

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE INDUSTRIEL
(CONCENTRATION EN PRODUCTIQUE)**

**PAR
THIERRY SAINT-VICTOR**

**DÉVELOPPEMENT D'UN OUTIL INFORMATIQUE POUR
L'ÉQUILIBRAGE DE LIGNE DANS LE CONTEXTE DE
PRODUCTION MIXTE**

AOÛT 2008

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

RÉSUMÉ

Ce mémoire traite de l'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes; plus précisément, il porte sur la conception et la réalisation d'un outil d'aide à la décision pour assister les responsables de lignes lors de leur configuration. Plus spécifiquement, cette application sert à effectuer des affectations d'éléments de travail à des postes en tenant compte des contraintes réelles rencontrées dans le secteur manufacturier. Dans le contexte de la production mixte, cet objectif est complété par la recherche d'une séquence d'assemblage qui renforce le résultat de l'équilibrage.

Le problème classique fait l'objet de recherche depuis de nombreuses années, les premières modélisations et techniques de résolution datent des années cinquante. Cependant, si au début il concernait la production de masse d'un produit unique aujourd'hui, la demande est plus diversifiée et plus abondante. Vu les performances des outils informatiques actuels, il est difficile de ne pas les mettre à contribution et réaliser une application qui élargit le champ d'application de ce type de problème.

L'application utilise une base de données relationnelle conçue sous MsAccess pour le stockage des données qui sont par la suite traitées par des procédures codées en Visual Basic. Un ensemble de 7 heuristiques sont proposées pour la résolution des problèmes; elles sont adaptées pour intégrer 6 contraintes additionnelles. Le résultat de l'équilibrage est par la suite revu par une procédure d'amélioration avant de servir de base pour le calcul de la séquence d'assemblage des produits. Nous démontrons, dans ce mémoire, l'utilité et l'efficacité d'une telle application au moyen d'exemples concrets. Nos observations et remarques quant à la pertinence de la méthodologie et la justesse des résultats obtenus sont soumises à l'appréciation du lecteur.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mes directeurs de recherche, M. Jocelyn Drolet et M. Georges Abdul-Nour pour la confiance qu'ils ont placée en moi et pour leurs encouragements tout au long de ce mémoire. Leurs conseils judicieux et leur esprit critique m'ont guidé dans la conduite de cette recherche.

Je remercie mes collègues du laboratoire de recherche en productique du département de génie industriel de l'école d'ingénierie de l'Université du Québec à Trois-Rivières, ainsi qu'à tous ceux qui de près ou de loin ont permis la réalisation de ce mémoire par leurs encouragements et leur support.

Mes remerciements s'adressent finalement aux membres de ma famille qui à force de sacrifices m'ont soutenu dans mes études, je leur dédie ce mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	i
REMERCIEMENTS	ii
TABLE DES MATIÈRES	iii
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
LISTE DES FIGURES.....	vii
INTRODUCTION	1
Chapitre 1 : CONCEPTS IMPORTANTS	4
1.1 Typologie des systèmes de production	4
1.2 Définition de la ligne d'assemblage	5
1.2.1 Les modèles de lignes d'assemblage.....	6
1.2.2 Les lignes synchrones et asynchrones.....	7
1.2.3 Les configurations des lignes d'assemblage.....	8
1.3 Le problème de l'équilibrage des lignes d'assemblage	8
1.3.1 La variabilité des temps de traitement.....	10
1.3.2 Définition du problème classique d'équilibrage	10
1.3.3 Formulation mathématique du SALBP	11
1.4 Les problèmes généraux d'équilibrage	14
1.4.1 Les contraintes industrielles.....	14
1.5 Les problèmes d'optimisation combinatoire connexes	15
1.6 La complexité du problème d'équilibrage	16
1.6.1 Les mesures de la complexité du SALBP	16
Chapitre 2 : LES MÉTHODES DE RÉOLUTION DU SALBP.....	18
2.1 Méthodes de résolution exactes	18
2.1.1 Méthodes basées sur la programmation linéaire.....	18
2.1.2 Les algorithmes par séparation et évaluation	19
2.1.3 Programmation dynamique.....	21
2.2 Méthodes inexactes	22
2.2.1 Les règles de décision à une passe	22

2.2.2	Les règles de décision composées.....	24
2.2.3	Les heuristiques basées sur les algorithmes par séparation et évaluation	25
2.3	Les méta-heuristiques.....	26
2.3.1	Les recherches taboues	26
2.3.2	Le recuit simulé	27
2.3.3	Les algorithmes génétiques.....	27
2.4	Les procédures de résolution du SALBP-2.....	28
Chapitre 3 : L'ÉQUILIBRAGE DES LIGNES D'ASSEMBLAGE MIXTES		30
3.1	Le problème d'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes	30
3.2	Définition du problème d'équilibrage des lignes mixtes.....	31
3.2.1	Relations entre le MMALBP et le SALBP.....	32
3.2.2	Les variations des contenus de travail.....	35
3.2.3	Formulation mathématique	38
3.3	Les méthodes de résolution du MMALBP	39
3.3.1	Les méthodes inexactes.....	40
3.4	Généralisations du MMALBP.....	44
3.4.1	L'approche du chemin le plus court.....	46
3.5	L'ordonnancement des lignes mixtes	46
3.5.1	La stabilisation du taux d'utilisation des composants	48
3.5.1.1	Ordonnancement en fonction d'un niveau	49
3.5.1.2	Ordonnancement en fonction de plusieurs niveaux.....	53
3.5.2	Le nivellement des charges de travail.	56
Chapitre 4 : MODÉLISATION DU PROBLÈME ET MÉTHODE DE RÉOLUTION.....		59
4.1	Objet de l'étude	59
4.2	Les hypothèses de recherche	60
4.3	La définition du problème	61
4.4	La modélisation du problème	61
4.4.1	Le modèle mathématique pour le MMALBP	62
4.4.2	Les contraintes additionnelles.....	64
4.5	Méthode d'optimisation	67
4.6	Les techniques heuristiques retenues.....	68

4.7	Les heuristiques de type « single pass »	68
4.7.1	Le Poids Positionnel (Ranked Positional Weight).....	69
4.7.2	Le COMSOAL	70
4.7.3	L'heuristique de Boctor (1995).....	70
4.8	La procédure d'amélioration de Moodie-Young (1965)	71
4.9	Les contraintes additionnelles	73
4.10	La procédure d'ordonnancement de Katayama (1998)	76
Chapitre 5 : EXEMPLE NUMÉRIQUE.....		77
5.1	Présentation de l'exemple.....	77
5.2	Application du RPW	78
5.3	La procédure Moodie-Young	82
5.4	Effet des contraintes dans le processus de sélection	84
5.5	L'ordonnancement	89
CONCLUSION.....		93
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		96
ANNEXES.....		102

LISTE DES TABLEAUX

2.1	Liste des règles de décision à une passe	23
4.1	Liste des heuristiques retenues	68
5.1	Temps d'exécution moyens et poids des éléments de la famille	79
5.2	Les affectations au poste no. 1	80
5.3	Les transferts et échanges possibles à l'itération 3	83
5.4	Distribution des ressources	85
5.5	Résultat de l'équilibrage après l'intégration des contraintes	88
5.6	Résultat de l'équilibrage avec les contraintes et la procédure Moodie-Young ...	88
5.7	Distribution des charges de travail des 3 produits ,	89
5.8	$T1_k$ et $T2_k$ pour chaque poste de la ligne.	91

LISTE DES FIGURES

1.1	La Ligne d'assemblage	5
1.2	Classification des problèmes d'équilibrage	9
2.1	Procédure d'équilibrage du SALBP 2	29
3.1	Exemple de graphe unifié	34
3.2	Distribution des charges de travail aux postes	35
3.3	Influence des variations des charges sur les arrêts de la ligne	37
3.4	Effets de la séquence sur l'équilibrage des charges	47
3.5	Effet combiné de l'équilibrage et de l'ordonnancement	48
3.6	Relation entre X_{jk} et $\frac{kN_j}{D}$	50
4.1	Algorithme du RPW	70
4.2	Intégration des contraintes additionnelles	75
5.1	Les modèles de l'exemple	78
5.2	Diagramme de préséance combiné de la famille de produits	79
5.3	Le résultat de l'équilibrage	81
5.4	Résultat de la procédure Moodie-Young	84
5.6	Performance de l'ordonnancement	92

INTRODUCTION

Le sujet de cette recherche porte sur le développement d'un support informatique pour l'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes.

Le problème étudié dans ce projet se pose lors du lancement d'une nouvelle famille de produits. À ce moment, il s'agit pour l'entreprise de concevoir, au moindre coût, une nouvelle ligne d'assemblage ou d'en réorganiser une existante. À cette étape, certaines contraintes doivent être prises en compte.

Dans la littérature, les problèmes de conception les plus étudiés concernent la production de masse d'un produit unique, c'est la version classique appelé Simple Assembly Line Balancing Problem (SALBP). Il consiste à répartir les éléments de travail le long d'une ligne d'assemblage. La ligne considérée est composée de postes successifs qui sont chacun occupés par un opérateur. Le produit à assembler progresse à vitesse constante le long de la ligne et à chaque poste des opérations d'assemblages sont réalisées. L'exécution de ces opérations doit satisfaire des contraintes de préséance et le produit est accessible au poste durant un temps limité appelé temps de cycle. L'objectif de l'équilibrage est d'affecter les opérations aux postes en respectant les contraintes de préséance et de manière à ce que la charge de chaque poste ne dépasse pas le temps de cycle.

Dans un contexte de production mixte, le problème est de même nature. Cependant, lors de l'équilibrage, il faut tenir compte de la nécessité de répartir les charges de travail des postes équitablement indépendamment des produits de la famille. Le problème qui en résulte est le Mixed Model Assembly Line Balancing Problem (MMALBP). La séquence de lancement de ces produits dépend de la composition du mix-produit dont les différentes

composantes doivent être simultanément introduites dans la ligne d'assemblage. L'équilibrage est de ce fait plus complexe puisqu'il faut obtenir d'une part une répartition égale des charges réelles des postes pour chacun des produits et d'autre part, il faut déterminer la séquence de lancement des produits. Le MMALBP découle d'un besoin de généralisation du SALBP afin d'élargir le domaine d'application du modèle. Toutefois, le MMALBP s'avère limitée pour certaines applications industrielles. Des contraintes additionnelles sont ajoutées aux contraintes de capacité et de préséance, comme, par exemple, l'obligation de regrouper dans le même poste de travail des opérations qui exigent un outillage particulier. Ces contraintes ont une incidence certaine sur la solution puisqu'elles affectent directement le processus d'affectation des opérations. De nombreux modèles généralisés du MMALBP ont été étudiés dans la littérature mais il reste encore des problèmes à résoudre.

Il existe des solutions logicielles pour aider les entreprises manufacturières à résoudre le MMALBP mais ce marché n'est pas aussi développé que celui de la conception assistée par ordinateur (CAO) ou de la fabrication assistée par ordinateur (FAO).

Nous étudions, dans ce projet, une généralisation du MMALBP. L'objectif général de l'étude est l'optimisation de lignes d'assemblage mixtes sujettes à des contraintes complémentaires qui traduisent les réalités d'un environnement manufacturier. Les contraintes qui seront prises en compte dans le cadre de cette étude sont :

- les contraintes de côté de la ligne;
- les contraintes de zonage;
- les contraintes de regroupement;
- les contraintes d'incompatibilité;
- les contraintes de ressources;
- les contraintes de classes d'employés.

Dans un premier temps, le MMALBP généralisé sera formulé sous la forme d'un modèle mathématique, dans un second temps, une méthode de résolution sera proposée. À cet effet,

un outil informatique sera développé de manière à intégrer les différents aspects du problème et à traiter rapidement des applications de grande taille avec des contraintes multiples.

Avant de présenter la méthodologie développée et un exemple numérique, nous ferons état des recherches sur le problème et définirons les hypothèses de recherche.

Chapitre 1

CONCEPTS IMPORTANTS

1.1 Typologie des systèmes de production

Toute organisation industrielle doit, pour répondre aux aléas de la demande, se doter de moyens de production adaptés au type de produit et au type de demande existants dans son secteur d'activité. L'aménagement de l'usine est un facteur déterminant de la capacité d'une organisation à performer dans son secteur d'activité. Dans le domaine de la production de biens, l'aménagement a pour but de déterminer comment les moyens de production sont agencés de manière à mieux remplir leur fonction. Dépendamment de la variété et du volume de la demande, nous distinguons quatre types d'aménagement : l'aménagement-produit (ligne de production), l'aménagement fixe, l'aménagement procédé et l'aménagement cellulaire.

Les aménagements-produits sont appropriés pour les traitements répétitifs ou en continu. Cette forme d'aménagement est principalement utilisée pour la production de biens standardisés. La ligne d'assemblage ou chaîne d'assemblage caractérise le dernier type et est adapté à la production en masse d'un produit standard.

L'aménagement fixe ou stationnaire est utilisé lorsque le produit est de grande taille, difficile à déplacer et la demande est faible et sporadique. Les postes requis sont disposés autour du produit.

L'aménagement procédé est approprié lorsque la demande est faible et variée. Les postes de travail sont disposés par types d'opérations et traitent des produits comportant des

exigences différentes au niveau de leurs procédés de fabrication ou d'assemblage. Ce système est très flexible mais peu efficace.

L'aménagement cellulaire convient lorsque la demande est moyenne pour des produits présentant des caractéristiques ou des procédés similaires. Des familles de produits sont constituées et produites par des groupes de postes appelés cellules. Une ligne dédiée est très efficace mais peu flexible, un aménagement par ateliers spécialisés est très flexible mais peu efficace, les cellules et les lignes mixtes essayent de marier les deux, efficacité et flexibilité. Cela aide à faciliter l'ordonnancement et en augmenter l'efficacité.

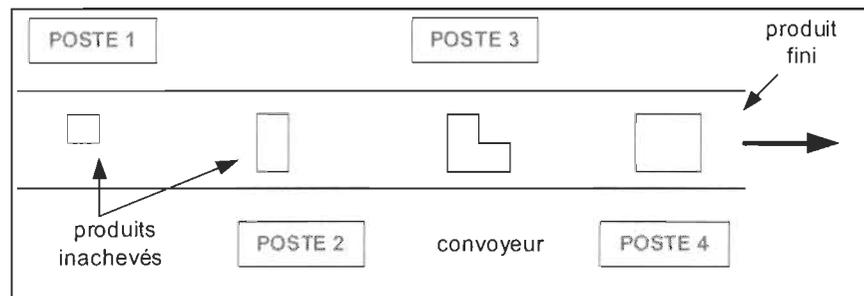


Figure 1.1 La ligne d'assemblage

Dans ce chapitre, nous présentons une classification des lignes d'assemblage. Par la suite, nous définissons le problème classique d'équilibrage des lignes d'assemblage et ses variantes et terminerons par une discussion sur la complexité du problème et les mesures de performances.

1.2 Définition de la ligne d'assemblage

Selon le dictionnaire de la gestion de la production et des stocks (1993), la ligne d'assemblage est :

« ...un système de production caractérisé par une implantation linéaire des

postes de travail. Cette chaîne peut être constituée par une série de machines-outils reliées entre elles par des canalisations ou des convoyeurs.»

Les opérations d'assemblage peuvent être manuelles ou automatisées. La ligne de transfert représente une classe particulière des lignes de production dans laquelle les opérations sont réalisées par des machines automatiques. Dans les deux cas, tous les équipements et installations sont implantés en fonction de la logique du produit. En pratique, à chaque poste de travail, un ensemble d'éléments de travail indivisibles nommés tâches est exécuté suivant un processus prédéfini. Un élément de travail est une petite unité de travail qui ajoute de la valeur au produit. Le processus d'assemblage est fonction des facteurs suivants :

- Les temps opératoires des tâches ou temps de traitement des éléments, c'est-à-dire le temps requis pour l'exécution de chaque tâche.
- Un ensemble de relation de préséance ou d'antécédence qui détermine l'ordre dans lequel les tâches doivent être exécutées.

Lorsque la vitesse d'avancement du convoyeur est constante, tous les postes disposent d'un intervalle de temps égal pour exécuter l'ensemble des tâches qui leur est affecté, c'est le temps de cycle. Nous reviendrons sur la notion de vitesse d'avancement afin de définir les lignes synchrones et asynchrones. La somme des temps des tâches affectés à un poste de travail est le contenu de travail ou la charge de travail de ce poste.

1.2.1 Les modèles de lignes d'assemblage

La planification de la production se base sur les prévisions de la demande ou des commandes afin de déterminer les ressources nécessaires à la fabrication. Ces dernières sont proportionnelles au nombre d'unités et au nombre de produits différents à assembler par période. Compte tenu des contraintes technologique potentielles, trois types de lignes d'assemblage sont envisageables pour répondre à la demande: les lignes mono-produit, les

lignes d'assemblage mixtes (multi-produits) et enfin les lignes d'assemblage multi-produits par lots.

Le premier modèle concerne la production d'un article fortement standardisé dont la demande est constante et importante. Les coûts d'exploitation de ce type de ligne sont amortis par son fort taux d'utilisation.

Le deuxième modèle produit simultanément des articles caractérisés par des options. Regroupés par famille, leurs procédés de fabrication contiennent des similarités. Un ensemble d'opérations de base est présent dans tous les modèles alors que certaines opérations sont absentes selon les options du modèle. En raison de la ressemblance des procédés, peu ou aucun réglage n'est requis d'un modèle à l'autre. Finalement, la production par lots paraît un choix plus adapté lorsque la disparité des procédés de fabrication est appréciable et la demande relativement stable. Les deux derniers modèles se confondent lorsque la taille des lots est réduite à l'unité.

Le choix du type de ligne d'assemblage est complété par l'appréciation de paramètres additionnels qui complètent la caractérisation du modèle. Ces paramètres touchent autant la gestion de la ligne que sa configuration.

1.2.2 Les lignes synchrones et asynchrones

La ligne d'assemblage est un exemple d'aménagement basé sur le produit qui est utilisé dans le cas de la production en continu. La vitesse d'avancement du système de manutention représente un paramètre de configuration qui permet de distinguer deux types de lignes.

Les lignes sont dites synchrones ou cadencées lorsque les postes disposent d'un délai équivalent pour accomplir une ou plusieurs tâches sur une unité de produit. Cet intervalle de temps constitue le temps de cycle. À l'échéance de ce délai, le produit est acheminé vers le poste suivant. Le système de manutention déplace les pièces à vitesse constante ou de façon

intermittente. Des pièces incomplètes sont produites lorsque le contenu de travail d'un poste excède le temps de cycle.

Lorsque la variabilité des temps opératoires est importante, une ligne asynchrone ou non cadencée est préférable. Dans ce cas, les unités sont transférées au poste suivant une fois que les tâches sont complétées. Des stocks tampons à capacité limitée sont installés entre les postes. Lorsque le stock en amont d'un poste libre est vide, il y a pénurie, lorsque le stock tampon en aval d'un poste est rempli, cela révèle la présence d'un goulot d'étranglement.

1.2.3 Les configurations des lignes d'assemblage

Il existe des configurations de postes différentes de la suite de postes qui caractérise, à la base, les lignes d'assemblage. Les lignes en U et les postes en parallèles en sont des exemples.

La ligne d'assemblage en U est une alternative à la configuration en série des postes de travail. Les opérateurs, situés au centre de l'aménagement, peuvent ainsi communiquer et mettre en valeur leurs diverses compétences en intervenant à différents niveaux de la ligne.

Le temps de traitement détermine le taux de production d'une ligne. Il est possible de s'affranchir de cette contrainte par l'utilisation de postes de travail parallèles. Ainsi une ou plusieurs répliques d'un poste effectuent le même ensemble de tâches. Cette pratique réduit le temps de traitement de cette tâche proportionnellement au nombre de répliques. Le temps de cycle est par le fait même réduit.

1.3 Le problème de l'équilibrage des lignes d'assemblage

Le problème fondamental d'équilibrage des lignes d'assemblage consiste à agencer les activités des différents postes de travail de manière à égaliser plus ou moins la cadence de

production des postes.

La ligne est dite équilibrée lorsque la somme des temps improductif est minimisée. Un équilibrage parfait est caractérisé par un temps opératoire constant à tous les postes.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles pour l'équilibrage des lignes d'assemblage. Ghosh et Gagnon (1989) distinguent quatre catégories de problèmes relativement aux paramètres de caractérisations présentées précédemment. Ces catégories sont les suivantes:

1. le modèle mono-produit déterministe (single model deterministic, SMD);
2. le modèle mono-produit probabiliste (single model stochastic, SMS);
3. le modèle multi-produits déterministe (mixed/multi model deterministic, MMD);
4. le modèle multi-produits probabiliste (mixed/multi model stochastic, MMS).

Il existe dans la littérature autant de types de problèmes d'équilibrage que de combinaisons de types de temps considérés et de type de lignes d'assemblage. La figure 1.2 les illustre.

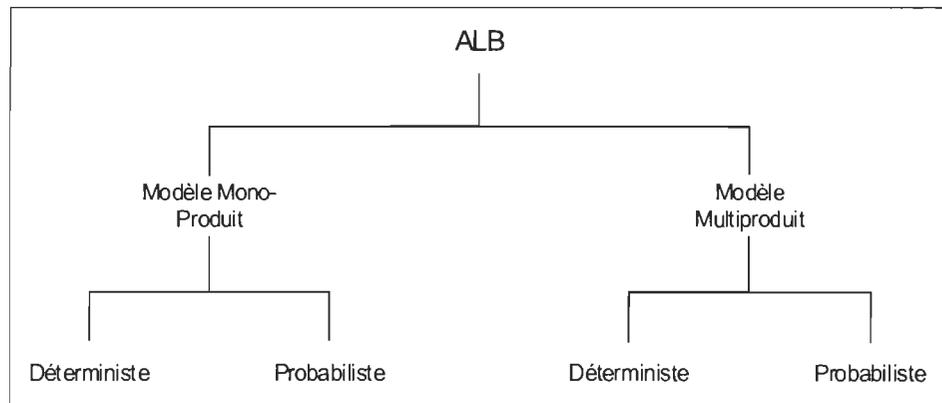


Figure 1.2 Classification des problèmes d'équilibrage

1.3.1 La variabilité des temps de traitement

La nature des temps de traitement des éléments est un paramètre important de la modélisation des lignes d'assemblage. Elle varie en fonction de facteurs physiques, psychologiques ou sociaux. Nous distinguons deux types de temps de traitement dans l'étude des lignes d'assemblage :

1. Les temps de traitement discrets (ou déterministe) sont justifiés lorsqu'une faible variabilité est observée. C'est le cas d'opérations manuelles exécutées par des opérateurs qualifiés ou par des machines automatisées.
2. Les temps probabilistes sont utilisés lorsque des variations significatives sont observées. Elles sont causées par des facteurs tels : des produits présentant des défauts de conception, la motivation, les compétences ou la formation des opérateurs, les bris de machines, les accidents, des problèmes de qualité etc.

Les modèles probabilistes ajoutent une incertitude, qui pour être soulevée, nécessite que d'autres questions pertinentes soient posées. Elles concernent par exemple, le dépassement du temps de cycle par le contenu de travail d'un poste, l'effet de la vitesse d'avancement de la ligne sur les temps de traitement, la taille et la localisation des en cours et le taux de lancement.

Selon que des temps déterministes ou probabilistes sont adoptés, deux types de problèmes d'équilibrage existent pour le modèle mono-produit et pour le modèle multi-produit (Figure 1.2).

1.3.2 Définition du problème classique d'équilibrage

Deux variantes du problème sont définies dans la littérature:

Le SALBP-1 : le type I consiste à affecter les éléments de travail aux postes de façon à

minimiser le nombre de postes compte tenu d'un temps de cycle fixe.

Le SALBP-2 : le type II recherche la minimisation du temps de cycle pour un nombre de postes fixe.

Baybars (1986) spécifient les hypothèses sous-jacentes au SALBP :

1. Tous les paramètres relatifs à la ligne sont connus avec certitude.
2. Une opération est indivisible donc ne peut être partagée entre plusieurs postes.
3. Les opérations ne peuvent être exécutées dans un ordre arbitraire. L'ordre des tâches est représenté par un graphe acyclique orienté.
4. Toutes les opérations doivent être effectuées.
5. Tous les postes sont équipés pour effectuer toutes les opérations.
6. Le temps de traitement d'une opération est indépendant du poste qui l'exécute.
7. Toute opération peut être exécutée dans un poste quelconque.
8. La ligne d'assemblage est séquentielle, sans système d'alimentation.
9. La ligne d'assemblage est conçue pour un produit.

1.2.3 Formulation mathématique du SALBP

Salveson (1955), pionnier de la recherche sur le SALBP, le présente comme un programme linéaire incluant l'énumération exhaustive de toutes les affectations aux postes. Toutefois, son modèle peut générer des solutions irréalisables car des tâches peuvent être fractionnées.

Bowman (1960) fut le premier à introduire le concept d'indivisibilité des tâches par l'introduction de variables entières binaires. Son modèle comprend des variables de décision représentant le nombre d'unités de temps allouées à une opération à un poste et des variables binaires assurant qu'une opération n'est affectée qu'à un poste.

White (1961) proposa une amélioration du modèle de Bowman duquel il exclut les variables entières relatives au temps. Nous présentons le programme mathématique construit par White (1961) basé sur le modèle de Bowman(1960). Une définition de la notation employée pour décrire le SALBP précède la formulation du modèle.

- I : ensemble des éléments de travail, ($i = 1, 2, \dots, N$).
- K : ensemble des postes de travail, ($k = 1, 2, \dots, K$).
- t_i : temps de l'élément i .
- C : temps de cycle.
- $P(i)$: ensemble des prédécesseurs de l'élément i .
- IP_i : ensemble des prédécesseurs immédiats de l'élément i .
- NP_i : nombre de prédécesseurs de l'élément i .
- $S(i)$: ensemble des successeurs de l'élément i .
- NS_i : nombre de successeurs de l'élément i .
- NIS_i : nombre de successeurs immédiats de l'élément i .
- F_i : limite inférieure de l'élément i .
- L_i : limite supérieure de l'élément i .

Soit un coefficient de coût w_k tel que $Mw_k \leq w_{k+1}$; $k = 1, \dots, K - 1$. M étant un nombre très grand représentant le coût de l'ajout d'un nouveau poste ceci, dans le but d'éviter d'agrandir la ligne. Le SALBP-1 peut alors être représenté par le modèle mathématique suivant :

$$\text{Minimiser } z = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K w_k x_{ik} \quad (1.1)$$

sujet à :

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{ik} \leq c, \quad \forall k \in J \quad (1.2)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (1.3)$$

$$x_{ik} \leq \sum_{j=1}^k x_{ij}, \quad \forall k \in J, \forall i \in I \text{ et } \forall h \in IP(i) \quad (1.4)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad (1.5)$$

La fonction objective (1.1) représente le coût d'utilisation d'un poste supplémentaire. Sa structure permet de minimiser le nombre de postes sur la ligne. Les contraintes de capacité (1.2) assurent que la charge de travail d'un poste n'excède pas le temps de cycle c . Les contraintes (1.3), dites d'affectation forcent l'affectation de chaque tâche à un poste de travail. Les relations de préséance à respecter sont modélisées par les contraintes (1.4).

Dans le but de réduire la taille du modèle mathématique, certains auteurs ont expérimenté d'autres fonctions objectives et ont modifié certaines contraintes. Patterson et Albracht (1975) ont défini pour chaque tâche une limite inférieure et une limite supérieure au poste auquel elle peut être affectée, c'est-à-dire les postes les plus en amont et les plus en aval dans lesquels elles peuvent être exécutées.

$$F_i = \begin{cases} 1 & \text{pour } [(t_i + \sum_{h \in P(i)} t_h)/c]^- = 0 \\ [(t_i + \sum_{h \in P_a(i)} t_h)/c]^+ & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.6)$$

$$L_i = \begin{cases} k & \text{pour } [(t_i + \sum_{h \in S(i)} t_h)/c]^- = 0 \\ k+1 - [(t_i + \sum_{h \in S_a(i)} t_h)/c]^+ & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.7)$$

La solution optimale au SALBP-1 est obtenue lorsque la limite inférieure sur le nombre de postes requis ou minimum théorique de postes est égalée. Cette limite est le ratio de la somme des temps de traitement par le temps de cycle.

$$K^* = \sum_{i=1}^N t_i / c \quad (1.8)$$

La mesure de performance de l'équilibrage la plus couramment rencontrée est l'efficacité de la ligne (E). Il s'agit du ratio de la somme des temps de traitement par la capacité de production de la ligne. L'inverse de cette équation mesure la capacité inutilisée : $D = 1 - E$.

$$E = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K.c} \quad (1.9)$$

1.4 Les problèmes généraux d'équilibrage

Les problèmes généraux d'équilibrage de lignes d'assemblage (GALBP) sont définis à partir du problème classique par la relaxation d'une ou de plusieurs hypothèses. Les lignes de production multi-modèles par lot ou par unité en sont un exemple. Des modifications de la configuration classique en série des postes constituent également des généralisations du SALBP. À titre d'exemple, nous citerons les lignes avec des postes en parallèles (McMullen et Frazier, 1998 ; Vilarinho et Simaria, 2002 ; (Bukchin et al., 2002) et les lignes en U. Des contraintes additionnelles introduites pour reproduire des situations réelles conduisent tout aussi bien à des GALBP. La section suivante leur est dédiée.

1.4.1 Les contraintes industrielles

L'intégration des contraintes industrielles réduit les possibilités de combinaisons de tâches et de postes. La recherche d'une solution est donc plus complexe. Nous décrivons certaines contraintes rencontrées dans la littérature.

Les contraintes de zonage obligent une ou plusieurs tâches à être effectuées dans une zone, i.e. un emplacement le long de la ligne d'assemblage. Elles peuvent être utiles pour fixer des tâches à des postes de peinture ou de contrôle par exemple.

La position du poste de travail par rapport au convoyeur dépend du côté de la pièce ou des opérations devront être réalisées (Lee, Kim, Kim, 2001). Les contraintes de côté de la

ligne permettent d'intégrer ce type de restrictions.

Les contraintes de compatibilité forcent le regroupement au sein d'un poste quelconque d'une ou plusieurs opérations (Bhattacharjee & Sahu, 1987). L'utilisation de matériel coûteux peut justifier de telles contraintes. Par contre, les contraintes d'incompatibilité empêchent des opérations incompatibles de se retrouver dans un même poste. Par exemple, des risques de feu, d'insalubrité ou de vibrations peuvent motiver l'incompatibilité entre deux tâches.

Les contraintes de groupes d'employés visent à s'assurer que les éléments de travail sont affectés à des employés ayant les compétences requises. Elles ont pour but de regrouper au sein d'un même poste les éléments de travail qui nécessitent les mêmes compétences.

Les contraintes de ressources permettent de regrouper les opérations suivant les ressources qu'elles requièrent (ex. gabarit). Des quantités limitées de ressources étant disponibles, le champ d'investigation du problème est réduit.

1.5 Les problèmes d'optimisation combinatoire connexes

Le problème classique d'équilibrage de lignes fait partie de la classe générale des problèmes d'optimisation combinatoire. Ce type de problème est relié à des problèmes d'affectation, de regroupement et de sélection.

Lorsqu'on omet les contraintes de préséance, le ALBP est réduit au problème de mise en boîtes (*bin packing problem*). Il consiste à empiler un ensemble d'éléments (tâches) dans un minimum de contenants d'égale capacité (stations). Le ALBP est donc une généralisation du problème d'emballage.

Les contraintes du temps de cycle relient le ALBP au problème du sac à dos (*knapsack problem*). Il s'agit de décider du contenu d'un sac dont la capacité est limitée. Ce problème est proche de celui d'emballage. Il existe un unique contenant et un sous-ensemble

d'éléments peut y être empilé. Les éléments, ayant chacun une exigence en capacité, sont choisis en visant à optimiser un certain critère.

Le ALBP est associé aux problèmes de partition (*Set Partitioning Problems*) car il inclut la subdivision d'un ensemble de tâches en des sous-ensembles constituant des postes. Dans ces problèmes, les sous-ensembles sont pondérés. L'objectif est de trouver, à partir d'un ensemble initial, un morcellement en des sous-ensembles disjoints tel que le poids total des sous-ensembles est minimisé.

L'ALBP est également relié au problème du chemin le plus court (Chakravarty et Shtub, 1985), (Erel et Gocken, 1999). Une version de ce problème consiste à minimiser le nombre de véhicules nécessaires au transport de biens d'un entrepôt à un certain nombre de clients

1.6 La complexité du problème d'équilibrage

Le ALBP est classé NP-difficile. Ce type comprend les problèmes d'optimisation combinatoire ne pouvant être résolus dans un temps limité par une fonction polynomiale. Plusieurs mesures de la complexité d'un problème sont proposées dans la littérature, nous en présentons quelques-unes

1.6.1 Les mesures de la complexité du SALBP

Des auteurs ont proposé des mesures de la complexité du problème d'équilibrage des chaînes de montage. Les caractéristiques de ce dernier sont quantifiées et servent d'indicateurs de la complexité.

Mastor (1970), Bhattacharjee et Sahu (1987) ont défini une mesure de la complexité nommée « Order Strength » qui est le rapport du nombre de relations de préséance par le nombre total de relations possibles. Talbot, Patterson et Gehrlein (1986) y font référence

comme la densité du réseau de préséance ; les options d'affectation sont moindres lorsque le réseau est dense.

Dar-El (1973) a proposé une mesure similaire, le ratio de flexibilité, qui est le rapport du nombre de zéro dans la matrice de préséance sur le nombre d'entrées dans la matrice. Ces deux mesures sont complémentaires.

Le «West Ratio» fut proposé par Dar-EL (1973) et mesure le nombre moyen d'opérations par poste dans la solution optimale. En général, la complexité de temps augmente avec la valeur de ce facteur.

Wee et Magazine (1981) ont formulé une mesure de la relation entre le temps de cycle et les temps opératoires ; nommé intervalle de temps ($TI = [t_{\min}/c, t_{\max}/c]$). La position de TI dans l'intervalle $[0, 1]$ indique si les temps d'opérations sont grands ou petits par rapport au temps de cycle. La complexité est grande lorsque TI est petit et proche de 1.

L'indice de lissage indique le nivellement relatif de l'équilibrage d'une ligne de production (Ponnambalam et al. 1999). Un indice nul indique un équilibrage parfait. Plus il est réduit plus les risques d'attente le sont.

$$SI = \sqrt{\sum_{k=1}^K (CT_{\max} - CT_k)^2} \quad (1.10)$$

Chapitre 2

LES MÉTHODES DE RÉOLUTION DU SALBP

2.1 Méthodes de résolution exactes

Les méthodes de résolution du SALBP sont nombreuses. Elles se divisent en deux groupes : les méthodes exactes et les heuristiques. Les méthodes exactes fournissent des solutions optimales alors que les heuristiques fournissent des solutions satisfaisantes. Dans cette section, nous présentons les principales méthodes optimales recensées dans la littérature. Pour une revue complète de ces méthodes, nous référons le lecteur aux articles de Baybars (1986) et Ghosh et Gagnon (1989). Les algorithmes de résolution du SALBP sont, en grande majorité, inspirés des procédures de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Ils se classent dans trois catégories : les méthodes basées sur la programmation linéaire, les algorithmes par séparation et évaluation et la programmation dynamique.

2.1.1 Méthodes basées sur la programmation linéaire

La programmation linéaire s'intéresse à la répartition de ressources limitées entre des activités en concurrence les unes aux autres, de façon à atteindre au mieux un certain objectif. Dans un modèle linéaire, la fonction économique est exprimée sous forme d'une relation linéaire ; de même les contraintes constituent un système d'équations ou d'inéquations linéaires.

Salveson (1955) est le premier à formuler le SALBP comme un programme linéaire incluant toutes les combinaisons possibles des affectations. Son modèle peut provoquer le

fractionnement d'une tâche entre plusieurs stations et générer des solutions irréalisables. Cette lacune est comblée par les contributions de Bowman (1960) puis White (1961) par l'ajout d'une contrainte d'indivisibilité. Leur formulation du problème définit une variable de décision binaire décrivant l'affectation des tâches aux stations. Toutefois, ces méthodes nécessitent un nombre important de variables ce qui les rend peu pratiques pour la résolution de problèmes importants. Dans ce but, des variations portant sur la fonction objective et certaines contraintes sont proposées par Thangavelu et Shetty (1971).

Talbot et al. (1984) proposent un algorithme pour résoudre un programme mathématique en nombre entier n'impliquant pas de variables binaires. Les notions de poste au plus tôt et de poste au plus tard sont employées et une matrice des prédécesseurs immédiats est mise à contribution. L'emphase est mise sur les moyens de réduire l'espace mémoire requis et de limiter le processus d'énumération.

2.1.2 Les algorithmes par séparation et évaluation

Les méthodes par séparation et évaluation ont été abondamment appliquées au ALBP. Elles reposent sur deux principes. Le premier consiste à diviser un problème initial en sous-problèmes, c'est le principe de la séparation. Ces derniers sont résolus séparément. L'ensemble des résultats (nœuds) est synthétisé pour constituer une solution globale. Le second principe permet d'évaluer des solutions concurrentes, c'est l'évaluation.

Cette technique, dit de recherche arborescente, évalue à priori les chances de trouver la solution optimale dans une branche particulière. Ceci permet de déterminer si une solution est plus avantageuse qu'une autre.

L'exploration du domaine des solutions repose sur une stratégie prédéfinie d'énumération. Certaines sont basées sur une technique d'exploration systématique de l'espace de recherche en profondeur d'abord (depth-first search). Elle génère tous les nœuds issus des nœuds nouvellement créés et choisit celui qui présente la meilleure limite

inférieure. Ces techniques prévoient le retour en arrière. Une seconde stratégie, dite de recherche en largeur d'abord (breadth-first search), consiste à brancher à partir de tous les nœuds qui s'y prêtent

La recherche arborescente est gérée par des règles de sondage. Les règles de dominance déterminent si une solution partielle est dominée par une autre déjà étudiée. Les règles d'arrêt ou tests logiques, tirés de la structure du ALBP, empêchent le branchement à partir d'un nœud si cela conduirait à un dépassement de la limite inférieure courante (nombre de postes pour le SALBP-I et le temps de cycle pour le SALBP-II). Elles sont étudiées par Scholl et Klein (1999). Une solution optimale est obtenue lorsque la limite inférieure globale est atteinte.

Thangavelu et Shetty (1971) appliquent la stratégie de recherche en profondeur d'abord de Balas (1965) pour l'augmentation de la solution partielle. La technique du retour arrière est utilisée lorsqu'un choix d'affectation est inacceptable pour revenir à l'affectation précédente.

Patterson et Albracht (1975) utilisent les notions de poste au plus tôt et poste au plus tard ainsi que des tests de faisabilité relatifs aux contraintes de préséance et de capacité pour réduire le champ d'investigation de la solution optimale.

Talbot et Patterson (1984) proposent une méthode par séparation et évaluation basée sur l'algorithme de Balas (1965). L'énumération des solutions est rendue implicite par l'utilisation des notions de poste au plus tôt et au plus tard et des tests permettant de cibler les contraintes d'affectation qui s'appliquent à chaque branchement.

Van Assche et Herroelen (1979) présentent une approche fondée sur la méthode de recherche arborescente qui n'est pas basée sur la théorie de la programmation en nombre entier.

Wee et Magazine (1981) proposent de résoudre le SALBP au moyen d'une approche similaire à celle utilisée pour le problème de mise en boîtes. Des heuristiques sont utilisées

dans cette méthode

2.1.3 Programmation dynamique

La programmation dynamique est une technique générale souvent utilisée dans le traitement des problèmes d'optimisation. Elle consiste à minimiser le coût d'une trajectoire dans un espace d'états. Une loi d'évolution détermine l'état suivant à partir de l'état courant et d'une commande ; les trajectoires sont construites à partir d'un état initial et d'une suite de commandes, suivant cette loi d'évolution ; on se donne également une fonction d'objectif, définie sur les trajectoires, qu'il s'agit de minimiser. La programmation dynamique s'applique aux problèmes qui satisfont au principe d'optimalité de Bellman (1955) : une trajectoire optimale est composée de sous-trajectoires elles-mêmes optimales.

Jackson (1956) est le premier à utiliser la notion d'arborescence dans la recherche d'une solution optimale au SALBP-1. Selon ce dernier, chaque chemin représente une solution; les arcs étant les affectations à un poste. Il introduit le concept de poste maximal qui définit un poste dans lequel aucune tâche ne peut être ajoutée sans violer les contraintes de présence ou de capacité. La méthode génère successivement toutes les affectations possibles aux postes. Des règles de domination permettent par la suite d'éliminer les sous-ensembles dont le contenu est inclus dans un autre sous-ensemble.

Le SALBP est assimilable au problème du chemin le plus court. La technique de résolution de ce problème est adaptée par Gutjahr et Nemhauser (1964) afin de trouver une solution optimale. Dans leur procédure, chaque nœud du réseau correspond à un sous-ensemble réalisable. Le temps associé à un nœud i représente la somme des temps des tâches qui y sont associées. Un arc (i,j) correspond aux affectations au poste j . Un arc (i,j) existe si et seulement si $S(i) \subset S(j)$ et $t_j - t_i \leq c$. Ainsi, trouver le plus court chemin est équivalent à trouver le nombre minimum de postes.

2.2 Méthodes inexactes

Le ALBP étant NP-difficile, la recherche de solutions exactes, si elles existent, est trop complexe pour être calculée en un temps raisonnable. Les heuristiques constituent un compromis entre la qualité de la solution et le temps de résolution. Ces approches utilisent généralement la recherche arborescente ou des listes ordonnées. Talbot et al. (1986) présentent une revue de la littérature sur le sujet. Ils distinguent trois types d'heuristiques.

2.2.1 Les règles de décision à une passe

Plusieurs heuristiques simples ont été proposées pour résoudre le SALBP en fournissant une solution acceptable dans un temps raisonnable. Parmi ceux-ci, figurent les méthodes basées sur une liste ordonnée à partir d'une règle de priorité. Le choix des affectations est fait en fonction d'un attribut défini par la règle. Chaque règle définit une heuristique. Le tableau 2.1 regroupe les heuristiques de cette catégorie et les règles qui les caractérisent. Nous pouvons citer :

1. La méthode du **poids positionnel**.
2. La méthode basée sur **le temps de traitement**.
3. La méthode du plus **grand nombre de successeurs**.
4. La méthode de la **limite supérieure**.
5. La méthode du ratio du **temps sur la limite supérieure**.

Les priorités des tâches sont établies selon un ordre décroissant des attributs à part la méthode basée sur la limite supérieure qui classe les éléments selon un ordre croissant. Le premier poste est d'abord considéré. Les postes suivants sont remplis successivement. Lorsque le poste courant est rempli, un nouveau poste est considéré. À chaque itération les étapes suivantes sont exécutées:

1. Créer une liste des candidats contenant les éléments disponibles, c'est-à-dire qui satisfont les contraintes de préséance et de capacité.

2. Parmi les candidats, affecter l'élément le mieux classé au premier poste dont la capacité est suffisante.
3. Mettre à jour la liste et reprendre les étapes précédentes jusqu'à l'affectation de tous les éléments.

Tableau 2.1 Liste des règles de décisions à une passe

N	Nom	Description
1	Poids positionnel	$RPW_i = t_i + \sum_{h \in S_i} t_h$
2	Poids positionnel inversé	$RRPW_i = t_i + \sum_{h \in P_i} t_h$
3	Nombre de successeurs	NS_i
4	Nombre de successeurs immédiats	NIS_i
5	Nombre de prédécesseurs	NP_i
6	Temps de traitement	t_i
7	Poids positionnel récursif à reculons	Somme des temps de i et de toutes les tâches inclus dans des chaînes issues de i .
8	Limite supérieure	$LS_i = N + 1 - \left\lceil \left(t_i + \sum_{h \in S_i} t_h \right) / c \right\rceil$
9	Rapport temps - limite supérieure	t_i / LS_i

L'heuristique de Kilbridge et Wester (1961) procède à une partition du graphe de préséance en couloirs verticaux dont les temps sont calculés à partir des temps des éléments qui s'y trouvent. Par la suite, se déplaçant de la gauche vers la droite l'heuristique recherche le couloir qui remplit ou dépasse le temps restant au poste courant. Si les contraintes de préséance sont respectées, les tâches d'un couloir sont affectées au poste. Un nouveau poste est ensuite créé et les couloirs restants sont analysés jusqu'à l'affectation de tous les éléments de travail.

Moodie et Young (1965) suggèrent une approche en deux phases pour résoudre le

SALBP-1. La première phase est une application de la règle du temps de traitement le plus grand. Souvent, bien que nécessitant un nombre minimal de postes, l'équilibrage obtenu présente une distribution inégale des charges que reflète l'indice de lissage. Une deuxième phase est proposée afin de niveler ces charges par le truchement de transferts et d'échanges d'éléments de travail. Ces deux types de mouvement se formulent de la manière suivante :

1. Un transfert (i, k_1, k_2) décrit le déplacement d'une tâche i d'un poste k_1 vers un poste k_2 . Ce déplacement est réalisable si $k_2 \in [L_i, E_i]$.
2. Un mouvement (i, j, k_1, k_2) décrit un échange d'une tâche i d'un poste k_1 avec une tâche j d'un poste k_2 . Ce déplacement est réalisable si les deux déplacements (i, k_1, k_2) et (j, k_2, k_1) sont réalisables.

L'ensemble des procédures basées sur les règles de priorité classiques fonctionne de manière unidirectionnelle, du premier au dernier poste. Des alternatives sont proposées par les approches qui suivent.

2.2.2 Les règles de décision composées

Nous y retrouvons les heuristiques qui sont composées de règles du type précédent ou qui évaluent plusieurs solutions avant d'arrêter un choix.

La procédure COMSOAL (computer method for sequencing operations for assembly lines), proposé par Arcus (1966), est un programme mathématique conçu pour résoudre le ALBP. Elle génère un certain nombre de solutions et en retient la meilleure. La méthode génère une liste de candidats aux affectations, c'est-à-dire les tâches dont les prédécesseurs sont affectés et dont l'ajout au poste courant ne provoquerait pas une violation du temps de cycle. La prochaine affectation est sélectionnée de façon aléatoire à partir de la liste des candidats qui est aussitôt mise à jour. Le processus est repris jusqu'à l'affectation de toutes les tâches. La présente solution est alors comparée à la précédente et la meilleure est

conservée.

Boctor (1995) présente une heuristique composée pour résoudre le SALBP-1. Le processus de sélection est géré par quatre règles de décision. Deux nouveaux qualificatifs relatifs aux candidats sont proposés par l'auteur. D'une part, une tâche est sévère lorsque son temps de traitement est plus grand ou égal au temps de cycle et d'autre part elle est dite candidate subséquente d'une tâche i lorsqu'elle demeure ou devient réalisable après l'affectation de cette tâche.

2.2.3 Les heuristiques basées sur les algorithmes par séparation et évaluation

Ces approches sont des algorithmes par séparation et évaluation auxquelles une limite de temps ou une condition est ajoutée afin de réduire le champ d'investigation de la solution. Nous décrivons trois programmes mathématiques faisant partie de cette catégorie.

Hoffmann (1992) présente une procédure par séparation et évaluation, nommée EUREKA, qui effectue une énumération implicite complète et tire avantage du minimum théorique du temps libre total. La procédure utilise une matrice de préséance binaire pour générer une liste de candidats. La combinaison de candidats qui minimise le temps d'inactivité du poste courant est sélectionnée. La procédure est répétée jusqu'à l'affectation de toutes les tâches.

Johnson (1988) décrit une procédure par séparation et évaluation appliquant une stratégie de recherche en profondeur d'abord nommé FABLE (fast algorithm for balancing line effectively). La sélection des tâches est basée sur une numérotation des tâches, le numéro le plus bas est choisi. Le plus grand nombre de successeurs immédiats et le plus petit numéro constituent les règles de bris d'égalité entre deux candidats. Lorsqu'une solution est générée, la procédure effectue un retour en arrière en enlevant les tâches pouvant être remplacée par un concurrent portant un numéro supérieur.

Scholl (1997) propose une heuristique basée sur les idées principales de FABLE et d'EUREKA. Cette procédure comprend une stratégie de branchement et des règles de réduction plus élaborées.

2.3 Les méta-heuristiques

Ces techniques ont pour objectif de résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire NP-difficiles. Elles reposent sur des méthodes de recherche locale (tabou search, simulated annealing) ou des méthodes évolutives (algorithmes génétiques). Le but de ces procédures est d'améliorer une solution initiale en la transformant par des itérations successives en d'autres solutions. Les transformations sont réalisées au moyen de transferts et d'échanges de tâches (Moodie et Young 1965). En général, ce type d'heuristique tente de d'améliorer progressivement la solution initiale vers un optimum global.

Les méta-heuristiques comme la recherche taboue (tabu search) et le recuit simulé (simulated annealing) sont des procédures qui explorent l'espace des solutions en se déplaçant par des itérations successives d'une solution à une autre en évitent de s'arrêter sur une solution optimale locale.

2.3.1 Les recherches taboues

La recherche taboue est une stratégie qui permet aux procédures de recherche de solutions alternatives d'éviter de s'enliser dans des optimums locaux. Pour plus de détails sur le sujet, nous référons le lecteur aux travaux de Glover (1997).

Rachamadugu et Yanot (1991) tentent de niveler les charges de travail des postes par une approche composée de deux étapes. La première étape fournit une solution à un problème de type 1 ou de type 2 pour un modèle moyen. La seconde étape de leur stratégie consiste à niveler les charges de travail par des échanges et transferts. Les déplacements de tâches sont

soumis à des conditions de faisabilité portant sur leurs liens d'antécédence et ils ne sont effectués que dans la mesure où ils contribuent à l'amélioration de la déviation moyenne absolue des charges de travail.

2.3.2 Le recuit simulé

Ce principe est basé sur une analogie entre la simulation du recuit des solides et la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Tout comme la recherche tabou, il s'agit d'une heuristique d'amélioration qui évite l'arrêt de la recherche d'une meilleure solution sur un optimum local. L'objectif poursuivi est la minimisation de la valeur de la fonction objective.

La méthode s'initialise à partir d'une solution initiale et un paramètre ($T = T_{in.}$) analogue à la température dans le recuit. La valeur de la fonction objective est calculée, elle correspond à l'énergie du recuit. Par des échanges et transferts de tâches, une solution alternative est générée. Elle remplace la précédente si sa fonction objective est inférieure à la précédente. Une alternative qui augmente la valeur de la fonction objective sera aussi acceptée selon une probabilité qui est fonction de la détérioration constatée et du paramètre T . La procédure est répétée après une mise à jour de la « température » et de la fonction objective. Elle s'arrête lorsque le paramètre de contrôle T atteint un bas niveau qui réduit les possibilités d'amélioration. Suresh et Sahu (1994) proposent une heuristique basée sur le recuit simulé. Leur modèle utilise des temps de traitement probabilistes et n'admet pas le parallélisme des stations.

2.3.3 Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) constituent un exemple représentatif d'un ensemble de méthodes connues sous le nom d'algorithmes évolutionnaires (AE).

L'algorithme génère successivement des solutions potentielles (population) représentées par des *chromosomes*, c'est-à-dire des chaînes d'entiers de longueur fixe (nombre de tâches N). Chacune d'elles représente une solution possible du problème. Chaque chromosome est ensuite évalué par une fonction « fitness ».

La population des solutions subit des mutations (modification aléatoire du code génétique d'un fils) et reproduction comme moyen d'amélioration de la qualité de chaque solution, imitant par le fait même l'évolution des espèces. En favorisant la survie des plus « aptes » (les solutions les plus correctes), on provoque l'apparition d'hybrides meilleurs que chacun de leurs parents. Deux processus permettent d'obtenir une nouvelle génération (fils) :

1. Une sélection naturelle (des parents) qui détermine quel organisme a la possibilité de se reproduire et survivre dans une population.
2. Une reproduction qui implique la combinaison de gènes (tâches) de deux individus (chromosomes) pour former une progéniture qui hérite des caractéristiques de survie de ses parents.

L'algorithme peut ainsi aboutir rapidement au résultat désiré par une énumération implicite.

Ponnambalam et al. (2000) décrivent un algorithme génétique pour résoudre le SALBP-I qui recherche l'optimisation de plusieurs objectifs : la minimisation du nombre de postes, la maximisation de l'efficacité avant et après la phase de transfert et d'échange et la minimisation de l'indice de lissage avant et après la dite phase. L'initialisation de la population s'effectue par l'application de 14 heuristiques fournies par Talbot et al. (1986).

2.4 Les procédures de résolution du SALBP-2

Bien qu'il existe de nombreuses méthodes de résolution du SALBP-1 peu de techniques ont été conçues pour résoudre le SALBP-2. Cependant, une procédure de résolution du SALBP-1 peut être adaptée pour solutionner le SALBP-2. A cette fin, une limite inférieure

sur le temps de cycle est calculée. Elle sert de point de départ pour résoudre un problème de type-1. Si une solution comporte un nombre de postes qui dépasse celui indiqué, la solution est rejetée. Le temps de cycle est alors augmenté d'une unité et le problème est résolu jusqu'à l'obtention d'une solution qui respecte le nombre de postes fixé. (voir Figure 2.1)

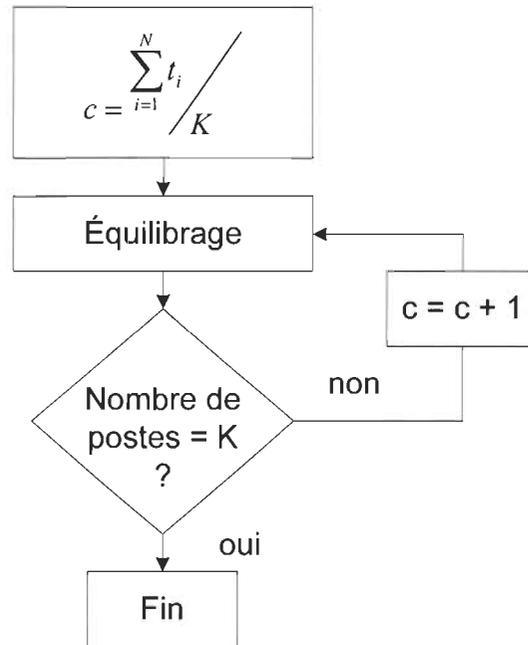


Figure 2.1 Procédure d'équilibrage du SALBP 2

Chapitre 3

L'ÉQUILIBRAGE DES LIGNES D'ASSEMBLAGE MIXTES

3.1 Le problème d'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes

L'équilibrage des lignes d'assemblage a recours à de nombreuses approches de résolution dont la diversité est démontrée au chapitre précédent. Elles sont adéquates lorsqu'un produit unique est assemblé sur la ligne. Cependant, la compétitivité accrue et la turbulence des marchés auxquelles sont confrontées les entreprises manufacturières justifient l'orientation de plusieurs d'entre elles vers l'assemblage simultané de plusieurs produits sur une même ligne. Généralement, ces systèmes supportent l'assemblage d'une famille de produits qui partagent des similitudes au niveau de leur taille, des composants ou des équipements de production. Ces lignes procurent davantage de flexibilité face aux changements rapides de la demande car les activités de réglage y sont réduites ou éliminées afin de faciliter la production à l'unité.

Le montage d'une ligne mixte est sujet à des problèmes de conception et de gestion que les concepteurs de lignes doivent surmonter. Le premier, à moyen terme, implique le choix du nombre de postes, la détermination du temps de cycle et la répartition du travail ; c'est le problème de l'équilibrage. Le second, à court terme, implique l'ordonnancement des modèles ; il consiste à déterminer l'ordre d'entrée des articles dans la ligne basée sur le plan directeur mixte.

Dans ce chapitre nous présenterons les différentes caractéristiques du problème d'équilibrage des lignes mixtes, nous poursuivrons par une revue des approches de résolution et finalement, nous conclurons par un aperçu des méthodes d'ordonnancement

dont les résultats complètent la solution du dit problème.

3.2 Définition du problème d'équilibrage des lignes mixtes

Le problème d'équilibrage des lignes mixtes repose en partie sur les mêmes hypothèses que le problème classique, cependant il s'en distingue par l'intégration des caractéristiques propre à la production mixte. Les hypothèses de base sont adaptées par les suivantes :

- La demande pour tous les modèles est connue.
- Le temps total de disponible à la production est connu.
- Un élément commun à plusieurs modèles est affecté au même poste de travail.
- Les graphes de préséance des modèles peuvent être réunis dans un graphe de préséance unifié.

L'existence d'éléments de travail communs à plusieurs modèles permet de les regrouper aux mêmes postes pour de nombreuses raisons pratiques. Nous citons :

1. La spécialisation du travail : par respect du principe de la division du travail, chaque opérateur doit exécuter une partie des tâches d'assemblage. Cette contrainte implique que le contenu de travail de chaque poste doit demeurer constant.
2. La période d'apprentissage : en évitant une diversité des éléments affectés à un poste de travail, la période d'apprentissage de l'opérateur est réduite et sa performance améliorée.
3. Les coûts des équipements : l'affectation d'un élément commun à plusieurs modèles au même poste de travail évite la répllication des équipements requis par cette tâche à plusieurs postes.

Aussi, les éléments de travail communs sont reliés à des composants optionnels qui caractérisent les modèles d'une gamme de produits. Généralement, les temps de travail qui y sont associés peuvent varier d'un modèle à l'autre. Cependant, dans la littérature, ces temps

de traitement sont parfois considérés invariables (Matanachai et Yano 2001 ; Vilarinho et Simaria 2002).

La définition du MMALBP est identique à celle du SALBP qui consiste à fractionner des gammes d'assemblage en groupes, chaque groupe définissant un poste. Le processus de partition est limité par les contraintes de préséance des modèles et par la capacité de production de la ligne. Deux types de problèmes se distinguent comme pour le SALBP :

1. Le problème de type I consiste à minimiser le nombre de postes compte tenu d'un temps de cycle donné. L'emphase est mise sur la minimisation de l'espace requis et la réduction de la main d'œuvre.
2. Le problème de type II (MMALBP II) a pour but de minimiser le temps de cycle étant donné un nombre de postes connu. Cet objectif équivaut à maximiser le taux de production.

3.2.1 Relations entre le MMALBP et le SALBP

Le MMALBP se distingue du SALBP essentiellement par la pluralité des modèles qu'il comporte. L'équilibrage séparé de chacun des modèles s'avère une tâche exorbitante qui ne garantit ni le même nombre de postes à tous les modèles ni l'affectation des tâches communes aux mêmes postes de travail. Pour surmonter cette difficulté, le modèle mixte est réduit en modèle simple. A cet effet, deux approches de réduction sont répertoriées dans la littérature (Scholl, 1999 ; Van Zante de Fokkert et Kok, 1997). Ces deux approches se basent sur une procédure de regroupement des modèles, la présentation de cette procédure précède la définition des deux approches.

Les relations de préséance d'un ensemble de modèles $j = \{1, 2, \dots, M\}$ sont caractérisées par des graphes dirigés G_1, G_2, \dots, G_M . Chaque graphe est constitué d'un ensemble de nœuds $N(m)$ représentant les éléments et d'un ensemble d'arcs $L(j)$ représentant les relations de précédence tel que :

$$N(j) = \{n(j)_1, n(j)_2, \dots\} \quad (3.1)$$

$$L(j) = \{l(j)_1, l(j)_2, \dots\} \quad (3.2)$$

L'ensemble des graphes de préséance est transformé en un graphe unique G_C avec les nœuds $N(C)$ et les arcs $L(C)$ où :

$$N(C) = N(1) \cup N(2) \cup \dots \cup N(M) \quad (3.3)$$

$$L(C) = L(1) \cup L(2) \cup \dots \cup L(M) \quad (3.4)$$

La première approche de réduction définit un modèle unique dans lequel le temps de traitement de chaque élément correspond au temps total requis par cet élément pour toutes les unités de tous les modèles. Thomopoulos (1970) fut le premier à en faire l'usage pour résoudre le problème d'équilibrage de lignes mixtes. Appelé modèle combiné, les temps de traitement des éléments se calculent de la manière suivante :

$$t_i' = \sum_{j=1}^M d_j t_{ij} \quad (3.5)$$

où d_j est la quantité d'unités du type de produit j à assembler.

La deuxième approche, définit un modèle dont les temps de traitement sont les moyennes, pour chaque tâche, des temps de tous les modèles. Ce modèle reflète la contribution de chaque modèle dans le plan directeur mixte. Les temps moyens sont calculés par la formule suivante :

$$\bar{t}_i = \sum_{j=1}^M \frac{d_j}{D} t_{ij} = \sum_{j=1}^M f_j t_{ij} \quad (3.6)$$

D étant la quantité totale d'unités de tous les modèles à produire, f_j indique la fréquence d'un modèle pour un horizon de planification donnée.

Nous présentons à l'aide de l'exemple suivant le calcul des temps de traitement d'un graphe unifié en utilisant la seconde approche, la plus répandue dans la littérature.

Exemple no. 1 :

Soit un ensemble formé de trois (3) produits à assembler sur une ligne. Les quantités à fabriquer pour chaque produit sont respectivement 2, 4 et 3. La figure 3.1 illustre la composition des graphes de présence acycliques des modèles ainsi que le graphe unifié.

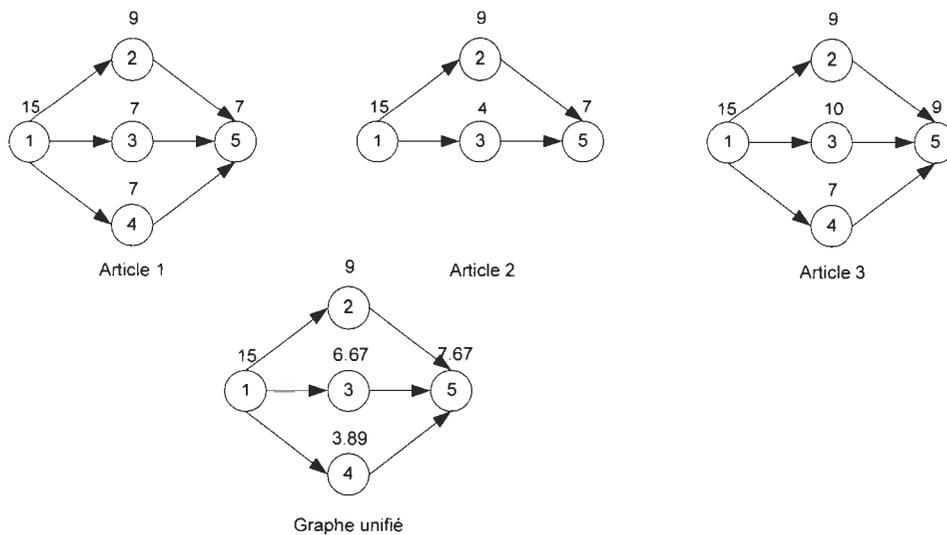


Figure 3.1 Exemple de graphe unifié

La formule 3.6 permet de déterminer les temps de traitement moyens des éléments du graphe unifié. Nous l'appliquons à l'élément 5 de chaque modèle afin d'obtenir le temps moyen pondéré de cet élément.

$$t_5 = \left(\frac{2}{9}\right) \cdot 7 + \left(\frac{4}{9}\right) \cdot 7 + \left(\frac{3}{9}\right) \cdot 9 = 7.67$$

Le tableau 3.1 représente le résultat de l'équilibrage de la ligne d'assemblage lorsqu'un temps de cycle de 20 unités de temps est spécifié.

Distribution des charges de travail

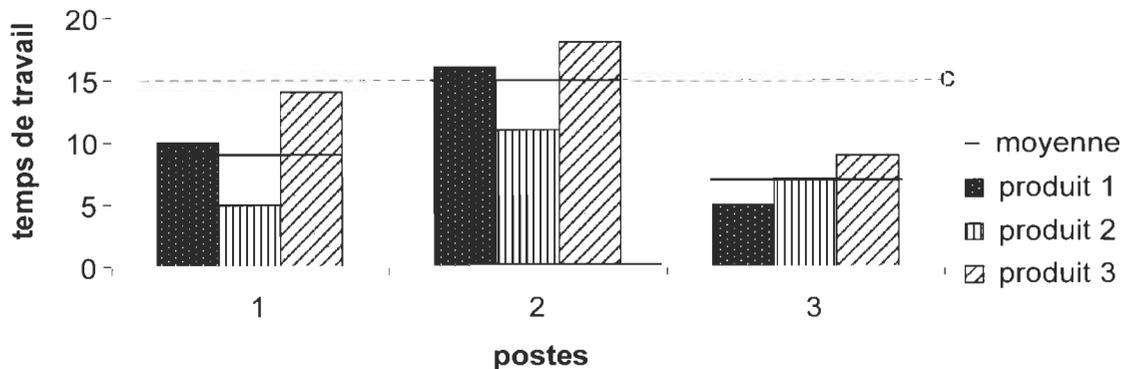


Figure 3.2 : Distribution des charges de travail aux postes.

L'équilibrage de cet exemple est résolu sur la base du temps de cycle étant donné que les temps de traitement fournis par la seconde approche d'unification des graphes sont unitaires. La solution est réalisable si la charge moyenne à chaque poste est inférieure au temps de cycle c . Le lecteur observera que des dépassements du temps de cycle sont acceptés. Ainsi, c ne constitue plus une limite supérieure au chargement des postes mais un temps moyen. Équilibrer les lignes mixtes en fonction des temps moyens garantit que le temps de cycle est suffisant pour réaliser toutes les tâches en moyenne). Lorsque la seconde approche est utilisée, la capacité maximale d'un poste correspond à la durée d'un quart de travail et elle ne peut être excédée.

3.2.2 Les variations des contenus de travail

La conception et l'exploitation des lignes mixtes mettent en évidence des inefficacités qui ne se rencontrent pas dans le cas des lignes classiques. L'analyse de la distribution des charges des postes d'une ligne multi produits permet de constater deux types de variabilité qui rendent plus difficile la recherche d'une solution efficace :

1. la variabilité entre les postes de travail quel que soit le modèle considéré.
2. la variabilité des charges de travail des différents modèles à l'intérieur des postes de travail.

La variabilité entre les postes de travail provient de la difficulté, compte tenu des diverses contraintes, d'obtenir des équilibres parfaits pour tous les modèles. Le deuxième type de variabilité est le résultat de la disparité des temps de traitement et/ou des contraintes de présence. Ces fluctuations ont deux (2) conséquences possibles pour l'opérateur d'un poste : une surcharge de travail ou une période d'inactivité.

1. La surcharge de travail survient lorsqu'un opérateur est dans l'impossibilité d'achever une tâche dans l'intervalle de temps fixé par le temps de cycle. Un taux de lancement constant¹ associé à une charge de travail d'un modèle au poste supérieur au temps de cycle en est la cause. Le travail excédentaire peut être exécuté hors ligne par des opérateurs hautement qualifiés sans aucun arrêt de la ligne ou sur la ligne après un arrêt de cette dernière afin de permettre à l'opérateur de rattraper son retard. Dans certains cas des pièces incomplètes sont produites. Quel que soit la stratégie, la surcharge est pénalisante en terme de temps et de coûts, il est donc essentiel, lors de l'équilibrage, de minimiser les situations de surcharge.
2. Des périodes d'inactivité sont observées lorsque des contenus de travail moyens sont inférieurs au temps de cycle. Dans ces cas, les travailleurs sont contraints d'attendre l'arrivée de la prochaine unité. Dans les lignes mixtes, les temps improductifs par cycle varient en fonction des modèles assemblés. Ces temps d'inactivité sont toutefois souhaitables afin de compenser d'éventuelles surcharges.

Les arrêts de la ligne et les temps d'inactivité affectent la continuité du flux de production. Nous allons démontrer à l'aide d'un exemple les effets de la surcharge de travail et des temps morts sur la régularité du flux de production et par conséquent sur l'efficacité de la ligne.

Exemple no. 2 :

Soit un ensemble de deux (2) types de produits assemblés sur une ligne, trois (3) produits

¹ Le taux de lancement auquel nous faisons référence correspond à l'intervalle d'introduction des produits sur la ligne d'assemblage.

du premier type et trois (3) produits de type 2. Les temps d'assemblage de ces produits à un poste de la ligne sont respectivement d'une (1) minute et de trois (3) minutes. L'intervalle de lancement² des articles sur la ligne est de deux (2) minutes et la longueur³ des postes exprimé en temps (compte tenu de la vitesse du convoyeur) est de quatre (4) minutes.

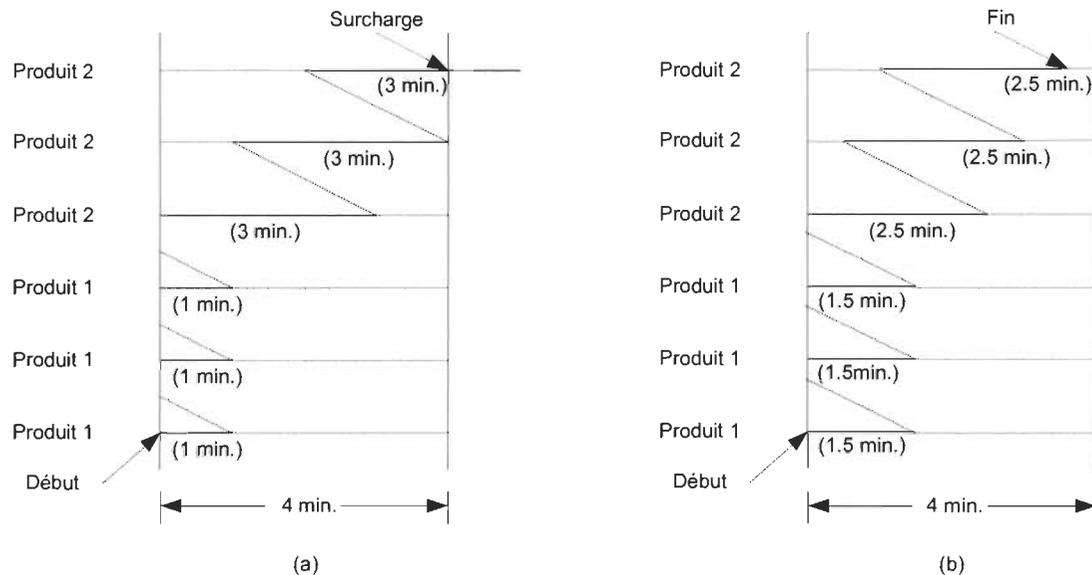


Figure 3.3 Influence des variations des charges sur les arrêts de la ligne.

Sur les illustrations des figures 3.3, 3.4 et 3.5 les lignes pleines montrent les déplacements des unités en cours et les lignes hachurées représentent les déplacements des opérateurs vers la prochaine unité.

La figure 3.3a illustre l'ordonnancement de deux (2) lots constitués de trois (3) unités de ces produits chacun. Les temps indiqués correspondent aux charges de travail au poste considéré. Nous constatons que ce poste génère une pièce incomplète à la sixième opération, une surcharge d'une (1) minute est observée. Par contre, lorsque nous considérons des charges de travail à ce poste d'une unité et demie (1,5) unités et de deux unités et demie (2,5) unités cette surcharge disparaît.

² Cet intervalle correspond au temps de cycle.

³ La longueur des postes indique le temps dont dispose l'opérateur pour achever ses opérations.

Nous observons sur la figure 3.3b, par rapport à la figure 3.3a, l'effet du nivellement des charges de travail au poste (la disparition de la surcharge). Nous pouvons affirmer que toute tentative de minimisation des occasions de surcharge contribue à l'amélioration de l'efficacité de la ligne. Cependant, il est juste de porter à l'attention du lecteur que la surcharge observée dans le premier cas pourrait ne pas avoir d'influence sur l'efficacité globale de la ligne. En effet, si la première opération du poste subséquent dure trois (3) minutes ou moins, l'opérateur du poste problématique dispose d'une (1) minute supplémentaire pour rattraper son retard.

3.2.3 Formulation mathématique

Dans sa forme la plus simple le MMALBP a une formulation similaire à celui du SALBP à quelques égards. Nous utilisons une notation adaptée au modèle moyen pondéré. Les symboles suivants aident à décrire le modèle. Soit :

M : l'ensemble des modèles, ($j = 1, 2, \dots, M$),

d_j : le nombre d'unités du modèle j requis pour un quart de travail,

D : la demande totale,

K : le nombre de postes,

r_j : la fréquence du modèle j dans la demande, $r_j = \frac{d_j}{D}$,

T : la durée du quart de travail,

t_{ij} : le temps de travail de l'élément i du modèle j ,

\bar{t}_i : le temps unitaire moyen de l'élément i , (voir formule 3.6),

\bar{t}_j : le temps unitaire moyen des postes pour le modèle j . $\sum_{i=1}^N t_{ij} / K$,

T_{jk} : la charge totale de travail du modèle j au poste k . $T_{jk} = d_j t_{ij}$,

\bar{T}_j : la charge totale moyenne de travail à chaque poste pour toutes les unités du

$$\text{modèle } j. \bar{T}_j = d_j \left(\sum_{i=1}^N t_{ij} \right) = d_j \bar{t}_j.$$

W_T : la charge de travail total pour un quart de travail,

C_{ijk} : le coût de l'affectation de la tâche i du modèle j au poste k .

La variable de décision se présente sous la forme :

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si la tâche } i \text{ du modèle } j \text{ est affectée au poste } k. \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases} \quad (3.7)$$

D'où le programme mathématique pour le MMALBP-1 :

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K c_{ijk} X_{ijk} \quad (3.8)$$

sous les contraintes :

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} = 1, \quad i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M \quad (3.9)$$

$$X_{vjl} \leq \sum_{k=1}^l X_{ujk}, \quad v = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M; u \in P_v \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{t}_i X_{ik} \leq c, \quad k = 1, \dots, K \quad (3.11)$$

3.3 Les méthodes de résolution du MMALBP

Comme nous l'avons précisé au début du chapitre, l'équilibrage des lignes mixtes obligent les planificateurs de résoudre deux problèmes (voir section 3.1) :

1. L'équilibrage de la ligne d'assemblage ;
2. L'ordonnancement des modèles.

Le chapitre précédent donne au lecteur une idée de l'étendue des méthodes développées pour la résolution du SALBP. Elles sont applicables au MMALBP suivant deux (2) approches :

1. L'approche individuelle : Elle procède à l'équilibrage de chaque modèle séparément⁴. Cette méthode présente cependant quelques inconvénients. Tout d'abord, les temps de cycle spécifiques à chaque modèle sont différents et il est possible que le nombre de postes requis par modèle soit inégal. En outre, l'assignation des tâches similaires à un poste unique, quel que soit le modèle considéré, n'est pas garantie. Les implications de ces lacunes sont autant pratiques qu'économiques.
2. L'approche globale : L'équilibrage est réalisé pour l'ensemble des modèles simultanément moyennant une transformation de celui-ci selon une des deux (2) techniques d'unification des modèles de la section 3.2.1. Les principaux avantages de cette approche sont d'abord l'assurance qu'un nombre fixe de postes est déterminé pour tous les modèles et ensuite la garantie que les tâches similaires sont affectées aux mêmes postes.

La seconde approche est la plus répandue dans la littérature. En effet, la majeure partie des articles traitant du MMALBP le réduise en un SALBP et l'équilibrage est effectué sur la base du temps de cycle pour une (1) unité d'un modèle moyen. De plus, vu l'étendue des recherches consacrées au SALBP et à ses généralisations et les adaptations des méthodes qui lui sont proches au MMALBP, il est important d'étendre la recherche sur le dernier (Gosh et Gagnon 1989). La complexité de ce problème et l'intérêt de l'adapter à des problèmes industriels dirigent les chercheurs vers des heuristiques plutôt que des procédures exactes. Dans cette section nous passerons en revue l'essentiel de ce qui a été réalisé dans le domaine.

3.3.1 Les méthodes inexactes

Thomopoulos (1970) résout le problème de l'équilibrage d'une ligne mixte en utilisant les temps totaux des opérations calculés à partir du programme de production quotidien.

⁴ L'équilibrage des modèles séparément peut être réalisé sur la base d'un quart de travail lorsque les temps d'assemblage totaux des éléments sont considérés ou du temps de cycle lorsque les temps unitaires le sont.

L'intérêt est porté sur le lissage des charges de travail des postes pour tous les modèles. À cette fin, il propose la réduction, à tous les postes, des fluctuations des contenus de travail de chaque modèle par rapport au contenu de travail moyen des postes par modèle. Les assignations sont effectuées pour chaque poste de manière séquentielle. Un nombre prédéterminé d'itérations est opéré afin de générer un ensemble de combinaisons d'éléments. Ces combinaisons sont évaluées par rapport à la formule 3.12 et celle qui a la plus petite valeur est affectée au poste :

$$z = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M |T_{jk} - \overline{T_j}| \quad (3.12)$$

Le programme de production quotidien est également considéré par Macaskill (1972), il analyse l'équilibrage des lignes mixtes réalisé pour un quart de travail. La solution est obtenue par l'application des règles de priorité : le temps le plus long et le poids positionnel. L'effet des variations des charges de travail est étudié. Il déduit que les variations des charges de travail entre les modèles réduisent la performance globale de la ligne et met en évidence l'importance de l'ordonnancement des modèles. La minimisation du temps mort total constitue l'objectif de sa procédure. Considérons W_T , le contenu de travail total :

$$W_T = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^M d_j t_{ij} \quad (3.13)$$

La fonction objective à minimiser est :

$$IT = K * T - W_T \quad (3.14)$$

Fremerey (1991) introduit un modèle mathématique pour la minimisation des coefficients de variation des postes. Son modèle met l'emphase sur la nécessité de réduire les variations à l'intérieur des postes. Le coefficient de variation des postes se définit par la formule :

$$CV_k = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M [r_j t_{jk} - t_k]^2}{M}}}{\sum_{j=1}^M r_j t_{jk}}, \quad \forall k \in J \quad (3.15)$$

La fonction objective qui en résulte s'écrit :

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K CV_k \quad (3.16)$$

La satisfaction de la demande pour tous les modèles est une condition nécessaire et suffisante lors de la conception des lignes mixtes. Or, les surcharges de travail et les temps libres, résultant des variations des charges de travail des postes, sont susceptibles de créer des goulots d'étranglement et des pénuries qui risquent d'affecter le flux de production de la ligne. Par conséquent, il existe un risque que la ligne, une fois équilibrée, ne puisse satisfaire la demande. L'évaluation de la performance des lignes mixtes est une tâche délicate sur laquelle s'est attardée Buckchin (1998). Il évalue la corrélation qui existe entre plusieurs mesures de performance, dont les trois présentées dans les paragraphes précédents, et le taux de production des lignes mixtes. Son étude prouve que la fonction objective de l'équation 3.12 conduit à de bons résultats et que celles des équations 3.14 et 3.16 représentent moins la capacité d'un équilibrage à répondre à la demande.

Pastor et al. (2002) proposent une démarche hiérarchique pour améliorer l'équilibrage d'une ligne mixte d'une compagnie qui produit quatre modèles d'un même article. Le processus de résolution proposé comporte trois étapes. La première étape consiste à regrouper les tâches devant être effectuées au même poste de travail et celles nécessitant les mêmes outils. La deuxième étape procède à l'équilibrage des modèles séparément au moyen d'heuristiques conçues pour résoudre le SALBP-1 de la littérature. Elles sont adaptées pour solutionner des problèmes de type 2. Connaissant le nombre de postes de la ligne, le temps de cycle est incrémenté par intervalle de 1% à partir d'une valeur initiale correspondant au temps de la tâche la plus longue ou au temps de cycle théorique maximum. La procédure est

répétée jusqu'à l'obtention d'une solution ayant le nombre de postes spécifié au préalable. Cette étape est complétée par une procédure d'amélioration visant à minimiser, pour chaque modèle, le temps de cycle obtenu sans modifier le nombre de postes. Une recherche taboue est mise à contribution à cette fin. La troisième étape vise à réunir dans un poste les tâches communes à plusieurs modèles. Finalement une seconde recherche taboue est appliquée dont l'objectif est de minimiser un indice d'uniformité des tâches.

Le problème de la variabilité des charges de travail conduit certains chercheurs à considérer plus d'un objectif simultanément lors de la conception des lignes mixtes. Merengo et al (1999) proposent une heuristique en deux phases pour résoudre le MMALBP de type 1. La recherche d'un équilibrage réduisant le nombre de pièces incomplètes est privilégiée. Trois objectifs sont poursuivis par cette heuristique ;

1. Minimiser les variations des charges de travail des modèles à chaque poste afin d'éviter que des charges successives supérieures au temps de cycle ne créent des goulots d'étranglement. Cette action est nommée équilibrage horizontal.
2. Minimiser les variations des charges moyennes des postes pour tous les modèles, de manière à distribuer le plus équitablement que possible le temps libre aux postes de travail. C'est l'équilibrage vertical.
3. Minimiser le nombre de postes de la ligne afin de réduire ses coûts d'opération.

La première phase de cette procédure concerne l'équilibrage de la ligne. Elle est réalisée en trois étapes. La première étape recherche une solution initiale dans laquelle la variation à chaque poste est réduite. En second lieu, l'heuristique procède à une amélioration de cette solution afin de minimiser le nombre de postes sans altérer la qualité de la solution vis-à-vis de l'équilibrage horizontal. Finalement, la solution est à nouveau révisée dans le but d'améliorer l'équilibrage vertical tout en conservant la qualité de l'équilibrage horizontal et le nombre de postes obtenus. À la seconde phase, la recherche d'un ordonnancement des modèles est lancée, ce qui permet de seconder la première phase dans la réduction des pièces incomplètes. L'objectif d'ordonnancement, qui sert à positionner les modèles dans la séquence, distribue aussi uniformément que possible l'utilisation du temps disponible à

chaque poste. Nous reviendrons sur cet aspect du problème dans la section 3.5.

L'équilibrage horizontal et l'équilibrage vertical simultanément sont également abordés par Matanachai et Yano (2001). Le problème étudié est le MMALBP de type 2 dont la fonction objective intègre la minimisation du temps de cycle et les objectifs de l'équilibrage horizontal et de l'équilibrage vertical. L'heuristique proposée est de type par évaluation et séparation. Elle recherche une répartition équitable des charges de travail qui facilite la construction de séquences d'assemblage. La recherche de la solution se fait par le chargement successif des postes. Afin d'accélérer la procédure, la stratégie de recherche de la solution limite le nombre d'affectations possibles à chaque poste, ne retenant que les plus prometteuses à l'égard de la fonction objective (beam search). Une procédure d'amélioration permettant des transferts et échanges complète la recherche de la solution.

3.4 Généralisations du MMALBP

Sparling et Miltenburg (1998) sont les premiers à se pencher sur l'équilibrage d'une ligne mixte en U. L'avantage principal de ces lignes est qu'elles offrent plus de possibilités d'affectations des tâches aux postes de travail (Miltenburg et Wingard, 1994). La démarche de résolution de Thomopoulos (1970) est employée pour obtenir une solution. L'équilibrage initial est obtenu au moyen de l'algorithme par séparation et évaluation développé par Sparling et Miltenburg (1998) et appliqué à un graphe unifié. La méthode est complétée par l'exécution d'une procédure de nivellement des charges de travail qui procède à des transferts et à des échanges d'éléments de travail entre des postes adjacents.

McMullen et Frazier (1997) décrivent une approche de résolution d'une ligne mixte dont les temps de traitement sont probabilistes et qui accepte des postes en parallèle. Ils considèrent plusieurs objectifs dans la résolution du problème. L'objectif principal visé concerne la minimisation du nombre de postes pour un temps de cycle spécifié à l'avance. Plusieurs objectifs secondaires sont évalués à la phase d'amélioration de l'équilibrage par le recuit simulé. Ces objectifs secondaires sont relatifs aux coûts de conception et au risque de

retard sur la ligne ; trois combinaisons de ces dernières sont également étudiées.

Vilarinho et Simaria (2002) étudient une généralisation du MMALB-1 dans laquelle des postes en parallèle sont permis et des contraintes de compatibilité et d'incompatibilité sont appliquées. Comme second objectif, des termes mesurant les variations horizontale et verticale sont minimisés. La procédure de résolution compte deux étapes. À la première étape, une adaptation de la méthode du poids positionnel permet de trouver une solution initiale au problème. Cette solution est, par la suite, améliorée par des échanges et transfert selon le principe du recuit simulé. À la seconde étape, un deuxième recuit simulé est opéré afin d'équilibrer les charges de travail à l'intérieur des postes et entre les postes.

Bukchin et al. (2002) présentent un problème général dans lequel l'hypothèse selon laquelle une tâche commune à plusieurs modèles doit être affectée au même poste de travail n'est pas vérifiée dans tous les cas. Ils font une distinction entre les tâches communes devant absolument se retrouver au même poste pour tous les modèles (groupe 1) et les éléments (communs ou pas) qui peuvent se retrouver sur différents postes pour différents modèles (groupe 2). L'heuristique proposée a pour objectif la maximisation du taux de production (ou la minimisation du temps de cycle). Le modèle de ligne retenu est asynchrone. Les auteurs cadrent leur recherche dans un environnement de fabrication sur commande et optent, par hypothèse, pour un ordre d'arrivée des modèles probabilistes qui est fonction des proportions de la demande. Ils utilisent une mesure de performance du temps de cycle basée sur la valeur espérée de la charge de travail au goulot d'étranglement pour évaluer les équilibrages

L'heuristique résout en premier lieu un problème d'équilibrage afin de déterminer le nombre minimal de postes requis et de définir les positions des éléments du groupe 1. Par la suite, chaque modèle est équilibré séparément en tenant compte des contraintes de position résultantes du premier équilibrage. Finalement, une procédure d'amélioration est appliquée afin d'examiner des positions alternatives des éléments du groupe 1. À la fin de l'équilibrage, une simulation permet d'évaluer le temps de cycle moyen. Si ce temps est inférieur au temps de cycle initial la procédure s'arrête sinon, le nombre de postes est incrémenté et une nouvelle itération est effectuée jusqu'à ce que la condition d'arrêt soit rencontrée.

3.4.1 L'approche du chemin le plus court

Divers techniques de résolution conçues pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire sont adaptées pour résoudre le MMALBP, Chakravarty et Shtub (1985) étudient un système de production multi-produit et asynchrone pour lequel les coûts de réglage, de maintien en inventaire et de main d'œuvre sont considérés. Les relations de préséance du graphe unifié sont transformées en un système séquentiel en considérant les coûts associés à chaque tâche. Ce système est ensuite résolu par un algorithme ou une heuristique propre au problème du chemin le plus court.

Erel et Gokcen (1998) présentent une formulation du MMALBP basée sur la théorie du chemin le plus court dont la fonction objective minimise la somme du temps d'inactivité de tous les modèles. Les nœuds du réseau, ou états, représentent des ensembles de tâches réalisables et les arcs, le temps libre au nœud en aval. La longueur des arcs du nœud initial à un nœud terminal est la somme des temps libres des postes. Ainsi, la recherche du chemin le plus court fournit la solution optimale.

3.5 L'ordonnement des lignes mixtes

Comme nous l'avons démontré plus tôt, l'équilibrage simultané de plusieurs modèles sur une même ligne d'assemblage présente des variations des charges de travail autant à l'intérieur de chaque poste qu'entre ces derniers. Une attention particulière est portée par les chercheurs sur les moyens de distribuer ces charges aussi uniformément que possible de manière à éviter les goulots d'étranglement et de régulariser le flux de production. En effet, nous avons démontré que lorsque des modèles dont les charges de travail à un poste sont importantes ou supérieures au temps de cycle se succèdent sur la ligne, des délais sont enregistrés à ce poste et provoquent des arrêts de la ligne. Ce poste devient un goulot d'étranglement qui perturbe la continuité du flux de production. La figure 3.4 reprend cet exemple et illustre les améliorations réalisées par un meilleur ordonnancement des produits. L'alternance des produits 1 et 2 de l'exemple de la figure 3.3a permet d'achever toutes les opérations d'assemblage une (1) minute avant que les produits arrivent à l'extrémité du

poste.

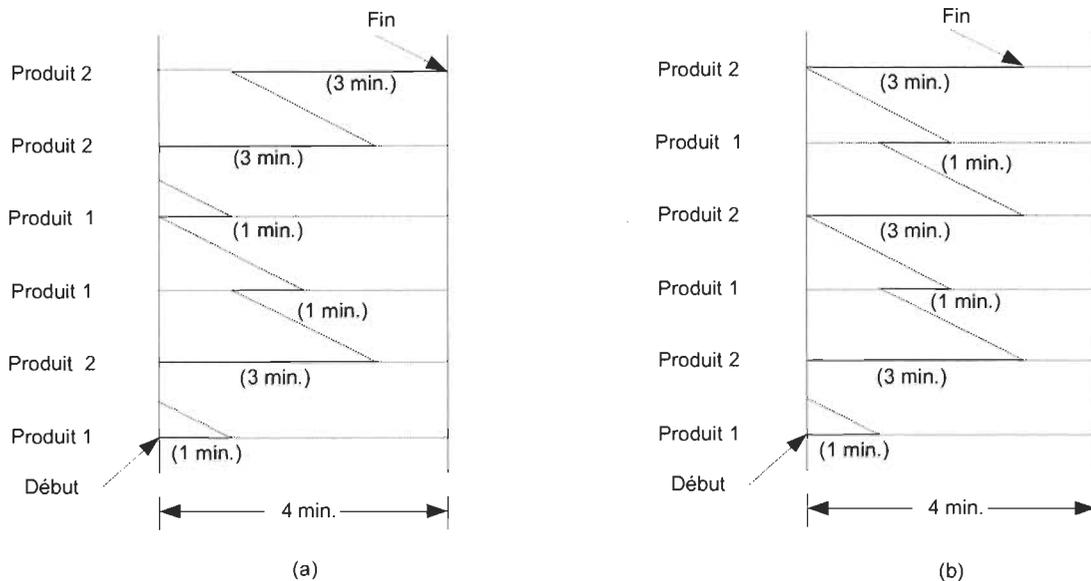


Figure 3.4 Effets de la séquence sur l'équilibrage des charges

Ainsi, l'amélioration de l'utilisation des postes et du flux de production dépend autant de la qualité de l'équilibrage que de la séquence d'assemblage (voir Figure 3.4). L'ordonnancement des lignes mixtes est un processus itératif qui consiste à déterminer la séquence d'entrée des modèles sur la ligne d'assemblage. Il seconde l'équilibrage dans la recherche d'un taux de production uniforme comme le démontre la figure 3.5. Toutefois, une distribution équitable des contenus de travail des modèles lors de la phase de conception de la ligne réduit la complexité de l'ordonnancement. Dans la littérature, les objectifs d'ordonnancement sont rencontrés :

1. L'uniformisation du taux d'utilisation de tous les composants utilisés par la ligne d'assemblage. Cet objectif tente de garder constant la quantité des pièces utilisées par unité de temps par la ligne ;
2. Le nivellement de la charge de travail à chaque poste de la ligne. Il permet de maximiser l'efficacité des opérateurs et de minimiser les risques d'arrêts de la ligne ;
3. La minimisation du temps de passage des modèles à assembler ;

4. La minimisation des coûts d'opérations de la ligne.

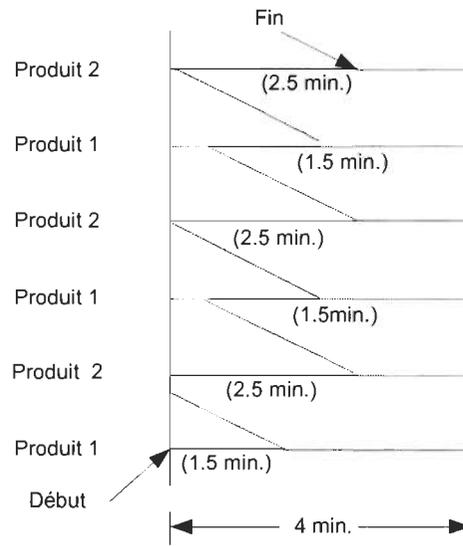


Figure 3.5 Effet combiné de l'équilibrage et de l'ordonnement.

Nous nous attarderons sur la description des deux (2) premiers objectifs, les plus courants dans la littérature. Nous présentons le problème d'ordonnement sur une ligne d'assemblage multi-produits et les approches pouvant mener à des solutions efficaces.

3.5.1 La stabilisation du taux d'utilisation des composants

Dans de nombreux secteurs d'activité comme dans l'industrie automobile et l'électronique, le besoin d'utiliser efficacement toutes les ressources est de plus en plus pressant. Le concept de juste à temps (JAT) se présente comme une solution pour rationaliser l'utilisation de ces ressources. Cette philosophie de production peut être utilisée pour contrôler les lignes mixtes et tirer avantage de leur flexibilité et de leur capacité. Elle vise, entre autres, à réduire les niveaux d'inventaire par la mise en oeuvre de la production à flux tiré. Contrairement aux systèmes de production à flux poussé, il requiert la production des items nécessaires en quantités nécessaires au bon moment à toutes les étapes du processus d'assemblage. Par conséquent, un taux de production constant de tous les modèles garantit le maintien de niveaux d'inventaire acceptables pour les sous-ensembles et pièces à tous les

niveaux hiérarchiques de la nomenclature des produits. Cette philosophie a influencé la recherche en ordonnancement de la production et des techniques basées sur ces principes ont été investiguées par des chercheurs.

3.5.1.1 Ordonnancement en fonction d'un niveau

Monden (1983) présente le problème de l'ordonnancement d'une ligne mixte tel qu'il est abordé chez Toyota. L'objectif de la méthode consiste à rechercher une séquence qui, en fonction de la gamme de produits, favorise un taux constant d'utilisation des sous-ensembles. Afin de comprendre la méthode d'ordonnancement, il est important de définir les symboles suivants :

d_i : Quantité du produit A_i à assembler. ($i = 1, \dots, M$),

D : Quantité totale de tous les produits. $D = \sum_{j=1}^M d_j$,

N_j : Quantité totale de la pièce (sous-assemblage) a_j nécessaire à l'assemblage de tous les produits A_i , ($j = 1, \dots, P$),

X_{jk} : Quantité totale de la pièce a_j utilisée pour assembler tous les produits de la séquence ($k = 1, \dots, D$).

À partir de cette notation, les valeurs suivantes sont calculées :

N_j/D : Quantité moyenne de la pièce a_j nécessaire par unité de produit,

$\frac{kN_j}{D}$: Quantité moyenne de la pièce a_j nécessaire pour assembler k unités de produits.

Afin de garder un taux constant d'utilisation des pièces, la valeur X_{jk} doit être aussi proche que possible de la valeur $\frac{kN_j}{D}$. Ce principe est décrit dans la figure ci-contre.

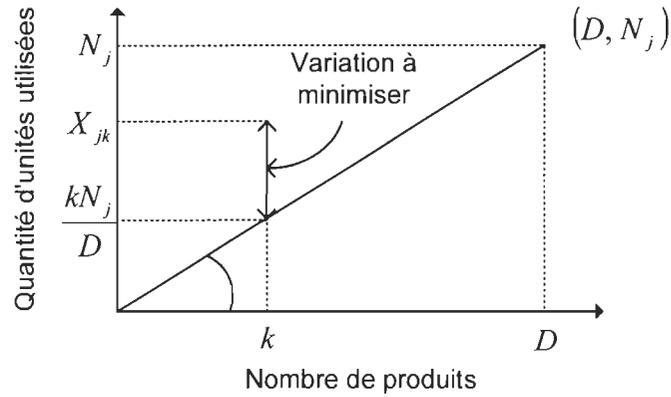


Figure 3.6 Relation entre X_{jk} et $\frac{kN_j}{D}$.

Toyota propose un algorithme nommé “*Goal Chasing Algorithm I*” (GCA-I) pour résoudre le problème d’ordonnement des lignes mixtes. La fonction objective 3.17 tente de minimiser la variation entre l’utilisation espérée (basée sur un taux d’utilisation constant) et l’utilisation réelle des composants, nous définissons au préalable les termes suivants :

b_{ij} : Quantité de la pièce a_j nécessaire pour assembler une unité du produit A_i ,

S_k : Ensemble des modèles disponibles pour l’ordonnement à la position k .

$$\text{Minimiser } \sqrt{\sum_{j=1}^P \left(\frac{kN_j}{D} - X_{j,k-1} - b_{ij} \right)^2} \quad (3.17)$$

Le terme $X_{j,k-1} + b_{ij}$ représente l’utilisation réelle de la pièce j pour l’assemblage des k premiers éléments de la séquence si le produit i est sélectionné à la $k^{\text{ième}}$ position. L’algorithme compte quatre étapes. Nous les décrivons telles qu’elles sont présentées par Monden (1983).

1. Initialiser $k = 1, X_{j,k-1} = 0, S_{k-1} = \{1, 2, \dots, M\}$
2. Placer à la $kième$ position de la séquence le modèle A_i pour lequel la fonction objective est minimisée. Soit D_k la distance représentée par la fonction objective 3.17, il s'agit de trouver :

$$D_{i^*k} = \min \{D_{ik}\}, i \in S_{k-1} \quad (3.18)$$

3. Si toutes les unités d'un modèle A_i sont ordonnancées alors : $S_k = S_{k-1} - \{A_i\}$
sinon : $S_k = S_{k-1}$
4. Si $S_k = \phi$, mettre fin à l'algorithme, sinon calculer $X_{jk} = X_{j,k-1} + b_{ij}$, incrémenter $k = k+1$ et repartir à l'étape 2.

Une version simplifiée de cet algorithme est également présentée sous le vocable “*Goal Chasing Algorithm II*” (GCA-II). Elle est applicable lorsque les produits exigent les mêmes types de pièces dans les mêmes quantités. Le terme b_{ij} de la fonction 3.18 est alors une constante qu'on peut omettre et la deuxième étape de l'algorithme décrit ci-dessus est modifiée. B_i étant ensemble de composants a_{ij} du produit A_i , la sélection s'arrête sur le modèle qui maximise la fonction suivante :

$$E_{i^*k} = \max \{E_{ik}\}, i \in S_{k-1} \quad (3.19)$$

où :

$$E_{ik} = \sum_{j \in B_i} \left(\frac{kN_j}{D} - X_{i,k-1} \right) \quad (3.20)$$

Comparativement au GCA-I, les calculs requis par le GCA-II sont réduits car les valeurs de E_{ik} sont calculées uniquement pour les composants d'un produit.

Duplaga et Bragg (1998) présentent l'heuristique d'ordonnancement utilisée chez

Hyundai. La fonction objective et le processus de sélection des modèles sont les mêmes que celles de la méthode GCA-I. Cependant, le calcul de la distance D_{ik} n'inclut pas toutes les pièces requises par un modèle. À titre d'exemple, s'il existe deux types de transmissions possibles (manuelle et automatique), le calcul de D_{ik} n'inclura qu'un des deux types uniquement. Ce raisonnement est justifié par le fait que le choix des transmissions est exclusif, donc si l'emphase est mise sur le nivellement du taux d'utilisation d'un type de transmission, le taux d'utilisation de l'autre type sera automatiquement nivelé. Le temps de calcul est ainsi réduit et la séquence obtenue constitue une bonne approximation de celui fournit par la méthode GCA-I.

Le nivellement du taux d'utilisation chez Toyota concerne uniquement les sous-ensembles constituant le produit final. Ainsi, la séquence est déterminée en fonction d'un niveau unique de la structure hiérarchique du produit final. Cependant, les fluctuations des taux de production des produits finis ne sont pas directement prises en compte. Miltenburg (1989) établit une séquence d'assemblage en considérant directement les variations du taux de production des produits finis. Le nivellement effectué au niveau du taux de production du produit fini garantit automatiquement, selon l'auteur, un taux d'utilisation constant des pièces aux niveaux inférieurs de la nomenclature. Cette assertion est vérifiée lorsque les produits à assembler ont approximativement les mêmes nomenclatures. La fonction objective 3.21 permet de minimiser la somme des carrés des variations entre le taux de production réel et le taux de production désiré de chaque modèle de la gamme. Pas moins de trois algorithmes et deux heuristiques sont développés par l'auteur pour résoudre le programme mathématique en nombre entier présenté ci-dessous. Selon cette approche la variable de décision X_{jk} désigne la production totale du produit j de la première position de la séquence à la position k .

$$\text{Minimiser } \sum_{k=1}^D \sum_{j=1}^M \left(\frac{kd_j}{D} - X_{jk} \right)^2 \quad (3.21)$$

sujet à :

$$\sum_{j=1}^m X_{jk} = k \quad (3.22)$$

La contrainte 3.22 assure que toutes les unités d'un modèle sont incluses dans la séquence finale.

3.5.1.2 Ordonnancement en fonction de plusieurs niveaux

Les méthodes décrites dans la section précédente ne considèrent qu'un niveau de la nomenclature du produit dans la détermination de la séquence des modèles (produit fini, composants) et limitent la quantité d'information nécessaire à la construction de la séquence. La littérature en ordonnancement s'étend toutefois à la recherche d'une séquence qui assure un taux constant d'utilisation des éléments à plus d'un niveau de la nomenclature.

Le problème d'ordonnancement présenté par Miltenburg et Sinnamon (1989) concerne un système de production comportant quatre niveaux, ce sont : les produits finis, les sous-assemblages, les composants et la matière première. Miltenburg et Sinnamon (1992) proposent un modèle mathématique dont l'objectif est de trouver la séquence des produits finis qui garantit un taux d'assemblage proportionnel à la demande et dont les composants (aux niveaux inférieurs) sont extraits (flux tiré) du système de production à des taux constants. La formulation de ce modèle s'appuie sur les termes décrits ci-dessous :

- L : nombre de niveaux,
- n_j : nombre d'items au niveau $j, j = 1, \dots, L$,
- t_{ijh} : nombre d'items i du niveau j requis pour produire une unité de produit $h; i = 1, \dots, n_j; j = 1, \dots, L; h = 1, \dots, n_1$. Pour $j = 1$ $t_{i1h} = 1$ si $i = h$ et 0 autrement,
- d_{ij} : demande pour l'item i au niveau $j, i = 1, \dots, n_j$ et $j = 1, \dots, L$.

La variable de décision X_{ijt} représentant le nombre d'unités de l'item i produites jusqu'à la position k de la séquence, les valeurs suivantes sont définies :

$$d_{ij} = \sum_{h=1}^{n_i} t_{ijh} d_{h1} \quad : \text{demande pour l'item } i \text{ au niveau } j; i = 1, \dots, n_j \text{ et } j = 1, \dots, L. \quad (3.23)$$

$L. d_{ij} \text{ est connu pour } j = 1,$

$$D_j = \sum_{i=1}^{n_j} d_{ij} \quad : \text{demande totale au niveau } j; j = 1, \dots, L, \quad (3.24)$$

$$r_{ij} = \frac{d_{ij}}{D_1} \quad : \text{ratio du nombre d'item } i \text{ au niveau } j \text{ pour chaque produit assemblé au niveau } 1; i = 1, \dots, n_j \text{ et } j = 1, \dots, L, \quad (3.25)$$

$$\alpha_{ij} = \sum_{h=1}^{n_j} t_{ijh} \quad : \text{quantité totale des } n_j \text{ au niveau } j \text{ nécessaire à l'assemblage d'une unité du produit } i, \quad (3.26)$$

$$X_{ijk} = \sum_{h=1}^{n_i} t_{ijh} X_{h1k} \quad : \text{nombre d'unités de l'item } i \text{ utilisés au niveau } j \text{ durant les } k \text{ étapes de la séquence,} \quad (3.27)$$

$$X_{jk} = \sum_{i=1}^{n_j} X_{ijk} \quad : \text{production totale au niveau } j \text{ durant les étapes } 1 \text{ à } k \text{ de la séquence.} \quad (3.28)$$

La séquence finale est déterminée par les variables X_{ilk} . Ces définitions permettent de formuler le modèle suivant :

$$\text{Minimiser } \sum_{k=1}^{D_1} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ijk} - kr_{ij})^2 \quad (3.29)$$

sujet à :

$$\sum_{h=1}^{n_i} X_{ihk} = k \quad k = 1, \dots, D_1 \quad (3.30)$$

$$X_{ijk} = \sum_{h=1}^{n_i} t_{ijh} X_{h1k} \quad i = 1, \dots, n_j \quad j = 1, \dots, L \quad k = 1, \dots, D_1 \quad (3.31)$$

$$0 \leq X_{ilk} - X_{ilk-1} \leq 1 \quad i = 1, \dots, n_j \quad k = 1, \dots, D_1 \quad (3.32)$$

Ce modèle recherche une séquence qui minimise la différence entre le taux réel de production et le taux théorique de chaque composant de chaque niveau.

Les niveaux de la nomenclature des produits sont considérés dans l'ordonnement lorsque des différences significatives existent au niveau de leur composition. Miltenburg et Sinnamon (1989) proposent deux heuristiques pour résoudre le problème d'ordonnement d'une ligne d'assemblage de produits constitués de quatre niveaux : les produits finis (niveau 1), les sous-assemblages (niveau 2), les pièces (niveau 3) et les matières premières (niveau 4). Ces heuristiques ont pour objectif le nivellement de la production à tous les niveaux de la structure des produits.

La première heuristique construit la séquence une position à la fois et place le produit fini i à la position k , étant donné la séquence existante aux positions 1 à $k-1$, qui minimise la fonction :

$$H_{ik} = w_1 (X_{i1(k-1)} - kr_{i1}) + 0.5 \sum_{j=2}^4 B_{ijk} \quad (3.33)$$

où :

$$B_{ijk} = w_j \sum_{h=1}^{n_j} [(X_{hj(k-1)} + t_{hji}) - (X_{j(k-1)} + \alpha_{ij})r_{hj}]^2 \quad (3.34)$$

Le poids w_j détermine l'importance relative de la variation à chaque niveau. Le premier terme de la fonction 3.34 concerne la variation au niveau du produit fini et le second terme les variations aux niveaux inférieurs.

La seconde heuristique utilise un critère de sélection des produits différent de la première. Pour chaque produit i pouvant être sélectionné pour la position k de la séquence un produit i' , dont la valeur $H_{i'(k+1)}$ est minimale, est déterminé pour la position $k+1$. La sélection à la position courante est ainsi liée à la sélection probable à la position suivante. Des déviations sont calculées pour le produit i à la position k et le produit i' à la position $k+1$. Le produit i dont la somme des déviations est la plus basse est placé à la position k .

3.5.2 Le nivellement des charges de travail.

L'ordonnancement d'une ligne mixte dont le but est la minimisation de la surcharge de travail est étudié par Yano et Rachamadugu (1991). Le modèle de ligne retenu par les auteurs est synchrone et est inspiré de l'industrie automobile. Les produits se différencient par la présence ou l'absence d'options de personnalisation. Ils proposent une mesure de la surcharge de travail des postes et une heuristique par séparation et évaluation qui applique une stratégie de recherche de type "breadth-first search". À chaque position de la séquence les modèles sont évalués et celui présentant la plus petite valeur de la surcharge est retenu. Leur heuristique tire avantage de l'effet compensatoire c'est-à-dire qu'il recherche des séquences qui alternent les modèles générant de la surcharge avec ceux qui n'en génèrent pas.

Sarker et Pan (1998) ont développé deux modèles mathématiques pour l'ordonnancement d'une ligne mixte dont l'objectif est la minimisation de la somme du temps utile et du temps libre de tous les postes. Le premier modèle représente une ligne dont les postes sont dits fermés (les opérateurs ne peuvent pas en dépasser les limites) et le second est dit ouvert (les opérateurs peuvent en dépasser les limites pour achever une tâche). Les effets des intervalles de lancement des produits, de la séquence d'assemblage et de la longueur de la ligne sur le coût total du temps utile et du temps libre du système sont analysés.

La réduction des fluctuations des charges de travail des postes est à la base de la méthode d'ordonnancement présentée par Katayama (1998). Cette procédure, inspirée du GCA, a pour objectif la diminution des surcharges et des temps morts aux postes. Les charges de travail sont dans ce cas les ressources dont l'utilisation doit être nivelée et non les éléments de la nomenclature des produits. La séquence se construit une position à la fois par la sélection successive des modèles en fonction de la mesure de la déviation totale des charges des postes par modèle par rapport à la charge moyenne de ces postes.

3.5.3 Ordonnement en fonction des deux objectifs

Les deux objectifs fondamentaux de l'ordonnement des lignes mixtes (section 3.5) ont été largement discutés dans la littérature séparément. La poursuite de ces objectifs simultanément est l'objet du travail présenté par Zeramdini et al. (2000). La représentation mathématique de leur modèle distingue les tâches de base des tâches optionnelles. Ces différenciations ont pour objet de faciliter l'application de contraintes d'espacement des modèles suivant qu'ils utilisent ou non des composants. Chaque composant étant, par hypothèse, jumelé à un poste de travail. Ceci permet d'alterner les produits nécessitant des temps de traitement longs et les produits dont les temps sont plus courts. Ils proposent une approche qui s'applique en deux phases :

- En premier lieu, la procédure recherche une séquence qui réduit les fluctuations des taux d'utilisation des composants. La séquence initiale est obtenue par l'application d'une adaptation du GCA qui intègre plusieurs niveaux de la nomenclature des produits. Par la suite, elle est divisée en un nombre de sections équivalent à la fréquence d'approvisionnement de la ligne en composants.
- En second lieu une nouvelle séquence est déterminée afin d'uniformiser les charges de travail et d'éviter les occasions d'arrêts de la ligne.

Deux méthodes sont suggérées pour réaliser la seconde phase : le "Extended time spread" (ETS) ou le "Interval rule method" (IRM). L'ETS calcule, à chaque étape, les déviations de deux positions successives à la fois et choisit le produit qui en minimise la somme. Ces déviations sont calculées par une fonction similaire à celle de Katayama (1998). À l'exemple du GCA qui utilise la nomenclature le calcul de déviations s'appuie sur un tableau des temps d'assemblage aux postes par produit. Ces temps reflètent la participation ou non d'un composant optionnel à l'assemblage d'un modèle à un poste. Par hypothèse, il est convenu que lorsqu'un modèle utilise un composant optionnel à un poste, sa charge de travail est supérieure au temps de cycle. Le IRM est une procédure itérative qui classe les modèles selon qu'ils utilisent ou non des composants optionnels. Le principe de base de cette méthode est d'alterner les deux types dans la séquence pour éviter les arrêts de la ligne. Afin de

faciliter le processus de sélection, des poids sont calculés en fonction de l'intervalle minimal devant exister entre deux produits utilisant les mêmes composants optionnels. L'efficacité de ces deux approches est très dépendante de la fréquence de réapprovisionnement en composants et l'identification des composants pouvant générer une augmentation du temps d'assemblage au poste ou ils sont utilisés est leur base.

Chapitre 4

MODÉLISATION DU PROBLÈME ET MÉTHODE DE RÉOLUTION

4.1 Objet de l'étude

La mondialisation de l'économie, la turbulence des marchés et l'intensification de la compétitivité incitent les entreprises manufacturières à diversifier leurs gammes de produits. A cette fin, des modèles distincts sont générés à partir d'un produit de base et s'en démarque par l'ajout d'options de personnalisation. L'industrie d'assemblage s'oriente de plus en plus vers ce type de production afin de rester compétitive sans pour autant sacrifier les avantages de la production de masse.

Dans cette optique, les lignes d'assemblage mixtes se présentent comme une alternative intéressante. Elles assurent plus de flexibilité face aux changements rapides de la demande notamment grâce à des temps de réglage courts. Elles garantissent des coûts d'exploitation bas en profitant des avantages de la division du travail entre les postes et de la nature répétitive des tâches.

Tel que nous l'avons démontré au chapitre précédent, la conception des lignes mixtes pose le problème de leur équilibrage qui comprend l'équilibrage proprement dit et l'ordonnancement des différents produits qui leur sont affectés. Cet exercice vise à déterminer le meilleur équilibre entre les postes quel que soit la combinaison des modèles à assembler et les contraintes imposées. La résolution de ce problème est le sujet de la présente étude.

La vaste majorité des articles portant sur l'équilibrage de lignes concerne le modèle

classique. L'intérêt porté à l'ordonnancement des lignes mixtes est aussi grand. Cependant, la revue de la littérature démontre que peu de recherche aborde ces deux aspects du problème d'équilibrage simultanément. Un nombre encore plus restreint d'articles est consacré au développement d'outils informatiques capables d'intégrer les nombreux aspects du problème.

Cette recherche s'intéresse particulièrement aux lignes mixtes, les problèmes d'équilibrage et d'ordonnancement sont abordés et des heuristiques sont intégrées à une démarche de résolution afin d'obtenir des résultats satisfaisants pour des problèmes d'envergure industrielle.

4.2 Les hypothèses de recherche

Le MMALBP s'inscrit dans la catégorie des modèles déterministes. Nous puisons de cet ensemble la majorité des hypothèses retenues pour les fins de cette étude. Cependant, elles sont complétées par des hypothèses spécifiques à ce type de problème. Ces hypothèses sont énumérées comme suit :

- La ligne d'assemblage est conçue pour assembler simultanément plusieurs produits ; le mix-produit est connu ;
- les temps de traitement des éléments de travail sont connus avec certitude ;
- les graphes de préséance de tous les modèles sont disponibles ;
- la durée du temps de traitement d'un élément présent dans plus d'un modèle de la famille peut varier d'un modèle à l'autre ;
- un élément de travail est indivisible et ne peut être affecté qu'à un poste de travail. Par conséquent, les éléments de travail communs à plusieurs modèles doivent être exécutés au même poste ;
- un opérateur est en charge d'un poste de travail ;
- les postes de travail sont disposés en série ;
- la ligne est synchrone et les postes sont fermés c'est-à-dire qu'aucun travail n'est réalisé en dehors des limites du poste.

4.3 La définition du problème

Fort des hypothèses présentées précédemment, nous pouvons définir le MMALBP-1 tel que nous l'avons étudié. Comme nous l'avons montré au chapitre 3, l'optimisation de la conception d'une ligne mixte consiste à chercher le nombre minimal de postes requis pour les affectations des éléments de travail. Ceci, dans le respect des contraintes de préséance et des contraintes de capacité. Ce problème de base est enrichi par l'ajout d'un ensemble de contraintes additionnelles.

D'un point de vue opérationnel, la ligne d'assemblage visée est constituée d'une série de postes reliés par un système de manutention (un convoyeur par exemple). Chaque poste est occupé par un opérateur. Les produits sont introduits à intervalle régulier équivalent au temps de cycle. À chaque poste, un ensemble d'éléments de travail est réalisé sur les produits. Il est possible qu'un élément ne fasse pas partie du processus d'assemblage d'un produit ; son temps de traitement est alors nul. Par conséquent, les charges de travail réelles des postes varient en fonction des produits en cours d'assemblage au poste. Ces fluctuations des contenus de travail des postes font en sorte que le temps de cycle, qui sert de limite lors des affectations des éléments du graphe de préséances combiné, devient un repère une fois le résultat obtenu. Selon le produit considéré, à un poste donné la charge de travail peut excéder le temps de cycle ou en être inférieur. Ces variations impliquent que la régularisation du flux de production devient alors une exigence de l'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes. Il se pose alors un problème supplémentaire : l'ordonnancement de la ligne.

Avant de présenter la méthode d'optimisation proposée par cette étude, nous allons représenter le problème sous forme d'un modèle mathématique incluant les contraintes additionnelles reproduisant les restrictions rencontrées dans un contexte industriel.

4.4 La modélisation du problème

Avant d'introduire le modèle d'optimisation, il est juste de rappeler que quelques

traitements préliminaires sont effectués afin de simplifier l'étude. Il s'agit de l'utilisation du graphe combiné et des temps de traitement moyen vus à la section 3.2.1. Ils ont pour but d'intégrer tous les produits en un produit unique ayant des caractéristiques propres mais qui peuvent restituer en tout temps les caractéristiques des éléments qui la composent. Ceci permet de réaliser l'équilibrage de tous les produits d'une famille simultanément.

L'approche retenue nécessite que les étapes qui suivent soient préalablement suivies, c'est-à-dire :

- rassembler les données concernant les processus d'assemblage de tous les modèles, en l'occurrence les temps de traitements et les relations de préséance ;
- recueillir les demandes pour les différents produits, communément appelé le mix-produit ;
- construire le graphe de préséance combiné et calculer les temps de traitements moyens des éléments de travail ;
- calculer le temps de cycle et le nombre minimal de postes.

4.4.1 Le modèle mathématique pour le MMALBP

La formulation du modèle d'optimisation s'inspire largement de celui présenté au chapitre précédent (voir § 3.2.3). Il s'en démarque toutefois par des particularités qui se résument en ces deux points :

- l'ajout d'un indice à la variable binaire du système d'équations faisant référence aux modèles qui composent la famille de produits ;
- l'intégration des équations représentant les contraintes de côté de la ligne, de zonage, de ressources, de classes d'employés, de nécessité d'exécution des éléments dans le même poste et d'impossibilité d'exécution de certains éléments sur le même poste.

Si nous définissons l'ensemble N des éléments de travail, l'ensemble M des produits de la famille et l'ensemble K des postes de travail, nous pouvons utiliser la notation suivante :

- I : indice des éléments de travail, $i = 1, \dots, N$;
 J : indice des modèles, $j = 1, \dots, M$;
 K : indice des postes, $k = 1, \dots, K$;
 t_{ij} : temps de traitement de l'élément i du modèle j ;
 \bar{t}_i : temps de traitement moyen par unité de l'élément i ;
 C_{ijk} : coût fictif de l'affectation de l'élément i du modèle j au poste k ;
 P_i : ensemble des prédécesseurs de l'élément i ;

Les variables de décision binaire X_{ijk} prennent les valeurs suivantes :

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si l'élément } i \text{ du modèle } j \text{ est affecté au poste } k. \\ 0 & \text{autrement,} \end{cases}$$

Le problème se formule donc de la manière suivante :

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K C_{ijk} X_{ijk} \quad (4.1)$$

assujetti aux contraintes suivantes :

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} = 1, \quad i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M \quad (4.2)$$

$$X_{vjl} \leq \sum_{k=1}^l X_{ujk}, \quad v = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M; u \in P_v \quad (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{t}_i X_{ik} \leq c, \quad k = 1, \dots, K \quad (4.4)$$

L'équation 4.1 représente la fonction objective dans laquelle coût fictif le terme C_{ijk} est le même pour tous les éléments de travail de tous les modèles mais varie d'un poste à l'autre. Ce coût doit être choisi de manière à augmenter lorsque le nombre de poste augmente. La minimisation de la somme de ces coûts entraîne la réduction du nombre de postes. L'ensemble des équations 4.2 assure que les éléments de tous les modèles sont affectés à un seul poste de travail. Les contraintes 4.3, dites de préséances, forcent le respect de la

séquence d'exécution des éléments pour tous les modèles. Finalement les équations 4.4 limitent la capacité des postes relativement aux affectations qui y ont lieu⁵.

4.4.2 Les contraintes additionnelles

Le modèle de base de la section précédente est enrichi par l'ajout de contraintes supplémentaires. Nous présentons à tour de rôle chacune de ces contraintes. À cette fin, nous utilisons les notations supplémentaires suivantes :

- Z : indice des zones, $z = 1, \dots, Z$;
- r : indice des ressources critiques ;
- EP_z : ensemble des postes affectés à la zone z ;
- E_z : ensemble des éléments qui doivent être réalisés dans la zone z ;
- $|E|$: cardinale de l'ensemble ;
- $P_{\max(z)}$: nombre maximal de postes de la zone z ;
- P_r : nombre de postes utilisant la ressource critique r ;
- R_{disp} : quantité de ressources r disponible ;
- R_{\max} : quantité totale de la ressource r disponible ;
- w_{ijr} : quantité de la ressource r requise par l'élément i du modèle j ;
- PC : ensemble de paires d'éléments à regrouper ;
- PI : ensemble de paires d'éléments incompatibles ;
- G_s : groupe de classe d'employés.

Les variables décisionnelles suivantes sont introduites afin de formuler les contraintes supplémentaires :

$$C_i = \begin{cases} -1 & \text{si l'élément doit être réalisé à gauche de la ligne} \\ 0 & \text{si l'élément peut être réalisé des 2 côtés} \\ 1 & \text{si l'élément doit être réalisé à droite de la ligne} \end{cases}$$

⁵ Nous rappelons que des dépassements du temps de cycle par les contenus de travail des postes sont possibles pour certains modèles pris individuellement.

$$Y_{rk} = \begin{cases} 1 & \text{si la ressource } r \text{ est affectée au poste } k \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$Z_{iz} = \begin{cases} 1 & \text{si l'élément } i \text{ doit être réalisé dans la zone } z \\ 0 & \text{si l'élément } i \text{ ne nécessite aucune zone spécifique} \end{cases}$$

1. Les contraintes de côté de la ligne : Certaines opérations d'assemblage doivent pour certaines raisons techniques, être exécutées sur un coté ou l'autre de la ligne. La prise en compte de ces contraintes peut influencer la performance de celle-ci surtout lorsque les postes en parallèles ne sont pas autorisés. Supposons deux (2) éléments de travail u et v devant être réalisés respectivement à gauche et à droite de la ligne, dans ce cas, les contraintes de côté de la ligne s'expriment de la manière suivante :

$$(C_u X_{uk})(C_v X_{vk}) \geq 0 \quad (4.5)$$

2. Les contraintes de zonage : L'exécution de certains éléments de travail peut exiger des équipements difficilement déplaçables. Ces éléments doivent par conséquent être affectés à des postes spécifiques sur la ligne. Nous définissons des zones constituées d'un ou plusieurs postes pour l'affectation de ce type d'éléments. Les postes appartenant à une même zone sont adjacents. Ces contraintes sont exprimées par des équations du type :

$$\sum_i \sum_{k \in EP_z} X_{ik} Z_{ik} = |E_z| \quad \forall z \quad (4.6)$$

Chacune des zones a une capacité correspondante à la somme des capacités des postes la composant. La contrainte de zonage s'accompagne d'une restriction supplémentaire qui limite le nombre d'éléments de travail allouables à une zone. Ces restrictions sont formulées par les inéquations suivantes :

$$|EP_z| \leq P_{\max(z)} \quad \forall z \quad (4.7)$$

3. Les contraintes de regroupement : elles obligent l'exécution de certains éléments de travail sur le même poste de travail. Si nous considérons 2 éléments u et v devant se retrouver à un même poste, l'équation de regroupement s'écrit :

$$\sum_{k=1}^K X_{uk} - \sum_{k=1}^K X_{vk} = 1 \quad (u, v) \in PC \quad (4.8)$$

4. Les contraintes d'incompatibilité : Elles expriment l'impossibilité d'exécution de certains éléments de travail au sein d'un même poste. Nous les formulons de la manière suivante :

$$X_{uk} + X_{vk} \leq 1 \quad (u, v) \in PI \quad (4.9)$$

5. Les contraintes de ressources : Elles permettent de rassembler les éléments de travail suivant les ressources qu'elles requièrent et ainsi en garantir une utilisation plus efficace de ces dernières. Pour un poste donné, la quantité affectée ne peut dépasser la quantité disponible. L'inéquation suivante exprime cette contrainte.

$$\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N X_{ijk} w_{ijk} Y_{rk} \leq R_{disp}, \quad k = 1, \dots, K \quad (4.10)$$

Une ressource critique ne peut être partagée par plusieurs postes. La contrainte suivante garantit que le nombre de postes utilisant cette ressource ne dépasse pas la quantité totale disponible avant toute affectation.

$$P_r \leq R \max(r) \quad (4.11)$$

6. Les contraintes de groupes de classes d'employés. Elles forcent le regroupement des éléments qui nécessitent des classes d'employés qui partagent des compétences. Soit un élément u nécessitant un groupe de classes d'employés G_{s_1} et un autre élément v qui nécessite le groupe G_{s_2} , si $G_{s_1} \cap G_{s_2} = \emptyset$ alors l'équation s'écrit :

$$X_{uk} X_{vk} < 1 \quad (4.12)$$

Les contraintes additionnelles seront abordées ultérieurement afin d'expliquer de quelle manière elles sont intégrées au processus de sélection des éléments de travail. Nous présentons dans les sections suivantes l'approche de résolution choisie dans le cadre de cette recherche.

4.5 Méthode d'optimisation

Ce mémoire propose une démarche hiérarchique afin de traiter les deux (2) aspects du problème d'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes : l'équilibrage et l'ordonnancement qui lui est complémentaire. Il est évident qu'en raison de sa complexité, la résolution du MMALBP conduit à des solutions moins efficaces que celles du SALBP. Il est donc impératif de fournir aux planificateurs la possibilité de niveler les charges de travail des postes afin d'éviter des fluctuations du taux de production.

L'approche suggérée est constituée de deux (2) étapes qui convergent vers le même but, c'est-à-dire la réduction des risques d'arrêts de la ligne. La minimisation du nombre de poste est considérée comme l'objectif principal et la réduction des fluctuations des charges de travail entre les postes comme un objectif secondaire.

La première étape se réalise en trois parties. En premier lieu, le graphe combiné est construit et les temps moyens de traitement sont calculés. En second lieu, l'équilibrage proprement dit est effectué. À cette fin, des heuristiques sont préférées aux méthodes exactes. Ce choix est justifié par la complexité du MMALBP. La recherche d'une solution optimale par les méthodes exactes s'avère une tâche longue que l'ajout des contraintes supplémentaires n'aide pas. Les heuristiques sélectionnées sont présentées en détail à la section subséquente. Finalement, l'application effectue des permutations entre les éléments affectés aux postes de travail. Il s'agit, à ce stade de modifier les affectations de manière à lisser les contenus de travail moyens des postes afin d'assurer un flux uniforme le long de la ligne quel que soit le produit. Cette phase de l'équilibrage est réalisée en employant la

méthode d'amélioration Moodie-Young que nous décrivons dans un paragraphe subséquent.

La deuxième étape procède à l'ordonnement des produits de la famille. La procédure que nous présentons à cet effet est une adaptation de la méthode de Katayama (1998).

4.6 Les techniques heuristiques retenues

Pour les fins de cette étude, sept (7) heuristiques ont été adaptées pour prendre en compte les contraintes additionnelles de la section 1.4.1. Le tableau suivant présente ces heuristiques et les critères de sélection des candidats aux affectations

Tableau 4.1 Liste des heuristiques retenues

<i>N</i>	Nom	Critère de sélection
1	Poids positionnel (<i>RPW</i>)	$\max t_i + \sum_{h \in S_i} t_h$
2	Temps de traitement	$\max t_i$
3	Nombre de successeurs	$\max NS_i$
4	Limite supérieure	$\min LS_i = N + 1 - \left\lceil \left(t_i + \sum_{h \in S_i} t_h \right) / c \right\rceil$
5	Rapport temps - limite supérieure	$\max t_i / LS_i$
6	COMSOAL	Aléatoire
7	Boctor	combinaison de critères

4.7 Les heuristiques de type « single pass »

Les cinq (5) premières heuristiques utilisent des listes ordonnées en fonction d'une règle de priorité. Les affectations des opérations aux postes sont effectuées en fonction de leur position sur la liste, de leur disponibilité et du temps restant au poste de travail. Ces procédures suivent une démarche commune mais les priorités sont établies de façon différente, la démarche qu'ils suivent comporte les étapes suivantes :

1. Assigner un attribut à chaque élément.

2. Classer les éléments de travail en fonctions de la valeur de leur attribut.
3. De cette liste, affecter au poste courant l'élément de la liste le mieux classé dont les prédécesseurs ont été affectés et dont le temps de traitement est inférieur ou égal au temps disponible au poste.

Hormis la méthode basée sur la limite supérieure, toutes les autres méthodes classent les éléments en ordre décroissant des attributs (voir tableau 4.1). Ces procédures sont décrites en détail dans les sections qui suivent.

4.7.1 Le Poids Positionnel (Ranked Positional Weight)

L'idée de cette heuristique est d'affecter les opérations en fonction de leur poids positionnel. Ce poids est calculé par la somme des temps de traitement de cette opération et de ceux de tous ses successeurs. Les opérations sont classées dans un ordre décroissant de ces pondérations et sont considérées selon ce classement pour les affectations aux postes de travail en respectant les contraintes de préséance. Les éléments avec les plus longues chaînes de successeurs sont prioritaires et sont affectés aux premiers postes de la ligne.

Soient :

A : l'ensemble des éléments affectés,

c_k : le temps disponible au poste k .

L'algorithme du RPW se formule de la manière suivante :

$k=1, \quad c_k = c, \quad j=1$

Tant qu'il reste des éléments non affectés

Si $j \notin A$ et ;

- pour tout $i \in P_j ; i \in A$ (tous les prédécesseurs de j sont affectés)

- et $t_j \leq c_k$;

Alors (affecter l'élément au poste k) ;

Sinon

$j = j + 1$ (considérer l'élément suivant)

FinSi

Si $j > N$ (aucun élément disponible ne peut être affecté) alors
 $k = k + 1, \quad c_k = c, \quad j=1$ (créer un nouveau poste)

FinSi
FinTant que

Figure 4.1 Algorithme du RPW.

4.7.2 Le COMSOAL

Le COMSOAL (Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines) est une heuristique qui génère plusieurs solutions et qui conserve la meilleure comme résultat final. Cette méthode itérative se compose des étapes suivantes :

1. Initialiser l'horloge à 0.
2. Créer la liste des éléments disponibles. Cette liste contient tous les éléments qui peuvent être affectés à cet instant. Un élément de travail est inclus dans la liste de disponibilité si les deux conditions suivantes sont respectées :
 - ✓ tous ses prédécesseurs ont été affectés ;
 - ✓ son temps d'exécution est inférieur au temps disponible au poste courant.
3. Déterminer le prochain élément à affecter en sélectionnant aléatoirement un élément de la liste.
4. Calculer le temps de travail du poste.
5. Mettre à jour la liste des éléments disponibles.
6. Répéter les étapes 2 à 6 jusqu'à l'affectation de tous les éléments de travail
7. Reprendre la procédure si le temps écoulé depuis son initialisation ne dépasse pas la limite de temps imposée par l'utilisateur.

4.7.3 L'heuristique de Boctor (1995)

Cette heuristique s'apparente aux méthodes décrites plus haut mais la sélection des candidats est guidée par non moins que quatre (4) règles de priorité. La structure de la procédure se compose des étapes suivantes :

1. Construire une liste de tous les éléments avec leur nombre de prédécesseurs respectifs.
2. Réduire la liste précédente en ne conservant que les éléments n'ayant pas de prédécesseurs
3. Choisir un élément de la liste des candidats pour l'affectation au poste courant selon une des règles suivantes :
 - i. Règle 1 : Sélectionner l'élément dont le temps de traitement est égal au temps restant au poste courant. Si un tel élément n'existe pas, utiliser la règle suivante. En cas d'égalité, affecter l'élément ayant le plus grand nombre de candidats subséquents. Un élément est un candidat subséquent d'un élément i s'il demeure ou devient disponible après l'affectation de l'élément i .
 - ii. Règle 2 : Sélectionner l'élément dont le temps de traitement dépasse la moitié du temps de cycle et qui a le plus grand nombre de candidats subséquents. Si un tel élément n'existe pas, utiliser la règle suivante. En cas d'égalité choisir l'élément avec le temps de traitement le plus élevé.
 - iii. Règle 3 : Sélectionner une combinaison de 2 éléments dont le temps est égal au temps restant au poste courant. Si une telle combinaison n'existe pas, utiliser la règle suivante. En cas d'égalité, choisir la combinaison ayant le plus grand nombre de candidats subséquents.
 - iv. Règle 4 : Sélectionner l'élément ayant le plus grand nombre de candidats subséquents. En cas d'égalité, choisir l'élément ayant le plus grand nombre de successeurs immédiats et ayant un temps de traitement supérieur à la moitié du temps de cycle. Si l'égalité persiste, assigner l'élément avec le temps de réalisation le plus élevé.

4.8 La procédure d'amélioration de Moodie-Young (1965)

L'équilibrage de plusieurs modèles simultanément conduit à des résultats en général moins efficaces que l'équilibrage d'un modèle unique. Il est donc nécessaire d'utiliser les heuristiques les plus fiables afin d'obtenir des résultats probants, à défaut de quoi l'utilisation

de méthode d'amélioration des résultats s'avère utile.

À cette fin, nous proposons à l'utilisateur la possibilité d'appliquer la deuxième phase de la méthode Moodie-Young (1965) en complément de la méthode de résolution choisie. Cette procédure tente de redistribuer le temps libre équitablement à tous les postes par le truchement de transferts et d'échanges d'éléments de travail. Un nombre d'itérations est fixé au début de la procédure. Nous en présentons les étapes.

1. Déterminer le temps d'opération maximum et le temps d'opération minimum de la solution initiale.
2. Calculer la moitié de la différence entre ces 2 valeurs, appelons cette valeur cible GOAL.
3. Déterminer tous les éléments du poste le plus chargé dont les temps de traitement sont inférieurs au double de la valeur de GOAL et qui ne violeront pas les contraintes de précédence s'ils sont transférés au poste le moins chargé.
4. Déterminer tous les échanges possibles entre des éléments du poste maximum avec des éléments du poste le moins chargé de manière à obtenir une réduction du poste le plus chargé et un gain au poste le moins chargé inférieur au double de la valeur de GOAL.
5. Effectuer le l'échange ou le transfert indiquer par le candidat ayant la plus petite valeur absolue de la différence entre son temps de traitement et la valeur de GOAL.
6. Si aucun échange ou transfert n'est possible entre le poste le plus chargé et le poste le moins chargé, tenter des échanges et des transferts entre les postes classés en ordre décroissant des temps d'inactivités (1^{er} avec n ; 2^{ième} avec $n, n-1, \dots, 4, 3$; 3^{ième} avec $n, n-1, 4$; 4^{ième} avec $n, n-1, 5$ ainsi de suite jusqu'à la comparaison entre les postes $n-1$ et n).
7. Si aucun échange ou transfert n'est encore possible, relâcher la contrainte imposée par la valeur GOAL et tenter, par les 6 étapes précédentes, d'effectuer un échange ou un transfert qui n'augmentera pas le temps d'opération d'aucun poste au-delà du temps de cycle.

4.9 Les contraintes additionnelles

Avant de continuer avec la description de la dernière étape de la méthode proposée, il est nécessaire de décrire l'interaction des procédures des deux premières étapes et les nouvelles contraintes. L'intégration de ces dernières agit directement sur la liste des candidats aux affectations, c'est-à-dire la liste des éléments de travail dont les prédécesseurs ont été préalablement placés à des postes. Ces contraintes ont pour effet la réduction des possibilités d'affectations aux postes. Elles s'appliquent individuellement ou par groupe. Cependant, ces restrictions interviennent avant le processus d'affectation sans modifier l'ordre de priorité établi par l'heuristique utilisée. La figure 4.2 illustre la procédure d'intégration des contraintes au processus de sélection des candidats aux affectations. Analysons d'un peu plus près l'enjeu de ces contraintes.

1. Les contraintes de zonage : L'objectif de ces contraintes est de regrouper les éléments qui doivent être réalisés dans les mêmes zones. Soit L la liste des éléments disponibles, tous ses éléments demeurent dans la liste si le poste ouvert ne contient pas d'éléments qui nécessitent une zone particulière. Par contre, lorsqu'un élément présent au poste requiert une zone, les éléments de la liste qui doivent être réalisés dans une zone différente en seront exclus. Les éléments qui ne nécessitent aucune zone sont conservés dans cette liste. L'analyse des candidats potentiels comprend aussi la vérification du respect de la capacité de la zone courante.
2. Les contraintes côté de la ligne : Lorsqu'elles sont actives, la procédure vérifie si le poste ouvert contient des éléments qui nécessitent un poste situé sur un côté de la ligne. Si de tels éléments ne sont pas trouvés, la liste n'est pas modifiée. Cependant si le poste doit être situé sur un côté à cause des éléments qui y sont affectés, les éléments qui nécessitent un côté différent sont enlevés de la liste des candidats aux affectations. Les éléments exigeant un poste situé sur le même côté et ceux qui n'exigent pas de côté sont conservés dans la liste.
3. Les contraintes de ressources : Il est possible qu'un élément de travail nécessite une ressource critique. Ces ressources sont disponibles en quantité limitée de sorte que leur

affectation doit être faite de manière rationnelle. Dans notre étude, nous nous limitons à une ressource critique par poste de travail.

4. Les contraintes d'incompatibilité : Elles permettent d'éviter l'affectation au même poste de deux éléments de travail. Chaque élément de la liste des candidats L est comparé à chaque élément de travail affecté au poste courant afin de s'assurer qu'il n'existe pas une relation d'incompatibilité entre eux. Lorsqu'une telle relation est trouvée, le candidat est exclu de la liste
5. Les contraintes de classes d'employés : Ces contraintes regroupent les éléments qui nécessitent des classes d'employés communes. Lorsqu'un groupe de classe est affecté à un poste de travail, les candidats qui demeurent dans la liste sont ceux dont le groupe de classe requis ont une classe commune avec le groupe affecté au poste et ceux qui ne nécessitent aucun groupe particulier.
6. Les contraintes de regroupement : Ces contraintes permettent d'affecter un ensemble d'éléments au même poste de travail. Lorsqu'elles sont actives, des groupes sont constitués et sont considérés comme des éléments à part entière par la procédure. Le temps d'exécution du groupe est la somme des temps de ses éléments et sa priorité est celle de l'élément le mieux classé par l'heuristique choisie.

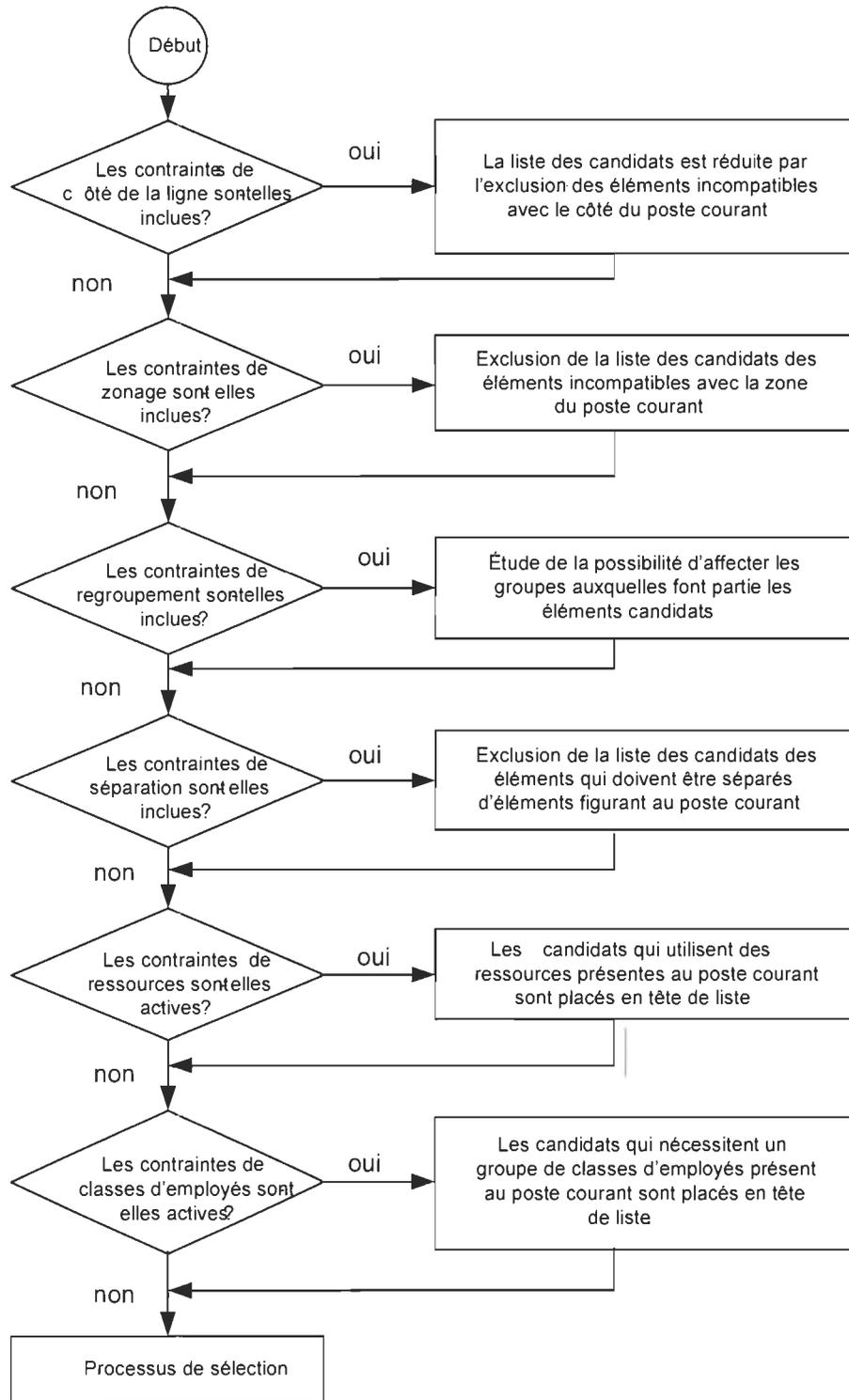


Figure 4.2 : Intégration des contraintes additionnelles

4.10 La procédure d'ordonnement de Katayama (1998)

L'ordonnement complète la solution du problème étudié. Il consiste à rechercher une séquence qui minimise la probabilité d'occurrence des arrêts de la ligne. La méthode choisie est celle de Katayama (1998) ; la sélection des modèles à introduire sur la ligne à une position donnée est fonction d'une valeur cible. Plus spécifiquement, l'objectif de cette technique est de sélectionner pour une position donnée de la séquence le modèle qui minimise la déviation entre le temps de travail moyen espéré et le temps de travail réel. Pour ce faire, nous déterminons un paramètre α compris entre 0 et 1 ; il s'applique au temps de cycle et représente le temps de travail moyen espéré aux postes de travail. Le temps de cycle est par conséquent réduit, ce qui contribue à diminuer les cas de dépassements du temps de cycle. Soit la fonction suivante :

$$c' = (1 - \alpha) * c \quad (4.13)$$

dans laquelle c' est le temps de cycle ajusté. Les étapes de la méthode se décrivent comme suit :

1. Initialiser $p = 1$ afin de considérer le premier article à produire.
2. Calculer la distance entre le taux moyen et le taux réel de chargement pour chaque poste k si une unité du modèle j est placée à la position p de la séquence. La variation se mesure par la fonction :

$$D_{pj} = \sqrt{\sum_{k=1}^K (TC_{p-1,k} + t_{jk} - p.c')^2} \quad (4.14)$$

où $TC_{p-1,k}$ représente le temps de travail cumulé au poste k pour $(p-1)$ unités ordonnancées.

3. Déterminer le modèle ayant la distance minimale, le placer à la $p^{ième}$ position de la séquence. Incrémenter p .
4. Si $p \leq D$ continuer sinon l'ordonnement est complété.

Chapitre 5

EXEMPLE NUMÉRIQUE

5.1 Présentation de l'exemple

Dans ce chapitre, un exemple d'application de la méthode proposée pour l'équilibrage des lignes mixtes est présenté. L'application porte sur une famille composée de trois produits. La demande pour chacun des produits i est comme suit : $d_1 = 120$, $d_2 = 60$ et $d_3 = 40$ unités. Le temps de cycle est de 2 unités de temps.

La figure 5.1 illustre les graphes de préséance des 3 modèles (produits) de la famille, les numéros des opérations sont indiqués à l'intérieur des cercles et les temps de traitement se trouvent en périphérie de ces cercles.

En premier lieu, le graphe combiné est construit (figure 5.2). Les temps de traitement des éléments qui le compose sont calculés par l'application de la formule 3.6. Prenons l'élément de travail 2, le calcul du temps moyen de cet élément dans le graphe combiné s'obtient ainsi :

$$t_2 = \sum_{j=1}^3 \frac{d_j}{D} t_{1j} = (120/220)*(0.4) + (60/220)*(0.8) + (40/220)*(1.2) = 0.45$$

À cette étape, nous disposons du matériel nécessaire à l'application d'une des heuristiques proposées. Dans cet exemple, nous appliquerons le RPW.

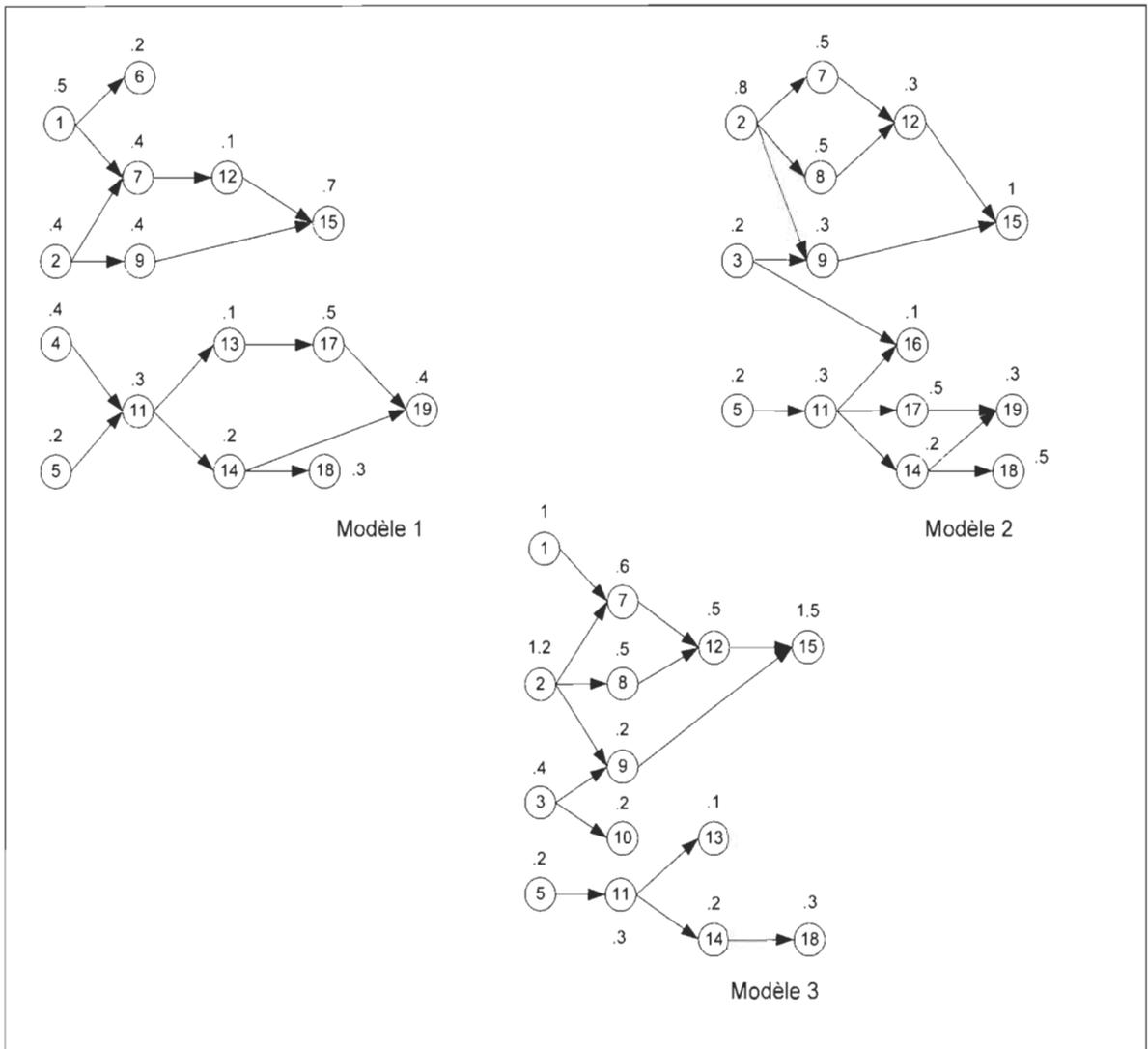


Figure 5.1 Les modèles de l'exemple

5.2 Application du RPW

Le RPW implique le calcul des poids positionnels de tous les éléments de travail. Ce poids équivaut à la somme des temps d'exécution de l'élément considéré et de tous les éléments qui lui succèdent. La liste des éléments, leur temps de traitement et leur poids positionnel sont donnés dans le tableau 5.1.

Le nombre minimal de postes de cet exemple est :

$$K^* = \sum_{i=1}^{19} t_i / 2 = 5.65 / 2 = 2.83 \cong 3$$

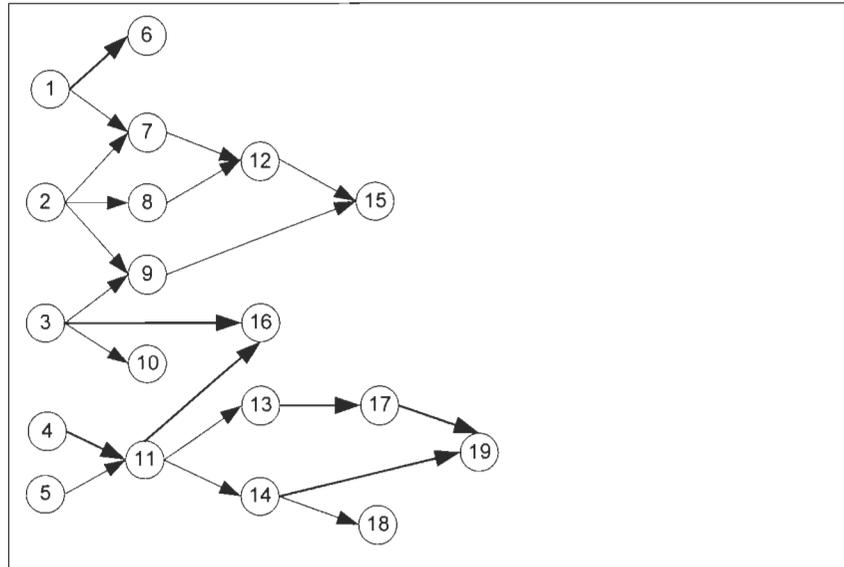


Figure 5.2 Diagramme de préséance combiné de la famille de produits

Une fois les poids positionnels obtenus et les éléments classés en ordre décroissant de ces poids, on exécute le processus d'attribution des candidats. La sélection débute par le premier poste de travail dont la capacité est celle du temps de cycle.

Tableau 5.1 Temps d'exécution moyens et poids des éléments de la famille

Élément	Temps	Poids	Rang
1	0.45	2.18	2
2	0.65	2.37	1
3	0.13	1.45	7
4	0.22	1.88	3
5	0.2	1.86	4
6	0.11	.11	17
7	0.46	1.61	6
8	0.23	1.38	8
9	0.34	1.26	9
10	0.04	0.04	18

Élément	Temps	Poids	Rang
11	0.3	1.66	5
12	0.23	1.16	10
13	0.07	0.78	13
14	0.2	0.85	12
15	0.93	0.93	11
16	0.03	0.03	19
17	0.41	0.7	14
18	0.35	0.35	15
19	0.3	0.3	16

L'heuristique procède à l'analyse de tous les éléments du tableau 5.1 selon l'ordre spécifié par leur rang. Leur disponibilité est vérifiée par rapport aux affectations antérieures de tous leurs prédécesseurs et le temps de travail restant au poste courant. Un nouveau poste est ouvert lorsque tous les éléments de la liste sont analysés et qu'aucune affectation n'est possible. La procédure se répète jusqu'à l'affectation de tous les éléments du diagramme de présence unifié. Le tableau suivant résume les étapes de la méthode pour le premier poste. Les éléments sélectionnés à chaque itération, le temps de travail cumulé et le temps mort cumulé sont calculés au fur et à mesure.

Tableau 5.2 Les affectations au poste no. 1.

Candidats	Élément retenu	PW_i	Temps	Poste	Temps de travail cumulé	Temps mort
1, 2, 3, 4, 5	2	2.37	0.65	1	.65	1.35
1, 3, 4, 5, 8	1	2.18	0.45		1.1	0.9
3, 4, 5, 6, 7, 8	4	1.88	0.22		1.32	1.68
3, 5, 6, 7, 8	5	1.86	0.2		1.52	0.48
3, 6, 7, 8, 11	11	1.66	0.3		1.82	0.18
3, 6, 7, 8, 13, 14	3	1.45	0.13		1.95	0.05
6, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 16	10	0.04	0.04		1.99	0.01

Voyons à présent ce qui se passe à la 8^{ième} itération. La liste des candidats est composée des éléments {6, 7, 8, 9, 13, 14, 16}, Le temps disponible au premier poste est de 0.01. Aucun des candidats n'a un temps inférieur à 0.01 donc le poste no. 1 est fermé, un nouveau poste ouvert et la procédure de sélection est reprise.

Le résultat des affectations de tous les éléments est présenté à la figure 5.3. La procédure génère en tout 3 postes de travail ; la solution obtenue est optimale étant donné que le nombre de postes est égal au minimum théorique. L'efficacité moyenne et l'indice de lissage moyen de la ligne s'obtiennent par les mêmes formules que pour le SALBP :

$$\text{Efficacité} = \frac{\text{Somme des temps d'exécution} \left(\sum_1^{19} t_i \right)}{\text{Nombre de postes} (K) \times \text{Temps de cycle} (c)} = \frac{5.65}{3 \times 2} = .9416$$

Ce résultat démontre que la ligne est occupée à près de 95% et que par conséquent très peu de temps libres seront enregistrés.

$$S.I. = \sqrt{\sum_{k=1}^K (CT_{\max} - CT_k)^2} = \sqrt{(1.99 - 1.99)^2 + (1.99 - 1.96)^2 + (1.99 - 1.69)^2} = 0.3$$

L'indice de lissage, relativement faible, indique une faible variation entre les charges de travail des postes, ce qui assure une certaine fluidité au niveau de la cadence de production.

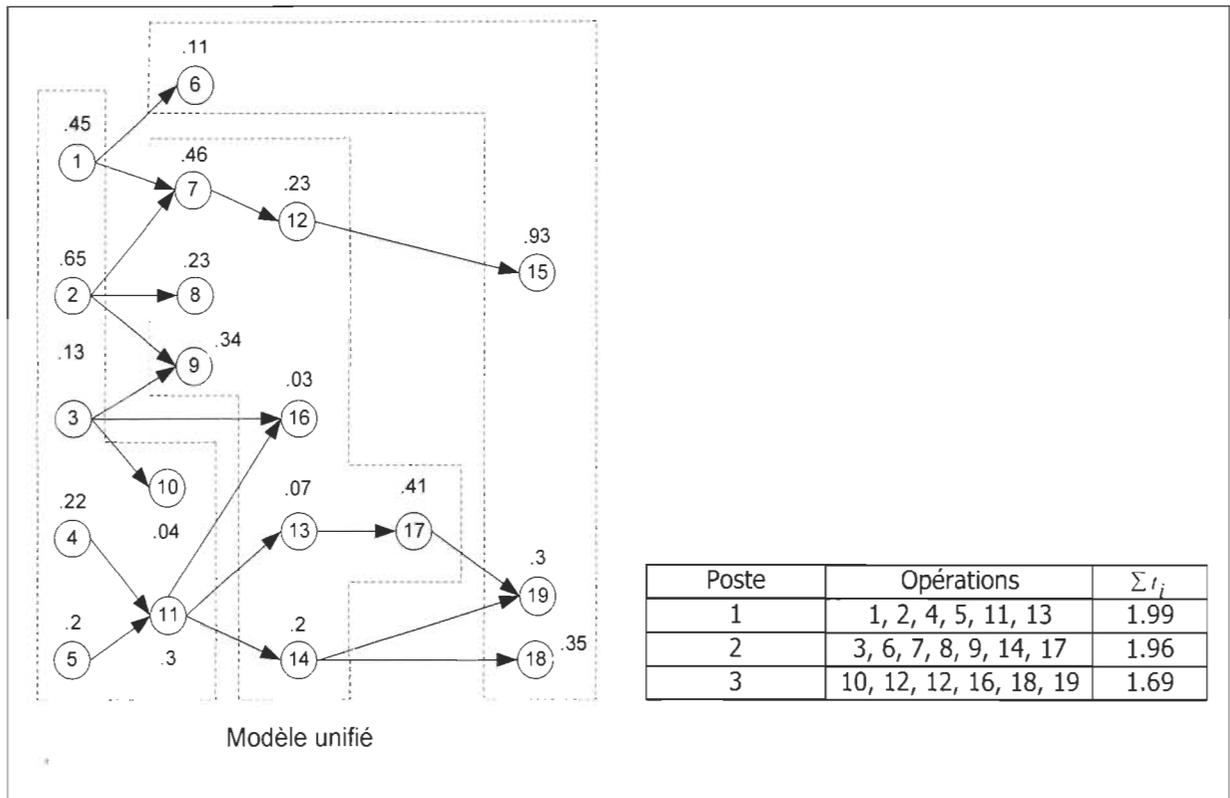


Figure 5.3 Le résultat de l'équilibrage

5.3 La procédure Moodie-Young

L'application de cette procédure à la solution de l'exemple du RPW conduit à une réduction de l'indice de lissage de 0.3 à 0.04. Une meilleure distribution des contenus de travail sans augmentation du nombre de postes est le résultat des échanges et transferts suivants :

1. Transfert de l'élément 10 du poste 1 au poste 3,
2. Échange de l'élément 12 du poste 2 avec l'élément 6 du poste 3,
3. Échange de l'élément 3 du poste 1 avec l'élément 13 du poste 2,
4. Transfert de l'élément 16 du poste 2 au poste 3,
5. Échange de l'élément 13 du poste 1 avec l'élément 6 du poste 2,
6. Échange de l'élément 18 du poste 3 avec l'élément 9 du poste 2,

Voyons de plus près ce qui se passe à la troisième itération. La répartition des éléments de travail aux 3 postes donne les ensembles suivants : {1, 2, 3, 4, 5, 11}, {7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 17} et {6, 10, 15, 18, 19}. Les contenus de travail de ces postes sont respectivement de 1.95, 1.97 et 1.73 unités de temps. Les transferts et les échanges sont analysés entre les postes 2 et 3 ; ce sont les postes aux contenus de travail maximum et minimum. La valeur de référence GOAL est :

$$\text{GOAL} = (1.97 - 1.73) / 2 = 0.12$$

Le tableau ci-contre fournit les transferts et les échanges possibles à cette étape.

Tableau 5.3 Les transferts et échanges possibles à l'itération 3.

Transferts				
Élément	de	à	$\Delta = t_i$	$ \Delta - GOAL $
14	2	3	.2	.08
16	2	3	.03	.09
12	2	3	.23	.10

Échanges			
Éléments	Postes	Δ	$ \Delta - GOAL $
12 ↔ 6	2, 3	.12	0
14 ↔ 6	2, 3	.09	.03
14 ↔ 10	2, 3	.16	.04
17 ↔ 18	2, 3	.06	.06
12 ↔ 10	2, 3	.19	.07
9 ↔ 19	2, 3	.04	.08
9 ↔ 6	2, 3	.23	.11

La variable Δ représente la variation des contenus de travail des postes concernés par les transferts et les échanges par rapport à la valeur GOAL. La modification privilégiée est celle qui conduira à une réduction de la variation totale des contenus de travail des postes par rapport à cette valeur. Dans l'exemple retenu, à la troisième itération, la procédure procède à l'échange des éléments 12 et 6 entre les postes 2 et 3. La configuration finale des postes après 6 itérations est illustrée dans la figure 5.4. Le nouvel indice de lissage du modèle est :

$$S.I. = \sqrt{(1.9 - 1.9)^2 + (1.9 - 1.87)^2 + (1.9 - 1.87)^2} = 0.04$$

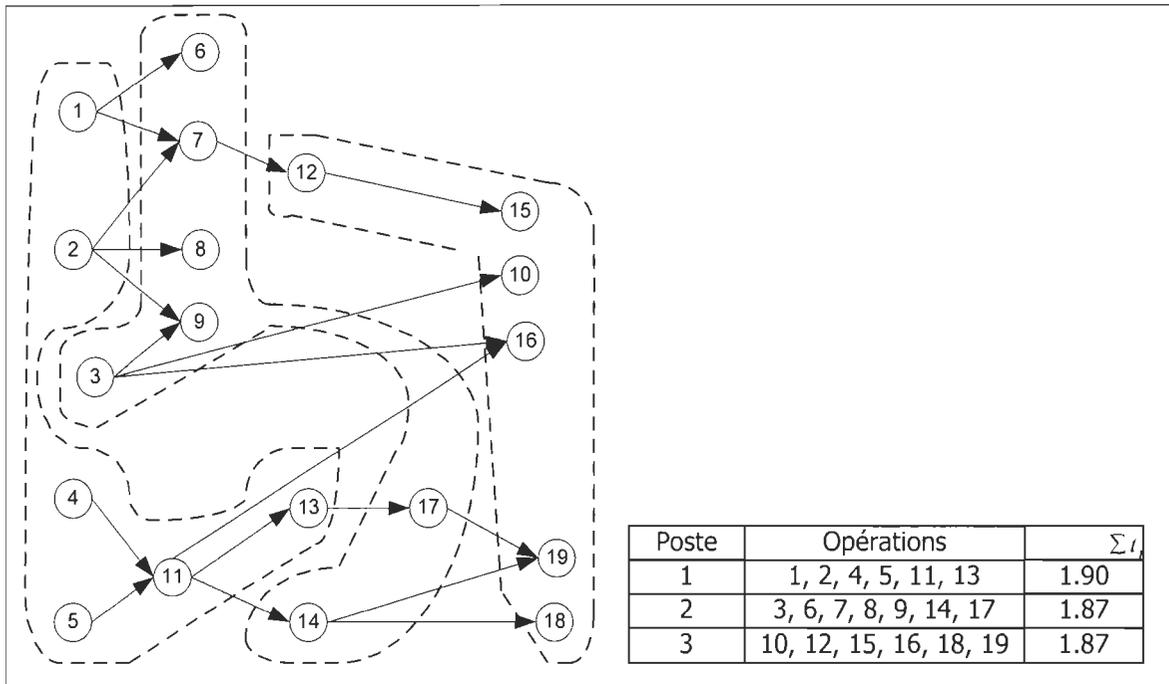


Figure 5.4 Résultat de la procédure Moodie-Young

5.4 Effet des contraintes dans le processus de sélection

Le fonctionnement de la méthode a été expliqué en omettant les contraintes supplémentaires. À présent, nous introduisons quatre contraintes simultanément. Il s'agit des contraintes de côté de la ligne, de zonage, d'incompatibilité et de ressources. Le modèle est le même qui a été introduit au début de ce chapitre, le temps de cycle (c) est toujours de 2 minutes et l'heuristique de résolution le RPW. Par la suite, la procédure d'amélioration de Moodie-Young est appliquée au même problème en tenant compte des contraintes.

Supposons que les affectations des éléments du modèle soient sujettes aux contraintes de côté de la ligne représentées par les ensembles G et D. Comme l'indique les appellations de ces groupes, elles rassemblent les éléments qui doivent absolument être réalisés à gauche ou à droite de la ligne. Supposons les ensembles :

$$G = \{1, 2, 4, 5\} ; D = \{11\}$$

Nous spécifions également 3 zones que nous dénommons respectivement Z_1 , Z_2 et Z_3 dont les capacités sont respectivement de 1, 2 et 3 postes de travail. Il est juste de rappeler que lorsqu'une zone est composée de plus d'un poste, ces derniers doivent impérativement être contigus. Les éléments à affecter à ces postes sont contenus dans les ensembles portant les noms de ces zones. Cependant, il est entendu que les postes de ces zones ne sont pas exclusifs à ces éléments mais peuvent aussi contenir des éléments ne nécessitant aucune zone. Les contenus de ces ensembles sont les suivants :

$$Z_1 = \{4, 5\} ; Z_2 = \{10\} ; Z_3 = \{17, 18\}$$

Par ailleurs, des contraintes d'incompatibilité sont ajoutées afin d'éviter d'affecter au même poste certains éléments de travail. Dans notre exemple les éléments 15 et 19 doivent être affectés à des postes différents. Supposons que W_i désigne le poste auquel est affecté l'élément i alors :

$$W_{15} \neq W_{19}$$

Les restrictions qui enrichissent le problème comprennent des contraintes de ressources. Les ressources sont jumelées aux éléments de travail des modèles qui composent la famille de produits. Ainsi, pour notre exemple nous supposons les ressources Gab-010 et Gab-020 dont les quantités disponibles sont de 2 unités chacune. La distribution des ressources est illustrée dans le tableau suivant :

Tableau 5.4. Distribution des ressources

Modèle	Élément	Ressource
Produit 1	1	Gab-010
Produit 2	3	Gab-010
Produit 3	18	Gab-020

Les contraintes de groupes de classes complètent les restrictions ajoutées. On distingue les 2 groupes de classes d'employés suivants : $A = \{\text{électricien, soudeur}\}$; $B = \{\text{maçon}\}$. L'élément 1 exige un employé de classe B alors que l'élément 2 exige un employé de classe A. Voyons à présent comment l'application traite ces contraintes.

A défaut de passer à travers toutes les itérations de la procédure, quelques itérations qui décrivent les effets des contraintes considérées dans le processus d'affectations seront détaillées.

1. A la 2^{ème} itération, au premier poste, la liste des éléments sans prédécesseurs classés par ordre de priorité est constitué par les éléments de l'ensemble $L = \{1, 4, 5, 3, 8\}$. À cette étape, l'élément 2 est affecté au poste 1 et la capacité disponible est $c_{\text{restant}} = 2 - 0.65 = 1.35$. L'intégration des contraintes est démontrée dans les paragraphes qui suivent.

- ✓ La contrainte de ressource est active ; la ressource Gab-010 est allouée au poste 1. La liste L est analysée par rapport à cette contrainte. Les candidats qui exigent la même ressource et ceux qui n'en exigent aucune sont gardés dans la liste. Par contre, ceux dont les ressources requises sont différentes de celle qui est réservée au poste en sont exclus. Le nombre de ressources par poste étant limité à une unité. L'élément 1 est exclu de la liste parce que la ressource nécessaire à son exécution (Gab-020) est différente de celle allouée initialement au poste (Gab-010). La liste résultante $L = \{4, 5, 3, 8\}$.
- ✓ La composition de la liste des candidats n'est pas altérée par aucune autre contrainte, la procédure se poursuit par la sélection du candidat dont le poids est le plus élevé. L'élément 4 est affecté au poste 1 à cette étape.

2. À la 5^{ème} itération, le poste 1 est toujours ouvert et les éléments qui s'y trouvent affectés sont : 2, 3, 4, 5, et 8. La capacité disponible $c_{\text{restant}} = 2 - (1.21) = 0.79$. À cette étape les candidats sont contenus dans la liste $L = \{1, 11, 8, 9, 10\}$. Parmi les contraintes actives, 3 agissent directement sur cette liste.

- ✓ La contrainte de zonage est active ; le poste 1 appartient à la zone 1 puisque les éléments 4 et 5 y sont affectés. La procédure élimine de la liste des candidats l'élément 10 car il doit être exécuté dans la zone 2. La liste résultante est amputée de cet élément, $L = \{1, 11, 8, 9\}$.
 - ✓ La contrainte de côté de la ligne est active ; le poste 1 est placé à gauche de la ligne par rapport aux éléments 2, 4, et 5 qui s'y trouvent. La procédure retranche l'élément 11 de la liste des candidats actualisée car il doit absolument être réalisé par un poste situé à droite de la ligne. La nouvelle liste actualisée est $L = \{1, 8, 9\}$.
 - ✓ La contrainte de ressource est active ; l'élément 1 est exclu de la liste des candidats parce que son exécution nécessite la ressource Gab-020 alors que la ressource Gab-010 est déjà présente au poste 1.
 - ✓ À cette étape précise, la contrainte de classe d'employé éliminerait également l'élément 1 de la liste des candidats vu que cet élément doit être exécuté par un employé de classe B alors qu'un employé de classe A est déjà affecté au poste en raison de la présence de l'élément 2.
 - ✓ Les autres contraintes sont sans influence sur la liste des candidats restants soit parce qu'elles ne sont pas active soit parce qu'aucun conflit potentiel n'est remarqué.
3. À la 17^{ième} itération, le 3^{ième} poste est ouvert. Il est composé des éléments 11, 13, 14, 15, et 17. La liste actuelle des candidats $L = \{16, 18, 19\}$. À cette étape, l'élément 19 est éliminé de la liste car la contrainte d'incompatibilité l'empêche de se retrouver au même poste que l'élément 15. Les autres contraintes ne modifient pas cette liste. Le processus de sélection du meilleur candidat emboîte ensuite le pas et affecte l'élément 16 au poste 3.

L'exécution du RPW se poursuit jusqu'à l'affectation de tous les éléments de travail. La solution finale du problème est présentée dans le tableau 5.5 :

$$\text{Efficacité} = \frac{5.65}{(4 \times 2)} = 0.71$$

$$S.I. = \sqrt{(1.94 - 1.76)^2 + (1.94 - 1.29)^2 + (1.94 - 1.94)^2 + (1.94 - 0.65)^2} = 1.45$$

Tableau 5.5 Résultat de l'équilibrage après l'intégration des contraintes

N° de Poste	Élément de travail	Côté	N° de zone	Ressources	Temps de travail
1	2, 3, 4, 5, 8, 9	Gauche	Zone1	Gab-010	1.76
2	1, 6, 7, 10, 12	Gauche	Zone2	Gab-020	1.29
3	11, 13, 14, 15, 16, 17	Droite	Zone3		1.94
4	18, 19		Zone3	Gab-020	0.65

La procédure Moodie-Young intervient sur la solution finale du problème soumis aux contraintes additionnelles. Cette dernière ne sera pas détaillée vu qu'elle l'a été dans une section antérieure, l'intégration des contraintes supplémentaires non plus. Essentiellement, la procédure de Moodie-Young vérifie que la solution finale demeure réalisable quel que soit les contraintes qui sont actives. La solution finale est contenue dans le tableau suivant.

Tableau 5.6 Résultat après l'intégration des contraintes et de la procédure de Moodie-Young

N° de poste	N° d'élément	Côté	N° de zone	Ressources	Temps de travail
1	2, 3, 4, 5, 8	Gauche	Zone1	Gab-010	1.43
2	1, 6, 7, 9, 10	Gauche	Zone2	Gab-020	1.40
3	11, 13, 14, 16, 17, 19	Droite	Zone3		1.31
4	12, 15, 18		Zone3	Gab-020	1.51

Après l'application de la procédure d'amélioration de Moodie-Young, l'efficacité de la ligne ne bouge pas cependant l'indice de lissage est amélioré.

$$S.I. = \sqrt{(1.51-1.43)^2 + (1.51-1.4)^2 + (1.51-1.31)^2 + (1.51-1.51)^2} = 0.24$$

Malgré la prise en compte des contraintes additionnelles, nous constatons que la procédure de Moodie et Young réussit à abaisser l'indice de lissage de 1.45 à 0.24. Nous rappelons que plus cet indice est bas moins grand est le risque d'arrêt de la ligne d'assemblage.

5.5 L'ordonnancement

La dernière étape consiste à ordonnancer les produits sur la ligne de production. Le but de cet exercice est de trouver une séquence d'assemblage qui minimise les risques d'arrêt en réduisant l'écart des charges de travail aux postes des différents produits. À titre d'exemple, cette procédure est appliquée à l'équilibrage de la même famille. Les quantités des modèles à assembler sont respectivement $d_1 = 12$, $d_2 = 6$ et $d_3 = 4$ unités, donc au total 22 unités. Nous fixons la valeur de α à 0.05. Les contenus de travail moyens des postes et les charges des postes par produit sont fournis dans le tableau suivant.

Tableau 5.7 Distribution des charges de travail des 3 produits.

		Poste (k)		
		1	2	3
Produit (j)	1	1.7	1.9	1.5
	2	1.2	2.3	2.2
	3	2.8	1.7	2.7
<i>Moyenne (TP_k)</i>		<i>1.90</i>	<i>1.87</i>	<i>1.87</i>

Le calcul des variations des contenus de travail potentiels des postes par rapport au temps de travail moyen cumulé fournit les résultats suivants pour les trois modèles à la première position de la séquence :

$$D_{1,1} = \sqrt{(0+1.7-1*1.90)^2 + (0+1.9-1*1.87)^2 + (0+1.5-1*1.87)^2} = 0.447$$

$$D_{1,2} = \sqrt{(0+1.2-1*1.90)^2 + (0+2.3-1*1.87)^2 + (0+2.2-1*1.87)^2} = 0.735$$

$$D_{1,3} = \sqrt{(0+2.8-1*1.90)^2 + (0+1.7-1*1.87)^2 + (0+1.7-1*1.87)^2} = 1.081$$

Le produit 1 présente la valeur minimale de la variable $D_{1,j}$, il est placé à la première position de la séquence. Les temps cumulés des postes sont ensuite mis à jour en fonction des temps de travail de ce produit aux 3 postes. La procédure est répétée jusqu'à l'ordonnancement des 22 unités. La séquence que nous obtenons est :

$$S = \{1, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 1, 1\}.$$

Deux mesures permettent d'évaluer la qualité de la séquence obtenue par cette procédure à chaque poste de travail séparément. La première, représentée par la variable TI_k mesure le taux de dépassements du temps de cycle par les temps de traitement. La seconde nommée $T2_k$ calcule le même taux en considérant les temps de travail cumulés et le temps de cycle cumulé.

$$TI_k = \frac{\text{Nb de dépassements du temps de cycle par un temps de travail}}{\text{Nombre d'unités à assembler}} \quad (5.1)$$

$$T2_k = \frac{\text{Nb de dépassements du temps de cycle cumulé par les temps de travail cumulés}}{\text{Nombre d'unités à assembler}} \quad (5.2)$$

Si nous considérons la séquence obtenue, au poste 1 le temps de cycle est dépassé 4 fois lorsque le produit 3 est assemblé et que le temps de cycle cumulé est à 7 reprises inférieur au temps de travail cumulé. Les mesures de performance de l'ordonnancement à ce poste sont :

$$T1_1 = \frac{4}{22} = 0.18 ; \quad T2_1 = \frac{0}{22} = 0.00$$

L'ensemble des performances des postes par rapport à ces deux mesures pour la séquence spécifiée est présenté dans le tableau suivant. Les chiffres entre parenthèses représentent le nombre de fois que le temps de travail d'un produit dépasse le temps de cycle dans le cas du $T1_k$ et le nombre de fois que le temps de travail cumulé est supérieur à la capacité cumulée dans le cas du $T2_k$.

Tableau 5.8 $T1_k$ et $T2_k$ pour chaque poste de la ligne.

Poste	$T1_k$	$T2_k$
1	0.18 (4)	0
2	0.27 (6)	0
3	0.45 (10)	0

La figure 5.6 illustre les effets de la séquence fournie par l'application de la procédure d'ordonnancement de Katayama au poste 1. Ces résultats démontrent les conséquences des variations des temps de travail

Performance de l'ordonnancement au poste 1

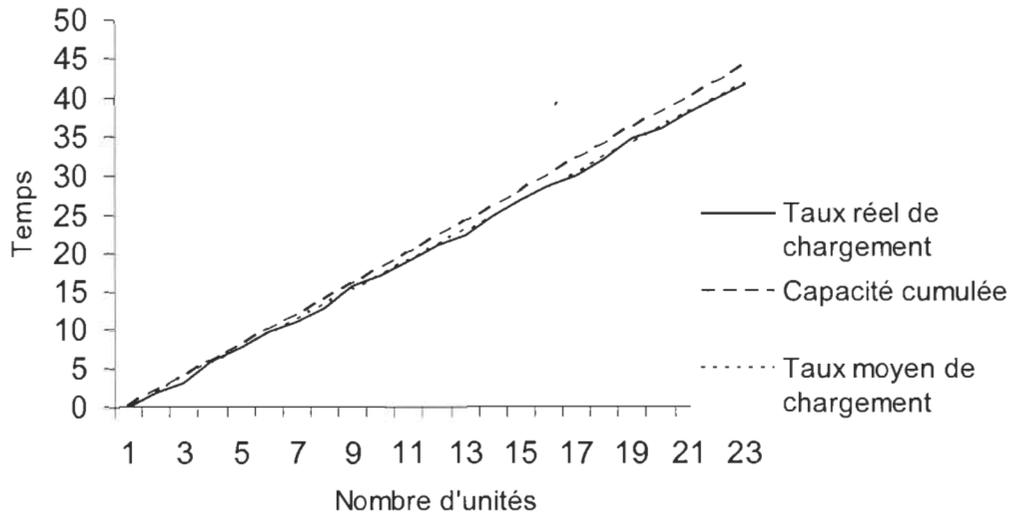


Figure 5.6 Performance de l'ordonnancement au poste 1

CONCLUSION

Dans ce mémoire, le problème de l'équilibrage des lignes d'assemblage mixtes a été abordé. Il s'inscrit dans la catégorie des problèmes d'analyse combinatoire tout comme le problème d'équilibrage classique duquel il est issu. Toutefois, il s'en démarque par la pluralité des produits dont il traite l'équilibrage simultanément. De plus, si le problème classique est soumis à des contraintes de préséance et de capacité uniquement; ici, nous prenons en compte des contraintes additionnelles dans la recherche d'une solution. Celles-ci ayant pour but de recréer un contexte de conception de lignes plus proche des besoins de l'industrie.

Un programme linéaire qui intègre 6 contraintes inspirées par les conditions réelles de l'industrie de l'assemblage a été proposé. Afin de le résoudre, nous avons développé une méthode de résolution en 4 étapes du problème d'équilibrage des lignes mixtes. Elle s'applique au problème de type I qui se caractérise par la recherche du nombre de postes minimal étant donné un temps de cycle prédéterminé. Cette procédure a été mise en forme par une application informatique. Cet outil d'aide à la décision a pour but d'assister les concepteurs de systèmes de production lors de l'équilibrage des postes de travail.

La nécessité de recourir à une telle application est justifiée par la taille sans cesse grandissante des problèmes industriels et par leur complexité; la formulation mathématique du problème le démontre notamment. Le choix d'utiliser des heuristiques, donc de se contenter de solutions non optimales, est une conséquence directe de cette réalité. Il est important de revenir sur la problématique posée par les lignes mixtes et ensuite sur l'idée sous-jacente à cette application.

En matière d'équilibrage de lignes d'assemblage, l'équilibre parfait est rare sinon quasiment impossible. Ceci est d'autant plus vrai lorsqu'on considère des lignes mixtes. Aux variations des charges de travail d'un poste à l'autre s'ajoutent des variations au sein de chaque poste dues aux différents produits assemblés. Généralement, ces deux aspects du problème sont traités séparément, en premier lieu, par une procédure d'équilibrage puis en second lieu par une procédure d'ordonnancement. Il devenait essentiel d'intégrer ces deux concepts dans cette étude tout en y incorporant les contraintes réelles auxquelles font face les concepteurs de lignes d'assemblage.

Cette étude offre à l'équilibrage des lignes d'assemblage une mise à jour utile d'autant plus que les avancées en matière informatique élargissent le champ d'application de ce type de problème. Ainsi, l'équilibrage et l'ordonnancement ont été traité conjointement tout en y intégrant des contraintes supplémentaires. Le fil conducteur de notre démarche est la nécessité de réduire les risques d'arrêt de la ligne par le lissage des charges de travail des postes. Généralement, les solutions proposées par les heuristiques connues sont caractérisées par une concentration des contenus de travail sur les postes en amont de la ligne. Il était donc impératif de corriger cette lacune en fournissant une méthode qui redistribue les charges sans toutefois altérer la qualité de la solution vis-à-vis du nombre de postes générés. À cet effet, la procédure de Moodie et Young a été mise à contribution. Elle améliore le résultat de l'équilibrage avant la procédure d'ordonnancement.

Les tests menés montrent que la méthode proposée permet de résoudre des problèmes comptant jusqu'à 300 éléments de travail en un temps négligeable. Également, une nette influence des contraintes additionnelles sur le processus de sélection des éléments de travail lors des affectations est constatée. Ces contraintes augmentent considérablement la complexité du problème cependant, l'application informatique contourne cette obstacle en fournissant des solutions de qualité. L'indice de lissage en est une preuve et son analyse à chaque étape de la procédure témoigne de l'efficacité de la méthode.

Ce travail ne saurait être conclu sans émettre quelques recommandations. Celle la première concerne la mise à l'épreuve de l'application informatique. Il serait intéressant

d'évaluer sa fonctionnalité dans des entreprises d'assemblage. Cela permettrait d'une part, de juger son adaptabilité, et d'autre part de mesurer l'efficacité des lignes d'assemblage réelle. En outre, cette étude trouverait une suite logique dans l'évaluation des heuristiques et les procédures qui la composent au moyen d'un logiciel de simulation. Le langage de programmation employé est compatible avec certaines de ces applications. Ce serait une alternative aux essais grandeur nature. La recherche pourrait entre autres s'orienter vers d'autres techniques d'équilibrage de charge comme les algorithmes génétiques ou encore le recuit simulé qui suscitent l'intérêt des scientifiques depuis quelques années.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Arcus, A. L. (1966). "A computer Method of sequencing operations for assembly lines." *International Journal of Production Research*(4), 259-277.
- Balas, E. (1965). "An additive algorithm for solving linear programs with 0-1 variables." *Operations Research*(13), 517-546.
- Baybars, I. (1986). "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem." *Management Science*, 32(8), 909-931.
- Bhattacharjee, T. K., & Sahu, S. (1987). "A heuristic approach to general assembly line balancing."
- Boctor, F. F. (1995). "A multiple-rule heuristic for assembly line balancing." *Journal of the Operational Research Society*(46), 62-69.
- Bowman, E. H. (1960). "Assembly line balancing by linear programming." *Operations Research*, 8(3), 385-389.
- Bukchin, J. (1998). "A comparative study of performance measures for throughput of a mixed model assembly line in a JIT environment." *International Journal of Production Research*, 36(10), 2669-2685.
- Bukchin, J., Dar-El, E., & Rubinovitz, J. (2002). "Mixed model assembly line design in a make-to-order environment." *Computers & Industrial Engineering*, 41, 405-421.

- Chakravarty, A. K., & Shtub, A. (1985). "Balancing mixed-model lines with in-process inventories." *Management Science*, 31(9), 1161-1174.
- Dar-El, E. M. (1973). "A heuristic technique for balancing large scale single-model assembly lines." *AIIE Transactions*, 5(4).
- Duplaga, E. A., Bragg, D. J. (1998). "Mixed-model assembly line sequencing heuristics for smoothing components parts usage: a comparative analysis." *International Journal of Production Research*, 36(8), 2209-2224.
- Erel, E., Gokcen, H. (1999). "Shortest-route formulation of mixed-model assembly line balancing problem." *European Journal of Operations Research*(116), 194-204.
- Fremerey, J. F. (1991). "Model-mix balancing: more flexibility to improve the general results. ." *Production Research: Approaching the 21st Century*, 314-321.
- Glover, F., Laguna, M. (1997). "Tabu search." *Kluwer Academic Publishers*, Boston.
- Gosh, S., & Gagnon, R. J. (1989). "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly lines." *International journal of production research*, 27(4), 637-670.
- Hoffmann, T. R. (1992). "Eureka: A hybrid system for assembly line balancing." *Management Science*, 38(1), 39-47.
- Jackson, J. R. (1956). "A computing procedure for a line balancing problem." *Management Science*, 2(3).
- Johnson, R. V. (1988). "Optimally balancing large assembly lines with FABLE." *Management Science*, 34(2), 240-253.

- Katayama, H. (1998). "An integrated management procedure of multi-item mixed-line production system-its hierarchical structure and performance evaluation." *International journal of production research*, 36(10), 2633-2651.
- Kilbridge, M. D., Wester, L. (1961). "A heuristic method of assembly line balancing " *Journal of Industrial Engineering*, 12(4).
- Lee, T. O., Kim, Y., & Kim, Y. K. (2001). "Two-sided assembly line balancing to maximize work relatednes and slackness." *Computers & industrial engineering*(40), 273-292.
- Macaskill, J. L. C. (1972). "Production-line balances for mixed-model lines." *Management Science*, 19(4), 423-433.
- Mastor, A. A. (1970). "An experimental investigation and comparative evaluation of production line balancing techniques." *Management Science*, 16(11), 728-746.
- Matanachai, S., & Yano, C. A. (2001). "Balancing mixed-model assembly lines to reduce work overload." *IIE Transactions*(33), 29-42.
- McMullen, P. R., & Frazier, G. V. (1997). "A heuristic for solving mixed-model line balancing problems with stochastic task durations and parallel stations." *International journal production economics*(51), 177-190.
- Miltenburg, J. (1989). "Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems." *Management Science*, 35(2), 192-207.
- Miltenburg, J., & Sinnamon, G. (1989). "Scheduling mixed-model multi-level just-in-time production systems." *Internatonal journal of production research*, 27(9), 1487-1509.
- Miltenburg, J. (1989). "Level schedules for mixed-model assembly ines in just-in-time production systems." *Management Science*, 35(2), 192-207.

- Miltenburg, J., & Sinnamon, G. (1992). "algorithms for scheduling multi-level just-in-time production systems." *IIE Transactions*, 24(2), 121-130.
- Monden, Y. (1983). "Toyota production system." *Industrial Engineering and Management Press, Institute of Industrial Enginners*.
- Moodie, C. L., & Young, H. H. (1965). "A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times." *The journal of industrial engineering*, 16(1), 23-29.
- Pastor, R., Andres, C., Duran, A., & Perez, M. (2002). "Tabu search algorithms for an industrial multi-product and multi-objective assembly line balancing problem, with reduction of the task dispersion." *Journal of operational research society*(53), 1317-1323.
- Patterson, J. H., Albracht, J. J. . (1975). "Assembly line balancing: 0-1 programming with Fibonacci search." *Operations Research*(23), 166-174.
- Ponnambalam, S. G., Aravindan, P., & Mogileeswar Naidu, G. (1999). "A comparative evaluation of assembly line balancing heuristics." *International journal of advanced manufacturing technology*(15), 577-586.
- Rachamadugu, R., & Talbot, B. (1991). "Improving the equality of workload asignments in assembly lines." *International journal of production research*, 29(3), 619-633.
- Salveson, M. E. (1955). "The assembly line balancing problem." *Journal of Industrial Engineering*, 6(3).
- Sarker, B. R., & Pan, H. (1998). "Designing a mixed-model assembly line to minimize the costs of idle and utility times." *Computers & industrial engineering*, 34(3), 609-628.

- Scholl, A., Klein, R. (1997). "SALOME : A bidirectional branch and bound procedure for assembly line balancing." *INFORMS Journal on Computing*(9), 319-334.
- Scholl, A., & Klein, R. (1999). "Balancing assembly lines effectively - A computational comparison." *European journal of operational research*(114), 50-58.
- Sparling, D., & Miltenburg, J. (1998). "The mixed-model U-line balancing problem." *International journal of production research*, 36(2), 485-501.
- Suresh, G., & Sahu, S. (1994). "Stochastic assembly line balancing using simulated annealing." *International journal of production research*, 32(8), 1801-1810.
- Talbot, F. B., Patterson, J. H., & Gehrlein, W. V. (1986). "A comparative evaluation of heuristic line balancing techniques." *Management Science*, 32(4), 430-453.
- Thangavelu, S. R., Shetty, C. M. (1971). "Assembly line balancing by zero-one integer programming." *AIIE Transactions*(3), 61-68.
- Thomopoulos, N. T. (1970). "Mixed model line balancing with smoothed station assignments." *Management Science*, 16(9), 593-603.
- Van Assche, F., Herroelen, W. S. (1979). "An optimal procedure for the single-model deterministic assemblyline balancin problem." *European Journal of Operations Research*(3), 142-149.
- Van Zante - de Fokkert, J. I., & de Kok, T. G. (1997). "The mixed and multi model line balancing problem: a comparison." *European journal of operational research*(100), 399-412.
- Vilarinho, P. M., & Simaria, A. S. (2002). "A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations." *International journal of*

production research, 40(6), 1405-1420.

Villers, M.-E. de. "Dictionnaire de la gestion de la production et des stocks." 1993.

Wee, T. S., Magazine, M. J. (1981). "An efficient branch and bound algorithm for assembly line balancing - Part 1: Minimise the number of work stations." *Working Paper No. 150* University of Waterloo.

White, W. W. (1961). "Comments on a paper by Bowman." *Operations Research*(9), 274-276.

Zeramardini, W., Aigbedo, H., & Monden, Y. (2000). "Bicriteria sequencing for just-in-time mixed-model assembly lines." *International journal of production research*, 38(15), 3451-3470

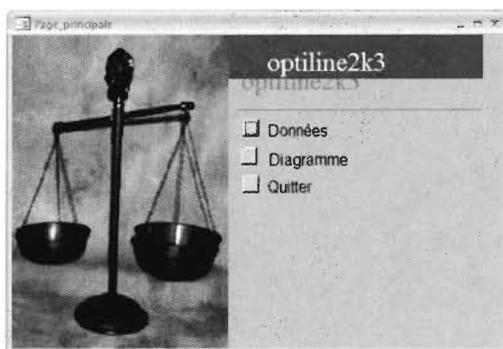
ANNEXES

Ce tutoriel a pour but de montrer au lecteur comment construire des lignes d'assemblage mixtes en tenant compte d'un certain nombre de paramètres qui la caractérisent. L'outil informatique, qui y est décrit, propose pas moins de 7 heuristiques pour résoudre le problème d'équilibrage des lignes d'assemblage; auquel s'ajoute une procédure d'ordonnement originale.

L'application nécessite l'installation de 2 composants additionnels : ADHResize2K qui gère le redimensionnement des fenêtres et projDiagpres qui permet de visualiser et construire les diagrammes de préséance.

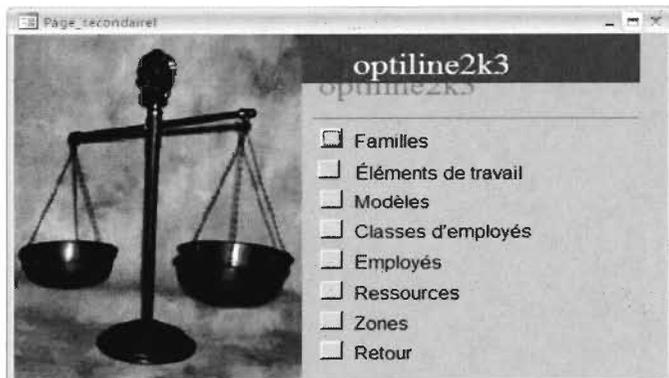
Les différentes fenêtres de saisies seront décrites et par le fait même les différentes fonctions de l'application. La prise en main de cette application est intuitive, les fenêtres sont conçues selon le même modèle pour faciliter l'apprentissage. Il faut noter que les informations doivent être introduites dans la base de données de manière séquentielle. Les informations qui sont nécessaires au fonctionnement de l'application suivent une hiérarchie ; les éléments de travail doivent d'abord être saisis avant de pouvoir définir des modèles qui eux serviront à construire des familles de produits.

À l'ouverture de l'application, s'affiche une fenêtre qui propose 3 choix à l'utilisateur.



L'option « Données » conduit aux fenêtres de saisie des données, la seconde ouvre le composant qui génère les diagrammes de préséances et le dernier permet de quitter l'application.

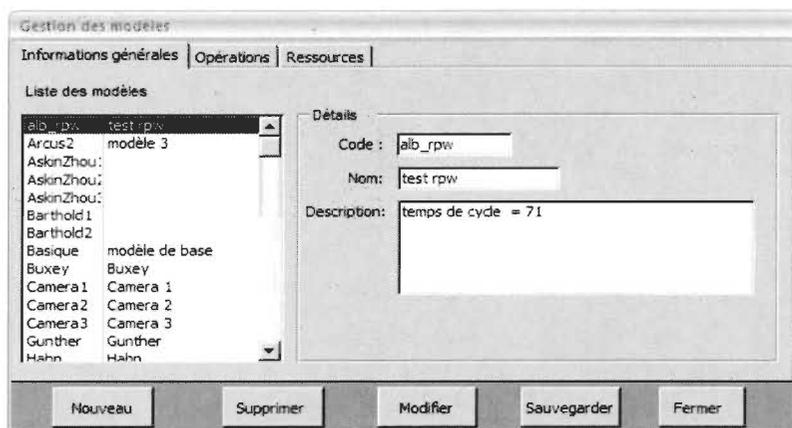
La saisie des informations relatives aux éléments de travail, aux modèles et aux familles de produits se fait à partir du formulaire « Données ». La figure suivante en démontre le contenu.



Saisie des modèles

Le formulaire « Gestion des modèles » permet la saisie des modèles ou produits dans la base de données. Il est appelé en pressant le bouton « Modèles » du formulaire précédent. Il comprend 3 onglets dont les fonctions se définissent comme suit :

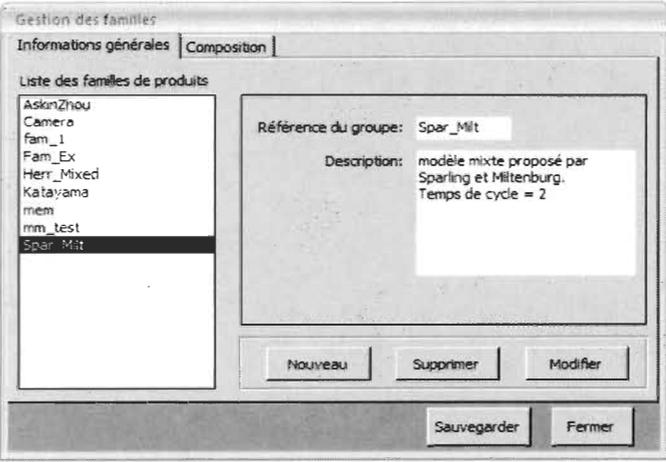
1. L'identification du modèle par la saisie de son code, de son nom et de sa description,
2. La création du modèle par l'attribution des éléments de travail qui lui sont associés.
3. L'affectation des ressources requises par les éléments du travail du modèle.



Nous reviendrons sur les 2 derniers points dans des paragraphes subséquents.

Saisie des familles

Les familles sont des regroupements de produits. La création des familles se fait par le formulaire « Gestion des familles » appelé à partir du formulaire « Données ». 2 informations suffisent pour définir une famille, il s'agit du code (référence) du groupe de produits et une description.



En second lieu, il faut définir la composition de la famille de produits. L'onglet « Composition » ouvre la seconde page du formulaire qui contient ces informations. Pour préciser la composition d'une famille, l'utilisateur doit :

1. Sélectionner les modèles
2. Introduire les quantités de chaque modèle à assembler
3. Calculer les temps moyens de traitement des éléments de travail de la famille.

La figure suivante illustre le second onglet de ce formulaire, l'utilisateur peut saisir autant de modèles qu'il le désire du moment qu'ils existent dans la base de données. Les quantités étant introduites, un simple clic du bouton de calcul détermine les temps de traitements de la famille. Rappelons que ces temps sont des moyennes pondérées des temps des éléments des

modèles de la famille. Les quantités de chaque modèle requises dans la demande constituent les poids qui sont attribués à leurs éléments. Le calcul de ces temps permet par le fait même d'associer les éléments de travail des modèles à la famille.

The screenshot shows a window titled "Gestion des familles" with two tabs: "Informations générales" and "Composition". The "Composition" tab is active. Below the tabs is a section labeled "Modèles" containing a table with two columns: "Modèle" and "Quantité demandée". The table lists three models: "Herr_1" with a quantity of 6, "Herr_2" with a quantity of 3, and "Herr_3" with a quantity of 2. To the right of the table are two buttons: "Ajout / Retrait de modèles" and "Saisie des proportions". Below the table, there is a label "Quantité totale:" followed by a text box containing the number "11". At the bottom of the window, there is a button labeled "Calcul des temps de traitement moyens et pondérés". At the very bottom, there are two buttons: "Sauvegarder" and "Fermer".

Modèle	Quantité demandée
Herr_1	6
Herr_2	3
Herr_3	2

Saisie des éléments de travail

Les éléments de travail constituent la base de cette application. Elles permettent de définir les produits ainsi que les familles de produits. Les informations requises pour ajouter un élément de travail concerne son identification les restrictions qui s'y appliquent directement. Nous citons :

1. Le groupe de classes
2. La zone
3. Le côté de la ligne

Avant de saisir les éléments de travail, il est nécessaire d'enregistrer dans la base de données les classes d'employés, les groupes de classes et les zones qui sont susceptibles d'être utiles à leur définition.

Les groupes de classes sont constitué de classes d'employé, nous reviendrons sur ce type de contraintes mais pour l'instant nous indiquons uniquement comment ajouter une classe d'employés et un groupe de classes. Cela se fait très simplement avec les formulaires

« frm_classe » et « frm_groupe_classe » qui sont illustrés ci-dessous.

Classe

eben	ébéniste
elec	électricien
maçon	maçon
oper	machiniste
soud	soudeur
plomb	Plombier
info	informatique

Nom: eben

Libellé: ébéniste

Description: menuiser, ébéniste

Groupe de classes: N/D

Ajouter Supprimer Modifier Sauvegarder Fermer

Groupe de classes

A
B
C
D
E
F
N/D

Code du groupe: A

Description: ensemble des corps de métier habilités à assembler

Ajouter Supprimer Modifier Sauvegarder Fermer

Suite à la saisie de ces informations, il suffit d'associer les classes d'employés aux groupes de classes. Ceci est démontré dans la section concernant les contraintes de groupes de classes.

Les zones sont saisies à l'aide du formulaire correspondant « Zone » qui est appelé à partir du menu du formulaire « Données ». L'utilisateur doit, en plus de définir la zone, préciser le nombre maximal de postes qui peut lui être alloué. La figure suivante illustre cette fenêtre.

Gestion des zones

zone1
zone2
zone3

N° de zone: zone1

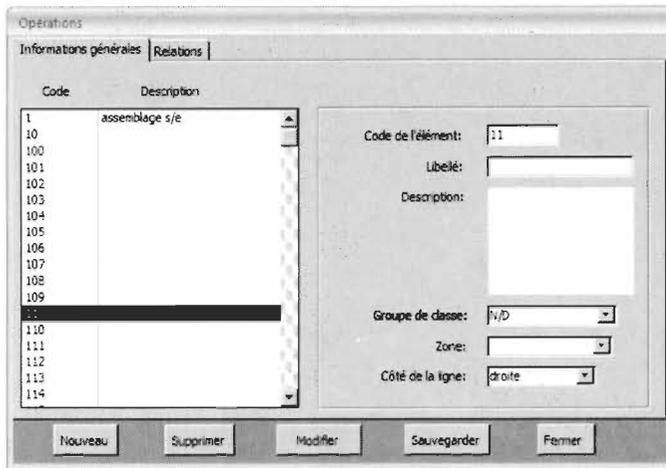
Nom de la zone:

Description de la zone:

Nb. de postes max: 2

Nouveau Supprimer Modifier Sauvegarder Fermer

Ces informations étant introduites dans la base de données, il est maintenant possible de saisir les éléments de travail. Le formulaire « frm_element » se présente comme suit :



Ce formulaire comporte 2 onglets, le premier contient les informations générales relatives à l'élément de travail et le second les relations de préséance qui le lient à d'autres éléments. Un élément de travail est identifié par un code (dans notre base de donnée il s'agit d'une valeur entière), un libellé (nom de l'opération) et d'une description. À ces informations s'ajoutent d'autres attributs qui concernent les contraintes réelles d'un contexte industriel. Il s'agit du groupe de classe, de la zone et du côté de la ligne. Le côté de la ligne où un élément de travail doit être réalisé est spécifié en le sélectionnant à l'aide du menu déroulant du champ correspondant. 3 choix sont proposés : gauche, droite ou sans importance lorsque la tâche peut être réalisé d'un côté où de l'autre.

Suite à l'entrée des éléments de travail dans la base, des produits et des familles de produits peuvent être modélisés en leur attribuant un groupe d'éléments parmi ceux figurant dans la base de données.

Construction d'un modèle ou d'une famille

À cette étape, les modèles et les familles ont été créés dans la base de données. La prochaine étape consiste construire leur diagramme de préséances. Cela se fait en 2 parties :

1. La détermination des éléments les composant.

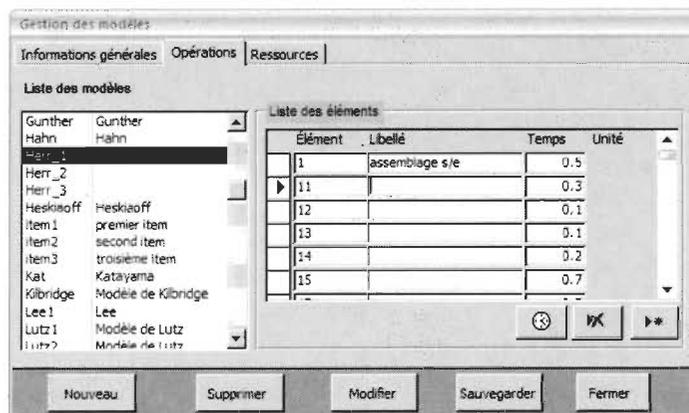
2. La saisie des relations de préséance entre les éléments de travail des modèles et des familles.

Nous présenterons en premier lieu comment attribuer des éléments de travail et en second lieu comment construire le diagramme de préséance.

Attribution des éléments de travail

L'utilisateur a le choix d'utiliser le formulaire « Gestion des modèles » ou le formulaire « Diagramme » pour la construction des modèles. Rappelons que dans le cas des familles, les éléments de travail sont automatiquement définis une fois la composition de la famille déterminée.

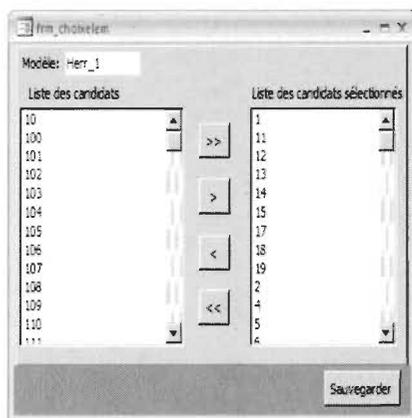
I



Comme l'illustre la figure ci-haut, pour sélectionner les éléments de travail l'utilisateur dispose d'une liste déroulante comprenant tous les modèles de la base de données et leur description. Une fois le modèle choisi, il peut :

1. Ajouter un élément de travail (cliquer bouton )
2. Supprimer un élément de la liste des éléments du modèle (cliquer bouton )
3. Ajouter le temps de traitement de l'élément de travail pour ce modèle (cliquer bouton )

L'ajout des éléments de travail s'effectue très simplement en sélectionnant d'une liste déroulante les éléments de travail à associer à un modèle. Ces éléments sont transférés vers une seconde liste et la première liste est automatiquement mise à jour.

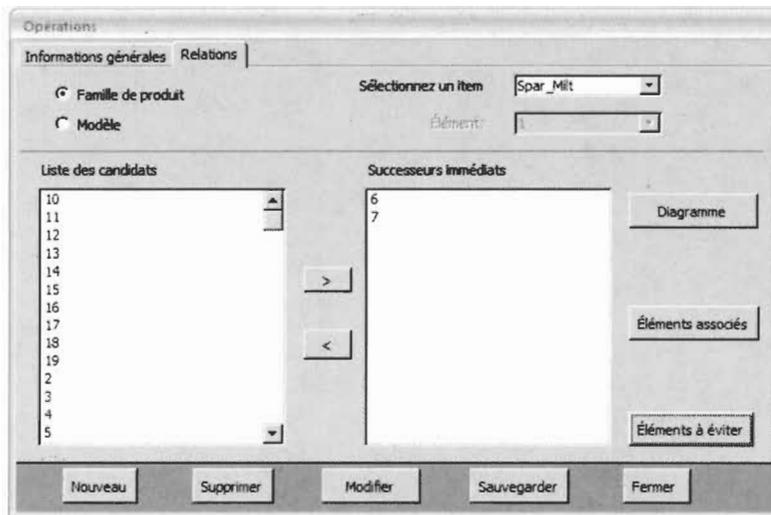


Les éléments de travail du modèle étant saisis dans la base de données, la prochaine étape consiste à établir les relations de préséance qui les lient.

Les relations de préséance

La seconde étape de la mise en forme d'un modèle ou d'une famille de produits consiste à construire le diagramme de préséance. Il s'agit d'un graphe qui indique l'ordre d'exécution des éléments de travail. Ces éléments sont représentés par des nœuds et les relations de préséance par des flèches. Il existe 2 méthodes de saisies des relations de préséance des produits et des familles de produits : la première utilise le formulaire « frm_element » et la seconde le formulaire « frm_diagramme ». Ce dernier comprend un composant spécialement programmé pour la saisie et la représentation graphique des diagrammes de préséance.

Avant de décrire le composant dédié aux diagrammes de préséances, nous allons présenter la procédure pour introduire les relations de préséances des produits et des familles dans la base de données. Cette procédure utilise le second onglet du formulaire « frm_element » tel qu'illustré ci-dessous :



Cette fenêtre comporte 4 types d'éléments. Ce sont :

- Les contrôles

Choix du type de ligne : Ligne mono produit ou multi produits

Sélectionner un item : Choix du code du produit ou de la famille de produits

Élément : Sélection de l'élément de travail pour lequel les liens de préséance seront édités.

- Les champs d'affichage :

Liste des candidats : Liste des éléments de travail du modèle ou de la famille sélectionné. L'élément sélectionné est bien entendu exclu de cette liste.

Liste des successeurs immédiats : Liste des successeurs immédiats désignés pour cet élément de travail. L'utilisateur fait passer dans cette liste autant d'éléments que

son modèle ou sa famille de produit nécessite. Le diagramme de préséance est ainsi construit au fur et à mesure.

- Les boutons :

Diagramme :

Bouton d'ouverture de la fenêtre Diagramme. Elle contient le contrôle du même nom qui rend possible la visualisation de lien de préséance.

Éléments associés :

Cette commande concerne les contraintes d'association, elle ouvre la fenêtre Couplage. Elle est constituée de 2 listes et l'utilisateur choisi dans une liste les éléments de travail qui devront impérativement se retrouver au même poste que l'élément courant.

Éléments à éviter :

Ce bouton ouvre la fenêtre « frm_choixsepar ». Identique à la fenêtre de sélection des éléments à coupler, elle est constituée de 2 listes. La première présente les éléments qui sont susceptibles d'être incompatible avec l'élément courant. L'utilisateur choisit parmi ces éléments ceux qu'il ne désire pas retrouver au même poste que l'élément courant.

Le composant ActDiagramme

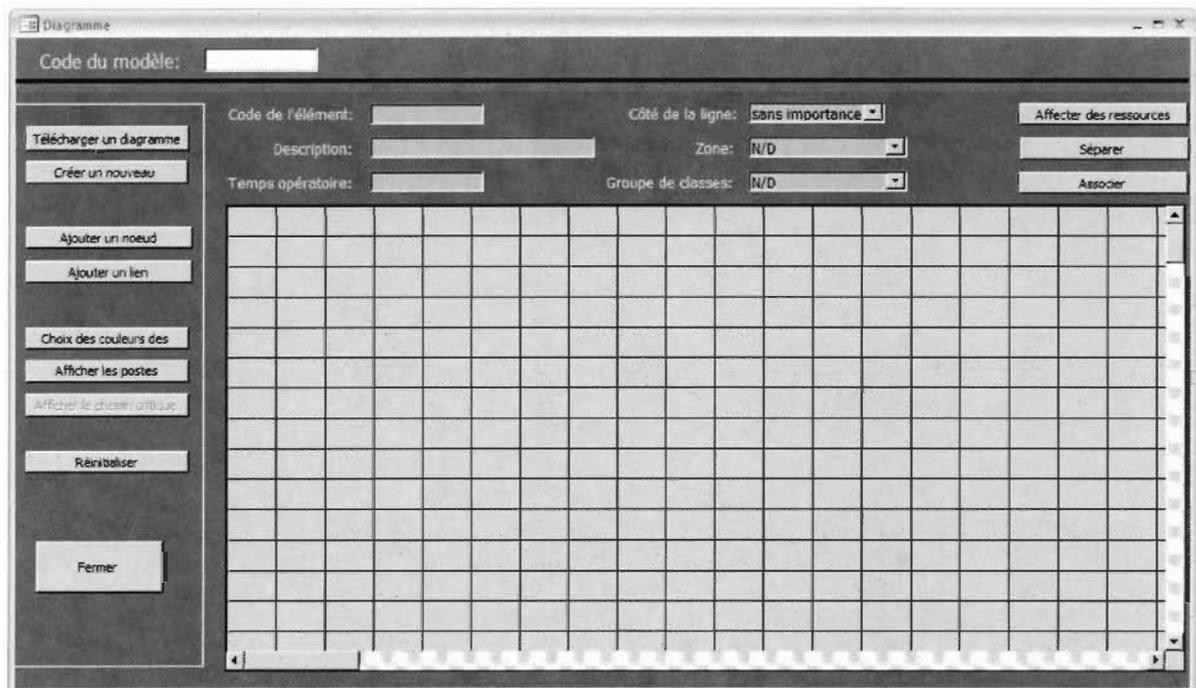
Les fonctions d'assignation d'éléments de travail aux produits et aux familles de produits sont remplies simultanément par le composant inclus dans le formulaire « frm_diagramme ».

Nous en décrivons ici le contenu et le fonctionnement

Création d'un nouveau diagramme

La création d'un diagramme d'un produit ou d'une famille de produits est entièrement prise en compte par le composant. Après avoir saisi le code de l'objet pour lequel le diagramme sera conçu, l'utilisateur crée les nœuds qui représentent les éléments de travail et établit les liens entre ces derniers.

Afin de créer des nœuds, le composant doit être mis en mode édition. À son ouverture, il ne permet aucune interaction entre l'utilisateur et l'espace d'affichage des diagrammes. La procédure suivante permet d'ajouter les éléments de travail.



1. Créer les nœuds

Pour créer un nœud, cliquez sur le bouton « Ajouter un nœud », le curseur change d'apparence, il est en mode édition. Un message s'affiche vous demandant de choisir un emplacement pour le nœud. Cliquez sur un point de la grille et le nœud est créé. La numérotation des nœuds est progressive et commence par 1. Pour ajouter un nouveau nœud la même procédure est répétée.

2. Créer les liens de préséances

Pour qu'un lien soit créé, il faut qu'au moins 2 nœuds constituent le diagramme. Un clic sur le bouton « ajouter un lien » permet au composant de passer en mode édition. Le curseur change d'apparence et un message vous demande de choisir un premier nœud. Ensuite, cliquez sur le nœud d'origine; le curseur affiche un message vous demandant de sélectionner un second nœud. Cliquez sur le nœud de destination. Un lien est créé représenté par une flèche partant du premier nœud et pointant vers le second. L'ajout de liens supplémentaires s'effectue en répétant la procédure.

3. Chargement d'un diagramme existant

Pour visualiser un diagramme existant, il suffit de cliquer sur le bouton «Télécharger diagramme» Ce dernier s'affiche sans qu'aucune modification soit possible par l'utilisateur.

Saisie des contraintes

Mise à part les contraintes de préséance et les contraintes de capacités de la lignes, qui sont incontournables aux problèmes d'équilibrage de lignes d'assemblage, cette application propose la prise en compte d'un ensemble de contraintes additionnelles, ce sont :

- 1 Les contraintes de côté de la ligne.
- 2 Les contraintes de zonage
- 3 Les contraintes de ressources

- 4 Les contraintes de groupe de classes
- 5 Les contraintes de regroupement
- 6 Les contraintes d'incompatibilité.

Ces contraintes sont introduites dans la base de données au fur et à mesure que les modèles sont construits. Concrètement, cela stipule qu'à diverses étapes de la saisie des informations, certaines actions sont posées afin de préciser les contraintes qui s'appliquent aux éléments de travail des produits et des familles de produits. Dans les paragraphes qui suivent, nous définissons brièvement ces contraintes et nous décrivons les procédures pour les introduire dans l'application

Les contraintes de côté de la ligne

Elles exigent que certains éléments de travail soient exécutés exclusivement par des postes situés d'un côté ou de l'autre de la ligne.

Ce type de contrainte est propre à l'élément de travail uniquement. Quel que soit le produit qui nécessite cet élément de travail, cette contrainte demeurera la même. De plus, lorsqu'une famille de produits comprend au moins 1 produit requérant cet élément, la contrainte de côté de la ligne existant sur cet élément est la même pour tous les produits. Pour ajouter cette contrainte, la procédure est la suivante :

- 1 Ouvrir le formulaire «Élément»;
- 2 Sélectionner un élément de travail;
- 3 Cliquer le bouton « Modifier »;
- 4 Sélectionner du menu déroulant le côté de la ligne;
- 5 Cliquer le bouton « Sauvegarder ».

À partir du composant il faut :

- 1 Cliquer le bouton droit de la souris en se positionnant sur l'élément de travail;
- 2 Du menu choisir l'option « Informations »;
- 3 Dans l'en-tête du composant, choisir le côté de la ligne de la liste déroulante.

Les contraintes de zonage

Une zone sur la ligne d'assemblage est constituée par un poste ou par un groupe de postes adjacents. Ce type d'aménagement est utile lorsque, par exemple, l'exécution de certains éléments de travail peut exiger des équipements difficilement déplaçables. Les zones sont spécifiques aux éléments de travail comme les côtés de la ligne. Par contre, elles doivent être définies avant que des éléments de travail leur soient associés.

Pour définir une zone pour un élément de travail, la procédure est identique à celle de définition du côté de la ligne. La seule différence tient du fait que les zones apparaissant dans la liste sont introduites par l'utilisateur.

Les contraintes de ressources

Les contraintes de ressources permettent de regrouper les opérations par rapport aux ressources qu'elles requièrent (exemple : un gabarit). Cela entraîne une diminution du nombre de ressources sur la ligne. Ces ressources sont dites critiques et une unité de chaque type est allouable à un poste de travail. Contrairement au côté de la ligne et à la zone qui se définissent pour un élément de travail, les ressources requises par les éléments de travail dépendent du produit en cours d'assemblage. Cela implique que pour attribuer une ressource à un poste l'application devra analyser les besoins des éléments de tous les modèles exécutés à ce poste.

Le figure ci-dessus représente le formulaire « Gestion des ressources ».Il rend possible l'ajout, la suppression et la modification des ressources dans la base de données. À noter que la quantité en main est ajoutée à titre indicatif et que lorsque cette quantité est dépassée par un équilibrage un message est portée à l'intention de l'utilisateur

Pour attribuer des ressources aux éléments de travail des modèles la procédure à suivre est la suivante :

1. Ouvrir le formulaire « Gestion des modèles »
2. Cliquer sur l'onglet « Ressources »
3. Sélectionner un élément de la liste des modèles
4. Cliquer le bouton d'ajout 
5. Sélectionner un élément dans la fenêtre de sélection des ressources qui s'affiche
6. Faire passer les ressources nécessaires dans la liste de droite
7. Sauvegarder

À partir du composant les ressources sont ajoutées produits en cliquant sur le bouton « Affecter les ressources ». Au préalable, l'utilisateur doit sélectionner un nœud du diagramme et mettre à jour les informations dans l'en-tête en cliquant le bouton droit de la souris et ensuite « Information ». La fenêtre de sélection des ressources s'affiche et à partir

de là la procédure est identique à la précédente.

Les contraintes de groupes de classes

L'application rend possible l'affectation des éléments de travail à des employés spécifiques regroupés dans des classes prédéfinis. Chaque classe est constituée de plusieurs types d'employés que l'utilisateur peut définir à sa guise. Un groupe de classe comprend par conséquent plusieurs compétences. L'idée est ici de réunir au sein d'un poste les éléments qui nécessitent des aptitudes communes. Pour ce faire, on précise le groupe de classes requis pour exécuter un élément de travail lors de la saisie de ce dernier. La procédure est la suivante :

1. Ouvrir formulaire frm_element
2. Sélectionner le groupe de la liste déroulante

Les contraintes de regroupement et d'incompatibilité

Les contraintes de regroupement rendent possible le regroupement de 2 ou plusieurs éléments de travail au sein d'un poste unique. Par contre les contraintes d'incompatibilité permettent d'éviter l'affectation de 2 ou plusieurs éléments au sein d'un même poste de travail. Pour introduire ces contraintes, les étapes suivantes sont suivies :

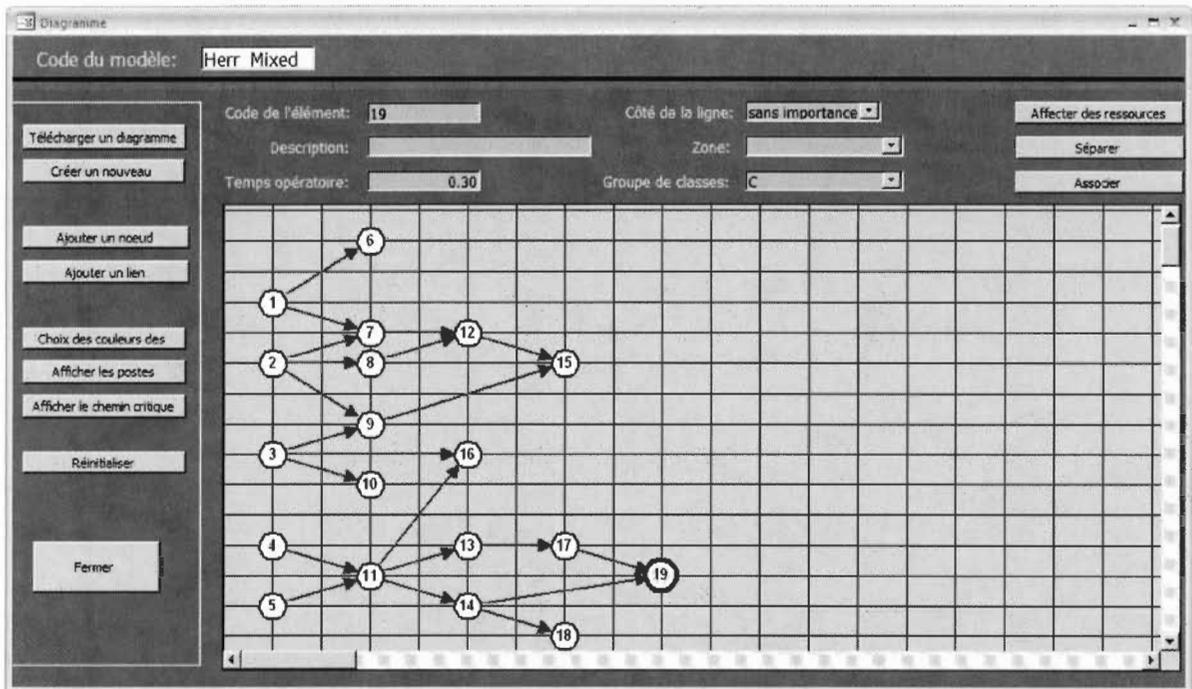
1. Ouvrir le formulaire « frm_element »
2. Aller à l'onglet « Relations »
3. Sélectionner le type de données (modèle ou famille)
4. Sélectionner le code du modèle ou du produit
5. Sélectionner le premier élément
6. Cliquer le bouton « Éléments associés » ou « Éléments à éviter » selon le cas
7. Faire glisser dans la seconde liste de la fenêtre qui s'ouvre les éléments choisis
8. Fermer la fenêtre de sélection
9. Fermer la fenêtre « frm_element »

Équilibrage

À présent, toutes les données nécessaires au fonctionnement de l'application sont introduites dans la base de données. Il est maintenant possible de procéder à un équilibrage. Pour ce faire, le formulaire « frm_inputdata » présente toutes les données nécessaires à la réalisation de l'équilibrage. Prenons à titre d'exemple la famille de produits Herr_Mixed. Il est constitué de 3 modèles dont la demande se répartie comme suit :

Modèle	Quantité demandée
Herr_1	6
Herr_2	3
Herr_3	2

Cette famille de produits comprend 19 éléments dont les temps de traitement varient de 0.03 à 0.93 unités de temps. Le temps de cycle suggéré est de 2 unités de temps. Le diagramme de présence tel qu'il est présenté par le composant est illustré ci-dessous :



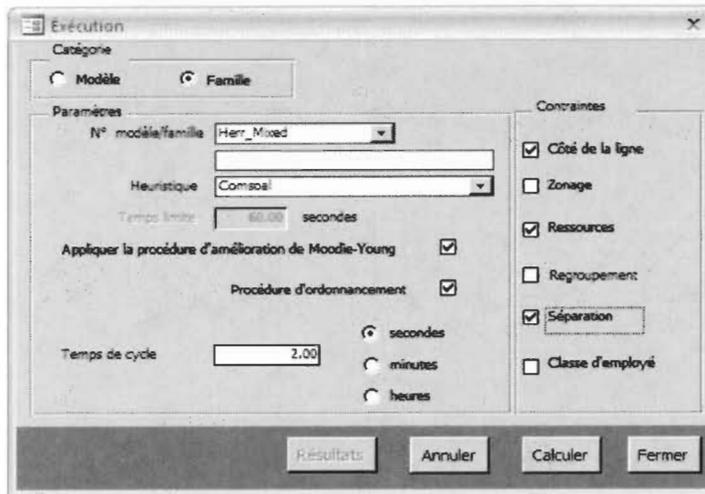
Il est possible de visualiser également la composition des modèles de la famille en téléchargeant leur diagramme de préséances puisque ceux-ci sont des pré-requis à la mise en forme de la famille. Notons que pour la famille les éléments sont automatiquement générés comme vu précédemment, il suffit alors de créer les relations entre les éléments

Pour effectuer l'équilibrage l'utilisateur doit préciser un certain nombre de paramètres, ce sont :

1. L'objet de l'équilibrage (modèle unique ou famille de produits);
2. Le code de cet objet;
3. L'heuristique de résolution parmi les 7 proposées;
4. Un temps limite dans le cas du COMSOAL;
5. S'il souhaite de mettre en œuvre la procédure d'amélioration de Moodie-Young;
6. S'il souhaite lancer la procédure d'ordonnement

Une fois saisies, les informations relatives à l'équilibrage peuvent se présenter comme suit. Il est à noter que la sélection du type d'unités de temps est sans effet dans la version actuelle de

l'application.



Pour lancer l'équilibrage, cliquez le bouton « Calculer »

Affichage des résultats

Les résultats de l'équilibrage s'affichent dans une fenêtre qui s'ouvre automatiquement une fois qu'il est achevé. L'affichage des résultats comprend 6 onglets qui sont décrites ci-après.

frm_results

Sommaire des postes

Code d'identification de la famille	Hier_Mixed	Order Strength:	0.12	Temps de cycle:	2
Heuristique:	Ranked Positional Weight	West Ratio:	6.33	Nombre minimal théorique de postes:	3.00

Equilibrage | Tableaux des charges | Taux d'occupation des postes | Ordonnancement | Performance de l'ordonnancement | Surcharge

Poste	Éléments affectés	Temps de travail	Temps mort	% de temps libre	Coefficient de variation
1	1, 11, 13, 2, 4, 5	1.89	0.11	5.50	0.00
2	14, 17, 3, 6, 7, 8, 9	1.91	0.09	4.50	0.00
3	10, 12, 15, 16, 18, 19	1.85	0.15	7.50	0.00

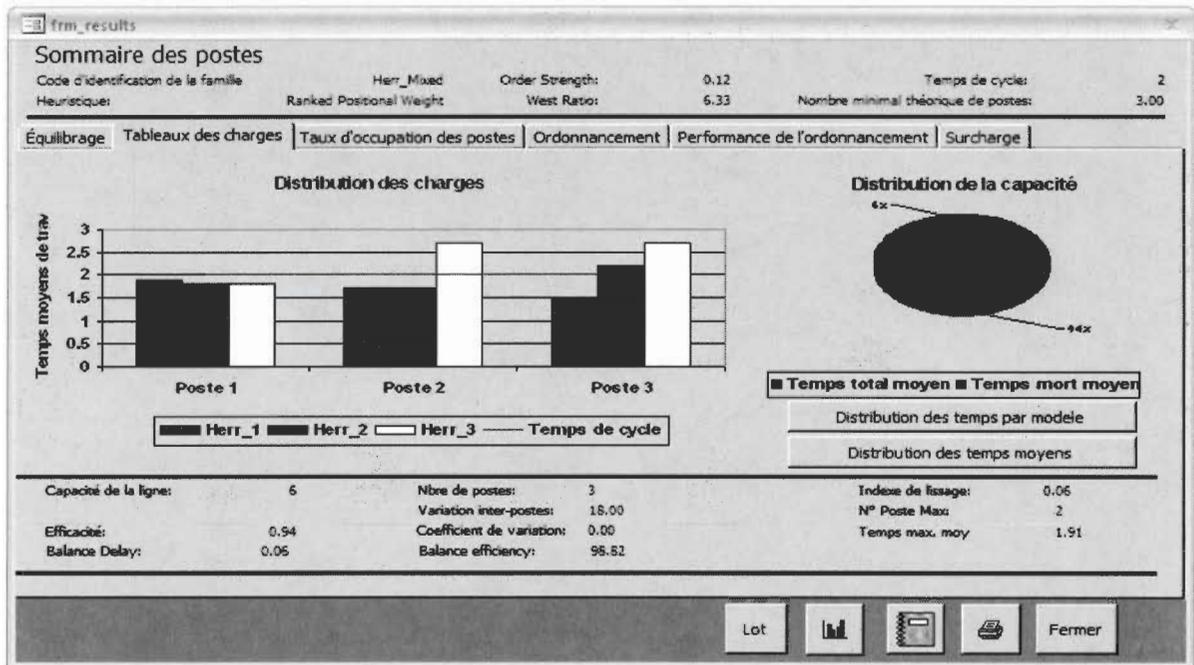
Capacité de la ligne:	6	Nbre de postes:	3	Balance Delay:	0.06
Efficacité de la ligne:	0.94	Variation inter-postes:	18.00	Indice de lissage:	0.06
Balance efficiency:	96.82	Somme des CV des postes (Frameney 91):	0.00	N° Poste Max:	2
		Coefficient de variation:	0.210	Temps max. moy:	1.91

Lot [Bar Chart] [Calendar] [Printer] Fermer

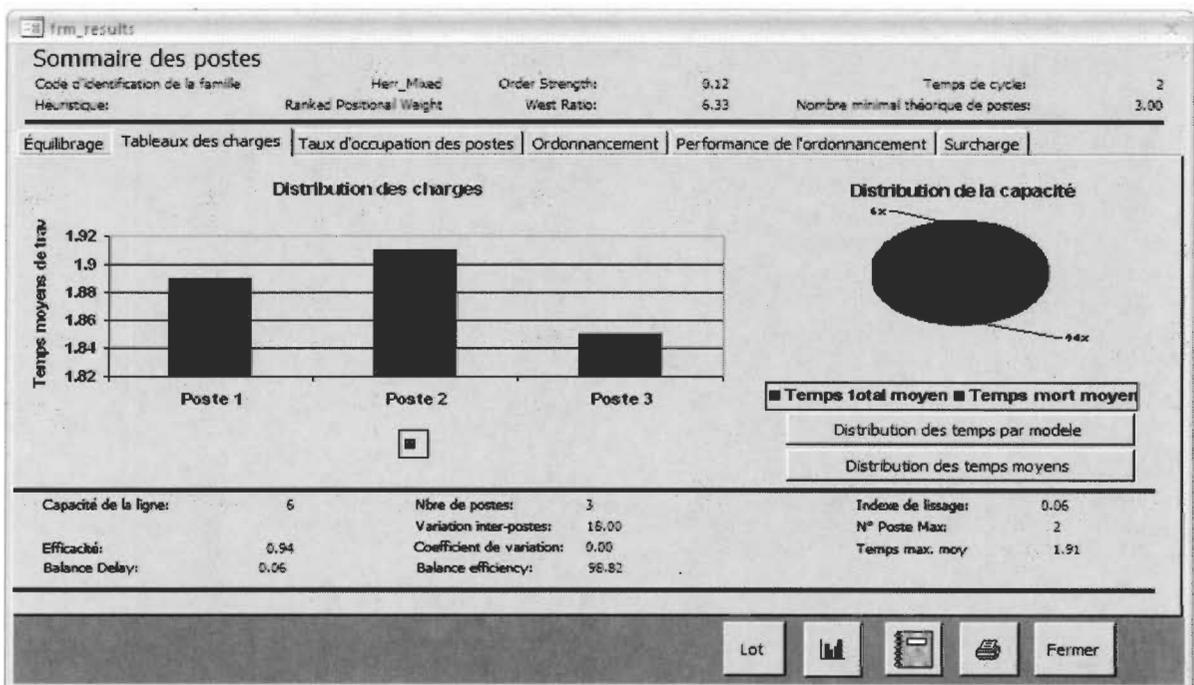
Le premier onglet présente les résultats de l'équilibrage poste par poste. Tout d'abord en entête on retrouve le code du produit ou de la famille de produit selon le cas. L'heuristique sélectionnée y est également mentionnée. Le temps de cycle et le nombre minimal théorique de poste y figurent également. À ces informations s'ajoutent des données relatives à la structure du diagramme de préséances, c'est-à-dire le « order strength » et le « west ratio »

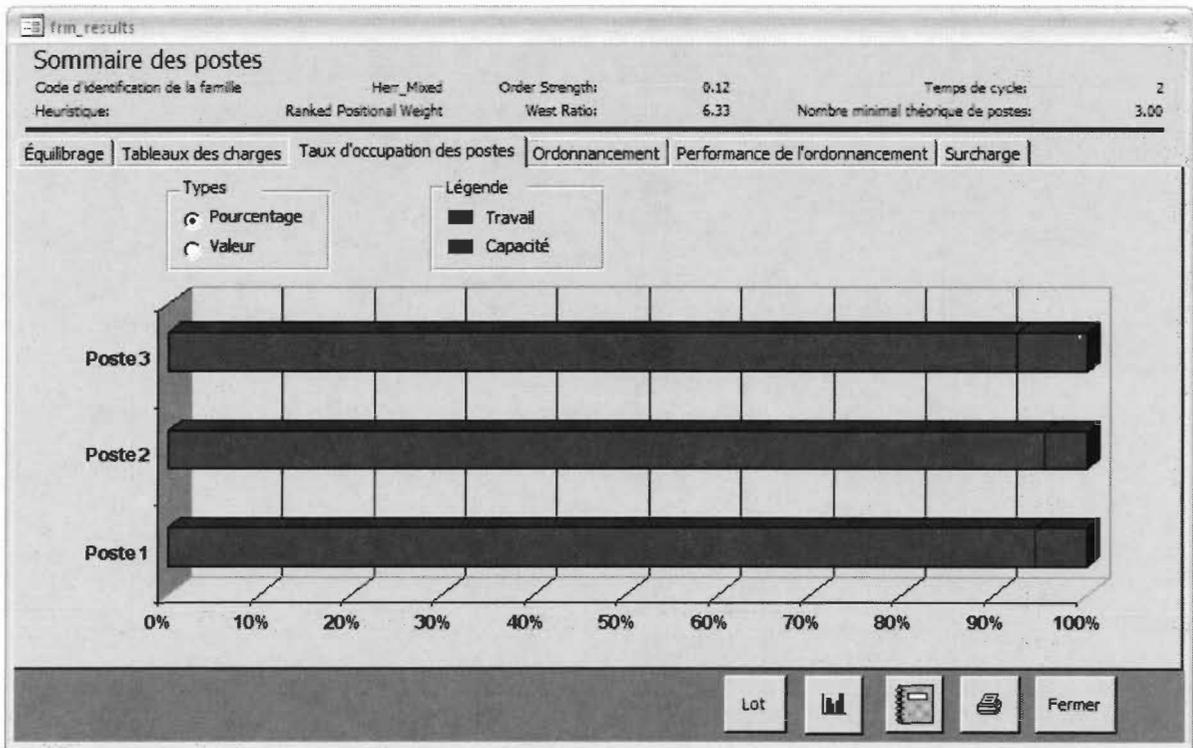
En position centrale, la liste des postes avec les éléments de travail qui leurs sont alloués, leur temps de travail, le temps d'inactivité à chacun des postes.

Les mesures de performance de l'équilibrage sont affichées au bas de la fenêtre. Elles comprennent la capacité de la ligne, son efficacité, le « balance efficiency », le coefficient de variation entre les postes, le « balance delay » et l'indice de lissage.

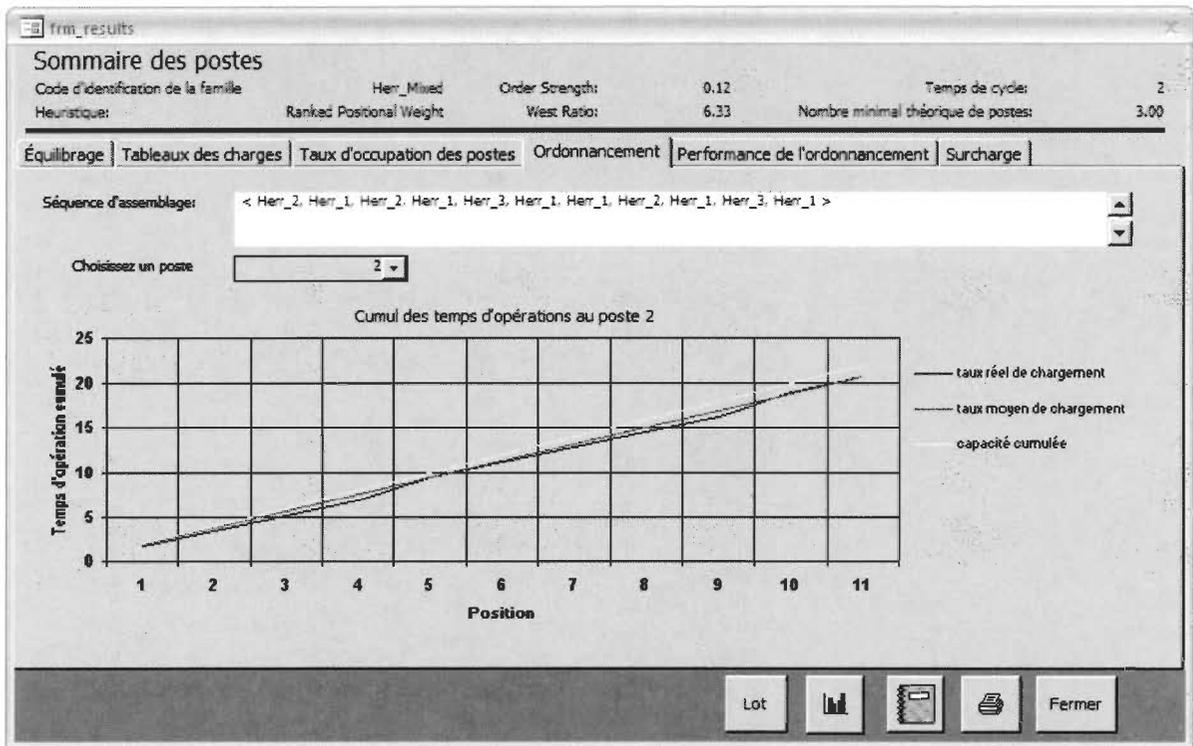


Le second onglet présente sous forme de graphique les résultats chiffrés de l'onglet précédent. L'utilisateur a le l'option de choisir le type l'affichage des charges de travail des postes par produit ou la distribution des temps moyens des postes.





Le troisième onglet illustre le taux d'occupation des 3 postes versus leur taux d'inactivité.



Le quatrième onglet présente la séquence de lancement des produits sur la ligne compte tenu du résultat de la procédure d'ordonnement de Moodie et Young. Ce résultat est également présenté sous forme de graphique.

frm_results

Sommaire des postes

Code d'identification de la famille: Herr_Mixed Order Strength: 0.12 Temps de cycle: 2
 Heuristique: Ranked Positional Weight West Ratio: 6.33 Nombre minimal théorique de postes: 3.00

Équilibrage | Tableaux des charges | Taux d'occupation des postes | Ordonnement | Performance de l'ordonnement | Surcharge

N° de poste: 1

Position	N° Modele	Temps standarc	Temps cumu	Capacite cumu
1	Herr_1	1.9	1.9	2
2	Herr_2	1.8	3.7	4
3	Herr_3	1.8	5.5	6
4	Herr_1	1.9	7.4	8
5	Herr_1	1.9	9.3	10
6	Herr_2	1.8	11.1	12

N° Poste	Taux d'exces individuelle	Taux d'exces cumuli
1	0.00	0.00
2	0.18	0.09
3	0.45	0.09
*		

Lot [Bar Chart] [Print] [Close]

Dans cet onglet, le résultat de la procédure d'ordonnement est présenté pour être analysé. Pour chaque poste de la ligne, le temps de traitement de chaque produit lancé et son influence sur la performance de ce poste sont cumulés.

frm_results

Sommaire des postes

Code d'identification de la famille: Herr_Mixed Order Strength: 0.12 Temps de cycle: 2
 Heuristique: Ranked Positional Weight West Ratio: 6.33 Nombre minimal théorique de postes: 3.00

Équilibrage | Tableaux des charges | Taux d'occupation des postes | Ordonnement | Performance de l'ordonnement | Surcharge

N de poste : 1

N° Pos	Position	N° Modele	Temps standar	Capaciti	Surcharge
1	1	Herr_1	1.9	2	0
1	2	Herr_2	1.8	2	0
1	3	Herr_3	1.8	2	0
1	4	Herr_1	1.9	2	0
1	5	Herr_1	1.9	2	0
1	6	Herr_2	1.8	2	0
1	7	Herr_1	1.9	2	0

Temps total de production: 20.4
 Surcharge totale: 3.4
 Temps libre total: 7.3
 Pourcentage de surcharge: 16.6667
 Pourcentage de temps libre: 11.0606

N° Poste	Surcharge total	Temps libre total	Pourcentage de surcharg	Pourcentage de temps li
1	0.00	1.60	0.00	
2	1.40	2.70	0.28	
3	2.00	3.00	0.40	

Lot [Bar Chart] [Notepad] [Printer] Fermer

En dernier lieu, pour chaque poste, sont présentés les effets des lancements des produits. L'utilisateur pourra à cet étape identifier ou sont enregistrés les surcharges et ainsi prévoir l'emplacement d'éventuels goulots d'étranglement.

Un ensemble d'états permettent à l'utilisateur d'explorer les potentialités d'une telle application. Par contre un seul est accessible directement de l'interface utilisateur, en cliquant au bas de la fenêtre des résultats le bouton correspondant au bloc notes.