination de la matrice P
// P= I+A*T+ (pow(A,2)*pow(T,2))/(1*2)+(pow(A,3)*pow(T,3))/(1*2*3)+
// pow(A,4)*pow(T,4)/(1*2*3*4)+pow(A,5)*pow(T,5)/(1*2*3*4*5)+...;
for (i=0; i<2; i++)
for (j=0; j<2; j++)
{
    terme_P[i][j]=matrice_I[i][j];
    P[i][j]=terme_P[i][j];
}
max_terme_P=Max_Matrice(terme_P);
k=0;
while(k<=1)
{
    k+=1; // Une approximation de 2eme ordre de la série est employée
    Scalaire_fois_Matrice(T_ech/((double)k), A); //Le résultat est dans
                                                    //scalaire_fois_A
    Produit_Matrice(scalaire_fois_A,terme_P); //Le résultat de ce produit
                                                    // est dans AB
    for (i=0; i<2; i++)
    for (j=0; j<2; j++) terme_P[i][j]=AB[i][j];
    Somme_Matrice(P,terme_P); //Le résultat de cette somme est dans
                                //A_plus_B, c'est la nouvelle matrice P.
    for (i=0; i<2; i++)
    for (j=0; j<2; j++) P[i][j]=A_plus_B[i][j];
    max_terme_P=Max_Matrice(terme_P); //Ce maximum sera comparé à la
                                        // précision fixée.
} //Fin de while

//Détermination de la matrice Q
//Q= (P-I)*inv(A)*B;
Scalaire_fois_Matrice(-1, matrice_I);
Somme_Matrice(P,scalaire_fois_A);
Inverse_Matrice(A);
Produit_Matrice(A_plus_B,inverse_A);
Produit_Matrice(AB,B);
for (i=0; i<2; i++)
for (j=0; j<2; j++) Q[i][j]=AB[i][j]; // matrice Q
//-----!!!!!!!!!!!!!!

/* Calcul des valeurs de DeltaU[k]*/
DeltaU[0]= U[0]-Old[9];
DeltaU[1]= U[1]-Old[10];
DeltaU[2]=0;

/*Calcul des valeurs de DeltaX[k+1]
DeltaX[k+1]=P*DeltaX[k]+Q*DeltaU[k]*/
DeltaX[0]=P[0][0]*Old[0]+ P[0][1]*Old[2]+Q[0][0]*Old[6]+Q[0][1]*Old[7];
DeltaX[1]=0;
DeltaX[2]=P[1][0]*Old[0]+ P[1][1]*Old[2]+Q[1][0]*Old[6]+Q[1][1]*Old[7];

//Calcul de la tension totale de la PAC DeltaY[k]
//DeltaY= Z1*Delta_Fsm+ Z3* Delta_mcp+ Z4* Delta_ifc+ Z5*Delta_Ucp;
DeltaY= Z1*Old[0]+Z3*Old[2]+Z4*Old[6]+Z5*Old[7];

```

```

/*Les variables de sorties qu'on veut visualiser à l'Workspace */
X[0]= DeltaX[0]+Old[3]; //Psm = DeltaPsm + Psm0
X[1]= prm0; //Prm = DeltaPrm + Prm0
X[2]= DeltaX[2]+Old[5]; //mcp = Deltamcp + mcp0
Y= DeltaY+ Old[12]; // Vfc= DeltaVfc0 + Vfc0

/* Identification des valeurs stationnaires pour chaque variable d'état,
d'entrée et de commande à l'instant k+1 par la méthode de l'algorithme
avec moyenne exponentielle*/
X0[0]= alpha*Old[3]+(1.0-alpha)*X[0]; //Nouvelle valeur stationnaire psm0
X0[1]= prm0; //Nouvelle valeur stationnaire prm0
X0[2]= alpha*Old[5]+(1.0-alpha)*X[2]; //Nouvelle valeur stationnaire mcp0

U0[0]= alpha*Old[9]+(1.0-alpha)*U[0]; //Nouvelle valeur stationnaire Ifc0
U0[1]= alpha*Old[10]+(1.0-alpha)*U[1]; //Nouvelle valeur stationnaire Ucp0
U0[2]=0; //Nouvelle valeur stationnaire
Uvalve0

Y0= alpha*Old[12]+(1.0-alpha)*Y; //Nouvelle valeur stationnaire de Uvalve
notée Uvalve0

/* VARIABLES D'ETAT POUR LE PROCHAIN PAS DE TEMPS */
for (i=0; i<3; i++) Old[i] = DeltaX[i];
for (i=0; i<3; i++) Old[i+3] = X0[i];
for (i=0; i<3; i++) Old[i+6] = DeltaU[i];
for (i=0; i<3; i++) Old[i+9] = U0[i];
Old[12]=Y0;
/* TRANSFERT DES VARIABLES DE SORTIE DANS LES VECTEURS DE SORTIE */
*ssGetOutputPortRealSignal(S,0) = X[0];
*ssGetOutputPortRealSignal(S,1) = X[1];
*ssGetOutputPortRealSignal(S,2) = X[2];
//*ssGetOutputPortRealSignal(S,3) = Vfc;
*ssGetOutputPortRealSignal(S,3) = Y;
}
/*=====*/
void Produit_Matrice(double A[2][2],double B[2][2])
{
int i, j, k;
double produit;
for (i=0; i<2; i++)
{
for (j=0; j<2; j++)
{
produit =0.0;
for (k=0; k<2; k++)
{
produit=produit + A[i][k]*B[k][j];
}
AB[i][j] = produit;
}
}
return;
}
/*=====*/
void Somme_Matrice(double A[2][2],double B[2][2])
{

```

```

int i, j;

for (i=0; i<2; i++)
{
    for (j=0; j<2; j++)
        A_plus_B[i][j] = A[i][j]+B[i][j];
}
return;
}
/*=====*/
void Scalaire_fois_Matrice(double scalaire, double A[2][2])
{
    int i, j;

    for (i=0; i<2; i++)
    {
        for (j=0; j<2; j++)
            scalaire_fois_A[i][j] = scalaire*A[i][j];
    }
    return;
}
/*=====*/
void Tranposee_Matrice(double A[2][2])
{
    int i, j;

    for (i=0; i<2; i++)
    {
        for (j=0; j<2; j++)
            transposee_A[i][j] = A[j][i];
    }
    return;
}
/*=====*/
void Inverse_Matrice(double A[2][2])
{
    int i, j;
    double determinant;
    // Ajout de Nadine

    determinant = A[0][0]*A[1][1] - A[1][0]*A[0][1];

    if(determinant==0.0) printf("\\n La matrice n'est pas inversible \\n");

    else //If determnanat différent de 0;
    {
        inverse_A[0][0] = A[1][1]/determinant;
        inverse_A[0][1] = -A[1][0]/determinant;
        inverse_A[1][0] = -A[0][1]/determinant;
        inverse_A[1][1] = A[0][0]/determinant;
    }
    Tranposee_Matrice(inverse_A);
    for (i=0; i<2; i++)
    for (j=0; j<2; j++) inverse_A[i][j]=transposee_A[i][j];
}

```

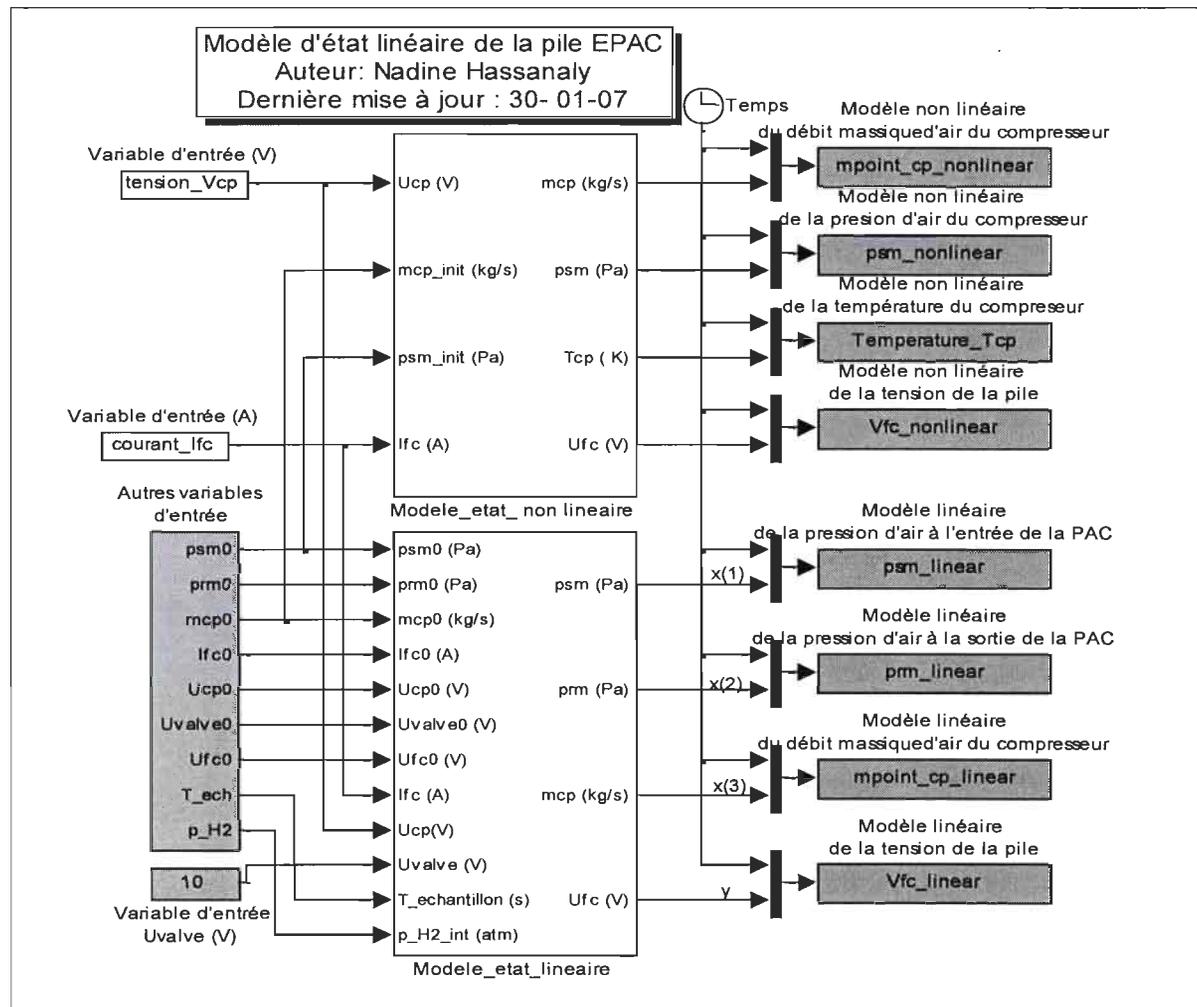
```

    return;
}
/*=====*/
double Max_Matrice(double A[2][2])
{
    int i, j;
    double x, maximum= 0.0;

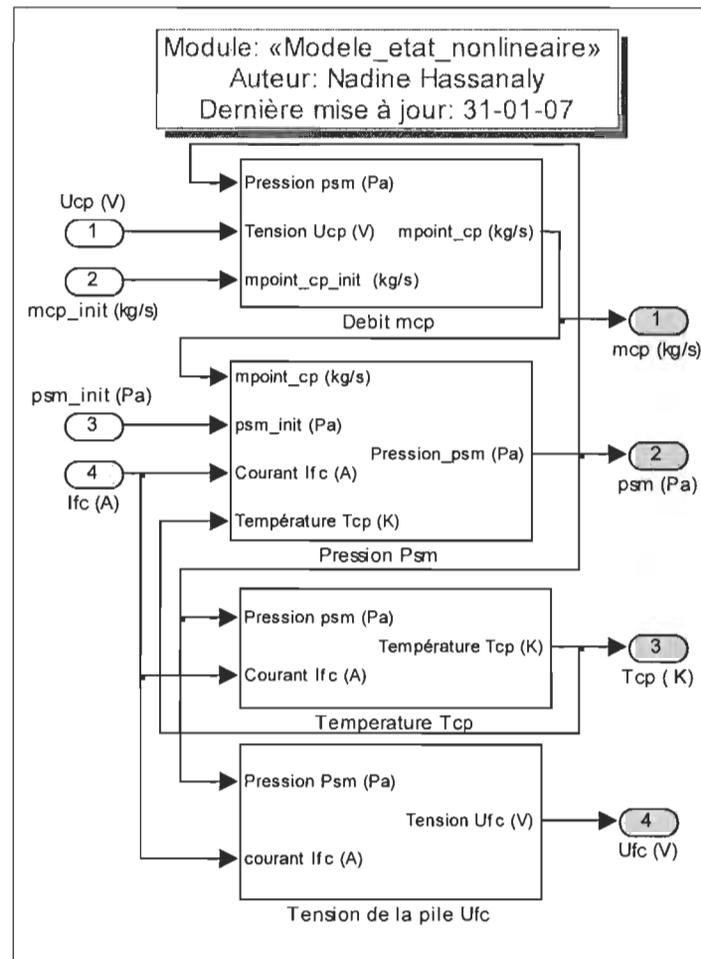
    for (i=0; i<2; i++)
    {
        for (j=0; j<2; j++)
        {
            x= Valeur_absolue(A[i][j]);
            if (x>maximum) maximum = x;
        }
    }
    return(maximum);
}
/*=====*/
double Valeur_absolue(double a)
{
    double absolue;
    if (a>=0.0) absolue = a;
    else absolue = -a;
    return(absolue);
}
/*=====*/
#define MDL_UPDATE
static void mdlUpdate(SimStruct *S, int_T tid)
{
    int i;
    real_T *sPtr = ssGetDiscStates(S);
    for (i=0; i<13; i++)
        sPtr[i] = Old[i];
}
/*=====*/
static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{
}
/*=====*/
#undef m
#ifdef MATLAB_MEX_FILE /* Is this file being compiled as a MEX-file? */
#include "simulink.c" /* MEX-file interface mechanism */
#else
#include "cg_sfun.h" /* Code generation registration function */
#endif
#endif

```

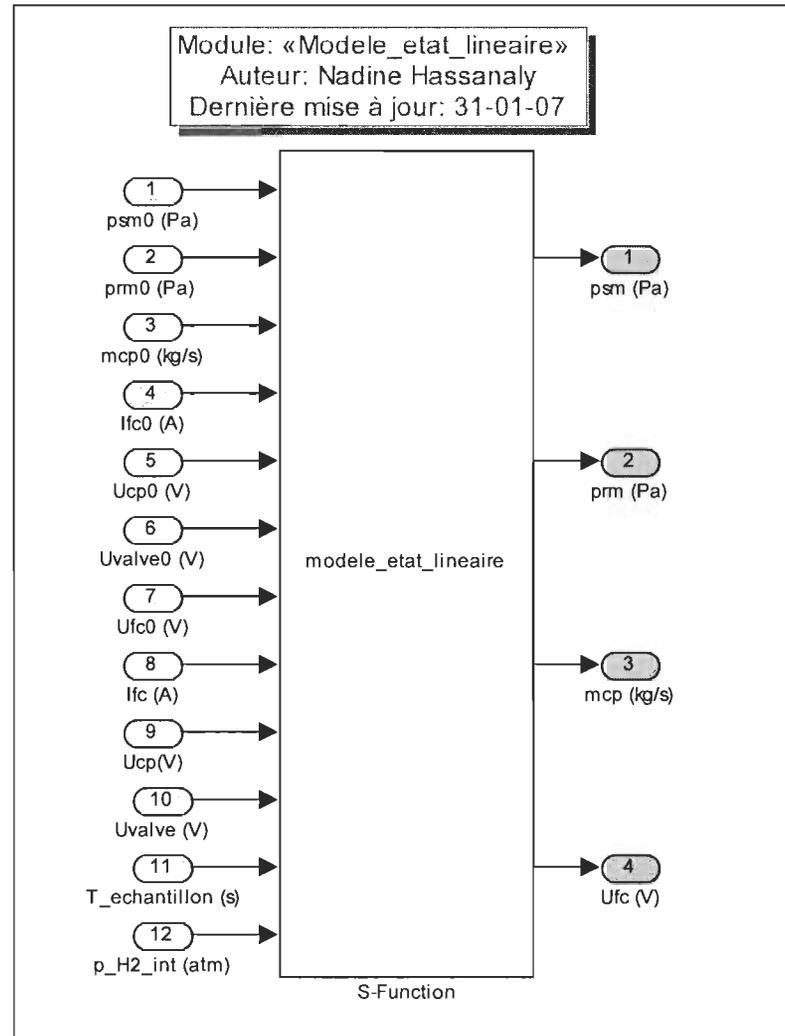
Annexe H: Diagramme Simulink[®] du modèle d'état de la PAC



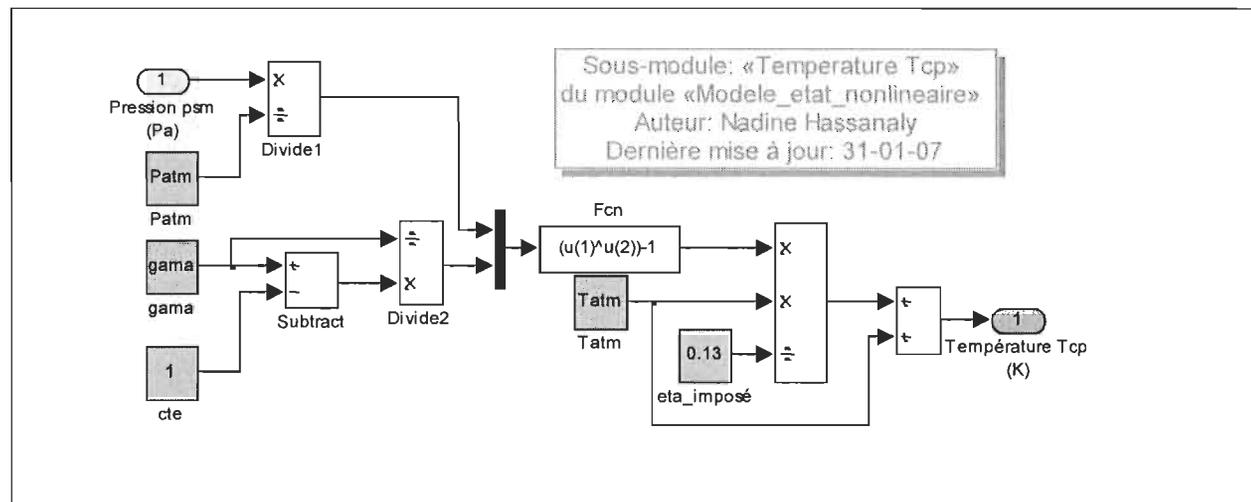
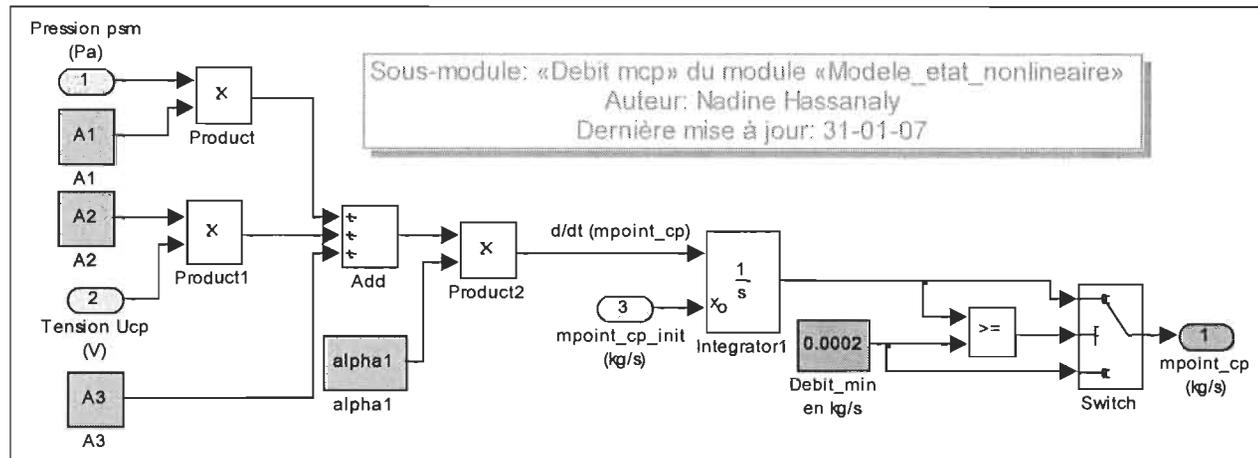
Annexe I: Module «Modele_etat_nonlineaire» sur Simulink®

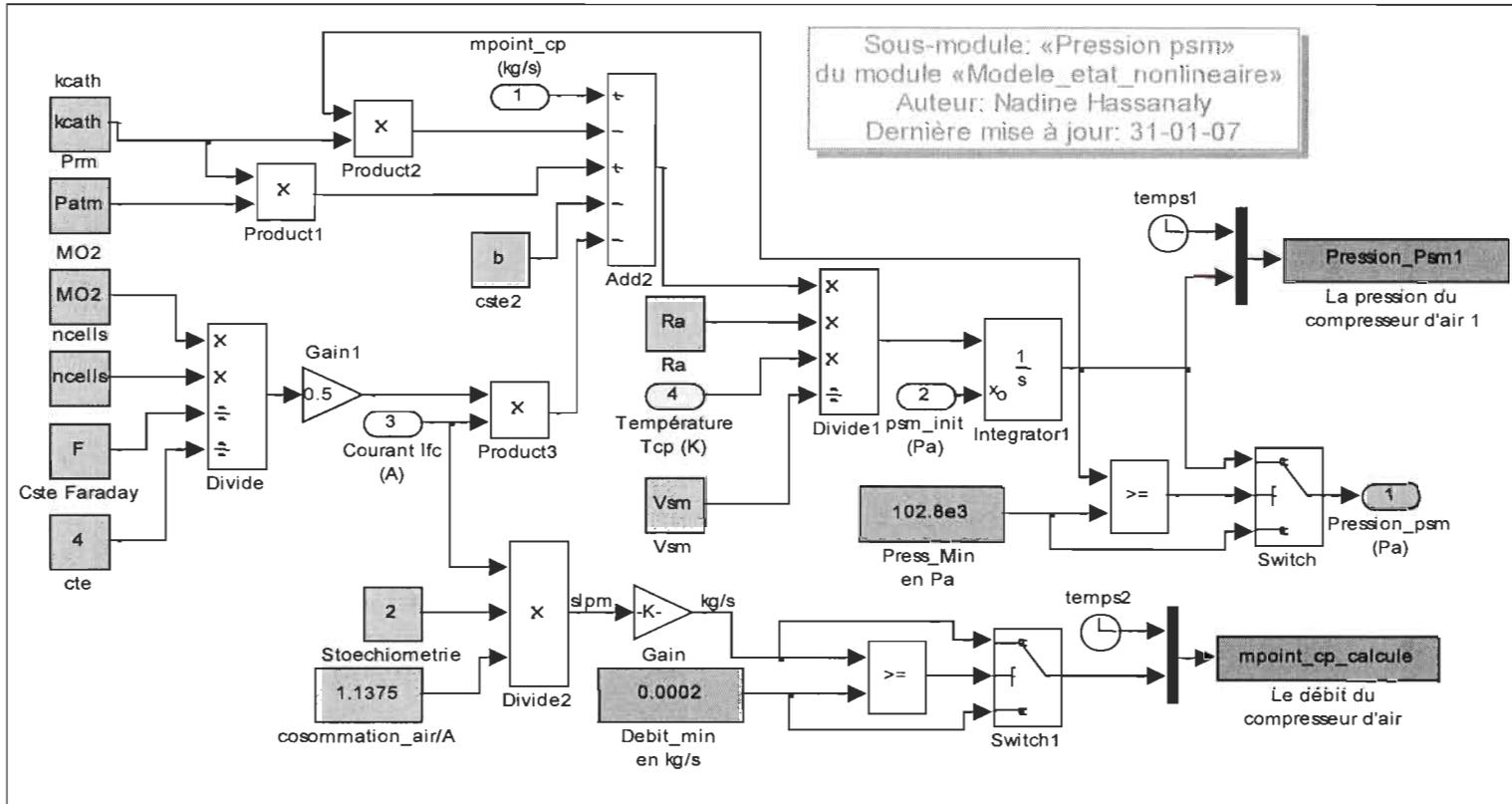


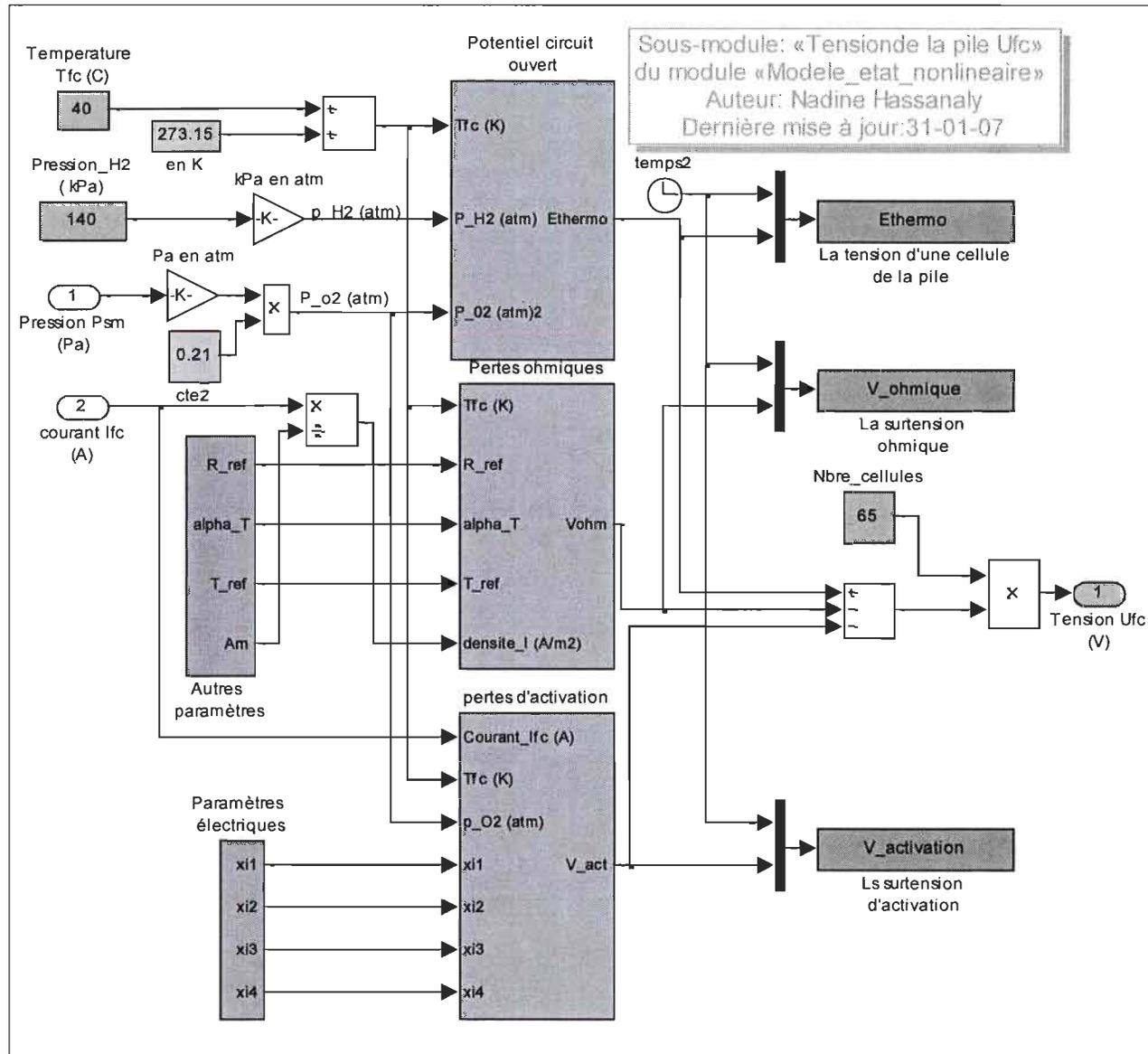
Annexe J: Module «Modele_etat_lineaire» sur Simulink®



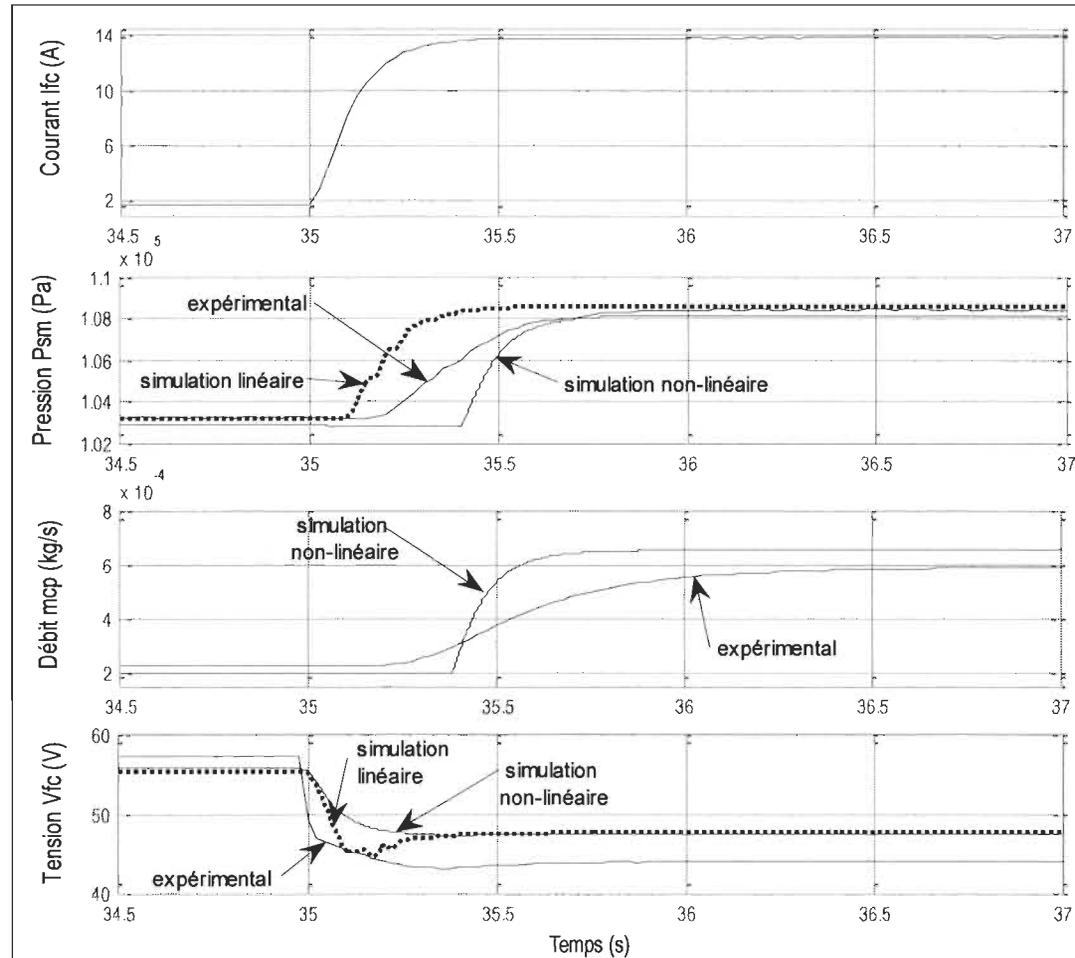
Annexe K: Sous modules du «Modele_etat_nonlineaire»



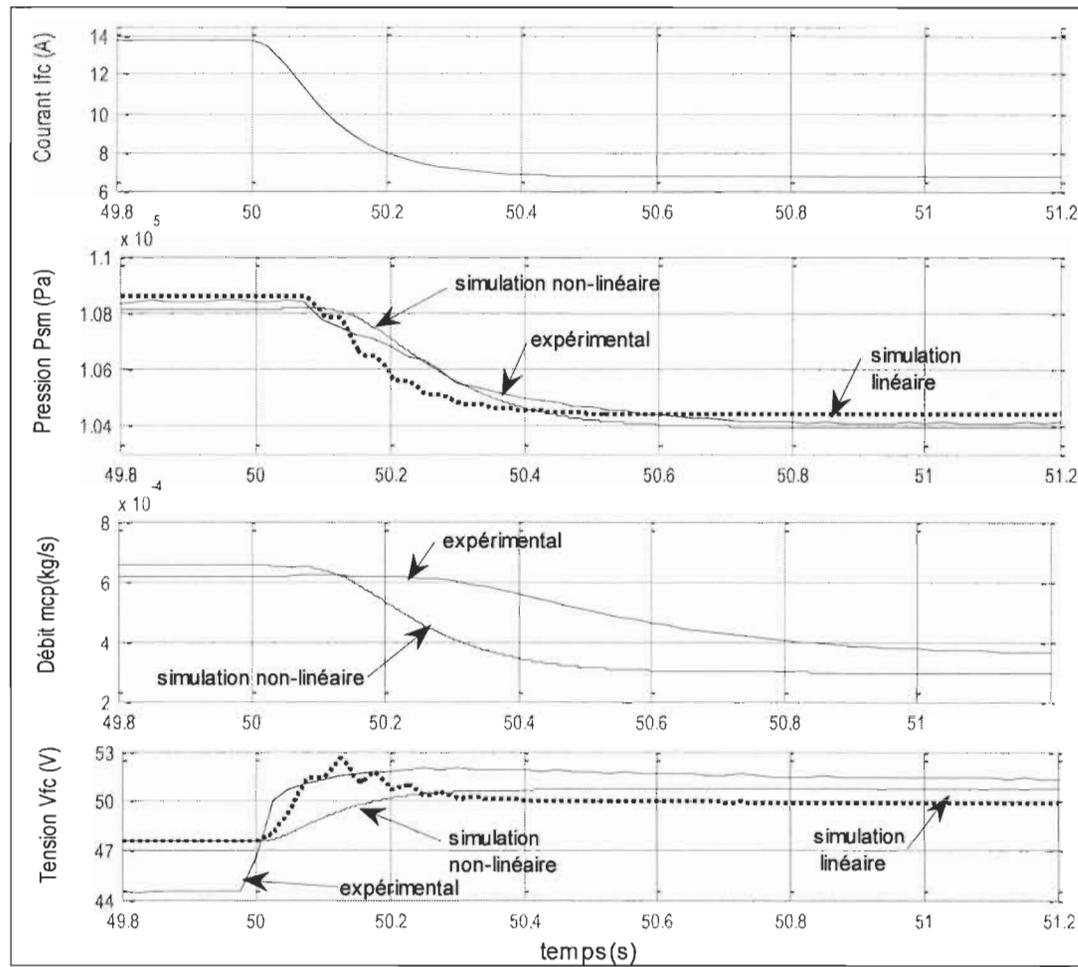




Annexe L: Réponse dynamique pour une augmentation du courant de la PAC



Annexe M: Réponse dynamique pour une diminution du courant de la PAC



Annexe N: Commande numérique de la pile à combustible

1. Introduction

Dans cette annexe, nous allons présenter le principe général d'une commande optimale et ensuite la particularité de la commande LQR¹² ou du régulateur linéaire quadratique.

2. Commande LQR

a. Commande optimale

Dans cette section, nous allons voir l'objectif et le principe de la commande optimale [44], [45] .

La commande optimale utilisée dans cette section est une commande par retour d'état, c'est-à-dire que la boucle de rétroaction (*feedback*) s'applique sur l'état du système à contrôler.

En fait, l'objectif de cette commande peut être spécifié en termes d'un critère d'optimalité.

Nous notons par exemple les critères d'optimalité suivants:

Temps minimum :

$$- \text{ Minimiser } J = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (\text{N.1})$$

Effort minimal :

$$- \text{ Minimiser } J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} u(t)^2 dt \quad (\text{N.2})$$

où $u(t)$ est la variable de commande

¹² LQR : Linear Quadratic Regulator

Critère de consommation :

$$- J = \int_{t_0}^{t_f} |u| dt \quad (\text{N.3})$$

Où dans chaque cas, on doit faire passer l'état de système d'une valeur initiale donnée à une valeur finale spécifiée.

Le critère peut aussi représenter une minimisation de l'erreur :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |e(t)|^2 dt \quad (\text{N.4})$$

$$\text{ou, sur un horizon infini } J = \int_{t_0}^{\infty} |e(t)|^2 dt \quad (\text{N.5})$$

avec $e(t)$ l'erreur de poursuite entre la sortie et le consigne.

L'inconvénient de ce dernier critère est qu'il mène fréquemment à une loi de commande nécessitant une commande excessive. Dès lors, le critère suivant qui impose à la fois une pénalité sur l'erreur de sortie et sur la consigne, est fréquemment employé :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} [e^T Q e + u^T R u] dt \quad (\text{N.6})$$

avec $Q \geq 0$ et $R > 0$ Q, R étant des matrices symétriques

Le problème de commande optimale est de trouver l'entrée optimale $u^*(t)$ sur $[t_0; T]$ qui fait suivre au procédé une trajectoire optimale $x^*(t)$ tel que le critère d'optimalité est optimisé, et que l'état final satisfasse la condition ci-dessous, pour une fonction $\psi(\cdot)$ à spécifier,

$$\psi(x(T)) = 0 \quad \psi \in \mathfrak{R}^p$$

$\psi(\cdot)$ représente une contrainte qui doit être rencontrée exactement.

b. Régulateur quadratique linéaire

Soit le système à régler décrit par le modèle d'état [44] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (\text{N.7})$$

où

$x(t)$: est le vecteur d'état de dimension $\dim x(t) = n \times 1$;

$u(t)$: est le vecteur de commande de dimension $l \times 1$, où l est le nombre d'actionneurs;

$y(t)$: est le vecteur des grandeurs à régler de dimension $\dim y(t) = m \times 1$;

A : est la matrice d'état du système de dimension $\dim A = n \times n$;

B : est la matrice de commande de dimension $\dim B = n \times l$,

Avec pour objectif la minimisation du critère :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (\text{N.8})$$

$Q \geq 0$ et $R > 0$ Q et R sont des matrices symétriques.

Écrivons le Hamiltonien H :

$$H(x, u, t) = \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u) + \lambda^T (A x + B u) \quad (\text{N.9})$$

Pour un optimum, les équations suivantes doivent être satisfaites :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda} && \text{avec } x(0) = x_0 && \text{équation d'état;} \\ -\dot{\lambda} &= \frac{\partial H}{\partial x} && \text{avec } \lambda(T) = 0 && \text{équation adjointe ou co-état;} \\ \frac{\partial H}{\partial u} &= 0 && && \text{(N.10)} \end{aligned}$$

Avec l'équation N.10, nous obtenons :

$$\begin{aligned} R u + B^T \lambda &= 0 \\ \Rightarrow u^* &= -R^{-1} B^T \lambda \end{aligned} \quad \text{(N.11)}$$

Ainsi, en résumé, nous obtiendrons :

$$\dot{x} = A x + B u ; x(0) = x_0 \quad \text{(N.12)}$$

$$-\dot{\lambda} = Q x + A^T \lambda ; \lambda(T) = 0 \quad \text{(N.13)}$$

$$u^* = -R^{-1} B^T \lambda \quad \text{(N.14)}$$

u^* étant la commande optimale.

Ces équations couplées avec conditions aux limites mixtes ($x(0)$ et $\lambda(T)$ spécifiés) sont difficiles à résoudre numériquement.

Pour résoudre le problème, il y a trois étapes à considérer :

1^{ère} étape : Trouver la matrice Hamiltonienne et la solution de l'équation de Riccati

En substituant la commande optimale dans l'équation d'état, nous écrivons :

$$\begin{bmatrix} \dot{\cdot} \\ x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B R^{-1} B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \cong H \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \Lambda \quad (\text{N.15})$$

où H est appelé matrice Hamiltonienne de dimension $2n \times 2n$ et λ la matrice diagonale $n \times n$ dont les éléments $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ sont les valeurs propres à partie réelle négative.

À partir de N.15, on obtient

$$A x - B R^{-1} B^T \lambda = x \Lambda \quad (\text{N.16})$$

$$-Q x - A^T \lambda = \lambda \Lambda \quad (\text{N.17})$$

Pour éviter de devoir résoudre le problème avec conditions mixtes, nous pouvons obtenir un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité-énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K telle que :

$$u^*(t) = -K x(t) \quad (\text{N.18})$$

avec $\dim K = l \times n$.

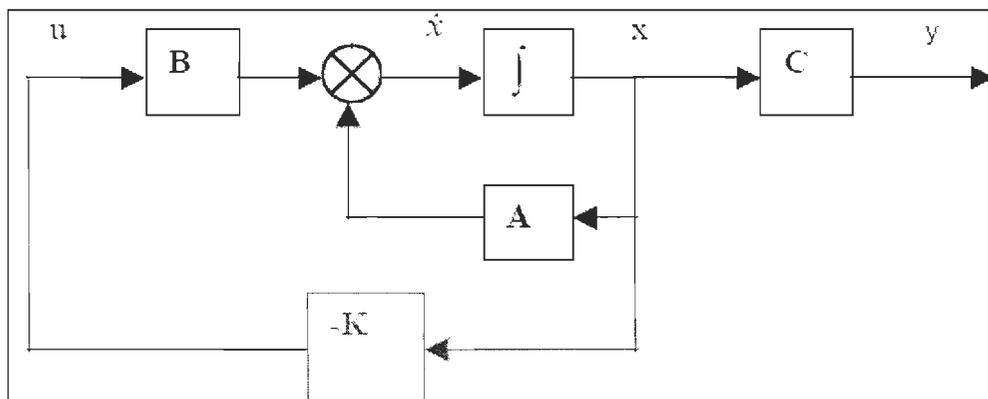


Figure N.1 : Schéma bloc de commande à retour d'état

Nous pouvons poser :

$$\lambda = P(t) x \quad (\text{N.19})$$

Dérivons cette équation par rapport au temps :

$$\dot{\lambda} = \dot{P}(t) x + P(t) \dot{x}$$

En remplaçant \dot{x} par son expression obtenue à partir de l'équation N.15 et λ par son expression à l'équation N.19, alors on obtient :

$$\dot{\lambda} = \dot{P}(t) x + P(t) A x - P(t) B R^{-1} B^T P(t) x \quad (\text{N.20})$$

Or à partir de l'équation N.15 et en remplaçant λ par son expression (équation N.19), on obtient alors l'expression suivante :

$$\dot{\lambda} = -Q x - A^T P(t) x \quad (\text{N.21})$$

Avec les équations N.20 et N.21, on obtient :

$$\dot{P}(t) x + P(t) A x - P(t) B R^{-1} B^T P(t) x = -Q x - A^T P(t) x \quad (\text{N.22})$$

L'équation N.22 doit être satisfaite pour tout $x(t)$. Alors une condition suffisante d'optimalité est que $P(t)$ vérifie l'équation N.23 connue sous le nom d'**Équation algébrique de Riccati** (en régime permanent):

$$P A + A^T P + Q - P B R^{-1} B^T P = 0 \quad (\text{N.23})$$

2^{ème} étape : Vérifier la stabilité de la boucle fermée

Le système linéaire représenté par l'équation N.12, auquel on applique la commande à retour d'état décrite aux équations N.14 et N.19 ($u^*(t) = -K x(t)$ avec $K = R^{-1} B^T P$), devient le système dynamique homogène :

$$\dot{x}(t) = (A - B R^{-1} B^T P) x(t) \quad (\text{N.24})$$

L'équation N.24 est stable si et seulement si toutes les valeurs propres de sa matrice d'évolution sont dans le demi-plan complexe gauche. De l'équation N.16 on obtient :

$$A x - B R^{-1} B^T \lambda = x \Lambda \quad (\text{N.25})$$

Les valeurs propres de la matrice d'évolution de la boucle sont donc des coefficients $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ de la matrice diagonale Λ . Ces coefficients sont les valeurs propres à partie réelle négative de la matrice Hamiltonienne H; le système est donc stable en boucle fermée.

3^{ème} étape : Établir la commande dans Matlab

Dans le « *Control System Toolbox* » de Matlab, après avoir défini les matrices A, B, Q et R, la commande **lqr (A, B, Q, R)** génère le calcul de la matrice K .

3. Application sur le système de PAC

Il est important de se rappeler que dans le modèle d'état linéaire de la PAC tel que décrit dans l'équation 5.1, la variable contrôlée est la variation de la tension totale de la pile ΔU_{fc} tandis que les variables manipulées sont la variation de la tension du compresseur ΔU_{comp} et la variation de la tension d'alimentation de l'électrovanne ΔU_{valve} . La variable d'entrée est la variation du courant d'empilement de la pile ΔI_{fc} .

Ce modèle dynamique servira de base pour le développement du contrôleur LQR basé sur la variable d'état. L'approche LQR est donc une approche basée sur modèle qui produit des contrôleurs de rétroaction à la sortie; ces derniers sont obtenus par la résolution de deux problèmes d'optimisation. Un compromis entre l'entrée de la commande et l'erreur du signal de sortie peut être obtenu à cet égard.

Une fois que les matrices A et B sont obtenues, l'approche LQR peut être utilisée pour obtenir les valeurs optimales pour les coefficients de rétroactions. Afin d'appliquer cette technique, la condition de contrôlabilité doit être vérifiée [46]. En utilisant MATLAB, on obtient la contrôlabilité du système et la matrice du gain de retour d'état K pour la commande quadratique optimale [47]. Les matrices Q et R de l'index quadratique de performance sont définies en tenant compte des considérations d'énergie et du poids relatif de la variable de sortie. L'instruction $[K, S, e] = \text{lqr}(A, B, Q, R)$, fournit donc la solution de l'équation de Riccati en temps continu (matrice S), détermine les gains matriciels optimaux de la rétroaction (Matrice K) et l'emplacement des pôles en boucle fermée (vecteur e).

Annexe O: Article scientifique publié et présenté à la Conférence Canadienne de Génie électrique et informatique de 2007 « Air supply state model for a proton exchange membrane fuel cell control »

Air Supply State Model For a Proton Exchange Membrane Fuel Cell Control

N. Hassanaly

K. Agbossou*

Y. Dubé

K. P. Adzakpa

Hydrogen Research Institute
Université du Québec à Trois-Rivières
PO Box 500, Trois-Rivières, (Qc) Canada
*Corresponding author: kodjo.agbossou@uqtr.ca

Abstract — This work aims to develop a state model for a Proton Exchange Membrane Fuel Cell (PEMFC) system control. In this model, the air supply dynamic will be analyzed. The air is assumed to be compressible and the different elements in the model are the inlet and outlet manifolds, the flow resistance and the parameters of the compressor. This model is described by the following variables: the inlet manifold pressure, the outlet manifold pressure, the compressor voltage, the stack current and the outlet valve control voltage. The effect of the oxygen partial pressure on the system's behavior (stack voltage,...) is analyzed and validated on a 600W power PEMFC fuel experimental data. The model results fit well with the experiment and it will help to optimize the stack net power.

Keywords- Pressure; air supply modeling; state model; PEM fuel cel; control

I. INTRODUCTION

In the last few years, fuel cell systems modeling and analysis have received much attention in research and development. This interest allows, today, a good understanding of electrochemical reactions in fuel cells. However, accurate dynamic control for suitable operations of the fuel cell is not efficiently dealt with. In general, the output efficiency of a PEMFC is around 50% [1] and its response depends on the air and hydrogen feeding, flow and pressure regulation, and heat and water management [2].

Now, in order to operate the fuel cell in good conditions, the main auxiliary components such as air and fuel supply systems, cooling systems, humidification systems, etc., need to be accurately controlled. An efficient control based on appropriate state models helps in optimizing the fuel cell performances such as its net power, hydrogen-power grid conversion efficiency and lifetime.

Recently, Pukrushpan et al. [3] and [4] proposed a model-based control strategies that includes compressors, supply and return manifolds and humidifier, to analyze and optimize the transient behavior of PEM fuel cell but without solenoid valve. Rodatz [5] built a reduced model from the above models for the control of the air supply system flow rates and pressures, but the model is not linearized. Bao et al. [6] developed a dynamic model of PEMFC system that is capable of characterizing the mixed effects of gas flow, pressure and humidity. The model of air supply system and the anode recirculation is also presented,

but the multiplicity of the variables makes the model complex. Moreover, their model is kept nonlinear.

In all the above models, the compressor air mass flow rate is based on the compressor flow map. In this paper, we developed a fuel cell system dynamic model in which the compressor air mass flow is model with a first order system based on the experimental compressor behavior. It is assumed that compressed hydrogen is available, and more attention is given to the temporal characteristics of air supply (oxygen). In the sequel, the air supply dynamic modeling is described in section 2. The experimental setup and the model validation result are presented and discussed in section 3. Finally, section 4 summarizes the main conclusions of the present work.

Nomenclature

I	current (A)
\dot{m}	flow rate (kg/s)
M	molar weight (kg mol ⁻¹)
p	pressure (Pa)
R	resistance (Ω)
t	time (s)
T	temperature (K)
U	voltage (V)
V	volume (m ³)
η	efficiency (%)

Subscript

a	dry air related quantity
atm	quantity at 1 atm pressure
cp	compressor
fc	individual fuel cell related quantity
H_2	hydrogen
O_2	oxygen
RM	return manifold for the cathode
SM	supply manifold for the cathode

II. AIR SUPPLY DYNAMIC MODELING

A. The state space representation

The modeled PEM fuel cell is fed with hydrogen and air. This diagram bloc is schematically shown on Figure 1. A proportional solenoid valve, where the orifice area is proportional to the valve voltage, is mounted at the stack exit and the outlet hydrogen and air are mixed.

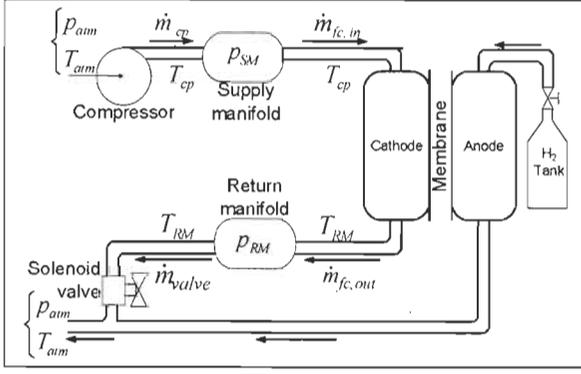


Figure 1. The PEM fuel cell reactant supply systems

In the dynamic model, the air is assumed to be compressible and the different elements in the model are the inlet and outlet manifolds, the flow resistance, the parameters of the compressor and the proportional solenoid valve. The model is described by three state variables (the supply manifold pressure, the return manifold pressure and the compressor air flow), two control variables (the compressor voltage, the solenoid valve voltage) and the load current which is an input variable. The governing equations for the supply manifold and the return manifold pressures are respectively defined using the energy conservation principle and standard thermodynamic relationship below where the temperature T_{RM} is assumed to be the fuel cell temperature T_{fc} .

$$\frac{dp_{SM}}{dt} = \frac{R_a T_{cp}}{V_{SM}} (\dot{m}_{cp} - \dot{m}_{fc,m}) \quad (1)$$

$$\frac{dp_{RM}}{dt} = \frac{R_a T_{RM}}{V_{RM}} (\dot{m}_{fc,out} - \dot{m}_{valve}) \quad (2)$$

The compressor air flow rate, \dot{m}_{cp} , is related to the supply manifold pressure and the compressor voltage,

$$\frac{d\dot{m}_{cp}}{dt} = a_1 p_{SM} + a_2 U_{cp} + a_3 \quad (3)$$

where a_1 , a_2 and a_3 are fitting parameters characterizing the modeled PEMFC test bench. The fuel cell inlet and outlet mass flows in equations (1) and (2) can be estimated [5] as follows:

$$\begin{cases} \dot{m}_{fc,in} = \dot{m}_{fc} + 0.5 \dot{m}_{cons} \\ \dot{m}_{fc,out} = \dot{m}_{fc} - 0.5 \dot{m}_{cons} \end{cases} \quad (4)$$

where the reacted oxygen mass flow rate is calculated from the Faraday law given by equation (5)

$$\dot{m}_{cons} = \frac{M_{O_2} I_{fc}}{4F} n_{cells} \quad (5)$$

and, according to experimental data, the mass flow through the fuel cell can be written as

$$\dot{m}_{fc} = k_{cath} (P_{SM} - P_{RM}) + b \quad (6)$$

In equation (6), k_{cath} and b are experimental fitting parameters. The flow rate in equation (2) through the valve can be computed by the nonlinear nozzle equation (7) [7] as below

$$\dot{m}_{valve} = \begin{cases} \frac{C_d k_3 U_{valve} P_{RM} \left(\frac{P_{aim}}{P_{RM}}\right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_{aim}}{P_{RM}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} & \text{if } P_{RM} < \frac{P_{aim}}{P_{Rcrit}} \text{ (normal flow)} \\ \frac{C_d k_3 U_{valve} P_{RM}}{\sqrt{R_a T_{RM}}} (\gamma)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} & \text{if } P_{RM} \geq \frac{P_{aim}}{P_{Rcrit}} \text{ (choked flow)} \end{cases} \quad (7)$$

The air temperature in the compressor, T_{cp} in equation (1), is defined by using thermodynamic relations

$$T_{cp} = T_{aim} + \frac{T_{aim}}{\eta_{cp}} \left[\left(\frac{P_{SM}}{P_{aim}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (8)$$

The stack voltage is computed according to equation (9) as follows [8]

$$U_{fc} = n_{cells} (E_{Nerst} - U_{act} - U_{ohm}) \quad (9)$$

where the Nernst potential E_{Nerst} , the activation overvoltage U_{act} and the ohmic overvoltage U_{ohm} , are computed [9] as

$$E_{Nerst} = 1.229 - 0.85 \times 10^{-3} (T_{fc} - 298.15) + 4.3085 \times 10^{-5} T_{fc} \ln(p_{O_2}^{1/2} p_{H_2})$$

$$U_{act} = 1.186 - 8.063 \times 10^{-3} T_{fc} - 3.45 \times 10^{-4} T_{fc} \ln(C_{O_2}) + 1.53 \times 10^{-4} T_{fc} \ln(I_{fc})$$

$$U_{ohm} = R_{ohm} I_{fc}$$

In this voltage equation, p_{O_2} is assumed to be 21% of the supply manifold pressure p_{SM} .

B. Model linearization

The non-linear model in equations (1, 2, 3 and 9), completed with equations (4 to 8), is linearized by using a small signal method around the nominal state point to other states. Then, the linear PEMFC state-space is described by

$$\begin{cases} \Delta \dot{x} = A \Delta x + B_u \Delta u + B_w \Delta w \\ \Delta y = C \Delta x + D_u \Delta u \\ \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta p_{SM} & \Delta p_{RM} & \Delta \dot{m}_{cp} \end{bmatrix}^T \\ \Delta u = \Delta U_{fc} \\ \Delta w = \begin{bmatrix} \Delta U_{cp} & \Delta U_{valve} \end{bmatrix}^T \\ \Delta y = \Delta U_{fc} \end{cases} \quad (10)$$

where x , y , u , w and Δ denote respectively the states, the outputs, the inputs, the control variables and the variations of the quantities from their nominal values.

The linearized system matrices A , B_u , B_w , C , D_u , and D_w are given by the following equations

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} B_{u1} \\ B_{u2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & B_{w22} \\ B_{w31} & 0 \end{bmatrix} \quad C = [C_1 \ 0 \ 0] \quad D_u = [D_{u1}]$$

where the coefficients, for the normal flow, are

$$A_{11} = k_1 \left[k_2 \frac{\gamma-1}{\gamma} (P_{SM_0})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(m_{cp_0} + k_{cath} P_{RM_0} - b - 0.5 - k_r I_{fc_0} \right) - k_{cath} \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{2\gamma-1}{\gamma} \right) \left(\frac{P_{SM_0}}{P_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right] \right]$$

$$A_{12} = k_1 k_{cath} \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{P_{SM_0}}{P_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right]$$

$$A_{13} = k_1 \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{P_{SM_0}}{P_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right]$$

$$A_{21} = k_4 k_{cath}$$

$$A_{22} = -k_4 \left[k_{cath} + \frac{C_d k_3 U_{valve_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \frac{2 \left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} \right]$$

$$A_{31} = a_1$$

$$B_{u_1} = -0.5 k_r k_1 \left[1 + \frac{1}{\eta_{cp}} \left(\frac{P_{SM_0}}{P_{am}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \frac{1}{\eta_{cp}} \right]$$

$$B_{u_2} = -0.5 k_r k_4$$

$$B_{w_{22}} = -\frac{C_d k_4 k_3 P_{RM_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{P_{am}}{P_{RM_0}} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

$$B_{u_{31}} = a_2$$

$$C_1 = -3.2346 \times 10^{-4} n_{cells} \frac{T_{fc}}{P_{SM_0}}$$

$$D_{u_1} = n_{cells} \left(1.53 \times 10^{-4} \frac{T_{fc}}{I_{fc_0}} - \frac{R_{ohm}}{A_m} \right).$$

For the choked flow, the coefficients A_{22} and $B_{w_{22}}$ are replaced by

$$A_{22}' = -k_4 \left[k_{cath} + \frac{C_d k_3 U_{valve_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \gamma^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \right]$$

$$B_{w_{22}}' = -\frac{C_d k_4 k_3 P_{RM_0}}{\sqrt{R_a T_{fc}}} \gamma^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}.$$

where k_1 , k_2 , k_3 , k_4 and k_r are constants.

III. EXPERIMENTATION

The fuel cell stack is fed with 140kPa pressure hydrogen and with ambient air, which is compressed by means of a twin head of diaphragm pump. The fuel cell operational temperature is 313.15K. This PEMFC stack is made up of 65 cells and

produces a 600W output power. The proportional solenoid valve is used to control the air pressure inside the channels in order to improve stack net power. The model is implemented in Matlab/Simulink® environment. In this section, the experimental data and the results obtained by simulating the transient response of the stack system are presented and discussed when the solenoid valve at the stack exit is completely opened.

The variables and parameters in this dynamic model are summarized in table 1 and correspond to the 600W stack.

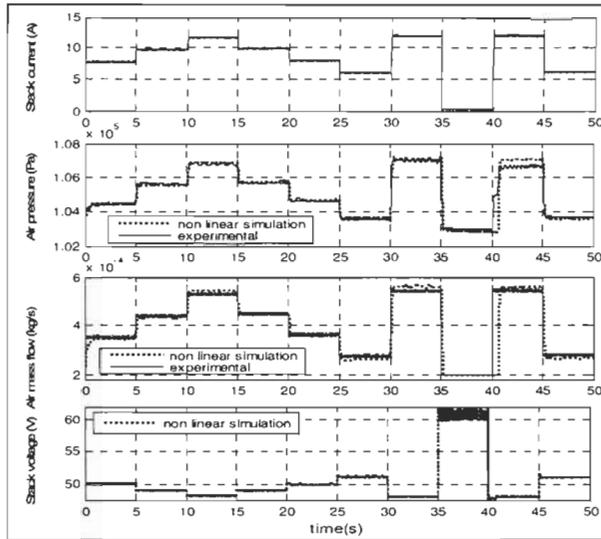
TABLE I. GENERAL PARAMETERS

Parameter	Symbol	Units	Value
Atmospheric pressure	P_{am}	Pa	1.013×10^5
Atmospheric temperature	T_{am}	K	298.15
Air specific heat ratio	γ	-	1.4
Air density	ρ_a	Kg m ⁻³	1.2
Universal gas constant	R	J.mol ⁻¹ K ⁻¹	8.314
Air gas constant	R_a	J.kg ⁻¹ K ⁻¹	286.9
Molar mass of air	M_a	kg.mol ⁻¹	28.97×10^{-3}
Molar mass of oxygen	M_{O_2}	kg.mol ⁻¹	32.0×10^{-3}
Faraday's constant	F	C.mol ⁻¹	96485
Temperature of fuel cell	T_{fc}	K	313.15
Number of cells in fuel cell stack	n_{cells}	-	65
Fuel cell active area	A_{fc}	cm ²	78
Supply manifold volume	V_{SM}	m ³	1.29×10^{-4}
Coefficient	a_1	kg.kPa ⁻¹ s ⁻²	-7.93×10^{-4}
Coefficient	a_2	kg.V-1s ⁻²	7.95×10^{-2}
Coefficient	a_3	kg.s ⁻¹	8.26×10^{-4}
flow parameter	k_{cath}	kg.s-1 Pa ⁻¹	7.0×10^{-5}
Coefficient	b	kg.s ⁻¹	8.0×10^{-8}

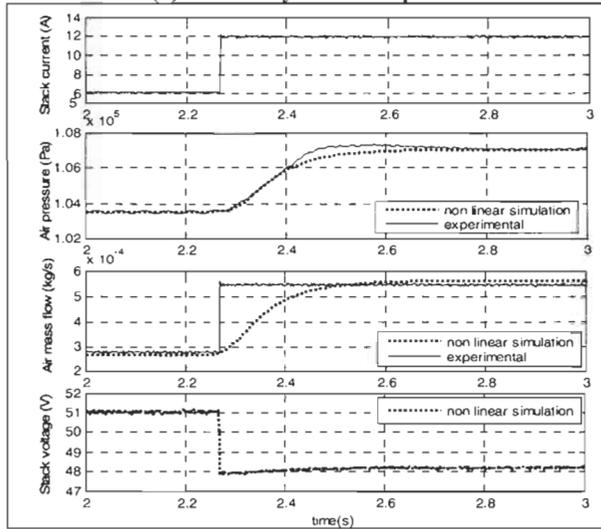
The results using the non linear model are shown in Fig. 2. In Fig. 2a, the dynamic response of the compressor pressure, mass flow and the voltage stack is shown for a stack load current between 0 and 12A having 2, 6 and 12A increasing and decreasing step variations. In Fig 2.b and c, particular cases of increasing and decreasing currents respectively.

The stack voltage is function of stack current and oxygen partial pressure. These model results fit very well with the experimental data. The step variation in the experimental air mass flow (Fig.2b and 2c) is due to the fact that the air mass flow is not directly measured; it is rather calculated from the load current and the air stoichiometric ratio.

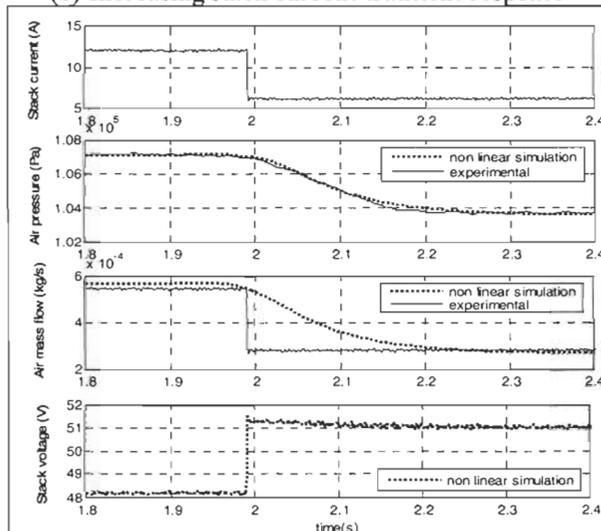
This model is designed in order to help elaborating control strategies, finding the tradeoff between the power produced by the stack and the parasitic power (the compressor and other auxiliaries' power). It will be used for a linear optimal control which will improve the output power efficiency and the fuel cell operation management.



(a) Global dynamic response



(b) Increasing stack current transient response



(c) Decreasing stack current transient response

Figure 2. Experimental and simulation dynamic responses according to the stack current variations

IV. CONCLUSION

A complete state model of PEMFC air supply has been described in this work while a proportional solenoid valve is mounted at the PEMFC stack exit. A state-space representation of air pressure and air flow control structure has been presented. Instead of using the flow map, the air flow state model was based on the experimental behavior of the compressor. A model-based controller can be designed on the basis of this state model. While the solenoid valve was opened, the simulation results using the nonlinear model correspond well with measured data. More experimentation will be carried out with different openings of the valve. Moreover, further experimentations and simulations will include the linear state model validation. Furthermore, this study can be extended to the controller design for the air supply.

ACKNOWLEDGMENT

This work was jointly supported by LTE-Hydro-Quebec, Natural Resources – Canada and Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada.

REFERENCES

- [1] F. Barbir and T. Gomez, "Efficiency and economics of proton exchange membrane (PEM) fuel cells," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 21, pp. 891-901, 1996.
- [2] J. P. Pukrushpan, P. Huei, and G. S. Anna, "Control-Oriented Modeling and Analysis for Automotive Fuel Cell Systems," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, pp. 14-25, 2004.
- [3] M. Grujic, K. M. Chittajallu, E. H. Law, and J. T. Pukrushpan, "Model-based control strategies in the dynamic interaction of air supply and fuel cell," *Power and Energy*, vol. 218, pp. 1-13, 2004.
- [4] M. Grujicic, K. M. Chittajallu, and J. T. Pukrushpan, "Control of the transient behaviour of polymer electrolyte membrane fuel cells systems," *Journal Automobile Engineering*, vol. 218, pp. 1239-1250, 2004.
- [5] S. Rodatz, G. Paganelli, and L. Guzzella, "Optimizing air supply control of a PEM fuel cell system," presented at Proceedings of American Control Conference, Denver, Colorado, 2003.
- [6] C. Bao, M. Ouyang, and B. Yi, "Modeling and control of air stream and hydrogen flow with recirculation in a PEM fuel cell system--I. Control-oriented modeling," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. In Press, Corrected Proof.
- [7] P. Thomas, *Simulation of Industrial Processes for Control Engineer*. Butterworth Heinemann, London, 1999.
- [8] J. E. Larminie and A. Dicks, *Fuel Cell System Explained*. Chichester, U.K.: Wiley, 2000.
- [9] M. Fournier, K. Agbossou, A. Poulin, Y. Dubé, and G. Simard, "Dynamic model of a PEMFC stack suitable for component level modeling of a fuel cell based generator," presented at WHEC 16, Lyon France, 2006.