



Código	FPI-009
Objeto	Guía de elaboración de Informe de avance y final de proyecto
Usuario	Director de proyecto de investigación
Autor	Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UNLaM
Versión	2.1
Vigencia	13/10/2015

Unidad Ejecutora:

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas

Título del proyecto de investigación:

Modelo Computacional para el Control de Crecidas en Canales y Ríos con
Frontera Móvil

Código del proyecto:

C181

Programa de acreditación:

PROINCE

Director del proyecto:

Guillermo Blas Sentoni

Co-Director del proyecto:

Ariel Fraidenraich y Waisman

Integrantes del equipo:

Daniel Oscar Diaz

Pablo Espiñeira

Martín Bella

Fecha de inicio:

01/01/2016

Fecha de finalización:

31/12/2017

Informe final

Sumario:

1. Resumen y palabras clave.....	p. 2
2. Memoria descriptiva.....	p. 2
3. Informe final.....	p. 5
4. Cuerpo de anexos.....	p.11

1. Resumen y palabras clave

El objetivo principal de este trabajo fue desarrollar un modelo numérico, robusto y eficiente para que pueda ser utilizado en problemas de control de inundaciones en ríos y canales abiertos. (Awruch, 1983). En otras palabras, se trató de implementar un modelo bidimensional de aguas poco profundas y aplicar la teoría de control óptimo y de sensibilidad para contribuir a crear políticas de operación de estructuras hidráulicas y así poder atenuar las crecidas que es un problema ambiental importante (Fraidenaich et al., 2003a). Problemas relacionados con inundaciones en el nordeste de Argentina tiene influencia en regiones de la cuenca del río Paraná donde es importante el control y la regulación de las inundaciones. En estas cuencas el porcentaje del área ocupada por los ríos tiene gran importancia y las poblaciones están concentradas en las áreas bajas; por lo tanto el riesgo de tener áreas inundadas es alto y consecuentemente los daños ocasionados también. Las características climáticas (como las lluvias) y las geográficas contribuyen para que el problema de las inundaciones sea de crucial importancia.

Se describen los que se consideran resultados positivos alcanzados con modelos computacionales que no pudieron ser validados experimentales por limitaciones presupuestarias. Asimismo la formación de recursos humanos, publicaciones y presentaciones realizadas tanto en Congresos como en el ámbito de la Carrera de Ingeniería Civil.

Se elaboran conclusiones y se presentan diversas líneas a desarrollar en futuros proyectos.

Palabras clave: Control, crecidas en ríos y canales, frontera móvil, regiones, modelo numérico, hidrograma de descarga.

2. Memoria descriptiva

2.1. Definición del problema

En regiones urbanas suelen producirse inundaciones por lo que se hace importante el control y la evacuación de las mismas. El objetivo global es generar un modelo numérico que resuelva el problema de propagación de crecidas. Las características climáticas (como las lluvias) y las geográficas contribuyen para que el problema de las inundaciones sea de crucial importancia. Los riesgos asociados a la propagación de crecidas son muy importantes. Cabe a los ingenieros civiles hacer un estudio para prevenir y minimizar los daños y dar soluciones para mejorar la calidad de vida en la región. Generalmente se poseen diferentes métodos para proteger a los ciudadanos como, por ejemplo, la construcción de vertederos para controlar los caudales de crecidas. Estas son obras masivas que requieren una gran inversión en dinero y tiempo de construcción e influyen en las condiciones del medio ambiente. Provocan fuertes cambios en las condiciones climáticas que deben ser prevenidas e incorporadas en las condiciones de diseño. Por otro lado, cambiar las dimensiones de los ríos para que las descargas sean más suaves es una solución difícil de implementar, pues normalmente existe una población alrededor de los ríos y dicha población puede ser perjudicada (Yang,

2008). Por estos motivos se pretende contribuir a crear una política de control de inundaciones basada en la resolución del problema de aguas poco profundas bidimensionales con contornos móviles y cauce fijo. Se tratará de generar coeficientes de sensibilidad por medio de un problema de optimización para dar solución a la regulación de las crecidas. Por otro lado se generará un código numérico-computacional robusto y eficiente que no sólo permita trabajar con cauces fijos y contornos móviles sino también que abarque cualquier dominio geométrico como sucede en la propagación de crecidas en ríos.

2.2. Hipótesis

Se introduce como hipótesis de la propagación de crecidas la condición física de aguas poco profundas que es la situación que se aplica en la construcción de los programas.

Los escurrimientos que caracterizan los problemas de aguas poco profundas son aquellos en que la dimensión vertical es mucho menor que una escala horizontal típica y esto sucede en muchas situaciones de relevancia práctica. Generalmente se puede asumir que el flujo es horizontal, o sea, que la distribución de presiones es hidrostática ya que se supone que no existe aceleración a lo largo de la dimensión vertical. A veces pueden ocurrir problemas de estratificación debido a una distribución de temperatura o de salinidad no homogéneas en el sentido de la profundidad, el escurrimiento será 3D o 2D con diversas capas, existiendo tensiones de fricción entre capas y el fondo. Existe una diversidad de problemas que pueden ser resueltos utilizando un modelo de aguas poco profundas "SWE (Shallow Water Equations) 2D" tales como escurrimientos atmosféricos (importantes para la predicción numérica del tiempo), escurrimientos provocados por las mareas en ríos, lagos, estuarios y en zonas costeras, escurrimientos en torno de estructuras, análisis de ruptura de diques (flujo con discontinuidades), simulación de Tsunamis y problemas de resonancia en puertos. Las hipótesis en que se basa el modelo de aguas poco profundas son las siguientes (Vreugdenhil, 1981 y Lendertse, 1967, Baliño et al. 2001, Fraidenaich, Jacovkis y Lima, 2003a): Se considera en un fluido Newtoniano incompresible, una distribución hidrostática de las presiones en la dirección vertical de las profundidades. Se considera una distribución horizontal de las velocidades en el plano (x, y) . Las tensiones tangenciales de fondo son funciones de los campos de altura y velocidades. Para consideraciones prácticas se consideran las hipótesis de que la velocidad es uniforme con la profundidad y la distribución hidrostática de presiones se satisfacen cuando $H/L < 0.05$. En la superficie se considera el efecto de las tensiones provocadas por el viento. La columna de agua está correctamente mezclada en la dirección vertical, o sea no se consideran estratificaciones. Las ondas consideradas son de pequeña amplitud y de gran período ("tidal waves"). Las fuerzas de gravedad y de Coriolis deben ser consideradas, pues esta última es importante en canales o ríos de longitud importante.

2.3 Metodología del trabajo desarrollado

Para resolver la solución directa e inversa utilizamos el funcional ampliado.

$$J = \int_0^T \int_{\Gamma} r + \phi [h_t + p_x + q_y] + \Psi^x [p_t + (p^2/h + g h^2/2)_x + (pq/h)_y - gh(S_0^x - S_f^x)] d\Gamma dt$$

1 donde p es la cantidad de movimiento en x , q es la cantidad de movimiento en y , h es la altura del fluido y t es el tiempo. El vector adjunto es $\varphi = (\varphi, \Psi^x, \Psi^y)$.

2 Γ representa la frontera del dominio espacial bidimensional, $r(h, p, q, x, y, t)$ la función objetivo. La función de sensibilidad está vinculada a la función objetivo r propuesta. Para controlar la altura en el escurrimiento

$$3. \quad r(h, p, q, x, y, t) = 1/2(h - \bar{h})^2 \delta_{(x-x_0, y-y_0)}, \quad \text{si } (h - \bar{h}) > 0,$$

$$4. \quad r(h, p, q, x, y, t) = 0, \quad \text{si } (h - \bar{h}) \leq 0,$$

5. \bar{h} es la máxima altura permitida en un determinado punto del dominio (x_0, y_0) , que será el punto más desfavorable del dominio considerado en el sentido de que en el mismo se produzcan daños que deban ser evitados. Se adopta un dominio rectangular, donde la primera variación del funcional para un dominio 2D está dada en (Sanders, 2000).

6. La minimización del funcional citado implica la resolución directa e inversa de forma tal que para efectuar tal resolución se emplea FEM-Taylor-Galerkin en dos avances temporales. Se aplica el método de Galerkin para resolver el avance de la onda correspondiente a la parte espacial y de Taylor para resolver el avance correspondiente a la parte temporal. Se resuelve con esta metodología debido a su facilidad de su implementación pero debido a que es un esquema explícito queda muy acotado el incremento temporal.

7. Para la introducción de las condiciones de borde móviles la técnica fue seguir las líneas costeras de separación de los dominios alternativos de secado y mojado (Heniche et al., 2000). Para cada avance temporal del programa se actualiza el dominio de resolución del sistema conservativo que luego se resuelve por medio de FEM-Taylor-Galerkin. Se produce una transferencia de masa desde las zonas secas a las mojadas para poder considerar en la resolución las zonas parcialmente mojadas. En las zonas donde las ecuaciones no se resuelven porque son secas se congela la superficie libre o se aumenta el coeficiente de Manning.

2.4 Actividades de investigación:

Investigación bibliográfica.

Determinación del caudal de diseño para la simulación de una crecida

Experimentación en laboratorios

Test de contornos móviles

Optimización y control

Paralelización del programa

Experimentación numérica en "clusters"

Extensión a cualquier dominio.

A dichas tareas se agregó

Investigación de flujos potenciales en dominios múltiplemente conexos y paralelización computacional

3. Informe Final

3.1 Tareas de investigación desarrolladas

Investigación bibliográfica, se ha concretado en un 100%

- Determinación del caudal de diseño para la simulación de una crecida, se ha realizado en un 100%.
- actividad experimental. No se realizó pues estaba prevista para hacerlo en laboratorios externos a la UNLaM, pero no se pudieron concretar debido a la falta de presupuesto de las instituciones para la compra de los equipos adicionales que había que agregar a las instalaciones de las distintas instituciones con las cuales se intentó hacerlo.
Se intentaron interacciones con el Laboratorio Nacional del Agua (INA), con el Laboratorio de Ingeniería Hidráulica del FCEIA de Rosario y con la UFPE (Universidad Federal de Pernambuco).
- Test de contornos móviles, grado de avance 60% .Se realizó un trabajo parcialmente validado numéricamente con resultados extraídos de la publicación internacional “Advances in Water Resources” y con aportes originales para resolver las zonas secas o parcialmente mojadas. El resultado de esta tarea será difundido mediante la publicación de un artículo internacional, como el “Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences”.
- Optimización y control, se ha concretado en un 40%. Se siguieron dos líneas de investigación en el área de control.
Por un lado, se siguió la implementación de Sanders y Katapodes de minimización de un funcional Lagrangeano que contiene las ecuaciones de conservación en el espacio adjunto. Se trata de resolver el sistema adjunto y si bien aun no se consiguieron los resultados esperados, fue aceptado un resumen enviado al Congreso ENIEF 2017.
Por otro lado, se realizó un estudio basado en la construcción del espacio de fases. En esta línea, se realizó una publicación en la revista Atenea, de la UdeMM y se envió un artículo para su evaluación a la revista del REDDI-UNLaM.
Como ya se explicó se trato de conseguir resultados experimentales para la validación del esquema numérico pero se encontraron dificultades por la falta de recursos económicos.
- Paralización del programa, 100% realizado. Se realizó con la metodología OpenMP y se corrió el programa en el CRCN (centro Regional de Ciencias Nucleares Pernambuco, Brasil).
- Experimentación numérica en “clusters”, se ha realizado en 100%. Se realizó con la metodología OpenMP en el CRCN.

- Extensión a cualquier dominio. Dificultades en tareas relacionadas impidieron su realización.

- Tareas agregadas

En el proyecto original estaba contemplada la validación experimental del modelo numérico. Debido a los inconvenientes surgidos para conseguir datos experimentales, se buscaron alternativas como simplificar el modelo y obtener soluciones analíticas y numéricas.

Con este fin se pensó en la validación del proyecto incluyendo densificaciones laterales e islas interpuestas. Debido a esto, surgió la necesidad de agregar una nueva tarea:

- Investigación de flujos potenciales en dominios múltiplemente conexos. Se realizó en dos etapas en febrero de 2017 (recinto doblemente y triplemente conexo) y del 02-08 de julio de 2017 (múltiplemente conexos complejos). Grado de avance 100% y 40% respectivamente.

La primera etapa se ha realizado con éxito parcial para el caso doblemente conexo y cuando se va a un recinto triplemente conexo se presentan pequeños problemas en la obtención de las líneas de corriente y el Hamiltoniano. En la segunda etapa, para resolver los inconvenientes presentados, se empieza a usar un software desarrollado en el Imperial College, que debido a la generalidad de su planteo, no se pudo adaptar al problema particular. Todo el trabajo relacionado a esta tarea se realizó en colaboración con el Dr. Giovanni Vasconcellos del Departamento de Física de la Universidad Federal de Pernambuco (DF-UFPE). En un futuro proyecto se piensa continuar con esta línea de trabajo

- Debido a la alta carga computacional del software desarrollado fue necesario paralelizar su ejecución. Dicha tarea se realizó en arquitecturas de memoria compartida utilizando la biblioteca OpenMP. En un futuro se trabajará sobre tres aspectos importantes:
 - * Reducir la memoria principal utilizada
 - * Optimizar los patrones de acceso a las diferentes jerarquías de memoria.
 - * Aprovechar las capacidades de procesamiento sobre arquitecturas heterogéneas (CPU+GPU) que nos brinda OpenMP Version 4.5.Esto nos permitirá un procesamiento más eficiente de mallas de elementos finitos de mayor densificación y realizar simulaciones de una duración superior.

La segunda línea, correspondientes a los resultados hallados recientemente corresponde al área de contornos móviles de zonas parcialmente mojadas y secas en el dominio computacional elegido. Se pretende hacer la misma simulación que el artículo Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M. (2000), "A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries", *Advances in Water Resources*, Vol. 23, pp. 359-372. El objetivo es calibrarlo con estos datos numéricos y presentar resultados innovadores a una revista internacional

3.2 Resultados obtenidos

Se desarrolló un programa que soluciona el problema directo en ríos y canales abiertos para lo que se utilizó la metodología de FEM-Taylor-Galerkin. Se experimentó numéricamente con la propagación de crecidas, onda solitaria, ondas simples y de choque con buenos resultados.

Se reprodujeron los términos fuente de viento, Chézy y Coriolis de las ecuaciones de conservación obteniéndose resultados en acuerdo con la literatura. También se realizó un pre y post procesamiento que permiten encarar problemas más densificados. De esta forma se mejora la calidad de la visualización de los resultados y se da un muy buen ordenamiento de los datos de entrada del programa. Lo expuesto permitió comprobar la obtención de mejores resultados con mallas más densificadas, trabajándose con incrementos temporales de 1/8000 segundos e incrementos espaciales que cumplen con la condición de Courant.

Se está trabajando junto con los alumnos que participan en el proyecto Iván Orlando di Marco y Andrés Fernando Sueso para ajustar una crecida máxima con datos brindados por la Sub Secretaria de Recursos Hídricos de la Nación. Se ajustó la onda de crecida como condición de borde en la sección de entrada con valores observados siguiendo a Fattorelli, Fernandez, 2011. De este modo se estudió la efectividad de la evacuación de las crecidas.

3.2.1 Publicaciones y presentaciones

Se realizaron varias publicaciones y presentaciones con el objeto de divulgar los resultados obtenidos.

“Experimentación numérica basada en la metodología de Taylor Galerkin bidimensional para resolver la propagación de crecidas en ríos y canales abiertos” en el Congreso Fluidos 2016 (“XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones”). Organizado por el CCT (Centro Científico Tecnológico), La Plata, y patrocinado por el CONICET e IFLYSIB Instituto de Física y Sistemas Biológicos.

Publicación del trabajo “Simulación numérica de las crecidas en ríos y canales abiertos utilizando el método de Taylor Galerkin 2D” en la revista ATENEA de la UdeMM (Fundación Universidad de la Marina Mercante). Previo al inicio del C181

Publicación de “Simulando Crecidas en Ríos y Canales utilizando Computadoras” en la revista (ReDDI) del DITT-UNLAM. (Aprobada para su publicación).

Publicación del trabajo “Estudio de algunas sensibilidades en canales abiertos usando las ecuaciones de aguas poco profundas” en la revista ATENEA de la UdeMM (Fundación Universidad de la Marina Mercante). Enviado en diciembre 2017 y aceptado para su publicación.

“Calculo numérico de sensibilidades en canales abiertos” enviado para su evaluación a la revista (ReDDI) del DITT-UNLAM. (Diciembre del 2017).

“Control de crecidas en problemas de aguas poco profundas bidimensionales usando el método de Taylor Galerkin en dominios con obstáculos circulares”. Abstract publicado en ENIEF 2017, 11-07-2017.

Se dictó un seminario de divulgación de los trabajos realizados relacionados a este proyecto para los alumnos de Hidráulica General, en el segundo cuatrimestre del 2016

Se realizó un Seminario de cuatro semanas, los sábados de 8:00 a 12:00 durante enero 2017. El mismo consistió en una introducción a FEM (Método de los elementos finitos) y fue dictado por el Prof. Ariel Fraidenraich para los tres alumnos Iván Orlando Di Marco, Fernando Sueso y Maximiliano Pérez.

Se impartió un Curso de Introducción al método de los elementos a Profesores de Ing. Civil durante el segundo cuatrimestre del 2017.

3.2.2

Se realizaron diversas tareas de vinculación con otros grupos de investigación.

Se concretó un Convenio Marco Internacional con el CRCN: (Centro regional del Nordeste, Recife Brasil).

Se comenzó con la tramitación de un Convenio Marco Nacional con Facultad de Ciencias Exactas y Agronomía (FCEIA), Universidad Nacional de Rosario. Laboratorio de Hidráulica

3.2.3 Formación de recursos humanos;

Formación de los alumnos Iván Orlando Di Marco de Ing. Civil y Fernando Sueso de Ingeniería Informática, ambos del DITT-UNLaM.

Los dos alumnos resolvieron el problema de hallar el caudal de diseño en forma integral. Además, Fernando Sueso colaboró en la paralelización del programa fuente.

En el caso de Iván Orlando Di Marco se le otorgó la Beca UNLaM.

En esta línea de trabajo el futuro Ing. Maximiliano Jesús Pérez, quien cursa las últimas materias de la carrera en Ingeniería Informática del DIIT y paralelamente trabaja en la presentación de su propuesta de Doctorado en la Facultad de Informática de La Plata, tiene previsto proponer al Dr. Fernando Tinetti (docente de la Fac. Informática de La Plata) como Director y al Dr. Ariel Fraidenraich y Waismann (co-director del presente proyecto) como codirector.

El mencionado alumno tiene previsto iniciar su doctorado en julio de 2018.

Altas y Bajas de integrantes:

Altas:

Iván Orlando Di Marco (Beca UNLaM 2017), desde el 01/01/2016

Fernando Sueso, desde el 01/01/2016.

Bajas:

Iván Orlando Di Marco. El 11/07 2017 se le otorgo la baja tanto para el proyecto como para la beca UNLaM 2017 debido a problemas familiares.

3.3 Conclusiones

Se considera que el proyecto avanzó adecuadamente en función de lo planificado al inicio debido a que se ha resuelto muy bien la solución directa. Se encaró el problema de control ASM-Taylor-Galerkin en un canal rectangular con condiciones de borde móviles. Además, se puso a punto el pre y el post procesamiento que permite una visualización dinámica de las variables y un ordenamiento más sofisticado de los datos.

Se logró encontrar una condición de entrada real con datos brindados por la Sub Secretaria de Recursos hídricos de la Nación que permitió simular la entrada de la crecida al canal y analizar cómo se atenúan los caudales.

Se trabajó en la generación de condiciones de borde móviles y en la obtención de la solución adjunta basado en ASM-Taylor-Galerkin. Consideramos que la ecuación adjunta según la línea de Sanders y Katapodes, 2001 resuelve (de manera experimental la problemática).

Cabe destacar que el abordaje para resolver la solución directa y la inversa con un programa de Elementos Finitos es de carácter innovador pues hasta donde se sabe no se ha encarado de esta manera.

Se cumplió con las tareas propuestas y se avanzó en el desarrollo de un programa eficiente para resolver experimentalmente la propagación de crecidas tal como se había propuesto en el Formulario de Presentación (FPI-002).

De acuerdo a lo programado, en un nuevo proyecto se va a paralelizar el software computacional para poder usar los "clusters" del CRCN en forma remota. Se prevé (de materializar el convenio de Colaboración) resolver simultáneamente experimentos en laboratorios de hidráulica en el FCEIA (Facultad de Ciencias Exactas y de Agronomía, Rosario). Mas allá de los requerimientos para la puesta a punto del Convenio Marco entre UNLaM y FCEIA se produjo una demora que no permitió a los miembros del proyecto validar las simulaciones numéricas tal como estaba previsto. Esta demora tuvo que ver con la puesta a punto en el FCEIA del mencionado canal que permitirá validar las simulaciones numéricas centradas en el problema de propagación de crecidas de onda de choque y de onda solitaria. Cabe aclarar que la comprobación experimental de los resultados numéricos correspondientes a la onda solitaria es un aporte original del presente proyecto.

3.4 Bibliografía Utilizada

Awruch, A. M. (1983). Modelos Numéricos em Hidrodinâmica e fenômenos de Transporte Usando o Método dos Elementos Finitos. Teses de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.

Cacuci D. G. (2003). "Sensitivity and Uncertainty Analysis Theory, volume 1". Chapman & Hall / CRC.

Fattorelli S., Fernandez P. C. (2011), Diseño Hidrológico, Segunda Edición digital, INA publicada en la biblioteca virtual de la Wasa GN Water Assesment & Advisory Glllobal Network.

Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M. (2000), "A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries", Advances in Water Resources, Vol. 23, pp. 359-372.

Hof, B. H. and Vollebregt, E. A. H. (2005). "Modelling of Wetting and drying of Shallow water using artificial porosity", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 48, pp. 1199-1217.

Horrit, M. S. (2001). "Evaluating wetting algorithms for finite element models of shallow water flow", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 55, pp. 835-851.

Katapodes, D. and Sanders B. F. (1999) "Active Flood Hazard Mitigation. II Omnidirectional Wave Control", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 125, pp. 1071-1083.

Pacheco P. (January 21, 2011) An Introduction to Parallel Programming - Peter Pacheco - Publisher: Morgan Kaufmann; 1 edition - ISBN-10: 0123742609 ISBN-13: 978-0123742605.

Yang, D., Wang, S. S. Y. (2006). "Optimal Control of Open – Channel Using Adjoint Sensitivity Analysis", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 132, No. 11, pp. 1215-1228.

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2005). The Finite Element Method. 6 th Ed., Vol. 3, Butterworth-Heinemann, Oxford.

4. CUERPO DE ANEXOS

Anexo I: Conteniendo el formulario FPI-015: Rendición de gastos del proyecto de investigación acompañado de las hojas foliadas con los comprobantes de gastos.

Ver Archivo Adjunto: 677_FPI015.doc

Anexo II:

Información de altas / bajas de integrantes del equipo de investigación

Se incorporaron a los siguientes alumnos:

Iván Orlando Di Marco (Ing. Civil) DITT-UNLaM con beca UNLaM 2016

Andrés Fernando Sueso (Ing.Informática) DITT- UNLaM. Ad. Honorem

Renuncio al proyecto al concluir su beca el alumno:

Iván Orlando Di Marco (Ing. Civil) DITT-UNLaM con beca UNLaM julio 2017

Anexo III:

Certificados de participación de integrantes en eventos científicos.



XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

Por medio del presente dejamos constancia que el trabajo:

EXPERIMENTACIÓN NUMÉRICA BASADA EN LA METODOLOGÍA DE TAYLOR GALERKIN BI-DIMENSIONAL PARA RESOLVER LA PROPAGACIÓN DE CRECIDAS EN RÍOS O CANALES ABIERTOS

Fraidenraich A, Altenberg A

ha sido expuesto en la XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones, llevada a cabo los días 9, 10, y 11 de Noviembre de 2016 en la ciudad de La Plata, Buenos Aires, Argentina.



La Plata

Guillermo J. Zarragoicoechea
Coordinador Fluidos 2016

Mail al Dr. Ariel Fraidenraich:

Felicitaciones, el resumen de su trabajo CONTROL DE CRECIDAS EN PROBLEMAS DE AGUAS POCO PROFUNDAS BIDIMENSIONALES USANDO EL METODO DE TAYLOR GALERKIN EN DOMINIOS CON OBSTACULOS CIRCULARES ha sido aceptado para ser presentado en ENIEF 2017 que tendrá lugar en 2017-11-07 en La Plata.

Muchas gracias y esperamos contar con su participación en este congreso.

Dra. Laura Bataglia

Anexo IV:

Copia de artículos presentados en publicaciones periódicas y ponencias presentadas en eventos científicos

Ponencia presentada en Fluidos 2016

<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> $F_1 = \left(\rho \frac{u^2}{2} + \rho \frac{v^2}{2} + \rho \frac{w^2}{2} \right)^T$ $F_2 = \left(\rho \frac{u^2}{2}, \rho \frac{v^2}{2}, \rho \frac{w^2}{2} \right)^T$ $R_1 = (\rho, -\rho h(S_T - S_T), -\rho h(S_T - S_T))^T$ <p>h Profundidad de agua ρ flujo de descarga en la dirección x ρ flujo de descarga en la dirección y</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>$(S_T - S_T)$: Pendiente topográfica en la dirección x menos pendiente de fricción en la dirección x</p> <p>$(S_T - S_T)$: Pendiente topográfica en la dirección y menos pendiente de fricción en la dirección y</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>ESQUEMA NUMERICO EN (FEM) METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (FORMULACION DEBIL)</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>Aproximación de Taylor – Galerkin</p> <p>Primer avance temporal</p> $U^{n+\frac{1}{2}} = U^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(R_1 + \frac{\partial R_{adj}}{\partial x_1} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} \right)_{(t_n)}$ <p>Segundo avance temporal</p> $U^{n+1} = U^{n+\frac{1}{2}} - \Delta t \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_1} - \frac{\partial R_{adj}}{\partial x_1} - R_1 \right)_{(t_{n+\frac{1}{2}})}$
<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>PLANTEO DE LA RESOLUCION DEL SISTEMA LINEAL COMO ALGORITMO DE MULTIPASO</p> $M U = R H S(U)$ <p>SISTEMA RAPIDAMENTE CONVERGENTE</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>ALGORITMO CONVERGENTE UTILIZADO</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> $M_k U_k^{n+1} = R H S(U^n) - (M - M_k) U_k^{n+1}$ <p>k = 0, ..., N</p> $R H S(U^n) = M U^n + R_s + S_D$	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>M_k: Matriz concentrada, M: Matriz de masa global</p> <p>$R_s + S_D$: Integral de superficie de los gradientes de las (flujos menos los términos viscosos) e integrales de línea de los (flujos menos los términos viscosos) sobre la frontera.</p>
<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> $M_k U_k^{n+1} = R H S(U^n) - (M - M_k) U_k^{n+1}$ <p>k = 0, N</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>SI SUCEDE QUE LA NORMA INFINITA DE X ES INFERIOR A 1</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> $x = M_k^{-1} (M - M_k)^{-1} M_k^{-1}$ $\Delta U^n = \left(M_k^{-1} \sum_{j=0}^N (-1)^j X^j M_k^{-1} \right) R H S$	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>Aproximación de Taylor – Galerkin</p> <p>Condición de estabilidad de Courant</p> $\Delta t_F < \frac{\beta h_F}{M a x_k (u + c)}$ <p>Δt_F: Avance temporal elemental β: Factor de seguridad (los términos viscosos) e u: Velocidad del fluido c: Velocidad de propagación de onda h_F: longitud característica del elemento</p>
<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>Implementación</p> <p>El programa de FEM (Taylor-Galerkin) fue creado en la UFRGS, modificado</p> <p>Consta de una malla de elementos finitos</p> <p>Pre procesamiento Post procesamiento</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>PRE PROCESAMIENTO (Dominio Rectangular)</p> <p>Funciones de forma para elementos finitos triangulares</p> <p>Malla uniforme</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>Sistema implementado para realizar cualquier tipo de mado rectangular</p> <p>Entrada: Dimensiones rectangulares, número de división, las coordenadas y conectividades de una malla inicialmente densificada</p> <p>Salida: Todos los datos básicos necesarios para crear una malla con una dada densificación</p>	<p>XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones</p> <p>POST PROCESAMIENTO</p> <p>ENTRADA: Coordenadas, Conectividades, Velocidades, Alturas en cada tiempo simulado</p> <p>SALIDA: Velocidades, Alturas, Líneas de contorno 2D y 3D.</p>

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

METODOLOGÍA (Taylor-Galerkin)

VALIDACION

25

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

PROBLEMA DIRECTO DE CONTROL

Canal rectangular ($L_x=1000\text{ m}$ y $L_y=100\text{ m}$).

Entrada : Condiciones de contorno: $p(0, y, t) = 0.716 + sech^2(0.03(t - 120))$, $q(0, y, t) = 0.0$, $h(0, y, t) = 2.0$

Salida (condiciones de borde) $h(L_x, y, t) = 2.0$, $q(L_x, y, t) = 0.0$

26

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

Condiciones de borde laterales $q(x, L_y, t) = 0.0$

Condición inicial $q(x, y, 0) = 0.0$, $p(x, L_y, t) = 0$, $h(x, y, 0) = 2.0$

Pendientes $S_0^1 = 0.00001$, $S_0^2 = 0$ Coeficiente de resistencia de Chézy $C = 80 \frac{m^{1/3}}{s}$

27

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

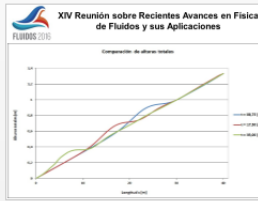
PROPAGACION DE LA ONDA SOLITARIA

LA ONDA CINEMATICA AVANZA DE DERECHA A IZQUIERDA A CONTRAPENDIENTE

(GONZALEZ, MORGAN, ZIENKIEWICZ, JIN, ZIENKIEWICZ, TAYLOR, 2005)

EN ESTE GRAFICO SE PUEDE APRECIAR LA DISTRIBUCION DE LA ALTURA TOTAL Y LA TOPOGRAFICA PARA DISTINTOS TIEMPOS

28



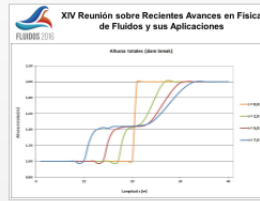
29

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

PROBLEMA DE LA CAPTURA DE LA ONDA DE CHOQUE

(ZIENKIEWICZ, TAYLOR, 2005; VARELLA, 1997)

30



31

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

PROPAGACION DE UNA ONDA SIMPLE EN UN CAUCE BIDIMENSIONAL CON UN BORDE ABIERTO Y OTRO CERRADO

(ANUSCU, 1982)

32

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

PROPAGACION DE LA ONDA SIMPLE

(ANUSCU, 1982; VARELLA, 1997)

33



34



35

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

ENSAYOS EN CANALES ABIERTOS RECTANGULARES CON DISTINTOS TERMINOS FUENTES COMO SON EL VIENTO Y CORIOLIS (150 km)

(ANUSCU, 1982)

36

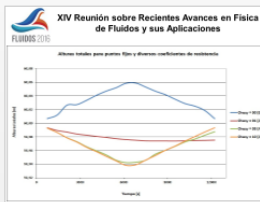


37

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

EXPERIENCIAS CON DISTINTOS VALORES DE RESISTENCIA DE CHEZY

38



39

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

EVOLUCION DE LA ONDA DINAMICA DIRECTA REALIZADO COMPLICANDO VARIAS FOTOGRAFIAS DINAMICAMENTE

(VARELLA, 1997)

40

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

EVOLUCION DE LA ONDA DINAMICA DIRECTA

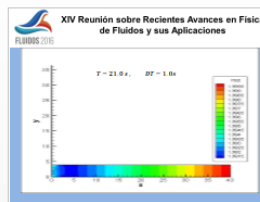
41

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

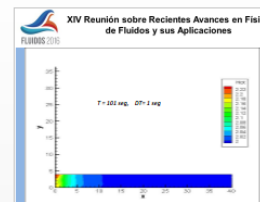
Líneas de contorno de las alturas en tiempo real

Estos gráficos muestran como está interactuando el post procesamiento para cada tiempo

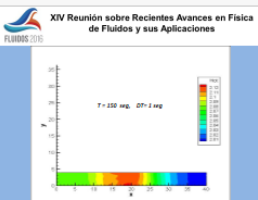
42



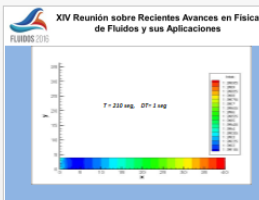
43



44



45



46

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

Ventajas del sistema computacional que se está implementando

47

XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones

El programa está basado en las hipótesis de aguas poco profundas bidimensionales.

La construcción basada en principios físicos sólidos como hipótesis del problema.

Se está tratando de crear un programa genérico que resuelva el problema de las inundaciones.

48

Resolución explícita

Un único modelo computacional para problema directo y adjunto

Esta es una propuesta novedosa en la construcción del modelo numérico

49

DESVENTAJAS

Los incrementos temporales son pequeños

Esto implica también un gran esfuerzo computacional importante

50

LINEAS DE TRABAJO ACTUALES

Ajustar una creciete máxims como condició de entrada

Experimentos en el Laboratorio FCEIA Rosario validación de resultados

51

CONTROL DE INUNDACIONES

INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA CONDICIONES DE BORDE MÓVILES

PARALELIZACIÓN DEL PROGRAMA PARA LA SIMULACIÓN DE PROBLEMAS MÁS COMPLEJOS

52

REFERENCIAS

53

REFERENCIAS SOBRE LAS LINEAS DE TRABAJO PROPUESTAS

54

REFERENCIAS SOBRE LAS LINEAS DE TRABAJO PROPUESTAS

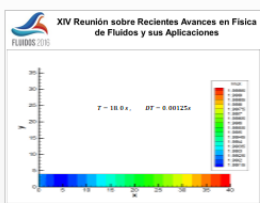
55

REFERENCIAS

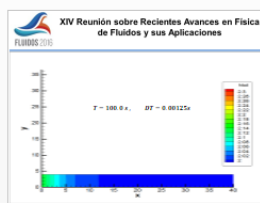
56

RESULTADOS NUMERICOS DE LA LITERATURA PARA UN INCREMENTO TEMPORAL DE 0.00125 segundos

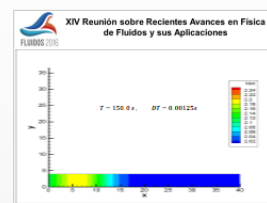
57



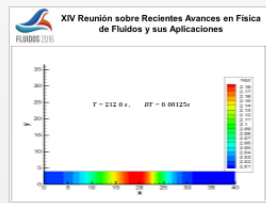
58



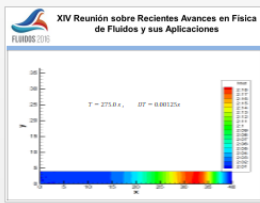
59



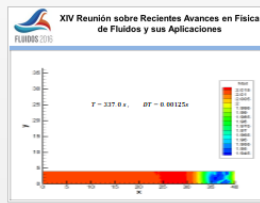
60



61



62



63

PICO MÁXIMO DE INUNDACIÓN (m)	
Tempo de inundación de onda solitaria	DT = 0.00125 s
180 s	2m
190 s	2.22 m
210 s	2.37 m
270 s	2m
330 s	2.015m

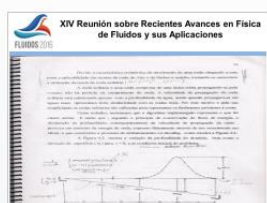
64

DT más pequeños tarda más la onda en pasar por el canal y llegar a los 2 m .

65

APENDICE DE GRAFICAS DE LA LITERATURA

66



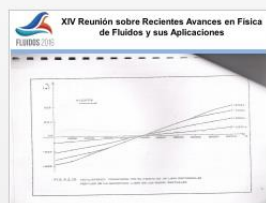
67



68



69



70



71

SIMULACION NUMERICA DE LAS CRECIDAS EN RÍOS Y CANALES ABIERTOS UTILIZANDO EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS DE TAYLOR GALERKIN 2D

*Ariel Fraidenraich
Adolfo Edgardo Altenberg*

Resumen: Se trata el problema de las inundaciones recurriendo al uso de simulación por computadora y la realización de experiencias en un laboratorio de hidráulica. Se harán pruebas numéricas para mostrar la bondad de la resolución del problema directo para el caso de la onda solitaria, rotura de presas y tratamiento de los términos fuentes como Coriolis y de viento. En todos los casos el programa da muy buenos resultados comparados con aquellos de los artículos relevantes publicados hasta el momento. Se mostrará la incidencia de la densidad de las mallas de elementos finitos y del incremento temporal en el pico de la crecida máxima. Por último se describirán las líneas de trabajo en que se está actuando.

Palabras claves: *Método de los Elementos Finitos, Taylor-Galerkin, condiciones de borde móviles, control de crecidas en ríos y canales abiertos*

Introducción

Las inundaciones provocan daños humanos y materiales por lo cual es de especial relevancia estudiar el fenómeno de manera de proponer soluciones que controlen o alivien dichos efectos en particular en zonas urbanas (Cozzolino, et al, 2015). Se propone realizar programas computacionales que representen las soluciones con cauce fijo y frontera móvil (Heniche et al, 2000) para poder efectuar el control de crecidas y el diseño de estructuras aliviadoras. Existen diversos tipos de estructuras de regulación de las crecidas, entre ellas son conocidas las obras de vertedero lateral y de desvío de ríos. La construcción de vertederos es una obra masiva que requiere una gran inversión en dinero y en tiempo de construcción. También éstos influyen en las condiciones del medio ambiente pues provocan fuertes cambios climáticos que deben ser prevenidos e incorporados en las condiciones de diseño. Por otro lado, el desvío y cambio de dimensiones de los ríos para hacer que las descargas sean más suaves es una solución difícil de implementar. Normalmente existe una población alrededor de los ríos y dicha población puede ser perjudicada por las obras. En este caso se opta por la primera alternativa que consiste en crear una política de control de inundaciones mediante la ubicación y operación optimizada de vertederos laterales (Sanders, Katapodes, 2000).

Dicha política de control estará basada en la resolución del problema de aguas poco profundas bidimensionales con contornos móviles y cauce fijo aplicable a cualquier dominio geométrico, para representar casos reales de aplicación.

Se mostrará que los resultados numéricos de la aplicación de Taylor Galerkin concuerdan con los de la literatura publicada en el tema y se indicarán los pasos a seguir para generar un programa que resuelva la propagación de crecidas.

Simulación Numérica mediante Taylor Galerkin 2D

Se utilizan tres ecuaciones físicas independientes de conservación para computar tres variables independientes que son las alturas y componentes de las velocidades.

Ecuación Vectorial de la Conservación de la Cantidad de Movimiento y de Masa

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial X_i} - \frac{\partial R d_i}{\partial X_i} = R_s, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

donde,

$U(h, p, q)$: Vector de incógnitas, $R d_i$: Vector de términos difusivos, R_s : Vector de términos fuente, F_i : Vector de Flujos convectivos.

R_s, F_1 y F_2 se definen como,

$$F_1 = \left(p, \frac{p^2}{h} + g \frac{h^2}{2}, \frac{p q}{h} \right)^T \quad (2)$$

$$F_2 = \left(q, \frac{p q}{h}, \frac{q^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right)^T \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_s = (0, -g h(S^x_o - S^x_f), -g h(S^y_o - S^y_f))^T \quad (4)$$

donde,

h : Profundidad de agua, p : Flujo de descarga en la dirección x , q : Flujo de descarga en la dirección y , $S^x_o - S^x_f$: Pendiente topográfica y de fricción en la dirección x , $S^y_o - S^y_f$: Pendiente topográfica y de fricción en la dirección y .

Las ecuaciones (2 y 3) representan las componentes de los flujos en las direcciones x e y . La ecuación (4) indica los términos fuentes de las ecuaciones poco profundas 2D. Estas ecuaciones se resuelven por el método de los elementos finitos utilizando el enfoque de Taylor Galerkin.

Dicha metodología se basa en la resolución numérica en el dominio espacial por Galerkin y en el avance temporal por medio de un desarrollo de Taylor hasta segundo orden. La aplicación de este método conduce al siguiente sistema iterativo basado en el algoritmo de multipasos (Zienkiewicz, Taylor, 2005).

Primer avance temporal,

$$\mathbf{U}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{U}^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(\mathbf{R}_s + \frac{\partial \mathbf{R}_{di}}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x} \right)_{(t_n)} \quad (5)$$

Segundo avance temporal,

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n - \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{R}_{di}}{\partial x_i} - \mathbf{R}_s \right)_{\left(t_{n+\frac{1}{2}} \right)} \quad (6)$$

El segundo avance temporal se resuelve en la forma (Hirsh , 1988),

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{RHS}(\mathbf{U}) \quad (7)$$

\mathbf{M} : es la matriz de masa global del sistema, \mathbf{U} es el vector de incógnitas nodales y $\mathbf{RHS}(\mathbf{U})$ es el término independiente.

El sistema diferencial dado por la ecuación (7) se resuelve explícitamente por la ecuación (8).

$$\mathbf{M}_L \mathbf{U}_{k+1}^{n+1} = \mathbf{RHS}(\mathbf{U}^n) - (\mathbf{M} - \mathbf{M}_L) \mathbf{U}_k^{n+1} \quad k = 0, N \quad (8)$$

$$\mathbf{RHS}(\mathbf{U}^n) = \mathbf{M}\mathbf{U}^n + \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{S}_\tau \quad (9)$$

\mathbf{M}_L : Matriz concentrada, \mathbf{M} : Matriz de masa global, $\mathbf{R}_\alpha + \mathbf{S}_\tau$: Integral de superficie de los términos viscosos de los flujos e integrales de línea de los términos fuentes. La ecuación (8) da un algoritmo explícito rápidamente convergente en máximo 5 iteraciones.

Ventajas y desventajas de la propuesta computacional

El esquema computacional propuesto es del tipo explícito, en el cual el sistema de ecuaciones lineales es desacoplado y se pueden despejar las incógnitas sin resolver el sistema lineal en su totalidad.

Esto hace que la resolución sea más simple de implementar. En cada paso temporal el sistema de ecuaciones se resuelve con una matriz diagonal concentrada y no requiere de su resolución implícita (matriz principal acoplada y densificada) que sería bastante más complicada de implementar.

La utilización de la metodología de los elementos finitos es favorable ya que permite la modelización de dominios irregulares y condiciones de borde difíciles de introducir en otras metodologías.

En el caso de problemas de control, se modeliza tanto la solución directa como la inversa con un solo programa en elementos finitos, metodología que, hasta donde es conocido por los autores, no se ha aplicado. En la literatura (Sanders, Katapodes, 2000), generalmente, la modelización computacional del problema directo se realiza con elementos finitos y el problema de control se modeliza con diferencias finitas.

La dificultad en la aplicación de Taylor Galerkin está en la necesidad de introducir la difusión artificial, equivalente a la utilización de la técnica de limitadores de flujo aplicada cuando se utiliza el método de diferencias finitas.

Como desventaja, el paso temporal que resulta necesario para el avance de la onda en el tiempo queda muy limitado y necesita gran cantidad de memoria para resolver eficazmente el problema (Pacheco, 2011).

Validación de la solución del problema directo

Se realizaron diversos experimentos numéricos para validar distintos aspectos de la solución obtenida por Taylor Galerkin.

En primer lugar, se trataron dos experiencias numéricas fundamentales. Propagación de una onda de choque y propagación de una onda solitaria (soliton). En ambos casos se consideró un canal rectangular con pendiente uniforme topográfica y cauce fijo. La pendiente uniforme se implementó considerando una distribución de fondo de cauce que varía linealmente en forma bidimensional (Bates, 2003).

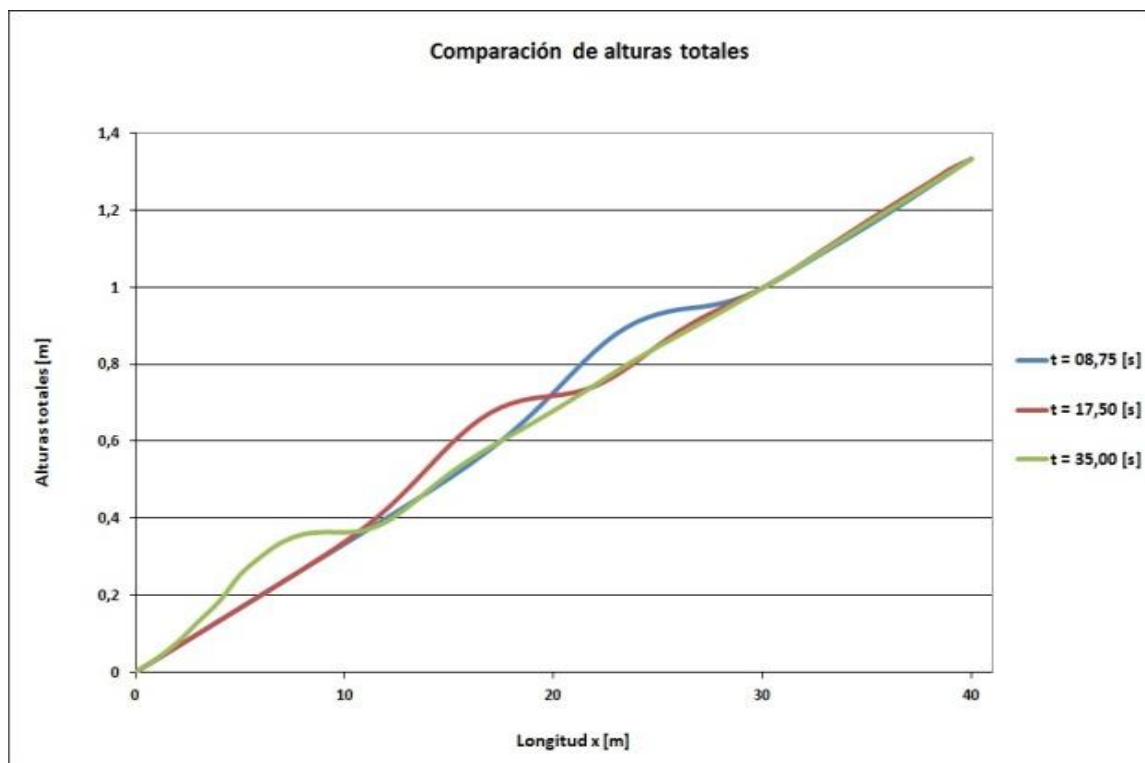


Fig. 1: Propagación de la onda solitaria

En la Fig. 1 se pueden observar los resultados de la propagación de la onda solitaria, en los que la onda está superpuesta, en diversos instantes de tiempo, a la distribución topográfica de la variación de las alturas.

Se simuló la propagación de una onda dinámica o “soliton” que entra a contrapendiente y choca elásticamente contra el borde cerrado izquierdo. Los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta coincidieron con aquellos dados por la literatura (Zienkiewicz, Taylor, 2005).

Para la propagación de una onda de choque (Fig. 2), se comprobó la validez de la solución del programa propuesto mediante la comparación con los resultados de la literatura numérica publicada hasta el momento (Löhner, Morgan, Zienkiewicz, 1984). En la Fig. 2 se observa que se captura la atenuación de la onda de choque como consecuencia de la introducción numérica de una viscosidad artificial (se va suavizando la discontinuidad original en el tiempo). Este ensayo numérico es uno de los más difíciles de pasar porque requiere de la introducción de una gran difusión artificial. Ambos resultados numéricos se tratarán de comprobar experimentalmente en el laboratorio de hidráulica.

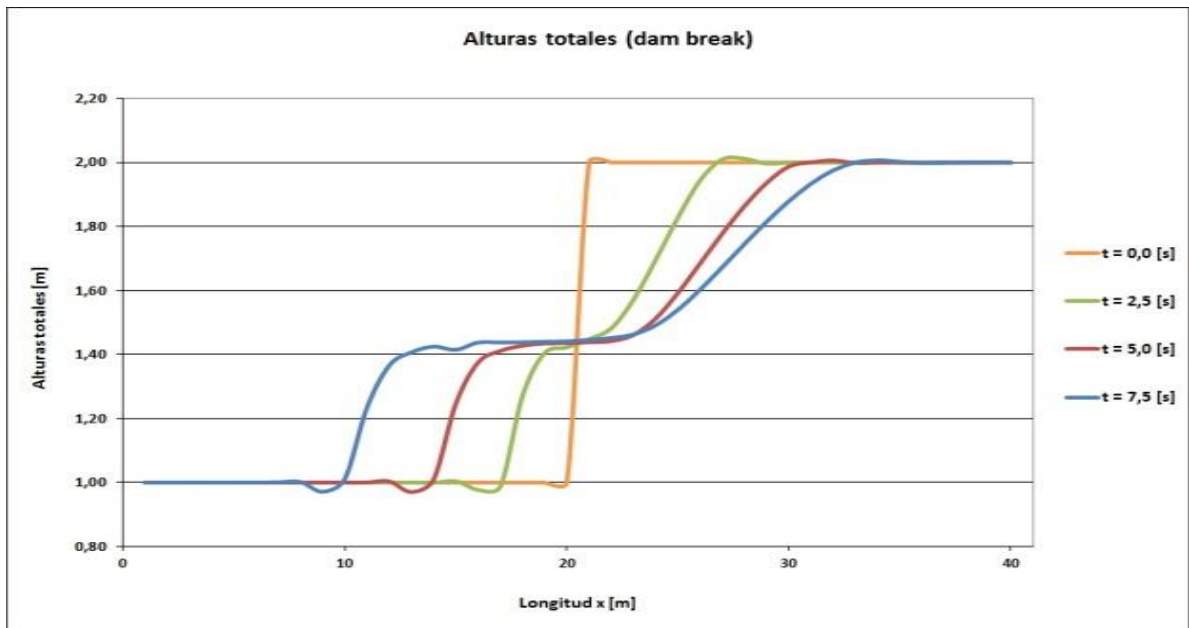


Fig. 2: Propagación de la onda de choque

Además de estos ensayos numéricos, se hicieron otros que son relevantes para comprobar la introducción de los términos fuente en las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento. Por ejemplo, la introducción del efecto de resistencia de Manning, del efecto de Coriolis (Awruch, 1983), de la introducción de la fuerza del viento en la superficie libre y de las fuerzas viscosas (Varela, 1997) (ver Fig. 3).

Se puede apreciar que para cauces de dimensión apreciable, como el de 150 km, la incidencia de la fuerza de Coriolis y de vientos es muy importante debido a los cambios de latitud del canal o río considerado.

Además se hicieron otras pruebas numéricas densificando la red de elementos finitos con diversos incrementos temporales y espaciales, para establecer la influencia de la topología de la red en la adecuación de los resultados a los comportamientos físicos conocidos del fenómeno.

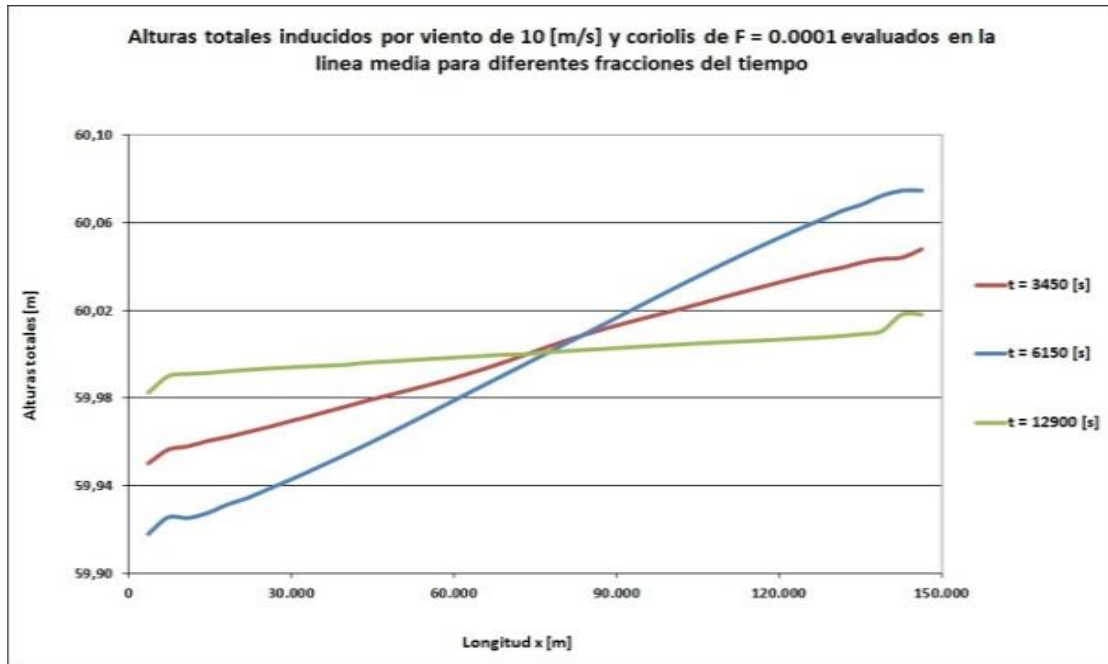


Fig. 3: Incidencia de los términos fuentes en las alturas

Se ensayaron dos mallas de elementos finitos para el avance de una onda del tipo solitón con los datos: $T = 150$ s, $DT = 1$ s., *Malla 40,4 m.*, versus: $T = 150$ s, $DT = 0.00125$ s. *Malla 320, 32 m*, lo cual produjo los resultados indicados en las figuras 4 y 5, en los que se muestra que para un avance temporal 8000 veces menor a 1 s, se reproduce mejor la propagación de la onda, es decir, se llega a la situación original en un tiempo mayor. Esto es, representa mejor el problema analizado, según se muestra en la tabla 1

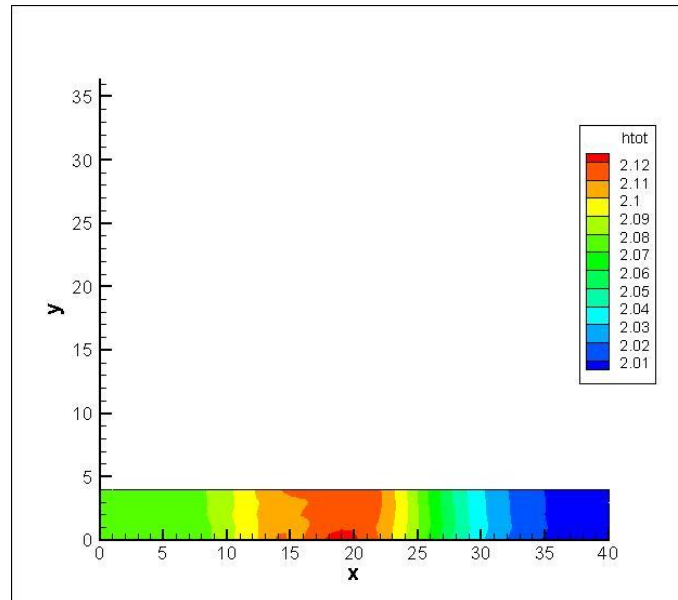


Fig.4: Distribución de las alturas en una malla de 40 x 4 divisiones y un paso temporal de 1s

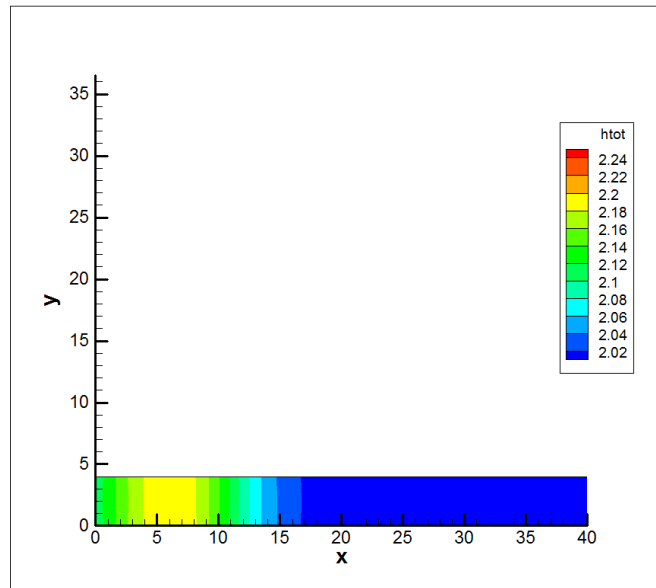


Fig. 5: Distribución de las alturas en una malla de 320 x 32 divisiones y un paso temporal de 1:8000 s

	PICO MAXIMO DE ALTURAS (m)	
Tiempos (s)	Dt = 1 s Malla (40 X 4)	Dt= 0.00125 s Malla (320 X 32)
20 s	2m	2m
100 s	2,22 m	2.3m
150 s	2,12m	2,24m
212 s	2m	2.18m
275 s	2m	2,18 m
337 s	2m	2.015m

Tabla1: Comparación de los picos máximos de las alturas en distintos tiempos con incrementos temporales y densidades de mallas diferentes

Conclusiones

Se realizó la simulación numérica de una onda de crecida en un canal rectangular de cauce fijo y pendiente uniforme mediante el método de Taylor Galerkin en 2D, aplicando las ecuaciones de aguas poco profundas.

Se hicieron pruebas numéricas para mostrar la bondad de la resolución del problema directo para el caso de la onda solitaria, rotura de presas y tratamiento de los términos fuentes como Coriolis y de viento. En estas experiencias se muestra que el programa representa muy bien a la propagación de la onda solitaria, a la rotura de presas y a los términos fuentes de viento, Coriolis, de resistencia y topográficos.

Se mostró la incidencia de la densidad de las mallas de elementos finitos y temporal en el pico de la crecida máxima y algunos aspectos de la convergencia en la resolución explícita del método de Taylor Galerkin. Para incrementos temporales pequeños y malla densificada el programa representa muy bien la propagación de ondas mostrando que en ambos casos se llega muy bien a la situación del canal original de altura 2 m.

Por un efecto de difusión numérica, para un incremento temporal apreciable la onda no se llega a la situación final más rápidamente.

Se analizó en detalle la implementación del método, mostrándose que en cada paso temporal el sistema de ecuaciones se resuelve con una matriz diagonal concentrada y no requiere de su resolución implícita (matriz principal acoplada y densificada) que sería bastante más complicada. Es decir que la resolución explícita es simple de implementar.

SIMULANDO CRECIDAS EN RÍOS Y CANALES UTILIZANDO COMPUTADORAS

SIMULATING FLOODING IN RIVERS AND CHANNELS USING COMPUTERS

Dr. Ariel Fraidenraich

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas, DITT- UNLaM

Resumen: Se trata el problema de las inundaciones recurriendo al uso de simulación por computadora y la realización de experiencias en un laboratorio de hidráulica. La finalidad es brindar a la comunidad una respuesta en cuanto al control de las crecientes o al menos tratar de reducir los riesgos humanos y las pérdidas materiales que provoca este tipo de fenómenos.

Palabras claves: *Método de los elementos finitos, Taylor- Galerkin, Frontera Móvil, Control de crecidas.*

Abstract: The flooding problem is addressed using computer simulations and hydraulics laboratory experiments. The objective is to give to the community an answer with regard to inundation control or to reduce at least the human risk and material loss caused by these events.

Keywords: *Finite Element Method, Taylor-Galerkin, Moving Boundary, Flood Control.*

Introducción

Las inundaciones provocan daños humanos y materiales por lo cual es de especial relevancia estudiar el fenómeno de manera de proponer soluciones que controlen o alivien dichos efectos (Cozzolino, Cimorelli, Covelli, Della Morte, Pianesa, 2015). Se propone realizar programas computacionales que representen las soluciones con cauce fijo y frontera móvil (Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M, 2000) para poder efectuar el control de crecidas y el diseño de estructuras aliviadoras. Existen diversos tipos de estructuras de regulación de las crecidas. Entre ellas obras de vertedero lateral y desvío de ríos. La crecida puede evacuarse rápidamente mediante la ubicación estratégica de un vertedero lateral (Sanders, Katapodes, 2000). La construcción de vertederos es una obra masiva que requiere una gran inversión en dinero y en tiempo de construcción. También influyen en las condiciones del medio ambiente pues provocan fuertes cambios en las condiciones climáticas que hay que prevenirlas e incorporarlas en las condiciones de diseño. Por otro lado, el desvío y cambio de dimensiones de los ríos para que las descargas sean más suaves es una solución difícil de implementar. Normalmente existe una población alrededor de los ríos y dicha población puede ser perjudicada.

En este caso se opta por la primera alternativa que consiste en crear una política de control de inundaciones. Dicha política de control estará

basada en la resolución del problema de aguas poco profundas bidimensionales con contornos móviles y cauce fijo que además abarque cualquier dominio geométrico como sucede en la realidad.

Enfoque de resolución

Se utilizan tres ecuaciones físicas independientes de conservación para computar tres variables independientes como son las alturas y componentes de las velocidades resueltas con el método de los elementos finitos de Taylor Galerkin. Esta metodología se basa en la resolución en el dominio espacial por Galerkin y en el avance temporal por medio de un desarrollo de Taylor hasta segundo orden.

Con el objetivo de resolver las ecuaciones físicas, el programa consta de dos partes:

La primera es la resolución de las ecuaciones que intervienen en la física del problema. Esta etapa es llamada problema directo y resuelve la propagación de una onda de creciente. Se quiere encontrar la evolución de las alturas y de las velocidades en todo el dominio espacial y temporal.

La Segunda es la resolución del problema de control y optimización (Sanders y Katapodes, 2000). Se busca la sección lateral más desfavorable para la operación de la obra de control. El parámetro fundamental del vertedero es el caudal de diseño. Este expresa el exceso de crecida respecto de una altura límite fijada con anterioridad por cuestiones de seguridad.

Validación de la solución del problema directo

De todas las experiencias numéricas se trataron dos fundamentales. Propagación de una onda de choque y propagación de una onda solitaria (soliton). En ambos casos se consideró un canal rectangular con pendiente uniforme topográfica y cauce fijo. La pendiente uniforme es considerar una distribución de fondo del cauce que varía linealmente en forma bi dimensional (Bates, 2003)

Para la onda de choque se comprobó la eficiencia de la solución del programa mediante la comparación con los resultados de la literatura numérica publicada hasta el momento (Löhner, Morgan, Zienkiewicz, 1984). Este problema tiene particular importancia porque muestra que se capturan las ondas de choque como consecuencia de la introducción numérica de una viscosidad artificial (se va suavizando la discontinuidad original en el tiempo).

En cuanto a la onda solitaria los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta coincidieron con aquellos dados por la literatura conocida (Zienkiewicz, Taylor, 2005). En este caso se simuló la propagación de una onda dinámica o “soliton” que entra a contrapendiente y choca elásticamente contra el borde cerrado izquierdo.

La solución se da en diversos instantes de tiempos de propagación de dicha onda.

Además ambos resultados numéricos se tratarán de comprobar experimentalmente en el laboratorio de hidráulica.

Se hicieron otros ensayos numéricos relevantes para comprobar la introducción de los términos fuentes en las ecuaciones de conservación de la proyección de la cantidad de movimiento.

Por ejemplo la introducción del efecto de resistencia de Manning, del efecto de Coriolis (Awruch, 1983) y de la introducción de la fuerza del viento en la superficie libre, además de las fuerzas viscosas (Varela, 1997) . También se ensayaron computacionalmente distintas situaciones donde se introdujeron fuerzas viscosas artificiales. Estas fuerzas son ficticias y sirven para amortiguar las ondas de choque que se producen cuando se usan estas ecuaciones de conservación.

Además se hicieron otras pruebas numéricas densificando la red de elementos finitos

Ventajas y desventajas de la propuesta computacional

La resolución explícita es más simple de implementar. La solución explícita es cuando el sistema de ecuaciones lineales es desacoplado y se puede despejar las incógnitas sin resolver el sistema lineal en su totalidad. En cada paso temporal el sistema de ecuaciones se resuelve con una matriz diagonal concentrada y no requiere de su resolución implícita (matriz principal acoplada y densificada) que sería bastante más complicada. Se modeliza tanto la solución

directa como la inversa con un solo programa en elementos finitos, metodología que, hasta donde se conoce, no fue tratado de esta manera. La dificultad está en introducir la difusión artificial equivalente a la utilización de la técnica de limitadores de flujos que se aplica con diferencias finitas.

La utilización de la metodología de los elementos finitos es favorable en cuanto a la modelización de dominios irregulares y condiciones de borde difíciles de introducir.

En la literatura (Sanders, Katapodes, 2000), generalmente, la modelización computacional del problema directo se realiza con elementos finitos y el problema de control se modeliza con diferencias finitas. Como desventaja, el paso temporal que resulta para el avance de la onda en el tiempo queda muy limitado y necesita gran cantidad de memoria para resolver eficazmente el problema (Pacheco, 2011).

Actividades de extensión Nacional e internacional

Se está gestionando un Convenio Marco Nacional con el FCEIA ((Facultad de Ciencias Exactas y Agronomía), (Universidad Nacional de Rosario)) para realizar experimentos en el laboratorio de Ingeniería Hidráulica y así poder darle al trabajo más consistencia científica. También se está gestionando otro Convenio Marco Internacional con el

CRCN (Centro Regional de Ciencias Nucleares del Nordeste, Recife, Brasil) con el objetivo de realizar una mejora de las herramientas informáticas necesarias para este trabajo (Pacheco, 2011). Ya está firmado.

Perspectivas

Se trabajará en conjunto con diversos organismos nacionales e internacionales para mejorar las herramientas informáticas y el desarrollo de modelos a comprobar experimentalmente. Se divulgó el trabajo en el Congreso Fluidos 2016 "XIV Reunión sobre Recientes Avances en Física de Fluidos y sus Aplicaciones". organizado por el CCT (Centro Científico Tecnológico), La Plata, CONICET donde el Dr. Ariel Fraidenraich expuso en noviembre un trabajo sobre un modelo matemático útil en el esquema propuesto dando muy buenos resultados. También se piensa comprobar los experimentos de alturas y velocidades del agua en el laboratorio de hidráulica del FCEIA situado en la Universidad de Rosario tramitando un Convenio Marco entre las dos Universidades que ya está en marcha.

Contacto

e-mail: afraide.1@gmail.com

REFERENCIAS

- 1- Awruch, A. M. *Modelos Numéricos em Hidrodinâmica e fenômenos de Transporte Usando o Método os Elementos* Teses de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 1983.
- 2- Bates P. D., “Optimal use of high-resolution topographic data in flood inundation models”, *Hydrological Processes*, Vol. **17**, pp. 537-557, 2003.
- 3- Cozzolino, L., Cimorelli L., Covelli, C., Della Morte, R., Pianesa, D., “ The Analytic solution of the Shallow Water equations with partially open sluice Gates: The dam break problem”, *Advances in Water Resources*, Vol. **80**, pp. 90-102, 2015.
- 4- Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M., “A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries”, *Advances in Water Resources*, Vol. **23**, pp. 359-372, 2000.
- 5- Löhner, R., Morgan K., Zienkiewicz O. C., “The Solution of Non Linear Hyperbolic Equation Systems by the Finite Element Method”, Vol. **4**, pp. 1043-1063, 1984.
- 6- Pacheco P. *An Introduction to Parallel Programming* - Peter Pacheco - Publisher: Morgan Kaufmann; 1 edition (January 21, 2011) - ISBN-10: 0123742609 ISBN-13: 978-0123742605
- 7- Sanders, B. F., Katapodes, N. D., “Adjoint Sensitivity Analysis for Shallow – Water Wave Control”, *Journal of Engineering Mechanics*”, Vol. **126**, No. 9, pp. 909-919, 2000.
- 8- Varella, D. M. *Modelos Formulação Geral Explícita para a Solução de Escoamentos em Aguas Rasas*. Teses de Mestrado em Engenharia Oceânica, Universidade do Rio Grande, Brasil, 1997.
- 9- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *The Finite Element Method*. 6 th Ed., Vol. 3, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.

P 4319

Experimentación numérica basada en la metodología de Taylor Galerkin bi-dimensional para resolver la propagación de crecidas en ríos o canales abiertos

Fraidenaich A¹, Altenberg A²¹ *Universidad Nacional de La Matanza*² *Facultad Regional Buenos Aires - Universidad Tecnológica Nacional*

Se ha implementado un código bi-dimensional basado en la metodología numérica de los elementos finitos (Taylor Galerkin) 2D utilizado para resolver la propagación de crecidas en canales abiertos. Este código tiene las ventajas de introducir en forma adecuada la difusión numérica, ser explícito y muy flexible en la generación de la red de elementos finitos bi-dimensionales. Se mostrarán estas propiedades. Para probar la bondad de la resolución de las ecuaciones poco profundas se muestran resultados utilizando las proyecciones de la cantidad de movimiento y la ecuación de conservación de masa en problemas de la propagación de una onda simple, de una onda solitaria, de la solución del "dam break". Además se muestran ensayos con diferentes términos fuentes como son el coeficiente de resistencia de fondo, de velocidad de viento y de Coriolis. Todos los resultados coinciden adecuadamente con la literatura hasta el momento.

CALCULO NUMERICO DE SENSIBILIDADES EN CANALES ABIERTOS NUMERICAL SENSIBILITY COMPUTATION IN OPEN CHANNEL FLOW

**GRUPO DE INVESTIGACION C181 (PROINCE) DITT-
UNLaM. “Modelo Computacional para el Control de Crecidas en
Canales y Ríos con Frontera Móvil”**

Guillermo Sentoni

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas, DITT-UNLaM

Ariel Fraidenraich, Adolfo Altenberg, Maximiliano Pérez

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas, DITT-UNLaM

Universidad de Belgrano

Fernando Roberto de Andrade Lima

Centro Regional de Ciencias Nucleares do Nordeste, CRCN-NE/CNEN, Recife, Pe, Brasil

Resumen: El objeto del análisis de sensibilidad es la cuantificación de los efectos de la variación de parámetros en la respuesta del sistema. Se puede obtener una superficie de sensibilidad interpolando valores de respuestas obtenidos numéricamente con respecto a los parámetros. Se presenta un estudio de sensibilidad para un canal abierto rectangular con un obstáculo circular. Este estudio se realizó en base a simulaciones numéricas utilizando la metodología de Elementos Finitos con la formulación de Taylor Galerkin para aguas poco profundas bidimensionales. Se muestran las superficies de sensibilidad en función del

tiempo del promedio de las alturas en cada sección con respecto al coeficiente de resistencia de Chézy.

Palabras clave: *Método de los elementos finitos, Taylor Galerkin, Superficie de Sensibilidad, OpenMP*

Abstract: The goal of sensitivity analysis is the quantification of parameter variation in the response of the system. A sensitivity surface can be obtained interpolating numerically obtained response values with respect to the parameters. A sensitivity study for a rectangular open channel with a circular obstacle is presented. The study was made by numerical simulations using Finite Element Taylor Galerkin bi-dimensional shallow water equations. The time dependent sensitivity surface with respect to Chézy resistance coefficient is given.

Keywords: *Finite Element Method, Taylor Galerkin, Sensitivity surface, OpenMP*

Introducción

El objeto del análisis de sensibilidad es la cuantificación de los efectos de la variación de parámetros en la respuesta del sistema. Se puede obtener una superficie de sensibilidad interpolando valores de respuestas obtenidos numéricamente con respecto a los parámetros. El objetivo de un análisis de sensibilidad no es el de confirmar nociones preconcebidas sobre la importancia relativa de los parámetros estudiados sino el descubrimiento y cuantificación de las características más importantes de los modelos investigados.

Se puede obtener una superficie de sensibilidad interpolando valores de respuestas obtenidos numéricamente con respecto a los parámetros. En este caso se recurre a una resolución basada en el método de los elementos finitos con un operador de Taylor Galerkin bidimensional de aguas poco profundas.

En el estudio de la propagación de crecidas en ríos o canales abiertos se utilizan frecuentemente obstáculos circulares en la descripción del dominio.

En este trabajo se realizan simulaciones de un canal rectangular con un obstáculo cilíndrico colocado internamente para distintos valores del coeficiente de Chézy, con el objeto de presentar los funcionales promedios de alturas y velocidades, las superficies de respuesta y las curvas de sensibilidad.

Fundamentos

En el esquema de Taylor Galerkin, la resolución espacial se realiza con un procedimiento de residuos ponderados y el avance temporal por medio de un desarrollo de Taylor [1, 4, 5].

Si se expresa el sistema diferencial de las ecuaciones de aguas poco profundas en forma conservativa

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{R}d_i}{\partial x_i} = \mathbf{R}_s, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

donde,

$\mathbf{U}(\mathbf{h}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$, vector de incógnitas nodales

\mathbf{F}_i , vector de Flujos convectivos en las direcciones x e y , $i = 1, 2$

$\mathbf{R}d_i$, vector de términos difusivos $i = 1, 2$ debido a los esfuerzos viscosos

\mathbf{R}_s , vector de términos fuente (términos de variaciones topográficas y de fricción)

Los flujos y el término fuente se pueden escribir en forma explícita:

$$\mathbf{F}_1 = \left(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{p}^2}{\mathbf{h}} + \mathbf{g} \frac{\mathbf{h}^2}{2}, \frac{\mathbf{p}\mathbf{q}}{\mathbf{h}} \right)^T \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_2 = \left(q, \frac{pq}{h}, \frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right)^T \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_s = \left(0, -gh(\mathbf{S}_0^x - \mathbf{S}_f^x), -gh(\mathbf{S}_0^y - \mathbf{S}_f^y)^T \right) \quad (4)$$

en la que,

h , Profundidad de agua, p flujo de descarga en la dirección x , q flujo de descarga en la dirección y
 $(\mathbf{S}_0^x - \mathbf{S}_f^x)$, Pendiente topográfica en la dirección x menos la pendiente de fricción en la dirección x
 $(\mathbf{S}_0^y - \mathbf{S}_f^y)$, Pendiente topográfica en la dirección y menos pendiente de fricción en la dirección y .

En donde la pendiente de fricción va a estar definida incorporado el factor C de Chézy en la forma

$$\mathbf{S}_f^x = \frac{p\sqrt{p^2+q^2}}{c^2h^3}, \quad \mathbf{S}_f^y = \frac{q\sqrt{p^2+q^2}}{c^2h^3}. \quad (5)$$

Si se define la sensibilidad de la respuesta del sistema, $\mathbf{S}(\mathbf{x})$ como

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \frac{\delta y}{\delta \mathbf{x}}(\mathbf{x}) \quad (6)$$

En la que δy es la variación de la respuesta debido a una variación $\delta \mathbf{x}$ de los parámetros de control del sistema [6, 7, 8]. Se puede obtener una relación funcional entre la respuesta estudiada y algunos parámetros de control del sistema de interés de la forma realizando simulaciones numéricas de la respuesta basadas en la metodología de elementos finitos para distintos valores de los parámetros, los que se interpolan con el fin de obtener la relación funcional buscada. Las sensibilidades se estiman como las derivadas de la función respuesta respecto a los parámetros.

Metodología

Se realizan las simulaciones numéricas mediante la técnica de Taylor Galerkin para un canal rectangular densificado con una isla interpuesta en el centro geométrico.

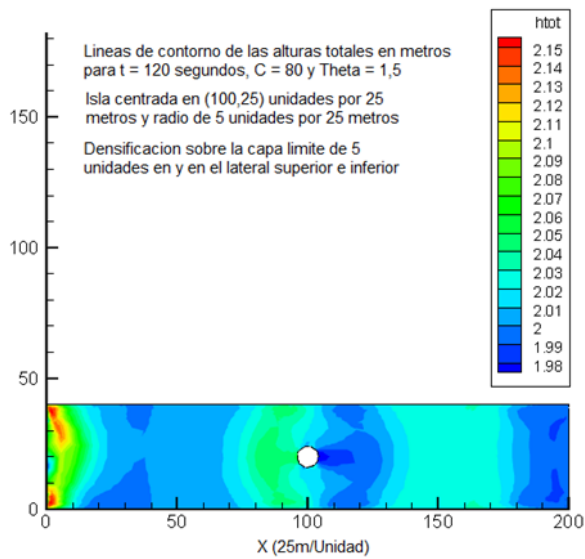


Figura 1: Geometría del canal.

Los resultados de estas simulaciones arrojan los valores de $\mathbf{U} = (\mathbf{h}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$, vector de incógnitas nodales, donde h, es la profundidad de agua, p el flujo de descarga en la dirección x (longitudinal) y q flujo de descarga en la dirección y (transversal).

Si se define P como la cantidad de movimiento en la dirección longitudinal, \mathbf{q} como la cantidad de movimiento en la dirección transversal, h como la distribución de alturas y t el tiempo, se tiene:

Condiciones de contorno de entrada [2, 3],

$$\begin{aligned} P(0, y, t) &= 0.716 + \theta \operatorname{sech}^2[0.03(t - 120)] \\ \mathbf{q}(0, y, t) &= 0.0 \\ \mathbf{h}(0, y, t) &= 2.0 \end{aligned} \quad (7)$$

en la que,

θ : Factor de amplificación de la cantidad de movimiento longitudinal en el pico de crecida

Condiciones de borde de salida,

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(Lx, y, t) &= 2.0 \text{ m} \\ \mathbf{q}(0, y, t) &= 0.0 \text{ m} \end{aligned} \quad (8)$$

Condiciones de borde laterales. Flujos normales al contorno lateral cero ($y = Ly$). Regiones que no se consideran penetrables

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{L}_y, \mathbf{t}) = \mathbf{0.0} \text{ m} \quad (9)$$

Condición inicial de lago quieto

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{0}) &= \mathbf{0.0} \text{ m} \\ \mathbf{p}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{0}) &= \mathbf{0.0} \text{ m} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{0}) &= \mathbf{2.0} \text{ m} \end{aligned} \quad (10)$$

Pendientes longitudinales y transversales

$$\mathbf{S}_0^x = 0.00001, \quad \mathbf{S}_0^y = 0.0 \quad (11)$$

En la entrada se supone una condición de contorno de entrada (de la crecida) similar a una curva de Gauss cuya propagación temporal y espacial es de interés.

Las hipótesis comunes para los casos simulados son: Canal rectangular ($L_x = 5000\text{m}$, $L_y = 1000 \text{ m}$). Donde L_x es la longitud del canal y L_y es el ancho. Si se define p como la cantidad de movimiento en la dirección longitudinal, q como la cantidad de movimiento en la dirección transversal, h como la distribución de las alturas y t el tiempo, se tiene las siguientes condiciones de contorno de entrada:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{0}, \mathbf{y}, \mathbf{t}) &= \mathbf{0.716} + \mathbf{\theta} \mathbf{sech}^2[\mathbf{0.03}(\mathbf{t} - \mathbf{120})] \mathbf{q}(\mathbf{0}, \mathbf{y}, \mathbf{t}) = \mathbf{0.0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{0}, \mathbf{y}, \mathbf{t}) &= \mathbf{2.0} \end{aligned} \quad (12)$$

donde θ es el factor de amplificación de la cantidad de movimiento en la entrada del canal.

Condiciones de borde de salida:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{L}_x, \mathbf{y}, \mathbf{t}) &= \mathbf{2.0} \text{ m} \\ \mathbf{q}(\mathbf{0}, \mathbf{y}, \mathbf{t}) &= \mathbf{0.0} \text{ m} \end{aligned} \quad (13)$$

Condiciones de borde laterales. Flujos normales al contorno lateral cero ($y = L_y$). Regiones que no se consideran penetrables.

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{L}_y, \mathbf{t}) = \mathbf{0.0} \text{ m} \quad (14)$$

Condición inicial de lago quieto

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{0}) = \mathbf{0.0} \text{ m}$$

$$p(\mathbf{x}, L_y, t) = 0.0 \text{ m} \quad (15)$$

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{y}, 0) = 2.0 \text{ m}$$

Pendientes longitudinales

$$S_0^x = 0.00001 \quad (16)$$

$$S_0^y = 0.0$$

Coefficiente de resistencia de Chézy

$$C = 80 \frac{\text{m}^{0.5}}{\text{s}} \quad (17)$$

En la triangulación realizada que representa a la subdivisión del dominio en elementos finitos se puede ver la simetría radial cerca del obstáculo circular y la densificación alrededor de los bordes laterales

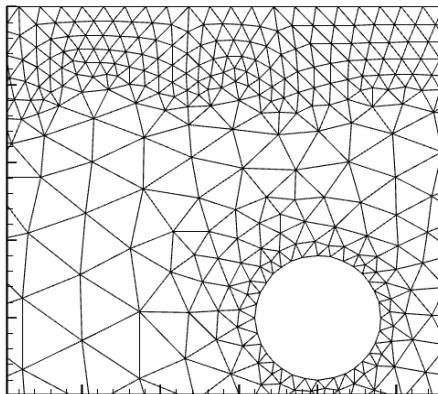


Figura 2: Malla de elementos finitos.

Resultados

Mediante el análisis propuesto de sensibilidad se cuantificó la importancia de los parámetros de resistencia C de Chézy.

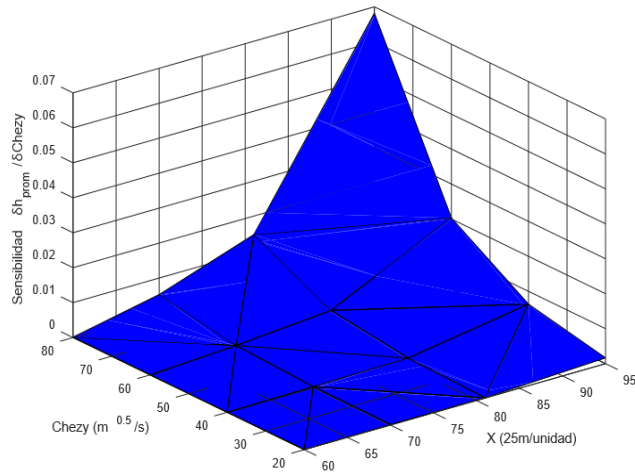


Figura 3: Sensibilidad del funcional de la altura promedio respecto a la variación del coeficiente de Chézy en $t=120$ s aguas arriba.

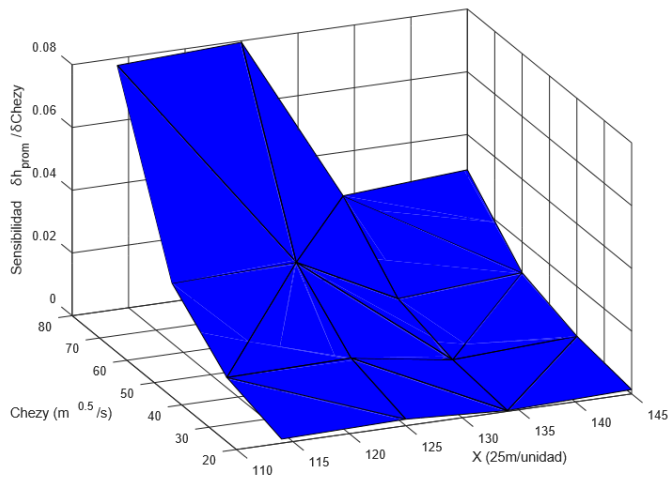


Figura 4: Sensibilidad del funcional de la altura promedio respecto a la variación del coeficiente de Chézy en $t = 120$ s aguas abajo.

La representación de estas sensibilidades en función de la coordenada de avance longitudinal permite ubicar el punto óptimo de control.

Conclusiones

Las gráficas de sensibilidades aguas abajo y aguas arriba indican que la sensibilidad máxima se encuentra en la coordenada del obstáculo circular

Agradecimiento

Al CRCN (Centro Regional de Ciencias Nucleares, Nordeste, Brasil) y al Prof. Marcelo Santana CRCN por su colaboración en la utilización de los clusters de dicho Centro.

Referencias

- [1] Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M., “A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries”, *Advances in Water Resources*, Vol. 23, pp. 359-372, 2000.
- [2] Katapodes, D. and Sanders B. F. “Active Flood Hazard Mitigation. II Omnidirectional Wave Control”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, pp. 1071-1083, 1999.
- [3] Sanders, B. F., Katapodes, N. D., “Adjoint Sensitivity Analysis for Shallow – Water Wave Control”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 9, pp. 909-919, 2000.
- [4] Roig, B., “One-Step Taylor Galerkin Methods for convection diffusion problems”, *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 204, pp. 95-101, 2007.
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *The Finite Element Method*. 6th Ed., Vol. 3, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- [6] Khury A. I. , Mkhopadyay, “Advanced Review”, Vol. 2 , *Advanced Review in Computer Statistics*,. Ed. John Whyley and Sons, 2010.
- [7] Cacuci Dan G., “Sensitivity and Uncertainly Analisis. Theory”. Vol 1, Chapman and Hall , 2003.
- [8] Bradley N., Phd Thesis , “ The response surface Methodology

ESTUDIO DE ALGUNAS SENSIBILIDADES EN CANALES ABIERTOS USANDO LAS ECUACIONES DE AGUAS POCO PROFUNDAS BIDIMENSIONALES

M. Pérez^{a,d}, A. Altenberg^b, F. A. Lima^c y A. Fraidenraich^{a,d}

^aUniversidad Nacional de La Matanza, Florencio Varela 1903, B1754JEC San Justo, Buenos Aires, Argentina, fraidenraichywaisman@unlam.edu.ar, <http://www.unlam.edu.ar>

^bUniversidad de la Marina Mercante, Av. Rivadavia 2258, C1034ACO CABA, Argentina,

^cCentro Regional de Ciencias Nucleares R. Prof. Luiz de Barros Freire, Cidade Universitaria Recife Pernambuco CEP. 5070901

^dUniversidad de Belgrano Zabala 1837 (C1426DQG) Ciudad de Buenos Aires, Argentina

Palabras Clave: Taylor Galerkin, Obstáculos Circulares, OpenMP, Sensibilidad.

Resumen: En líneas generales el estudio de la sensibilidad de parámetros físicos tiene como objeto la cuantificación de los efectos de la variación de dichos parámetros en los resultados calculados. De esta forma se hace posible determinar la influencia, importancia, dominancia de los parámetros físicos analizados. El método de la superficie de respuesta (RSM) se utiliza para determinar el efecto en la salida de interés de un cierto número de parámetros de control. La superficie de sensibilidad se puede obtener interpolando valores de respuestas con respecto a los parámetros físicos obtenidos mediante simulación numérica y derivando la variación de dichas respuestas con respecto a la variación de los mismos. En este trabajo, se realiza un estudio de superficies de respuesta para el caso de un flujo de crecida entrante en un canal abierto rectangular. Además se hace un estudio de sensibilidad para el caso de un obstáculo circular interpuesto a la corriente principal. Este estudio se realizó en base a simulaciones numéricas utilizando la metodología de Elementos Finitos con la formulación de Taylor Galerkin para aguas poco profundas bidimensionales. Se muestran las variaciones del funcional respuesta (los promedios de aturas y velocidades y sus valores instantáneos). Se muestra que cerca del obstáculo circular se encuentran las sensibilidades máximas lo que ubica allí al punto óptimo de control. Debido a la complejidad del problema y la cantidad de simulaciones realizadas con diferentes combinaciones de los parámetros físicos es necesaria la distribución de la carga computacional en varios procesadores. Esta tarea se realizó con OpenMP bajo una arquitectura de memoria compartida.

INTRODUCCIÓN

En líneas generales el estudio de la sensibilidad de parámetros físicos tiene como objeto la cuantificación de los efectos de la variación de dichos parámetros en los resultados calculados. El objetivo de un análisis de sensibilidad no es el de confirmar nociones preconcebidas sobre la importancia relativa de los parámetros estudiados sino el descubrimiento y cuantificación de las características más importantes de los modelos investigados. Inicialmente, las nociones de sensibilidad [7] permanecieron restringidas únicamente a un campo de interés matemático, subsecuentemente dio lugar al uso de la metodología de retroalimentación lo que condujo a la moderna teoría de control incluyendo optimización, síntesis y adaptación. La introducción de los métodos de espacio de estados y el rápido desarrollo de las computadoras digitales proveyó las condiciones adecuadas para el establecimiento de la teoría de sensibilidad como rama de la teoría de control.

El método de la superficie de respuesta (RSM) se utiliza para determinar el efecto en la salida de interés de un cierto número de parámetros de control. En general dicha superficie puede ser aproximada por un polinomio de grado pequeño [8]. Las superficies de respuesta obtenidas por medio de este método pueden también ser halladas interpolando valores de respuesta con respecto a los parámetros físicos obtenidos mediante simulación numérica [6]. En este caso se recurre a una resolución basada en el método de los elementos finitos con un operador de Taylor Galerkin bidimensional de aguas poco profundas [4], [5].

En el estudio de la propagación de crecidas en ríos o canales abiertos se utilizan frecuentemente obstáculos circulares en la descripción del dominio. Una correcta representación espacial es relevante para la solución del problema de control de crecidas por medio de la solución adjunta o mediante la construcción de la superficie de respuesta [1], [3].

En este trabajo se realizan simulaciones de un canal rectangular con un obstáculo cilíndrico colocado internamente para distintos valores del coeficiente de Chézy, con el objeto de presentar los funcionales (instantáneos y promedios de alturas y velocidades), las superficies de respuesta y las curvas de sensibilidad.

FUNDAMENTOS

Enfoque basado en Taylor Galerkin

En el esquema de Taylor Galerkin, la resolución espacial se realiza con un esquema de residuos ponderados o de Galerkin y el avance temporal por medio de un Taylor basado en el conocimiento de las matrices Jacobianas que corresponde a las proyecciones de los flujos en las dos coordenadas cartesianas ortogonales.

Si se expresa el sistema diferencial de las ecuaciones de aguas poco profundas en forma conservativa

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} - \frac{\partial Rd_i}{\partial x_i} = R_s, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$U(h, p, q)$, vector de incógnitas nodales

F_i , vector de Flujos convectivos en las direcciones x e y, $i = 1, 2$

Rd_i , vector de términos difusivos $i = 1, 2$ debido a los esfuerzos viscosos

R_s , vector de términos fuente (términos de variaciones topográficas y de fricción)

Los flujos en las dos direcciones (X e Y) y el término fuente se pueden escribir en forma explícita:

$$F_1 = \left(p, \frac{p^2}{h} + g \frac{h^2}{2}, \frac{pq}{h} \right)^T \quad (2)$$

$$F_2 = \left(q, \frac{pq}{h}, \frac{q^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right)^T \quad (3)$$

$$R_s = \left(0, -gh(S_0^x - S_f^x), -gh(S_0^y - S_f^y) \right)^T \quad (4)$$

H , Profundidad de agua, p flujo de descarga en la dirección x, q flujo de descarga en la dirección y

$(S_0^x - S_f^x)$, Pendiente topográfica en la dirección x menos la pendiente de fricción en la dirección x

$(S_0^y - S_f^y)$, Pendiente topográfica en la dirección y menos pendiente de fricción en la dirección y.

En donde la pendiente de fricción va a estar definida incorporado el factor C de Chézy en la forma

$$S_f^x = \frac{p\sqrt{p^2+q^2}}{c^2h^3}, S_f^y = \frac{q\sqrt{p^2+q^2}}{c^2h^3} \quad (5)$$

Para facilitar el avance se recurre a una secuencia de dos semi-pasos de avance temporal para los que la solución del primero es condición inicial del segundo.

Primer avance temporal

$$U^{n+\frac{1}{2}} = U^n + \frac{1}{2} \Delta t \left(R_s + \frac{\partial R_{di}}{\partial x_i} - \frac{\partial F_i}{\partial x} \right)_{(t_n)} \quad (6)$$

Segundo avance temporal

$$U^{n+1} = U^n - \Delta t \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i} - \frac{\partial R_{di}}{\partial x_i} - R_s \right)_{\left(t_{n+\frac{1}{2}}\right)} \quad (7)$$

Sensibilidades del sistema

Si se define la sensibilidad de la respuesta del sistema, $S(x)$ como

$$S(x) = \frac{\delta y}{\delta x}(x) \quad (8)$$

En la que δy es la variación de la respuesta debido a una variación δx de los parámetros de control del sistema. Se puede obtener una relación funcional entre la respuesta estudiada y algunos parámetros de control del sistema de interés de la forma

$$y = f(x)\beta + \epsilon, \quad (9)$$

donde x es un vector que representa los parámetros de control, y representa la salida del modelo, β es un vector de coeficientes de regresión, $f(x)$ es el modelo propuesto y ϵ el error del modelo. Una forma de estimar la superficie $f(x)$ es mediante la utilización del método RSM, que es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas basadas en el concepto de regresión lineal de variable multidimensional. Otra forma en la que se puede obtener dicha superficie es realizando simulaciones numéricas de la respuesta basadas en la metodología de elementos finitos para distintos valores de los parámetros x , los que se interpolan con el fin de obtener la relación funcional buscada. Las sensibilidades se estiman como las derivadas de la función respuesta respecto a x .

METODOLOGIA

Se realizan las simulaciones numéricas mediante la técnica de Taylor Galerkin para un canal rectangular densificado con una isla interpuesta en el centro geométrico.

Los resultados de estas simulaciones arrojan los valores de $U = (h, p, q)$, vector de incógnitas nodales, donde h , es la profundidad de agua, p el flujo de descarga en la dirección x (longitudinal) y q flujo de descarga en la dirección y (transversal).

Si se define P como la cantidad de movimiento en la dirección longitudinal, q como la cantidad de movimiento en la dirección transversal, h como la distribución de alturas y t el tiempo, se tiene:

Condiciones de contorno de entrada,

$$P(0, y, t) = 0.716 + \theta \operatorname{sech}^2[0.03(t - 120)] \quad (10)$$

$$q(0, y, t) = 0.0$$

$$h(0, y, t) = 2.0$$

θ : Factor de amplificación de la cantidad de movimiento longitudinal en el pico de crecida
Condiciones de borde de salida,

$$h(Lx, y, t) = 2.0 \text{ m} \quad q(0, y, t) = 0.0 \text{ m} \quad (11)$$

Condiciones de borde laterales. Flujos normales al contorno lateral cero ($y = Ly$). Regiones que no se consideran penetrables

$$q(x, Ly, t) = 0.0 \text{ m} \quad (12)$$

Condición inicial de lago quieto

$$\begin{aligned} q(x, y, 0) &= 0.0 \text{ m} \\ p(x, y, 0) &= 0.0 \text{ m} \\ h(x, y, 0) &= 2.0 \text{ m} \end{aligned} \quad (13)$$

Pendientes longitudinales y transversales

$$S_0^x = 0.00001, \quad S_0^y = 0.0 \quad (14)$$

En la entrada se supone una condición de contorno de entrada (de la crecida) similar a una curva de Gauss cuya propagación temporal y espacial es de interés.

Las hipótesis comunes para los casos simulados son: Canal rectangular ($Lx = 5000\text{m}$, $Ly = 1000 \text{ m}$). Donde Lx es la longitud del canal y Ly es el ancho. Si se define p como la cantidad de movimiento en la dirección longitudinal, q como la cantidad de movimiento en la dirección transversal, h como la distribución de las alturas y t el tiempo, se tiene las siguientes condiciones de contorno de entrada:

$$\begin{aligned} P(0, y, t) &= 0.716 + \theta \operatorname{sech}^2[0.03(t - 120)] \\ q(0, y, t) &= 0.0 \\ h(0, y, t) &= 2.0. \end{aligned} \quad (11)$$

donde θ es el factor de amplificación de la cantidad de movimiento en la entrada del canal.
Condiciones de borde de salida:

$$h(Lx, y, t) = 2.0 \text{ m} \quad q(0, y, t) = 0.0 \text{ m} \quad (12)$$

Condiciones de borde laterales. Flujos normales al contorno lateral cero ($y = Ly$). Regiones que no se consideran penetrables.

$$q(x, Ly, t) = 0.0 \text{ m} \quad (13)$$

Condición inicial de lago quieto

$$\begin{aligned} q(x, y, 0) &= 0.0 \text{ m} \\ p(x, Ly, t) &= 0.0 \text{ m} \\ h(x, y, 0) &= 2.0\text{m} \end{aligned} \quad (14)$$

Pendientes longitudinales

$$\begin{aligned} S_0^x &= 0.00001 \\ S_0^y &= 0.0 \end{aligned} \quad (15)$$

Coefficiente de resistencia de Chézy

$$C = 80 \frac{m^{0.5}}{s} \quad (16)$$

En la triangulación realizada que representa a la subdivisión del dominio en elementos finitos se puede ver la simetría radial cerca del obstáculo circular y la densificación alrededor de los bordes laterales

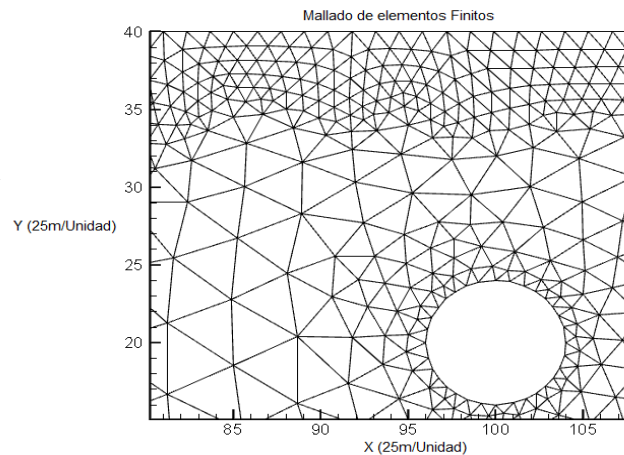


Figura 1: Malla de elementos finitos o triangulación del dominio de resolución del campo de velocidades y alturas.

RESULTADOS

Se realizaron simulaciones en un canal rectangular con obstáculo circular interpuesto para analizar el efecto en el flujo de una isla. Se toma como respuesta el funcional de altura instantáneo que es la variable que mejor representa la propagación de crecida. Se considera como entrada del sistema la amplitud de llegada de la onda en el contorno de llegada al cauce para representar la incidencia de diversas crecidas con distintas intensidades. Mediante el análisis propuesto de sensibilidad se cuantifico la importancia de los parámetros de resistencia C de Chezy y la coordenada de avance longitudinal en la línea media del canal. El coeficiente de Chezy es la variable más íntimamente ligada con un flujo donde son preponderantes las fuerzas gravitatorias. Mientras que la coordenada de avance longitudinal permite ubicar el punto óptimo de control.

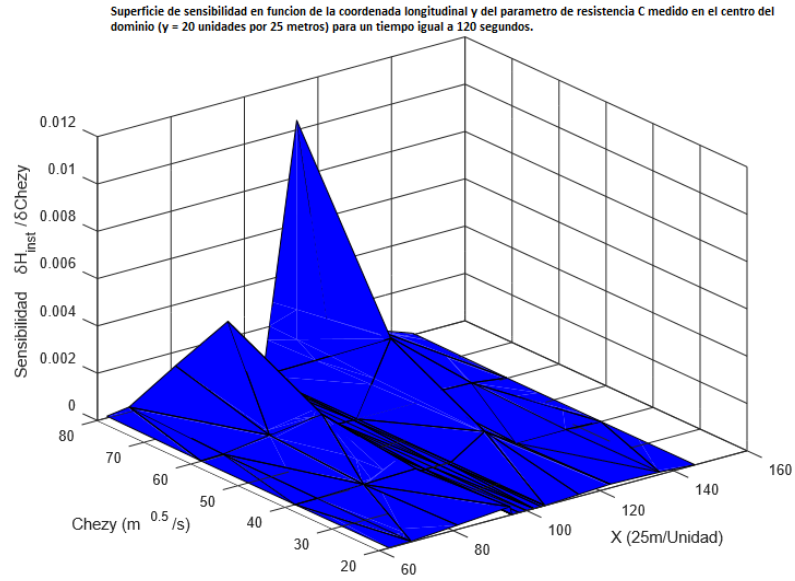


Figura 2: Superficies de nivel de la sensibilidad correspondiente a las alturas instantáneas en función del número de Chezy y de la coordenada de avance de la onda longitudinal medido en la línea media y en el tiempo correspondiente a 120 segundos.

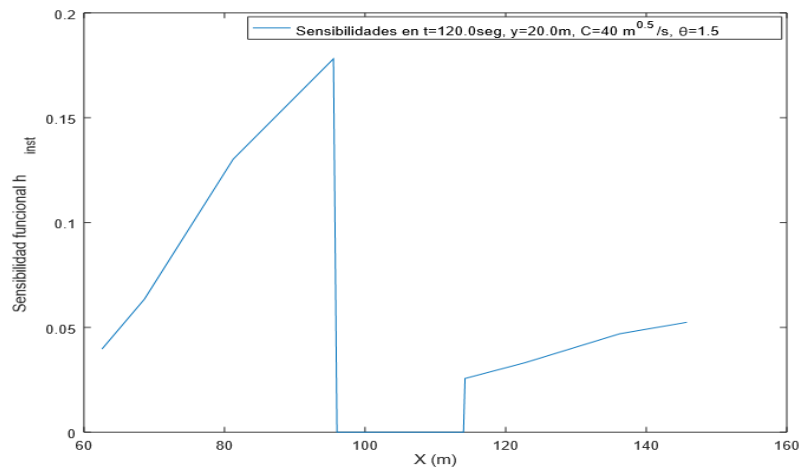


Figura 3: Sensibilidades del funcional altura instantáneo en la línea media en el canal densificado con isla $C = 40 \frac{m^{0.5}}{s}$, $\theta = 1.5$ cuando se varia la distancia longitudinal.

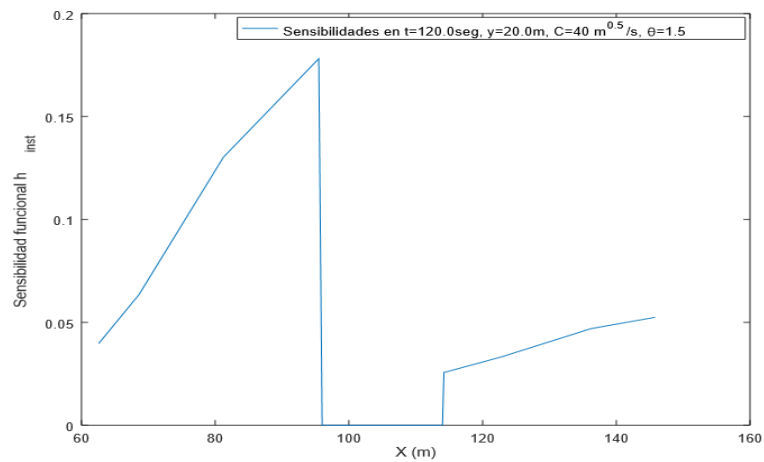


Figura 3: Sensibilidades del funcional altura instantáneo en la línea media en el canal densificado con isla C

$=40 \frac{m^{0.5}}{s}$, $\theta = 1.5$ cuando se varia la distancia longitudinal.

De las simulaciones realizadas se desprende que la sensibilidad de las alturas instantáneas respecto a la coordenada longitudinal de avance de la onda de crecida presenta un valor máximo aguas arriba en las inmediaciones de la isla. Aguas abajo, cuando la resistencia es pequeña ($C = 80$) las sensibilidades son máximas cerca de la sección de salida.

CONCLUSIONES

Se predice que las sensibilidades máximas del funcional instantáneo de alturas respecto a la coordenada longitudinal medido en la línea media del canal se encuentran cerca de la isla para el caso más convencional ($C = 80$). Además se recalca que para aguas abajo los picos de sensibilidad se producen cerca de la sección de salida cuanto mayor es la fricción introducida. La relevancia de estos resultados radica en que, en base a ellos, es posible ubicar el punto óptimo de control.

AGRADECIMIENTOS

Al CRCN (Centro Regional de Ciencias Nucleares, Nordeste, Brasil) y al Prof. Marcelo Santana CRCN por su colaboración en la utilización de los clusters de dicho Centro.

REFERENCIAS

- 10- Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M., “A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries”, *Advances in Water Resources*, Vol. 23, pp. 359-372, 2000.
- 11- Katapodes, D. and Sanders B. F. “Active Flood Hazard Mitigation. II Omnidirectional Wave Control”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, pp. 1071-1083, 1999.
- 12- Sanders, B. F., Katapodes, N. D., “Adjoint Sensitivity Analysis for Shallow – Water Wave Control”, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 9, pp. 909-919, 2000.
- 13- Roig, B., “One-Step Taylor Galerkin Methods for convection diffusion problems”, *Computational and Applied Mathematics*, Vol. 204, pp. 95-101, 2007.
- 14- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. *The Finite Element Method*. 6th Ed., Vol. 3, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- 15- Khury A. I., Mkhopadyay, “Advanced Review”, **Vol. 2**, *Advanced Review in Computer Statistics*, Ed. John Whyley and Sons, 2010.
- 16- Cacuci Dan G., “Sensitivity and Uncertainly Analisis. Theory”. **Vol 1**, Chapman and Hall, 2003.

Líneas de trabajo

1. Se está desarrollando un código para la optimización y control de la propagación de las crecidas (Sanders, Katapodes, 2000)
2. Se está tratando de hacer un ajuste a crecidas de ríos para conseguir una condición de borde real en la entrada de la crecida (Fatorelli, Fernandez, 2011)
3. Se tratarán de ensayar las situaciones anteriores en laboratorio de hidráulica
4. Se intentará incluir contornos móviles adicionalmente al cauce fijo considerado (Heniche, et al, 2000)
5. Se paralelizará el programa para poder implementarlo en un “cluster” bien equipado para mejorar los tiempos de procesamiento para problemas complejos (Pacheco, 2011)

Referencias

Awruch, A. M., 1983. *Modelos Numéricos em Hidrodinâmica e fenômenos de Transporte Usando Método os Elementos* Teses de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.

Bates P. D., 2003. “Optimal use of high-resolution topographic data in flood inundation models”, *Hydrological Processes*, Vol. 17, pp. 537-557.

Cozzolino, L et al, 2015., “ The Analytic solution of the Shallow Water equations with partially open sluice Gates: The dam break problem”, *Advances in Water Resources*, Vol. 80, pp. 90-102, 2015.

Fatorelli S., Fernandez P. C., 2011, *Diseño Hidrológico, Segunda Edición digital, INA publicada en la biblioteca virtual de la Wasa GN Water Assessment & Advisory Global Network*,

Heniche M., Secretan Y., Baudreau P., Leclerc M., 2000, “A two-dimensional finite element drying-wetting shallow water model for rivers and estuaries”, *Advances in Water Resources*, Vol. 23, pp. 359-372.

Hirsh, C., 1988, *Numerical Computation of Internal and External flows*, Vol 1: Fundamentals of Numerical Discretizations, John Wiley and Sons.

Löhner, R., Morgan K. Zienkiewicz O. C., 1984, “The Solution of Non Linear Hyperbolic Equation Systems by the Finite Element Method”, Vol. 4, pp. 1043-1063.

Pacheco P., 2011 *An Introduction to Parallel Programming* - Peter Pacheco - Publisher: Morgan Kaufmann; 1 edition - ISBN-10: 0123742609 ISBN-13: 978-0123742605.

Sanders, B. F., Katapodes, N. D., 2000, “Adjoint Sensitivity Analysis for Shallow – Water Wave Control”, *Journal of Engineering Mechanics*”, Vol. 126, No. 9, pp. 909-919.

Varella, D. M., 1997 *Modelos Formulação Geral Explícita para a Solução de Escoamentos em Aguas Rasas*. Teses de Mestrado em Engenharia Oceânica, Universidade do Rio Grande, Brasil,

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., 2005, *The Finite Element Method*. 6 th Ed., Vol. 3, Butterworth-Heinemann, Oxford.

Publicación del Abstract en el Congreso ENIEF 2017 realizado en Julio de 2017 en La Plata

CONTROL DE CRECIDAS EN PROBLEMAS DE AGUAS POCO PROFUNDAS BIDIMENSIONALES USANDO EL METODO DE TAYLOR GALERKIN EN DOMINIOS CON OBSTACULOS CIRCULARES

M. Pérez^a, I. Di Marco^a, F. Sueso^a, A. Fraidenraich^a and A. Altenberg^b

^a*Universidad Nacional de La Matanza, Florencio Varela 1903, B1754JEC San Justo, Buenos Aires, Argentina, fraidenraichywasman@unlam.edu.ar, <http://www.unlam.edu.ar>*

^b*Universidad Tecnológica Nacional-FRBA, Medrano 951, C1179AAQ CABA, Argentina.*

Palabras Clave: Taylor Galerkin, Obstáculos Circulares, OpenMP, Control de crecidas.

Resumen: Se presenta un modelo numérico bidimensional de aguas poco profundas no estacionario basado en el Método de Elementos Finitos con el enfoque de Taylor Galerkin. Mediante el modelo se realiza la simulación de flujo a superficie libre en canales abiertos rectangulares con obstáculos circulares. Se resuelve, en un único programa de Elementos Finitos, el modelo adjunto de multiplicadores de Lagrange para controlar la propagación de crecidas calculando las sensibilidades, a diferencia de otros métodos similares como el FSAP (procedimiento de análisis de sensibilidad hacia adelante) y ASAP (procedimiento de análisis de sensibilidad con la adjunta) que no tienen una base lagrangiana. Con este enfoque se logra tener un planteo de minimización más simple. Se validan, con éxito, las soluciones del problema de control contrastando con los resultados de las evoluciones de las coordenadas de la función vectorial adjunta para diversas secciones y tiempos críticos de análisis con resultados obtenidos por otros autores. Debido a la complejidad del problema es necesaria la distribución de la carga computacional en varios procesadores. Esta tarea se realizó con OpenMP bajo una arquitectura de memoria compartida.

Anexo V:

Alta patrimonial de los bienes adquiridos con presupuesto del proyecto

No se produjeron compras de bienes patrimoniales con dinero del proyecto ya que se utilizó equipamiento que el Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas incorporo a su patrimonio.



Código	FPI-009
Objeto	Guía de elaboración de Informe de avance y final de proyecto
Usuario	Director de proyecto de investigación
Autor	Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UNLaM
Versión	2.1
Vigencia	13/10/2015

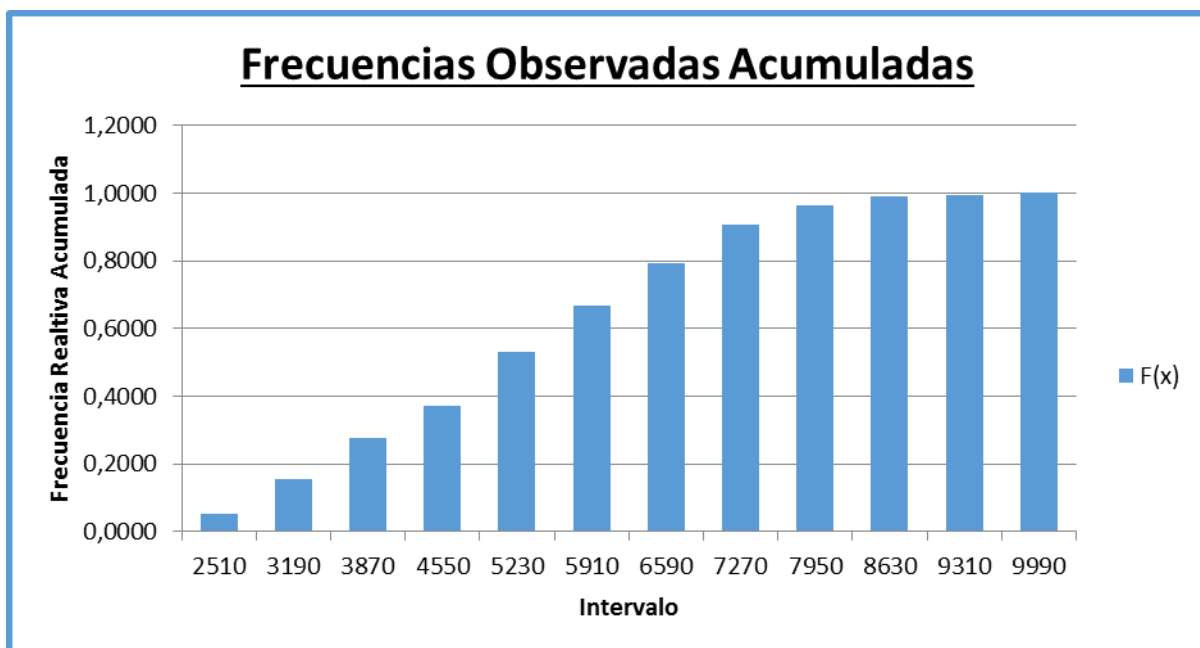
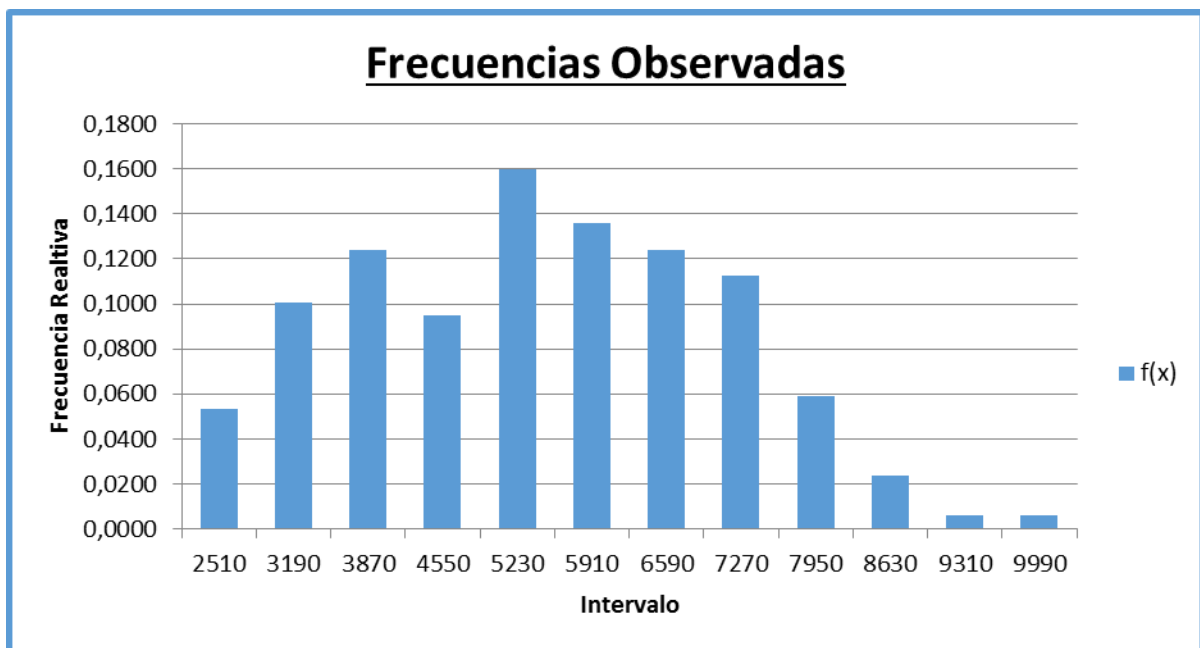
Anexo VI:

Trabajo realizado con los integrantes alumnos del grupo C181

Ajuste del Rio Paraguay

Por medio de la Subsecretaría de recursos hídricos de La Nación se obtuvo la serie de caudales medios mensuales desde 1910 a 1994.

A esta serie se le calcularon los caudales máximos semestrales. Luego se graficaron las curvas de frecuencias relativas y de frecuencias relativas acumuladas para una cantidad de intervalos igual a 12.



El siguiente paso fue calcular la media aritmética y el desvió estándar de los logaritmos naturales de la serie de caudales. Es decir:

$$\mu_y = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Ln}(x)}{n}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\text{Ln}(x) - \mu_y]^2}{n - 1}}$$

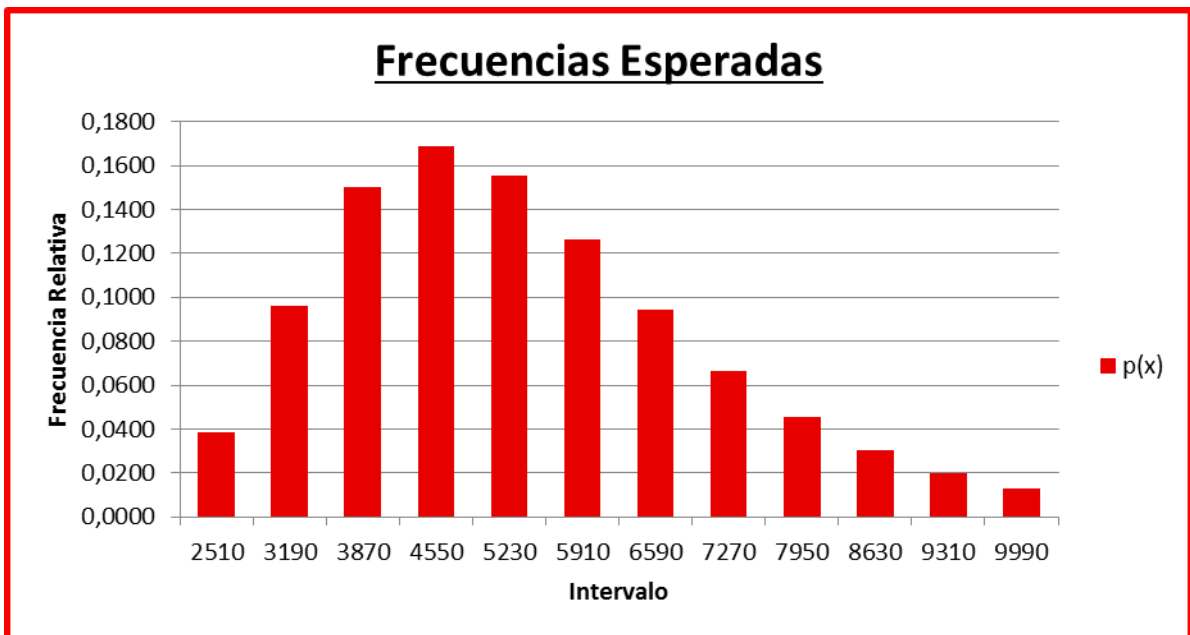
Con estos dos parámetros se expresó la función Log-Normal.

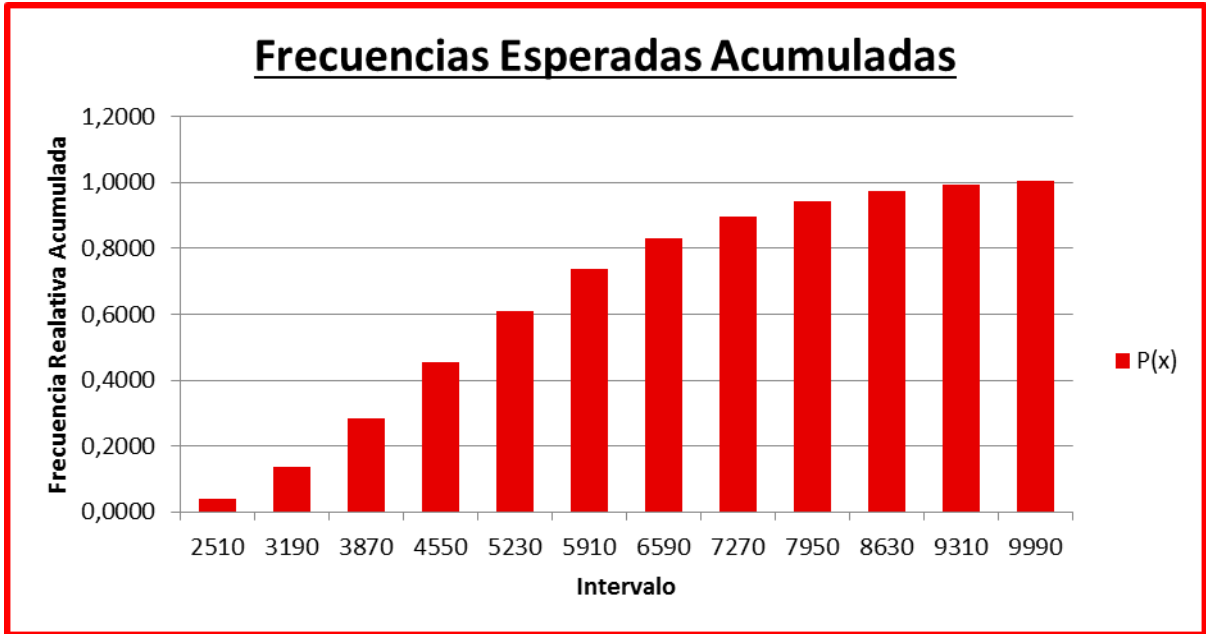
$$p(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_y \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\left(\frac{[\text{Ln}(x) - \mu_y]^2}{2 \cdot \sigma_y^2}\right)}$$

Luego se obtuvo la función Log-Normal truncada, es decir, la función de densidad de probabilidad acotada entre el mínimo y el máximo caudal de la serie de datos.

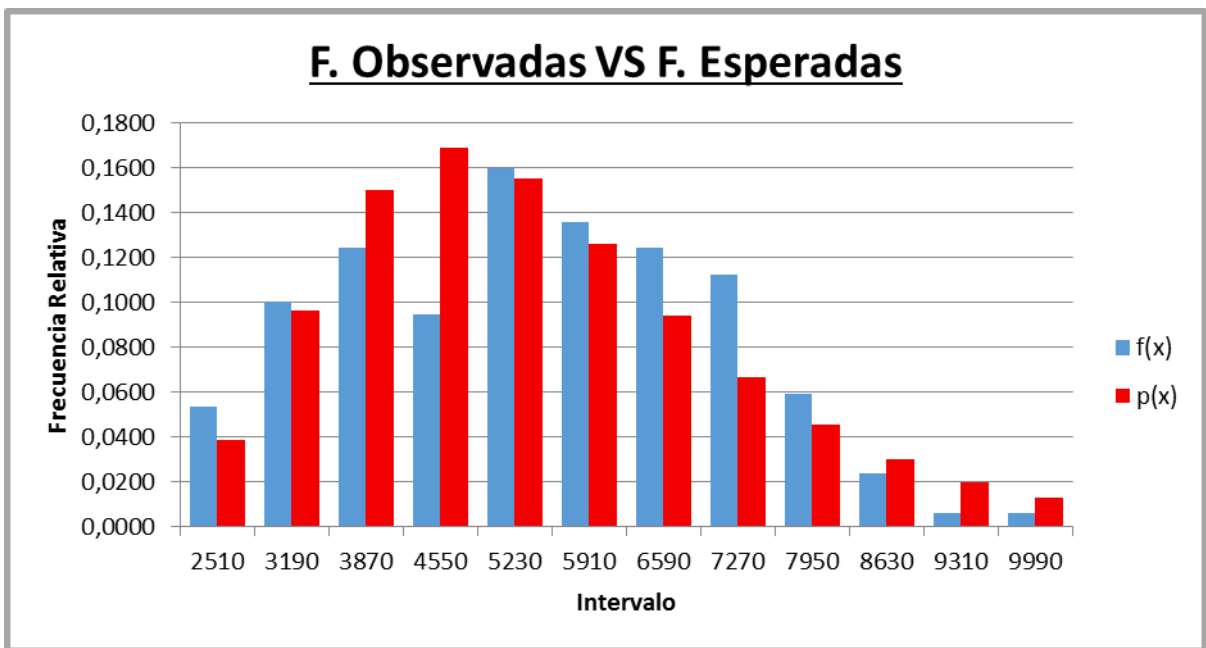
$$pT(x) = \frac{p(x)}{\int_{Q_{min}}^{Q_{max}} p(x) dx}$$

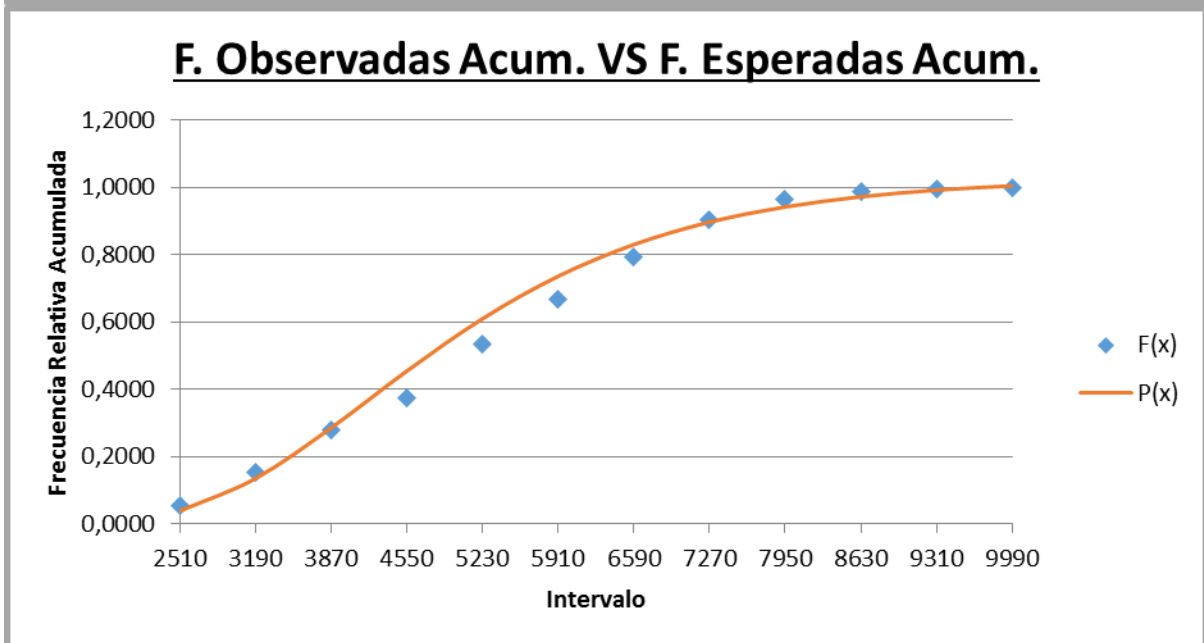
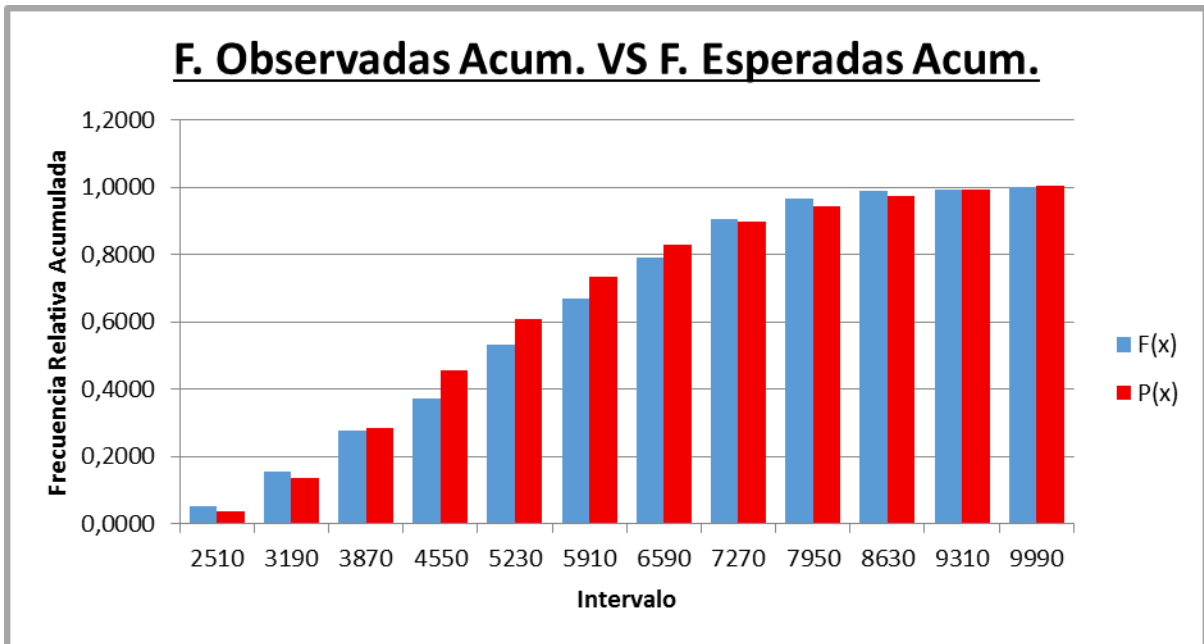
Una vez terminados estos pasos, se graficaron las curvas de frecuencias relativas esperadas y la de frecuencias relativas esperadas acumulada de esta última función.





Finalmente, se compararon las curvas y se realizó el test Chi-cuadrado para un nivel del confianza del 96%, dando como resultado un ajuste aceptado.





Se realizaron distintas pruebas de bondad de ajuste como de Tchi cuadrado y de Kolmogoroff Smirnov dando exitosas las dos

Características: Grados de libertad = Intervalos de clase –Parámetros a ajustar-1

Intervalos de clase = 12

Grados de libertad = 9

Nivel de confianza = 96%

Chi =17,608

Chi crítico = 17,491

Se piensa que agrupando los intervalos de frecuencias absolutas va a dar un ajuste menos holgado. Los errores a este nivel de confianza aún son importantes.

Como consecuencia para el estudio de crecidas de ríos se podría utilizar una función de densidad mezcla entre la Log Pearson III y Log normal para algún río en particular